

T 1362

L

360825

# 电 机 设 计

李隆年 王宝玲 周汝潢 编著



获取更多资料  
请上知网搜索蓝领星球

清华 大学 出 版 社

## 内 容 摘 要

本书为我校电机设计课数十年教学实践之总结。概念分析透彻。理论联系实际。精选传统理论内容的同时加强了计算机应用的基础理论部分。

本书共分电磁、机械、计算机三大部分。

一、电磁设计。结合电机原理，联系生产实际，深入浅出地着重于概念的透彻分析，讲解了多种电机的电磁设计问题。并介绍了大电机新换位方式、单相电机椭圆磁场长轴空间最佳位置、热管冷却等新技术。

二、结构设计、机械计算。凸极电机转子及隐极电机转子主要部件的应力与变形计算；热套配合部件的设计。转轴的回转振动及扭振的固有频率的计算。机座振动的特点。由振动引起的噪声的分析与控制。

三、计算机辅助设计及优化。自动开槽、自动选线程序及校核程序的编制。单机优化与系列电机多目标函数优化的区别。计算机辅助制图基本程序介绍。

本书适用于作为大、专院校电机工程专业教学用书。也可作为有关生产、科研技术人员的重要参考书。

(京)新登字 158 号

## 电 机 设 计

李隆年 王宝玲 周汝演 编著



清华大学出版社出版

北京 清华园

中国科学院印刷厂印刷

新华书店总店科技发行所发行



开本：787×1092 1/16 印张：24 字数：566 千字

1992年9月第1版 1992年9月第1次印刷

印数：0001—6000

ISBN 7-302-01022-6/TM·12

定价：7.75 元

# 前　　言

本书为清华大学电机设计、电机强度、计算机辅助电机设计三门课程多年教学实践及教材建设之总结。

在传统的电磁设计部分，本书以三相异步电动机为重点。从电机原理的基本概念出发分析电机设计的实际问题，在重点部分讲深、讲透、讲活；使同学在掌握电机设计的基本规律的同时提高学习、思考、分析问题的能力，而不是简单的积累知识。对异步机以外的其它类型电机只讲其设计特点、特殊问题；并重点介绍该领域先进技术、措施。著者力争处理好重点深入与全面普及的关系，做到既突出系统理论分析又避免了繁琐重复。

在电机强度设计部分，本书从材料力学基本概念出发，应用弹性力学理论分析大型电机主要部件典型结构的强度、刚度问题；对振动及扭振问题也作了充分的论述。将经典力学概念与电机实际结构有机地融合起来。

在计算机辅助电机设计部分，重点对各种实用的优化方法作详尽的论述及对比，指明其适用的工程问题及函数方程。系统讲述了计算机辅助制图理论，着重论述了制图程序软件编制及调试的理论问题。这部分是电机设计教材中的新内容。

全书共二十四章，第一章绪论；第二章至第十五章主要以三相异步电动机为主线，叙述电磁设计的共同部分，然后分别介绍汽轮发电机、水轮发电机、直流电机、永磁电机、单相异步电动机、变压器等各种电机的设计特点，并介绍新技术在这些机组中的应用，如水轮发电机定子绕组新换位方式的分析；单相电机椭圆磁场长轴空间最佳位置的确定及其节能效果；热管冷却在电机中的应用等。还专设第十九章介绍了常用的导磁、导电及绝缘材料。

第十六章至十八章以及第二十、二十一章为机械计算部分。主要针对大机组转子结构叙述了圆环、圆盘、厚壁筒在旋转离心力作用下的应力与变形；轴的回转及扭振的固有频率问题，机座振动特点；噪声分析及控制；热套配合件在电机结构中的应用。

第二十二至二十四章介绍了校核程序的编制；自动开槽、自动选线程序的编制；不同优化方法的分析与比较，单机优化与系列电机多目标函数优化方法的区别；计算机辅助制图基本程序介绍。

本书第十九、二十章为周汝演副教授编写。第二十二、二十三、二十四章为王宝玲副教授编写。其余各章为李隆年副教授编写。在编写过程中，胡元德副教授为噪声分析一章提供了充分的资料。北京重型电机厂设计处为中型异步电动机设计及优化提供了宝贵的资料。哈尔滨电机厂设计处，大电机研究所对大型机组的设计及结构提供了丰富的资料。作者在此表示感谢。

本书适用于作为高等工科院校及大专院校电机工程专业的教材，也可作为有关生产、科研技术人员的重要参考书。

作者 1991.12

# 目 录

<b>第一章 绪论</b>	1
第一节 电机生产在国民经济发展中的作用	1
第二节 电机设计工作涉及的范围	2
第三节 标准化、系列化、通用化在电机设计中的重要性	4
第四节 电机设计课的学习方法	4
<b>第二章 异步电动机主要尺寸的确定</b>	7
第一节 三相交流异步电动机主要尺寸与电机容量的关系	7
第二节 电机的几何相似定律	9
第三节 主要尺寸的合理选择	12
<b>第三章 异步电动机定、转子槽数、槽形的选择及气隙的确定</b>	16
第一节 定子槽数、槽形的确定	16
第二节 转子槽数的确定	17
第三节 转子槽形的确定	23
第四节 气隙的选择	24
<b>第四章 异步电动机磁路计算</b>	25
第一节 概述	25
第二节 异步电机主磁通的确定	26
第三节 气隙磁通密度及气隙安匝计算	27
第四节 齿部磁密及安匝计算	30
第五节 匀部磁密及安匝计算	33
第六节 异步机磁化电流及激磁电抗	34
<b>第五章 电机参数的计算</b>	37
第一节 概述	37
第二节 定子绕组的电阻值	38
第三节 定子绕组的漏电抗	41
第四节 异步电机转子电阻、漏电抗的计算	45
<b>第六章 电机的损耗及性能计算</b>	48
第一节 概述	48
第二节 中小型异步电动机定转子铜损耗的计算，定转子额定电流的确定	49
第三节 定子铁损耗、基本铁耗、表面损耗、脉振损耗	51
第四节 异步电机负载时的附加损耗	52
第五节 空载附加损耗	54
第六节 异步电机的挤流效应及其所引起的转子电阻的增加和转子漏电抗的	

减小.....	54
<b>第七节 异步机漏磁路的饱和引起定、转子漏抗的减小.....</b>	<b>57</b>
<b>第八节 异步机起动电流和起动转矩的计算.....</b>	<b>59</b>
<b>第九节 异步机功率因数,转差率,最大转矩倍数的确定.....</b>	<b>60</b>
<b>第七章 异步电动机特殊型式绕组.....</b>	<b>62</b>
第一节 三相正弦绕组.....	62
第二节 单绕组多速异步电动机绕组.....	69
第三节 双鼠笼电机转子的设计.....	77
<b>第八章 单相异步电动机的设计.....</b>	<b>81</b>
第一节 单相电机正弦绕组.....	81
第二节 单相电机运行性能分析计算.....	83
第三节 单相电容电动机最佳匝比以及电容量的确定.....	88
第四节 单相电机起动计算.....	89
第五节 单相电机的调速.....	91
第六节 单相电机设计的特殊问题.....	94
<b>第九章 汽轮发电机设计.....</b>	<b>97</b>
第一节 主要尺寸及气隙的确定.....	97
第二节 定、转子槽数槽形的确定.....	98
第三节 定子绕组股线的换位方式.....	101
第四节 激磁绕组的设计.....	106
第五节 转子漏磁通与电机空载特性计算.....	108
第六节 参数及性能计算.....	109
第七节 大型汽轮发电机设计特点.....	113
<b>第十章 凸极同步电机设计.....</b>	<b>115</b>
第一节 磁极形状的确定.....	115
第二节 阻尼绕组的计算.....	116
第三节 大型水轮发电机设计特点.....	122
第四节 蓄能机组的设计.....	124
第五节 贯流式水轮发电机.....	125
<b>第十一章 直流电机设计.....</b>	<b>126</b>
第一节 主要尺寸的确定.....	126
第二节 直流电机气隙的选择.....	127
第三节 极数的选择.....	128
第四节 直流电机电枢绕组,激磁绕组,换向极绕组的设计.....	129
第五节 补偿绕组及均压线的设计.....	132
<b>第十二章 永磁电机设计特点.....</b>	<b>135</b>
第一节 概述.....	135
第二节 永久磁钢工作原理及性能稳定措施.....	135

第三节 磁钢工作点及性能指标.....	137
第四节 永磁电机的特殊问题.....	139
<b>第十三章 变压器设计.....</b>	<b>141</b>
第一节 变压器的主要尺寸.....	141
第二节 变压器漏电抗计算.....	143
第三节 变压器绕组.....	147
第四节 变压器的冷却方式.....	152
<b>第十四章 电机发热计算.....</b>	<b>154</b>
第一节 均匀物体的发热.....	154
第二节 热量的传导及绝缘层温度降落.....	154
第三节 对流散热及表面温差.....	156
第四节 热计算简化等值公式.....	156
第五节 水冷电机温升的计算.....	160
第六节 热管冷却方式.....	164
<b>第十五章 通风计算.....</b>	<b>165</b>
第一节 电机的通风方式.....	165
第二节 总风量的确定及风路风阻计算.....	167
第三节 离心式风扇的计算.....	170
<b>第十六章 能量法求反力及变形——凸极电机转子应力分析.....</b>	<b>173</b>
第一节 强度和变形的设计要求.....	173
第二节 杆件拉伸、扭转、弯曲的应变能.....	173
第三节 弹性体广义的应变能表达式.....	178
第四节 卡氏定理.....	180
第五节 静不定问题.....	181
第六节 圆环受径向集中力系作用时的计算.....	182
第七节 带辐条的转子的静不定计算.....	185
第八节 圆环受周向均布转动力矩作用.....	188
<b>第十七章 厚壁筒及圆盘——汽轮发电机转子应力分析.....</b>	<b>190</b>
第一节 概述.....	190
第二节 迂转等厚圆盘或厚壁筒的应力和变形.....	190
第三节 内缘表面受均布压力时的圆盘或厚壁筒的应力和变形.....	195
第四节 外缘表面受均布压力时的圆盘或厚壁筒的应力和变形.....	196
第五节 旋转圆盘的热套配合计算.....	197
<b>第十八章 轴的回转运动的基本性质.....</b>	<b>202</b>
第一节 轴的回转的力学性质.....	202
第二节 竖直轴回转运动的临界转速.....	203
第三节 扭转振动的发生及性质.....	204
第四节 高阶临界转速的概念.....	207

第五节	机座振动的概念	208
第六节	单边磁拉力作用下的轴的挠度及临界转速	209
<b>第十九章</b>	<b>电机常用的材料</b>	<b>211</b>
第一节	导磁材料	211
第二节	导电材料	216
第三节	绝缘材料	222
<b>第二十章</b>	<b>异步电动机的结构特点</b>	<b>236</b>
第一节	中小型异步电动机的典型结构	236
第二节	轴向尺寸公差的作用及尺寸链	238
第三节	大型异步电动机的几个结构问题	240
<b>第二十一章</b>	<b>电机的噪声及其控制</b>	<b>242</b>
第一节	概述	242
第二节	声音的物理概念及量度	242
第三节	噪声的评价	244
第四节	电机振动源及噪声源	245
第五节	电磁噪声及其控制	249
第六节	通风噪声及其控制	252
第七节	电机机械噪声及其控制	254
<b>第二十二章</b>	<b>计算机辅助电机电磁设计</b>	<b>256</b>
第一节	概述	256
第二节	三相异步电动机电磁设计校核程序	261
第三节	自动开槽程序	279
第四节	循环计算	288
<b>第二十三章</b>	<b>优化设计</b>	<b>292</b>
第一节	优化的基础知识	292
第二节	优化方法简介	306
第三节	电机的优化设计	341
<b>第二十四章</b>	<b>计算机辅助图形设计</b>	<b>349</b>
第一节	概述	349
第二节	绘图程序设计	352
第三节	几何变换与交互式绘图的基本概念	365
<b>习题</b>		<b>371</b>
<b>参考书</b>		<b>374</b>

# 第一章 絮 论

## 第一节 电机生产在国民经济发展中的作用

社会生产的不断发展，人民生活的不断提高，需要不断的开发新型电机。一个国家工农业生产的发展速度要求电力工业的发展速度与其相适应。电力工业发展速度要高于工业发展速度 20% 左右。也就是说一个国家工业年增长率为 8% 则电力工业增长率应为 9.6%。电力工业的发展对发电机制造行业不断地提出新要求。单机容量越来越大。我国汽轮发电机组容量从 2.5 万、5 万、10 万、20 万、30 万 kW，现在已达到 60 万 kW 的大机组，以满足火力发电厂的装机要求；水轮发电机组容量由 1 万、5 万、10 万、20 万 kW，现已达到 30 万 kW 的大机组，以满足水力发电厂的装机要求。由于大机组效率高，单位容量的制造成本低，电厂总容量相同时，采用大机组减少了运行维护人员，所以当前发电设备容量越来越大。国际上由于核电站的出现，汽轮发电机组单机容量已达到 100 万、150 万 kW；水轮发电机单机容量也达到了 70 万～80 万 kW。由以上数据可看出，我国发电设备制造行业技术水平相当于国际上 70 年代末期水平。

电动机作为所有机械设备的动力元件，其容量从 1kW 到 1 万 kW。每分钟转速从 3000 转到几百转。主要型式分为同步电动机、异步电动机与直流电动机三种，分别应用于不同的场合，直流电动机调速方便，多用于速度大范围变化的场合，如直流轧钢电动机等。同步电动机转速恒定，功率因数高，主要用于大中型机械设备（如风机、水泵、磨粉机等）。异步电动机可分为鼠笼式及线绕式两种。鼠笼式应用最广泛，可适用于所有的机械设备，（如机床、风机、水泵等），其特点为造价低，运行可靠，维护简单。线绕式电机调速方便，主要用于吊车、提升装置的拖动。

家用电器的发展对电机生产的要求主要是单相电机。如电风扇、空调装置、洗衣机、电冰箱等都采用单相电动机拖动。电动缝纫机、吸尘器、炊事用多功能切削机等采用单相交流串激整流子电机。电动玩具、美容用吹风机、声像设备的走带装置多采用永磁直流电动机。预计家用电动工具类产品如电钻、电砂轮等很快也将进入家庭消费范畴。

随着科学技术的发展，新技术新材料的不断涌现，促进了电机制造业产品的不断翻新。例如由于超导材料临界温度的不断提高，使超导电机对制冷系统的要求逐渐降低，这就使大容量超导发电机、电动机的实验研究及工业应用可以更高的速度发展。由于变频技术的不断完善及大容量可控硅元件制造成本的降低，使电力电子技术迅速发展，各种变频调速节能装置不断翻新。电动机—变频装置—控制设备一体化的装置正在发展。稀土族钕铁硼永磁材料的研究使高磁能积磁钢的生产及应用成为现实，促进了大容量交直流永磁电机的研究及制造。当然新型绝缘材料的应用，低损耗高导磁冷轧硅钢片的研究及制造，冷却方法的改进都在不断促进电机制造行业的发展。

除以上的常规电机之外，在特殊的工业和科研领域还将对电机性能提出特殊的要求，

如科研用离心机上要求制造每分钟 10 万转以上的高频高速电动机。大规模集成电路光刻系统驱动装置要求高精度小步长(每步长仅为几个微米)的步进电机，跟踪系统中的雷达驱动装置要求一天转一转的力矩电机。医疗器械、军事科学、智能机器人的研究都会对驱动电机的性能提出特殊的要求，这肯定会使电机制造行业不断地发展前进。

## 第二节 电机设计工作涉及的范围

电机设计任务的来源有两个，一个是国家指令性计划下达的任务另一个是厂方与用户签订的合同，都会明确地确定两方面的问题：首先是主要的技术指标。对异步电动机而言主要指标也就是该产品的国家标准，内容包括效率、功率因数、起动力矩倍数、起动电流倍数、最大转矩倍数、温升。必须满足上列六项指标的规定性能才是合格产品，否则就是废品。其次是经济指标，也就是产品的销售价格。设计工作者的任务就是在保证产品技术性能指标的前提下尽可能降低成本，以获得较大的经济效益。我们统称这两项指标为技术经济指标。具体工作步骤如下。

### 一、电磁设计

这一阶段的任务就是按照电磁设计程序确定一个合理的电磁方案，可以是人工择优的方案，也可以是计算机优化设计结果所提供的方案，这个方案应该是满足技术性能国家标准的，成本最低的方案。方案中应全部确定了定子铁心、转子铁心、定子线圈、转子绕组的有关材料、规格、几何尺寸。如定子铁心硅钢片牌号、铁心外径、铁心内径、定子槽型尺寸及槽数、定子槽绝缘规范、定子线圈匝数及绝缘导线规格、定子铁心长、定子铁心径向通风沟数等。在这个阶段还应包括电机的温升计算以校核额定状态下运行的稳定温升是否满足国家标准的规定。

### 二、结构设计

这一阶段主要是确定电机通风冷却方式的具体结构，定、转子绕组的槽部及端部固定结构，定转子线圈的绝缘结构，轴承润滑方式的具体结构。例如在通风结构方面是轴向通风还是径向通风；是采用桨式风扇还是离心式风扇；冷却方式是外部表面冷却还是冷却介质进入定、转子线圈铜线内腔进行内部冷却。

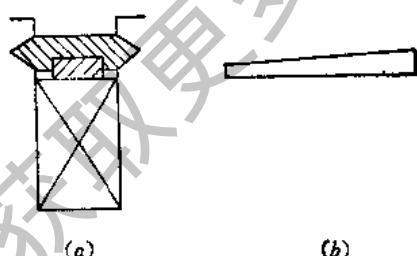


图 1-1

定转子线圈端部及槽部的固定方式。定子线圈端部可以是绑线绑环固定方式，也可以是压板固定，或环氧整体固化方式。槽部固定可以是线圈与铁心整体浸漆烘干以达固定目的；也可在定子槽内放置波纹板利用其弹性进行固定，也可以采用组合槽楔进行固定。组合槽楔示意图如图1-1，其在槽中位置如图1-1(a)所示，分固定块与滑动块两部分。固定块固定于定子铁心槽部，不可能有沿槽高方向的移动。固定块与滑动块的接触面是一个斜面。滑动块如图1-1(b)所示为一个斜楔，打紧滑动块则可逐渐将定子线圈压紧在槽中。转子线圈

端部可用护环固定，也可用无纬玻璃丝带绑扎后环氧固化。所有固定方式均应经过强度校核。对定子线圈要考虑承受突然短路时的瞬态电动力的冲击，对转子线圈要承受超速状态时离心力的负荷。

绝缘结构主要是确定绝缘材料及其尺寸如多股并联换位线圈的股间绝缘、排间绝缘、对地绝缘。高压防电晕措施中含铁粉石棉带及半导体漆的选用，其考虑指标为耐电压试验及防电晕试验。

所有轴承结构，如滚动轴承、滑动轴承、推力轴承等等，均应通过散热及寿命核算。

重要的结构部件如机座、端盖、转轴、转子支架、转子铁心，应进行结构设计及强度校核。对轴及机座应进行固有频率的计算以避开 100Hz 电磁力及离心力的干扰频率，防止回转及扭转共振现象的发生。

综上所述结构设计实际上主要是电机结构的强度计算。

### 三、施工设计

施工设计的任务是出图，就是画出全部零件的加工图纸、部件装配图和总装图。这些图纸是库房为生产准备原材料的依据；是工、夹、模具设计的依据；是工人加工零件的标准也是质量检查的标准。施工设计这部分的工作量随容量及品种的不同相差非常悬殊，大型电机全套施工图纸可近上千张，小型电机只有 20 多张。

### 四、工、夹、模、量具的设计

电机制造过程中涉及到的加工方法非常广泛。很多加工方法都需用特殊的模具，如铁心冲剪时需要设计冲模；铸铁机座削制时需用木模；转子铸铝时需用金属压铸模；线圈绕线时需用绕线模；多个定位钻孔加工时用钻胎；高压电机粉云母绝缘带加温固化时要用热压成型模；关键尺寸的检验工具——量规；保证定子机座两端止口同心度的特殊夹具；转子铸铝时所用的假轴，以上这些都是电机生产过程中为保证质量，提高生产效率所必需的专用工具、夹具、模具、量具，都应进行单独设计，并绘制全部加工图纸。

### 五、工艺设计

对每一工件来讲，都要经过不只一道的加工工序才能完成零件图纸所需的加工要求。例如一根轴要经过下料、打顶尖孔、粗车、精车、铣键槽、磨轴颈（与轴承配合的地方）。这些工序的加工顺序、加工方法、两道工序间应留的加工裕量、哪些工序之后应安排什么尺寸的检验，这些都应有一个合理的安排。这个工作就叫确定零部件的工艺流程路线，也就是工艺设计的主要内容。工艺设计不合理，零件质量就不易保证。例如一根轴，若先铣键槽再精车，精车时高速旋转的转轴上有键槽，车刀与工件不再是连续切削而是断续切削，工件表面光洁度就无法保证，而且容易打刀——也就是工件的撞击将刀具打坏。所以这不是一个合理的方案，应该采用先精车，后铣键槽的方案。

在本书中以讲述电磁设计为主，计算机辅助设计及电机优化设计也都是指电磁设计的问题。对电机主要部件的结构方式、强度、振动及其计算方法也加以较详细的讨论，对施工设计、工、夹、模、量具的设计以及工艺设计基本上不进行讨论。

### 第三节 标准化、系列化、通用化 在电机设计中的重要性

大批量生产便于机械化自动化，提高劳动生产率、降低产品成本。如单个螺钉的制造一般采用车床挑扣的方法或用板牙套扣的方法，速度慢，且质量不易保证，大批生产时，则用滚丝机制造速度提高几百倍。所以设计时，螺钉、螺母均采用国家标准产品，称其为标准件。在电机中常见的还有滚动轴承、定子线圈用标准绝缘铜线等。

在电机制造中更普遍的是系列化、通用化的问题，也可以看做是企业内部标准件问题，如电机铁心冲模在电机全部工模具中价值最高，生产周期最长，单槽冲模约几百元至几千元，复式冲模为几千元至几万元，高速冲功模为几十万元一套。这就提出了在不同容量、不同转速、不同规格品种的电机中有没有可能应用同一种类型的冲片，即使用同一个冲模可以生产多种产品，这就要求在电机设计中要考虑系列化，冲片要有通用性。首先，电机外径不能任意选择。应选择用1m宽的硅钢片裁剪出几个整圆硅钢片后，没有浪费的条料，我们称为提高套裁率的问题。如直径245mm就可在1m宽的料上裁出4个整圆来，每个冲片留有5mm的冲剪裕量。230mm的外径不应被选用，它的选用会剩下两个60mm的条料无法利用。外径245mm的冲片可以制造2极、4极、6极、8极电机，冲片内径可以不一样，铁心轴向长度也可不同，这些电机的机座、端盖、轴、轴承、轴承盖、外风扇、风罩等都有可能通用，这就极大地减少了结构部件的品种规格。同一个极数的电机，容量相近的两、三个规格可以采用同一个铁心冲片，只调整铁心长度就可以设计制造出不同容量的电机，这就减少了冲模的套数。有些个别极数的电机制造台数有限时，还可考虑不同极数、不同容量电机通用同一种冲片，这就提高了冲模的通用性。如有些6极电机批量很小，可利用外径相同的4极电机冲片进行制造。这样作减少了模具制造费用，缩短了生产周期。虽然材料利用不尽合理，但总体上是经济的。还应考虑到模具和冲片类型的增加会增加模具库房与半成品库房的面积，增加管理的复杂性和差错的可能性，这都导致管理成本的增加。中、小型电机产品系列化(即产品容量等级规格化)、部件通用化、零件标准化，安装尺寸标准化，使国内外同规格电机具有互换性，利于用户维修更新。

安装尺寸标准化主要指中心高、地角螺钉的纵、横向间距，轴伸直径，键槽规格，轴伸的长度等的标准化。安装尺寸标准化使用户选择不同厂家产品时，设备安装的混凝土基础不需作任何变动。

### 第四节 电机设计课的学习方法

电机设计是一门专业知识课。学习电机设计是为了能够根据生产的需要设计电机产品，因此必须理论联系实际地进行学习。有些设计参数的确定不能按照理论推导的最佳计算结果，而是受生产工艺条件限制的。例如异步电机气隙小一点，激磁电流小，可以提高功率因数，但气隙长度有一个生产容许限度，小于此容许值电机加工、装配很困难。同时电机运转时有磁拉力存在会使定、转子相互磨擦，使电机不能正常工作。再如铸铁的电

机机座，当电机容量很小时可以设计得比较薄，但铁水在砂型中有一个厚度的铸造极限，小于这个尺寸，铁水在砂型中迅速降温，流动性差，铸件易产生气孔、砂眼、表面皱折等缺陷。这些尺寸的确定不是取决于电机电磁性能计算与强度计算的结果，而是工艺条件的制约。这些知识的获取，数据的积累主要不是在讲课中讲授，而是要在生产实践中、实际工作中学习积累。

下面我们重点介绍电磁设计的学习方法。电磁设计的任务是在尽量节约原材料的条件下，提供一个技术性能优越的电机设计方案。原材料的用量肯定是电机各部分几何尺寸的函数。其中，定子铁心外径及铁心长是确定硅钢片用量的关键尺寸。定子导体横截面积、每匝线圈长度、定子线圈总匝数是确定用铜量的关键数据。当电机参数已知时，电机的技术性能可由等值电路算出。异步电机等值电路如图 1-2。其中  $s_H$  为额定转差，其定义为输出机械功率为电机额定功率千瓦数时的转差。电机效率、功率因数、起动转矩等性能的计算在电机原理中已详细讲述过，我们主要是应用。电机温升的计算专门有一章

讲述之。电机参数与电机定、转子冲片，槽数、槽形、定子线圈匝数、导体截面等几何尺寸有固定的函数关系。了解、掌握、运用这些规律以提高电机性能、节约原材料是设计课的主要内容。例如要提高电机效率，可令定子导体截面增加一倍，若定子铁心长不变，定子匝数不变，定子电阻  $r_1$  降至 50%，定子铜耗降至 50%，效率将会提高，定子绕组温升会降低。这时定子槽面积也必须相应扩大一倍，否则铜线在槽内就放不下了。如图 1-1 之定子槽形，令其槽宽不变，槽高增加一倍，槽面积增加一倍。定子内径不变，槽高增加了，铁心外径也要相应增加，以保证定子磁路饱和程度不变化。定子用铁量增加。定子用铜量增加一倍。定子槽漏抗也有所上升。定子齿高了，齿部消耗磁动势大了，激磁电流  $I_0$  略有上升，激磁电抗  $x_m$  略有下降。由以上讨论可看出，定、转子铁心，定、转子线圈这四部分电机有效材料构件中，任何一个几何尺寸的变化都会影响电机材料的消耗，影响电机相应的参数，导致电机性能的变化。电机设计课重点讲述有效材料构件中几何尺寸的变化对电机参数、性能影响的函数关系。这些概念掌握了，在电机设计方案比较，进行人工择优的工作中，就容易判断优化方向，通过修改方案迅速找出优化结果。实际工作中，当电机个别性能指标不合格时，能抓住主要矛盾，找出解决问题的调整措施。对这些函数影响变化规律了解透彻，就可找出影响电机参数、性能的几个关键几何尺寸，将其作为电磁方案优化设计的  $n$  维自变量，就可得电机优化设计结果。综上所述电机设计是分析有效材料几何尺寸如何影响电机参数、性能的内在规律及其函数关系。同理，结构、强度设计是分析几何尺寸影响电机强度的内在规律及其函数关系。

近来，有些人提出一种直接设计法。它的主要特点是上述常规设计的逆运算。即电磁性能确定之后，相关参数只能在很小范围内变化，具体几何尺寸也就被最终确定了。即由性能确定参数，由参数确定尺寸。常规设计方法是选定尺寸，计算参数，校核性能，如性能不满足再调整尺寸重新计算。直接设计法需要大量统计现有产品经验数据作为依据，在变频调速等较大的电力电子设备设计中应用较为有利。



图 1-2

在电机原理教学中以基波为主，对谐波问题稍加涉及。电机设计中当谐波问题突出时，要进行定性、定量分析，如定、转子齿槽配合对谐波转矩的影响，三相正弦绕组对谐波的影响，利用谐波调速等。

学好电机设计要掌握电路理论、电机原理、工程力学、传热学基础。还要了解流体力学、声学、交变电磁场、电机过渡过程分析基本概念。还要具有熟练应用计算机语言及调试程序的能力。还需对一般金属加工工艺有一定了解。

获取更多资料 微信搜索蓝领星球

## 第二章 异步电动机主要尺寸的确定

### 第一节 三相交流异步电动机主要尺寸与电机容量的关系

交流电机的主要尺寸是指定子内径和定子铁心有效长度。电机主要尺寸确定了电机的外形轮廓、电机的质量及材料费用。它和电机的技术性能有非常密切的关系。电机的主要尺寸设计选择的合理，电机设计工作就有了一个好的基础，电机就可能有一个比较好的技术经济指标。因此，主要尺寸的确定是一个非常重要的步骤。

电机主要尺寸与电机的容量、同步转速、气隙磁通密度等参数有关。下面我们讨论这些参数之间的关系。

由于三相交流异步电动机定子绕组感应电势随时间作正弦变化，故可由电磁感应定律确定电机绕组感应电势和绕组匝数、电机每极磁通量关系为

$$E_1 = 4.44 f W_1 K_{dp1} \Phi \quad (2-1)$$

式中  $f$  —— 电压的频率，单位为 Hz；  $W_1$  —— 定子绕组每相串联匝数；  $K_{dp1}$  —— 定子绕组绕组系数；  $\Phi$  —— 电机气隙主磁通每极磁通量，单位为 Wb；  $E_1$  —— 定子绕组每相感应电势，单位为 V。

对于交流电机其同步转速与电压的频率关系为

$$f = \frac{n_s p}{120} \quad (2-2)$$

式中  $n_s$  —— 电机同步转速，单位为 r/min；  $p$  —— 电机的极数。

当气隙磁通密度沿空间作正弦分布时其与每极磁通量关系为

$$\begin{aligned} \Phi &= \tau_p l_{eff} \times 10^{-4} \times \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} B_s \sin \alpha d\alpha \\ &= \frac{2}{\pi} B_s \tau_p l_{eff} \times 10^{-4} \end{aligned} \quad (2-3)$$

式中  $B_s$  —— 气隙磁通密度正弦波的峰值，单位为 T；  $\tau_p$  —— 电机极距，单位为 cm；  $l_{eff}$  —— 电机定子铁心有效长，单位为 cm。

$$\tau_p = \frac{\pi D_a}{p} \quad (2-4)$$

式中  $D_a$  —— 电机铁心定子内圆直径，单位为 cm。

在电机设计中有一个电磁参数和气隙磁密的重要程度相当，这个参数就是线负荷，其定义为沿定子内径圆周方向单位长度的安培导体数。其数学函数形式为

$$A = \frac{2m_1 W_1 I_1}{\pi D_a} \quad (2-5)$$

式中  $m_1$  —— 定子绕组相数；  $I_1$  —— 定子相电流，单位为 A；  $A$  —— 线负荷，单位为 A/cm。

式(2-5)中之系数 2 是因为每一匝线圈由两个导体边组成。将(2-5)式改写为

$$W_1 = \frac{\pi D_{11} A}{2 m_1 I_1} \quad (2-6)$$

将式(2-2)、(2-3)、(2-4)、(2-6)代入式(2-1)整理后得到

$$D_{11}^2 l_{\text{eff}} = \frac{8.6 m_1 I_1 E_1}{K_{d\rho_1} B_z A n_1} \times 10^9 \quad (2-7)$$

式中  $D_{11}^2 l_{\text{eff}}$  单位为  $\text{cm}^3$ 。

在异步电动机中定子绕组感应电势与相电压数值之间有一不大的差值，这是由于定子绕组有漏阻抗压降的影响，其关系可表示为

$$E_1 = k_E U_1 \quad (2-8)$$

式中  $k_E$  —— 电势系数；  $U_1$  —— 定子绕组相电压，单位为  $\text{V}$ 。

将(2-8)式代入式(2-7)得

$$D_{11}^2 l_{\text{eff}} = \frac{8.6 m_1 I_1 k_E U_1}{K_{d\rho_1} B_z A n_1} \times 10^9 \quad (2-9)$$

异步电动机额定功率为轴上输出的机械功率，表示式为

$$P_H = m_1 U_1 I_1 \eta \times 10^{-3} \cos \varphi \quad (2-10)$$

式中  $P_H$  —— 异步电动机额定功率，单位为  $\text{kW}$ ；  $\cos \varphi$  —— 电机额定功率因数；  $\eta$  —— 电机额定效率。

由(2-10)式整理得

$$m_1 U_1 I_1 = \frac{P_H}{\eta \cos \varphi} \times 10^3 \quad (2-11)$$

将(2-11)式代入(2-9)式得

$$D_{11}^2 l_{\text{eff}} = \frac{8.6 k_E P_H}{K_{d\rho_1} B_z A n_1 \eta \cos \varphi} \times 10^7 \quad (2-12)$$

将上式化简为

$$D_{11}^2 l_{\text{eff}} = C \frac{P_H}{n_1} \quad (2-13)$$

式中

$$C = \frac{8.6 k_E}{K_{d\rho_1} B_z A n_1 \eta \cos \varphi} \times 10^7 \quad (2-14)$$

对中小型异步电动机

$$k_E \approx 0.93 \quad A \approx 200 \text{A/cm}$$

$$K_{d\rho_1} \approx 0.95 \quad \cos \varphi \approx 0.85$$

$$B_z = 0.6 \text{T} \quad \eta \approx 0.85$$

则式(2-14)中之  $C$  就是一个近似于常数的数。

由公式(2-13)知道电机定子内圆包括的圆柱体体积和电机容量成正比，和电机同步速成反比。公式(2-12)就是主要尺寸与电机容量关系的表达式。我们利用这个规律可以解释很多生产中的现象。

(1) 同步速相同之电机其容量越大，电机体积也越大，基本上成正比例。例如 4 极电

机中心高为 160 时电机容量为 18.5kW，而当中心高为 250 时容量为 75kW。

(2) 体积相同，同步速越高的电机其容量越大。例如中心高为 160 之电机体积基本相同，8 极转速时容量为 5.5kW；6 极转速时为 7.5kW，4 极转速时为 11kW，2 极转速时为 22kW。

公式(2-12)是由电磁能量转换成机械能时通过计算电磁能量的大小得到的主要尺寸与电机容量的关系式。当然也可以从机械能的计算来得到主要尺寸与电机容量的关系。为了简便，不详细进行推导论证，而是将式(2-12)改写一下，就可以很直观地从机械能量的角度对这个规律进行说明。

将式(2-12)改写为

$$\frac{P_H}{n_1} = \frac{K_{dP_1}}{8.6k_E} \times 10^{-7} \eta B_E A D_{hi}^2 l_{eff} \cos \varphi \quad (2-15)$$

将(2-5)式代入式(2-15)等式右边得

$$\begin{aligned} & \frac{K_{dP_1}}{8.6k_E} \times 10^{-7} \eta B_E \frac{2m_1 l_1 W_1}{\pi D_{hi}} D_{hi}^2 l_{eff} \cos \varphi \\ & = \frac{2K_{dP_1}}{8.6\pi k_E} \times 10^{-7} \eta B_E l_{eff} l_1 (\cos \varphi) \times 2m_1 W_1 \frac{D_{hi}}{2} \end{aligned} \quad (2-16)$$

式中  $B_E l_{eff} l_1 \cos \varphi$ ——反映了每根导体的电动力； $2m_1 W_1$ ——定子绕组全部导体数； $\frac{D_{hi}}{2}$ ——电磁力矩的力臂； $\frac{2K_{dP_1}}{8.6\pi k_E} \times 10^{-7} \eta$ ——此系数是考虑了磁密在空间上正弦分布，电流随时间正弦变化，三相短距分布绕组等因素。

从电机原理我们知道旋转磁场对电流有功分量作用产生平均电磁转矩，它对无功电流作用时，每一根导体的无功电流会受到电动力，但在整个电机的圆周上其电磁力矩之和为零。

通过以上分析我们看出式(2-15)左边电磁转矩是以电磁能量表示的；等式右边的电磁转矩是通过电动力与力臂乘积表示的，更为直观。下面我们再深入探讨一下磁密与线负荷的乘积反映什么呢？在定子内圆取一个切向长度与轴向长度均为单位长度的单位正方形面积。此面积上电流总数为线负荷值，所以此面积上所受电动力总和正比于线负荷与磁密的乘积。这就告诉我们电磁负荷的确定对主要尺寸的确定有决定性的影响。电机容量相同时，电磁负荷取的较高就能用较小的电机表面积与体积获得同样的电磁转矩。这一点从式(2-15)中也可明显看出。

## 第二节 电机的几何相似定律

从生产实际中我们发现大容量电机直径大，轴向长度长，定子槽深、槽宽均增加，气隙也大。大电机各个方面的尺寸就好像小容量电机均匀、对称按固定比例放大了一样，这样的两台电机我们称为几何相似。其数学表示式为

$$\frac{D_A}{D_B} = \frac{l_A}{l_B} = \frac{h_{SA}}{h_{SB}} = \frac{b_{SA}}{b_{SB}} = \frac{g_A}{g_B} = \dots = k \quad (2-17)$$

式中  $A, B$ ——分别代表不同容量但极数相同，槽数相同的两台电机； $D_A, D_B$ ——电机的定、转子相应直径，单位为 cm； $l_A, l_B$ ——电机铁心长，单位为 cm； $h_{sA}, h_{sB}$ ——电机槽高，单位为 cm； $b_{sA}, b_{sB}$ ——电机槽宽，单位为 cm； $g_A, g_B$ ——电机气隙长度，单位为 cm。

满足式(2-17)条件的两台电机，我们称为几何相似。这两台电机所有对应的几何长度比为  $k$  倍。所有的对应的面积比，如槽面积、每极气隙导磁截面积之比为  $k^2$ 。对应的体积与质量之比，如定子铁心齿体积与质量，定子绕组体积与质量之比为  $k^3$ 。为了控制电机绕组的温升，一般电机的电流密度基本是一个常数。对应的电流密度、磁通密度相等的两台电机，其容量有什么关系？电机的损耗与效率有什么关系？电机的成本价格有什么关系？

我们先研究两台电机的容量有什么关系。我们知道电磁容量伏安值等于电势与电流的乘积即

$$P = E_1 I_1 \quad (2-18)$$

式中  $P$ ——每相电磁容量，单位为 VA。

我们先假设电机的绕组匝数不变。当气隙磁密不变时，由于气隙导磁截面积增到  $k^2$  倍，所以每极磁通量和相感应电势也增大到  $k^2$  倍。这个结论亦可由式(2-1)、式(2-3)看出。定子绕组匝数不变，定子槽数不变则每槽内分配到的导体根数亦不变。槽内导体总截面占槽面积的百分比，这是一个工艺系数，也不应变化。这样每根导体截面积正比于槽面积的变化而变化。槽面积增到  $k^2$  倍，每根导体截面积也应增到  $k^2$  倍。电流密度不变时相电流应增至  $k^2$  倍。如上述式(2-18)中  $E_1, I_1$  分别增至  $k^2$  倍，所以我们说容量应正比于几何尺寸比  $k$  的四次方倍而变化。数学形式常写成

$$P \propto l^4 \quad (2-19)$$

这个结论是否必定在绕组匝数不变时才成立呢？此结论与绕组匝数变化无关。我们假定第二台电机匝数变化了  $k_1$  倍，由于每极磁通量增到  $k^2$  倍则每匝线圈感应电势增到  $k^2$  倍，定子电势应增到  $k_1$  与  $k^2$  乘积的倍数。但此时每槽内分配到的导体根数也增加到  $k_1$  倍。槽面积增到  $k^2$  倍，每根导体截面积增到  $k^2$  与  $1/k_1$  的乘积倍。电流亦按此倍数变化。每相电磁容量仍增到  $k^4$  倍。式(2-19)依然成立。

铁心硅钢片的用量、定子绕组铜线的用量、转子鼠笼铸铝用量统称为电机有效材料，其质量应正比于几何尺寸的三次方。数学表示为

$$M \propto l^3 \quad (2-20)$$

式中  $M$ ——有效材料质量，单位为 kg。

有效材料的成本为电机材料成本中的主要部分，这部分费用肯定与  $k^3$  成正比。结构材料等也基本与  $k^3$  成正比。我们说电机成本基本上正比于几何尺寸的三次方。数学表示为

$$C \propto l^3 \quad (2-21)$$

式中  $C$ ——电机成本，单位为元。

当电密、磁密确定后，单位体积的铜、铁、铝损耗亦为一固定常数，随着有效材料质量的增加，定子铜损、铁损、转子铝损应正比于  $k^3$  而变化。总损耗中有效材料部分所产生的

损耗占主要部分，机械通风损耗等其余损耗也近似正比  $k^3$  而变化，我们认为电机总损耗  $\Sigma p$  正比于几何尺寸的三次方，数学表示为

$$\Sigma p \propto P^3 \quad (2-22)$$

利用式(2-19)至式(2-22)分析一下单位功率的有效材料消耗量、单位功率分摊的电机成本、单位功率相应的电机损耗，得到一些非常重要的结论。其数学表示为

$$\frac{M}{P} \propto \frac{C}{P} \propto \frac{\Sigma p}{P} \propto \frac{(P)^{3/4}}{P} \propto \frac{1}{(P)^{1/4}} \quad (2-23)$$

式中  $\frac{M}{P}$  —— 单位功率有效材料消耗量； $\frac{C}{P}$  —— 单位功率分摊的电机成本； $\frac{\Sigma p}{P}$  —— 单位功率相应的电机损耗。

由式(2-23)可看出电机容量增大，单位容量的有效材料消耗减小，单位容量分摊电机成本降低，单位容量相应电机损耗减少。为了对这个问题有更确切的数量概念，举例如下。

一台 1kW 的电机定子铁心长 10cm、电机质量为 15kg、成本 100 元，电机效率 83.3%。今欲生产一台 16kW 电机，问电机定子铁心长、质量、成本、效率有何变化？

由式(2-19)知道容量增加到 2<sup>4</sup> 倍，则定子铁心长应增到 2 倍。由式(2-20)、(2-21)、(2-22) 知电机质量、成本、总损耗增到 8 倍。此台新电机定子铁心长 20cm，质量为 120kg，成本 800 元，根据效率的定义有

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \quad (2-24)$$

式中  $\eta$  —— 效率； $P_2$  —— 输出功率，单位为 kW； $P_1$  —— 输入功率，单位为 kW。

输入功率应等于输出功率与电机总损耗之和即

$$P_1 = P_2 + \Sigma p \quad (2-25)$$

由式(2-24)、(2-25)得下式

$$\Sigma p = P_2 \left( \frac{1}{\eta} - 1 \right) \quad (2-26)$$

将  $P_2$  等于 1kW，效率等于 83.3% 代入上式得 1kW 电机总损耗为 0.2kW。16kW 电机之总损耗应为 1.6kW。16kW 电机总输入为 17.6kW。电机效率为 91%。

这台 16kW 电机单位功率有效材料消耗量、单位功率分摊的电机成本、单位功率相应的电机损耗按(2-23)式计算得系数为 1/2。其意义是 16kW 电机每一千瓦之成本 (800 元/16kW = 50 元/kW) 为 1kW 电机每一千瓦成本 (100 元/1kW = 100 元/kW) 之一半。在这个例题中计算式(2-23)时  $P'$  代入 16 正好和该电机的千瓦数相等，实际上认为 16 这个数字是 16 千瓦电机的容量的标么值更为确切，其基值为和它进行比较的那台几何相似的电机的容量，即 1kW 之电机。

我们问做一台 32kW 电机，其单位容量成本为 16kW 电机的多少倍？以 16kW 为基准，32kW 之标么值应为 2，代入  $P'$  等于 2 则计算式(2-23)得系数为 0.84。即 32kW 单位容量成本为 16kW 相应值的 0.84 倍。

电机容量越大其单位容量成本越低，效率越高。这是一个非常重要的结论。如果某

单位需要一台 16kW 的电机，它不会买 16 台 1kW 的电机实行串并联运行，而一定买一台 16kW 电机。这样，购买一台电机费用可以比买 16 台小电机节约一半，运行效率高 8%，每月可节约电费 8% 左右。这就促使电机制造行业单机容量越做越大。这不是为了追求高技术水平，而是为了适应经济建设发展的需要，并在竞争中获取较高的经济效益。

我们在第一节中谈到主要尺寸与电机容量关系时强调式(2-13)所反映的规律。即几何相似的电机，其容量正比于几何尺寸的立方。而在本节式(2-19)却说明电机容量正比于几何尺寸的四次方。为什么会有这么大的差异呢？关键在于两个不同公式的前提假设条件不一样，应用范围不一样，两个公式在自己的应用范围都是正确的。

式(2-13)假设两台电机的  $A$ 、 $B_s$  不变；而式(2-19)假设两台电机电密  $J$  及  $B_s$  不变。 $A$  与  $J$  是相互关联的两个不同的参数。分析一下  $A$  与  $J$  有什么函数关系，即可解释此两个公式的差异产生的原因。

本节例题中已确定当容量变化 16 倍时，几何尺寸增到 2 倍。定子绕组匝数不变时，定子电流增到  $k^2$  倍也就是 4 倍。定子铁心内径增到  $k$  倍也就是 2 倍。将这些参数的变化代入式(2-5)可以得出线负荷将增到  $k$  倍。我们将式(2-12)改写成

$$D_{nh}^2 l_{eff} A = \frac{8.6 k_B}{K_{dp1} B_s \eta \cos \varphi} \frac{P_H}{n_1} \times 10^7 \quad (2-27)$$

当线负荷  $A$  和几何尺寸按同一比例  $k$  变化时，我们说容量正比于几何尺寸变化倍数  $k$  的四次方。这和式(2-19)所得结论完全一致。这样我们知道当线负荷为常数时应运用式(2-13)来分析问题。例如讨论容量不变为一个常数时，线负荷基本不变，电机体积随电机转速按什么规律变化？应用式(2-13)很明确地说明电机体积与电机同步转速成反比。但讨论电机转速不变，电机容量与电机体积按什么规律变化时，因电机的线负荷在实际生产中基本上是随电机几何尺寸成正比变化的，应用式(2-19)就很容易得出正确结论。

### 第三节 主要尺寸的合理选择

公式(2-12)的右边的参数都应是已知数，其中  $P_H$ 、 $n_1$ 、 $\cos \varphi$ 、 $\eta$  或为使用单位提出，或是国家标准给定， $A$ 、 $B_s$  有经验数值作参考，变动范围不大； $k_B$ 、 $K_{dp1}$  基本是常数，很容易由式(2-12)计算得出  $D_{nh}^2 l_{eff}$  的数值。可是这个公式的计算结果并没有给出  $D_{nh}$ 、 $l_{eff}$  等于多少。 $D_{nh}$  与  $l_{eff}$  可以有无穷多的组合满足  $D_{nh}^2 l_{eff}$  等于常数。举例如下：

有一台电机解得  $D_{nh}^2 l_{eff} = 1000$

$$\text{解 1 } D_{nh} = 10; l_{eff} = 10 \quad \text{解 2 } D_{nh} = 1; l_{eff} = 1000 \quad \text{解 3 } D_{nh} = 10\sqrt{10}; l_{eff} = 1$$

从原理上讲以上三组解都能做出同一固定容量的电机，而且材料消耗应该相差不多，实际则不然。解 1 为生产上经常采用的正常方案。以此作基础我们比较解 2 所代表的方案，此方案转子为细长型，在机械结构、转轴的强度刚度上就通不过，肯定会使电机转子与定子相摩擦。由于  $D_{nh}^2 l_{eff}$  反映了定子内圆柱体积，所以很容易使人认为以上 3 组解应该具有同样的有效材料消耗量，这个说法是错误的。还是以解 2 的方案与解 1 的方案进行对比。解 2 的极距减至 0.1 倍，有效长增至 100 倍，气隙导磁截面积增至 10 倍。为保证额定

电压值不变，定子绕组匝数应减至 0.1 倍。额定电流不变。将解 2 中铁心内径及绕组匝数的变化代入式(2-5)即知线负荷  $A$  没有变化，电机定子绕组直线部分总长度( $2m_1W_1l_{\text{eff}}$ )增至 10 倍；绕组电密不变，导体导电截面积不变，则绕组直线部分体积及质量均增至 10 倍；同理转子铝条的质量也应增至 10 倍。以上分析仅适用于绕组部分，铁心部分的有效材料消耗是否对 3 组解有一个共同的数值呢？这也是不可能的。 $D_{\text{in}}^2 l_{\text{eff}}$  是同一个数只能说明转子铁心有效材料消耗量相同。反映电机铁心消耗量的函数为  $D_{\text{in}} l_{\text{eff}}$ ，其中  $D_{\text{in}}$  为定子铁心外圆直径。我们还是将解 2 的数值与解 1 相比较。若定子槽数不变，定子匝数减至 0.1 倍，且导体线径不变则每槽槽面积也应降至 0.1 倍才能保证槽满率不变。为保证定子齿磁密不变则定子齿宽降为 0.1 倍，定子槽宽也应降至 0.1 倍，这时只有槽高不变才能保证槽满率不变。若第 1 组解的  $D_{\text{in}}:D_{\text{in}} = k$  则反映其电机铁心材料消耗量的函数为  $k^2 D_{\text{in}}^2 l_{\text{eff}}$ 。第 2 组解内径变小至 0.1 倍但定子槽高不变其相应的比值  $D_{\text{in}}:D_{\text{in}} = k_1$ 。 $k_1$  一定大于  $k$ 。反映第 2 组解的定子铁心材料消耗量函数为  $k_1^2 D_{\text{in}}^2 l_{\text{eff}}$ 。第 2 组解的用铁量一定要增加。

与上面分析类似，可以得出第 3 组解与第 1 组解相比较定子绕组匝数增至  $\sqrt{10}$  倍，定子绕组直线部分用铜量和转子导条用铝量均降至  $1/\sqrt{10}$  倍。电机用铁也会有一定的减少。这些都是第三组解的优越性，该方案的缺陷在于端盖，轴，轴承的直径都随定子内径成正比增长，这会使结构材料的消耗大幅度增加。更严重的是定子绕组端部铜线的用量急剧上升。由于定子内径增至  $\sqrt{10}$

倍、电机的极距增至  $\sqrt{10}$  倍，从图 2-1 看出线圈跨距  $\beta\pi$  与线圈端部展开长  $l_s$  亦增至  $\sqrt{10}$  倍。绕组匝数增至  $\sqrt{10}$  倍，每一匝端部长又增至  $\sqrt{10}$  倍则电机全部定子绕组端部总展开长，也就是绕组端部用铜量增至 10 倍。因为一般电机中绕组端部用铜量不小于绕组直线部分用铜量，所以端部用铜量的大幅度增加肯定会抵消了绕组直线部分用铜量的节约而导致电机总用铜量仍有较大幅度的增加。下面以解 1 与解 3 相比较说明此问题。当电机为 4 极电机，采用整距绕组即图 2-1 中之  $\beta$  等于 1，一般假设  $\alpha$ （见图 2-1）为  $45^\circ$ 。此时解 1 之  $l_s$  应表示为  $\frac{\pi D_{\text{in}}}{4 \cos 45^\circ}$ ，代入  $D_{\text{in}} = 10\text{cm}$ ，则得  $l_s$  等于  $11.1\text{cm}$ 。它比直线长度  $10\text{cm}$  略大一些。但对解 3 来讲  $l_s$  增至  $35.1\text{cm}$  而直线长减至  $1\text{cm}$ ，显然可得出结论此时直线部分用铜量相对端部讲可以被忽略。解 1 的定子绕组总展开长  $\Sigma l$  表示式为  $2m_1W_1(l_{\text{eff}} + l_s) = 2 \times 21.1m_1W_1$ 。而对解 3 来讲  $\Sigma l$  约等于  $2 \times 36.1m_1 \times \sqrt{10} W_1$ 。因此解 3 的用铜量虽然直线部减少了但总用铜量仍增至解 1 的  $36.1\sqrt{10}:21.1$  倍即 5.41 倍。

再来看解 2 的总用铜量。我们知道虽然其绕组直线部分用铜量增加了但端部用量减少了其相应的  $\Sigma l = 2m_1 \times 0.1W_1(1000 + 1.1)$ 。相对解 1 来讲其总用铜量仍增至  $0.1 \times 1001.1:21.1$  即 4.74 倍。此时之情况与解 3 正好相反即相对直线部分来讲端部用铜量可忽略不计。从以上分析我们看出用铁量的变化随  $D_{\text{in}}$  的增加而减少，可是用铜量的变化随  $D_{\text{in}}$  的变化有一极小值存在。下面求这个极值。已知

$$V_{\text{cu}} = \sum i S_{\text{cu}} \quad (2-28)$$

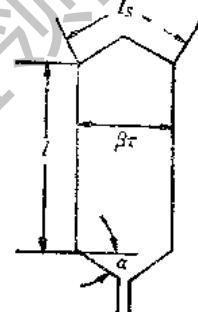


图 2-1

式中  $V_{Cu}$ ——定子绕组铜线体积, 单位为  $\text{cm}^3$ ;  $\sum l$ ——定子绕组总展开长, 单位为  $\text{cm}$ ;  
 $S_{Cu}$ ——定子绕组导线截面积, 单位为  $\text{cm}^2$ 。

$$\sum l = (l + l_s) \times 2m_1 W_1 \quad (2-29)$$

式中  $l$ ——定子绕组导体直线部分长, 数值与  $l_{eff}$  基本相同, 单位为  $\text{cm}$ ;  $l_s$ ——定子绕组导体端部展开长, 单位为  $\text{cm}$ ;

$$l_s = \beta \tau_p \frac{1}{\cos \alpha} \quad (2-30)$$

式中  $\beta$ ——绕组短距比;  $\alpha$ ——绕组端部联线角度。

整理式(2-28)、(2-29)、(2-30)、(2-4)得

$$V_{Cu} = 2m_1 W_1 S_{Cu} \left( l_{eff} + \frac{\beta \pi D_{ii}}{p \cos \alpha} \right) \quad (2-31)$$

因为  $D_{ii}^2 l_{eff} = C, A, B_t, n_1, P_H$  固定时,  $C$  为一个常数, 可将  $l_{eff}$  表为

$$l_{eff} = \frac{C}{D_{ii}^2} \quad (2-32)$$

将式(2-32)、(2-6)代入式(2-31)整理得

$$\begin{aligned} V_{Cu} &= 2m_1 \frac{A \pi D_{ii}}{2m_1 I_1} \left( \frac{C}{D_{ii}^2} + \frac{\beta \pi D_{ii}}{p \cos \alpha} \right) S_{Cu} \\ &= \pi S_{Cu} \frac{A}{I_1} \left( \frac{C}{D_{ii}^2} + \frac{\beta \pi}{p \cos \alpha} D_{ii} \right) \end{aligned} \quad (2-33)$$

从(2-33)式中看出  $V_{Cu}$  是  $D_{ii}$  的函数, 欲求极值只需将式(2-33)对  $D_{ii}$  微分, 即可得

$$\frac{dV_{Cu}}{dD_{ii}} = \pi S_{Cu} \frac{A}{I_1} \left( -\frac{C}{D_{ii}^3} + \frac{\beta \pi}{p \cos \alpha} \times 2D_{ii} \right) \quad (2-34)$$

因为容量固定不变, 则电压、电流固定不变;  $A, B_t$  固定不变则  $D_{ii}^2 l_{eff}$  固定不变; 电密不变则  $S_{Cu}$  不变。所以在微分过程中  $\pi S_{Cu} \frac{A}{I_1}$  按常微处理。

令式(2-34)中  $\frac{dV_{Cu}}{dD_{ii}} = 0$ , 即

$$\left( -\frac{C}{D_{ii}^3} + \frac{2\beta \pi}{p \cos \alpha} D_{ii} \right) = 0$$

将  $C = D_{ii}^2 l_{eff}$  代入上式得

$$-l_{eff} + \frac{2\beta \pi}{p \cos \alpha} D_{ii} = 0 \quad (2-35)$$

解上式得

$$l_{eff} = \frac{2\beta \pi}{p \cos \alpha} D_{ii} \quad (2-36)$$

将上面例题中的 4 极整距绕组的  $\alpha = 45^\circ$  代入式(2-36), 得

$$l_{eff} = \frac{2\pi}{4 \sqrt{2}} D_{ii} = 2.22 D_{ii}$$

由以上可看出，第1组解最接近用铜量最少的极值点。第2、3组解远离此极值点。

当电机主要尺寸满足式(2-36)的要求时，定子线圈的跨距 $\beta\tau$ 及导体直线长度 $l$ (如图2-1所示)，也会有一个相应的合理比值。为求取这个合理比值，我们将式(2-4)代入式(2-36)得

$$\frac{l_{\text{eff}}}{\tau_p} = \frac{2\beta}{\cos \alpha} \quad (2-37)$$

我们认为式(2-37)所反映的比值更具有普遍意义。 $l_{\text{eff}}$ 就相当于绕组直线部分长， $\tau_p$ 相当于绕组两直线边的跨距。不论电机容量大小，极数多少，当绕组接近最佳比时，此比值按式(2-37)计算，当 $\beta$ 近似0.8， $\alpha$ 近似 $45^\circ$ 时，此比值约为2.26。即不论电机容量大小，极数多少，从单个线圈看，其尺寸比例均与图2-1相似。式(2-37)所代表的尺寸比例只就最小定子用铜量来讲是合理的。对转子鼠笼来讲这个比例肯定不会满足最小用铝量的要求，当然对铁心来讲这个比例也不会反映最小用铁量。因为铜线是电机内最贵的材料，所以一般电机要降低造价，其尺寸比例应与式(2-37)所要求之比值相差不多。

### 第三章 异步电动机定、转子槽数、槽形的 选择及气隙的确定

#### 第一节 定子槽数、槽形的确定

确定定子槽数的原则是使电机电气性能好，制造工艺简单。当电机采用复式冲模时，定子全部槽形一次冲制完成，槽数增多肯定会增加冲模制造的工艺复杂性，也就是增加了模具成本。槽数增多导致线圈个数与槽绝缘消耗量的相应增加，增加了线圈绕制与下线的工时，也就增加了电机制造成本。但是槽数多，磁势、电势波形好，减少附加损耗，提高效率。槽数多，线圈与铁心的导热面积增加，加强线圈散热能力，降低线圈温升。一般来说，电机定子槽数较多，电气性能好，但制造成本要增加。槽数较少时，对电机性能的影响与上述结论恰恰相反。所以在一般异步电动机中每极每相槽数  $q$  大于等于 2。

定子槽形主要取决于线圈的形状。当高压电机线圈采用成形绕组硬元件时，线圈的横截面均做成矩形，电机槽形也应为矩形，分为开口槽与半开口槽两种如图 3-1(a) 与图 3-1(b) 所示。

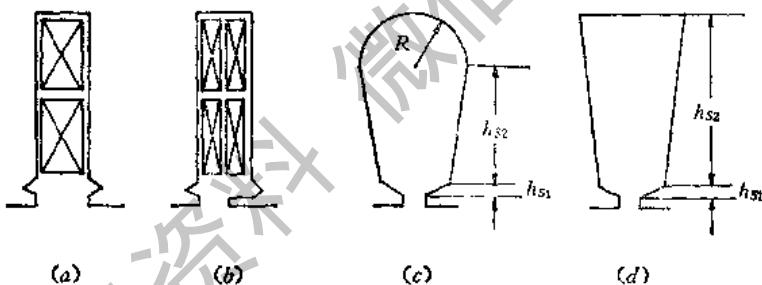


图 3-1

为了减小槽的开口尺寸可采用半开口槽，其槽口宽度可降为矩形槽宽的一半，这样可改善气隙磁场波形，减小附加损耗。但为了下线方便，每个槽内要放置四个元件边，这当然要增加下线工时。

当电机为低压电机、定子线圈为散下线软绕组时，采用梨形槽或梯形槽如图 3-1(c) 与图 3-1(d) 所示。这种槽形叫半闭口槽，设计时应调整槽形所对应的中心角度，保证铁心齿部导磁面积是均匀的，称为平行齿、梯形槽。这种槽形保证铁心齿部磁通密度是均匀的，没有过饱和点，这对于降低激磁电流和降低铁损均会带来好处。当槽形为矩形槽时，它是平行槽梯形齿。齿部磁密随槽高方向是变化的，过饱和点出现在槽口部分，这就限制了铁心齿部的充分利用。

半闭口槽槽的开口一般大于两根导线的直径，约为 2~3 根导线直径。开口太小时，下线很困难。梨形槽冲模强度好。梯形槽槽底处之尖角应以小过渡圆角代替，即使如

此，凹模热处理，或冲制加工时，此处内应力较大，易破坏。

## 第二节 转子槽数的确定

转子槽数选择主要考虑问题是当定子槽数确定之后，定子绕组齿谐波磁势的谐波次数也就确定了，在此条件下若转子槽数选择不当就可能使定、转子齿谐波磁势具有相同的极数，产生一系列的谐波转矩，其后果是减小起动转矩及最小转矩，增加损耗振动及噪声，严重的情况下会使电机卡在某一低转速下不能正常起动，导致电机烧毁。

电机内部有各种次数的谐波磁场，因电机绕组采用分布短矩的措施，所以除齿谐波之外的其它次数谐波的磁势幅值均被极大地削弱了。由于齿谐波绕组系数等于基波绕组系数，所以齿谐波磁势相当强，是电机内产生谐波转矩的主要因素。尤其在开始起动时，起动电流是额定电流的5~7倍，这时齿谐波磁势也较额定运行时增加同一倍数。除齿谐波磁势产生齿谐波磁通之外，由于定、转子有齿有槽，气隙磁阻是不均匀的，磁阻变化为周期性函数，即使在正弦波基波磁势作用下，在气隙中所产生的磁密波也不是正弦分布的。除基波磁密波之外，还有齿谐波次数的谐波磁密随之而产生。这部分齿谐波磁密的幅值是定、转子基波磁势合成产生的，随基波磁密幅值变化而变化。起动时，基波磁密幅值不大，此部分磁密幅值也不大。下面主要讨论由谐波磁势所产生的谐波磁场的作用。

### 一、附加同步转矩

我们知道定子第一次齿谐波的次数为 $\nu_1$

$$\nu_1 = \frac{2Q_1}{P} \pm 1 \quad (3-1)$$

式中  $Q_1$ ——定子齿数。

式(3-1)中正号代表正转的谐波次数，负号代表反转的谐波次数。

同理，转子第一次齿谐波的次数为 $\nu_2$

$$\nu_2 = \frac{2Q_2}{P} \pm 1 \quad (3-2)$$

式中  $Q_2$ ——转子齿数。

首先举例说明什么是附加同步转矩。有一个电机的 $Q_1$ 与 $Q_2$ 恰好相等且转子为直槽。从式(3-1)与式(3-2)知道 $\nu_1$ 等于 $\nu_2$ 。就是说，定子齿谐波正转磁势与转子齿谐波正转磁势极数相等，转向相同。在起动瞬间当转子尚未转动时，这两个正转谐波转速也是相同的。对定、转子反转齿谐波，以上结论依然正确。这样一对极数相同，转向、转速相同的谐波作用的结果就会产生转矩。现以示意图分析此转矩。图3-2(a)表示接通电源，起动转子尚未得及转动之瞬时，定子齿谐波北极 $N_1$ 与转子齿谐波南极 $S_2$ 一一对应，当然定子齿谐波南极 $S_1$ 与转子齿谐波北极 $N_2$ 也一一对应，这相当于定子齿中心线对准转子齿中心线。这时谐波磁通磁力线垂直于定、转子表面，磁拉力只有径向分量没有切向分量，没有转矩。这就相当于同步机处于功率角等于零度时所对应的物理状态，同步转矩等于零。此时基波磁势所形成的基波起动转距肯定是正转的。在基波起动转距作用下，转

子开始向前转动,当转子有一个微小的角位移  $\theta_1$  时,如图 3-2(b) 所示,转子磁极  $S_1$  向前移动,磁力线开始倾斜,磁拉力有切向分量

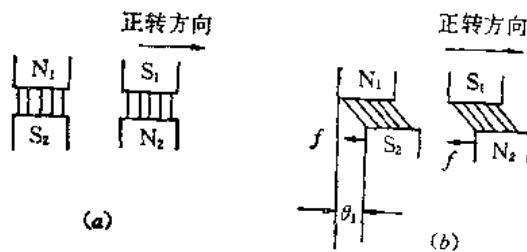


图 3-2

$f$  存在,此切向分量所产生的转矩相对基波起动转矩而言为制动转矩,这就叫作附加同步转矩。当此转矩小于基波起动转矩时转子角位移  $\theta_1$  角会继续增大,此时附加同步转矩亦相应增加。发展下去有两种可能性:第一种可能性是,因基波起动转矩与  $\theta_1$  角无关在电压恒定时是一个常数,

而附加同步转矩和以齿谐波电角度表示的  $\theta_1$  角成正弦函数关系。当附加同步转矩最大值(对应的  $\theta_1$  角为  $90^\circ$  时)大于基波起动转矩时,电机起动不了,电机转子位于一个特定的  $\theta_1$  角处静止不动,此时基波起动转矩等于附加同步制动转矩。第二种可能性是,当基波起动转矩大于附加同步转矩最大值时,电机慢慢转起来,在开始旋转时起动转矩是  $\theta_1$  角的函数,形成起动转矩波动,有一个最小起动转矩,这就降低了起动性能。当电机旋转起来以后,定、转子齿谐波磁势极数、转向仍然相同,但转子齿谐波是在转子旋转速度的基础上再叠加一个谐波转速,其与定子齿谐波旋转速度相比大得多了,这时只能产生交变转矩,只会引起电机的扭振,而不会产生一定常数值的同步附加制动转矩。

上述例子很特殊,但很直观,可以理解为齿与齿通过磁力线互相拉住。下面再举一个比较一般的例子。一台电机极数  $P$  等于 4, 定子齿数  $Q_1$  等于 24, 转子齿数  $Q_2$  等于 28。起动时,发现这台电机卡在  $n_1/7$  处,转速上不去了,这是什么原因呢? 我们用附加同步转矩的产生条件来分析这个问题。由式(3-1)知  $\nu_1 = 11, 13$ 。由式(3-2)知  $\nu_2 = 13, 15$ 。

从以上计算得到启发,对于这台电机,13 次谐波既是定子齿谐波,也是转子齿谐波,这两个齿谐波极数相同,转向相反。定子齿谐波转速  $n_{s1}$  为  $n_1/13$ , 正转, 其相对定子机座的转速是一个常数。转子齿谐波是反转的, 反转的意义是表示它与转子基波旋转磁场的方向相反。其转速是基波转速的  $1/\nu$ , 转子基波磁势相对转子坐标系统其转速为滑差转速  $n_{s2}$ , 有

$$n_{s1} = sn_1 \quad (3-3)$$

式中  $n_{s1}$  —— 转子基波磁势相对转子坐标系统的相对转速, 单位为  $r/min$ ;  $s$  —— 电机转差率;

由式(3-3)及谐波转速与基波转速的关系,我们知道转子 13 次谐波相对转子坐标系统的相对转速为  $-sn_1/13$ 。转子相对定子坐标系统的转速为  $n_s$ ,  $n_s = (1 - s)n_1$ 。由此可知转子 13 次反转谐波相对定子坐标系统的转速为  $n_{s2}$ , 有

$$n_{s2} = n + \left( -\frac{sn_1}{13} \right) \quad (3-4)$$

将转差率  $s = \frac{n_1 - n}{n_1}$  的定义代入上式得

$$n_{s2} = \frac{14n - n_1}{13} \quad (3-5)$$

若要使定、转子13次齿谐波在电机内同步旋转。也就是相对静止，必须满足条件

$$n_{st} = n_s \quad (3-6)$$

又知  $n_s = n_1/13$ ，将之与式(3-5)一起代入式(3-6)得

$$\frac{n_1}{13} = \frac{14n - n_1}{13} \quad (3-7)$$

解式(3-7)可得电机转速  $n$  为一个特定值，对这个例题  $n = n_1/7$ ，只在此转速下才会产生附加同步转矩，这就是为什么这台电机卡在  $n_1/7$  转速下起动不了的原因。当电机转速不是这个特定转速时，转子13次谐波相对定子的转速与定子谐波转速不一致，有瞬时转矩而无稳态平均转矩，是交变转矩的性质。也就是说这台电机若能起动，额定运行时性能正常。这一点也可从此电机实测机械特性曲线看出。图 3-3 表示电机转矩与转速的曲线关系。在曲线上可看到当  $n = n_1/7$  时，力矩曲线有一个垂直陡降的凹坑，这就是典型的附加同步转矩影响。当凹坑所形成的最小起动转矩小于起动时的负载转矩时，则电机卡在  $n_1/7$  转速下运行。

现在总结一下附加同步转矩产生的条件。定子磁势有空间高次谐波，其转速固定不变；转子滑差频率电流产生转子磁势也有空间高次谐波，其转速是转子转速的函数。当定、转子磁势具有相同极数的谐波磁势且这两个极数相同的谐波磁势在转子某一特定转速下可具有相同的转速时，这两个谐波磁势产生的转矩按同步电机的转矩-功率角特性变化，这个转矩就是附加同步转矩。

如上所述，我们知道第一个例题中产生附加同步转矩的特定转速为  $n$  等于零。第二个例题中产生附加同步转矩的特定转速为  $n$  等于  $n_1/7$ 。

附加同步转矩对运行不利，如何避免呢？我们知道只要电机的定、转子齿谐波没有相同的次数，电机定、转子齿谐波磁场就不会出现相同极数。所以要避免发生附加同步转矩就要控制定、转子槽数的配合关系，简称为槽配合问题。其数学分析方法如下。

为避免产生相同齿谐波极数则应满足

$$q_1 \neq q_2 \quad (3-8)$$

将式(3-1)、(3-2)代入上式得

$$\frac{2Q_1 \pm 1}{p} \neq \frac{2Q_2 \pm 1}{p} \quad (3-9)$$

解上式得

$$Q_1 \neq Q_2 \quad (3-10)$$

$$Q_1 \neq Q_2 \pm p \quad (3-11)$$

第一例违反式(3-10)的限制，故在起动点卡住。第二例违反式(3-11)的限制，故在  $n_1/7$  处卡住。

谐波不仅有一阶齿谐波，还有高阶齿谐波而且电机内部还会有大量的非齿谐波的谐波存在。式(3-10)及(3-11)只保证定、转子一阶齿谐波无相同极数，并不能保证电机定、转子边所有谐波均无相同极数。电机内部肯定会有若干对谐波在若干个特定转速下产生

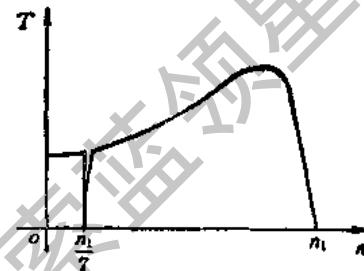


图 3-3

附加同步转矩。对这些转矩应尽可能减小其幅值。措施为适当增大气隙，减小谐波磁密，减小附加同步转矩。定子直槽，转子斜槽，这样沿轴向长度定、转子谐波磁势所夹之角度连续变化不再是一个常数，转子槽相对定子槽扭斜得越厉害，功率角  $\theta_1$  沿轴向长度变化范围越大；当  $\theta_1$  角变化范围为  $2\pi$  时，附加同步转矩有可能趋于零。

## 二、附加异步转矩

先从一个具体的例子出发来研究附加异步转矩问题。一台电机的极数为 2，定子槽数  $Q_1$  为 12，转子槽数  $Q_2$  为 26。

还是以定子齿谐波 13 次谐波为例来进行分析：从图 3-4 中可看出某一瞬间转子导条与定子 13 次谐波磁势  $F_{13}$  的相对位置关系。起动过程中导条与磁场有相对运动，第一根导条切割 N 极幅值磁密时，第二根导条切割 S 极幅值磁密。这两根导条产生谐波电势形成回路电流，相当转子一个谐波磁极。依此类推，2、3 根导条组成回路，流过回路电流，形成另一个磁极，其磁极极性与 1、2 导条所形成之磁极极性相反，这样 26 根导条形成 26 个极与定子 13 次谐波的极数完全一致。我们将此谐波磁势的作用理解成定子基波为 26 极的一台电机，转子 26 槽。此电机机械特性曲线如图 3-5(a) 所示。图中  $T_{13}$  为 13 次谐波的电磁转矩，其同步速为  $n_1/13$ ， $n_1$  为两极机同步速。转速小于  $n_1/13$  时电机为电动机运行状态。转速大于  $n_1/13$  时电机为发电机运行状态。图 3-5(b) 表示本例题两极机的机械特性曲线， $T_1$  为基波电磁转矩。图 3-5(c) 表示电机基波与 13 次谐波共同作用的合成机械特性曲线。 $\Sigma T$  表示合成电磁转

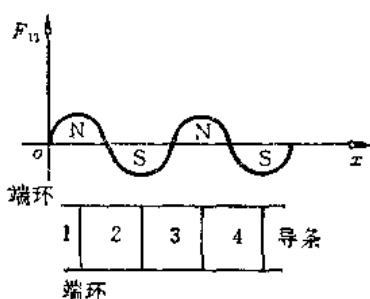


图 3-4

第一根导条切割 N 极幅值磁密时，第二根导条切割 S 极幅值磁密。这两根导条产生谐波电势形成回路电流，相当转子一个谐波磁极。依此类推，2、3 根导条组成回路，流过回路电流，形成另一个磁极，其磁极极性与 1、2 导条所形成之磁极极性相反，这样 26 根导条形成 26 个极与定子 13 次谐波的极数完全一致。我们将此谐波磁势的作用理解成定子基波为 26 极的一台电机，转子 26 槽。此电机机械特性曲线如图 3-5(a) 所示。图中  $T_{13}$  为 13 次谐波的电磁转矩，其同步速为  $n_1/13$ ， $n_1$  为两极机同步速。转速小于  $n_1/13$  时电机为电动机运行状态。转速大于  $n_1/13$  时电机为发电机运行状态。图 3-5(b) 表示本例题两极机的机械特性曲线， $T_1$  为基波电磁转矩。图 3-5(c) 表示电机基波与 13 次谐波共同作用的合成机械特性曲线。 $\Sigma T$  表示合成电磁转

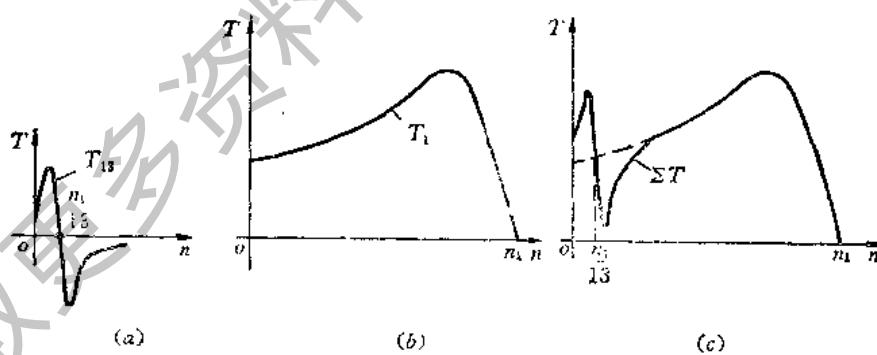


图 3-5

矩。 $\Sigma T$  为  $T_1$  与  $T_{13}$  之和。从图 3-5(c) 中明显看出当转速大于  $n_1/13$ ，且在  $n_1/13$  附近出现一个转矩凹坑使起动过程中出现最小转矩，就有可能使电机卡在此转速起动不了。这个 13 次谐波所形成的转矩  $T_{13}$  叫作附加异步转矩。我们最关心的是由于  $T_{13}$  所形成的合成转矩凹坑的作用。

附加异步转矩产生的条件与特征为：转子导条切割定子某一次谐波磁场，产生谐波电势、电流，形成相同极数的转子磁势，此磁势与原来的定子磁场同步旋转相互作用，结果

产生附加异步转矩。此转矩与转速的关系符合异步电机机械特性函数关系，这个异步转矩在任何转速时均存在一个稳定的数值。

我们再来看一看 11 次谐波有什么影响呢？图 3-6(a)画出 11 次谐波所产生的附加异步转矩  $T_{11}$  的机械特性。图 3-6(b)表示  $T_{11}$  与基波转矩  $T_1$  合成的  $\Sigma T$  机械特性曲线。由此图明显看出，11 次谐波所形成的转矩凹坑作用在电机的制动运行阶段，对电机起动性能没有太大的影响。只是使起动转矩略有降低。所以在研究附加异步转矩时首先要着重分析正转谐波的作用。

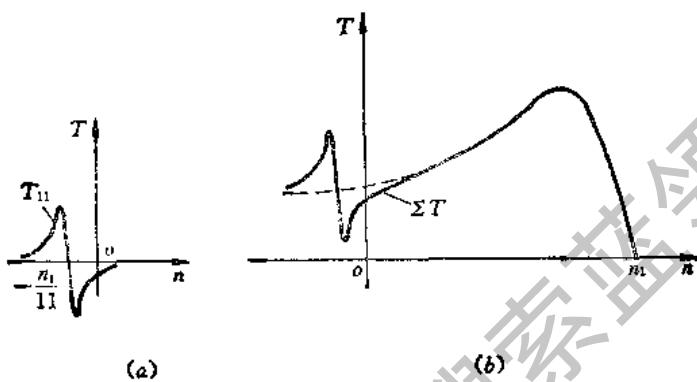


图 3-6

附加异步转矩与槽配合有什么关系？我们还是以上面的例题进行分析，将上例转子槽数由 26 改为 13，依然分析 13 次谐波的影响。参考图 3-4 可明确看出此时第一根导条切割 N 极磁密幅值，第二根导条也切割 N 极磁密幅值，同理 13 根导条分别切割 13 个 N 极磁密幅值，此 13 根导条的谐波电势大小相等，相位相同，虽然导条被端环短路，但因无回路电势差，所以没有回路电流产生，转子不产生谐波磁势，因此没有附加异步转矩产生。为了降低一阶齿谐波的附加异步转矩，要求转子槽数与定子槽数要相接近。针对一阶正转齿谐波可使转子槽数略大于定子槽数，但大得太多也不合适，一般采用经过生产实践考验的槽配合。当然转子槽数较定子槽数略少时，同样能降低一阶齿谐波异步转矩，这种方案在生产上也有应用。总的原则是定、转子槽数相近对削弱异步附加转矩有利。

电机内部所有谐波磁势，在任何转速下都会产生附加异步转矩。槽配合只能抑制一阶齿谐波的附加异步转矩。对其它次谐波转矩有没有削弱的方法呢？增大气隙是一个措施，但它受到电机性能的限制，调节幅度有限。斜槽的措施是非常可取的。我们将转子槽扭斜一个角度  $\alpha$ （如图 3-7(a) 所示），使转子槽在转子铁心轴向长度的两端扭斜的弧长为  $b_{sk}$ 。选择这个  $b_{sk}$  刚好等于 13 次谐波的两个极距。这时转子导条与定子 13 次谐波磁势在某一瞬时相对位置展开图如图 3-7(b) 所示。将导条分成两半，一半为 ab，一半为 bc。导条 ab 切割谐波磁密的 N 极，导条 bc 切割谐波磁密的 S 极。ab 导条切割电势肯定与 bc 导条的切割电势大小相等，相位差  $180^\circ$ 。导条 I 的谐波电势为 ab 导条与 bc 导条电势和，在此条件下应为零。同理，任一根导条电势均为零，则转子无谐波电流，就不产生谐波磁势，也就不会产生附加异步转矩。这个斜槽措施对其它的谐波电势、电流、转矩也会有相当大的抑制作用。所以斜槽在异步电机中广泛采用。针对一阶齿谐波，在一般电机中转子斜槽宽  $b_{sk}$  选为定子一个齿节距，这样对 11 次、13 次谐波的作用基本上

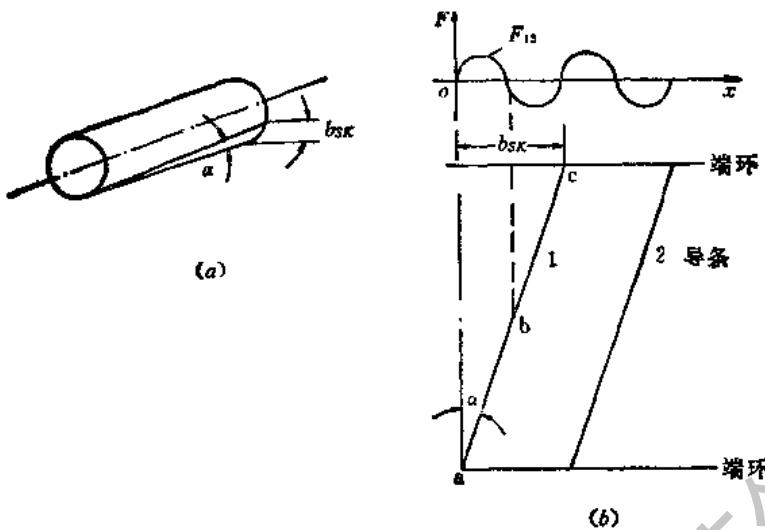


图 3-7

可以完全消除。斜槽是相对的,若转子直槽定子斜槽也可起到相同作用,只不过此时定子槽应较转子槽斜一个齿节距。

当电机在额定转速运行时,所有定子高次谐波相对转子导条都是反转的,这时所有谐波转矩都是制动性质的,这会增加电机附加损耗,降低电机性能。

### 三、单向振动力

先举一个例子来分析单向振动力产生的原因。图 3-8 绘出一个定子 4 极、转子 6 极的电机模型。当转子相对定子旋转时会有单向径向力产生。图 3-8(a)图示瞬间,  $N_1, S_2$  所受力为径向力  $f_1$ ,  $S_1, N_1$  所受电磁力合力为  $f_3$ ,  $N_3, S_3$  所受电磁力合力为  $f_2$ ,  $f_1, f_2, f_3$  所产生的力矩相互抵消。 $f_1$  大于  $f_2$  与  $f_3$  之和。所以电机转子此瞬时受一个径向垂直向下的力。转子转动 6 极空间电角度  $90^\circ$  也就是机械角度  $30^\circ$  后,定、转子磁极相对位置如图 3-8(b) 所示。同理分析可得此时单向径向力大小不变,但方向由垂直位置改为水平位置。转子再转过 6 极机  $90^\circ$  空间电角度  $S_3$  对准定子  $N$  极, 此时单向径向力改为垂直向上的方向。依此类推,当转子 6 极相对于 4 极定子旋转过 6 极的一对极后,单向径向力

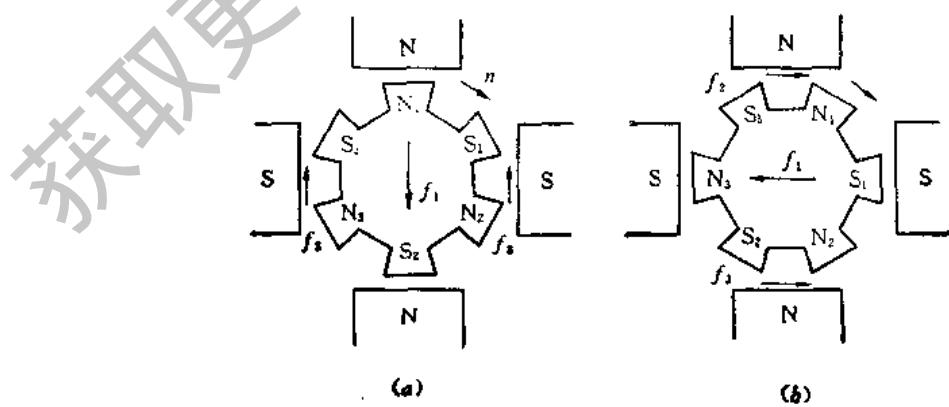


图 3-8

完成一个周期机械角度  $360^\circ$  的变化。普遍的结论是：当定子某一次谐波极数与转子某一次谐波极数相差为 2 时，转子相对定子相对转动一对极的空间角度时，单向径向力的方向在机械上完成一个周期  $360^\circ$  的变化。这个力当然会产生振动与噪声，应尽量避免。尤其对定、转子一阶齿谐波应避免使其相互作用发生此单向径向力。

定子一阶齿谐波总极数为  $(\frac{2Q_1}{p} \pm 1)p$ ，转子一阶齿谐波总极数为  $(\frac{2Q_2}{p} \pm 1)p$ 。为避免一阶齿谐波相互作用产生单向振动力，槽配合应满足下列不等式：

$$(\frac{2Q_1}{p} \pm 1)p \approx (\frac{2Q_2}{p} \pm 1)p \pm 2 \quad (3-12)$$

解上述不等式得

$$Q_1 - Q_2 \approx \pm 1 \quad (3-13)$$

$$Q_1 - Q_2 \approx \pm p \pm 1 \quad (3-14)$$

为了减小单向振动力采用斜槽依然是有效措施。

上面分析了附加同步转矩、附加异步转矩、单向振动力产生的条件及其避免措施，下面举一个具体例子来看一下槽配合的选择问题。一电机极数为 4 极，定子槽数为 24 槽，问转子槽数在近槽原则下有几种选择？

$Q_1$  等于 24，起动时有附加同步转矩存在，不能选用。 $Q_2$  等于 23、25 时不能满足 (3-13) 要求。 $Q_2$  等于 21、27 时不满足式 (3-14) 要求。 $Q_2$  等于 20、28 时不满足式 (3-11) 要求。 $Q_2$  等于 19、29 不满足式 (3-14) 要求。从近槽原则看只能是  $Q_2$  等于 22 或 26 槽，再远一点可取 18 或 30 槽。

### 第三节 转子槽形的确定

对于鼠笼式异步电动机，其槽形形式很多。考虑的主要问题如下：选择合适的槽形要有足够的转子槽面积以降低转子铜耗保证效率；保证转子齿、轭部有足够的导磁截面积；起动时要有足够的起动转矩，但起动电流却不能太大。一般小容量电机采用图 3-9 (a)、(b) 所示之梯形槽或梨形槽，均为半闭口槽。这两种槽形均为平行齿，齿部磁密分布均匀；槽面积可充分利用；电机效率较高；但起动力矩不大。对中容量电机多采用图 3-8 (c)、(d) 所示之深槽鼠笼槽形及凸形槽。深槽鼠笼槽形为一个倒梯形、转子槽底所对应的

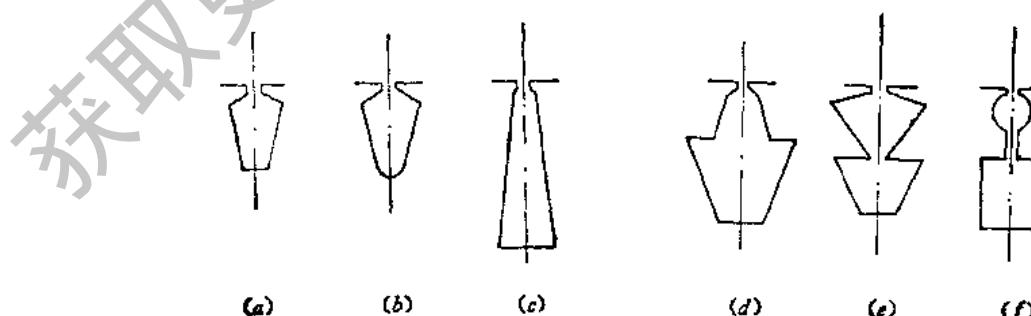


图 3-9

转子齿导磁面积有一个最小值，容易引起转子磁密过饱和问题。其优点在于起动时利用导条集肤效应使交流起动电阻大大高于运行时的转子电阻，这样很容易获得高起动转矩。为了使电机有较高起动转矩而又不会使转子槽底对应的齿磁密过饱和，可以采用图 3-9(d)所示凸形槽之槽形。为了进一步突出集肤效应，提高起动电阻的作用，在大容量电机中采用图 3-9(f)所示之双鼠笼槽形，上笼为圆形、装黄铜棒为起动笼；下笼方形，装紫铜条为运行笼。这样，起动时集肤效应将电流全部挤入上笼则小截面的黄铜棒电阻很大可使电机起动转矩很大，到了额定转速运行时黄铜棒与紫铜条并联运行。紫铜棒截面大，则电阻大大低于黄铜棒，负载电流主要分配在低电阻的下笼回路，此时电机转子电阻小，转子铜耗小，效率高。其缺点是槽形复杂，导条与端环处焊接工艺复杂。为了吸取双鼠笼的优点，可采用图 3-9(e)所示凸形槽。此槽形两个梯形中间有一狭窄的收缩处，可起到双鼠笼上、下笼之间的细长颈部的作用，增强集肤效应的影响。此槽形可采用铸铝转子，工艺简单。在分马力电机中有时采用圆形槽。有些地方为减小起动电流转子采用闭口槽。

对于绕线式的转子，槽形基本上以矩形槽为主。

#### 第四节 气隙的选择

气隙大小的选择对于电机性能及电机制造的工艺影响非常大。气隙大，气隙磁阻大，要求激磁电流大，电机功率因数偏低；但电机内部谐波磁场作用降低，附加损耗降低。气隙大，电机定转子结构配合部件的加工精度、同心度等都可适当降低要求，则节约了加工工时。反之，结论亦相反。气隙应尽量参考现有产品的尺寸选取。一般大容量、高转速电机取气隙较大。如无经验可参考，也可先接下面经验公式初步估算一下：

$$\delta \approx \frac{D_n}{100} \left( 1 + \frac{9}{2^{p^2}} \right) \quad (3-15)$$

式中  $\delta$ ——气隙。单位为 mm； $D_n$ ——电机定子内径。单位为 cm。

## 第四章 异步电动机磁路计算

### 第一节 概 述

电机内定、转子绕组有电流流过会产生磁动势，定、转子铁心冲片及气隙构成一个导磁的回路。磁动势有基波、谐波，且各有自己的旋转方向及速度。异步机气隙基本是均匀的，但由于定、转子冲片有齿有槽，在圆周方向气隙不再是均匀的了。要计算气隙及铁心各部分的磁通密度就需要计算一个三维空间交变电磁场问题。除了轴向靠近端部的两个很短的一小部分之外，电机轴向长度上各个横截面的磁场分布应该是一致的，因此计算一个二维平面场的问题就可以了。图4-1为4极机一对极的主磁通磁场分布示意图。定子为矩形槽，转子为圆形槽（图中省略未画出）。主磁通在径向方向经过定子齿部、气隙、转子齿部三部分磁路之后，经过定、转子轭部磁路进入相邻极。定子轭部a截面所对应的位置为正弦波基波磁密幅值的位置。一个极下的点磁通以8根磁力线表示。由于对称关系我们分析S极右半部4根磁力线就可以了解整个4极机平面场的全部情况。

首先看这4根磁力线的共同点。每根磁力线所形成的回路都穿过气隙两次，走过两个定子齿高的距离，走过两个转子齿高的距离，沿定子轭部走过一段弧长，再沿转子轭部走过一段弧长。所消耗的回路磁势是这个回路面积中所包括的定、转子全部电流值。由于对称关系，一般计算一个气隙，一个定子齿高，一个转子齿高，定、转子轭部一半弧长所消耗的磁势，这几部分磁势的总和对应于一个极的激磁磁动势。

这4根磁力线的区别在于：

- (1) 其所处位置的气隙磁密值是不相同的。
- (2) 所处位置的定、转子齿磁密值是不相同的。
- (3) 该磁力线所对应磁回路定、转子轭部磁路长度不相同，各处磁密也不相同。
- (4) 各磁回路磁动势不等。

对这些不同点进行进一步分析，以便于对整个磁场的物理性质有更深刻的了解。在分析过程中只考虑定、转子合成的基波磁动势。认为气隙均匀，磁路不饱和，铁心部分消

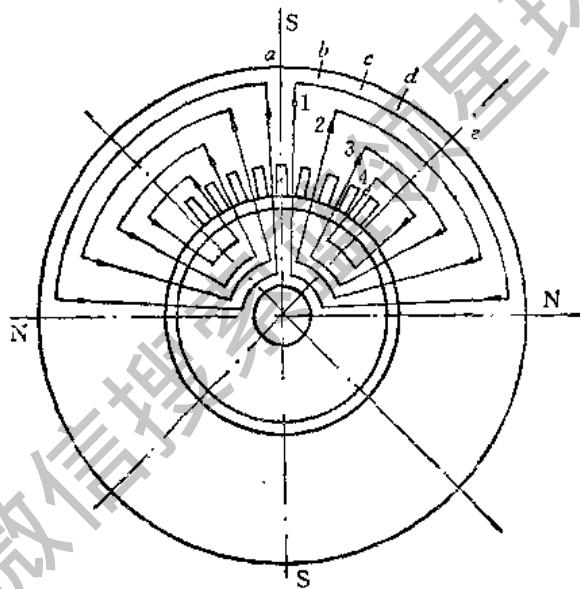


图 4-1

耗磁势相对气隙消耗磁势比例很小。

基波磁动势沿空间是正弦分布的。铁心不饱和磁势绝大部分降落在气隙上，气隙均匀，所以气隙磁通密度沿圆周也呈正弦分布。

每个齿的导磁面积是相等的，但进入每个齿的磁通量是不同的，气隙磁密高的地方进入齿部磁通量也大，齿磁密就高，因此我们说齿磁密与齿中心线处的气隙磁密成正比，也和正弦函数相对应。

轭部磁通量是指垂直于轭部导磁面积的磁通量。图4-1中a截面处气隙磁密最高，齿磁密也最高，轭部磁密为零。这是因为磁场对称的原因，没有任何一根磁力线穿越截面a。b截面只有第一根磁力线代表的磁通通过。c截面有两根，d截面有3根磁力线对应磁通通过。全部半个极的磁通以4根磁力线表示都通过截面e，但是e截面处对应的气隙磁密为零。若以a为坐标原点，气隙磁密可用余弦函数表示，即

$$B_s = B_1 \cos \alpha \quad (4-1)$$

式中  $B_s$ ——气隙磁密，单位为T； $B_1$ ——正弦分布磁密波幅值，单位为T； $\alpha$ ——空间电角度，单位为rad。

各截面轭部导磁面积相等，轭部磁密正比于轭部磁通量  $\Phi_e$ 。 $\Phi_e$  表示为

$$\Phi_e \propto \int_0^{\pi} B_s \cos \alpha d\alpha \quad (4-2)$$

由上式知  $\Phi_e$  为正弦函数分布。

通过以上分析得出如下结论：第一根磁力线对应气隙磁密最大值，定、转子齿磁密最大值，定、转子轭部磁路的全部长度。对应的磁动势为正弦波磁动势的幅值。这个幅值相应确定了激磁电流的大小。另外3根磁力线通过之路径不反映磁势、磁密、磁路长度的幅值，没有代表性。透彻分析第一根磁力线通过处之磁场参数，整个平面场就很清楚了。第一根磁力线相当于一个磁路，可以把平面场问题简化成一个磁路问题来处理。

磁路计算的目的是要知道各个部位在旋转磁场作用下最大磁密是多少？电机性能中激磁电流和铁损耗是由这些磁密幅值确定的。

## 第二节 异步电机主磁通的确定

要计算磁通密度就必须计算磁通量与导磁截面积。导磁截面积的计算是一个几何问题，这个问题在下面相应的章、节中很容易获得解决。这一节主要讨论每极主磁通量的确定。由式(2-1)可得

$$\Phi = \frac{E_1}{4.44 f W K_{d_p 1}} \quad (4-3)$$

$W$  为每相串联总匝数。每一匝由两个导体边组成，若以  $Z_{d_1}$  表示定子每相串联总导体数，则  $Z_{d_1}$  的根数应为匝数数值的两倍。即

$$Z_{d_1} = 2W \quad (4-4)$$

将(4-4)式代入(4-3)式得

$$\Phi = \frac{E_1}{2.22 f Z_{d_1} K_{d_p 1}} \quad (4-5)$$

假定电机主要尺寸,定、转子的槽数、槽形,定子绕组分布短距系数,每相串联导体数均已知。电机定子绕组漏阻抗也已计算出来(参数部分计算在下一章讲)。从式(4-5)可知关键是精确计算电势  $E_1$ 。异步机电枢电压平衡方程式为

$$\bar{U}_1 = -\dot{E}_1 + \bar{I}_1(R_1 + jx_1) \quad (4-6)$$

式中  $R_1$ ——为定子相电阻,  $x_1$ ——定子漏电抗。

将上式中相电流  $\bar{I}_1$  分解成有功分量  $\bar{I}_p$  及无功分量  $\bar{I}_R$ , 代入上式得

$$\bar{U}_1 = -\dot{E}_1 + (\bar{I}_p + \bar{I}_R)(R_1 + jx_1) \quad (4-7)$$

将上式展开得

$$\bar{U}_1 = -\dot{E}_1 + \bar{I}_p R_1 + j\bar{I}_p x_1 + \bar{I}_R R_1 + j\bar{I}_R x_1 \quad (4-8)$$

按上式作相量图为图 4-2。从相量图看出

$$U_1 = I_p R_1 - I_R x_1 = E_1 \cos \alpha \quad (4-9)$$

式中  $\alpha$ ——相电势与相电压相量的夹角;一般情况  $\alpha$  只有几度,  $\cos \alpha$  趋近于 1, 上式可简化为

$$U_1 = I_p R_1 - I_R x_1 = E_1$$

对上式取标么值并代入  $\bar{U}_1 = 1$  得

$$\begin{aligned} \bar{E}_1 &= \bar{U}_1 - \bar{I}_p \bar{r}_1 - \bar{I}_R \bar{x}_1 \\ \bar{E}_1 &= (1 - \bar{I}_p \bar{r}_1 - \bar{I}_R \bar{x}_1) \end{aligned} \quad (4-10)$$

式中  $\bar{I}_p, \bar{I}_R, \bar{r}_1, \bar{x}_1$ ——相应为有功电流、无功电流、定子电阻、定子漏电抗的标么值。

令  $(1 - \varepsilon_L) = (1 - \bar{I}_p \bar{r}_1 - \bar{I}_R \bar{x}_1)$ , 称其为满载电势系数, 则

$$E_1 = (1 - \varepsilon_L) U_1 \quad (4-11)$$

式中  $E_1$ ——满载电势。

计算式(4-10)及(4-11)可得电机额定负载运行时, 定子绕组主磁通感应电势。将此数值代入式(4-5)可得主磁通数值。

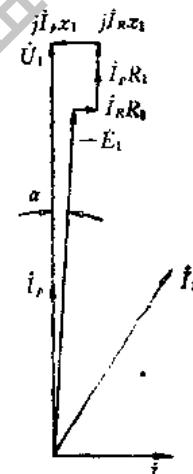


图 4-2

### 第三节 气隙磁通密度及气隙安匝计算

一个极下气隙导磁截面积为  $S_g$ :

$$S_g = \tau l_{\text{eff}} \quad (4-12)$$

式中  $\tau$ ——极距。为定子内圆每极分配到的弧长, 单位为 cm;  $l_{\text{eff}}$ ——气隙有效轴向长度, 考虑了铁心轴向的导磁边缘效应, 单位为 cm。

$$\tau = \frac{\pi D_n}{p} \quad (4-13)$$

$$l_{\text{eff}} = l + 2g \quad (4-14)$$

在小型异步电机中, 铁心没有径向通风沟时  $l_{\text{eff}}$  按(4-14)式计算, 其中  $l$  为铁心长,  $g$  为气隙长度。在大、中型异步电机中, 为加强定子铁心的冷却, 在定子铁心均匀设置径向通风沟, 此时转子铁心亦应有相应的径向通风沟,  $l_{\text{eff}}$  的计算可查阅参考文献[5]。

## 气隙磁密平均值

$$B_{\text{avg}} = \frac{\Phi}{S_t} \cdot 10^4 \quad (4-15)$$

在计算最大磁密值时,若波形为正弦波,则最大值为平均值的  $\pi/2$  倍,即

$$B_s = \frac{\pi}{2} B_{\text{avg}} \quad (4-16)$$

电机总有一定的铁心饱和现象。为了准确描述电机磁路的饱和程度,定义齿饱和系数(以符号  $F_T$  表示)为

$$F_T = \frac{AT_s + AT_{r1} + AT_{r2}}{AT_s} \quad (4-17)$$

式中  $AT_s, AT_{r1}, AT_{r2}$ ——分别为气隙最大磁密处气隙、定子齿部、转子齿部消耗磁势安匝数。

正弦波分布的磁场中,各个齿在同一瞬时磁密不同,饱和程度不同。气隙磁密最大值的地方,齿磁密也是最大值,这条磁路的饱和程度是整个磁场中最大的,因此也是最具有代表性的。在正弦波磁势作用下齿部磁密大的地方,齿部消耗磁势安匝按照饱和效应变化,留给气隙的磁势安匝就相对减小了,磁密波不再严格按正弦函数变化而是有平顶趋势。齿磁密小的地方可认为全部安匝都降落在气隙上,磁密分布仍按正弦函数变化。将

磁动势波  $F$  的分布波形与磁通密度波  $B$  的分布波形画于图 4-3。可明显看出磁势为正弦波而磁密波平顶的现象。 $F_T$  越大平顶越厉害。这时最大值磁密与平均值磁密的比值肯定不再为  $\pi/2$  了。定义磁密最大值与平均值之比为波幅系数,以符号  $F_s$  表示,即

$$F_s = \frac{B_s}{B_{\text{avg}}} \quad (4-18)$$

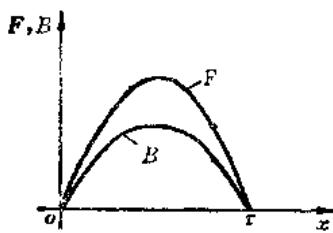


图 4-3

每一个特定的齿饱和系数,反应了特定的平顶程度,也就确定了特定的波幅系数。因此  $F_s$  是  $F_T$  的函数。将此结果画于图 4-4,在计算时,即可查阅此曲线。图中  $F_T$  等于 1.0 时磁密为正弦波,对应  $F_s$  等于  $\pi/2$ 。 $F_T$  很大时磁密波趋近于矩形波,  $F_s$  趋于 1.0。

进行设计计算时先假定一个齿饱和系数。查曲线找出相应波幅系数。由式(4-15)算出气隙磁密平均值。最大气隙磁密由

$$B_s = F_s B_{\text{avg}} \quad (4-19)$$

进行计算。

进一步分析当铁心磁路饱和并呈现平顶分布时,式(4-3)应进行修正。因为式(4-3)中之系数 4.44 是依据正弦波的磁密分布推证而得的。波形成平顶波后,对此平顶波进行傅氏分析,其基波磁通量  $\Phi_1$  并不等于平顶波磁通量  $\Phi$ 。欲求平顶波的磁通量应将系数 4.44 略微减小。此系数也是齿饱和系数的函数。在大型异步电机计算中有专用曲线进行修正。

定、转子有齿有槽也会影响气隙磁密分布曲线。先假定电机转子表面光滑,定子开

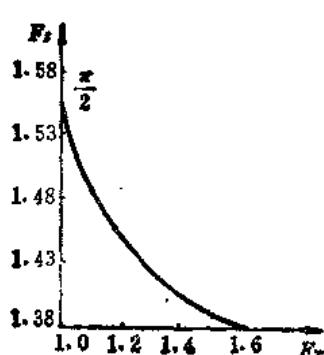


图 4-4

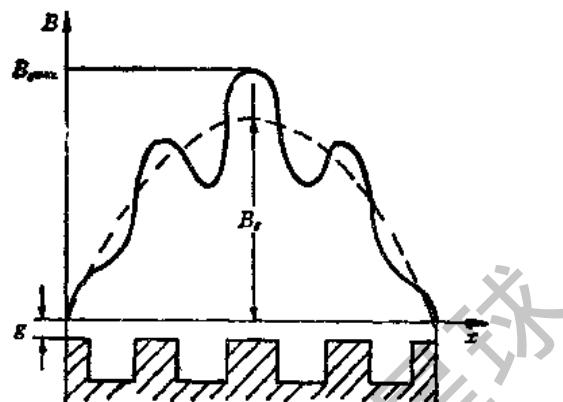


图 4-5

槽。在正弦波磁势作用下磁密分布如图 4-5。对应齿的地方气隙磁阻小，磁密大，波形有凸起；对应槽的地方气隙磁阻增加，磁密小，波形有凹坑，这就是齿谐波磁密波的影响。若气隙均匀，定、转子表面光滑，产生一定磁通量只需最大气隙磁密为  $B_g$  即可，如图中虚线正弦波形所示。但若定子有齿有槽，仍要求产生同样的主磁通量，对应齿处非正弦波实际最大气隙磁密应为  $B_{g\max}$ 。真正通过气隙长度  $z$  的实际磁密为  $B_{g\max}$ ，如图中实线波形所示。计算气隙消耗安匝数应用下式，即

$$AT_g = \frac{B_{g\max}}{\mu_0} g$$

式中， $\mu_0$  为空气导磁率，其数值为  $1.25 \times 10^{-4}$ ，单位为  $T \cdot cm/A$ 。则上式简化为

$$AT_g = 0.8 B_{g\max} g \times 10^4 \quad (4-20)$$

直观上看， $B_{g\max}$  与  $B_g$  之比值肯定与槽开口程度有关。定义定子边气隙系数代表此比值，以符号  $K_{c1}$  表示，即

$$K_{c1} = \frac{B_{g\max}}{B_g} \quad (4-21)$$

解定子边有齿有槽，转子为边光滑表面的平面二维电磁场可得  $K_{c1}$  的近似函数解为

$$K_{c1} = \frac{z_1(4.44g + 0.75b_{01})}{z_1(4.44g + 0.75b_{01}) - b_{01}^2} \quad (4-22)$$

式中  $z_1$ ——定子齿节距， $z_1 = \pi D_{11}/Q_1$ ，单位为 cm； $b_{01}$ ——定子槽开口宽度，单位为 cm。

若将式(4-22)中之  $z_1, b_{01}$  分别以转子齿节距  $z_2$ 、转子槽开口宽度  $b_{02}$  代之，计算得到的数值即为转子边有齿有槽，定子边光滑表面所形成之气隙系数  $K_{c2}$ 。槽开口相对齿节距越宽，气隙系数越大。当定、转子两边均有齿有槽时，电机内部最大的非正弦气隙磁密是在定子边  $K_{c1}$  作用的基础上再叠加一个转子边  $K_{c2}$  的作用，称为电机气隙系数，以符号  $K_c$  表示，有

$$K_c = K_{c1} K_{c2} \quad (4-23)$$

将式(4-21)、(4-22)、(4-23)代入式(4-20)得

$$AT_g = 0.8 K_{c1} K_{c2} B_g g \times 10^4 \quad (4-24)$$

可将式中  $K_{c1}K_{c2}B_1$  之乘积看作实际存在于气隙  $g$  上的非正弦磁密幅值  $B_{g\max}$ 。也可将  $K_{c1}K_{c2}g$  的乘积看成一个对应于定、转子两边均为光滑表面的等效气隙长，以符号  $g_s$  表示，有

$$g_s = K_{c1}K_{c2}g \quad (4-25)$$

上式可以理解为由于气隙不均匀，相当于在均匀气隙  $g$  的基础上磁阻增加  $K_{c1}K_{c2}$  倍。

#### 第四节 齿部磁密及安匝计算

一个极下的所有齿部导磁面积为  $S_T$ ，有

$$S_{T1} = b_{T1}l_{Fe} \frac{Q_1}{p} \quad (4-26)$$

式中  $S_{T1}$ ——定子齿部一个极下导磁面积，单位为  $\text{cm}^2$ ； $b_{T1}$ ——定子齿宽，单位为  $\text{cm}$ ； $l_{Fe}$ ——铁心净长， $l_{Fe} = K_{Fe}l$ ，单位为  $\text{cm}$ 。 $K_{Fe}$  为铁心叠压系数，一般取为 0.95。主要考虑片与片之间有间隙及绝缘漆层等的影响。

定子齿平均磁密计算如下

$$B_{T1av} = \frac{\Phi}{S_{T1}} \times 10^4 \quad (4-27)$$

由于气隙磁密幅值较平均值增到  $F_s$  倍，齿磁密随气隙磁密正比分布，所以齿部交变磁密幅值亦较齿平均磁密增到  $F_s$  倍，即

$$B_{T1} = \frac{\Phi \times 10^4}{S_{T1}} F_s \quad (4-28)$$

式中  $B_{T1}$ ——定子齿交变磁密幅值。

同理

$$B_{T2} = \frac{\Phi \times 10^4}{S_{T2}} F_s \quad (4-29)$$

式中  $B_{T2}$ ——转子齿交变磁密幅值， $S_{T2}$ ——一个极下转子齿部导磁面积，单位为  $\text{cm}^2$ 。

$$S_{T2} = b_{T2}l_{Fe} \frac{Q_2}{p} \quad (4-30)$$

式中  $b_{T2}$ ——转子齿宽度，单位为  $\text{cm}$ 。

以上计算对于平行齿是完全正确的。对于梯形齿，齿宽沿齿的高度方向是线性变化的，相应的齿导磁面积也是变化的，应该取什么地方的齿宽来计算导磁面积呢？若磁路不饱和，磁化曲线为线性变化，取平均齿宽计算导磁面积是合适的。但电机总是运行在一定饱和程度的情况下，这时取距最小齿宽为三分之一齿高处的齿宽为计算齿宽，称为  $b_{T1/3}$ ，以这个齿宽计算式(4-26)、(4-30)中之导磁面积。 $b_{T1/3}$  具体位置见图 4-6。图中定子为矩形槽， $h_T$  为定子齿高， $b_{T1/3}$  为距定子槽口三分之一齿高处的齿宽。对转子矩形槽来讲，最小齿宽在槽底处，所以  $b_{T1/3}$  位于距转子槽底三分之一齿高处。

定、转子齿部消耗安匝为  $AT_{T1}, AT_{T2}$

$$AT_{T1} = B_{T1}h_T \quad (4-31)$$

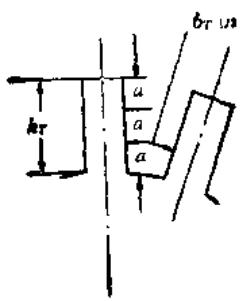


图 4-6

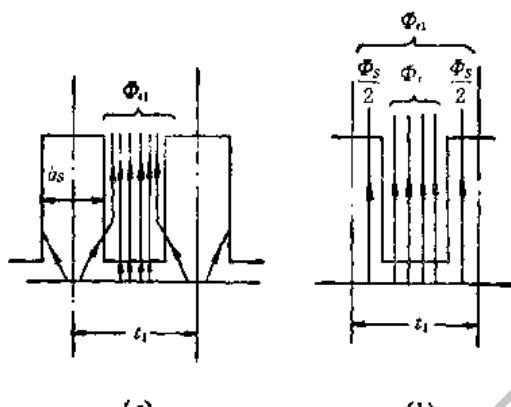


图 4-7

式中  $H_{T1}$ ——对应齿磁密幅值  $B_{T1}$  的磁场强度, 单位为  $\text{A}/\text{cm}$ ;  $b'_{T1}$ ——定子齿部磁路计算长度, 单位为  $\text{cm}$ 。

对图 3-1(d) 所示槽形

$$h'_{T1} = h_{s1} + h_{s2} \quad (4-32)$$

对图 3-1(c) 之槽形

$$h'_{T1} = h_{s2} + h_{s1} + \frac{R}{3} \quad (4-33)$$

上两式中之尺寸  $h_{s1}, h_{s2}, R$  在图 3-1 中均有标注。

齿部安匝计算公式为一近似公式。因为以  $b_{T1/3}$  处之磁密  $B_{T1/3}$  为等效磁密是近似的, 在磁路长度计算中  $h_{s1}$  及  $R/3$  也是近似的。这样计算简单, 其计算精度也符合工程要求。若精确计算则应用积分方法, 公式为

$$AT_T = \int_0^{h_T} H_{Tx} dx \quad (4-34)$$

式中  $AT_T$ ——齿部安匝;  $h_T$ ——齿高度, 单位为  $\text{cm}$ ;  $H_{Tx}$ ——沿齿高不同高度处之磁场强度。因各处导磁截面不等、磁密不等, 磁场强度也不同, 单位为  $\text{A}/\text{cm}$ 。

在大容量电机中为了充分节约材料, 有时齿磁密超过  $1.8\text{T}$ , 齿部磁阻急剧增加。将槽部空气磁阻看成与齿部铁心磁阻并联的磁路。齿磁密不饱和, 铁心磁阻小, 磁通全部通过齿。齿部磁阻大时槽部并联磁阻分流效应应加以考虑。这是一个非线性并联磁路问题, 下面应用图解法解决此问题。磁路不饱和, 磁通分布如图 4-7(a) 所示, 图中  $t_1$  为齿节距, 一个齿节距的气隙磁通全都流过齿部截面, 此时齿磁密计算公式为式(4-28)。当齿磁密过饱和, 磁通分布为图 4-7(b)。此时一个齿节距的气隙磁通  $\Phi_n$  分成两部分进入定子, 一路为通过铁心齿部的磁通  $\Phi_i$ , 另一路为通过槽部空气介质磁路进入定子的磁通  $\Phi_s$ 。这时仍用式(4-28)计算齿磁密就不准确了。从图 4-7(b) 可得

$$\Phi_n = \Phi_i + \Phi_s \quad (4-35)$$

$$\Phi_s = B_s S_s \times 10^{-4} \quad (4-36)$$

式中  $B_s$ ——槽部分流磁通的磁通密度。此时  $B_s$  为主磁通的一部分, 单位为  $\text{T}$ ;  $S_s$ ——定子一个槽槽部导磁截面积, 单位为  $\text{cm}^2$ 。

将式(4-36)代入式(4-35),得

$$\Phi_n = \Phi_t + B_s S_s \times 10^{-4} \quad (4-37)$$

将上式等式左右两边均除以  $S_t \times 10^{-4}$  (以  $\text{m}^2$  计算的定子一个齿,净铁心导磁截面积)得

$$\frac{\Phi_n}{S_t \times 10^{-4}} = \frac{\Phi_t}{S_t \times 10^{-4}} + B_s \frac{S_s}{S_t} \quad (4-38)$$

将上式改写成

$$B'_{T1} = B_{T1} + B_s \frac{S_s}{S_t} \quad (4-39)$$

式中  $B'_{T1}$ ——一个齿节距的气隙主磁通全部通过定子铁心齿部导磁面积(即不考虑槽部分流效应)时的计算齿磁密。称为视在齿磁密;  $B_{T1}$ ——考虑槽部分流效应后的真实齿磁密。令

$$K_s = \frac{S_s}{S_t} \quad (4-40)$$

式中  $K_s$ ——分流面积比。

$$S_s = b_s l \quad (4-41)$$

式中  $b_s$ ——定子槽宽,单位为  $\text{cm}$ 。

$$S_t = b_{T1/3} K_s \quad (4-42)$$

将  $B_s = \mu_0 H_s$  代入式(4-39)得

$$B'_{T1} = B_{T1} + \mu_0 H_s K_s \quad (4-43)$$

式中  $H_s$ ——槽部分流磁场的磁场强度,单位为  $\text{A/cm}$ 。

上式中  $B'_{T1}$  为已知数,其计算公式就是式(4-28),  $B_{T1}$  是我们要求的未知数,  $H_s$  也是未知数。 $\mu_0$ 、 $K_s$  为已知数。解方程式(4-43)尚缺一个条件。假定槽底与齿根的平面是等磁位面,槽口与齿顶的平面也是等磁位面,则定子齿高上的磁位降与定子槽高的磁位降相等,即

$$H_{T1} = H_s \quad (4-44)$$

式中  $H_{T1}$ ——定子齿的磁场强度,单位为  $\text{A/cm}$ 。令

$$\operatorname{tg} \alpha = \mu_0 K_s \quad (4-45)$$

化简(4-43)式得

$$B_{T1} = B'_{T1} - \operatorname{tg} \alpha H_{T1} \quad (4-46)$$

$B_{T1}$  与  $H_{T1}$  的函数关系用图形表示就是定子硅钢片的磁化特性  $B_{T1} = f(H_{T1})$ , 这应该是已知的, 在图 4-8 中为曲线  $ocf_0$ 。式(4-46)与  $B_{T1} = f(H_{T1})$  联立可解未知数  $B_{T1}$ 。

图解法求  $B_{T1}$  步骤如下:

①量  $oa$  等于  $B'_{T1}$ ; ②作水平线  $ad$  与磁化特性曲线相交于  $f$  点; ③过  $a$  点作直线  $ab$  使其与水平线成  $\alpha$  角。 $ab$  线交磁化曲线于  $c$  点; ④过  $c$  点作水平线与纵坐标轴交于  $h$  点,  $oh$  代表  $B_{T10}$ 。过  $c$  点作垂直线交横坐标轴于  $e$  点,  $oe$  代表  $H_{T10}$ 。证明如下:

延长  $ec$  交  $ad$  线于  $g$  点。由三角形  $agc$  知道若  $ag = H_{T1}$ , 则  $cg = H_{T1} \operatorname{tg} \alpha$ 。

由图 4-8 看出

$$eg = ec + cg \quad (4-47)$$

ab 直线上任一点 c 组成相应三角形 agc，其中线段 cg 代表式(4-46)等式右侧第二项的函数值。但只有 ab 直线与磁化特性曲线的交点 c 所形成的两个线段 ec 与 gc 才能既满足式(4-46)又满足磁化特性的特定非线性方程。式(4-47)的 3 条线段与式(4-43)3 项数值一一对应。所以 ec 代表  $B_{T1}$ ，ec 代表  $H_{T1}$ 。

由图 4-8 可看出有分流效应时，实际的齿磁密  $B_{T1}$  与磁场强度  $H_{T1}$  较视在齿磁密  $B'_{T1}$  与相应磁场强度  $H'_{T1}$  相差较大。 $H'_{T1}$  为磁化曲线上对应于  $B'_{T1}$  的磁场强度可称为视在磁场强度。铁心愈饱和视在值与实际值相差愈大，故视在齿磁密超过 1.8T 时必须考虑槽部磁阻分流效应。

当磁化特性纵、横坐标比例尺度均为 1 时，图 4-8 中之  $\alpha$  角由式(4-45)确定。在磁化特性纵横坐标任意比例尺度时， $\alpha$  角由下式确定：

$$\tan \alpha = \mu_0 K_s \frac{C_H}{C_B} \quad (4-48)$$

式中  $C_B$ ——磁化特性曲线纵坐标磁通密度比例尺，单位为 T/cm； $C_H$ ——磁化特性曲线横坐标磁场强度比例尺，单位为 A·cm<sup>-1</sup>/cm。

## 第五节 转部磁密及安匝的计算

图 4-1 中一个极下的气隙磁通分成两个相等的部分通过转部，所以计算转部磁密  $B_{cl}$  时用主磁通的一半进行计算。即

$$B_{cl} = \frac{\Phi \times 10^4}{2S_{cl}} \quad (4-49)$$

式中  $S_{cl}$ ——定子转部导磁截面积。为定子转部径向高度  $h_c$  与定子净铁心长的乘积，单位为 cm<sup>2</sup>。

转部磁场强度的幅值  $H_{cl}$  可由  $B_{cl}$  查磁化特性取得。定子转部磁路计算长度  $l_{cl}$  可按下式计算：

$$l_{cl} = \frac{D_t - h_{cl}}{2p} \pi \quad (4-50)$$

式中  $D_t$ ——定子铁心外圆直径，单位为 cm； $h_{cl}$ ——定子转部径向高度，单位为 cm。

我们计算的是转部磁路的平均长度，而且是对应一个极的磁势所相应的磁路长度，相应尺寸较图 4-1 中之弧长  $ae$  略小一点。

转部消耗磁动势安匝数  $AT_{cl}$  可用公式  $AT_{cl} = H_{cl}l_{cl}$  进行计算吗？显然不妥，因为在  $l_{cl}$  的长度上磁密不为常数而是正弦分布的，而  $H_{cl}$  是磁场强度幅值， $H_{cl}l_{cl}$  肯定

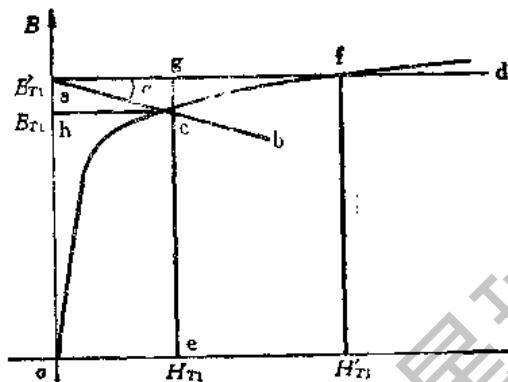


图 4-8

是算大了。磁通密度沿  $l'_{ci}$  的长度正弦分布，若磁场不饱和则磁场强度沿  $l'_{ci}$  也作正弦分布，平均值为最大值的  $2/\pi$  倍。轭部磁势消耗安匝数  $AT_{ci}$  计算如下：

$$AT_{ci} = \frac{2}{\pi} H_{ci} l'_{ci} \quad (4-51)$$

当磁场饱和时，磁势应由下面积分式确定：

$$AT_{ci} = \int_0^{l'_{ci}} H_c(x) dx \quad (4-52)$$

式中  $H_c(x)$ ——由于轭部磁密是轭部磁路长度  $x$  的函数，所以磁场强度也是  $x$  的函数，以  $H_c(x)$  表示。

将上式右边分子、分母同乘以  $H_{ci} l'_{ci}$  整理得

$$AT_{ci} = \frac{\int_0^{l'_{ci}} H_c(x) dx}{l'_{ci} H_{ci}} H_{ci} l'_{ci} \quad (4-53)$$

令  $C_1 = \frac{\int_0^{l'_{ci}} H_c(x) dx}{H_{ci} l'_{ci}}$ ，则

$$AT_{ci} = C_1 H_{ci} l'_{ci} \quad (4-54)$$

式中  $C_1$ ——轭部磁路长度校正系数。其物理概念为磁场强度平均值与最大值之比。磁密越高，磁场越饱和， $C_1$  数值越小。

在实际设计时  $C_1$  可根据  $B_{ci}$  查相关设计曲线而求取。同理可计算转子轭部磁密  $B_{c2}$ ，轭部磁场强度  $H_{c2}$ ，轭部消耗磁势安匝数  $AT_{c2}$ ，还有轭部磁路长度校正系数  $C_2$ 。

## 第六节 异步机磁化电流及激磁电抗

上面分别介绍了气隙安匝、齿部安匝、轭部安匝的计算方法。在此基础上可以计算磁化电流。按下列式计算一个极磁路所需的磁势总安匝

$$AT = AT_s + AT_n + AT_{n2} + AT_{ci} + AT_{c2} \quad (4-55)$$

这个安匝数值对应着正弦磁势波的幅值。

由电机原理知，欲使绕组产生正弦磁势波的幅值为  $AT$  的数值，其磁化电流  $I_m$  由下式确定：

$$I_m = \frac{2.22 AT p}{m_1 Z_{ph} K_{dp1}} \quad (4-56)$$

电机中  $AT$  约为气隙安匝数的 1.4 倍左右，也就是说气隙安匝数占一个极总安匝数的 70% 左右。今以系数  $K$  表示此关系，即

$$K = \frac{AT}{AT_s} \quad (4-57)$$

式中  $K$ ——电机磁路饱和系数。

将式 (4-56) 改写成

$$I_m = \frac{2.22K \times 0.8 B_{s1} g_s p \times 10^4}{m_1 Z_{s1} K_{d1}} \quad (4-58)$$

上式两边同除以额定电流  $I_H$ , 整理得

$$\bar{I}_m = \frac{0.8K \times 2.22g_s \times 10^4}{K_{d1}} B_s \cdot \frac{1}{\frac{m_1 Z_{s1} I_H}{\pi D_{s1}}} \cdot \frac{1}{p} \quad (4-59)$$

$$\bar{I}_m = \frac{0.8 \times 2 \times 1.11K \times 10^4}{K_{d1}} \cdot \frac{B_s}{A} \cdot \frac{1}{\tau} \quad (4-60)$$

式中  $\bar{I}_m$  —— 激磁电流标么值。

式(4-60)中  $\bar{I}_m$  与  $B_s g_s$  乘积成正比; 额定电流固定时线负荷与匝数成正比; 激磁总安匝不变时, 匝数越多激磁电流越小, 故  $\bar{I}_m$  与  $A$  成反比。下面着重讨论为什么激磁电流与极距成反比。

例: 有一台电机的  $B_s$ 、 $A$ 、主要尺寸、气隙及定、转子的槽数、槽形均不变, 额定电压不变。电机由 4 极改为 8 极。问定子绕组如何变化? 激磁电流如何变化? 激磁电流标么值如何变化?

解 由式(2-12)知电机极数增为 2 倍, 同步速降为 0.5 倍, 主要尺寸不变时, 8 极机容量降为 4 极机的一半。电压不变, 额定电流降为 4 极机的一半。8 极机极距也降为 4 极机的一半。 $B_s$  不变, 每极磁通量也降为 4 极机一半。两种极数下, 定子绕组感应电势基本一致, 根据电磁感应定律 8 极机每相串联匝数应为 4 极机的 2 倍。因为定子匝数增至 2 倍而槽满率不变, 所以 8 极机定子绕组导体截面积应为 4 极机的一半。定子电流密度刚好维持不变。气隙磁密及气隙长度不变则每极消耗总安匝数基本不变(忽略轭部消耗安匝的变化)。8 极机每相串联总匝数增至 2 倍, 但极数也增至 2 倍, 每极分配到的串联匝数不变。这样 4、8 极激磁电流安匝数相同。由于 8 极机额定电流下降故 8 极激磁电流标么值增至 2 倍。此结论若用公式计算可由式(4-60)取得。

从物理概念上分析式(4-60), 分子中  $2B_s g_s$  项对应于每对极所需激磁安匝数。分母中  $A\tau$  项对应于一对极定子绕组流过额定电流时所产生的正弦波磁势幅值的 2 倍。这两项之比反映了激磁安匝与额定电流作用下定子绕组可能产生的安匝之比。也就代表了激磁电流与额定电流之比, 即为激磁电流标么值。

异步机等值电路中感应电势  $E_1$  的大小可用  $I_m x_m$  表示, 即

$$E_1 = I_m x_m \quad (4-61)$$

式中  $I_m$  —— 满负荷工况时所需激磁电流, 单位为 A;  $x_m$  —— 定子绕组激磁电抗。

上式可写成

$$x_m = \frac{E_1}{I_m} \quad (4-62)$$

$E_1$  近似等于端电压  $U_1$ , 以额定电压  $U_1$  代替上式中之  $E_1$  并取标么值得

$$\bar{x}_m = \frac{1}{\bar{I}_m} \quad (4-63)$$

式中  $\bar{x}_m$  —— 激磁电抗标么值。

若以空载电流  $I_0$  代替图 4-2 中之额定电流  $I_1$ ，可求出空载运行时之定子绕组感应电势  $E_{10}$ ，计算出此时之空载磁通量，以及磁路中相应磁通密度、磁场强度、消耗磁势安匝数，即可求得空载激磁电流  $I_{e0}$ 。此数值应与电机空载实验数据吻合。在设计中一定要注意满载激磁电流  $I_e$  与空载激磁电流  $I_{e0}$  的区别。

获取更多资料 微信搜索“蓝领星球”

## 第五章 电机参数的计算

### 第一节 概 述

因为计算电机性能基本上是按照电机等值电路进行的，所以我们只要知道了电机的定子电阻、转子电阻、定子漏电抗、转子漏电抗、激磁电抗等数值就可以计算出电机性能（还需要知道工厂的一些经验数据，如机械损耗……）。上述这些阻抗数据就叫做电机的参数。

电机的几何尺寸（包括定子线圈匝数）直接确定了电机的参数及电机性能，电机参数是决定电机性能的几个最重要的阻抗值。

电机的各种参量除了用它们原来的单位表示外，还可以用标么值的方法来表示。

对于三相异步电动机，选用的基值为：

(1) 基准电压为外施的额定电压  $U_1$ ，单位为 V。

(2) 基准电流为功电流  $I_{kw} = \frac{P_2 \times 10^3}{m_1 U_1}$ ，单位为 A。

(3) 基准功率为电动机的额定输出机械功率  $P_2$ ，单位为 kW。

(4) 基准阻抗  $Z_{kw} = \frac{U_1}{I_{kw}}$ ，单位为  $\Omega$ 。

(5) 基准转矩为电动机的额定转矩  $T_s$ ，单位为  $\text{kg} \cdot \text{m}$ 。

应注意以上五个基值中有两个是选定的。其他三个是被这五个参量之间的联系而规定的。如果  $U_1$  和  $P_2$  是选定的，则：

$$\text{基准电流 } I_{kw} = \frac{P_2 \times 10^3}{m_1 U_1}$$

$$\text{基准阻抗 } Z_{kw} = \frac{U_1}{I_{kw}} = \frac{m_1 U_1}{P_2 \times 10^3}$$

$$\text{基准转矩 } T_s = \frac{P_2 \times 10^3}{\frac{2\pi}{60} n} = \frac{975 P_2}{n}$$

式中  $n$ ——电动机的额定转速，单位为  $\text{r}/\text{min}$ 。

以铜耗为例进行分析：

$$P_{Cu1} = m_1 I_1^2 R_1$$

$$\bar{P}_{Cu1} = \frac{P_{Cu1}}{P_2 \times 10^3} = \frac{m_1 I_1^2 R_1}{m_1 U_1 I_{kw}} = \bar{I}_1^2 \bar{r}_1$$

式中  $P_{Cu1}$ 、 $\bar{P}_{Cu1}$ ——定子铜耗实际值及标么值； $R_1$ 、 $\bar{r}_1$ ——定子相电阻实际值及标么

值； $I_1$ 、 $\bar{I}_1$ ——定子相电流实际值及标么值。

从上式看，标么值的运用公式与实际值运算公式基本一致（出现 $m_1$ 时要特别注意）。上式告诉我们 $\bar{x}_1$ 直接决定了 $\bar{\rho}_{Cn_1}$ ，直接影响 $\eta$ ，因为 $\bar{I}_1$ 比1稍大故 $\bar{x}_1$ 对 $\eta$ 的定量影响一眼便可以看出。若用 $R_1$ 实际值则很难确定 $R_1$ 对 $\eta$ 的影响，还必须知道 $I_1$ 的大小。

如果我们只知道某一电动机的输出功率为540kW，还不能断定这台电动机的运行情况，如果知道输出功率的标么值为0.83，则可知这台电动机不是满载运行，还可以增加负载。因此，用标么值表示的一些量，对运行人员的意义很大。

对于不同容量的电机，它们的参数相差很大，例如JO<sub>1</sub>41-4，4kW异步电动机定子漏抗 $x_1 = 6.7\Omega$ ，起动转矩 $T_n = 53.7N \cdot m$ 。JO<sub>2</sub>82-4，40kW异步电动机的定子漏抗 $x_1 = 0.782\Omega$ ，起动转矩 $T_n = 40.8N \cdot m$ 。两台电机的数据相差极大就很难进行比较，也无法找出规律性的东西。如果把上述参数量化成标么值，则JO<sub>1</sub>41-4的 $\bar{x}_1 = 0.0618$ ， $\bar{T}_n = 2.02$ ；JO<sub>2</sub>82-4的 $\bar{x}_1 = 0.072$ ， $\bar{T}_n = 1.57$ 。其中 $\bar{x}_1$ 为定子漏抗标么值， $\bar{T}_n$ 为起动转矩标么值，也叫起动转矩倍数。由此可见，两台电机虽然容量相差很大，但用标么值表示后，它们的参数标么值都是比较接近的。因此，便于比较、分析，从而找出某些规律。例如JO<sub>1</sub>41-4电动机的起动转矩 $\bar{T}_n = 2.02$ ，它大于JO<sub>2</sub>82-4电动机的起动转矩 $\bar{T}_n = 1.57$ ，因而我们可以知道JO<sub>1</sub>41-4的起动转矩指标高于JO<sub>2</sub>82-4。此外JO<sub>1</sub>系列电机的定子漏抗 $\bar{x}_1$ 约为0.05~0.09；定转子漏抗和 $\bar{x}$ 约在0.14~0.22之间，起动转矩 $\bar{T}_n$ 约为1.2~1.8。如果 $\bar{x}_1$ 是0.072，那么可以说这是正常的；如果 $\bar{x}_1$ 是0.2或是0.02，那么可以断定它是太大或太小了。所有电机的参数，用标么值表示后都有一定的范围，而它们的绝对值则因额定电压的高低，容量的大小，彼此相差甚远，很难比较。所以用标么值表示参数比其用绝对值有用。在电机设计时，可以根据标么值的大小来判断电机的性能是否正常，同时在计算时也容易发现计算错误。

## 第二节 定子绕组的电阻值

定子绕组每相电阻欧姆值按下式进行计算，即

$$R_1 = \frac{\rho l_{z1} Z_{ph}}{a_1 S_1 N_1 \times 100}$$

式中  $a_1$ ——定子绕组并联支路数；

$S_1$ ——每根导线截面积，单位为 $mm^2$ ；

$N_1$ ——每支路导线并绕根数；

$\rho$ ——导线电阻率；

$l_{z1}$ ——半匝长，单位为 $cm$ ；

$Z_{ph}$ ——每相串联导线数。

下面介绍定子绕阻线圈半匝长 $l_{z1}$ 及端部伸出长 $f_s$ 的计算。

由线圈图形图5-1看出，定子半匝长 $l_{z1} = l_s + 2C_s$

为计算定子绕组半匝长 $l_{z1}$ ，首先确定绕组直线部分长度 $l_s$ ：

$$l_B = l + 2d_1$$

式中  $l$ ——电机铁心长度,单位为 cm;

$d_1$ ——线圈直线部分伸出于铁心的长度,单位为 cm。

线圈从铁心槽中伸出来后,不能立即拐弯,应按直线方向伸出一段后再拐弯。这个伸出长  $d_1$  是随着电机额定电压的增加而增加的。380V 电机,  $d_1$  为 2cm 左右。

定子绕组端部尺寸  $C_s$  如何确定呢? 今以双层绕组为例,如图 5-2(b) 所示,线圈下到槽中之后则端部自然形成一个固定的角度  $\alpha$ , 极距固定时,若端接联线长,则端部伸出长  $f_s$  就长,形成的角度  $\alpha$  也就大,此时就费铜线,电机铜耗大,效率低,温升高,所以一般要求设计的  $\alpha$  尽可能的小。若端接联线短,则端部伸出长  $f_s$  也短,角度  $\alpha$  也就小,但  $\alpha$  过于小,则可能使第二槽线圈端部没有地方放了,也就是第一槽线圈的端部封住了第二槽线圈的槽口,则电机无法制造。所以一般选择  $\alpha$  角时,应使其尽可能的小。但又不使电机下线时感到困难。这个角度  $\alpha$  确定后,也就确定了半匝长  $l_{z1}$ ,与端部伸出长  $f_s$ 。

如图 5-2(b) 所示,线圈直线部分平均宽度  $b_s = (b_{s1} + 2R)/2$ ,  $b_{s1}$  和  $R$  之意义见图 5-2(a), 实际上  $b_s$  就是槽的平均宽度。两个线圈中心线的距离为  $(r_{T1} + r_{T2})/2$  (近似为图

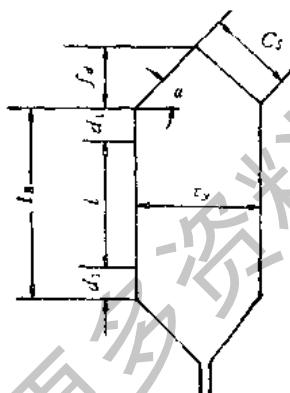
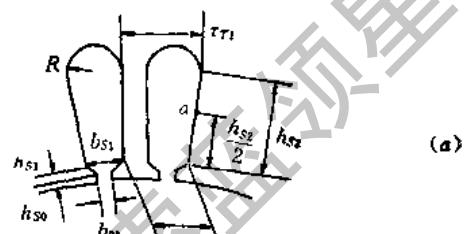


图 5-1



(a)

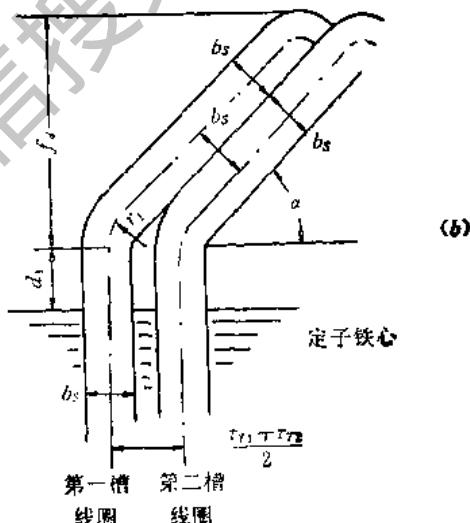


图 5-2

中  $\alpha$  点处之齿节距)。

对于散下线圈,假设线圈端部不妨碍相邻槽线圈端部出线,而两个线圈端部之间又不要产生间隙,此时  $\alpha$  应如图 5-2(b) 所示。图 5-2(b) 为在槽高  $\alpha$  点处将定子圆展成的平面图。由图中几何关系可得下式,

$$\sin \alpha = \frac{b_s}{r_{T1} + r_{T2}} = \frac{b_{s1} + 2R}{r_{T1} + r_{T2}} \quad (5-1)$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \quad (5-2)$$

从图 5-1 所示线圈知道  $C_s \cos \alpha = \tau_y / 2$ , 如图所示  $\tau_y$  为定子线圈跨距。则

$$C_s = \frac{\tau_y}{2 \cos \alpha} \quad (5-3)$$

$$\tau_y = \frac{\pi [D_{11} + 2(h_{s1} + h_{s2}) + h_{s3} + R]}{p} \beta \quad (5-4)$$

式中  $\beta$ ——以槽数表示的定子绕组节距与每极定子槽数之比。

到此为止,对双层线圈  $l_{z1}$  已能进行计算了。

对单层线圈采用经验公式  $l_{z1} = L_s + K_s \tau_y$ 。因单层线圈端部形状较复杂,而生产实践中又有大量经验,故采取选用经验系数  $K_s$  的方法来确定端部长度。 $K_s$  为经验值,随电机极数不同而不同,2 极取为 1.16; 4、6 极为 1.2; 8 极为 1.25 或根据生产的经验选取。

一般电机半匝长计算值算出后,经过样机试制,再在生产中校正调整其端部尺寸,才能投入生产。

端部伸出长  $f_d$  的计算:

由图 5-1 所示线圈知道,  $f_d = C_s \sin \alpha$ 。 $f_d$  这个数据在计算端部漏电抗时也要用到,它影响端部漏磁面积,从而影响端部漏磁通多少和端部漏抗。

在电机设计过程中,一般地希望减小定子电阻,这样在电气性能上可以减少损耗,降低温升,提高效率。而最简单的减小电阻的方法就是将定子槽形加大,同时增加定子导线截面积,从而减小了定子电阻及电流密度,减小了定子铜耗。但这这样做会导致定子用铜量的增加。加大定子槽面积则会引起定子齿、定子轭部磁密过高而使激磁电流及铁耗增加。所以要全面考虑电机性能问题。

对于高压电机的硬元件线圈,直线伸出长  $d_1$  随电压变化的关系见表 5-1。由于端部线圈加强绝缘、机械固定及通风散热的需要,端部相邻线圈不能如图 5-2(b) 所示那样无间隙接触,而应留出一定距离  $s_i$ ,  $s_i$  也应随电压变化而变化,具体数值也列于表 5-1。硬元件线圈直线与端部连接处应有一定弯曲半径  $r_1$ ,  $r_1$  也列于表 5-1。

表 5-1

电压 $U_N/V$	连续式绝缘		
	$s_i/cm$	$d_1/cm$	$r_1/cm$
≤525			1.2
3000~3150	0.6	4.0	1.2
6000~6300	0.75	5.0	1.5
10000~15000	1.0	6.5	2.0

对硬元件线圈(5-1)式之计算应修正为

$$\sin \alpha = \frac{b_s + s_i}{\tau_{r_1} + \tau_{r_2}} \quad (5-5)$$

其它计算步骤与软元件相似。

### 第三节 定子绕组的漏电抗

如图 5-3、5-4 所示,一个线圈通以电流后所产生的磁通,分成两部分,一部分既链着定子绕组也链着转子绕组,这部分磁通叫主磁通,另外一部分只链着定子绕组的就叫做定子绕组的漏磁通。从图中可以看出漏磁通有三部分,一部分为槽漏磁,一部分为端部漏磁,另一部分为谐波漏磁。

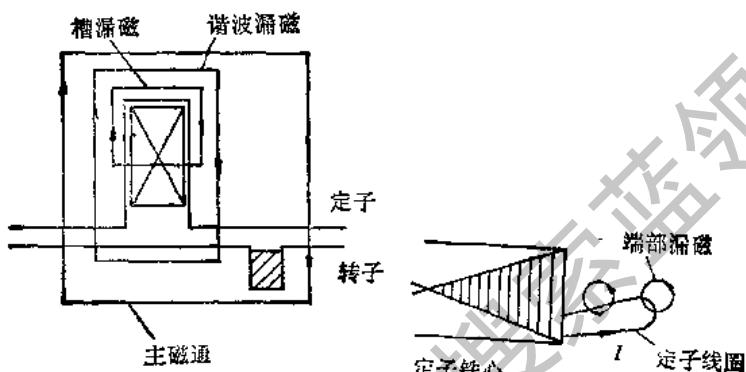


图 5-3

图 5-4

#### 一、槽漏抗

下面我们就以槽漏磁为例,分析槽漏抗的问题。

设电机定子绕组为双层整距线圈。则一个槽中,上下层绕组是同一相的绕组,电流是同一方向的(单层线圈也是如此)。

定子通以单位电流  $I_1 = 1A$ , 计算漏电抗时的有效长度为

$$l_1 = l - n_{k1} b''_{k1}$$

式中  $n_{k1}$ ——定子通风道数目;  $b''_{k1}$ ——考虑通风道中漏磁场与铁心段槽漏磁场不相同的修正长度,具体数值可查相关曲线,单位为 cm。

在没有径向通风道时  $l_1 = l$ ,  $l$  为定子铁心长。

由图 5-5 可知,  $Z_1$  根导线均匀分布在  $h_{s2}$  的高度上,则单位高度上分布的导体数为  $Z_1/h_{s2}$ 。在高度为  $x$  的地方,取一个高度增量  $\Delta x$ 。计算此小段  $\Delta x$  高度与单位轴向长度所形成的面积内的磁通量  $\Delta\Phi$ ,然后再计算磁通  $\Delta\Phi$  所对应的磁链  $\Delta\Psi$ 。将此每一个  $\Delta x$  段所对应的  $\Delta\Psi$  加起来,从  $x = 0$  开始加到  $x = h_{s2} + h_{s1}$  为止,就可得到单位长度的总磁链,再乘以轴向长度  $l_1$ ,即可得到一个槽的  $\Psi_{s0}$ 。

在  $x$  由 0 到  $x = h_{s2}$  这一段,导体是均匀分布的,故在此范围内,任一点  $x$  处,一个磁闭合回路的磁动势为此回路所链导体数乘以单位电流,即  $Z_1 x / h_{s2}$ 。

设此磁势全部消耗在槽宽的空气段上,则磁场强度  $H$  即可确定,  $H = \frac{Z_1}{b_{s1} h_{s2}} x$

空气导磁系数为  $\mu_0$ ,则  $\Delta x$  段之磁通密度  $B = \mu_0 H$ , 在  $\Delta x$  段之磁通  $\Delta\Phi =$

$B \cdot \Delta x \times 1$ 。其中 1 表示单位轴向长度。

$\Delta\Phi$  所链匝数为  $Z_1 x / h_{s2}$ , 则  $\Delta x$  段所对应磁链

$$\Delta\Psi = \Delta\Phi \frac{Z_1}{h_{s2}} x$$

$$\Delta\Psi = \mu_0 \frac{Z_1}{b_{01} h_{s2}} x \cdot \Delta x \frac{Z_1}{h_{s2}} x$$

铁心全长之漏磁链可由下列积分式计算:

$$\int_0^{h_{s2}} \Delta\Psi l_1 = \int_0^{h_{s2}} \mu_0 \frac{l_1}{b_{01}} \left( \frac{Z_1}{h_{s2}} \right)^2 x^2 dx$$

在槽口  $h_{s2}$  段磁势不随高度变化而变化, 则此段任一点  $x$  处, 其磁势均匀, 数值为  $Z_1$  安匝, 同理, 每一个  $\Delta\Phi$  都链着全部  $Z_1$  导体, 故  $h_{s2}$  段的漏磁链为

$$\int_{h_{s2}}^{h_{s2}+h_{s0}} \Delta\Psi l_1 = \int_{h_{s2}}^{h_{s2}+h_{s0}} \mu_0 \frac{l_1}{b_{01}} Z_1 dx$$

则  $Z_1$  根导体放在槽中, 铁心的轴向长度为  $l_1$ , 通以单位电流后, 其全部的槽漏磁链为

$$\begin{aligned} \Psi_s &= \int_0^{h_{s2}} \mu_0 \frac{l_1}{b_{01}} \left( \frac{Z_1}{h_{s2}} \right)^2 x^2 dx + \int_{h_{s2}}^{h_{s2}+h_{s0}} \mu_0 \frac{l_1}{b_{01}} Z_1^2 dx \\ &= Z_1 \mu_0 l_1 \left( \frac{h_{s2}}{3b_{01}} + \frac{h_{s0}}{b_{01}} \right) \end{aligned}$$

根据电感等于单位电流磁链数的定义得  $L_s = Z_1^2 \mu_0 l_1 \lambda_{s10}$  式中

$$\lambda_{s1} = \frac{h_{s2}}{3b_{01}} + \frac{h_{s0}}{b_{01}}$$

令  $\lambda_{L1} = h_{s2}/3b_{01}$ ,  $\lambda_{s1} = h_{s0}/b_{01}$ , 则  $\lambda_{s1} = \lambda_{L1} + \lambda_{s10}$  不同的槽形有不同的  $\lambda_{s1}$  值。 $\lambda_{L1}$  为槽高度方向漏磁导系数,  $\lambda_{s1}$  为槽口部分漏磁系数。 $\lambda_{s1}$  叫做槽漏磁导系数, 其物理概念为在此槽中放入一根导体(要填满槽形), 铁心轴向长度为一个单位长度, 这根导体的槽漏电感就等于  $\mu_0 \lambda_{s10}$

对于圆底半闭口槽(如图 5-2 所示)有

$$\lambda_{s1} = \frac{h_{s0}}{b_{01}} + \frac{2h_{s1}}{b_{01} + b_{s2}}$$

定子每相绕组由  $pq_1$  个槽的导体组成。如并联支路数为  $a_1$ , 则每相绕组有  $a_1$  根支路并联, 每个支路由  $pq_1/a_1$  个槽的导体串联而成, 所以每支路的槽漏感为  $pq_1 L_s / a_1$ , 则一相等效漏电感为  $pq_1 L_s / a_1^2$

每相绕组的槽漏电抗为  $x_{s1} = \omega \frac{pq_1}{a_1^2} L_{s0}$  槽漏抗标么值为  $\bar{x}_{s1} = \frac{x_{s1}}{U_1 / I_{kw}}$ , 则

$$\bar{x}_{s1} = \frac{P_2 pq_1 Z_1^2 \mu_0 l_1 2\pi f \times 10^3}{a_1^2 m_1 U_1} \lambda_{s1}$$

在上式中代入  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-4}$  H/cm,  $Z_1 = Z_1 pq_1 / a_1$ , 则

$$\bar{x}_{s1} = \frac{2.63 P_2 l_{eff} (Z_1 K_{eff})^2 f}{p U_1^2 \times 10^3} \cdot \frac{l_1 \lambda_{s1}}{l_{eff} (K_{eff})^2 q_1} \quad (5-6)$$

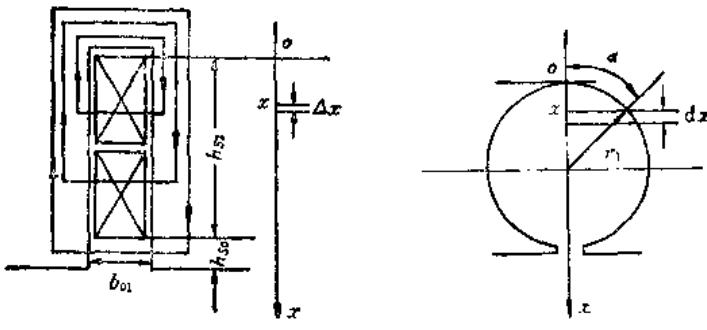


图 5-5

图 5-6

因为每槽有  $Z_1$  根导体, 每相有  $pq_1Z_1$  根导体, 分成  $a_1$  个并联支路, 则每个支路有效导体串联数为

$$pq_1Z_1/a_1 = Z_{\phi 1}, \quad \bar{x}_{s1} = \frac{l_1 \lambda_{s1}}{l_{\text{eff}}(K_{d\phi 1})^2 q_1} C_s$$

$$C_s = \frac{2.63fP l_{\text{eff}}(Z_{\phi 1} K_{d\phi 1})^2}{PU_1^4 \times 10^5}$$

所以要引出一个漏抗系数  $C_s$ , 是因为  $C_s$  中集中了所有定、转子漏电抗计算中的共同部分(如  $f$ 、 $U_1$ 、 $Z_{\phi 1}$  …), 这样就简化了下面漏电抗的计算公式, 节约了计算时间, 也便于分析、区别各项漏抗的主要影响因素。如我们知道, 槽形变化只影响  $\lambda_{s1}$ , 故只影响  $x_{s1}$ , 而  $Z_{\phi 1}$  的变化则不仅影响槽漏抗大小, 而且对定、转子其它漏抗也同样有影响, 这就更便于以后进行修改方案的工作。

以上推导都是假定电机为整矩绕组时的情况。但一般生产中, 线圈经常碰到短距的情况, 此时, 同一槽中, 可能上、下层线圈的电流不是同一相的。例如, 一个槽中, 上层绕组是  $A$  相的, 下层绕组是  $B$  相的, 则这个槽的漏磁通就不再是一个相的电流产生的, 而是两个相的电流共同产生的。由于两相之间相差  $120^\circ$  角,  $A$  相电流最大时,  $B$  相电流不是最大;  $B$  相电流最大时,  $A$  相电流不是最大, 所以这个槽的漏磁通就比整距绕组时所产生的漏磁通要小一些, 漏磁链也要小一些, 因此漏电抗就要小一些。为了计算方便起见, 我们把减小的影响归结为在漏磁导系数  $\lambda$  中乘以一个系数来考虑, 认为短距时  $\lambda_{s1} = K_{s1}\lambda_{s1} + K_{L1}\lambda_{L1}$ ,  $K_{s1}$ ,  $K_{L1}$  为短距影响槽漏磁的系数。短距得越厉害, 这两个系数越小。初步计算漏磁导系数  $\lambda_{s1}$  时, 槽口高度可取  $h_{s0}$  与  $h_{s1}$  两部分。若精确计算  $\lambda_{s1}$ , 则应考虑到槽楔高度及槽绝缘厚度之和大于  $h_{s1}$  高度的影响。经推导得

$$K_{L1} = K_{s1} = (3\beta + 1)/4$$

圆形槽漏抗的计算, 参见图 5-6。槽内导体数  $Z_1$  根, 圆半径为  $r_1$ , 极坐标角  $\alpha$  为弧度值, 坐标  $x$  处至槽底此部分面积所包括之导体数为  $Z_s$ , 则

$$Z_s = Z_1 \cdot \frac{\alpha r_1^2 - \frac{1}{2} r_1 (\cos \alpha) \times 2r_1 \sin \alpha}{\pi r_1^2}$$

$$Z_s = Z_1 \cdot \frac{1}{\pi} (\alpha - \cos \alpha \sin \alpha) \quad (5-7)$$

上式之  $\alpha r_1^2$  是中心角为  $2\alpha$  时所对应的扇形面积,  $\frac{1}{2} r_1 \cos \alpha \times 2r_1 \sin \alpha$  为上述扇形面积中, 相应的等腰三角形面积。

当导体电流为 1A 时,  $x$  处有一条漏磁力线所包含之磁动势为  $Z_s \times 1 = Z_s$ ,  $x$  处之槽宽  $b_s = 2r_1 \sin \alpha$ ,  $H_s = \frac{Z_s}{b_s}$ ,  $B_s = \mu_0 H_s$ , 对应  $dx$  则有一个面积增量  $dS$ , 当取单位轴向长度时,  $dS = dx \times 1 = dx$ , 则  $d\Phi_s = BdS = Bdx$ ,  $d\Phi_s$  所链局部匝数仍为  $Z_s$ , 根导体, 故

$$d\Psi = Z_s d\Phi_s = \frac{Z_s}{\pi} (\alpha - \cos \alpha \sin \alpha) dx \mu_0 \frac{1}{2r_1 \sin \alpha} \frac{Z_s}{\pi} (\alpha - \cos \alpha \sin \alpha)$$

圆形部分(不包括槽口部分)槽漏磁链

$$\Psi_s = \int_0^{2r_1} d\Psi$$

积分结果得  $\Psi_s = Z_s^2 \mu_0 \times 0.624$ 。

分析此结论可以看出圆形槽之  $\lambda_L = 0.624$  是一个常数, 与直径大小无关。凡固定形状的槽形都有类似结论, 如方形槽  $\lambda_L = 1/3$ 。这是因为漏磁导只与槽高和槽宽的比例有关, 而与槽形尺寸数值大小无关。

## 二、定子谐波漏抗

从电机原理知道, 定子绕组通以三相交流电后, 其在气隙中产生的旋转磁场, 不仅有基波旋转磁场, 而且有谐波旋转磁场。谐波旋转磁场在定子绕组中感应电势也是 50Hz 的频率, 这部分磁通穿过气隙到达转子表面。其极距较小, 我们认为这部分磁通通过转子表面而闭合, 故它基本上不链转子绕组, 所以是属于漏磁通的性质。

经过理论分析, 可按下式计算定子谐波漏抗的标么值  $\bar{x}_{d1}$ :

$$\bar{x}_{d1} = \frac{m_1 \tau_p}{\pi^2 g_e} \cdot \frac{\sum S}{(K_{dp})^2 F_T} C_s \quad (5-8)$$

下面从物理概念上解释这个公式的物理意义。

图 5-7 表示  $q$  为 2 的整距线圈的磁势分布。虚线表示基波分量。虚线与阶梯形之差即为各次高次谐波之和的波形。 $q$  值越大, 阶梯形与正弦形之差就越小。谐波磁场小了, 则谐波磁通、磁链、漏抗也就小了。

我们知道, 谐波磁势一般随着谐波次数的增高而减少。所以在线圈整距、集中时, 最大的一次谐波是 5 次谐波。为了使 5 次谐波磁势减少, 在电机中采用短距时, 取  $\beta$  为 0.8 左右, 当  $\beta = 0.8$  时, 5 次谐波短距系数  $K_{ps} = 0$ 。从有关设计曲线中可看出  $q$  为任何值时, 在  $\beta = 0.8$  处都会出现一个  $\sum S$  的最小值, 这也是为什么设计电机时, 一般  $\beta$  近似为 0.8 左右的原因之一。用  $F_T g_e$  代替谐波磁路的等效长度。其中  $F_T$  为齿饱和系数。

$\sum S$  的具体计算如下:

$$\text{一个极的 } v \text{ 次谐波磁势} \quad AW_v = \frac{m_1 \times 4}{2\pi} i_{Av} \frac{W_1 K_{dp}}{pv}$$

$$\text{一个极的 } v \text{ 次谐波磁通} \quad \Phi_v = \frac{AW_v}{F_T g_e} \mu_0 \frac{\tau}{v} l$$

一个绕组的  $v$  次谐波磁链  $\Psi_v = p \left( \frac{W_1}{p} K_{d_{p1}} \right) \Phi_s$

令  $i_{An}$  为单位电流,  $n$  为正整数,  $v = 6n \pm 1$ , 整理以上各式得

$$\sum \Psi_v = \sum_{n=1}^{\infty} p \frac{m_1 \times 4}{\pi \times 2} \left( \frac{W_1}{p} \right)^2 \frac{\mu_0 \tau l}{F_{TG}} \frac{K_{d_{p2}}^2}{v^2} \quad (5-9)$$

由 (5-9) 式即可直接计算出谐波漏抗  $\bar{x}_{el}$ , 若将公式 (5-8) 与式 (5-9) 进行整理比较则可得

$$\sum S = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K_{d_{p2}}^2}{v^2}$$

### 三、定子端部漏抗

由于定子绕组端接部分形状复杂, 端部漏磁场的分布也较复杂。从理论上精确分析端部漏磁场的分布比较困难。一般是在简化条件下导出计算公式, 然后根据实践经验加以校正。下面列出当前工厂常用的端部漏抗计算公式。对于双层叠绕组, 有

$$\bar{x}_{el} = \frac{1.2(d_1 + 0.5f_d)}{l_{eff}} C_s$$

从公式可看出  $\bar{x}_{el}$  与端部的轴向伸出长度  $d_1$ 、 $f_d$  成正比。因为端部越长, 则端部漏磁路面积就越大, 也就是磁阻小, 所以漏磁通增加, 漏电抗增大。一般极数少的端部长, 故端部漏抗就大。

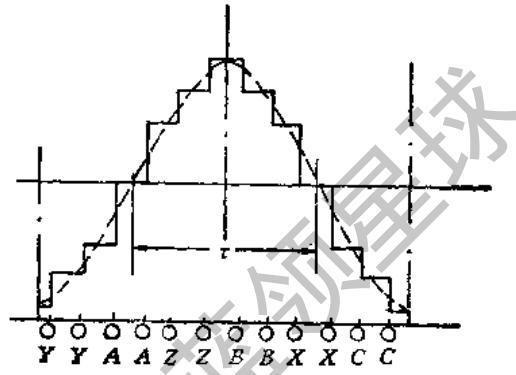


图 5-7

## 第四节 异步电机转子电阻、漏电抗的计算

从电机原理知道, 鼠笼式异步电机的转子是一个对称  $m_1$  相的多相绕组, 为了计算方便, 我们将转子参数折合到定子边去, 折合系数为

$$K = \frac{m_1(W_1 K_{d_{p1}})^2}{m_2(W_2 K_{d_{p2}})^2} = \frac{m_1 \left( \frac{Z_{ph}}{2} K_{d_{p1}} \right)^2}{Q_2 \left( \frac{1}{2} \times 1 \right)^2} = \frac{m_1(Z_{ph} K_{d_{p1}})^2}{Q_2}$$

上式中, 转子匝数  $W_2 = 1/2$ , 转子绕组系数  $K_{d_{p2}} = 1$ ,  $Q_2$  为转子槽数。

### 一、转子电阻的计算

转子导线电阻

$$R_{B2} = \frac{\rho_B \frac{l_B}{10^2}}{S_B \times 10^2} = \frac{K_B l_B \rho_B}{S_B \times 10^4} \Omega$$

式中  $S_B$  —— 转子槽面积, 单位为  $\text{cm}^2$ ;

$l_B$  —— 转子导条长度, 单位为  $\text{cm}$ 。

因为铸铝所用铝锭的纯度比定子铝导线所用电解铝纯度要低, 杂质多, 故其电阻系数  $\rho_B$  为 0.0434, 而不是 0.0346。在铸铝转子时, 导条面积实际上较转子槽面积要小一些(因为转子槽形迭的不齐, 有一定的槽公差), 所以导条实际面积为  $S_B/K_B$ ,  $K_B$  为 1.04。

导条电阻折合到定子边为  $R_B$ , 令  $K = m_1(Z_{st}K_{sp})^2 \times 10^4$ , 则

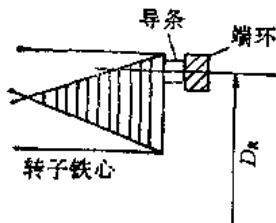


图 5-8

$$R_B = \frac{KK_B l_B \rho_B}{Q_2 S_B}$$

同理, 端环电阻折合到定子边为

$$R_R = K \frac{2D_R \rho_R}{\pi p^2 S_R}$$

其中考虑了端环到导条的折合系数  $Q_2^2/\pi^2 p^2$ 。

当转子电阻较高时, 则转子铜耗增加, 使效率降低, 温升增高, 但会增加起动转矩, 节约铝。

在设计时, 初步确定转子端环的平均直径  $D_R$ , 可令其等于转子槽高中部的直径。如图 5-8 所示, 端环截面  $S_R$  的径向高度应不小于转子槽高, 否则会引起转子电阻的增加。

## 二、转子漏电抗的计算

与上节中分析的定子绕组漏电抗一样, 在异步电机鼠笼转子绕组里, 同样存在着槽漏磁通、端部漏磁通和谐波漏磁通, 以及这些漏磁通相对应的槽漏抗  $x_{s1}$ 、端部漏抗  $x_{e1}$  和谐波漏抗  $x_{d1}$ 。为了计算方便, 均应折合到定子边。今以槽漏抗为例说明之。在上一节中提到槽中放一根导体, 铁心轴向长度为一个单位长度, 这根导体的槽漏电感就等于  $\mu_0 \lambda_{s1}$ 。 $\lambda_{s1}$  叫转子槽漏磁导系数, 与定子槽同样计算之。若转子铁心轴向长度为  $l_2$ , 则此导体槽漏电感为  $\mu_0 l_2 \lambda_{s1}$ , 槽漏电抗为  $2\pi f \mu_0 l_2 \lambda_{s1}$ , 折合到定子边为

$$\bar{x}_{s1} = \frac{K \times 2\pi f \mu_0 l_2 \lambda_{s1}}{U_1 / I_{KW}} = \frac{l_2 m_1 p \lambda_{s1}}{l_{\text{eff}} Q_2} C_s$$

同理

$$\bar{x}_{e1} = \frac{m_1 r_p}{\pi^2 g_e} \cdot \frac{\sum R}{F_T} C_s$$

$\sum R$  的物理概念相当于定子谐波漏抗中  $\sum S$  的概念, 具体计算时, 取转子导体的绕组系数  $K_{sp} = 1$ 。只考虑转子齿谐波。转子端部漏抗

$$\bar{x}_{d1} = \frac{0.757}{l_{\text{eff}}} \left( \frac{l_B - l}{1.13} + \frac{D_R}{p} \right) C_s$$

在铸铝转子中, 转子导条长  $l_B$  等于转子铁心长  $l$ 。

转子漏抗  $\bar{x}_t = \bar{x}_{s1} + \bar{x}_{e1} + \bar{x}_{d1} + \bar{x}_{sk}$ , 其中  $\bar{x}_{sk}$  为斜槽漏抗。

## 三、转子斜槽的作用及其对参数的影响

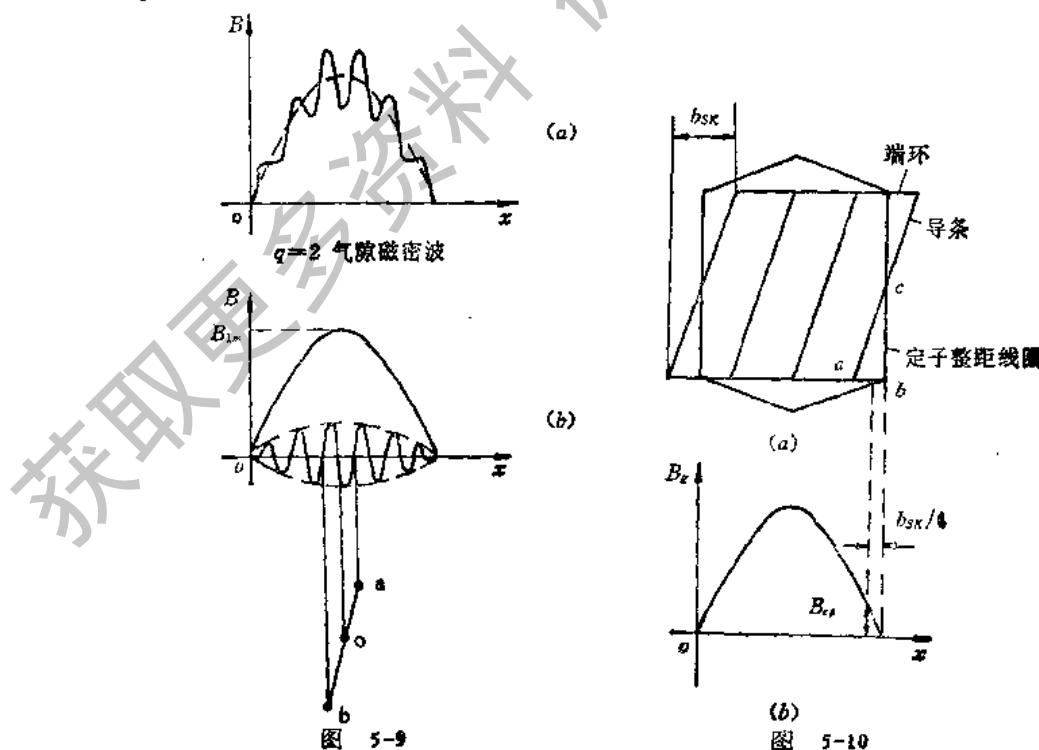
由于定子表面有齿有槽, 即使电机磁势是正弦的, 由于磁阻不是一常数, 所以气隙磁密也不是正弦形的(如图 5-9(a)), 而是正弦波形基础上加上一个小的高次脉动波形, 此

小波形的交变次数与定子齿数有关，故叫它为定子齿谐波。若转子直槽，这个齿谐波磁通密度在转子导条中感应电势，产生电流，则产生附加损耗、附加转矩、振动及噪音，严重时会影响电机正常运行，所以为了消除定子齿谐波的影响，通常采用转子斜槽，如图 5-9(b) 所示。

若转子斜槽斜一个定子齿节距的距离，则转子导条切割齿谐波磁密  $B_{z1}$  感应的电势为零。因转子导条 [boa] 均匀地分布在  $B_{z1}$  波形一个周期内，有一半导条切割正  $B_{z1}$  [bo 段]，另一半导条则切割负的  $B_{z1}$  [oa 段]，所以在导条 a、b 两点间齿谐波电势为零。 $bo$  段电势与  $oa$  段电势大小相等方向相反，互相抵消。则在转子导体中不产生齿谐波电流，就达到了消除齿谐波影响的目的。同样，采取定子斜槽，转子直槽，也可以达到消除齿谐波影响的目的。所以斜槽是指定转子槽形要有一个相对的斜度而言。

当鼠笼式转子采取斜槽措施后，电机的参数就发生了变化，漏电抗变大了。这是因为当转子导条斜过一定角度后，定子电流产生的基波旋转磁场与转子绕组互链的磁通要比转子直槽时少了一些，如图 5-10(a) 所示。同理，转子电流产生的基波旋转磁场与定子绕组互链的磁通也比转子直槽时少了一些，这就是说，主磁通减少了，主磁通减少的部分就变成了漏磁通的增加。

为了计算方便，将斜槽后全部漏磁通的增加都归结为转子漏电抗的增加，增加了一项转子斜槽漏抗  $x_{sk}$ ， $x_{sk} = 0.5\bar{x}_{dz}(b_{sk}/t_2)^2$ ， $t_2$  为转子齿节距， $b_{sk}$  为转子斜槽宽度。 $b_{sk}$  越大，则定、转子互链的程度越小  $x_{sk}$  越大。对于上式定性分析如下：由图 5-10(a)、(b) 可看出，此部分漏磁通应和三角形 abc 的面积成正比，还和此三角形的平均磁密  $B_{av}$  成正比，三角形底边  $ab = b_{sk}/2$ ，所以当  $b_{sk}$  变化时三角形面积就正比  $b_{sk}$  而变化。同时  $B_{av}$  必然也随  $b_{sk}$  而正比变化，故在上式中出现了  $b_{sk}^2$  的规律。



## 第六章 电机的损耗及性能计算

### 第一节 概 述

当电机的参数计算出来以后，就可以计算出电机额定运行时各部分的损耗及电动机效率。

电动机是将电能转变为机械能，随着能量的转换就有能量的损失，这种损失转化为热量而引起电机发热，使电机的容量受到一定的限制；若这种损耗在电机各部分合理地分配，可以得到较高的效率。因此研究损耗的意义是很大的。

异步电机的损耗可以分为四大类，即铜损耗、铁损耗、机械损耗和杂散损耗。电机的总损耗， $\Sigma p = \text{铜损耗} + \text{铁损耗} + \text{机械损耗} + \text{杂散损耗}$ 。

#### 一、定子绕组铜损耗

定子绕组是由铜线绕制的，具有一定的电阻，当电流通过时就产生损耗。定子绕组铜损耗  $p_{Cu1}$ ， $p_{Cu1} = m_1 I_1^2 R_1 \times 10^{-3}$

定子绕组的铜损耗转变为热能，使定子绕组温度升高。

#### 二、转子铜损耗

转子上的鼠笼条和端环材料是铝或铜。当转子电流通过鼠笼条和端环时产生的损耗，就是转子铜损耗。

#### 三、铁损耗

包括定子铁损耗和转子铁损耗。定子铁损耗由定子轭和定子齿的磁滞损耗和涡流损耗组成。转子铁损耗因为转子铁心中磁密交变频率很低，所以忽略不计。

当铁心材料、频率、硅钢片厚度一定时，铁损耗只决定于磁通密度的最大值。在设计电机时若磁通密度过高，则铁耗增加；同时由于铁心强烈的饱和，使激磁安匝大大增加，降低了功率因数。所以在设计电机时磁路各部分磁通密度最大值应在一定的范围之内（在小型电机中一般不超过 1.55T）。当然磁通密度也不必选得很小，因为那样就不能充分利用材料而造成浪费。

铁损耗引起铁心发热。

#### 四、机械损耗

包括转动部分的机械摩擦损耗和转子与空气的摩擦损耗。具体有下列几种：

(1) 滚动轴承损耗。其损耗使轴承发热，有时甚至把轴承烧坏（高温时润滑油脂溶

化,轴承干摩擦引起滚珠损坏)。

- (2) 转子表面空气的摩擦损耗。它和转速平方成正比。
- (3) 风扇所需的功率损耗。它和风压、风量的乘积成正比。

## 五、杂散损耗

杂散损耗是由漏磁通和气隙磁通中的谐波磁通在绕组、铁心和结构部件中感应涡流而产生的。杂散损耗很难计算,一般根据生产经验选择。在鼠笼异步电机额定运行时,对铜条转子杂散损耗以电机额定功率的0.5%来计算,对铸铝转子以1~3%来计算。

## 第二节 中小型异步电动机定转子铜损耗的计算, 定、转子额定电流的确定

### 一、定子铜损耗

定子绕组铜损耗计算公式为

$$\bar{P}_{Cu} = \bar{I}_1^2 \bar{r}_1,$$

定子电阻  $\bar{r}_1$  在前面已经求出,下面就是要确定定子电流  $\bar{I}_1$  的问题了。

由激磁电路前移的等值电路图(图6-1)可以看出定子电流  $\bar{I}_1$  等于激磁电流  $\bar{I}_m$  和转子电流  $\bar{I}_2$  之和。将  $\bar{I}_2$  分成两个分量,  $\bar{I}_p$  为  $\bar{I}_2$  的有功分量,  $\bar{I}_s$  为  $\bar{I}_2$  的无功分量(叫满载电抗电流)。忽略激磁电流中的对应铁耗的有功分量,则  $\bar{I}_1$  的有功分量亦为  $\bar{I}_p$ ,而  $\bar{I}_1$  的无功分量为  $\bar{I}_s$ ,则  $\bar{I}_s$  应等于  $\bar{I}_m + \bar{I}_p$ ,  $\bar{I}_m$  在前面已经求出,下面分别求出  $\bar{I}_p$  与  $\bar{I}_s$ ,即可得出  $\bar{I}_1 = \sqrt{\bar{I}_p^2 + \bar{I}_s^2}$ 。

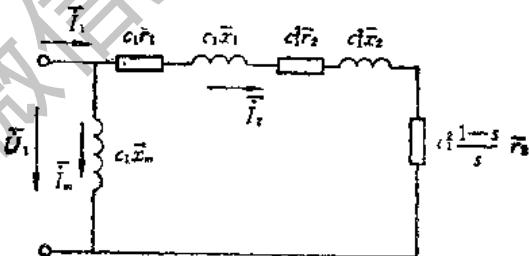


图 6-1

### 二、满载电流有功分量 $\bar{I}_p$ 的计算

推导如下,输入功率  $P_1 = m_1 U_1 I_1 \cos \varphi = m_1 U_1 I_p$  ( $I_p$  为  $I_1$  的有功分量)。

输出功率  $P_2 = m_1 U_1 I_{KW}$

$$\text{则效率 } \eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{m_1 U_1 I_{KW}}{m_1 U_1 I_p} = \frac{1}{I_p}$$

故  $\bar{I}_p = \frac{1}{\eta}$ 。将国家标准之效率值代入此式即可求  $\bar{I}_p$ 。

### 三、满载电抗电流 $\bar{I}_s$ 的计算

图6-1中系数  $C_1 = 1 + (x_1/x_m)$ 。将满载时转子电流  $\bar{I}_2$  以其有功分量  $\bar{I}_p$  及无功分量  $\bar{I}_s$  表示得

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_p + j\bar{I}_s \quad (6-1)$$

列图 6-1 等值电路中支路电流  $\bar{I}_2$  的回路电压方程式:

$$\bar{U}_1 = \bar{I}_2 \left[ (c_1 \bar{r}_1 + c_1^2 \bar{r}_2 + c_1^2 \frac{1 - s}{s} \bar{r}_2) + j(c_1 \bar{x}_1 + c_1^2 \bar{x}_2) \right]$$

将(6-1)式代入上式得

$$\begin{aligned} \bar{U}_1 = & \left[ \bar{I}_p \left( c_1 \bar{r}_1 + c_1^2 \frac{\bar{r}_2}{s} \right) + \bar{I}_s (c_1 \bar{x}_1 + c_1^2 \bar{x}_2) \right] \\ & + j \left[ \bar{I}_p (c_1 \bar{x}_1 + c_1^2 \bar{x}_2) - \bar{I}_s \left( c_1 \bar{r}_1 + c_1^2 \frac{\bar{r}_2}{s} \right) \right] \end{aligned} \quad (6-2)$$

我们知道一个  $R, X$  串联交流电路其

$$\frac{X}{R} = \frac{I_s}{I_p} = \operatorname{tg} \varphi$$

式中  $\varphi$  —— 阻抗角。式(6-2)代表一个  $R, X$  串联电路, 则

$$\begin{aligned} \frac{c_1 \bar{x}_1 + c_1^2 \bar{x}_2}{c_1 \bar{r}_1 + c_1^2 \frac{\bar{r}_2}{s}} &= \frac{\bar{I}_s}{\bar{I}_p} \\ \therefore \quad \left( c_1 \bar{r}_1 + c_1^2 \frac{\bar{r}_2}{s} \right) &= \frac{\bar{I}_p}{\bar{I}_s} (c_1 \bar{x}_1 + c_1^2 \bar{x}_2) \end{aligned} \quad (6-3)$$

将(6-3)式代入(6-2)式得

$$\bar{U}_1 = \left( \frac{\bar{I}_p}{\bar{I}_s} + \bar{I}_s \right) (c_1 \bar{x}_1 + c_1^2 \bar{x}_2) = \frac{c_1 \bar{I}_p}{\bar{I}_s} \left( 1 + \frac{\bar{I}_s}{\bar{I}_p} \right) (\bar{x}_1 + c_1 \bar{x}_2)$$

又知  $\bar{U}_1 = 1$ , 再将  $\bar{x}_1 + c_1 \bar{x}_2 \approx \bar{x}_1 + \bar{x}_2 = \bar{x}$  代入上式得

$$\bar{I}_s = c_1 \bar{I}_p \bar{x} \left( 1 + \frac{\bar{I}_s}{\bar{I}_p} \right) \quad (6-4)$$

式(6-4)中  $c_1, \bar{I}_p, \bar{x}$  均已求得, 则上式是一个二次代数方程, 解此方程即可求得未知数  $\bar{I}_s$ 。但这样求得的  $\bar{I}_s$  的解很繁, 不便于计算, 从大量统计结果知一般  $\bar{I}_s/\bar{I}_p$  约为 0.2 左右。若认为  $\bar{I}_s = c_1 \bar{I}_p \bar{x}$  而忽略了  $c_1 \bar{I}_p^2 \bar{x} (\bar{I}_s/\bar{I}_p)$  项则误差为 4% 左右。

为了增加计算精确度, 希望误差控制在 1% 之内, 我们采用了数学近似计算中的迭代法, 其具体作法如下:

将(6-4)式中等号右边  $\bar{I}_s^2$  项以(6-4)式本身之平方代之得下式:

$$\bar{I}_s = c_1 \bar{I}_p^2 \bar{x} \left[ 1 + c_1^2 \bar{I}_p^2 \bar{x}^2 \left( 1 + 2 \frac{\bar{I}_s}{\bar{I}_p^2} + \frac{\bar{I}_s^4}{\bar{I}_p^4} \right) \right] \quad (6-5)$$

因为  $\frac{\bar{I}_s}{\bar{I}_p} \approx 0.2$ , 所以  $2 \frac{\bar{I}_s}{\bar{I}_p^2}$  项及  $\frac{\bar{I}_s^4}{\bar{I}_p^4}$  项在(6-5)式中与 1 比较可被忽略, (6-5)式可简化为

$$\bar{I}_s = c_1 \bar{I}_p^2 \bar{x} [1 + (c_1^2 \bar{I}_p \bar{x})^2] \quad (6-6)$$

#### 四、定、转子电流 $I_1, I_2$ 的计算及转子铜损耗的计算

定子电流

$$I_1 = \sqrt{I_p^2 + I_k^2}$$

转子电流

$$I_2 = \sqrt{I_p^2 + I_s^2}$$

同理可导出转子铝损耗标么值

$$\bar{p}_{Al2} = \bar{I}_2^2 \bar{r}_2$$

### 第三节 定子铁损耗、基本铁耗、表面损耗、脉振损耗

#### 一、基本铁耗的计算

电机铁心的铁损耗  $p_{Fe}$  由涡流、磁滞两部分损耗组成。在异步电动机转子铁心中磁通交变频率为  $f_2 = sf_1$ , 一般  $s$  约为 1.5% 左右, 故转子铁心磁密交变频率很低, 铁损耗中涡流损耗正比于  $f_2$ , 磁滞损耗正比于  $f_2$ , 则转子铁耗相对定子铁损耗可以忽略不计, 所以一般设计中只计算定子铁损耗。

工业中计算铁损耗是通过实验求得在 50Hz 正弦交变磁密作用下, 改变不同磁密值  $B_m$ , 测出对应每一个  $B_m$  值之单位体积铁损耗, 称为比损耗(包括涡流损耗与磁滞损耗之和), 列成表格, 在计算铁耗时根据定子齿部、轭部磁密值查得比损耗, 再乘以定子齿部、轭部之体积, 即可得定子齿部、轭部之基本铁耗, 分别以  $p_n$   $p_{n1}$  表示之。异步电机总铁耗

$$p_{Fe} = k_1 p_n + k_2 p_{n1}$$

式中  $k_1, k_2$  为铁损耗校正系数。半闭口槽, 取  $k_1 = 2.5$ ,  $k_2 = 2.0$ 。 $k_1, k_2$  主要考虑电机加工的影响(冲剪时加工硬化、冲片有毛刺造成局部短路均增加损耗)及磁场分布非正弦在定转子铁心中增加损耗。电机有齿有槽会在铁心中引起脉振损耗及表面损耗, 这部分损耗也在  $k_1, k_2$  校正系数中予以修正。

#### 二、脉振损耗

由图 6-2 可以看出定子有齿有槽则转子两个齿 a、b 的磁密是不一样的, 齿 a 正对着定子齿则磁密较高, 而齿 b 正对着定子槽口则磁阻较大, 齿中磁密就较低; 而当转子转过

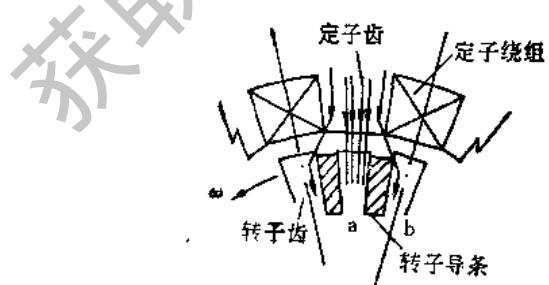


图 6-2

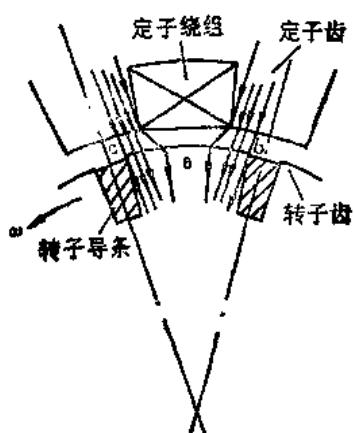


图 6-3

一个转子齿距后齿 b 转到齿 a 的位置则齿 a 中磁密要减小(由四条磁力线变为两条磁力线),齿 b 中磁密要增加,随着转子不断的旋转,各齿中磁密就出现较高频率的脉振变化,因而转子齿就会产生铁耗,这部分损耗叫脉振损耗。

### 三、表面损耗

由图 6-3 可以看出定子有齿有槽,则转子齿表面 a 处磁密最小(因其正对着定子槽),b 处,c 处磁密较大,当转子转动时,a 处磁密要逐渐增加,b 处磁密要逐渐减少,当转过一个定子齿节距时,则 a 点又对应另一个定子槽口,则又开始了另一个周期的磁密变化,于是在转子表面引起磁密的不断变化,在转子表面引起损耗,称为表面损耗。

图 6-3 所示的状态为 b、c 点处磁密大 a 点磁密小,此时转子齿有 8 根磁力线,过了一个瞬时,当 b 点磁密最小时则 a、c 点磁密大,所以那时转子齿基本上还有 8 根磁力线左右,这时损耗只产生在表面。

一般情况下,脉振损耗与表面损耗总是同时存在的。由以上分析可看出转子表面损

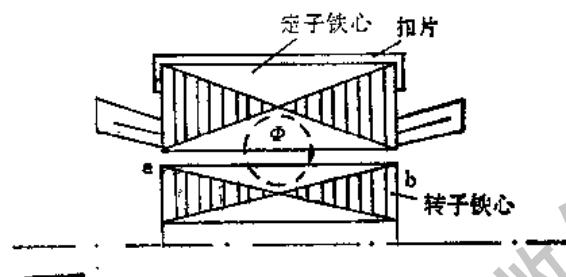


图 6-4

耗与脉振损耗的大小,与定子槽口的大小有关,若定子槽口愈大,转子表面磁密分布愈不均匀,在图 6-2 中齿 a、齿 b 中磁密之差别就大,图 6-3 中转子齿表面 a、b 两点磁密之差就大,因此表面损耗与脉振损耗也增大。小型异步电机中定子都采用半闭口槽就是为了减小表面损耗与脉振损耗。

同理,由于转子有齿有槽也会在定子表面及定子齿中产生表面损耗和脉振损耗。为了减少这些损耗鼠笼转子都采用槽口很小的半闭口槽。

### 四、定子冲片毛刺短路引起的铁心损耗

由图 6-4 可以看出若定子冲片无毛刺的话,定子内圆处 a、b 线段被若干片硅钢片分割成若干小段,但若冲片有毛刺且齿部毛刺互相联接,将定子内圆 a、b 线段连成一个电的通路,此时当电机轭部有交变磁通  $\Phi$  通过时,任意两张硅钢片均可通过扣片和 a、b 线段构成一个回路,形成一个短路线圈,其效果就好象电机线圈中有一个匝间短路的故障一样,会引起铁心涡流损耗的增加。

一般电机铁心冲剪时要求毛刺尽可能的小且铁心叠压以后,不许锉槽(或磨内圆),就是为了避免毛刺形成的短路。当然在铁心叠压时,压力过大引起硅钢片间绝缘漆膜的破坏,而形成片与片间连通也会大大的增加铁耗。

## 第四节 异步电机负载时的附加损耗

除了上述的几种基本损耗之外,在负载时,定、转子绕组通过额定电流产生漏磁通及高次谐波磁通,由这些磁通引起的损耗称为附加损耗。一般情况下附加损耗仅占额定功

率的 2% 左右,但若考虑不当,则可能由于附加损耗的增加,导致效率大大降低,若低于国家标准要求则不能出厂,造成浪费(某电机厂在铸铝工艺由离心铸造改为压铸时就产生了上述现象)。要精确计算附加损耗是比较困难的,因为漏磁场,高次谐波磁场的分布是很不规则的,工程上为了计算方便,统计了已生产的附加损耗占额定功率的百分比,而给定一个经验系数来确定设计新系列电机时的附加损耗数值。

我国现在用的附加损耗与额定功率比值如表 6-1。

表 6-1

附加损耗/额定功率	2 极	4 极	6 极	8 极	10 极
11kW 以上	2%	1.5%	1.5%	1.5%	1.0%
11kW 以下	2.5%	2%	1.5%	1.5%	1.0%

为了对附加损耗有进一步的了解,我们介绍一下附加损耗并作定性分析。

1. 定转子绕组流过电流时其漏磁场在导线、铁心、端盖等金属构件中就会引起涡流损耗,在小型异步电机中这部分损耗是很小的。

2. 定转子绕组有电流时产生的高次谐波磁场,它们在定、转子铁心及鼠笼导条中感应电势电流亦相应引起损耗。

3. 横向电流损耗。如图 6-5 所示,当转子斜槽后,导条  $a_1, b_1$  段切割齿谐波北极磁密,但相邻导条  $a_2, b_2$  段切割齿谐波南极磁密。若导条与转子铁心不是绝缘的,便会有电流从导条  $a_1, b_1$  流向转子铁心到达另一导条由  $b_2$  流向  $a_2$ , 经端环成闭合回路如  $a_1b_1b_2a_2a_1, c_1b_1b_2c_2c_1$  回路(该电流称横向电流)。该电流流通时便会引起附加损耗。

当导条与转子铁心间接触电阻增加时,横向电流减小,附加损耗就减小了。这个接触电阻的大小与转子铸铝工艺是密切相关的,当采用离心铸造时,铸铝前转子铁心需要在炉内预热,铁心槽部已形成氧化层,铸铝导条与铁心间已有相当大的接触电阻,这时横向电流引起的附加损耗不大。近年来,采用压力铸铝,转子不预热,劳动生产率高,浇铸质量好,但转子不预热,则导条与转子铁心接触电阻大为下降,横向电流引起的损耗增加了。为了减小横向电流附加损耗,就要增加导条与转子铁心的接触电阻,可以采取以下措施:

(1) 转子冲片在叠装前退火处理,可使每一冲片槽部形成氧化层。

(2) 脱壳处理。将刚浇铸好的热的鼠笼转子的端环骤然冷却,由于铝和铁心冷却收缩的速度不同,使导条与转子铁心“脱离”(因为铝条收缩快),造成接触不良、增加接触电阻。

(3) 定、转子槽选择相近的槽数亦可减小横向电流损耗,从图 6-5 中可以看出若转子槽数等于定子槽数,则导条  $a_1b_1$  段和  $a_2b_2$  段切割齿谐波同一极性的磁密,则在  $a_1b_1b_2a_2a_1$  回路中

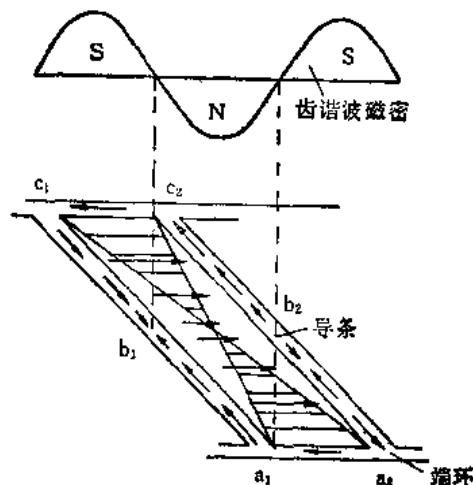


图 6-5

无回路电势，无回路电流，也就没有了横向电流附加损耗，故现在系列电机中定、转子槽数接近。

## 第五节 空载附加损耗

凸极机空载额定电压运行时，极靴表面产生的附加损耗为  $P_{po}$ 。在工厂中采用下式计算：

$$P_{po} = \Delta [(K_{c1} - 1)B_{e1}t_1]^2 \left[ \frac{Q_1n_N}{10000} \right]^{1.5} \times 2pS_e \times 10^{-4} \quad (6-7)$$

式中  $S_e$ ——极靴表面积，单位为  $\text{cm}^2$ ； $K_{c1}$ ——定子气隙系数； $Q_1$ ——定子齿数； $n_N$ ——额定转速，单位为  $\text{r}/\text{min}$ ， $\Delta$ ——磁极冲片厚，单位为  $\text{mm}$ ； $t_1$ ——定子齿距，单位为  $\text{cm}$ ； $P_{po}$ ——单位为  $\text{kW}$ 。

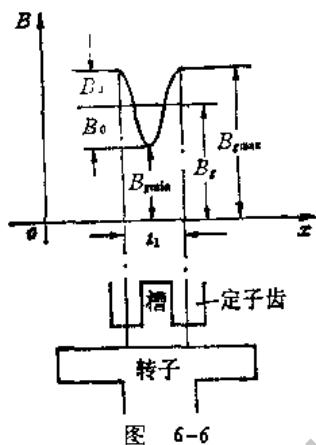


图 6-6

图 6-6 表示一个定子有齿有槽所引起的转子表面磁密分布示意图。图中  $B_0$  为齿谐波磁密的振幅。因为  $B_{e1\max} = K_{c1}B_{e1}$ ，所以

$$B_0 = B_{e1\max} - B_{e1} = (K_{c1} - 1)B_{e1}$$

$$B_0 \cdot \frac{2}{\pi} \frac{t_1}{2} \text{ 表示单位轴向长度齿谐波每极磁通}$$

(假定  $B_0$  沿空间正弦分布且极距为  $t_1/2$ )。

表面损耗的涡流电流，是齿谐波磁通感应电势产生的，所以  $P_{po}$  正比于  $[(K_{c1} - 1)B_{e1}t_1]^2$ 。

转子每转一转， $B_0$  要变化  $Q_1$  次，每秒钟变

化频率为  $\frac{n_N Q_1}{60}$ ，表面损耗正比于频率的 1.5 次方，所以 (6-7) 式中  $P_{po}$  正比于  $\left[ \frac{Q_1 n_N}{10000} \right]^{1.5}$ 。

异步电动机脉振、表面损耗中交变磁密的幅值和频率与式 (6-7) 中之磁密幅值和频率基本相近。这些损耗属于空载附加损耗。

## 第六节 异步电机的挤流效应及其所引起的转子电阻的增加和转子漏电抗的减小

起动时转子导条电阻有所增加，转子漏电抗的数值比额定运行时漏电抗的数值变小，应专门计算起动时所对应的转子漏阻抗数值，用这些阻抗值才能正确计算起动电流的大小。为什么起动时漏阻抗会有这样的变化呢？原因如下。

第一个原因是由于起动时转子电流频率较高，由于转子导条的挤流效应导致转子电阻的增加和转子槽漏抗的减小。

第二个原因是起动电流大，以致于使漏磁场中的铁心部分过饱和所以定转子漏抗均会减小。

在本节中只讨论第一个原因的影响。

当转子导条中流过交流电流时，可将导条看成上下两个小导条并联而成，一个叫导条上部，一个叫导条下部，从图 6-7(a) 可明显地看出导条下部所链磁通比上部导条多，导条下部漏抗就比导条上部漏抗大。

转子导条电流密度沿导条高度分布如图 6-7(b)，其中  $\Delta$  为电密， $h$  为槽高度方向的尺寸。

导条上下部切割主磁通，感应电势  $E_2$  是相同的。导条上下部的电阻是相等的，因导条下部电抗大，所以阻抗就大，电流就小，电流密度也就小了。导条上部电抗小，阻抗小则电密大。这样就把电流大部分挤到槽口部分，这种效应就叫电流的挤流效应。

挤流效应的效果是增加了转子电阻，因为电流都挤向导条上部，可以近似认为下导条几乎没有电流，即只有上部导条导电，导电面积减小了，所以电阻就增加了。

同理电流向上挤，导条下部几乎没有电流，和电流均匀分布时相比较，下部漏磁通减少了很多，可以认为只有槽上部有漏磁通，若图 6-7(a) 表示电流均匀分布时槽内有 3 根磁力线 (1、2、3)，则产生挤流效应后，导条下部几乎没有电流，所以磁力线 1 就没有了，槽漏磁通只剩两根磁力线 (2、3)，这样槽的总漏磁通减小了，漏磁链减少了，所以有挤流效应之槽漏抗比电流均匀分布时之槽漏抗就减小了。

工程上采用简化计算，先计算一个系数  $\xi$ ， $\xi$  为导条相对高度，其计算公式为

$$\xi = 1.987 \times 10^{-3} h_B \sqrt{\frac{b_B}{b_R}} \cdot \frac{f}{\rho_B}$$

式中  $h_B$  —— 转子导条高度(对铸铝转子，不包括槽口高度  $h_{R0}$ )，单位为 cm； $b_B$  —— 导条宽度，单位为 cm； $b_R$  —— 转子槽宽度，单位为 cm；对铸铝转子，其  $\frac{b_B}{b_R} = 1$ ； $f$  —— 导条电流的交变频率； $\rho_B$  —— 导条电阻系数，铸铝取  $4.34 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$ 。

然后，根据  $\xi$  查表确定转子挤流效应系数  $\frac{r}{r_0}$ ， $\frac{x}{x_0}$ (此系数与槽形有关)。 $r$ ， $x$  为  $f$  Hz 电流时考虑挤流效应后之转子导条电阻、转子槽漏抗(不包括槽口部分漏磁通)之数值。 $r_0$ ， $x_0$  为电流均匀分布时之转子导条电阻、转子槽漏抗(不包括槽口部分漏磁通)之数值。

现在我们解释一下  $\xi$  的物理概念， $\xi$  代表了导条挤流效应的程度。导条高度为  $h_B$ ，根据公式计算出  $\xi$  后，可以认为挤流效应的后果是剩下了靠近槽口的一小段有电流，这一小段导条的高度为  $h_B/\xi$  (当  $\xi > 1$  时)，由此可以看出  $\xi$  越大则挤流效应越显著，挤流后的导条电阻值  $r$  与电流均匀分布时导条电阻  $r_0$  之比为  $r/r_0 \approx \xi$ 。

为什么  $h_B$  越高， $\xi$  也就越大呢？如图 6-8 示，我们将一根导条分成在高度上平行并

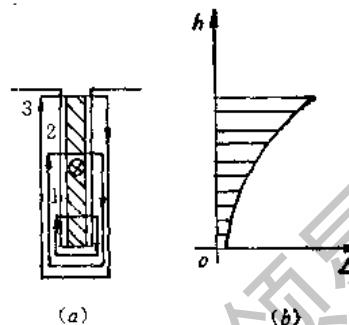


图 6-7

联的  $n$  根小导条，第一根小导条放在槽底，第  $n$  根小导条就放在槽口了（每根导条宽度相等）。图 6-8(a) 示浅槽情况，槽内有一根磁力线，所以第一根小导条链着一根磁力线，第  $n$  根小导条链着零根磁力线。分析第一根与第  $n$  极导条的电势平衡情况，主磁通感应的电势  $E_1$  是一样的，槽中部那条磁力线对第一根导条感应漏磁电动势  $E_s$ ，而对第  $n$  根导条则没有作用。很明显  $E_s$  是造成电流不均匀的主要原因。并联的  $n$  根小导条在端环部分是短路的，所以每根小导条端电压必须相同，只好调整小导条电流  $I_n$ ，以补偿  $E_s$  所造成的差别。定性分析如下，列第一根第  $n$  根小导条电压平衡式得

$$\dot{E}_{s1} + I_1 r_1 = I_n r_n \quad (6-8)$$

式中  $I_1, I_n$  ——第一根、第  $n$  根导条电流； $r_1, r_n$  ——第一根、第  $n$  根导条电阻 ( $r_1 = r_n$ )。

$\dot{E}_{s1}$  ——1 根磁力线对第一根异体感应的漏磁电动势。

上式中  $I_1$  很小故可忽略  $I_1 r_1$  项得

$$I_n = \frac{\dot{E}_{s1}}{r_n}$$

若导条之  $h_b$  增高（深槽情况）。可由图 6-8(b) 中看出， $n$  根小导条仍然链着零根磁力线而第一根导条链着 4 根磁力线。参照式 6-8 可列出下式：

$$\dot{E}_{s4} + I_1 r_1 = I_n r_n \quad (6-9)$$

$\dot{E}_{s4}$  为图 6-8(b) 所示槽中 4 根磁力线对槽底第一根小导条感应的漏磁电动势。

我们可以近似认为  $\dot{E}_{s4} = 4\dot{E}_{s1}$ ，所以此时  $I_n$  要比浅槽情况大 4 倍，电流分布不均匀程度增加了，所以  $\xi$  也增加了。

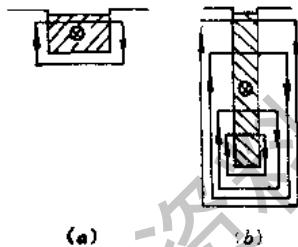


图 6-8

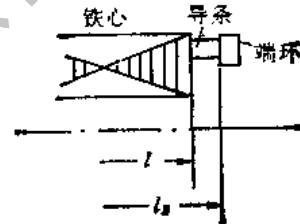


图 6-9

### 一、转子起动电阻 $\bar{r}_{2s1}$ 的计算

$$\bar{r}_{2s1} = \left[ \frac{r_s}{r_0} \left( \frac{l}{l_b} \right) + \frac{l_b - l}{l_b} \right] \bar{r}_B + \bar{r}_R$$

式中  $l_b$  ——转子导条长度； $r_R$  ——转子端环电阻； $l$  ——转子铁心长度，对铸铝转子  $l_b = l$ ，式中长度单位均为 cm。

上式考虑到只是在转子铁心部分的导条才有挤流效应，而按  $r_s/r_0$  的倍数增加电阻，式中  $r_B$  即为电流均匀分布时之转子导条电阻。

### 二、转子起动槽漏抗之计算

有挤流效应时转子导条槽单位漏磁导系数  $\lambda_{s2s1} = \lambda_{m2s1} + \lambda_{L2s1}$ ，其中  $\lambda_{L2s1} = \frac{x_m}{x_0} \lambda_{L2s0}$

$\lambda_L$  为导条电流均匀分布时之漏磁导系数(不包括槽口部分);  $\lambda_{m1}$  为考虑饱和效应后之槽口部分漏磁导系数(在下节讲述)。

## 第七节 异步机漏磁路的饱和引起定、转子漏抗的减小

由于起动时定、转子电流很大,此时定、转子每槽的安匝很大,使漏磁路中间的铁心部分出现饱和,如图 6-10 所示的磁通叫做齿顶漏磁通,它通过气隙经转子齿的顶部而闭合。

一般在漏电抗计算中忽略铁心部分磁阻,即认为全部安匝都降落在漏磁路空气隙磁阻上,这时绕组电流大一倍,磁密大一倍,漏磁通大一倍,漏磁链也大一倍,这样单位电流产生的磁链数是一个常数,所以我们说漏电抗  $\omega L_s$  是一个常数,就是说它不随电流大小而变化。

当磁路出现饱和时铁心磁阻相对空气隙磁阻不能忽略,这时由铁磁材料  $B-H$  曲线知道,激磁安匝大一倍,磁通并不能也大一倍,随着电流的增加,磁链增加的倍数要比电流增加的倍数小,所以漏电抗随电流的增加而逐渐减小。这就是当起动电流很大时,漏磁磁路饱和引起定、转子漏电抗减小的原因。

在实际电机中因为电机绕组是分布的,每极每相槽数  $q$  不等于 1,图 6-11 示  $q = 3$  的漏磁通回路,由于在齿的中间部分漏磁通方向相反,见图 6-11(a) 所示。可见在定子齿中间部分磁密不高,起动时不考虑饱和效应,在齿顶部分由于一般小型异步电机槽口很窄,槽口漏磁通数值很大。由于气隙很小,所以通过气隙到达转子齿顶的漏磁通很多,就使靠近空气隙的齿顶部分特别饱和,因而使槽口部分槽漏抗减小。

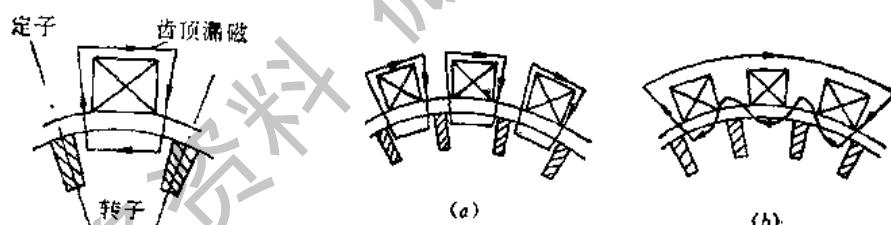


图 6-10

(a)

(b)

图 6-11

工程上采用的计算饱和对漏抗的影响的方法如下:

首先确定起动电流开始假定值  $I'_{s1} = (2.5 \sim 3.5) \bar{T}_M I_{kw} A_0$

为什么  $I'_{s1}$  与最大转矩倍数  $\bar{T}_M$  有关呢? 因为一台电机漏电抗小则  $\bar{T}_M$  就大, 而漏电抗小的电机  $I'_{s1}$  一定也大, 所以取  $I'_{s1}$  时考虑  $\bar{T}_M$  的影响实际上是反映了漏抗的影响。

根据  $I'_{s1}$  计算

$$AT_{s1} = I'_{s1} \frac{Z_1}{a_1} 0.707 \left[ K_{u1} + K_{d1}^2 K_{p1} \frac{Q_1}{Q_2} \right] \sqrt{1 - \epsilon_0}$$

式中  $Z_1$ —定子每槽导线数;  $1 - \epsilon_0$ —空载运行定子绕组感应电势与相电压之比值;

$I'_{s1}$ —每根导体的电流,也就是每一支路的电流数值。  
 $a_1$

$0.707 \left[ K_{st} + K_{st}^2 K_{pl} \frac{Q_1}{Q_2} \right] \sqrt{1 - s_0}$  是一个系数, 一般说这个系数近似等于 1, 其中  $K_{st}$  就是反映了绕组短距时, 对每槽磁动势的削弱。

由图 6-11(b) 可以看出  $AT_{st}$  表示在齿顶漏磁回路中, 通过两个空气隙所消耗的磁位降, 图 6-11(b) 表示了定子槽数  $Q_1$  = 转子槽数  $Q_2$  之磁路示意图, 整个漏磁路共经过 6 个气隙, 若转子槽数增加一倍时, 此齿顶漏磁回路就要经过 12 个气隙, 转子齿数越多, 消耗在两个气隙(对应一个转子齿)上的磁位降就越小, 这就是为什么  $AT_{st}$  与  $Q_1/Q_2$  有关的物理意义。

根据  $AT_{st}$  计算  $B_L$  (空气隙中漏磁场的虚构磁感应)。

忽略漏磁回路中铁心磁阻, 认为  $AT_{st}$  全部降落在两个气隙上。得

$$B_L = \frac{AT_{st}}{1.6g\beta_e}$$

式中

$$\beta_e = 0.64 + 2.5 \sqrt{\frac{g}{t_1 + t_2}}$$

一般  $\beta_e$  近似等于 1。

我们将槽漏磁路铁心部分过饱和引起磁阻的增加导致槽漏磁通的减小等效为定子槽口的扩大, 引起定子槽漏抗的减小(这样就避免了漏磁路中饱和磁阻的复杂计算)。

我们知道  $B_L$  越大, 饱和程度越高, 磁阻增加得越多, 漏电抗减少得也越多。

具体计算时, 引入了一个漏抗变化系数  $K_z$ ,  $K_z$  可根据  $B_L$  值查图表而得,  $K_z$  小于 1, 表示由于饱和使齿顶宽度减少为原来的  $K_z$  倍。则图 6-12 阴影部分就是齿顶宽度减少的尺寸。

计算起动时齿顶漏磁饱和引起定子齿顶宽度的减少为  $C_{s1}$  有

$$C_{s1} = (t_1 - b_{01})(1 - K_z)$$

计算起动时齿顶漏磁饱和引起转子齿顶宽度的减少值为  $C_{s2}$ , 计算式为

$$C_{s2} = (t_2 - b_{02})(1 - K_z)$$

定、转子齿顶宽度分别为  $(t_1 - b_{01})$ 、 $(t_2 - b_{02})$ 。由于齿顶饱和认为齿顶宽减少为原齿顶宽的  $K_z$  倍。 $C_{s1}$ 、 $C_{s2}$  为齿顶宽度的减少值, 即是槽漏磁槽口宽度的增加值。

起动时定子槽单位漏磁导

$$\lambda_{s1, st} = K_{st}(k_{st} - \Delta k_{st}) + K_{L1}\lambda_{L1}$$

式中  $\Delta k_{st}$  —— 由于饱和引起定子槽口漏磁导减少的数值。

对开口平行槽, 槽口高为  $h_{s0}$ , 则

$$\Delta k_{st} = \frac{h_{s0}}{b_{01}} \left( \frac{C_{s1}}{C_{s1} + b_{01}} \right)$$

已知  $k_{st} = \frac{h_{s0}}{b_{01}}$  代入上式得

$$\lambda_{s1 s_t} = K_{s1} \frac{b_{s1}}{C_{s1} + b_{s1}} + K_{L1} \lambda_{L1}$$

所以  $\lambda_{s1 s_t}$  就表示槽口宽度由  $b_{s1}$  增加为  $(b_{s1} + C_{s1})$  后所对应的定子槽单位漏磁导值。

起动时转子槽单位漏磁导  $\lambda_{s2 s_t}$ , 有

$$\lambda_{s2 s_t} = \lambda_{L2 s_t} + \lambda_{m2 s_t}$$

$\lambda_{L2 s_t}$  为上一节中考虑转子挤流效应后之漏磁导(不包括槽口部分)。 $\lambda_{m2 s_t}$  为考虑漏磁饱和后槽口部分漏磁导。对转子为半闭口槽时有

$$\Delta \lambda_{m2} = \frac{b_{R2}}{b_{s2}} \left( \frac{C_{s2}}{C_{s2} + b_{s2}} \right)$$

式中  $\Delta \lambda_{m2}$  ——由于漏磁饱和引起转子槽口部分漏磁导的减少值。

$$\lambda_{m2 s_t} = \lambda_{m2} - \Delta \lambda_{m2}$$

起动时定子槽漏抗

$$x_{s1 s_t} = \frac{\lambda_{s1 s_t}}{\lambda_{s1}} \bar{x}_{s1}$$

起动时转子槽漏抗

$$x_{s2 s_t} = \frac{\lambda_{s2 s_t}}{\lambda_{s2}} \bar{x}_{s2}$$

由于饱和而引起的槽漏抗的变化,通过以上计算就简化为定子、转子槽口加宽后槽漏抗的计算。

由于定转子齿顶的饱和导致漏磁通减少,可等效成槽口宽度增加了,齿顶宽度只剩下原齿顶宽度的  $K_z$  倍,所以凡是通过齿顶的其他漏磁通均应减少为原值的  $K_z$  倍,所以高次谐波磁通也减少到原值的  $K_z$  倍,这样谐波漏抗也减小到原值的  $K_z$  倍,则起动时定子谐波漏抗  $\bar{x}_{d1 s_t} = K_z \bar{x}_{d1}$ ;起动时转子谐波漏抗  $\bar{x}_{d2 s_t} = K_z \bar{x}_{d2}$ ;同理起动时转子斜槽漏抗  $\bar{x}_{SK s_t} = K_z \bar{x}_{SK}$ 。

定、转子端部漏磁通磁路没有饱和的问题,其起动时端部漏抗与额定状态运行端部漏抗数值相同。

考虑起动时漏磁饱和和挤流效应的综合影响,起动时等值电路中参数计算如下:

起动时定子漏抗  $\bar{x}_{1 s_t} = \bar{x}_{s1 s_t} + \bar{x}_{d1 s_t} + \bar{x}_{e1}$  起动时转子漏抗  $\bar{x}_{2 s_t} = \bar{x}_{s2 s_t} + \bar{x}_{d2 s_t} + \bar{x}_{e2} + \bar{x}_{SK s_t}$  起动时总漏电抗  $\bar{x}_{s_t} = \bar{x}_{1 s_t} + \bar{x}_{2 s_t}$  起动时总电阻  $\bar{r}_{s_t} = \bar{r}_1 + \bar{r}_{2 s_t}$  起动时总阻抗  $\bar{Z}_{s_t} = \sqrt{\bar{r}_{s_t}^2 + \bar{x}_{s_t}^2}$

由  $\bar{Z}_{s_t}$  计算出实际起动电流  $I_{s_t}$  应与假定值  $I'_{s_t}$  相符,否则应进行迭代运算。

## 第八节 异步机起动电流和起动转矩的计算

电机起动时起动电流很大,  $I_{s_t}$  约为  $(5 \sim 7) I_1$ , 此时激磁电流相对  $I_{s_t}$  来说就很 小, 可将其忽略,这样,很容易从等值电路中求出起动电流。在等值电路中令  $C_1 = 1$ , 则

$$I_{s_t} = \frac{U_1}{Z_{s_t}} = \frac{U_1 I_{KW}}{Z_{s_t} I_{KW}} = \frac{I_{KW}}{\bar{Z}_{s_t}}$$

$I_{st}$  应与假定值  $I'_{st}$  相符(一般计算值与假定值可相差  $\pm 2\%$ )。

电动机的起动转矩

$$T_{st} = 9.56 \times \frac{P_{MSL}}{n_1}$$

式中  $P_{MSL}$  —— 起动时的电磁功率,  $P_{MSL} = m_1 \frac{U_1^2}{Z_{st}^2} r_2 s_{eo}$

一般国家标准的规定值为起动转矩倍数  $\bar{T}_{st}$ , 它是起动转矩与额定转矩  $T_H$  之比, 即

$$\bar{T}_{st} = \frac{T_{st}}{T_H}$$

因为额定转矩

$$T_H = 9.56 \times \frac{P_2}{n}$$

$$= 9.56 \times \frac{m_1 U_1 I_{Kw}}{n}$$

所以

$$\bar{T}_{st} = \frac{T_{st}}{T_H} = \frac{9.56 \times \frac{P_{MSL}}{n_1}}{9.56 \times \frac{P_2}{n}}$$

代入  $P_{MSL}$ 、 $P_2$  的关系式, 则可得

$$\bar{T}_{st} = \frac{\bar{r}_2 s_{eo}}{Z_{st}^2} \cdot \frac{n}{n_1}$$

将  $n = (1 - s_n) n_1$  ( $s_n$  为额定滑差) 代入上式得

$$\bar{T}_{st} = \frac{\bar{r}_2 s_{eo}}{Z_{st}^2} (1 - s_n)$$

$\bar{T}_{st}$  应大于国家标准规定值。

## 第九节 异步机功率因数, 转差率, 最大转矩倍数的确定

### 一、功率因数 $\cos \varphi$ 的计算

$$\bar{I}_1 \cos \varphi = \bar{I}_p \quad (6-10)$$

定子电流  $\bar{I}_1$  乘以功率因数  $\cos \varphi$  就等于有功分量  $\bar{I}_p$ 。

将  $\bar{I}_p = 1/\eta$  代入 (6-10) 式得

$$\cos \varphi = \frac{1}{\bar{I}_1 \eta}$$

$\bar{I}_1$ 、 $\eta$  在前面章节中已经讲过, 可以求得, 这样  $\cos \varphi$  就可以求出了。影响功率因数的主要因素是激磁电流  $\bar{I}_m$  和满载电抗电流  $\bar{I}_x$  之和  $\bar{I}_R$ 。 $\bar{I}_R$  越大则  $\cos \varphi$  越低, 这个概念在  $\cos \varphi = 1/\bar{I}_1 \eta$  公式中是通过  $\bar{I}_1$  的变化反映出来的,  $\bar{I}_p$  不变  $\bar{I}_R$  增加则  $\bar{I}_1$  就增加,  $\cos \varphi$  就下降了。

## 二、异步电机转差率 $s_n$ 的计算

$$P_M = \frac{m_1(I'_1)^2 r'_1}{s_n}$$

式中:  $m_1(I'_1)^2 r'_1$  为转子铝损耗  $P_{A120}$ ,  $P_M$  为电磁功率。 $s_n$  为滑差率。

只要确定额定运行时之电磁功率  $P_M$  就可以计算出  $s_n$  (因为  $P_{A12}$  在前述已可确定)。

$$\bar{P}_M = \bar{P}_2 + \text{旋转铁耗} + \bar{p}_i + \bar{p}_{f_w} + P_{A12}$$

$$\text{旋转铁耗} = \bar{p}_{Fe} - (\bar{p}_n + \bar{p}_{el})$$

总铁耗  $\bar{p}_{Fe}$  之基本铁耗部分为  $(\bar{p}_n + \bar{p}_{el})$ , 基本铁耗消耗在定子部分。其余部分叫旋转铁耗 (主要是转子齿脉振损耗和转子表面损耗)。认为旋转铁耗全部消耗在转子边, 认为附加损耗  $\bar{p}_i$  全部消耗在转子边,  $\bar{p}_{f_w}$  为机械损耗。

$\bar{P}_2 + \bar{p}_{A12} + \text{旋转铁耗} + \bar{p}_i + \bar{p}_{f_w}$  即为由定子传递到转子的全部功率, 叫做电磁功率。则

$$s_n = \frac{\bar{p}_{A12}}{P_M} = \frac{\bar{p}_{A12} \times 100\%}{1 + \bar{p}_{A12} + \text{旋转铁耗} + \bar{p}_i + \bar{p}_{f_w}}$$

$$n = \frac{120f(1 - s_n)}{p} \text{ r/min}$$

## 三、最大转矩倍数 $\bar{T}_M$ 的计算

$$T_M = \frac{1}{2C_1} \frac{m_1 U_1^2}{2\pi f_1 [r_1 + \sqrt{(x_1 + C_1 x_2)^2 + r_1^2}]} \frac{p}{2}$$

式中  $T_M$  ——最大电磁转矩。

注意, 上式中  $p$  表示极数, 而在电机原理中  $p$  表示极对数, 故上式与电机原理之公式差一个  $1/2$  的系数。

近似认为  $C_1 = 1$ , 则上式简化为

$$T_M = \frac{1}{4} \frac{1}{2\pi f_1} \frac{m_1 p U_1^2}{[r_1 + \sqrt{r_1^2 + x^2}]}$$

最大转矩倍数  $\bar{T}_M = \frac{T_M}{T_H}$ 。将上式之单位由牛·米折算成与  $T_H$  之单位一致得

$$\bar{T}_M = \frac{1 - s_n}{2(\bar{r}_1 + \sqrt{\bar{r}_1^2 + \bar{x}^2})}$$

此倍数应大于国家标准规定。影响最大转矩的主要因素是漏电抗  $x$ , 当最大转矩倍数太小时应减小漏电抗  $x$ , 以增加最大转矩。

小容量电机  $r_1$  相当大, 所以在计算  $T_M$  时不能忽略  $r_1$  之影响有时甚至可能上升为主要矛盾(如对低效率, 小容量特殊电机等)。

## 第七章 异步电动机特殊型式绕组

### 第一节 三相正弦绕组

在异步电机中，正规  $60^\circ$  相带绕组会产生除 3 的倍数以外的所有奇数次谐波磁势，这些谐波在转子边引起谐波电流，产生谐波转矩及附加损耗，影响电机运行性能。我们采用三相正弦绕组后可消除一大部分谐波磁势，改善电机性能，对附加损耗较大的电机可提高效率 1% 左右。下面我们先举一个例子说明这种绕组的相带安排方式及匝数、线径的设计原则，以及其电流、基波磁势、谐波磁势的分析方法。

有一台电机极数  $p = 2$ 。定子槽数  $Q_1 = 12$ 。每极每相槽数  $q_1 = 2$ 。这台电机若按正规  $60^\circ$  相带绕组设计，其每槽应安排的绕组所属相带分配关系如表 7-1 所示。当电机采用双层整距绕组时，其各次谐波绕组系数如表 7-2 所示。

表 7-1

槽号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
绕组相号	A	A	Z	Z	B	B	X	X	C	C	Y	Y

表 7-2

谐波次数	1	5	7	11	13
绕组系数	0.966	0.259	-0.259	0.966	0.966

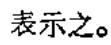
三相正弦绕组其每槽应安排的绕组分配关系如表 7-3 所示。我们使所有奇数槽绕组形成一套独立的绕组系统，就象一套简单的  $q = 1$  的三相  $60^\circ$  相带正规绕组接成  $\Delta$  接法时一样安排，以  $A_\Delta, Z_\Delta, B_\Delta, \dots$  表示。同理使所有偶数槽绕组形成一套独立的绕组系统，也和正规  $60^\circ$  相带绕组一样安排，只不过其联接方式为人形接法，以  $A_A, Z_A, B_A, \dots$  表示。这样两套绕组并联在一起接到电网电源上，就叫它三相正弦绕组或叫星、三角并联型正弦绕组，以符号  表示之。其与电源电压联接图如图 7-1(a) 所示。

表 7-3

槽号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
绕组相号	$A_\Delta$	$A_A$	$Z_\Delta$	$Z_A$	$B_\Delta$	$B_A$	$X_\Delta$	$X_A$	$C_\Delta$	$C_A$	$Y_\Delta$	$Y_A$

由图 7-1(b) 可看出

$$\dot{U}_{A\Delta} = \sqrt{3} \dot{U}_{AA} e^{j30^\circ} \quad (7-1)$$

式中  $\dot{U}_{A\Delta}$  ——  $\Delta$  形接法  $A$  相绕组相电压即为电网线电压； $\dot{U}_{AA}$  —— 人形接法  $A$  相绕

组相电压。

为了使绕组感应电势基本上与相电压相平衡,  $\Delta$ 接法每相绕组串联总匝数应为人接法每相绕组串联总匝数的  $\sqrt{3}$  倍即

$$W_{\Delta} = \sqrt{3} W_{\lambda} \quad (7-2)$$

式中  $W_{\Delta}$ — $\Delta$ 接法每相绕组串联总匝数;  $W_{\lambda}$ —人接法每相绕组串联总匝数。

电机内部合成旋转磁场只有一个。旋转方向为沿槽号增加方向。由于我们把第一槽放  $A_{\Delta}$  绕组, 第二槽放  $A_{\lambda}$  绕组, 1、2 两槽相差  $30^{\circ}$  空间电角度, 所以 $\Delta$ 接法绕组感应电动势领先人接法绕组电动势  $30^{\circ}$  时间电角度, 即

$$\dot{E}_{A\Delta} = \sqrt{3} \dot{E}_{A\lambda} e^{j30^{\circ}} \quad (7-3)$$

式中  $\dot{E}_{A\Delta}$ — $\Delta$ 接法  $A$  相绕组感应电动势;  $\dot{E}_{A\lambda}$ —人接法  $A$  相绕组感应电动势。

为了保证每个槽的槽满率基本相等, 则 $\Delta$ 接法绕组匝数多  $\sqrt{3}$  倍, 绕组每匝截面积应减少为  $\sqrt{3}$  分之一倍, 即

$$S_{Cu\Delta} = \frac{1}{\sqrt{3}} S_{Cu\lambda} \quad (7-4)$$

式中  $S_{Cu\Delta}$ — $\Delta$ 接法绕组铜线截面积, 式中面积单位均为  $\text{mm}^2$ ;  $S_{Cu\lambda}$ —人接法绕组铜线截面积。

所以

$$r_{1\Delta} = \rho \frac{W_{\Delta} l}{S_{Cu\Delta}} \quad (7-5)$$

式中  $\rho$ —铜线电阻系数;  $l$ —一定子绕组每匝平均长, 单位为  $\text{cm}$ ;  $r_{1\Delta}$ — $\Delta$ 接法绕组每相电阻值。

同理

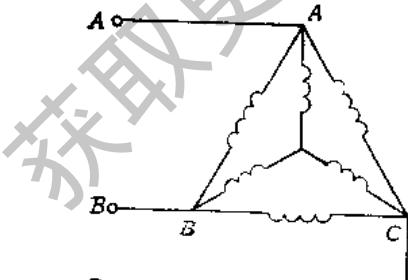
$$r_{1\lambda} = \rho \frac{W_{\lambda} l}{S_{Cu\lambda}} \quad (7-6)$$

式中  $r_{1\lambda}$ —人接法绕组每相电阻值。

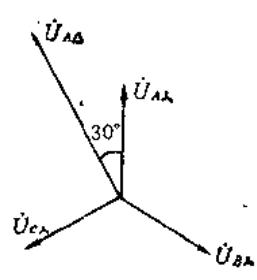
将式(7-2)、(7-4)代入式(7-5)得

$$r_{1\Delta} = 3r_{1\lambda} \quad (7-7)$$

对于 $\Delta$ 绕组与人绕组各项磁导都是相等的, 所以各项电抗都正比于匝数的平方而变



(a)



(b)

图 7-1



图 7-2

化。定子漏电抗亦应满足这个规律。所以

$$x_{1\Delta} = 3x_{1\lambda} \quad (7-8)$$

式中  $x_{1\Delta}$  ——△接法绕组每相漏电抗；  $x_{1\lambda}$  ——λ接法绕组每相漏电抗。

两套绕组的电压平衡方程式如下：

$$\dot{U}_{A\Delta} = -\dot{E}_{A\Delta} + \dot{I}_{1\Delta}(r_{1\Delta} + ix_{1\Delta}) \quad (7-9)$$

$$\dot{U}_{A\lambda} = -\dot{E}_{A\lambda} + \dot{I}_{1\lambda}(r_{1\lambda} + ix_{1\lambda}) \quad (7-10)$$

式中  $\dot{I}_{1\Delta}$  ——△绕组相电流；  $\dot{I}_{1\lambda}$  ——λ绕组相电流。

将(7-10)式两边都乘以  $\sqrt{3} e^{j30^\circ}$  得

$$\dot{U}_{A\lambda} \sqrt{3} e^{j30^\circ} = -\dot{E}_{A\lambda} \sqrt{3} e^{j30^\circ} + \dot{I}_{1\lambda} \sqrt{3} e^{j30^\circ} (r_{1\lambda} + ix_{1\lambda}) \quad (7-11)$$

将式(7-7)、(7-8)代入式(7-9)，再减去(7-11)式得

$$\dot{I}_{1\Delta} \times 3(r_{1\lambda} + ix_{1\lambda}) = \dot{I}_{1\lambda} \sqrt{3} e^{j30^\circ} (r_{1\lambda} + ix_{1\lambda}) \quad (7-12)$$

解上式得

$$\dot{I}_{1\Delta} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{I}_{1\lambda} e^{j30^\circ} \quad (7-13)$$

对△绕组来讲匝数多  $\sqrt{3}$  倍，电流小  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  倍。则△绕组基波及各次谐波磁势与λ绕组基波及各次谐波磁势的大小对应相等，即

$$F_{1\Delta} = F_{1\lambda} \quad (7-14)$$

$$F_{n\Delta} = F_{n\lambda} \quad (7-15)$$

式中  $F_{1\Delta}$ 、 $F_{n\Delta}$  ——△绕组基波及  $n$  次谐波磁势幅值；  $F_{1\lambda}$ 、 $F_{n\lambda}$  ——λ绕组基波及  $n$  次谐波磁势幅值。

下面分析这些磁势之间的相位关系。我们分析一个特定的瞬时，即  $\dot{I}_{A\lambda}$  达瞬时最大值， $\dot{I}_{A\Delta}$  已经过瞬时最大值又前转了  $30^\circ$  时间电角度。其时间相量图如图 7-2 所示。此瞬时对λ绕组来讲， $A$  相电流为瞬时最大值。根据旋转磁势的理论分析——三相对称绕组通以三相对称电流，那相电流达最大值时，三相合成旋转磁势轴线与该相绕组轴线相重合——此时  $F_{1\lambda}$  的幅值应在  $A_\lambda$  绕组的轴线上。 $A_\lambda$  为导体边在 2 槽及 8 槽的整距绕组，其轴线为第 5 槽的中心线。此磁势以同步速正转，其波形图如 7-3(a)。我们再分析△绕组的基波磁势轴线此瞬时应在什么位置。为了方便我们分析  $30^\circ$  时间电角度之前的瞬时，从图 7-2 可知那时  $\dot{I}_{A\Delta}$  达瞬时最大值， $F_{1\Delta}$  的轴线与  $A_\Delta$  的绕组轴线相重合，即  $F_{1\Delta}$  的幅值在  $A_\Delta$  绕组轴线上。 $A_\Delta$  的绕组轴线在第 4 槽的中心线上，此瞬时波形图如图 7-3(b) 中虚线所示。但当  $\dot{I}_{A\lambda}$  瞬时值最大时， $\dot{I}_{A\Delta}$  已经过瞬时最大值前转了  $30^\circ$  时间电角度， $F_{1\Delta}$  应前转  $30^\circ$  空间电角度，定子一个槽节距正好为  $30^\circ$  空间电角度。所以此时  $F_{1\Delta}$  应由图 7-3(b) 中之虚线波形图前转  $30^\circ$  空间电角度。 $F_{1\Delta}$  的轴线亦在第 5 槽中心线上与  $F_{1\lambda}$  的轴线相重合。此星形、三角形两套绕组的基波磁势并未因空间分布而形成一定的空间相位差。 $F_{1\lambda}$  与  $F_{1\Delta}$  这两个空间向量同相位。对我们所举的例题，这种复合绕组设计时其基波绕组系数  $K_{s\Delta}$  应取为 1。

下面我们再来分析谐波磁势。以五次谐波为例，还是分析图 7-2 所示瞬时，此时λ绕组所产生之 5 次谐波磁势画于图 7-4(a)，以  $\omega_1/5$  的电角速度反转。图中画出相应的  $F_{1\lambda}$

波形以作为参考。相应图 7-3(b) 中虚线波形所示之瞬时的△绕组 5 次谐波磁势波形在图 7-4(b) 中以虚线表示。 $F_{1\Delta}$  波形亦在该图中以虚线表示作为参考。实际的电流为图 7-2 所示之  $I_{4\Delta}$ ，所产生之 5 次谐波磁势应为图 7-4(b) 中 5 次谐波虚线波形沿其旋转方向旋转 30° 空间电角度，如图中 5 次谐波实线波形所示。特别要注意的是 5 次谐波反

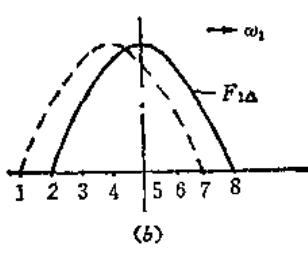
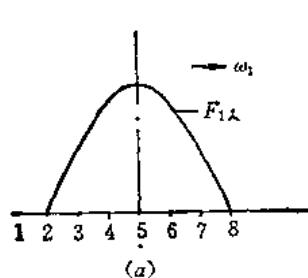


图 7-3

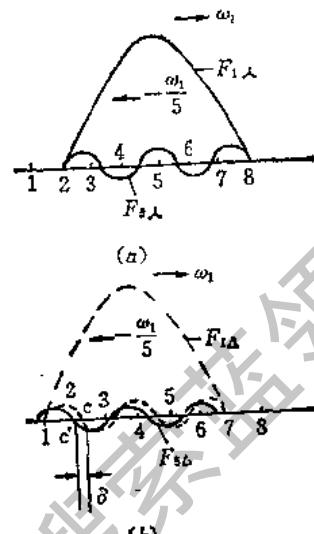


图 7-4

转的角度应为 5 次谐波的 30° 空间电角度。图 7-4(b) 中虚线 5 次谐波波形与横坐标有一交点为 c，实线波形与横坐标相应交点为 c'。c、c' 之距离对应 5 次谐波空间电角度为 30°，对应基波电角度为 30° 的 1/5，即为 6°。c 点距第 1 槽中心线的空间几何角度为 180° 的五分之一等于 36°。c' 点距第 1 槽中心线的空间几何角度为 36° 减 6° 等于 30°，c' 点与第 2 槽中心线相重合。对照图 7-4(a) 与 (b) 两个波形发现  $F_{5\Delta}$  与  $F_{5\Delta}'$  相位正好差 180°， $F_{5\Delta}$  与  $F_{5\Delta}'$  是大小相等、方向相反、旋转方向相同的两个 5 次谐波磁势，其向量和为零。即这台电机的五次谐波削弱为零，或称这套复合绕组的五次谐波绕组系数为零。同理可证明七次谐波绕组系数也为零。

我们再来分析一下 13 次谐波的合成情况。图 7-5(a) 中画出  $F_{13\Delta}$  的磁势波与  $F_{1\Delta}$  的参考磁势波。在图 7-5(b) 中以虚线画出了与图 7-4(b) 中虚线波相对应的瞬时的  $F_{13\Delta}$  磁势波形及  $F_{1\Delta}$  的参考磁势波。 $I_{4\Delta}$  达瞬时最大值时， $F_{13\Delta}$  应为图 7-5(b) 中的实线波形。它是由图 7-5(b) 中虚线波形前转 13 次谐波的 30° 空间电角度而得到的。 $F_{13\Delta}$  虚线波形与横坐标有一交点为 c 点， $F_{13\Delta}$  实线波形与横坐标相应交点为 c' 点，c、c' 之间距离对应空间几何角度为 30° 的 1/13。c 点距第一槽中心线的距离为 180° 的 2/13，由此可算得 c' 点距第一槽中心线距离为

$$\frac{2}{13} \times 180^\circ + \frac{1}{13} \times 180^\circ = 30^\circ \quad (7-16)$$

由式(7-16)知 c' 点正好在第 2 槽中心线上。由图 7-5(a)、(b) 综合看出  $F_{13\Delta}$  与  $F_{1\Delta}$  两个磁势大小相等、相位相同、同向旋转。合成的 13 次谐波磁势波  $F_{13}$  可由下式表示：

$$F_{13} = F_{13A} + F_{13\Delta} \quad (7-17)$$

$$F_{13} = 2F_{13A} \quad (7-18)$$

由上式可得这一套混合绕组 13 次谐波的绕组系数  $K_{13P1}$  等于 1。13 次谐波为齿谐波，齿谐波绕组系数应与基波绕组系数相同。同理可证明 11 次谐波的绕组系数  $K_{13P11}$  也等于 1。

这套绕组的特点是基波与各次齿谐波绕组系数均为 1，其它各次谐波绕组系数均为零。简称为正弦绕组。

与并联型星、三角绕组相对应，我们可将绕组安排成串联型星、三角正弦绕组。其接线图如图 7-6 所示，以符号  代表之。

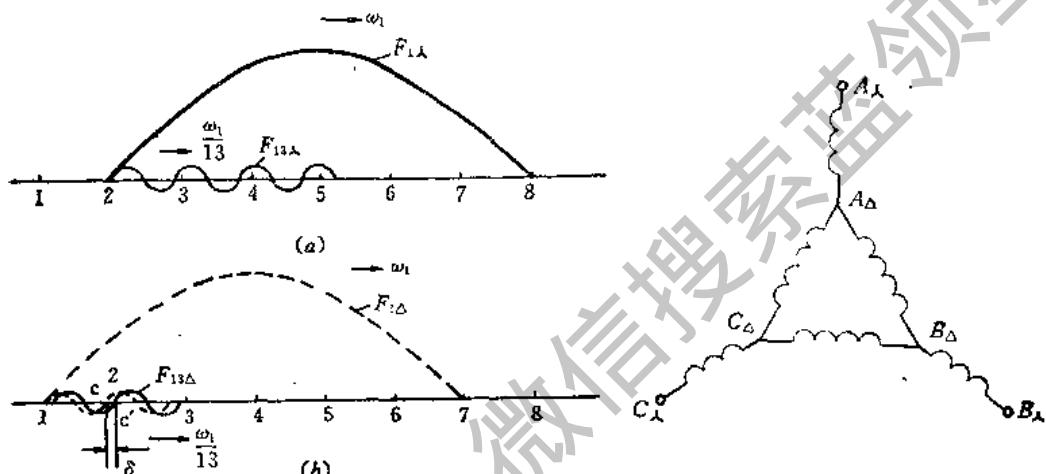


图 7-5

图 7-6

我们仍以  $Q_1 = 12$  槽的两极电机为例，其绕组排列顺序应与表 7-3 相同。星绕组的相电流  $I_{AA}$  正好作为三角形绕组的线电流。因为三相对称  $\Delta$  接法交流电路线电流较相电流大  $\sqrt{3}$  倍，且其相位较相电流落后  $30^\circ$  时间电角度，所以星绕组相电流较  $\Delta$  绕组相电流大  $\sqrt{3}$  倍，其相位落后  $30^\circ$  时间电角度。电流相量图与图 7-2 完全一致。为了使电机两套绕组温升相等则两套绕组电流密度应相等。星绕组电流大  $\sqrt{3}$  倍则导线截面积亦应大  $\sqrt{3}$  倍。为了使槽满率相等则星绕组每槽导体数应为  $\Delta$  绕组每槽导体数的  $\sqrt{3}$  分之一。式 (7-2)、(7-13)、(7-14)、(7-15) 依然成立。因为绕组空间分布、电流时间相量图与并联型星、三角绕组完全一致，所以这套绕组磁势基波与谐波的幅值与并联型星、三角绕组的相应磁势完全一致。此时星绕组相电压为 110V，三角形绕组相电压为 190V。每套绕组各输入总功率的一半。

并联型绕组若匝数比不能严格保证  $\sqrt{3}$  倍的关系时，星绕组感应的线电势与三角形绕组感应的线电势大小不等会产生如图 7-7 所示的循环电流，产生附加铜耗使电机不能正常工作。尤其在定子每槽导体数较小时，例如星绕组每槽导体数为 2 时， $2 \times \sqrt{3} = 3.46$ 。不论三角形绕组每槽放 3 根或 4 根导体都会产生较大的循环电流。若采用串联型联接，从图 7-6 看，无论如何都不可能产生循环电流。我们计算星绕组每槽导体数为 2，三

角形绕组每槽导体数为3时，这种串联型绕组其谐波磁势有什么变化？由于 $I_{\Delta}$ 仍然是 $I_x$ 的 $\sqrt{3}$ 分之一，所以星绕组谐波磁势正比于每槽磁势为 $2I_x$ ，并不等于三角形绕组的相应的每槽磁势 $3I_{\Delta}$ 。两套绕组的五、七次谐波磁势相位差仍为 $180^{\circ}$ ，其幅值依然要互相抵消，但由于幅值不等故不能削弱至零。气隙磁势中存在微弱的五、七次谐波磁势。基波与齿谐波的幅值不受影响，其相应绕组系数仍为1。此时星绕组的相电压也不是110V了。近似计算如下：

$$U_{\Delta} = \sqrt{3} U_x \quad (7-19)$$

式中  $U_{\Delta}$ ——星绕组的相应线电压降；  $U_x$ ——星绕组的相电压降。

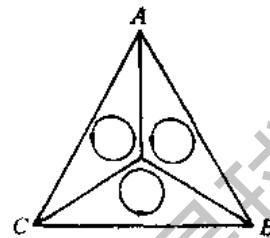


图 7-7

$U_{\Delta}$  为 $\Delta$ 绕组线电压。 $U_{\Delta}$  与  $U_x$  之和应等于 380V， $U_{\Delta}$  基本为  $U_x$  的 1.5 倍。这是因为匝数差 1.5 倍，感应电势就差 1.5 倍，电压降与感应电势相差不多。下式应成立：

$$U_{\Delta} + U_x = 380V$$

以式(7-19)代入上式，并代入  $U_{\Delta} = 1.5U_x$  得

$$1.5U_x + \sqrt{3} U_x = 380V$$

$$U_x = 117.6V$$

$$U_{\Delta} = 380 - \sqrt{3} \times 117.6 = 176.3V$$

由以上结果知道此时两套绕组输入功率已不再相同了。以上分析证明当槽内导体数较少时， $W_{\Delta}$  的匝数与  $\sqrt{3} W_x$  有较大出入时，选择串联型正弦绕组可避免循环电流的产生，同时基本保持了正弦绕组的优越性。

在生产中  $q$  不等于 2 时如何处理绕组的安排顺序呢？今举一个  $q$  等于 4 的两极机为例，其槽号绕组顺序安排如表 7-4 所示。

表 7-4

槽号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
绕组相号	$A_{\Delta}$	$A_{\Delta}$	$A_x$	$A_x$	$Z_{\Delta}$	$Z_x$	$Z_x$	$Z_{\Delta}$	$B_{\Delta}$	$B_x$	$B_x$	$B_{\Delta}$
槽号	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
绕组相号	$X_{\Delta}$	$X_{\Delta}$	$X_x$	$X_x$	$C_{\Delta}$	$C_x$	$C_x$	$C_{\Delta}$	$Y_{\Delta}$	$Y_x$	$Y_x$	$Y_{\Delta}$

$W_{\Delta}$  仍应为  $W_x$  的  $\sqrt{3}$  倍。 $A_{\Delta}$  相绕组相当于集中在 1、2 槽中间。 $A_x$  相绕组相当于集中在 3、4 槽中间。两套绕组间距为两个槽节距，其对应空间电角度仍为  $30^{\circ}$ 。两相电流关系仍如图 7-2 所示，谐波削弱情况与以前分析结论完全一致。每极每相槽数只要是偶数就可以参考表 7-4 的排列，依此类推。

每极每相槽数为奇数时其结论又不相同了。今以  $q = 3$ 、两极机为例分析之。其绕组排列顺序如表 7-5 所示。

当绕组为串联型联接时，由于 $\Delta$ 绕组电流  $I_{\Delta}$  为  $I_x$  的 $\sqrt{3}$  分之一，所以三角形绕组的导体截面积亦为星绕组导体截面积的 $\sqrt{3}$  分之一。 $\Delta$ 绕组每槽导体数为人绕组每槽导

表 7-5

槽号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
绕组相号	$A_\Delta$	$A_X$	$A_X$	$Z_\Delta$	$Z_X$	$B_\Delta$	$B_X$	$B_X$	$X_\Delta$	$X_X$	$X_X$	$C_\Delta$	$C_X$	$C_X$	$Y_\Delta$	$Y_X$	$Y_X$	

匝数的  $\sqrt{3}$  倍。但因  $\Delta$  绕组占一个槽对应的星绕组占两个槽，所以两套绕组的匝数比为  $W_\Delta : W_X = \sqrt{3} : 2$

$$W_\Delta = \frac{\sqrt{3}}{2} W_X \quad (7-20)$$

将匝数比的关系式 (7-20) 与电流比的关系整理成下式：

$$W_\Delta I_\Delta = \frac{\sqrt{3}}{2} W_X \times \frac{1}{\sqrt{3}} I_X \quad (7-21)$$

$$W_\Delta I_\Delta = \frac{1}{2} W_X I_X \quad (7-22)$$

三角形绕组集中在第一槽中心线上，星绕组等效集中在 2、3 槽中间。两套绕组轴线

相差 1.5 个槽节距正好为  $30^\circ$  空间电角度。星绕组相电流作为三角形绕组线电流落后三角形绕组相电流  $30^\circ$  时间电角度。这就使两套绕组磁势基波的相位差为零。五次谐波磁势的相位差为  $180^\circ$ 。但由于两套绕组的五次谐波磁势的模已不再相等，所以即使两个磁势相位差  $180^\circ$  也不可能完全互相抵消。下面我们

计算这套绕组五次谐波磁势的大小。绕组为整距绕组则两套绕组各次谐波短距系数均为 1。三角形绕组各次谐波分布系数也是 1。星绕组五次谐波分布系数为两个相差  $100^\circ$  空间电角度的向量和所对应的分布系数，参看图 7-8(a)，图中  $F_{5X}$  为星绕组五次谐波合成向量的大小与相位。分布系数  $K_{d_p 5X} = \cos 50^\circ = 0.643$ 。以一个线圈的基波磁势幅值为一个单位磁势，5 次谐波星绕组磁势幅值为  $F_{5X}$ ，则

$$F_{5X} \propto \frac{1}{5} \times 2 K_{d_p 5X} \quad (7-23)$$

式中  $1/5$  反映了 5 次谐波的傅氏级数的系数，2 反映了星绕组占两个槽。

将  $K_{d_p 5X} = K_{d_p 5\Delta} = 0.643$  之结果代入 (7-23) 式得

$$F_{5X} \propto 0.257$$

相应三角形绕组 5 次谐波磁势幅值为  $F_{5\Delta}$

$$F_{5\Delta} \propto \frac{1}{5} \times 1 \times K_{d_p 5\Delta} \quad (7-24)$$

$$F_{5\Delta} \propto 0.2$$

由上两式之结果可知 5 次谐波合成磁势为  $F_{5X}$  与  $F_{5\Delta}$  之差正比于 0.057 单位磁势。较  $F_{5X}$ ， $F_{5\Delta}$  为小。

当绕组采用正规  $60^\circ$  相带绕组正常联接时，其 5 次谐波绕组分布系数求法如图 7-8 (b)、其计算公式为

$$K_{d5} = \frac{1 - 2 \sin 10^\circ}{3} = 0.218 \quad (7-25)$$

5 次谐波磁势幅值为  $F_5$

$$F_5 \propto \frac{1}{5} \times 3K_{dp5} = 0.131 \quad (7-26)$$

式中 3 代表每相绕组占据 3 个槽。这套正规绕组 5 次谐波磁势正比于 0.131 个单位磁势。由以上结论可看出  $q$  为奇数时正弦绕组 5 次谐波磁势仍有较大程度削弱。同理 7 次谐波亦然，但削弱幅度不尽相同。 $q$  为奇数时正弦绕组仍有使用价值，但效果不如  $q$  为偶数时那么显著。

$q = 3$  时也可作成并联型正弦绕组，由于星绕组基波电势有分布系数作用，所以三角形绕组匝数近似为星绕组匝数的  $\sqrt{3}$  倍，准确倍数应将分布系数作用考虑在内，否则仍有较大循环电流。通过漏阻抗压降计算可确定两套绕组相电流，其计算过程类似于式 (7-1) 至式 (7-13) 的计算。合成谐波磁势计算结果中，5、7 次谐波削弱情况与串联回型绕组基本一致。

$q$  等于 3 时正弦绕组除表 7-5 所示之顺序外也可安排成表 7-6 所示，其 5、7 次谐波削弱效果与表 7-5 所示之绕组效果一致。

表 7-6

槽号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
绕组相号	$A_\Delta$	$A_\Delta$	$A_A$	$Z_\Delta$	$Z_\Delta$	$Z_A$	$B_\Delta$	$B_\Delta$	$B_A$	$X_\Delta$	$X_\Delta$	$X_A$	$C_\Delta$	$C_\Delta$	$C_A$	$Y_\Delta$	$Y_\Delta$	$Y_A$

## 第二节 单绕组多速异步电动机绕组

生产机械要求调速的场合非常普遍。一般都是采用单速异步电动机配以一个齿轮减速箱，可以调出各种速度。若电动机本身就能调出几种速度，就会使齿轮箱大大简化，或者根本不用齿轮箱，这会使生产机械轻便、高效、低噪音。首先采用的是双绕组双速异步电动机，就是在定子槽中下线时放入两套绕组，令其具有不同的极数，共用一个鼠笼转子，一套绕组通电时，另一套绕组开路。改变速度时只要使另一套绕组通电即可。这种电机槽比较深，价格较单速电机贵 30% 左右。近来，大多数电机都采用单绕组双速电机，即通过改变绕组线圈的联接方式，使同一套绕组接法不同时会呈现不同的极数，以达到调速的目的。我们首先介绍最简单的一种叫倍极比调速，也就是两种极数的比为整数倍。例如 4 极、8 极调速。这套绕组既可作 4 极运行、又可作 8 极运行。

### 一、倍极比调速绕组

电机绕组接法不同时会产生不同的极数，这个道理我们可从图 7-9 看出，图 7-9(a) 为一个两极绕组一相绕组示意图，图 7-9(b) 为该绕组的展开图。这是一个标准的  $60^\circ$

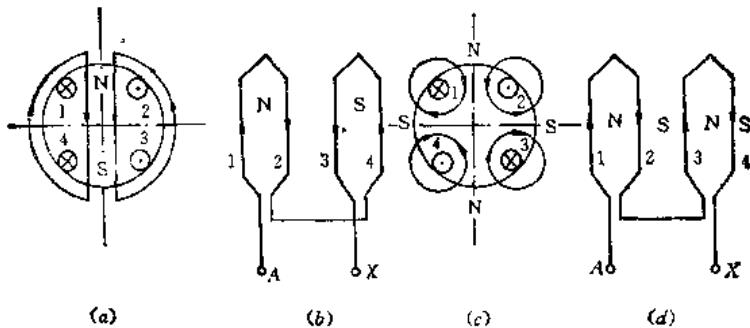


图 7-9

相带正规绕组。1、2 槽内线圈边组成线圈形成 N 极，3、4 槽内线圈边组成线圈形成 S 极。若将 3、4 槽内的线圈改变电流方向，由图 7-9(b) 之反串联接变为图 7-9(d) 之正串联接，电机绕组则变为 4 极绕组。空间示意图为图 7-9(c)，绕组展开图为图 7-9(d)。其结论为：有一半绕组电流改变方向则电机极数可变化一倍。我们先举一个具体例子。有一套绕组为标准  $60^\circ$  相带 4 极联接正规绕组，定子 36 槽，绕组各槽所对应相号如表 7-7 中 4 极绕组那一行所示。

表 7-7

槽号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
4 极绕组	a	a	a	-c	-c	-c	b	b	b	-a	-a	-a	c	c	c	-b	-b	-b
8 极绕组	a	a	a	c	c	c	b	b	b	a	a	a	c	c	c	b	b	b
反向指示	*	*	*	*	*	*				*	*	*	*	*	*	*	*	*
槽号	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
4 极绕组	a	a	a	-c	-c	-c	b	b	b	-a	-a	-a	c	c	c	-b	-b	-b
8 极绕组	a	a	a	c	c	c	b	b	b	a	a	a	c	c	c	b	b	b
反向指示	*	*	*	*	*	*				*	*	*	*	*	*	*	*	*

在表中我们将 X、Y、Z 相带写成了  $-a$ 、 $-b$ 、 $-c$  相带。根据调速原理我们将所有反串相带即  $-a$ 、 $-b$ 、 $-c$  均改为正串  $a$ 、 $b$ 、 $c$  相带绕组，即成为 8 极绕组，其各槽线圈排列相序如表 7-7 中 8 极绕组那一行所示。为了生产中联线方便我们将在两种绕组联接中要改变电流方向的线圈标以反向指示号以符号 \* 表示。8 极绕组为一套正规的  $120^\circ$  相带绕组，每一个相带占三个槽，但对 8 极电机讲 3 个槽对应  $120^\circ$  空间电角度。这样的绕组改变接法时要有几个中间抽头呢？一般的概念有一组线圈改变接法就要增加两个抽头，今有 6 组线圈改变接法，如何接线能以最少的抽头数达到 6 组线圈改接的目的。生产中采用的接线图如图 7-10(a) 所示。

图中接法原则如下：对 A 相绕组将不带反向指示的 6 个线圈 1、2、3、19、20、21 联成一组，接在靠近中点处。将带有反向指示的 6 个线圈 10、11、12、28、29、30 联在一起接于靠近电源端，此时从首端看进来 12 个线圈全部正串。B、C 相同样处理，将不带反向指示的 6 个线圈接于靠近中点处，全部线圈正串。在每相首端 6 个线圈与下面 6 个线圈联接处抽一个中间抽头如图 7-10(a) 中 4、5、6 三个中间抽头。这套绕组共有 6 个抽

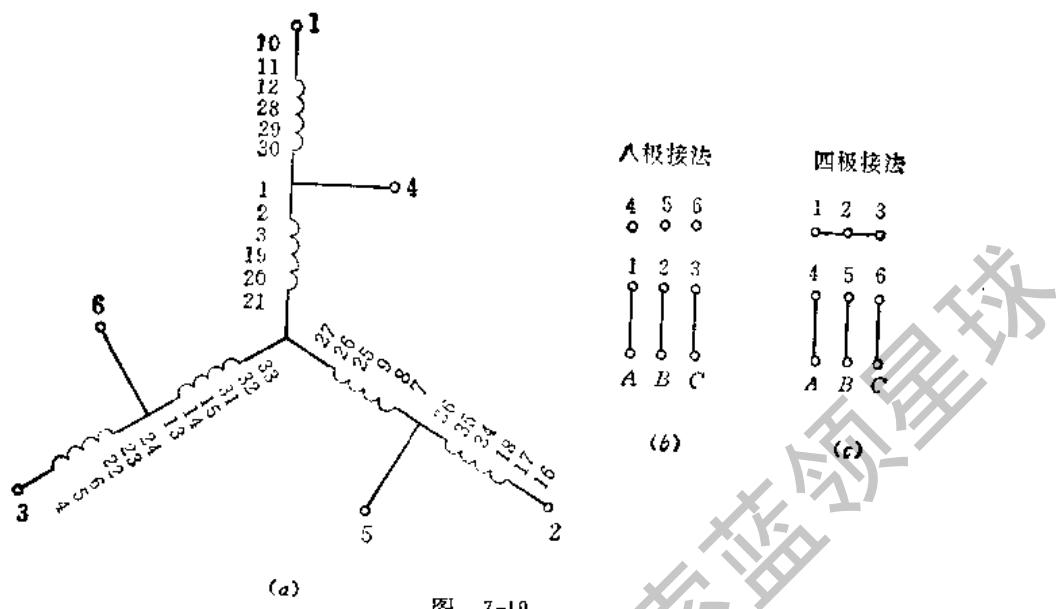


图 7-10

头,如将抽头 1、2、3 接电源  $A$ 、 $B$ 、 $C$ , 抽头 4、5、6 开路, 如图 7-10(b) 联接抽头示意图那样联接为 8 极绕组。我们称为 8 极绕组单星联接。若如图 7-10(c) 所示, 将 4、5、6 抽头接电源  $A$ 、 $B$ 、 $C$ , 1、2、3 三个端点短路, 形成一个新的中性点。这时  $A$  相电流从 4 点流入, 其中有一路电流通过正串线圈 1、2、3、19、20、21 流向老的中点。这 6 个线圈电流方向与 8 极联接时完全一样。 $A$  相电流的另外一个并联支路电流就通过线圈 30、29、28、12、11、10 这 6 个线圈流向新的中点, 其电流方向是与 8 极联接时方向相反, 形成  $-a$  相带。 $B$ 、 $C$  相也出现  $-b$ 、 $-c$  相带, 形成  $60^\circ$  相带绕组, 我们叫作 4 极双星联接。

为了使两种接法, 绕组极数差一倍时, 绕组系数基本相等, 绕组跨距的选择是非常重要的。我们选线圈跨距为 1~6, 即跨 5 个槽节距。对 4 极电机讲短距比为  $5/9$ , 短距系数  $K_{\rho 1}$  为  $\sin 50^\circ = 0.766$ 。对 8 极电机, 短距比为  $5/4.5$ , 是长距绕组, 短距系数  $K_{\rho 2}$  为  $\sin 100^\circ = 0.985$ 。4 极电机  $60^\circ$  相带其分布系数为  $K_{ds}$ ,  $a$  相带 3 个相邻线圈电势相量关系如图 7-11(a) 所示,  $K_{ds}$  算法如下:

$$K_{ds} = \frac{1 + 2 \cos 20^\circ}{3} = 0.96 \quad (7-27)$$

8 极电机  $120^\circ$  相带分布系数为  $K_{ds}$ ,  $a$  相带 3 个相邻线圈电势相量关系如图 7-11(b) 所示,  $K_{ds}$  算法如下:

$$K_{ds} = \frac{1 + 2 \cos 40^\circ}{3} = 0.844 \quad (7-28)$$

代入相应短距、分布系数计算下面二式:

$$K_{dp1} = K_{ds} \times K_{\rho 1} = 0.960 \times 0.766 = 0.735 \quad (7-29)$$

$$K_{dp2} = K_{ds} \times K_{\rho 2} = 0.960 \times 0.985 = 0.931 \quad (7-30)$$

式中  $K_{dp1}$ 、 $K_{dp2}$ ——分别为 4、8 极电机绕组系数。

一般考虑原则为 8 极长距但比较接近整距, 对 4 极短距, 则使 8 极短距系数大于 4 极短距系数。8 极  $120^\circ$  相带的分布系数肯定小于 4 极  $60^\circ$  相带的分布系数, 其综合结果可使 4、8 极绕组系数近似相等。

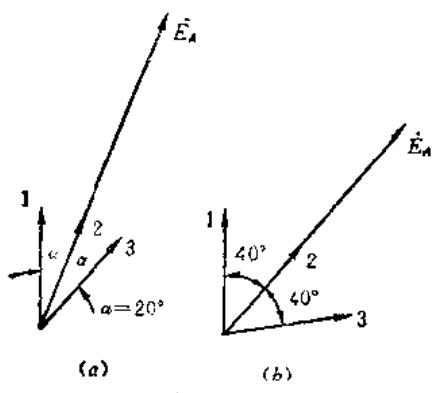


图 7-11

在图 7-10 表示了 8 极单星、4 极双星的绕组联接方法。8 极为一个支路全部 12 个线圈串联在一起, 每相串联匝数为  $W_8$ 。4 极为两个支路并联则每相串联匝数为  $W_4$ 。显然

$$W_4 = \frac{W_8}{2} \quad (7-31)$$

$$U_4 \approx E_4 = 4.44 f W_4 K_{dp} \Phi_4 \text{ V} \quad (7-32)$$

$$U_8 \approx E_8 = 4.44 f W_8 K_{dp} \Phi_8 \text{ V} \quad (7-33)$$

式中  $U_4, U_8$ —4、8 极绕组相电压;  $E_4, E_8$ —4、8 极绕组相电势;  $\Phi_4, \Phi_8$ —4、8 极电机每极磁通量

由于 4、8 极均为星形接法, 相电压相等, 式(7-32)与式(7-33)式相等, 化简为

$$W_4 K_{dp} \Phi_4 = W_8 K_{dp} \Phi_8 \quad (7-34)$$

$$\Phi_4 = \frac{2}{\pi} B_{z4} \tau_4 l \times 10^{-4} \quad (7-35)$$

$$\Phi_8 = \frac{2}{\pi} B_{z8} \tau_8 l \times 10^{-4} \quad (7-36)$$

式中  $B_{z4}, B_{z8}$ —4、8 极气隙磁密正弦波幅值;  $\tau_4, \tau_8$ —4、8 极极距, 单位为 cm;  $l$ —定子铁心长, 单位为 cm。

将式(7-31)、(7-35)、(7-36)代入(7-34)得

$$\frac{W_8}{2} K_{dp} B_{z4} \tau_4 = W_8 K_{dp} \tau_8 B_{z8} \quad (7-37)$$

由于  $\tau_4 = 2\tau_8$ , 则上式整理得

$$\frac{B_{z8}}{B_{z4}} = \frac{K_{dp}}{K_{dp}} \quad (7-38)$$

若欲使 4、8 极气隙磁密相等, 就应使 4、8 极绕组系数相等。这就是为什么我们尽量设计得使两种极数的绕组系数相等的原因。气隙磁密相等则两种极数下定、转子齿磁密也相等, 齿饱和系数也相同。但需注意此时  $\Phi_4$  为  $\Phi_8$  的 2 倍, 所以轭磁密不一致, 4 极轭磁密应为 8 极轭磁密的 2 倍。设计调速电机时应控制使高速运行时轭磁密不可过饱和。

此种绕组接法 4、8 极线圈导线截面积不变, 当控制电流密度不变时, 股线电流即支路电流不变, 4 极为两个并联支路可流过两个支路电流, 8 极只有一个支路电流, 所以

$$I_4 = 2I_8 \quad (7-39)$$

式中  $I_4, I_8$ —4、8 极绕组相电流。

相电压相等、相电流比为 2 倍则容量比亦为 2 倍, 即

$$P_{H4} = 2P_{H8} \quad (7-40)$$

式中  $P_{H4}$ 、 $P_{H3}$ ——4、8极电机额定容量。

在此额定容量下运行时,两种极数下电机每槽安培导体数不变、线负荷不变、电密不变、热负荷不变,温升基本相等。这就是我们经常应用的恒转矩调速。电机额定容量与额定转速成正比变化。

## 二、非倍极比调速

我们仍以上面例题为例,电机4极为正规 $60^\circ$ 相带绕组,这套绕组如何联接才能获得6极转速?分析步骤如下:

(1) 将一个六极凸极同步发电机转子放入此4极电机中代替鼠笼转子,令其以6极同步速旋转,可得此36槽36个线圈的电势相量图如图7-12所示。

(2) 在相量图中标明每个线圈电势在4极联接时是属于那个相的,如1、2、3三个线圈电势在4极联接时属于A相,今以 $1_a$ 、 $2_a$ 、 $3_a$ 表示之。同理可得 $4_c$ 、 $5_c$ 、 $6_c$ 、 $7_b$ 、 $8_b$ 、 $9_b$ ……

(3) 在此相量图上任一相的12个线圈都是均匀分布在一个圆周上。如1、2、3、28、29、30、19、20、21、10、11、12为A相12个线圈电势相量。这些电势若按4极接法如表7-7所示,1、2、3、19、20、21正串,其余反串则合成电势为零。如何联接能得到一个较大的6极合成电势呢?我们以水平轴线AA切一刀,水平线下电势为正串、水平线上电势为反串,就能获得较大的6极合成电势。此时1、2、3、28、29、30为正串,19、20、21、10、11、12为反串。将此结果列入表7-8

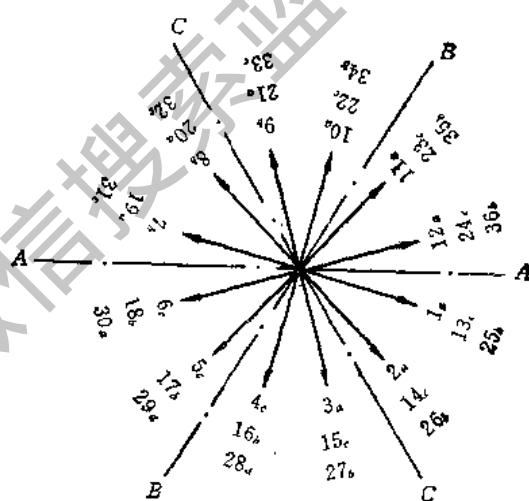


图 7-12

中6极绕组那一行。将AA轴线顺时针旋转 $120^\circ$ 得BB轴线,BB线左侧为正串B相线圈,右侧为反串线圈。依此类推可得CC轴线和区分C相正串线圈及反串线圈。这就确定了表7-8中6极绕组接法时全部线圈的联接要求。

表 7-8

槽号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
4极绕组	a	a	a	-c	-c	-c	b	b	b	-a	-a	-a	c	c	c	-b	-b	-b
6极绕组	a	a	a	-c	-c	-c	b	b	b	-a	-a	-a	c	c	c	-b	b	b
反向指示													*	*	*	*	*	*
槽号	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
4极绕组	a	a	a	-c	-c	-c	b	b	b	-a	-a	-a	c	c	c	-b	-b	-b
6极绕组	-a	-a	-a	c	c	c	-b	-b	-b	a	a	a	-c	-c	-c	b	-b	-b
反向指示	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

(4) 按上述步骤完成之工作只说明按照表 7-8 6 极绕组安排顺序, 当转子为一 6 极凸极同步发电机转子时, 有一个三相对称电势产生。我们要说明此种联接方式下通以对称三相交流电能否产生 6 极旋转磁场? 在分析磁势时可将图 7-12 看作 36 个线圈的 6 极脉振磁势轴线的空间位置图, 但要注意当线圈是反串时其脉振磁势轴线应反方向, 这样对 A 相线圈脉振磁势轴线讲只分布在  $180^\circ$  空间电角度内, 有一个等效的集中轴线如图 7-13 中  $F_A$  位置所示。图中向量 1、2、3、28、29、30 为相应 12 个线圈的脉振磁势轴线。 $F_A$  为等效 A 相脉振磁势轴线空间位置。同理, 在相距空间电角度  $120^\circ$  的地方有 B、C 相的脉振磁势轴线。在空间差  $120^\circ$  的地方有三个等效对称绕组通以三相对称电流则应产生 6 极旋转磁场。

这套绕组的分布系数如何计算呢? 我们将图 7-13 看作绕组电势相量图。相量 1、

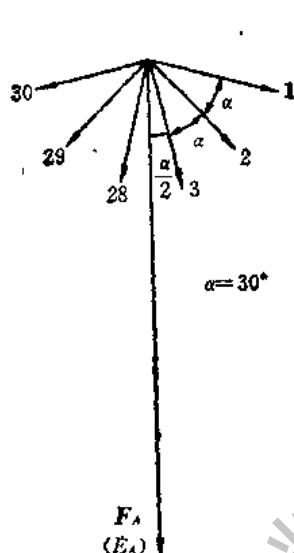


图 7-13

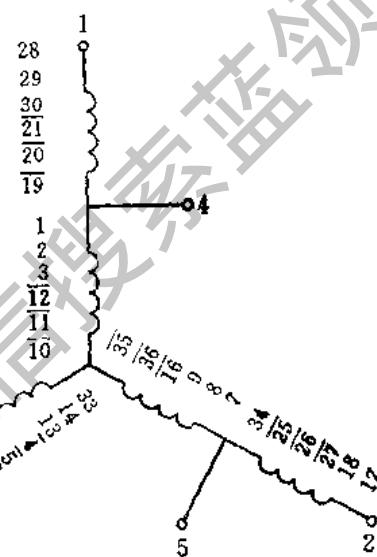


图 7-14

2、3、28、29、30 看作相应线圈电势时间相量, 可将  $F_A$  方向看作 A 相电势  $\dot{E}_A$  的方向。分布系数按照定义计算如下:

$$K_{d6} = \frac{2 \sin 15^\circ + 2 \sin 45^\circ + 2 \sin 75^\circ}{6} = 0.644 \quad (7-41)$$

式中  $K_{d6}$  —— 6 极绕组分布系数。

取双层短距绕组跨距为 1~7 跨 6 个槽节距, 对 6 极电机为整距绕组, 短距系数  $K_{p6} = 1$ 。对 4 极电机短距比为  $2/3$ , 短距系数  $K_{p4} = \sin 60^\circ = 0.866$ ,  $K_{dp4} = K_{d4} \times K_{p4} = 0.831$ 。 $K_{dp6} = K_{d6} \times K_{p6} = 0.644$ 。其中  $K_{dp4}$ 、 $K_{dp6}$  为 4、6 极绕组系数。

我们有意识的使  $K_{dp4}$  不等于  $K_{dp6}$ , 仍然是为了使两种极数下电机气隙磁密基本相等。因为此时极距  $r$  的变化不再是 2 倍的关系了。这个问题下面要专门讨论。与图 7-10 类似, 这套绕组的抽头联接图如图 7-14 所示。6 极联接时为单星, 电源接 1、2、3 三个端点 4、5、6 三个端点开路。A 相绕组无反向指示的 6 个线圈靠近中点。其中 1、2、3 正串, 12、11、10 反串 (在图中以  $\overline{12}$ 、 $\overline{11}$ 、 $\overline{10}$  表示)。有反向指示的 6 个线圈为 28、29、30 正串,  $\overline{21}$ 、 $\overline{20}$ 、 $\overline{19}$  反串。这 6 个线圈靠近电源端。B、C 相也对应将无反向指示的靠近中点。

当电机 4 极运行时,电源接 4、5、6 三个端点,1、2、3 三个端点短路形成双星联接。此时 A 相 1、2、3、 $\bar{12}$ 、 $\bar{11}$ 、 $\bar{10}$  6 个线圈电流方向不改变,而另一并联支路之电流流过的 6 个线圈与 6 极联接相比较电流改变方向。由于 4 极运行时并联支路为 2,故

$$W_4 = \frac{W_6}{2} \quad (7-42)$$

式中  $W_4$ 、 $W_6$ —4、6 极每相串联匝数。

$$\tau_4 = \frac{3}{2} \tau_6 \quad (7-43)$$

式中  $\tau_4$ 、 $\tau_6$ —4、6 极电机极距。

与式(7-32)~(7-38)类似得

$$W_4 K_{d\beta 1} B_{g4} \tau_4 = 2 W_4 K_{d\beta 6} B_{g6} \times \frac{2}{3} \tau_4 \quad (7-44)$$

$$\frac{B_{g4}}{B_{g6}} = \frac{4}{3} \frac{K_{d\beta 6}}{K_{d\beta 1}} \quad (7-45)$$

将  $K_{d\beta 1}$ 、 $K_{d\beta 6}$  的具体数值代入上式得  $B_{g4} = 1.03 B_{g6}$ 。这正好说明我们对这套绕组跨距的选择是正确的。

以上的分析方法是通过电势相量图对比磁势向量图分析出有一个 6 极磁势波。计算绕组系数  $K_{d\beta 6}$  有一定数值,说明 6 极磁势波有一定幅值。下面我们通过磁势阶梯波形分析,可直观看出 6 极磁势波是如何产生的。

以 A 相磁势波为例,将 A 相电流达瞬时最大值时之 A 相阶梯波形画于图 7-15。从图中明显看出有一个很大的两极磁势波,如图中  $F_1$ 。在  $F_1$  基础上再叠加一个 6 极波就和阶梯波很接近了。6 极波以  $F_2$  表示。 $A$ 、 $B$ 、 $C$  三相都有 6 极脉振磁势波,空间轴线不同相位,对称分布绕组流过对称电流就产生旋转圆磁场。因为这套绕组很不规则所以会产生很大的低次谐波即两极谐波。其磁势幅值的大小与这套绕组的两极绕组系数成正比。我们画出 A 相 12 个线圈在两极凸极同步发电机转子作用下的电势相量图为图 7-16。从图中可得出 A 相两极机分布系数  $K_{d2A}$  计算公式如下:

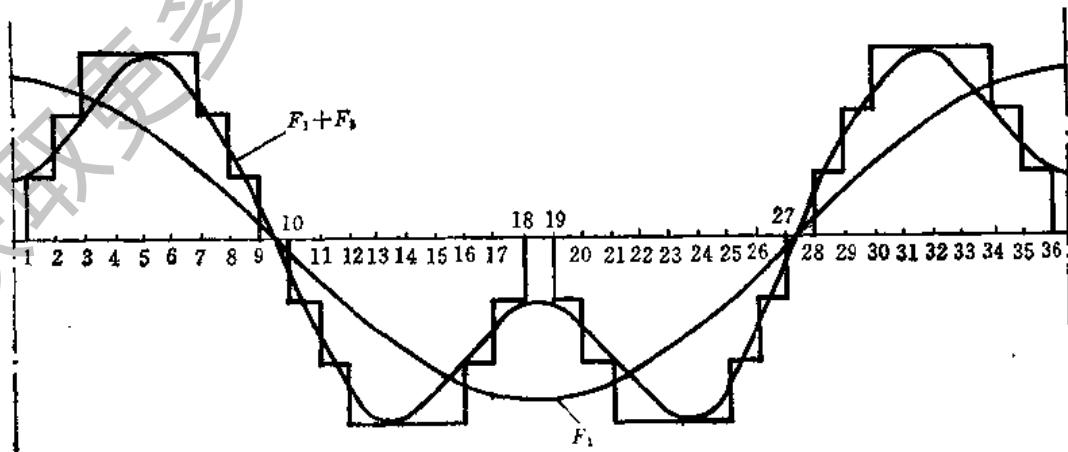


图 7-15

$$K_{d2A} = \frac{4 \sin 35^\circ + 4 \sin 45^\circ + 4 \sin 55^\circ}{12} = 0.7 \quad (7-46)$$

线圈跨 6 个槽节距，对两极讲短距比为 1/3，短距系数  $K_{p2} = 0.5$ 。此时 A 相两极绕组系数  $K_{dp2A}$  为  $0.5 \times 0.7 = 0.35$ 。两极磁势波幅值正比于  $K_{dp2A}$ ，而 6 极磁势波幅值正比于  $K_{dp6}/3 = 0.213$ 。以两极为基波则 6 极波幅值应乘以系数 1/3。这就是我们在图 7-15 中看到两极波幅值大于 6 极波的原因。绕组在 6 极接法时，对 6 极来讲三相是对称的绕组，这种接法时，有两极谐波存在，但这套绕组对两极是对称绕组吗？这只要看一看三相绕组系数是否相等。图 7-17 画出 B 相绕组的两极电势相量图。图中除相量 17、-35 这两个相量外其余 10 个相量的合相量与相量 8 同方向。这 10 个相量和的模为  $(2 + 4 \cos 10^\circ - 4 \sin 10^\circ)$ 。相量 8 与相量 17 垂直。B 相 12 个电势的和为  $E_B$ ，有

$$E_B = \sqrt{(2 + 4 \cos 10^\circ - 4 \sin 10^\circ)^2 + 2^2}$$

B 相绕组两极谐波分布系数为  $K_{d2B}$ ， $K_{d2B} = \frac{E_B}{12} = 0.47$ 。B 相绕组两极谐波绕组系数为  $K_{dp2B}$ ， $K_{dp2B} = K_{d2B} K_{p2B} = 0.47 \times 0.5 = 0.235$ 。

比较图 7-15 与 7-16 可看出  $\dot{E}_A$  与  $\dot{E}_B$  之间夹角为  $126^\circ$ 。同理可证  $K_{dp2C}$  亦为 0.235。 $\dot{E}_C$ 、 $\dot{E}_A$  之间夹角亦为  $126^\circ$  时间电角度。

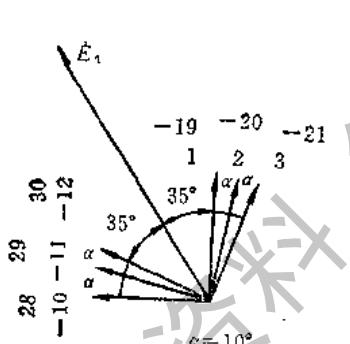


图 7-16

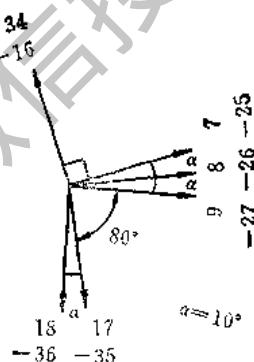


图 7-17

由于 A、B、C 三相丙极绕组系数不同。电势相量夹角不为  $120^\circ$  时间电角度，说明对两极谐波讲，此绕组不是对称绕组，通以对称三相电流会产生两极椭圆旋转磁场。这种不规则绕组谐波大幅度增加是这种电机的突出缺陷。以上这种分析方法叫相量分析法。

电机采用星变双星的接线方法，所以其容量变化约为两倍的关系。即 4 极电流为 6 极电流的两倍，故 4 极容量约为 6 极容量的两倍。

在设计双速电机时特别要注意定、转子槽配合问题。一个鼠笼转子在两个极数下运行，其槽配合应在两种极数下都不会产生较大的附加同步、异步转矩及单向振动力。

在联接方法中，我们只讲了星-双星的联接方法。当然还有其它的方法。如图 7-18 (a) 所示为三角形-双星的联接方法，也同样会有一半绕组电流反方向。当绕组如图 7-18 (b) 所示接法时，电机为三角形联接，当按图 7-18(c) 方式接电源时 1、2、3 短接为双星形的中点，这种接法原三角形接法时所有 A 相绕组在双星接法中仍属于 A 相。也可按图

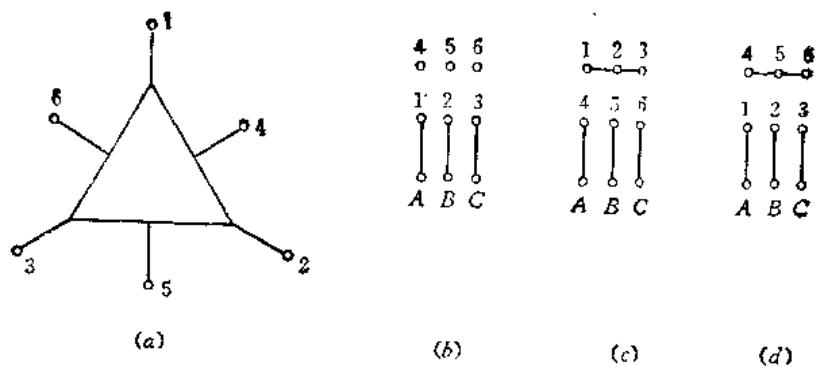


图 7-18

7-18(d) 接电源, 4、5、6三端点短接形成双星的中点, 这时三角形接法的A相绕组在变成双星时只有一半绕组仍保留在A相, 另一半形成B相绕组的一个支路, 这种接法叫换相联接法。图 7-18(c)、(d) 两种接法会使绕组分布系数有较大差异。

### 第三节 双鼠笼电机转子的设计

计算双鼠笼电机性能关键在于正确导出双鼠笼转子等值电路, 等值电路中定子方面参数与一般三相异步电动机相同, 主要区别在转子参数。从图 7-19 所示槽形图分析, 将转子槽分成上笼与下笼, 上笼形成一个对称的鼠笼转子回路, 其参数均以下标 U 表示。下笼形成一个对称回路参数以下标 L 表示。转子边电枢反应是上、下笼电枢反应磁势合成产生的, 转子边折合电流  $I'_2$  应等于上、下笼转子折合电流  $I'_{2U}$  与  $I'_{2L}$  的相量和, 即

$$I'_2 = I'_{2U} + I'_{2L} \quad (7-47)$$

转子上、下笼两个支路在等值电路中应为并联支路才能满足(7-47)式的要求。但这两个支路并不是完全独立的, 由于互感的作用上笼导条的漏电抗压降并不是只由  $I'_{2U}$  产生的。转子谐波漏磁通对应的谐波漏抗压降是转子总电流  $I'_2$  产生的。转子端部漏抗压降与转子斜槽漏抗压降也是  $I'_2$  产生的。我们画出双鼠笼电机等值电路如图 7-20。

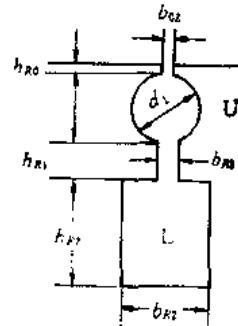


图 7-19

图 7-19 所示槽形下笼槽漏磁单位漏磁导  $\lambda_{s2L}$  按下式计算:

$$\lambda_{s2L} = \frac{1}{3} \frac{h_{R2}}{b_{R2}} + \frac{h_{B1}}{b_{B1}} + \frac{h_{R1}}{b_{R1}} + \frac{\pi}{2} \quad (7-48)$$

其中  $\frac{\pi}{2}$  为上笼圆形槽部分对下笼导条形成的槽漏磁单位漏磁导。

图 7-19 所示槽形上笼槽漏磁单位漏磁导  $\lambda_{s2U}$  按下式计算:

$$\lambda_{s2U} = 0.623 + \frac{h_{R2}}{b_{R2}} \quad (7-49)$$

为了后面计算简便起见, 将式(7-49)近似为

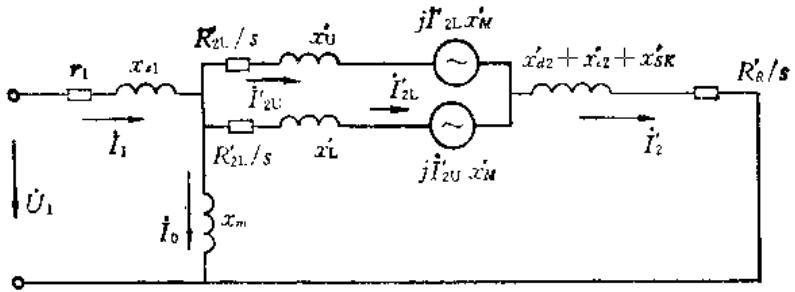


图 7-20

$r_s, x_{s1}$ —定子电阻、漏电抗;  $x_m$ —激磁电抗;  $R'_{1U}, R'_{1L}$ —上、下笼转子导条电阻折合值;  $R'_{2R}$ —转子端环电阻折合值;  $x'_{1L}$ —转子下笼槽漏抗折合值;  $x'_{1U}$ —转子上笼槽漏电抗折合值;  $x'_{AP}$ —转子上、下笼槽漏磁互感电抗折合值;  $x'_{d2}, x'_{s2}, x'_{sK}$ —转子谐波漏电抗、端部漏电抗、斜槽漏电抗的折合值;  $i'_{1L}, x'_{M}, i'_{1U}, x'_{M}$ —下笼电流对上笼绕组、上笼电流对下笼绕组的互感电抗压降

$$k_{s20} = \frac{\pi}{4} + \frac{h_{R0}}{b_{s2}} \quad (7-50)$$

图 7-19 槽形的槽漏磁互感单位漏磁导为  $\lambda_M$ , 有

$$\lambda_M = \frac{\pi}{4} + \frac{h_{g0}}{b_{g0}} \quad (7-51)$$

由于式(7-50)的  $\lambda_{s2u}$  与式(7-51)的  $\lambda_M$  相等, 则  $x'_u$  与  $x'_M$  相等。图 7-20 上笼支路压降中  $jI'_{2u}x'_u$  与  $jI'_{2L}x'_M$  两项可以  $jI'_{2u}x'_u$  表示之。

将式(7-48)改写成

$$\lambda_{S_2 L} = \frac{1}{3} \times \frac{h_{R_1}}{b_{R_2}} + \frac{h_{R_2}}{b_{R_1}} + \frac{\pi}{4} + \lambda_M \quad (7-52)$$

$$\lambda_{S2,L} = \lambda_{z,L} + \lambda_M \quad (7-53)$$

对应式(7-53)可分成两部分表示

$$x_L' = x_{\beta L} + x_M' \quad (7-54)$$

$x'_{2L}$  对应转子槽单位漏磁导为  $\lambda_{2L}$ , 有

$$\lambda_{2L} = \frac{1}{3} \times \frac{h_{R2}}{b_{R2}} + \frac{h_{M1}}{b_{M1}} + \frac{\pi}{4} \quad (7-55)$$

图 7-20 下笼条支路电压中  $jI_{2Lx_L} + jI_{2ux_M'}$  可改写为  $jI'_{2Lx_L} + jI'_{2ux_M'}$ 。将上、下笼中同类项  $jI'_{2ux_M'}$  提出来, 图 7-20 等值电路可简化为图 7-21 所示等值电路。图 7-21 中, 上笼

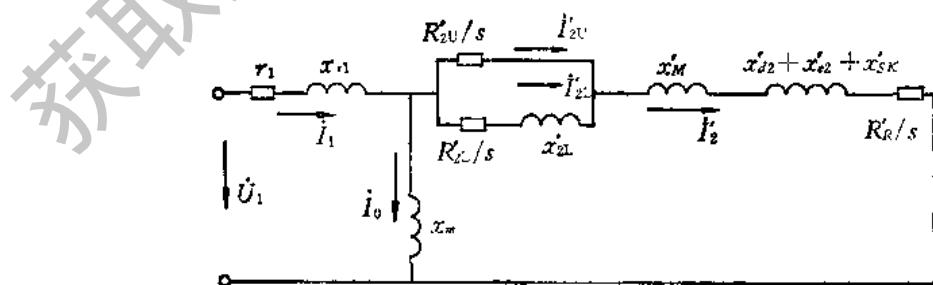


图 7-21

等值电路中只有电阻参数。将图 7-21 中上、下笼并联回路的参数化简成等效串联阻抗  $Z$ , 则

$$Z = \frac{1}{\frac{1}{R'_{20}} + \frac{1}{\frac{R'_{2L}}{s} + jx'_{2L}}} \quad (7-56)$$

上式通分有理化得

$$Z = \frac{\frac{R'_{2U} + R'_{2L}}{s} \frac{R'_{2U} R'_{2L}}{s^2} + \frac{R'_{20}}{s} x'^2_{2L}}{\left(\frac{R'_{2U} + R'_{2L}}{s}\right)^2 + x'^2_{2L}} + j \frac{\left(\frac{R'_{2U}}{s}\right)^2 x'_{2L}}{\left(\frac{R'_{2U} + R'_{2L}}{s}\right)^2 + x'^2_{2L}} \quad (7-57)$$

额定运行时  $s$  很小, 式(7-57)中等式右边第一项即为导条等值电阻折合值  $r'_B/s_0$  分子、分母中带  $x'^2_{2L}$  项可忽略得

$$\frac{r'_B}{s} = \frac{R'_{2U} R'_{2L}}{s(R'_{2U} + R'_{2L})} \quad (7-58)$$

$$r'_B = \frac{R'_{2U} R'_{2L}}{R'_{2U} + R'_{2L}} \quad (7-59)$$

式(7-57)等式右边第二项即为串联等值电抗, 以  $x_0$  表示。分母中  $x'^2_{2L}$  项可忽略,  $x_0$  计算如下:

$$x_0 = \left(\frac{R'_{20}}{R'_{2U} + R'_{2L}}\right)^2 x'_{2L} \quad (7-60)$$

这样一来运行时等值电路可简化成标准形式如图 7-22, 图中  $r'_2$  为转子等效电阻, 有

$$r'_2 = r'_B + R'_k \quad (7-61)$$

起动时  $s$  等于 1, 重新计算式(7-57)可得起动时等效串联参数。转子导条电阻等效串联参数为  $r'_{BSI0}$  相应等效串联电抗为  $x_{0SI0}$

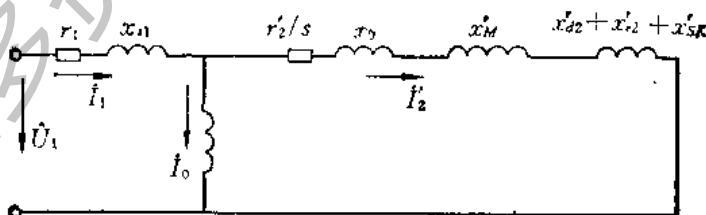


图 7-22

$$r'_{BSI0} = \frac{R'_{2U} [R'_{2L}(R'_{2U} + R'_{2L}) + x'^2_{2L}]}{(R'_{2U} + R'_{2L})^2 + x'^2_{2L}} \quad (7-62)$$

$$x_{0SI0} = \frac{R'_{2U} x'_{2L}}{(R'_{2U} + R'_{2L})^2 + x'^2_{2L}} \quad (7-63)$$

$$r'_{2SI0} = r'_{BSI0} + R'_k \quad (7-64)$$

除端部漏抗不作修正外, 其它定、转子槽漏抗、谐波漏抗、斜槽漏抗均应如第六章中所用方法进行漏磁饱和及集肤效应的修正。

减小上笼槽面积就增加了起动笼电阻。增加图 7-19 中之  $h_{R1}$  就增加了集肤效应。这两个措施都会提高起动转矩，同时对效率和功率因数会带来不利影响。所以双鼠笼电机设计时，转子槽形应反复调整尺寸以达综合指标较优的要求。

对于绕线转子的设计，其参数计算与异步电机定子参数计算方法完全一样。注意，定、转子绕组极数应一致。当绕线转子开路时转子不转，定子加额定电压时，转子边线电压叫空载转子电压，应控制其不超过 500V，这样转子绕组绝缘按低压绝缘处理，运行安全可靠。绕线式转子不能用于单绕组双速电机，因为定子改变联接方式改变绕组极数时，转子绕组也要作相应变化，因转子是旋转的所以在开关结构上很难实现。

## 第八章 单相异步电动机的设计

### 第一节 单相电机正弦绕组

在第七章中我们介绍过三相正弦绕组，是采用星、三角两套绕组的互相作用，每一套绕组都有谐波旋转磁场，但两套绕组的互相作用合成结果使某些次谐波削弱至零。单相电机有两套绕组一套为主相绕组以字符  $m$  表示，一套为副绕组以字符  $a$  表示，其接线方式如图 8-1 所示。 $C$  表示电容器，每套绕组就是一相，流过相电流产生的是脉振磁场。主绕组相电流为  $I_m$ ，副绕组相电流为  $I_a$ 。最好的办法是使每相绕组产生的脉振磁势空间波就没有谐波，那么两相绕组合成后的旋转磁势肯定也不会有谐波。为了说明问题方便我们先举一个例子。有一台两极电机，定子 12 槽，问应如何安排成正弦绕组。

我们把正弦绕组安排成同心式绕组，跨槽为 1-6, 2-5, 3-4 这三个线圈组成一个极的绕组。为了使这套同心式绕组产生磁势波接近正弦形，应考虑每个线圈的匝数是不一样的。从图 8-2 看为了使阶梯形磁势波接近正弦，应使跨槽为 1-6 的线圈匝数最多，3-4 线

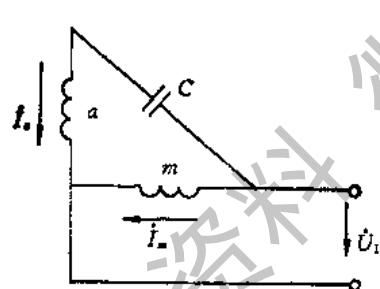


图 8-1

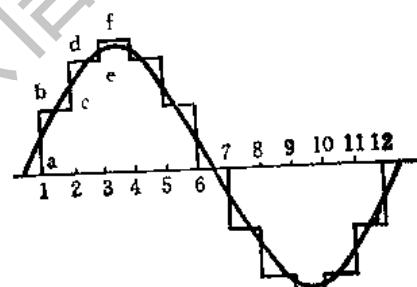


图 8-2

圈匝数最少才有可能，但如何确定其匝数的数值比例呢？我们分析原则如下。线圈 1-6 的作用是负责产生磁动势如  $\overline{ab}$  线段所示。欲使正弦波与  $\overline{ab}$  线段处之阶梯形误差最小，也就是谐波最小，就应使  $\overline{ab}$  的长度等于  $\overline{ab}$  线段所对应的这一段正弦曲线的函数变化值相对应。一个槽控制  $30^\circ$  空间电角度的范围， $\overline{ab}$  段对应正弦波函数变化值为  $\sin 30^\circ - \sin 0^\circ = 0.5$ 。同理第 2 槽所对应的磁势值为  $\overline{cd}$  线段，其所控制对应的正弦函数变化值为  $\sin 60^\circ - \sin 30^\circ = 0.366$ 。同理  $\overline{ef}$  线段对应  $\sin 90^\circ - \sin 60^\circ = 0.134$ 。设一个极线圈总匝数为  $W$ ，则线圈 1 匝数为  $0.5W$ ，线圈 2 为  $0.366W$ ，线圈 3 为  $0.134W$ 。这样从图 8-2 看阶梯波与正弦波之差只有齿谐波。这样安排绕组匝数是否除基波、齿谐波外，其余谐波全被削弱至零了呢？通过各次谐波绕组系数的计算就能解答这个问题。

我们将每个线圈对各次谐波的短距系数计算结果列于表 8-1。表中线圈 1 的基波短距系数为  $\sin \frac{5}{6} \times 90^\circ = 0.966$ 。依此类推可计算出各次谐波的短距系数中间的 7 次、9

表 8-1

线 圈	1	2	3
基波短距系数	0.966	0.707	0.259
3 次谐波短距系数	-0.707	0.707	0.707
5 次谐波短距系数	0.259	-0.707	0.966
11 次谐波短距系数	0.966	0.707	0.259

次谐波省略了，13 次以上也省略了。

每一线圈的匝数乘以该线圈的短距系数就是等效的整距线圈匝数，计算结果列于表 8-2。例如线圈 1，对基波来讲为  $0.966 \times 0.5W = 0.483W$  匝。

表 8-2

线 圈	1	2	3
基波等效整距匝数	0.483W	0.259W	0.035W
3 次谐波等效整距匝数	-0.3535W	0.2588W	0.0947W
5 次谐波等效整距匝数	0.1295W	-0.259W	0.1295W
11 次谐波等效整距匝数	0.483W	0.259W	0.035W

同心式绕组每一个线圈的轴线都相互重合，这三个线圈感应电势的时间相量只是大小不同其相量相位是一致的。三个线圈的电势相量和与其代数和相等，我们说同心式绕组分布系数等于 1。这套绕组产生基波磁势的能力，等效于一套整距集中绕组，其总匝数为表 8-2 中三个线圈的基波等效匝数的代数和，计算如下。对基波为 “ $0.483W + 0.259W + 0.035W = 0.777W$ ”。由绕组系数定义我们知道这套绕组基波绕组系数为 0.777。同理我们计算表 8-2 中各次谐波绕组系数，结论为：基波绕组系数和各次齿谐波绕组系数相等，其它各次谐波绕组系数均为零。绕组系数为零的各次谐波当然其谐波磁势幅值肯定亦为零。这就达到了正弦绕组削弱谐波的目的。

在三相电机中，三次谐波磁势为零，五次谐波反转，七次谐波正转，若电机不采用正弦绕组时，这些结论在单相电机中还正确吗？我们需要重新研究，设主、副绕组匝数相等，空间位置差  $90^\circ$  空间电角度，两相电流模相等，时间差  $90^\circ$  时间电角度。以三次谐波为例。

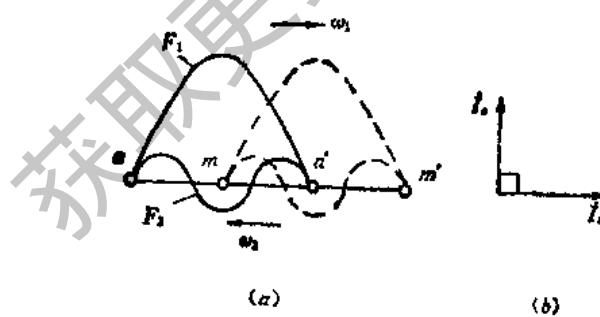


图 8-3

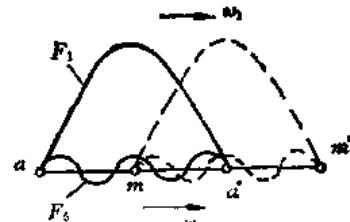


图 8-4

参看图 8-3(a)，图中  $m, m'$  为主绕组整距线圈位置。 $a, a'$  为副绕组整距线圈位置。当电流为图 8-3(b) 所示瞬时时， $I_m$  电流瞬时值为零，电机合成磁势只是由  $I_a$  电流在  $a$ 、

$a'$  线圈中所产生, 其基波如图中实线正弦波所示。三次谐波也如实线波形表示。当过了  $90^\circ$  时间电角度之后,  $\dot{I}_s$  瞬时值为零, 合成磁势只由  $I_m$  产生, 其波形如图中虚线波形所示。由图明显看出基波正转基波  $90^\circ$  空间电角度。三次谐波反转  $90^\circ$  三次谐波空间电角度。基波、谐波均为旋转圆磁场。用相同的方法分析五次谐波, 其波形图画于图 8-4。 $\dot{I}_s$  瞬时最大值时用实线波形表示, 过  $90^\circ$  时间电角度,  $\dot{I}_m$  瞬时最大值时用虚线波形表示。可明显看出五次谐波正转五次谐波  $90^\circ$  空间电角度。由此可得出结论, 一、五、九、……次谐波正转。三、七、十一、……次谐波反转。这与三相电机结论已完全不同了。电机绕组有负序电流流通时, 谐波磁势转向应如何确定? 因为两相电流大小相等, 时间相位差  $90^\circ$  这两个条件同时满足是非常难得的。一般情况下, 这两个条件不同时满足电机就存在负序电流, 其数学方程如下:

$$\dot{I}^+ = \frac{\dot{I}_m - j\alpha\dot{I}_s}{2} \quad (8-1)$$

$$\dot{I}^- = \frac{\dot{I}_m + j\alpha\dot{I}_s}{2} \quad (8-2)$$

当电流满足对称条件时, 将  $\dot{I}_s = i\frac{1}{a}\dot{I}_m$  代入式(8-2)可求得  $\dot{I}^-$  等于零; 当电流不满足对称条件时,  $\dot{I}^-$  不等于零。则负序电流产生反转基波磁场, 使电机内基波磁场为椭圆磁场。同时当绕组不是正弦绕组时, 负序电流也产生各次谐波。负序电流产生的三次谐波应正转, 五次谐波应反转……说明各次谐波也都是椭圆磁场。此时电机内存在所有奇数次谐波磁场, 且每一次谐波磁场均存在正、反转两个磁场, 这就使非正弦绕组单相电机谐波影响非常大, 使电机性能很差, 所以一般单相电机均采用正弦绕组。当然正弦绕组也有明显弱点, 这就是线圈绕制时匝数不等, 下线时各槽槽满率不均匀, 最小槽满率较低, 使电机槽内空间未能得到充分利用, 影响电机有效材料的利用率。

## 第二节 单相电机运行性能分析计算

### 一、定子磁通的计算

定子磁通应为主磁通与定子漏磁通之和。类似于三相异步电动机主磁通的计算, 我们将图 4-2 改变一下形式如图 8-5 所示, 图中  $U_1$  为定子绕组主相相电压,  $\dot{I}_m$  为定子主绕组相电流,  $\varphi_m$  为主绕组的功率因数角,  $-\dot{E}_1$  为主磁通在主绕组中感应的电势,  $j\dot{I}_m x_{1m}$  为定子漏电抗压降也就是定子漏磁通在主绕组中感应的电势。由图可见

$$-\dot{E}'_1 = -\dot{E}_1 + j\dot{I}_m x_{1m} \quad (8-3)$$

式中  $-\dot{E}_1$  与主磁通  $\Phi$  相对应,  $j\dot{I}_m x_{1m}$  与漏磁通  $\dot{\Phi}_{s1}$  相对应, 则由上式可得

$$\dot{\Phi}_1 = \dot{\Phi} + \dot{\Phi}_{s1} \quad (8-4)$$

$\dot{\Phi}_1$  为定子磁通也就是主磁通与定子漏磁通之和。我们要求得  $\dot{\Phi}_1$ , 只要求得  $E'_1$  的大小即可。定义

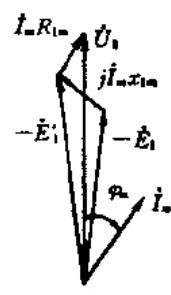


图 8-5

$$\frac{I_m R_{1m}}{U_1} = \epsilon'_1 \quad (8-5)$$

对  $\dot{U}_1$ ,  $-\dot{E}'_1$ ,  $I_m R_{1m}$  三个相量所组成的三角形应用余弦定理, 其中相量  $\dot{U}_1$  与  $I_m R_{1m}$  之间夹角等于  $\varphi_m$ , 则

$$E'_1 = \sqrt{U_1^2 + (I_m R_{1m})^2 - 2 U_1 I_m R_{1m} \cos \varphi_m} \quad (8-6)$$

将式(8-5)代入上式并整理成标么值的形式得

$$\frac{E'_1}{U_1} = k_s = \sqrt{1 + \epsilon'^2 - 2 \epsilon' \cos \varphi_m} \quad (8-7)$$

$k'_E$  相当于三相电动机电势系数  $(1 - \epsilon_L)$ 。由式(8-7)可确定  $E'_1 = k'_E U_1$ 。  $E'_1$  确定后对应三相电动机磁路计算的方法可确定定子磁通  $\Phi_1$ , 由  $\Phi_1$  确定磁路各部分最大磁密及相应的磁位降安匝数。进一步计算激磁电流、激磁电流标么值及激磁电抗。激磁电抗是计算性能的等值电路中的重要参数。

## 二、单相电机正、负序等值电路的计算

在单相电机中我们将电流分成正、负序电流, 它们在气隙中产生相应的正反转旋转磁场, 转子以一个固定的转速旋转, 其相对正序旋转磁场滑差为  $s$ , 其相对负序旋转磁场的转差就是  $2-s$ 。这样转子边折合到定子边的参数就随滑差的不同而有很大区别, 我们称其为相应的正、负相序等值电路。对主相绕组来讲其正相序等值电路如图 8-6(a) 所示, 此等值电路只适用正序电流  $I^+$ , 产生的端电压为正序相电压  $\dot{U}^+$ 。为今后计算方便将等值电路中并联部分转化为等效串联等值电路如图 8-6(b) 所示, 其中阻抗压降  $(R'_f + jx'_f)I^+$  就代表了正序旋转磁场在定子绕组中感应的电势  $\dot{E}'_1$ 。同理主相绕组负序等值电路如图 8-7(a) 所示, 其等效串联等值电路如图 8-7(b) 所示。此等值电路只适用于负

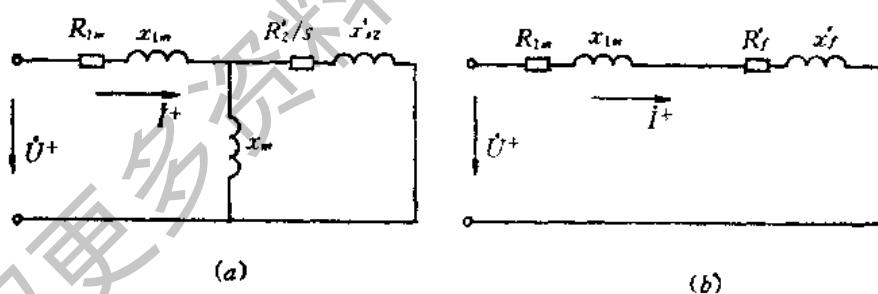


图 8-6

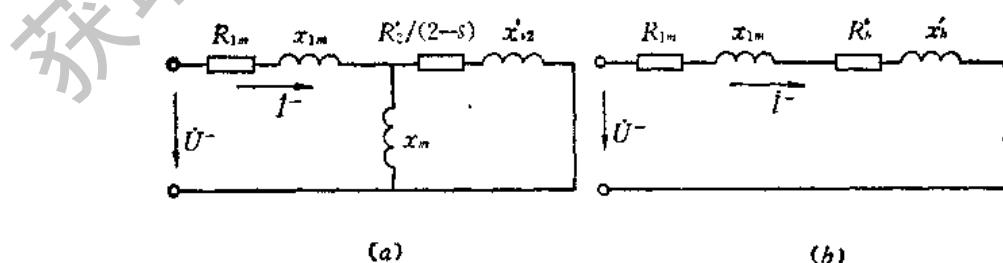


图 8-7

序电流  $\dot{I}^+$ ，产生的端电压为负序电压  $\dot{U}^-$ 。阻抗压降  $\dot{I}^-(R'_b + jx'_b)$  代表了负序旋转磁场在主相绕组中的感应电势  $\dot{E}_1^-$

若为电容运转单相电动机其副相绕组等值电路也可依此处理，副相绕组正序等值电路如图 8-8(a)、(b) 所示，其中  $R_c$  为反映电容器损耗的等效串联电阻， $x_c$  为电容器的容抗。其余的参数均为副相绕组本身阻抗参数。但当匝比为  $a$  时，因为阻抗参数正比于匝数平方而变化，所以在主、副相绕组参数之间有如下的函数关系：

$$R_{1a} = a^2 R_{1m} \quad (8-8)$$

式中  $R_{1a}$ 、 $R_{1m}$ ——副、主相绕组电阻。

$$x_{1a} = a^2 x_{1m} \quad (8-9)$$

式中  $x_{1a}$ 、 $x_{1m}$ ——副、主相漏电抗。

$$x_{ma} = a^2 x_m \quad (8-10)$$

式中  $x_{ma}$ 、 $x_m$ ——副、主相激磁电抗。

$$R_{sa} = a^2 R'_s \quad (8-11)$$

式中  $R_s$ 、 $R'_s$ ——转子电阻对副、主绕组折合值。

$$x'_{s2a} = a^2 x'_{s2} \quad (8-12)$$

式中  $x'_{s2a}$ 、 $x'_{s2}$ ——转子漏电抗对副、主绕组折合值。

同理

$$R'_{ta} = a^2 R'_t \quad (8-13)$$

$$x'_{ta} = a^2 x'_t \quad (8-14)$$

### 三、相电流的计算

求解某一定滑差转速下的主、副相绕组电流  $\dot{I}_m$ 、 $\dot{I}_s$ 。对主绕组列电压平衡方程式得

$$\dot{U}^+ - \dot{I}^+(R_{1m} + jx_{1m} + R'_t + jx'_t) \quad (8-15)$$

$$\dot{U}^- = \dot{I}^-(R_{1m} + jx_{1m} + R'_b + jx'_b) \quad (8-16)$$

$$\dot{U}_1 = \dot{U}^+ + \dot{U}^- \quad (8-17)$$

将式 (8-1)、(8-2)、(8-15)、(8-16) 代入式 (8-17) 并整理得

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_m(R_{1m} + jx_{1m}) + \frac{\dot{I}_m - ja\dot{I}_s}{2} (R'_t + jx'_t) + \frac{\dot{I}_m + ja\dot{I}_s}{2} (R'_b + jx'_b) \quad (8-18)$$

上式也可简化为

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_m(R_{1m} + jx_{1m}) + (-\dot{E}_1^+) + (-\dot{E}_1^-) \quad (8-19)$$

$$-\dot{E}_1^+ = \frac{\dot{I}_m - ja\dot{I}_s}{2} (R'_t + jx'_t) \quad (8-20)$$

$$-\dot{E}_1^- = \frac{\dot{I}_m + ja\dot{I}_s}{2} (R'_b + jx'_b) \quad (8-21)$$

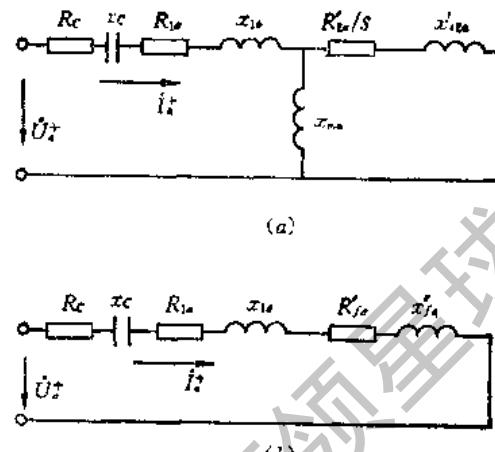


图 8-8

$$(8-10)$$

$$(8-11)$$

$$(8-12)$$

$$(8-13)$$

$$(8-14)$$

式(8-19)说明主绕组相电压等于主相电流的漏阻抗压降再加上正、负序旋转磁场感应的电势。式(8-20)、(8-21)说明正、负序磁场感应电势与等值电路中参数的关系。

类比式(8-19)可写出副绕组电压平衡方程式得

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_s(R_{1a} + jx_{1a}) + (-\dot{E}_s^+) + (-\dot{E}_s^-) + \dot{I}_s(R_c - jx_c) \quad (8-22)$$

上式说明副相绕组漏阻抗压降,加上正、负序旋转磁场在副绕组感应的电势,再加上电容器上的阻抗压降等于线路电压。其中

$$-\dot{E}_s^+ = ja(-\dot{E}_1^+) \quad (8-23)$$

$$-\dot{E}_s^- = -ja(-\dot{E}_1^-) \quad (8-24)$$

式(8-23)中  $-\dot{E}_s^+$  为正转磁场在副绕组中感应的电势,其与正转磁场在主绕组中感应电势  $-\dot{E}_1^+$  大小与相位均有固定的关系,因其匝数为主绕组匝数的  $a$  倍,故其电势大小为主绕组感应电势的  $a$  倍,因为正转磁场是从副绕组轴线转到主绕组的轴线,所以正转磁场最大值先切割副绕组,过  $90^\circ$  时间电角度再切割主绕组。其相位领先主绕组感应电势  $90^\circ$ 。在公式中以  $j$  表示这个相位关系。同理,在式(8-24)中负序磁场对副绕组感应电势  $(-\dot{E}_s^-)$  大小亦为对主绕组感应电势  $(-\dot{E}_1^-)$  的  $a$  倍,因为负序磁场最大值是先切割主绕组,过  $90^\circ$  时间电角度再切割副绕组,故其相位落后  $(-\dot{E}_1^-) 90^\circ$  时间电角度,在式(8-24)中以  $-j$  符号表示之。将式(8-23)、(8-24)、(8-20)、(8-21)、(8-9)代入式(8-22)整理得

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= \dot{I}_s[(R_{1a} + R_c) + j(a^2x_{1a} - x_c)] + ja \frac{\dot{I}_m - ja\dot{I}_s}{2} (R'_s + jx'_s) \\ &\quad - ja \frac{\dot{I}_s + ja\dot{I}_s}{2} (R'_s + jx'_s) \end{aligned} \quad (8-25)$$

当转速为一固定转速时,参数  $R'_s$ 、 $R'_b$ 、 $x'_s$ 、 $x'_b$  为固定常数,所有参数均为已知数,电压  $\dot{U}_1$  亦为已知数。在方程式(8-18)、(8-25)所组成的联立方程组中只存两个未知数,一个是  $\dot{I}_m$  另一个是  $\dot{I}_s$ 。解此复数联立方程可解得

$$\dot{I}_m = R_s + jX_s \quad (8-26)$$

$$\dot{I}_s = R_b + jX_b \quad (8-27)$$

其中

$$R_s = R_t[R_{T_a} - a(x_t - x_b)] + X_t[x_{T_a} + a(R_t - R_b)] \quad (8-28)$$

$$X_s = R_t[x_{T_a} + a(R_t - R_b)] - X_t[R_{T_a} - a(x_t - x_b)] \quad (8-29)$$

$$R_b = R_t[R_T + a(x_t - x_b)] + X_t[x_T - a(R_t - R_b)] \quad (8-30)$$

$$X_b = R_t[x_T - a(R_t - R_b)] - X_t[R_T + a(x_t - x_b)] \quad (8-31)$$

$$R_t = \frac{U_1 R_3}{R'_s + X'_s} \quad (8-32)$$

$$X_t = R_t \frac{X_3}{R'_s} \quad (8-33)$$

$$R_3 = (R_T R_{T_a} - x_T x_{T_a}) - a^2[(R_t - R_b)^2 - (x_t - x_b)^2] \quad (8-34)$$

$$X_3 = (R_T x_{T_a} + x_T R_{T_a}) - 2a^2(R_t - R_b)(x_t - x_b) \quad (8-35)$$

$$R_T = R_{1a} + R_t + R_b \quad (8-36)$$

$$x_T = x_{1a} + x_f + x_b \quad (8-37)$$

$$R_{T_1} = R_{1a} + R_c + a^2(R_f + R_b) \quad (8-38)$$

$$x_{T_2} = a^2 x_T - x_c \quad (8-39)$$

$$R_f = \frac{R'_f}{2} \quad (8-40)$$

$$x_f = \frac{x'_f}{2} \quad (8-41)$$

$$R_b = \frac{R'_b}{2} \quad (8-42)$$

$$x_b = \frac{x'_b}{2} \quad (8-43)$$

由以上计算可知由对称分量解电流是相当繁的计算。此时线电流  $I_L$  由下式计算：

$$I_L = I_m + I_a \quad (8-44)$$

#### 四、电机性能计算

首先以  $I_m$ 、 $I_a$  代入式(8-1)、(8-2)确定  $I^+$  及  $I^-$ 。然后确定此转速下电磁转矩是多少。通过气隙传递到转子边的正序电磁功率应为  $P_M^+$ ，有

$$P_M^+ = 2(I^+)^2 R'_f \quad (8-45)$$

式中系数 2 为两相绕组所致，等值电路图是一相的等值电路故  $(I^+)^2 R'_f$  为一相传递的电磁功率，整个电机的电磁功率应乘以 2。同理负序电磁功率为  $P_M^-$

$$P_M^- = 2(I^-)^2 R'_f \quad (8-46)$$

$$T^+ = \frac{P_M^+}{\omega_1} \quad (8-47)$$

$$T^- = \frac{P_M^-}{\omega_1} \quad (8-48)$$

$T^+$ 、 $T^-$  为正、反转的电磁转矩数值， $\omega_1$  为同步角速度。电磁转矩

$$T = T^+ - T^- \quad (8-49)$$

将式(8-45)~(8-48)代入上式得

$$T = \frac{2}{\omega_1} [(I^+)^2 R'_f - (I^-)^2 R'_f] \quad (8-50)$$

$$P_i = U_i I_i \cos \varphi \quad (8-51)$$

式中  $P_i$ ——输入功率，单位为 W； $I_i$ ——线电流； $\varphi = U_i$  与  $I_i$  之间的相位差。

定子边有三项铜损耗， $I_m^2 R_{1m}$  为主绕组铜耗， $I_a^2 R_{1a}$  为副绕组铜耗， $I_c^2 R_c$  为电容器的损耗。定子铁耗的计算公式与三相异步电动机定子铁耗计算公式相同。转子绕组正序电流铜损耗  $p_{Cu2f}$  为

$$p_{Cu2f} = s P_M^+ \quad (8-52)$$

$$p_{Cu2f} = s \times 2(I^+)^2 R'_f \quad (8-53)$$

转子铜耗为转差与相应电磁功率的乘积。同理转子绕组的负序电流损耗为

$$p_{\text{ce},2} = (2-s)2(I^-)^2 R'_b \quad (8-54)$$

$$p_{\text{fe},2} = 3p_{T2}G_{T2} + 2.5p_{y2}G_{y2} \quad (8-55)$$

$p_{\text{fe},2}$  为转子铁损耗，因为负序磁场的存在及谐波磁场在转子表面产生的附加损耗加在一起称为转子铁耗，由式(8-55)近似计算之。其中  $G_{T2}, G_{y2}$  为转子齿重及轭重。 $p_{T2}, p_{y2}$  为转子齿及轭部单位重量的铁耗比损耗值。

机械损耗可由经验公式求得，将上面全部损耗加在一起称为总损耗  $\Sigma p$ 。

输出功率

$$P_2 = P_1 - \Sigma p \quad (8-56)$$

效率

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \quad (8-57)$$

到此为止电机在某一转速运行主要性能  $\eta, \cos \varphi, T$  均可求得

$$U_c = I_c X_c \quad (8-58)$$

$U_c$  为电容上的端电压，需要校核一下，其值不能超过电容器允许的使用电压值。

### 第三节 单相电容电动机最佳匝比以及电容量的确定

一般认为单相电容电动机只需适当调节电容器的容抗，就可以使电机在额定容量时处于圆磁场运行状态。这种看法是片面的。从下面的理论推证中可看出在额定容量时圆磁场运行的条件有两个，电容量的选择必须合适只是条件之一，另一个条件是匝比的选择必须合适。

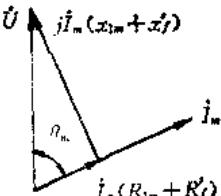


图 8-9

当电机处于圆磁场条件下运行时，负序电流等于零。主相电流  $I_m$  就是正序电流  $I^+$ 。此时相电压就等于正序电压，其电路相量图如图 8-9 所示，这时电压相量只与正序参数有关。 $U, I_m$  之间的相角为  $\theta_m$ ，有

$$\tan \theta_m = \frac{X_{1m} + X_f'}{R_{1m} + R_f'} \quad (8-59)$$

此时主相电压  $U_m$  为

$$U_m = -\dot{E}_{1m} + I_m(R_{1m} + jx_{1m}) \quad (8-60)$$

$$U_o = -\dot{E}_{1o} + I_o(R_{1o} + jx_{1o}) \quad (8-61)$$

$U_o$  为副绕组的相电压，也就是副绕组的端电压。此时  $\dot{E}_{1m}, \dot{E}_{1o}$  均为正序电势故应满足方程式。

$$-\dot{E}_{1o} = ja(-\dot{E}_{1m}) \quad (8-62)$$

根据式(8-8)、(8-9)，则(8-61)式等式右边第二项

$$I_o(R_{1o} + jx_{1o}) = I_o a^2 (R_{1m} + jx_{1m}) \quad (8-63)$$

电流只有正序分量则  $I_o$  领先  $I_m$   $90^\circ$  时间电角度，其值等于  $I_m$  的  $1/a$ ，即

$$I_o = i \frac{I_m}{a} \quad (8-64)$$

将上式代入式(8-63)得

$$I_a(R_{1a} + jx_{1a}) = ja\hat{I}_m(\psi_{1a} + jx_{1a}) \quad (8-65)$$

将式(8-62)、(8-65)代入(8-61),整理得

$$\dot{U}_a = ja\dot{U}_m \quad (8-66)$$

电机电压相量图如图 8-10 所示。 $\dot{U}_a$  领先  $\dot{U}_m$   $90^\circ$ ,  $\dot{U}_a$  的模是  $\dot{U}_m$  的  $a$  倍。 $\dot{U}_a$ 、 $\dot{U}_m$  组成直角三角形其斜边为电容器上的电压降  $\dot{U}_c$ , 这是由副绕组回路电压方程式所确定的。 $\dot{U}_c$  应领先电容器电流  $I_a$   $90^\circ$  时间电角度,  $\dot{U}_c$ 、 $\dot{I}_a$  同时与  $\dot{I}_a$  垂直, 则  $\dot{U}_c$ 、 $\dot{I}_a$  两相量平行,  $\dot{U}_c$ 、 $\dot{U}_m$  之间的夹角也就为  $\theta_m$  值。根据三角函数定义

$$\frac{\dot{U}_a}{\dot{U}_m} = ja\theta_m \quad (8-67)$$

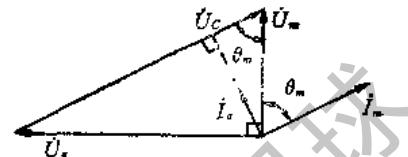


图 8-10

由式(8-66)得

$$\frac{\dot{U}_a}{\dot{U}_m} = a \quad (8-68)$$

将(8-59)、(8-67)代入上式得

$$a = \frac{x_{1m} + x'_f}{R_{1m} + R'_f} \quad (8-69)$$

当输出额定容量时,有一个额定转速,对应额定转差,参数  $x'_f$ 、 $R'_f$  为固定值。这时匝比  $a$  就应是一个确定的常数。

根据勾股弦定理

$$U_c = \sqrt{\dot{U}_m^2 + \dot{U}_a^2} \quad (8-70)$$

上式整理为

$$I_a x_c = \sqrt{1 + a^2} I_m \sqrt{(R_{1m} + R'_f)^2 + (x_{1m} + x'_f)^2} \quad (8-71)$$

将式(8-64)代入上式整理得

$$x_c = a \sqrt{1 + a^2} \sqrt{(R_{1m} + R'_f)^2 + (x_{1m} + x'_f)^2} \quad (8-72)$$

将(8-69)代入上式整理得

$$x_c = \sqrt{1 + a^2} \frac{x_{1m} + x'_f}{R_{1m} + R'_f} (R_{1m} + R'_f) \sqrt{1 + a^2} \quad (8-73)$$

$$x_c = (1 + a^2)(x_{1m} + x'_f) \quad (8-74)$$

由式(8-69)和式(8-74)可看出在一定转速下必须两式同时满足才可能为圆磁场运行方式。电机制造好,匝比已确定;电容器已选择好;容抗也已确定,所以最多只有一个转速所对应的运行点为圆磁场运行。负载变化引起转速变化时,其它所有运行点均为椭圆磁场运行,所以我们说单相电容电机基本处于椭圆磁场运行方式。

#### 第四节 单相电机起动计算

在性能计算公式中代入滑差  $s$  等于 1 即可得到起动时的正、负序等值电路。此时正、负序等值电路参数完全一致。因为对正序  $s$  等于 1, 而对于负序 ( $2-s$ ) 也等于 1。对于

主绕组其等值电路如图 8-11(a) 所示，对于副绕组其等值电路如图 8-11(b) 所示。因为正、负序电流对应同一阻抗，所以总电流也对应于同一阻抗，图 8-11(a) 中之  $\dot{U}_1$  为主相绕组电压，电流  $\dot{I}_m$  为主相绕组起动电流。在这里电压不再分为正、负序电压，电流也不再分为正、负序电流了，同理  $\dot{I}_{ak}$  为副相绕组起动电流。

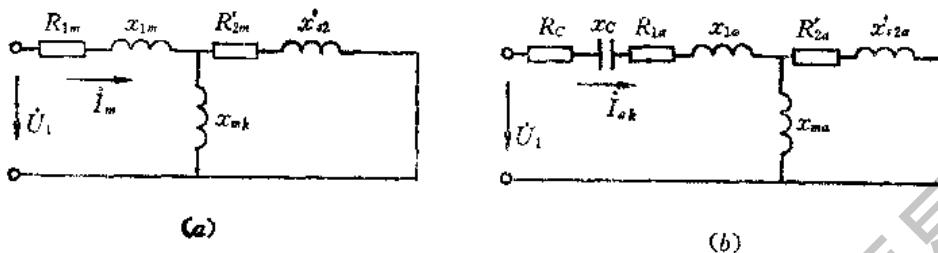


图 8-11

从以上分析看，起动时两套绕组可单独进行交流电路的计算。主相电流仅取决于主相绕组的参数。这是因为电机为正交绕组，两套绕组在空间相差  $90^\circ$  空间电角度，定子磁通间无互感磁链，转子不转时，在定子主绕组脉振磁势作用下，转子绕组感应产生的也为脉振磁势其轴线与定子绕组轴线相同。主绕组定、转子合成磁势仍为脉振磁势，其轴线仍为定子绕组轴线，此磁势与副绕组仍为正交状态不会产生互感磁链。同理副绕组定、转子合成磁势为脉振磁势，其轴线仍为副绕组空间轴线与主绕组也无互感磁链，所以起动时两套绕组可单独进行交流电路的计算。

将起动电流分成正、负序分量代入式(8-50)即可计算出起动转矩。我们若希望起动转矩获得最大值，当然也就希望起动时能在圆磁场状态下运行，在起动时有一个最佳匝比与电容。这个匝比与电容肯定和额定运行时圆磁场所要求的匝比、电容不一致，所以电容电动机设计时不可能使起动、运行时都获得最佳性能，一般在设计时综合起动与额定运行时的要求都给以照顾，这就使电机在起动时也不是圆磁场，在额定运行时也不是圆磁场。如有可能可采用图 8-12 的运行方式，其中  $C_1$  为运行电容器，始终接在电路中， $C_2$  为

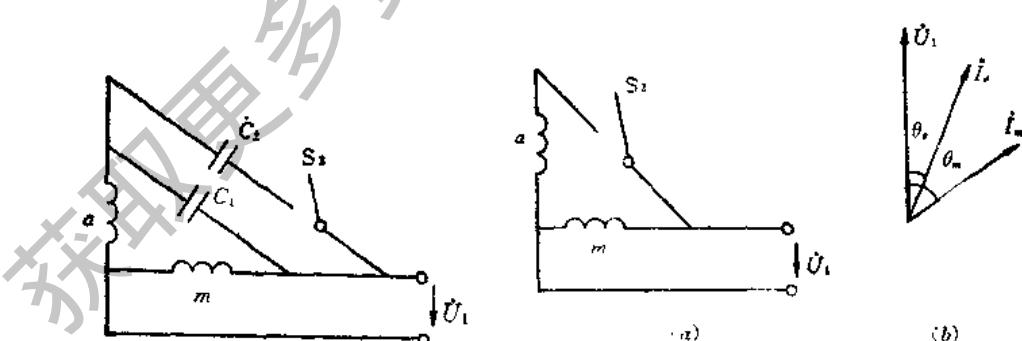


图 8-12

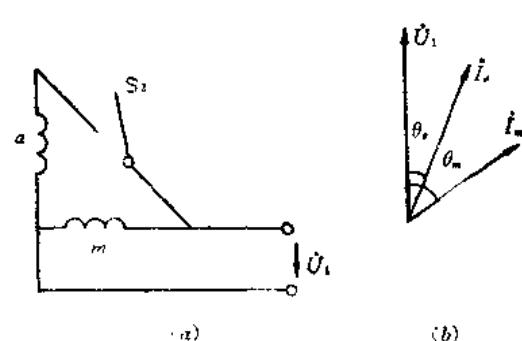


图 8-13

起动时的并联电容器，由离心开关  $S_2$  控制，起动时，电机未转  $S_2$  闭合，这时起动电容为  $(C_1 + C_2)$ ，两个电容器并联起作用，可使副绕组起动电流较  $C_1$  单独起作用时适当增加，使起动时电机运行更接近于圆磁场。而当电机有一定转速后，离心开关跳开， $S_2$  将  $C_2$  断

开，额定运行时只有  $C_1$  起作用，使电机额定运行更接近于圆磁场。这样虽不能使电机在起动及额定运行时均处于圆磁场状态，但比只有一个电容器起作用时电机的性能有一定提高，其缺点为离心开关的使用使电机运行增加了一个不可靠因素。

还有一种叫作电阻分相起动的电机其示意图如图 8-13(a) 所示，其副绕组由离心开关控制。其作用为，起动时副绕组通电，起动完成后，运行时由离心开关  $S_2$  将副绕组断开，电机为单绕组运行。为了增加起动转矩，副绕组的绕法有一定的要求，我们将副绕组正绕  $W^+$  匝，然后再反绕  $W^-$  匝。这套绕组计算定子电阻时用  $(W^+ + W^-)$  匝数计算，计算电抗参数、副绕组磁势、匝比等要用  $(W^+ - W^-)$  计算。这套绕组的参数肯定是电阻大，电抗小，起动时功率因数角为  $\theta_a$ ，如图 8-13(b) 所示，主绕组功率因数角为  $\theta_m$ 。 $\theta_m$  大于  $\theta_a$ ，这样两套绕组空间差  $90^\circ$  空间电角度，流过的电流时间上不同相，有一个  $(\theta_m - \theta_a)$  的相位差，形成正序电流分量大于负序电流分量，可使电机有一定的起动转矩。此方案的缺点为两个电流之间的相角差不可能太大，则起动力矩也就不会太大。优点为省掉一个电容器。

## 第五节 单相电机的调速

调速对驱动电机来讲是非常重要的。如台扇电机一般需要三档速度。单相电机的调速方法很多，我们仅就常见的几种作一个定性的介绍。最常见的是串联电抗器降压调速的方法。如图 8-14 所示， $L$  表示可调电抗器。当电机高速运行时将滑动触头接于可调电抗器接线柱 1 处。此时电机端电压  $U_m$  等于线电压  $U_1$ ，电机处于满电压高速运行。当滑动触头接于可调电抗器接头 2 时，主绕组端电压  $U_m$  小于线电压  $U_1$ ，此时电机处于中速运行。当滑动触头接于可调电抗器接头 3 时，电机端电压达到最低值，电机处于低速运行，若将可调电抗器作成六个抽头则电机可调出六种速度。这种调速方法是降压调速的性质，其最低转速不可能调到太低，一般可达额定速度的 60% 左右。其缺点是增加一个可调电抗器增加了成本。

现在经常采用的方法叫电机绕组抽头调速，常用的有“L”接法抽头调速，见图 8-15(a)，与“T”接法抽头调速见图 8-15(b)。我们以“L”接法抽头调速为例较详细介绍其

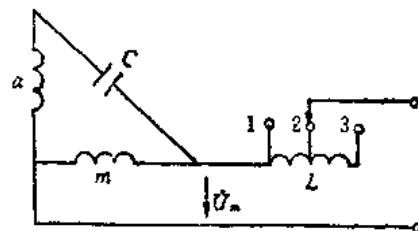


图 8-14

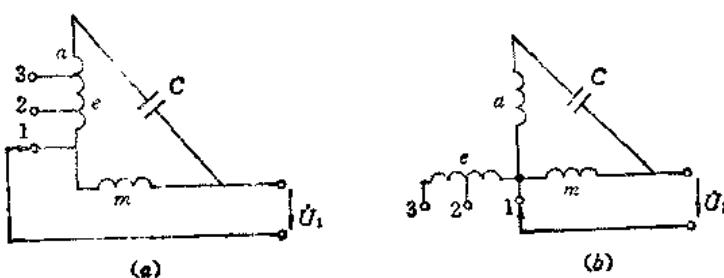


图 8-15

原理及计算方法。图 8-15(a) 中绕组分为三部分,  $m$  为主绕组,  $a$  为副绕组,  $e$  为附加主绕组, 附加主绕组空间轴线与副绕组同方向, 实际上就是副绕组的一部分, 当滑动触头联于 1 点时, 线电压  $U_1$  加于主绕组全部匝数上, 这时主绕组匝数最少, 电机内部磁通最高, 其电磁力矩特性曲线如图 8-16 曲线 1 所示。曲线 4 为风扇的负载机械特性曲线。曲线 1、4 的交点  $a$  即为电机高速工作点。当滑动触头接于 2 点时, 附加主绕组有一部分串入主绕组。此时主绕组与附加主绕组的一部分共同承担线电压, 主绕组上的端电压小于线电压, 电机内主磁通有所减弱, 其电磁转矩特性曲线如图 8-16 曲线 2 所示, 这时的电机工作点为  $b$  点, 电机为中速运行。同理滑动触头接于 3 点时, 主绕组上分配到的电压最低, 电机磁通最弱, 力矩曲线为曲线 3, 工作点为  $c$  点, 电机处于低速运行。从图 8-15 可看出此电机高速运行与普通单相电容电机无任何区别。图 8-15(b) 所示为“T”接法抽头调速接线示意图。同理可分析得滑动触头分别接于 1、2、3 点时, 电机处于高、中、低三种速度运行。“T”接法抽头调速缺点为高速运行时附加主绕组在槽内未通电, 占据槽内空间位置未起作用。这当然会影响高速运行性能。其优点为附加主绕组的轴线与主绕组轴线一致, 所以附加主绕组一定匝数的变化对电机主磁通的影响, 较“L”接法调速主磁通的变化要大。在计算“L”接法抽头调速时要注意的问题是:

① 主绕组匝数不变, 高速运行时副绕组与附加主绕组匝数之和为副绕组总匝数, 此时有一个匝比  $a$ , 当中、低速运行时, 副绕组总匝数为副绕组匝数与附加主绕组部分匝数之和这时匝比  $a$  变化了, 即计算高、中、低三种速度性能时, 匝比为三个不同的数值。

② 主绕组中电流  $I_m$ , 主绕组空间轴线上基波脉振磁势为  $k_{W_m} W_m I_m$ , 其中  $k_{W_m}$  为主绕组绕组系数,  $W_m$  为主绕组每极串联总匝数, 而在副绕组空间轴线上有两个基波脉振磁势, 其相量和为  $(k_{W_a} W_a \dot{I}_a + k_{W_e} W_e \dot{I}_e)$ ,  $k_{W_a}$ 、 $k_{W_e}$  分别为副绕组及附加主绕组绕组系数,  $W_a$ 、 $W_e$  分别为副绕组及附加主绕组每极串联总匝数。  $\dot{I}_a$  为副绕组电流,  $\dot{I}_e$  为正方向与  $\dot{I}_a$  正方向相同的附加主绕组电流, 由图 8-17 可明显看出  $\dot{I}_e = -\dot{I}_m$ , 所以副绕组空间轴线上的基波脉振磁势可以  $(k_{W_a} W_a \dot{I}_a - k_{W_e} W_e \dot{I}_m)$  表示。令

$$\frac{k_{W_a} W_a}{k_{W_m} W_m} = e,$$

则

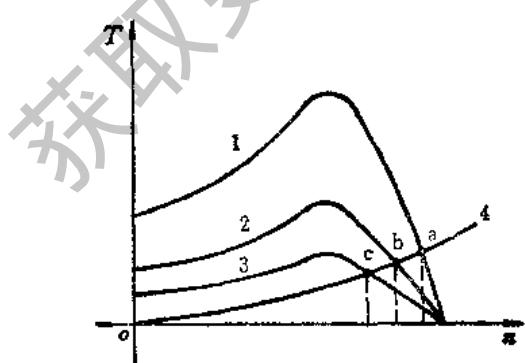


图 8-16

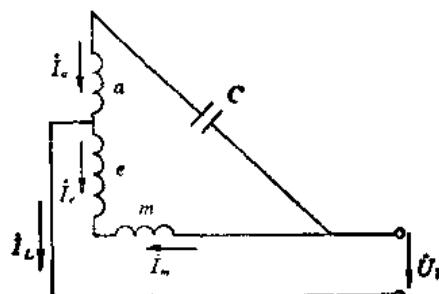


图 8-17

$$\frac{k_{w_e} W_e}{k_{w_s} W_s} = \frac{e}{a}$$

副绕组空间轴线上基波脉振磁势可以下式表示之。 $k_{w_s} W_s \left( I_s - \frac{e}{a} I_m \right)$ ，我们可以等效地认为这个脉振磁势是由副绕组单独产生的，只不过流过副绕组的电流不再是  $I_s$  了，而是  $\left( I_s - \frac{e}{a} I_m \right)$ ，类比式(8-1)、(8-2)，此时正、负序电流可以下式表示：

$$I^+ = \frac{I_m + ja \left( I_s - \frac{e}{a} I_m \right)}{2} \quad (8-75)$$

$$I^- = \frac{I_m - ja \left( I_s - \frac{e}{a} I_m \right)}{2} \quad (8-76)$$

对于“T”接法调速其正、负序电流表达式肯定不可以式(8-75)、(8-76)表示，当然更不能以式(8-1)、(8-2)表示了，我们就不在这里详细推导了。

③ “L”、“T”接法抽头调速除图 8-15 的接法外，还有另外一种接法如图 8-18(a)、(b) 所示。(a) 为另一种接法的“L”形抽头，(b) 为另一种接法的“T”形抽头。同理滑动触头接于 1、2、3 点时分别对应高、中、低三种速度。

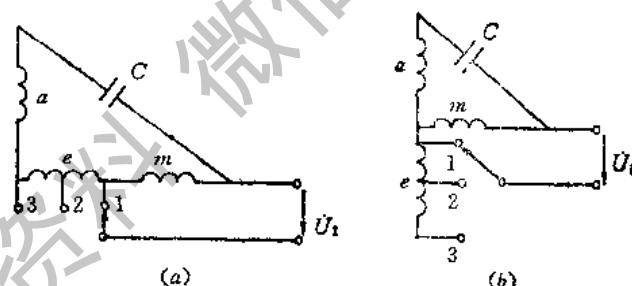


图 8-18

最后我们再介绍一下利用可控硅控制的调压无级调速方案，其接线原理图如图 8-19(a) 所示。在主回路中串入两个可控硅，一个控制正向导通，一个控制反向导通。通过触

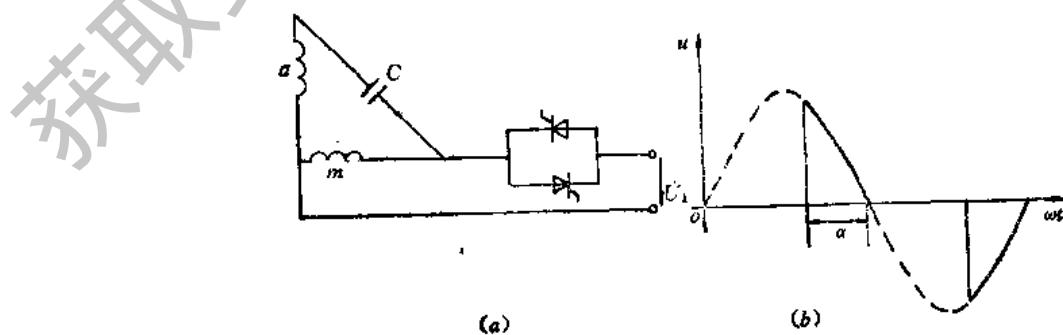


图 8-19

发器控制可控硅的导通角  $\alpha$ , 其电压随时间电角度变化的波形图如图 8-19(b) 所示, 导通角等于  $\pi$  时, 电机为最高速运行。当导通角小于  $\pi$  时, 相当于降低线端电压运行, 导通角越小, 电机速度越低, 连续调节导通角可达到无级调速的要求。可控硅控制线路就不详细分析了, 单相小容量可控硅调压器已有现成产品出售, 可作为元件购买。

## 第六节 单相电机设计的特殊问题

在当前单相电机研究的问题中有一种非正交绕组, 即它们也分为主绕组与副绕组, 只不过主、副绕组之间在空间电角度上不再相差  $90^\circ$  空间电角度, 而是任意角  $\theta$ , 如图 8-20 所示。这种绕组在单相异步电动机单绕组双速调速过程中就会出现。例如某一电机 4 极运行时主、副绕组空间电角度被安排成相差  $90^\circ$ , 这一套绕组通过有一半绕组电流反方向的方法则可成为两极绕组运行, 其空间电角度相差即应为  $45^\circ$ 。这个道理与第七章第二节中三相电机单绕组多速绕组的原理一样, 在三相电机作 8 极机运行时, 为  $120^\circ$  相带绕组, 即相邻两相绕组之间差  $120^\circ$  空间电角度, 而成为 4 极机运行时即成为  $60^\circ$  相带的绕

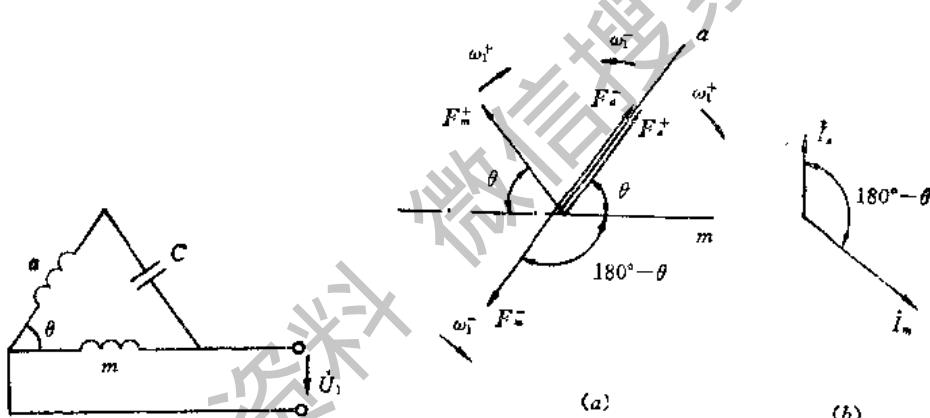


图 8-20

图 8-21

组, 也就是说相邻相绕组之间的空间电角度变为  $60^\circ$  了。我们首先分析其产生圆磁场时电流必须满足的条件, 设其匝比为  $a$ , 副绕组空间落后主绕组  $\theta$  度空间电角度, 如图 8-21(a) 所示, 副绕组相电流  $I_n$  领先  $I_m$   $(180^\circ - \theta)$  时间电角度, 如图 8-21(b) 所示, 此时  $I_n$  等于  $\frac{I_m}{a}$ , 利用一个脉振磁势分解成两个旋转磁势的方法来分析这个问题, 此瞬间  $I_n$  达到电流瞬间最大值, 副绕组脉振磁势所分解的两个旋转磁势, 正转磁势  $F_n^+$  与反转磁势  $F_n^-$  重合在副绕组的空间轴线位置上,  $F_n^+$  顺时针旋转以  $\omega_t^+$  表示,  $F_n^-$  反时针旋转以  $\omega_t^-$  表示。同理主绕组脉振磁势也分解成  $F_m^+$  与  $F_m^-$ 。因为  $I_m$  要经过  $(180^\circ - \theta)$  的时间电角度才出现瞬时最大值, 所以  $F_m^+$  与  $F_m^-$  也都距主绕组空间轴线  $(180^\circ - \theta)$  的空间电角度。如图 8-21(a) 所示  $F_n^+$  与  $F_m^+$  大小相等, 方向相反, 旋转方向相同, 电机负序旋转磁场为零, 电机为圆磁场运行, 电机正序旋转磁场大小为  $2F_n^+ \sin \theta$ 。

另一个研究的问题是对于小功率单相异步电动机, 为了充分利用定子硅钢片, 经常将

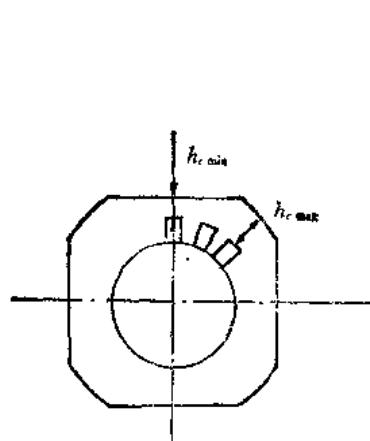


图 8-22

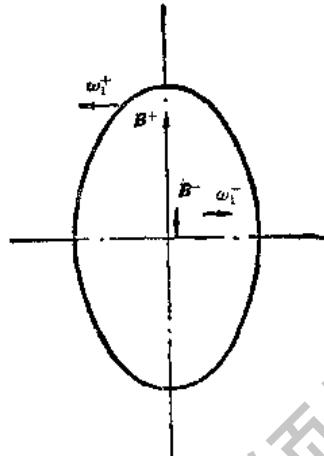


图 8-23

定子冲片外侧不再冲成圆形，而是冲成带有四个圆角的正方形如图 8-22 所示，定子槽形尺寸一致时在定子轭部磁路就会出现最大磁轭导磁面积对应最大磁轭高度  $h_{c\ max}$ ，与最小磁轭导磁面积对应最小磁轭高度  $h_{c\ min}$ 。当电机作为 4 极电机时，电机的椭圆磁场如图 8-23 所示，一对极有两个长轴，两个短轴，4 极机则有 4 个长轴，4 个短轴。图中  $B^+$  为正序磁场空间正弦分布磁密波的空间向量，旋转方向以  $\omega_1^+$  表示， $B^-$  代表负序磁密波空间向量，旋转方向以  $\omega_1^-$  表示。长轴的大小为  $(B^+ + B^-)$ ，短轴的大小为  $(B^+ - B^-)$ 。正序磁密产生正序磁通感应正序感应电势  $E_1^+$ ，它可以正序阻抗压降  $I^+(R'_1 + jx'_1)$  表示，参看图 8-6 所示等值电路图，同理负序磁密产生负序磁通产生负序感应电势可以负序阻抗压降  $I^-(R_b + jx_b')$  表示，参看图 8-7 所示等值电路，所以

$$\frac{B^-}{B^+} = \frac{|I^-(R_b + jx_b')|}{|I^+(R'_1 + jx'_1)|} \quad (8-77)$$

长短轴之差为  $2B^-$ ，与长轴之比一般不超过 10%。这样长、短轴的磁通量也有 10% 的波动。当椭圆旋转磁场旋转时，电机每极磁通量的大小是在变化着。当电机运行在特定瞬间，刚好出现椭圆磁场长轴时，电机内每极磁通量最大，我们希望这时椭圆磁场长轴，也就是电机内正弦分布的磁通密度波的幅值正好对应图 8-12 所示的  $h_{c\ min}$  所对应的空间位置，此瞬间气隙磁密幅值所对应截面即  $h_{c\ min}$  之位置，轭部磁密等于零，最大轭部磁密在离开气隙磁密幅值 90° 空间电角度的位置上，正好对应  $h_{c\ max}$  的截面。最大磁通量的 1/2 通过最大轭部导磁截面积，这就控制定子轭部磁密不会饱和，减少激磁电流，从而减少了定子相电流，减少定子铜耗，提高电机效率。若搞得不好使椭圆磁场长轴对准  $h_{c\ max}$  所在空间位置，则  $h_{c\ min}$  的轭部通过最大磁通量的 1/2，此时轭部磁密饱和和激磁电流明显增加。如何调整椭圆磁场长轴在空间的位置呢？很明显我们调整主绕组空间轴线的位置也就调整了椭圆磁场长轴在空间的位置，因为椭圆磁场磁势都是绕组产生的，当然其椭圆磁场长轴相对定子主绕组空间轴线的位置应是不变的，寻求主绕组轴线下线的最佳位置，即可获得最小激磁电流，此轴线最佳位置亦可由正、负序等值电路的时间相量、空间向量图求得，我们在此不作详细叙述了。

为了解决图 8-22 所示冲片轭部导磁面积不相等的问题，可将定子槽形作成槽高不相

等的形状，对应图 8-22 中  $h_{c\min}$  所处之位置定子槽形槽高最小。对应图 8-22 中  $h_{c\max}$  处之定子槽形槽高令其为最大值，其它部位的槽形的槽高可按一定的比例变化，其槽高变化的依据是使各个截面的轭部高度相等。这样的冲片定子槽总面积比均匀槽有所增加，但增加了冲模制造的难度。

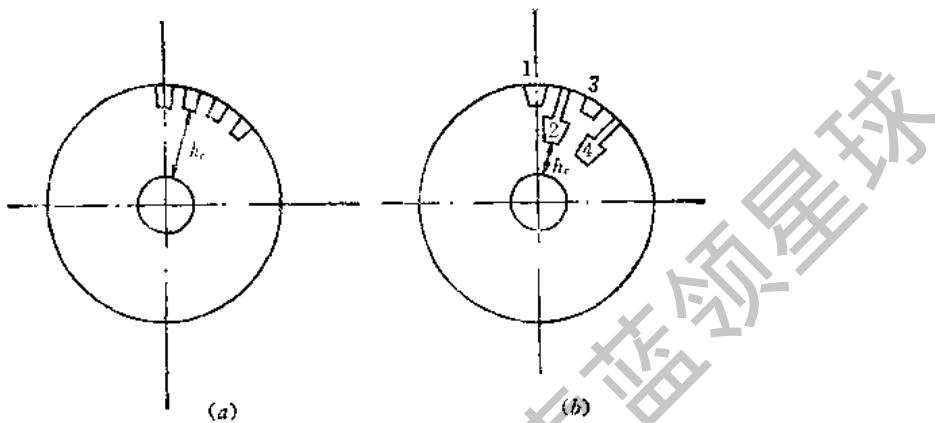


图 8-24

对外转子电机，如吊扇电机为外转子、内定子、低转速、多极数，定子槽数很多，每个槽都很小，均匀排列在内定子外圆表面的一层上，为保证一定齿宽，定子槽不可能很深，这样定子轭部铁心利用率很低，有时轭磁密只有 0.1T 左右。其示意图如图 8-24(a) 所示。为了充分利用内定子铁心我们采用深浅槽方案，如图 8-24(b) 所示。从图中可明显看出保证齿宽不变时，定子槽总面积有大幅度增加，内定子轭高  $h_c$  有明显降低，但轭磁密仍然不会大于 0.5T。这种槽形绕组跨距是固定的，必须 1、3 槽为主绕组线圈，2、4 槽为副绕组线圈，副绕组槽漏抗大大的高于主绕组槽漏抗，但副绕组串电容运行，由于电容的补偿效应，槽漏抗的增加并不会影响电机运行性能。这种电机主绕组、副绕组端部无交叉可由绕线机直接向槽中绕线，节约了定子线圈端部尺寸，既省工时又省铜线，减小定子电阻，提高效率。此种形式冲片在吊扇电机中得到广泛应用。

## 第九章 汽轮发电机设计

### 第一节 主要尺寸及气隙的确定

在第二章中主要尺寸公式(2-9)对汽轮发电机或水轮发电机依然适用。 $k_r$  仍为电势系数, 只不过对异步电动机来讲感应电势  $E_1$  一般小于端电压。式(2-8)中之  $k_t$  小于 1, 而对发电机感应电势  $E_1$  一般大于端电压,  $k_E$  大于 1 约为 1.08 左右。相应于式(2-10)对发电机得

$$P_H = m_1 U_1 I_1 \cos \varphi_H \times 10^{-3} \text{ kW} \quad (9-1)$$

整理上式得

$$m_1 U_1 I_1 = \frac{P_H}{\cos \varphi_H} \times 10^3 \quad (9-2)$$

式中  $\cos \varphi_H$  —— 发电机额定功率因数。

将式(9-2)代入式(2-9)得

$$D_u^2 l_{eff} = \frac{8.6 k_E P_H}{K_{d_p} B_m A n \cos \varphi_H} \times 10^7 \quad (9-3)$$

上式与式(2-12)非常相似, 只不过式中各参数的控制使用范围与异步电动机有相当大的区别。例如  $A \approx 2000 \text{ A/cm}$ ,  $B_m \approx 1.0 \text{ T}$ 。

大容量电机在冷却方式上采用了氢内冷及水内冷等措施, 故线负荷可以取得相当高。铁心采用冷轧硅钢片, 比损耗小, 故气隙磁密也取得相当高。这就节约了大量原材料, 但温升依然满足绝缘等级的要求。

汽轮发电机一般为两极, 对 50Hz 电网讲同步速为每分钟 3000 转是固定的。 $D_u^2 l_{eff}$  正比于额定容量  $P_H$ 。 $B_m$ 、 $A$  等参数对主要尺寸的影响我们不再讨论, 因其作用与对异步电动机的作用完全一致。

在异步电动机系列设计中几何相似定律是一个非常有效的工具。但在大型汽轮发电机设计中几何相似定律没有什么实用价值, 这是因为汽轮发电机转子从 12MW 到 1000 MW 其转子外径基本相同, 都是一米多的直径。由于转子材料在离心力作用下机械强度的限制, 想利用增加定子内径来增加电机容量是不现实的。在每分钟 3000 转时转子直径 1.2m 左右已达离心力的强度极限。电机容量的增加主要靠铁心长度的增加。不同容量的电机不可能几何相似。同理在电机直径不变轴向长度随容量增加而变长时, 电机主要尺寸合理比例问题也不可能被考虑。

在汽轮发电机设计中气隙尺寸的选择是非常重要的。因为发电机运行的稳定性能和气隙的大小有非常密切的关系。由电机原理知过载能力与同步电抗有下列关系:

$$S = \frac{P_m}{P_H} \quad (9-4)$$

式中  $S$ ——过载能力倍数； $P_m$ ——发电机最大过载时之容量。

$$P_m = \frac{m_1 E_0 U_1 \times 10^{-3}}{x_c} \quad (9-5)$$

式中  $E_0$ ——额定激磁电流作用下空载感应电势不饱和值； $U_1$ ——额定相电压； $x_c$ ——电机同步电抗不饱和值。

将式(9-5)、(9-1)代入式(9-4)得

$$S = \frac{\bar{E}_0}{\bar{x}_c \cos \varphi_H} \quad (9-6)$$

式中  $\bar{E}_0$ 、 $\bar{x}_c$  均为相应参数标么值。 $\bar{E}_0$  之物理意义可从图 9-1 看出。 $\bar{E}_0$  等于  $\bar{U}_1$  与  $i\bar{j}_1 x_c$  的相量和。这是忽略定子、绕组电阻压降的不饱和电势相量图。一般情况， $\bar{x}_c$  均等于 1.0。功率因数为 0.8 时  $\bar{E}_0$  约为 1.8 左右。

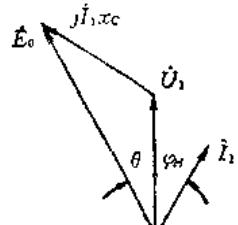


图 9-1

$$x_c = x_{si} + x_a \quad (9-7)$$

式中  $x_{si}$ ——定子漏电抗； $x_a$ ——定子电枢反应电抗。  
漏电抗一般约为电枢反应电抗十分之一。可认为  $x_c$  近似等于  $x_a$ ，有

$$x_a \propto \omega W_1^2 A_a \quad (9-8)$$

式中  $\omega$ ——电角频率； $W_1$ ——定子每相串联匝数； $A_a$ ——电枢反应磁通所对应的磁导。

计算电枢反应不饱和电抗值可忽略铁心磁阻，认为电枢反应磁通对应磁阻只有气隙磁路的磁阻，计算磁导时也只计算气隙磁路的磁导。气隙磁导与气隙导磁截面积成正比与气隙长度成反比，有

$$A_a \propto \mu_0 \frac{r_g l}{g} \quad (9-9)$$

式中  $l$ ——铁心长； $g$ ——气隙长度。

将式(9-9)代入式(9-8)，得到结论为电枢反应电抗与气隙长度成反比。从式(9-6)可看出过载能力随气隙长度增加而增加，但不是正比关系，因为  $E_0$  随气隙增加有下降趋势。过载能力是汽轮发电机运行主要指标故汽轮发电机气隙较异步电动机大得多。当然气隙增大会带来不利因素，主要是气隙安匝增加，无载激磁安匝增加，满载时激磁安匝增加。激磁绕组匝数不变则激磁电流增加，激磁损耗增加，转子温升上升，电机效率降低。确定汽轮发电机气隙时还应注意，若气隙太小，定子齿谐波在转子表面引起的附加损耗会急剧上升影响电机效率。

## 第二节 定、转子槽数槽形的确定

交流发电机定子边的设计原则与异步电动机定子基本一致。定子冲片开槽后形成铁心齿部与轭部，开槽时要考虑齿、轭部磁密分配合理，不要过于饱和，槽面积尽可能的大，在能够顺利下线前提下尽量加大导线铜线截面积以降低定子铜耗及温升。汽轮发电机容量大，电压高，电流大，定子绕组全部为叠绕组硬元件，如图 9-2(a)。每个元件只形成一

绕组的半匝叫一根线棒，元件由多股导线并绕组成如图 9-2 (b)。线棒端部联线部分的每一股铜线清理成裸铜线并涂上焊锡。上、下层线棒端部用一个铜制的并头套套好中间充满焊锡，两个线棒就组成了一个线圈。结构示意图如图 9-2 (b)。每个线棒包扎好对地主绝缘后再下线到定子槽中。线棒横截面为矩形，故定子槽形一律为开口矩形槽。定子绕组为 60° 相带，定子槽数应为 6 的倍数，一般在 36 槽至 72 槽之间。一个槽只放两个线棒，一个槽就对应一匝线圈，所以槽数确定之后定子绕组每相串联匝数也就相应确定了。例如电机为 36 槽，定子绕组并联支路为 1 时，定子每相串联匝数为 12 匝。两极机定子绕组并联支路数最多为 2。主要尺寸及气隙磁密确定之后，每极磁通量也就确定了，每匝线圈感应电势也随之确定。相电压是固定的标准电压，每相必须有几匝线圈串联基本确定，槽数相应被确定。汽轮发电机的槽数是不能随意选择的。

确定转子槽数时主要考虑转子激磁磁势沿空间分布波形接近正弦形，减小谐波满足电网对发电机端电压波形的要求。汽轮发电机为均匀气隙，气隙磁阻为线性均匀磁阻，若磁势空间分布接近正弦，则磁密空间分布波形亦应接近正弦，定子端电压当然趋于正弦。我们将转子在圆周方向分成两个区域如图 9-3。图中画了一个 16 槽的转子示意图。将转子等分 22 分，可以开 22 个槽，实际上开了 16 个槽，开槽的区域形成了转子的小齿部分。还有 6 个齿节距的区域我们将其分成对称的两部分叫作大齿。转子每极为同心式激磁绕组如图 9-4，很明显两个大齿形成了电机转子的 N 极和 S 极。我们定义转子实际开槽数为  $Z_{20}$  转子等分分度数为  $Z_2$ ，分度比为  $\gamma$ ，定义为  $Z_2$  比  $Z_{20}$ ，即

$$\gamma = \frac{Z_2}{Z_{20}} \quad (9-10)$$

对图 9-3 所示实例  $\gamma = 0.727$

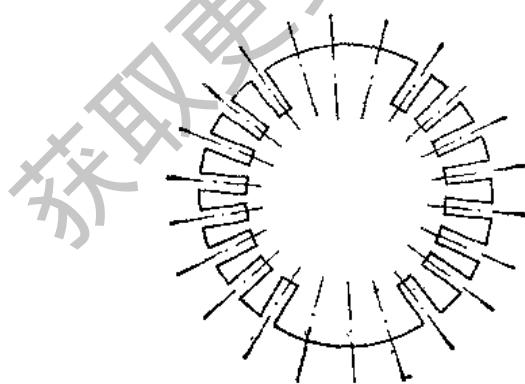


图 9-3

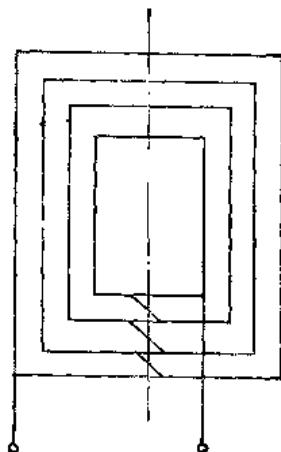


图 9-4

显然转子磁势波形是分度比的函数。若分度比趋近于零时，即  $Z_2$  很大而  $Z_1$  仅等于 2。也就是转子一对极只有一个激磁线圈，激磁磁势波形为矩形波如图 9-5(a)。当分度比等于 1 时，即转子均匀开槽不留大齿，磁势波形为三角形分布，如图 9-5(b)。这两种波

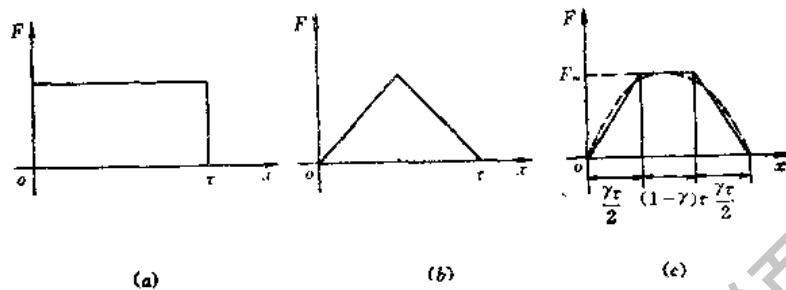


图 9-5

形谐波都是很大的。当分度比在 0 至 1 之间变化时磁势波形为一个等腰梯形波如图 9-5(c)。梯形上底长度反应了大齿宽度等于  $(1 - \gamma)\tau$ 。两腰尺寸反应了相应的小齿部分为  $\frac{\gamma}{2}\tau$ 。等腰梯形磁势平均值为  $F_{av}$ ，磁势最大值为  $F_m$ 。由图 9-5(c) 得

$$F_{av} = \frac{2 \times \frac{1}{2} \frac{\gamma}{2} \tau F_m + (1 - \gamma)\tau F_m}{\tau}$$

$$F_{av} = \left(1 - \frac{\gamma}{2}\right) F_m \quad (9-11)$$

正弦波形中间平两边陡，等腰梯形也是中间平两边陡。正弦波平均值为最大值的  $2/\pi$ ，令式(9-11)之系数  $(1 - \gamma/2)$  等于  $2/\pi$ ，这个特定的等腰梯形应该最接近正弦波，如图 9-5(c)。所画其中虚线波形为正弦波。此时。

$$\gamma = 2 \left(1 - \frac{2}{\pi}\right) = 0.726$$

上式之结果说明不管汽轮发电机转子分度数取多少只要分度比接近 0.726，就能保证磁密波基本正弦。

转子导线均采用扁铜线绕制，转子槽形一般为矩形槽，转子齿为梯形齿。在齿根部截面积最小，此处转子齿磁密最高。由于转子结构非常紧凑，所以转子齿磁密是相当饱和的。一般控制转子齿根处磁密接近 2.2T。转子齿根处磁密计算公式为

$$B'_{T2} = \frac{t_2 B_s}{b'_{T2}} \quad (9-12)$$

式中  $B'_{T2}$ ——转子齿根处磁密，单位为 T； $t_2$ ——转子齿节距， $t_2 = \pi D_2 / Z_2$ ，单位为 cm； $b'_{T2}$ ——转子齿根处宽度，单位为 cm； $Z_2$ ——转子分度数； $D_2$ ——转子外径，单位为 cm。

整理上式得

$$b'_{T2} = \frac{\pi D_2 B_s}{Z_2 B'_{T2}} \quad (9-13)$$

由上式可计算得  $b'_{T2}$ , 不论槽形是图 9-6(a) 那样的宽而浅的槽, 还是图 9-6(b) 那样窄而深的槽, 只要  $b'_{T2}$  相等就保证  $B'_{T2}$  不变。

我们希望能在保证  $b'_{T2}$  不变条件下, 选择一个合适的转子槽宽  $b_{S2}$  与转子槽高  $h_{S2}$  以获得最大的转子槽面积。先计算转子槽底处之相应齿节距  $t_{2s0}$

$$t_{2s0} = \frac{\pi(D_2 - 2h_{S2})}{Z_2} \quad (9-14)$$

$t_{2s}$  由两部分组成, 一部分是转子齿根宽度  $b'_{T2}$ , 另一部分是转子槽宽  $b_{S2}$ 。有

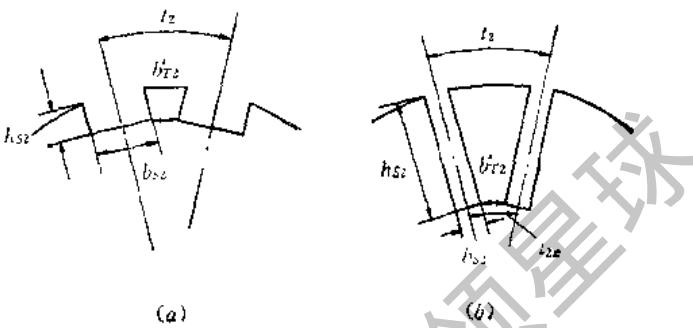


图 9-6

$$b_{S2} = t_{2s} - b'_{T2} \quad (9-15)$$

$$S_{S2} = h_{S2}b_{S2} \quad (9-16)$$

式中  $S_{S2}$  —— 转子槽面积, 单位为  $\text{cm}^2$ 。

将式(9-13)、(9-14)、(9-15)代入式(9-16)得

$$S_{S2} = \left[ \frac{\pi D_2}{Z_2} \left( 1 - \frac{B_t}{B'_{T2}} \right) - \frac{2\pi h_{S2}}{Z_2} \right] h_{S2} \quad (9-17)$$

由上式看出转子槽面积是转子槽高的函数。对应不同槽高有不同槽面积。此函数关系表示为

$$S_{S2} = f(h_{S2}) \quad (9-18)$$

对上式求一阶导数得

$$f'(h_{S2}) = \frac{\pi D_2}{Z_2} \left( 1 - \frac{B_t}{B'_{T2}} \right) - \frac{2\pi}{Z_2} 2h_{S2} \quad (9-19)$$

令上式等于零可求得转子槽面积极大值, 即解

$$\frac{\pi D_2}{Z_2} \left( 1 - \frac{B_t}{B'_{T2}} \right) - \frac{2\pi}{Z_2} 2h_{S2} = 0 \quad (9-20)$$

得

$$h_{S2} = \frac{D_2}{4} \left( 1 - \frac{B_t}{B'_{T2}} \right) \quad (9-21)$$

将式(9-21)代入式(9-17)得

$$S_{S2 \max} = \frac{\pi}{8} \frac{D_2}{Z_2} \left( 1 - \frac{B_t}{B'_{T2}} \right)^2 \quad (9-22)$$

式中  $S_{S2 \max}$  —— 转子槽面积可能获得的极大值。

上式确定的槽形尺寸只保证了齿根磁密值并获得最大槽面积, 但转子轭部磁密是否合理, 转子齿板机械强度是否具有足够的安全系数均未加考虑。故上述尺寸仅为参考尺寸。

### 第三节 定子绕组股线的换位方式

随着电机容量的增加, 定子绕组相电流可达上万安。这时定子线棒不可能由一股导

线组成，线棒高达十几厘米，若用一股铜线通交流电流则类似深槽鼠笼转子导条，挤流效应非常严重， $50\text{Hz}$  交流电阻可为直流电阻的六、七倍以上，电机效率低温升高，极不合理。实际生产中，定子线棒均由多股导线并绕而成，相邻股线间由股间绝缘隔开。这样的线棒成型时加工方便，但仍不能避免挤流效应的影响。如图 9-7 中表示一个线棒由  $2n$  股导体并绕组成。铁心长为  $l$ ， $2n$  股导体分成两排，每排由  $n$  股并绕而成。第 1 股和第

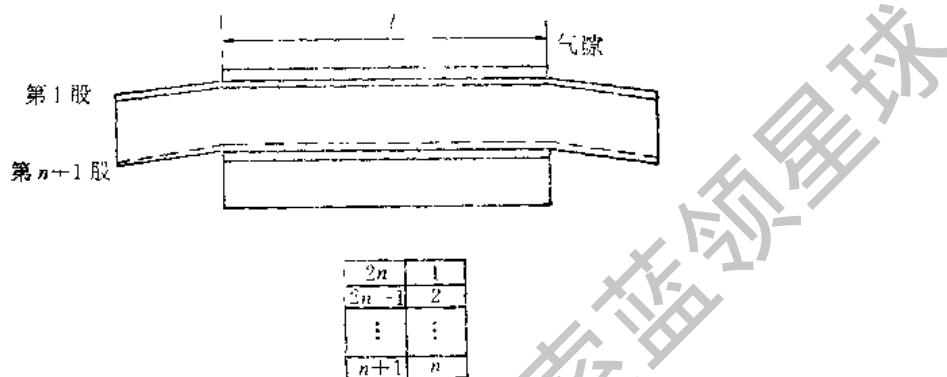


图 9-7

$2n$  股在全部铁心长度上永远在靠近定子槽口位置上。 $n$  及  $n+1$  股处于靠近定子槽底位置上。挤流效应使电流挤向靠近槽口的那几股。在线棒的两头端接处要与另一个线棒的端接部分用并头套联接，也就是  $2n$  股导体在线棒的两头被短接，可将一根线棒看成  $2n$  个支路并联供电的电路问题。 $2n$  个支路主磁通感应电势相等，但由于在槽中位置不一样则内阻抗不一致，产生挤流效应。要想办法使每一股导体在槽中位置不是固定不变的，希望沿槽高方向每一个位置都经历过。我们以  $2n = 8$  的线棒为例画于图 9-8。图 9-8 将整个铁心长  $l$  分成 8 等分，每一个等分长度叫一个换位节距。从线棒左端开始其股线位置顺序如图 9-8(a) 所示。走过一个换位节距的轴向长度之后，将第 8 股导线从左排移至右排且排在第 1 股导线之上，同时将第 4 股移至左排且排在第 5 股之下如图 9-8(b) 所示。依此类推走过 4 个换位节距后股线位置如图 9-8(c)。对比图 9-8(a)、(c) 股线位置刚好颠倒  $180^\circ$ ，原来在槽口的 1 股现在处于槽底位置，原来在左排的现在都换到右排。再过 4 个换位节距股线走到定子铁心右端，股线位置如图 9-8(d) 与图 9-8(a) 完全一样，

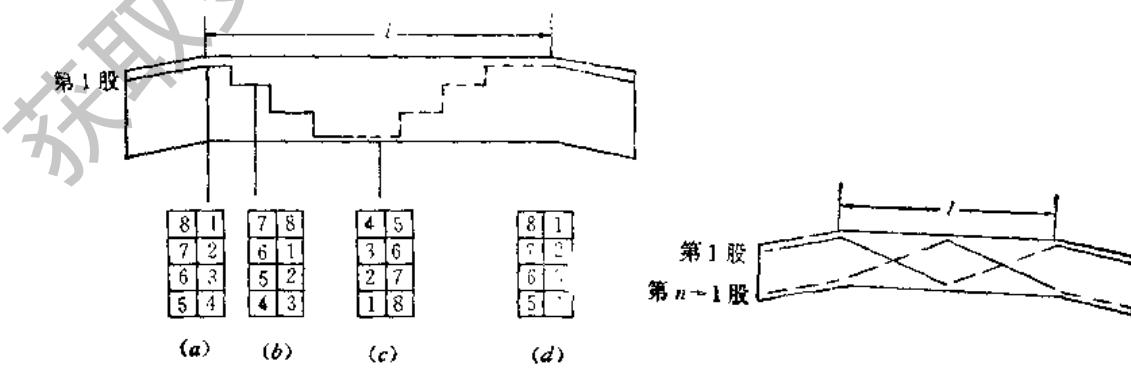


图 9-8



图 9-9

即经过了一个周期又恢复了原来的位置，我们叫这种换位方式为 $360^\circ$ 换位。为了图示清楚，我们将股线处于右排时用实线表示，当股线处于左排时用虚线表示。这种阶梯形曲线就是换位绕组股线的实际状态。生产中为方便起见，将阶梯形曲线简化成斜直线如图9-9。这种换位的特点是每一股导线在槽高同一位置都走过相等的轴向长度，每一股导线在铁心全长所链总漏磁链是相等的，所以挤流效应基本不存在了。各股导线电流应均匀分布。在实际运行中，我们发现在端部靠近槽口的那一股如图9-8的第一股，其温升较第 $n$ 股也就是端部靠近槽底的那一股如图9-8的第4股高出 $20^\circ\text{C}$ 左右。这是因为第一股在左、右两个端部均靠近定子槽口，也就是靠近转子边。第一股导体链着转子端

部磁场所产生的磁链要比第 $n$ 股的链着转子端部磁场所产生的磁链多，使 $2n$ 股并联电路每一股导体内电势不相同，端部靠近转子边的股线内电势大，内阻抗均匀的并联电路内电势大的支路电流也大，故而第一股温升较第 $n$ 股温升高。要解决转子端部磁场所引起的支路电势不均匀问题应采用 $540^\circ$ 换位。生产中采用的 $540^\circ$ 换位，其换位节距是不均匀的如图9-10所示。图中将 $540^\circ$ 换位分成三个 $180^\circ$ 换位。第一个 $180^\circ$ 换位占据轴向长度的 $1/4$ ，其换位节距为 $t_{10}$ 。第二个 $180^\circ$ 度换位占据轴向长度的 $1/2$ ，其换位节距为 $t_{20}$ 。第三个 $180^\circ$ 换位与第一个 $180^\circ$ 换位形式相同。 $t_2$ 与 $t_1$ 之比为 $2:1$ 。 $t_2$ 与 $360^\circ$ 换位节距大小相等均为 $l$ 除以 $2n$ 。 $t_1$ 为 $360^\circ$ 换位节距之一半。这样的换位方式使转子端部磁场所产生的附加电势趋于均匀。第一股左端靠近槽口端部附加电势为最大值，但到了右端就靠近槽底了其端部附加电势为最小值。对第 $n$ 股也是这样，不论那一股综合左、右两端附加电势总和都接近平均值，这就消除了支路电势的不均匀。此种换位方式各股导体槽漏磁链是均匀的。从第一股导体看第一个 $180^\circ$ 导线由槽口到槽底各个位置经历了 $t_1$ 的轴向距离。第三个 $180^\circ$ 与第一个 $180^\circ$ 相同，综合第一、三两个 $180^\circ$ 换位导线由槽口到槽底各个位置经历了 $2t_1$ 的轴向距离。在第二个 $180^\circ$ 换位时，导线电槽底到槽口各个位置经历了 $t_2$ 的轴向距离。因为 $t_2$ 等于 $2t_1$ ，所以各股导线在由槽口至槽底再回到槽口的相应一个循环周期的各个位置上都经历了相等的轴向距离，与 $360^\circ$ 换位的槽漏磁链情况相同。槽漏磁是均匀的，股线电流分布均匀，股线温升差不大于 $5^\circ\text{C}$ 。其缺点是最小换位节距为 $360^\circ$ 换位节距的一半，当电机轴向长度较短时换位节距太小，使导线换位弯曲处易发生股间绝缘破坏造成股间短路，影响换位线棒质量。所以 $540^\circ$ 换位只在汽轮发电机中应用，在水轮发电机中一般采用 $360^\circ$ 换位。生产中称为 $540^\circ$ 换位就是指这种（图9-10示）不等节距换位方式。若采用简单的等节距 $540^\circ$ 换位对各股导线其槽漏磁链是不均匀的。如图9-11， $n/2$ 股及 $3n/2$ 股这两股导线槽漏磁链差异最大。我们将 $540^\circ$ 换位分成两部分，一部分是一个 $360^\circ$ 换位，另一部分是 $180^\circ$ 换位。任何一股导体在 $360^\circ$ 换位段其槽漏磁链是均匀的。在 $180^\circ$ 换位区域内，第 $n/2$ 股全部处于槽底至槽中间高度，而 $3n/2$ 股则全部处于槽口至槽中间高度。这两股导线端部附加电势是相同的，由于槽部挤

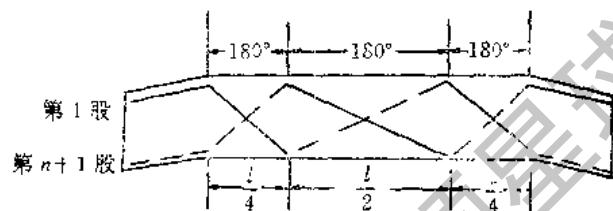


图 9-10

流效应第  $3n/2$  股电流大、温升高。

水轮发电机铁心长度较短不能采用  $540^\circ$  换位，可用一种新换位方式补偿  $360^\circ$  换位时端部附加电势不均匀的影响。这种换位叫  $360^\circ$  换位带空换位的绕组，简称空换位绕组，换位方式如图 9-12。这种绕组在轴向长度的中部留出一个距离为  $a$ ，股线在此段距离

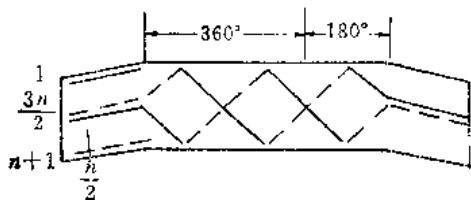


图 9-11

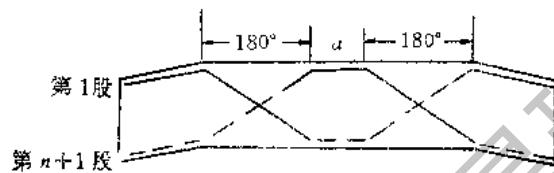


图 9-12

内不进行换位， $a$  称为空换位段。在空换位两边各进行  $180^\circ$  换位，其换位节距为  $(l - a)$  除以  $2n$ ，较  $360^\circ$  换位节距略小一点。这种换位方式特点是端部附加电势不均匀，但槽漏磁链也不均匀。我们控制空换位长度  $a$  所处的位置与  $a$  的大小，以控制槽漏磁链不均匀的程度，争取作到端部附加电势不均匀的作用与槽漏磁链不均匀的作用能互相补偿，相互抵消。将空换位段放在  $180^\circ$  换位之后，使第一股导线在空换位段处于槽底，空换位段槽漏磁不均匀挤流效应是使第一股电流减小，而端部附加电势不均匀作用是使第一股电流增加，说明我们把空换位段放置的地方是合理的，也就是说补偿的相位是正确的。对  $n + 1$  股导体讲空换位段处于槽口，槽漏磁不均匀使股线电流增加，但  $n + 1$  股端部附加电势最弱使该股电流减小。依此类推各股导线槽漏磁不均匀影响与端部附加电势影响互相抵消。我们总可找到一个合适长度使各股电流基本均匀。其效果接近  $540^\circ$  换位。若  $a$  的长度过长则形成过补偿，此时槽漏磁不均匀是股线电流不平衡的主要原因， $n + 1$  股电流要高于第一股导体电流。我们确定补偿效果是使电机运行在额定电流、额定功率因数下处于正常补偿状态，槽漏磁不平衡程度也就是补偿能力不仅和空换位长度  $a$  有关，还和负载电流大小有关。一个线圈空换位长度确定之后，额定负荷为正常补偿。当电机半负荷运行时应为欠补偿状态，这是因为端部附加电势的不均匀受负载电流影响不大，而槽漏磁不均匀随负载电流正比变化。 $540^\circ$  换位可使电机在任何负载及任意功率因数下股线电流均匀分布。空换位线棒只在额定工作状态下接近  $540^\circ$  换位效果，当负载大小或功率因数变动时都会偏离正常最佳补偿状态。但额定负载时是电机温升最高的运行状态，此时股线温升均匀就解决了电机运行中最重要的问题。当汽轮发电机轴向长度较短时当然也可采用此换位方式。

空换位绕组换位节距较  $360^\circ$  换位要小一些，当电机轴向长度很短时生产工艺还是比较困难的。另一种换位方式能达到空换位的换位效果又解决了换位节距小的问题，这就是小于  $360^\circ$  换位方式如图 9-13。图中以  $315^\circ$  换位为例，在整个轴向长度上每股导线并没有占据  $360^\circ$  的各个位置，只是占据了  $315^\circ$  的各相应位置。这种绕组依然是端部附加电势不平衡，槽漏磁不平衡。我们仍然是利用槽漏磁的不平衡去补偿端部附加电势的不平衡。端部附加电势不平衡情况与  $360^\circ$  换位相近。第一股导体左、右两端均较靠近槽口，附加电势大。第  $n + 1$  股导体左、右两端均较靠近槽底，附加电势小。槽漏磁不平衡

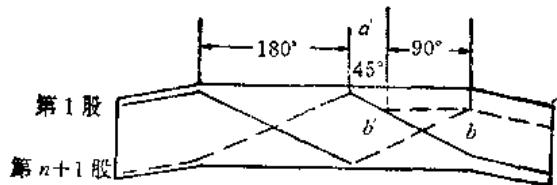


图 9-13

情况可将铁心长  $l$  分三段进行分析。第一股导体在线棒右端换位结束时槽高方向位置为  $b$  点, 过  $b$  点作水平线交  $n+1$  股导线于  $b'$  点,  $bb'$  段为第一段, 在图 9-13 中此段对应换位角度数为  $90^\circ$ 。线棒左端开始换位  $180^\circ$  这一段为第二段。第一、二两段中间剩下的轴向长度为  $a'$  的那一段为第三段。此段长相应换位角度为  $45^\circ$ 。第一股与第  $n+1$  股两股导体在第一、二两段的槽漏磁链是均匀的。槽漏磁不均匀段只为第三段, 我们将  $a'$  称为小于  $360^\circ$  换位的等效空换位距离。在  $a$  段第一股导体靠近槽底, 挤流效应使第一股导体电流减小, 但端部附加电势的作用使第一股线电流增加。槽漏磁不平衡与端部附加电势不平衡的作用互相抵消了。定义线棒总换位角度为  $\alpha$ ,  $\alpha$  等于  $360^\circ$  时,  $a'$  等于零。 $\alpha$  离  $360^\circ$  越远,  $a'$  越大。调整  $\alpha$  角之大小也就调整了  $a'$  的大小, 也就调整了补偿效果。对应公式为

$$a' = \frac{360^\circ}{\alpha} l - l \quad (9-23)$$

上式只适用于  $\alpha$  大于  $180^\circ$  小于  $360^\circ$  之范围。当  $\alpha$  等于  $360^\circ$  代入上式得  $a'$  等于零。代入  $\alpha$  等于  $315^\circ$  得  $a'$  等于  $l/T$ 。从图 9-13 可明显看出此结论是正确的。

这种绕组换位节距为  $t$ , 有

$$t = \frac{l}{\frac{\alpha}{360^\circ} 2n} \quad (9-24)$$

$360^\circ$  换位导线要经历  $2n$  个位置。当换位角度小于  $360^\circ$  时, 导线经历的位置小于  $2n$  个, 这就是上式分母中  $\alpha:360$  这个小于 1 的比值的意义。整理上式得

$$t = \frac{360^\circ}{\alpha} \frac{l}{2n} \quad (9-25)$$

上式中  $l$  除以  $2n$  为  $360^\circ$  换位之节距。小于  $360^\circ$  之换位节距略大于  $360^\circ$  换位节距则生产中便于制造。

汽轮发电机定子绕组采用  $540^\circ$  换位、水轮发电机组绕组采用  $360^\circ$  换位。空换位及小于  $360^\circ$  换位正在研究阶段。

## 第四节 激磁绕组的设计

激磁绕组为同心式绕组,结构如图9-4。每个线圈绕多少匝,线规尺寸如何确定,激磁电压、电流为多少?都是本节讨论的主要内容。电机原理中用时空间向量图的方法可确定额定负荷时每极的激磁安匝数 $F_B$ 。在图9-14中可看出确定 $F_B$ 的原理及过程。图中横坐标为磁势安匝数。纵坐标为电势。无载特性曲线为 $E_0 = f(F)$ 曲线。气隙电势

$$E_s = U_1 + jI_1x_{11} \quad (9-26)$$

式中  $U_1$ —额定相电压;  $I_1$ —额定相电流;  $x_{11}$ —一定子每相漏电抗。

根据 $E_s$ 大小查无载特性,确定气隙合成激磁安匝 $R$ 。画向量磁势 $\mathbf{R}$ 领先 $E_s$ 90°空间电角度。由电机原理算得电枢反应磁势 $F_a$ 的大小,其相位与 $I_1$ 同相。由下式可求得 $F_B$ ,即

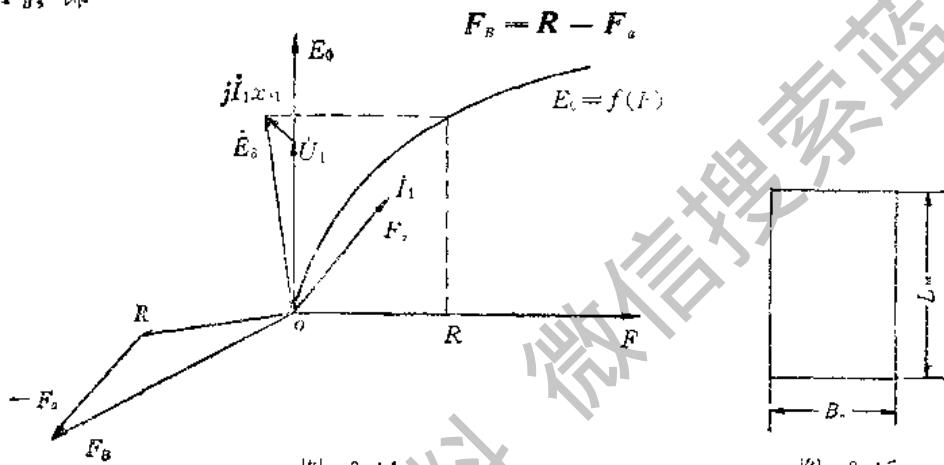


图 9-14

图 9-15

由图9-4可确定出一个转子等效平均线圈,此等效线圈每匝长度应为转子线圈每匝长度的平均值。图9-15表示这个等效线圈,其半匝长以 $L_{mB}$ 表示,则

$$L_{mB} = L_m + B_m \quad (9-27)$$

式中  $L_m$ —转子线圈平均直线长度,式中长度单位均为cm; $B_m$ —转子线圈平均端部长度。

$L_m$ 、 $B_m$ 主要由转子铁心长及极距所确定,但也和转子线圈端部绝缘及固定结构有关。由欧姆定律

$$U_B = I_B r_B \quad (9-28)$$

式中  $U_B$ —激磁绕组端电压;  $I_B$ —激磁绕组电流;  $r_B$ —激磁绕组电阻。

$$r_B = \rho \frac{2L_{mB}W_B}{S_B} \quad (9-29)$$

式中  $\rho$ —铜电阻系数;  $W_B$ —电机激磁绕组总匝数;  $S_B$ —激磁绕组导体截面积,单位为 $\text{mm}^2$ 。由全电流定律得

$$I_B = \frac{F_B}{W_B} \quad (9-30)$$

式中  $p$ —电机极数。

$W_B$  除以  $p$  就代表了每极激磁绕组匝数。

将式(9-30)、(9-29)代入(9-28)得

$$S_B = 2 \cdot L_{mB} p \frac{F_B}{U_B} \quad (9-31)$$

式中激磁电压  $U_B$  一般取 500V 以下，则转子绕组绝缘结构按低压绝缘要求，经济可靠。一般在 200V 到 500V 中间选取。 $U_B$  取定，代入式(9-31)得到  $S_B$  的解，在式(9-31)中匝数不作为参数出现在方程式中，说明以  $S_B$  的解选择线规绕制转子绕组，不论绕多少匝均能满足激磁安匝  $F_B$  的要求。举例说明如下。

有一台电机设计第一方案其转子绕组参数如表 9-1 中第一方案所列，两极机，激磁总匝数为 20 匝。激磁电压选定为 100V，激磁绕组电阻为 1Ω，激磁电流为 100A，导体截面积为 20mm<sup>2</sup>，电流密度为 5 A/mm<sup>2</sup>，激磁功率为 10kW，每极磁势为 1000 安匝。维持  $U_B$ 、 $S_B$  不变，在槽面积许可情况下将匝数增加一倍，激磁绕组参数列于表 9-1 的第二方案栏。电阻变为 2Ω，电流降为 50A，电密降为 2.5 A/mm<sup>2</sup>，激磁功率降为 5kW，每极磁势仍维持 1000 安匝不变。第二方案优点为转子激磁损耗降低，电机效率上升。转子绕组电密低、热负荷低，绕组温升降低。其缺点也很明显，首先要求转子槽面积扩大一倍，随之转子绕组铜重也增加一倍。即增加原材料的消耗，设计合理可提高电机电气性能技术指标。

激磁电压选定不同的数值会影响电机原材料消耗和电机性能吗？我们将激磁电压提高一倍至 200V，由式(9-31)得  $S_B$  应下降至第一方案的一半即为 10mm<sup>2</sup>。得到第三方案之数据也列于表 9-1 中。希望此方案与第一方案相对应。槽面积同第一方案则匝数可增加一倍为 40 匝，电阻增到 4Ω，电流为 50A，电密仍为 5A/mm<sup>2</sup>，激磁功率仍为 10kW，每

表 9-1

参 数	第一方案	第二方案	第三方案
极数 $p$	2	2	2
匝数 $W_B$	20	40	40
电压 $U_B/V$	100	100	200
电阻 $r_B/\Omega$	1	2	4
电流 $I_B/A$	100	50	50
截面积 $S_B/mm^2$	20	20	10
电密 $J_B/A \cdot mm^{-2}$	5	2.5	5
功率 $P_B/kW$	10	5	10
磁势 $F_B/安匝$	1000	1000	1000

极磁势仍为 1000 安匝。此方案与第一方案比较，其转子槽形，转子铜重，激磁绕组消耗功率及温升，电机效率完全一样。只是改变了激磁电源的电压、电流参数。这时还有一些变化也是应当考虑的。第三方案激磁电流较第一方案小了一半，则转子绕组至激磁电源的引线截面积也可降低一半，滑环与电刷的接触导电面积也可降低一半，电刷压降引起的损耗也降为一半。综上所述激磁电压不要取太低值较为有利。

式(9-31)只提供我们应当选择的导体截面积，不能确定激磁绕组匝数。由表 9-1 看

匝数的选取与电密有明显的函数关系。电机冷却方式确定之后，转子绕组电密由于温升的限制也基本被确定，匝数随之被确定。其方法如下述。

$$J_B = \frac{I_B}{S_B} \quad (9-32)$$

将式(9-31)、(9-30)代入上式得

$$W_B = \frac{U_B}{2\rho L_{mB} J_B} \quad (9-33)$$

由冷却方式选定  $J_B$  代入上式得电机匝数。

转子激磁绕组设计工作初步结束。由确定的激磁绕组面积的需要确定转子槽形，校核转子磁路是否过饱和。

## 第五节 转子漏磁通与电机空载特性计算

汽轮发电机转子漏磁通与异步电机相似可分为槽漏磁通、谐波漏磁通与端部漏磁通。由于气隙很大所以谐波漏磁通可忽略不计。发电机转子端部绕组的固定结构一般采用非磁性钢环套在绕组端部上以防离心力引起绕组破坏，绕组端部漏磁通也相当小。我们主要分析槽漏磁通。槽漏磁路示意图如图 9-16(a)。图中只画出转子绕组左面这一部分，由于对称关系这部分漏磁通为槽漏磁通  $\Phi_s$  的二分之一。图 9-16(b)画的是转子槽形图。 $h_{K2}$  为转子槽楔部分高度。 $b_{s2}$  为转子槽宽。 $h_{s2}$  为转子槽高。我们计算转子每极磁势为 1 安匝时的转子槽漏磁通，将其数值定义为转子槽漏磁导以符号  $\Lambda$  表示。一个极的磁动势降落在一个极的磁阻上。图 9-16(a)的磁路经过  $Z_2/2$  个转子槽宽，但对应一对极的磁势，所以一个极转子槽漏磁磁阻对应  $Z_2/4$  个转子槽宽。单位磁势在  $h_{K2}$  高度上所产生的槽漏磁通计算公式为

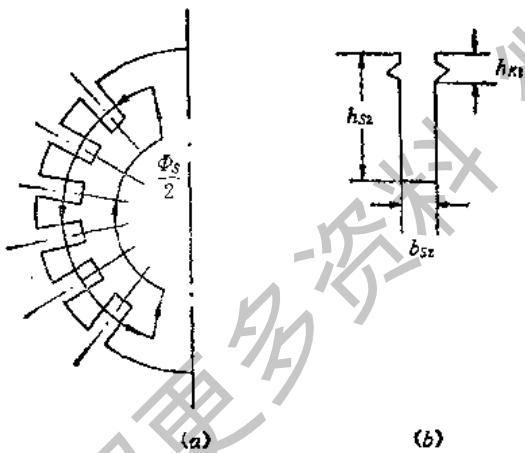


图 9-16

$$2\mu_0 \frac{h_{K2}l}{Z_2 b_{s2}} \quad (9-34)$$

式中系数 2 是考虑到转子绕组左、右两边的总漏磁通量。

槽内放置导体的部分其高度为  $(h_{s2} - h_{K2})$ 。在这段高度上导体均匀分布，故磁势、磁场强度、槽漏磁通密度都是线性分布的。求取这一部分的漏磁通量可采用平均磁密乘以导磁截面积的方法，其计算结果为

$$2\mu_0 \frac{0.5(h_{s2} - h_{K2})l}{Z_2 b_{s2}} \quad (9-35)$$

式中系数 0.5 是考虑线性分布磁密其平均值为最大值的 0.5 倍。

槽漏磁导等于式(9-34)、(9-35)之和,即

$$A = \mu_0 \times 4l \frac{b_{s2} + h_{k2}}{Z_2 b_{s2}} \quad (9-36)$$

一般电机设计中取  $h_{k2}$  近似等于  $b_{s2}$ ,  $\mu_0$  等于 0.125, 代入式(9-36)得

$$A = 0.5 \frac{l}{Z_2} \left( \frac{b_{s2}}{b_{s2}} + 1 \right) \quad (9-37)$$

当转子激磁安匝为  $F_0$  时, 转子槽漏磁通是否等于  $A$  的  $F_0$  倍呢? 磁路不饱和时可按  $F_0 A$  计算, 汽轮发电机转子磁路都是比较饱和的, 从图 9-16(a)看出降落在转子槽宽度气隙上的磁势不是  $F_0$  的全部, 而是  $F_0$  减去转子齿部消耗安匝再减去转子轭部消耗安匝因为

$$F_0 = AT_s + AT_{T1} + AT_{T2} + AT_{c1} + AT_{c2}$$

所以

$$F_0 - AT_{T2} - AT_{c2} = AT_s + AT_{T1} + AT_{c1}$$

上式  $AT_s$ 、 $AT_{T1}$ 、 $AT_{T2}$ 、 $AT_{c1}$ 、 $AT_{c2}$  分别代表气隙安匝, 定、转子齿部安匝, 定、转子轭部安匝。

在转子磁路饱和时槽漏磁通精确计算公式为

$$\Phi_s = A(AT_s + AT_{T1} + AT_{c1}) \quad (9-38)$$

$$\Phi_t = \Phi + \Phi_s \quad (9-39)$$

式中  $\Phi_t$ ——转子总磁通;

$\Phi$ ——电机主磁通。

计算发电机空载特性时, 定子各部分磁密及气隙磁密按主磁通计算, 转子各部分磁密按转子总磁通进行计算。计算步骤如下:

- (1) 确定一个固定电势值, 电机主磁通及定子、气隙各部分磁密也相应确定。
- (2) 计算  $AT_s$ 、 $AT_{T1}$ 、 $AT_{c1}$ 。
- (3) 由式(9-38)计算  $\Phi_s$ , 再由式(9-39)确定转子总磁通, 转子各部磁密被确定。
- (4) 计算  $AT_{T2}$ 、 $AT_{c2}$ , 最后确定  $F_{00}$ 。
- (5) 给定不同电势值, 重复上面 4 项计算过程得到相应的磁势  $F_0$  从而获得无载特性曲线。

## 第六节 参数及性能计算

计算同步电机过渡过程时, 要用到瞬态参数, 转子边的漏阻抗要折合到定子边形成一个瞬态的等值电路。如何计算转子边漏阻抗又如何折合到定子这是个必须解决的问题。首先计算转子同心式绕组的绕组系数。我们将转子线圈看作在一对极范围内有  $Z_2/2$  个整距线圈, 均匀分布在小齿区域的空间电角度上。大齿左边任一个槽相距  $180^\circ$  的地方在大齿右边肯定有一个对应的槽, 这两个槽内导体流过相反方向的电流, 等效为一个整距线圈。相邻槽间空间电角度为  $2\pi/Z_2'$ , 相邻绕组线圈磁势的空间向量也相差同样空间电角度。图 9-17 画出了这套绕组磁势的空间向量图。图中以 4 个等效整距线圈为例,  $F_1$ 、

$F_1, F_2, F_3, F_4$  为四个线圈的磁势向量。 $F_1$  为四个磁势向量的向量和。和绕组电势分布系数一样，磁势向量多边形 DGABE 为内接正多边形的一部分，角 AOB 等于  $2\pi/Z_2$ 。角 AOC 等于  $\pi/Z_2$ 。角 DOE 等于  $r\pi$ ， $r$  为分度比。外接圆半径为 OD。

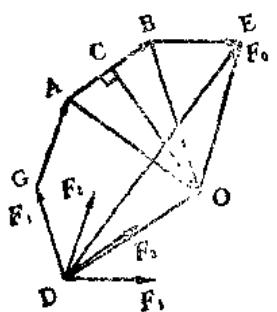


图 9-17

$$AC = \frac{F_1}{2} \quad (9-40)$$

$$OD = OA = \frac{AC}{\sin \frac{\pi}{Z_2}} \quad (9-41)$$

$$DE = 2OD \sin \frac{r\pi}{2} \quad (9-42)$$

将式(9-40)、(9-41)代入(9-42)得

$$DE = 2 \sin \frac{r\pi}{2} \frac{F_1}{2} \frac{1}{\sin \frac{\pi}{Z_2}} \quad (9-43)$$

转子绕组为等效整距绕组，其短距系数为 1，其分布系数就是绕组系数，以  $K_{dp1}$  表示。根据定义

$$K_{dp1} = \frac{DE}{4F_1}$$

一般情况磁势向量图有  $Z_2/2$  个向量。转子绕组系数为

$$K_{dp2} = \frac{DE}{Z_2 F_1} \quad (9-44)$$

将式(9-43)代入上式得

$$K_{dp2} = \frac{2 \sin \frac{r\pi}{2}}{Z_2 \sin \frac{\pi}{Z_2}} \quad (9-45)$$

参数计算中我们先介绍定子纵轴电枢反应电抗标么值  $\bar{x}_{sd}$  的计算。（在汽轮发电机中因为气隙均匀这个参数就是电枢反应电抗标么值  $\bar{x}_s$ ）。

$$\bar{x}_{sd} = \frac{x_{sd}}{Z_H} \quad (9-46)$$

$$Z_H = \frac{U_H}{I_H} \quad (9-47)$$

$$\bar{x}_{sd} = \frac{I_H x_{sd}}{U_H} \quad (9-48)$$

上式中  $x_{sd}$  为纵轴电枢反应电抗值， $U_H$ 、 $I_H$  分别为额定相电压、额定相电流。 $Z_H$  为阻抗基值。

$I_H x_{sd}$  代表额定电流在纵轴电枢反应电抗上的电压降。其实际物理意义为电流  $I_H$

只产生电枢反应磁势  $F_{ad}$  时，产生旋转磁场，这个磁场对定子绕组感应电势为  $E_{ad}$ 。我们以电抗压降  $iI_Hx_{ad}$  代表  $\dot{E}_{ad}$  的大小和相位，故式(9-48)可以表示为

$$\bar{x}_{ad} = \frac{E_{ad}}{U_H} \quad (9-49)$$

$$U_q = 4.44fW_1K_{dp1}\Phi_0 \quad (9-50)$$

$$E_{ad} = 4.44fW_1K_{dp1}\Phi_{ad} \quad (9-51)$$

$$\Phi = \frac{F_0}{R_m} \quad (9-52)$$

$$\Phi_{ad} = \frac{F_{ad}}{R_m} \quad (9-53)$$

式中  $\Phi_0$ ——空载电压为额定值时之主磁通；

$F_0$ ——空载额定电压时转子激磁磁势，磁路不饱和时等于气隙安匝  $F_s$ ；

$R_m$ ——隐极机气隙磁阻，磁路不饱和时就是电机回路总磁阻。

由上面 5 个公式得

$$\bar{x}_{ad} = \frac{F_{ad}}{F_s} \quad (9-54)$$

式中  $F_{ad}$  为额定电流时电枢反应磁势基波幅值。上式的应用条件为激磁磁势空间分布波形非常接近正弦形，定子电枢反应磁势波形也非常接近正弦形。求得  $\bar{x}_{ad}$  为不饱和值。

在分析瞬态参数时，我们首先定义转子绕组漏抗系数  $\sigma$ ，它是转子绕组全磁链与转子绕组主磁链之比，计算公式如下：

$$\sigma = \frac{\Psi + \Psi_s}{\phi} \quad (9-55)$$

式中  $\Psi_s$ ——转子绕组漏磁通的磁链数；

$\Psi$ ——转子绕组主磁通的磁链数。

$$\Psi = \Phi_0 K_{dp2} \frac{N_{s2} Z_2}{2} \quad (9-56)$$

式中  $N_{s2}$ ——转子每槽导体数；

$N_{s2} Z_2 / 2$ ——转子全部串联匝数。

空载额定电压时，磁路不饱和对应的激磁电流为  $I_{fs}$

$$I_{fs} = \frac{F_s}{W_B} \quad (9-57)$$

式中  $W_B/p$ ——转子每极匝数。

$$\Psi_s = 0.02\Psi + N_{s2}^2 I_{fs} \mu_0 l_2 \left( \frac{h_{s2} - h_{k2}}{3b_{s2}} + \frac{h_{k2}}{b_{s2}} \right) Z_2 \quad (9-58)$$

上式中  $0.02\Psi$  是考虑端部漏磁链和谐波漏磁链的经验系数。后一项为  $I_{fs}$  作用时转子槽漏磁链。其中  $l_2$  为转子铁心长， $b_{s2}$ 、 $h_{s2}$ 、 $h_{k2}$  为转子槽形尺寸见图 9-16(b)。这里槽漏磁链表示方法是参考异步电动机定子矩形槽漏抗公式推导中的漏磁链结果而直接写出来的。将式(9-58)、(9-56)代入式(9-55)可求得  $\sigma$  的数值。

将式(9-55)改写为

$$\sigma = 1 + \frac{\Psi_s}{\Psi} \quad (9-59)$$

将式(9-56)代入上式得

$$\sigma - 1 = \frac{\Psi_s}{\Phi_0 K_{d\rho 2} \frac{N_{s2} Z_2}{2}} \quad (9-60)$$

将上式等式右侧之分子、分母均乘以转子对定子的折合系数  $\frac{K_{d\rho 1}}{K_{d\rho 2}} \cdot \frac{W_1}{\frac{N_{s2} Z_2}{2}}$  得

$$\sigma - 1 = \frac{\frac{K_{d\rho 1} W_1}{N_{s2} Z_2} \Psi_s}{\Phi_0 K_{d\rho 1} W_1} \quad (9-61)$$

式中  $\Phi_0 K_{d\rho 1} W_1$  为主磁通对定子绕组的磁链数, 相当将式(9-50)中分母项为转子主磁链折合到定子边, 对应电抗  $x_{ad}$ 。上式分子项为将转子漏磁链折合到定子边, 对应电抗值为转子漏电抗折合到定子边的数值, 以符号  $\bar{x}_{t1}$  表示。上式写成

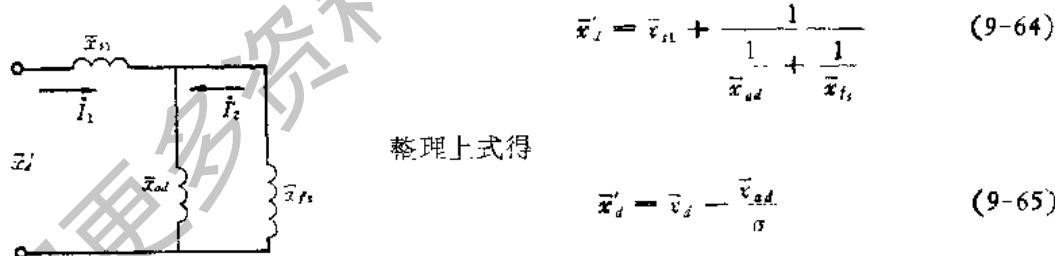
$$\sigma - 1 = \frac{\bar{x}_{t1}}{x_{ad}} \quad (9-62)$$

由上式得

$$\bar{x}_{t1} = (\sigma - 1) x_{ad} \quad (9-63)$$

式中  $\bar{x}_{ad}$ 、 $\bar{x}_{t1}$  分别为相应电抗标么值。

将式(9-55)求得之  $\sigma$  值及式(9-54)求得之  $\bar{x}_{ad}$  值代入上式可求得  $\bar{x}_{t1}$  数值。有了  $\bar{x}_{t1}$  的数值可计算直轴瞬变电抗标么值  $\bar{x}'_d$ 。从定子边看过去  $\bar{x}'_d$  的等值电路如图 9-18。从等值电路看出当定子电流处于过渡过程状态时, 转子电流不再是只有一个直流激磁电流了。还有一个相当于图中  $I'_2$  的瞬变分量, 此分量反映了转子绕组对定子瞬变电流直轴分量的作用。 $\bar{x}'_d$  计算公式为



整理上式得

$$\bar{x}'_d = \bar{x}_d + \frac{\bar{x}_{ad}}{\sigma} \quad (9-65)$$

式中  $\bar{x}_d$  —— 直轴同步电抗标么值。

在汽轮发电机中转子槽楔起阻尼绕组作用, 转子锻件本体也起阻尼绕组作用。精确计算阻尼参数很困难, 所以和阻尼参数有关超瞬变参数  $x''_d$  及  $x''_s$  由经验公式计算。

在电机损耗计算中基本铜耗及铁耗与异步电动机定子边损耗计算方法一样。我们着重介绍附加损耗的计算, 以定子齿谐波磁密在转子表面产生的损耗  $p_{FeZ}$  为例, 其计算公式表示为

$$p_{FeZ} \propto B_z^2 f_z^{1.5} p' S_{Fe} \quad (9-66)$$

式中  $B_z$  —— 定子齿谐波磁密幅值;  $f_z$  —— 定子齿谐波磁密在转子表面交变的频率,

$$f_z = Q_1 \frac{n_1}{60} \quad (9-67)$$

$\rho'$ ——与材料有关的比损耗常数； $s_{fe}$ ——产生表面损耗的转子表面积。

当定子槽数为 60 时， $f_z$  等于 3000Hz。

虽然  $B_z$  不太高，但  $f_z$  较 50Hz 大得多， $f_z$  的 1.5 次方就更大了，所以这一项附加损耗在汽轮发电机中是比较突出的。为了减小这项损耗，在转子表面车出很多道环形沟槽，使转子表面如图 9-19 所示。这样做是为了增加转子表面涡流电流流通路径的长度，增加涡流回路电阴，减小涡流电流减小涡流损耗。同时增加了转子表面与冷却空气进行热交换的散热面积，可降低转子绕组温升。

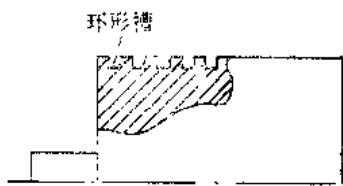


图 9-19

## 第七节 大型汽轮发电机设计特点

大型汽轮发电机电磁负荷均达到或接近使用极限。要对电路、磁路这个部分的利用情况进行详细计算，充分挖掘潜力，改进电机性能。主要设计特点如下述。

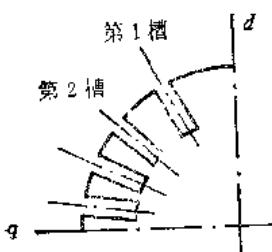


图 9-20

(1) 转子槽不均匀分布，各个小齿的导磁截面积不再相同。形成一个较大的小齿，如图 9-20。图中画出四分之一转子截面形状，有 4 个槽，靠近大齿为第一槽。在第 1、2 槽中间形成的第一小齿较其它小齿齿宽略大一些。其余小齿齿宽是均匀的。这样作的目的是使负载时转子各个齿的磁密不会过饱和。在电机无载运行时，气隙中只有转子激磁磁场，气隙磁密幅值位置与转子  $d$  轴重合，转子齿磁密对转子各个齿是不均匀的，最大齿磁密出现在气隙磁密幅值位置上。空载时转子大齿对应气隙磁密幅值位置，大齿导磁截面积相当大，转子齿磁密不会过饱和。负载时由于电枢反应磁势作用，气隙磁势、磁密幅值不在  $d$  轴而是在图 9-14 中向量  $R$  的位置上。 $R$  与  $F_B$  两向量夹角约为  $\theta$  角，所以气隙磁密幅值在偏离转子  $d$  轴  $\theta$  角的地方，基本上就在转子第一小齿位置。加宽转子第一小齿齿宽可降低负载运行时此处转子齿磁密使负载时所有转子齿磁密不会过饱和。这对改善电机波形，减少谐波损耗，降低激磁电流都有益处。

(2) 定子端部铁心冲片齿部形状如图 9-21(a)。为了减少端部轴向磁通在

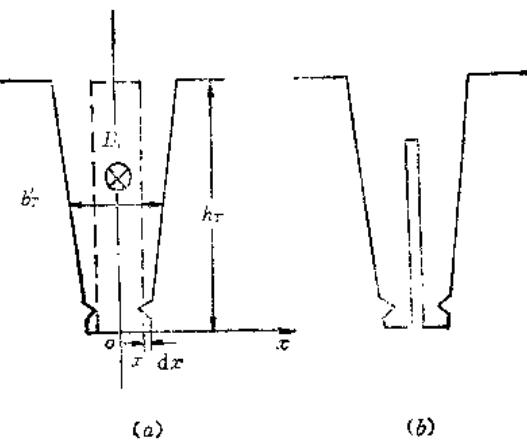


图 9-21

铁心端部齿部所引起的损耗，我们将端部铁心冲片齿部中间冲开一条缝隙如图 9-21(b)。假定端部轴向磁通密度为  $B_t$ ，平均齿宽为  $b_T$ ，齿高为  $h_T$ 。横坐标  $x$  的坐标原点设在定子齿部中心线处。距中心线  $x$  处取  $dx$ ，沿齿高方向可形成一个等效涡流回路，如图 9-21(a)虚线回路，其所链磁通量

$$\Phi = 2x B_t h_T \quad (9-68)$$

$$E = 4.44f\Phi \quad (9-69)$$

式中  $E$ ——涡流回路电势。

在  $x$  坐标处取一个  $dx$  宽的距离，这一小段  $dx$  宽涡流回路电阻为  $R$ ，则

$$R = \rho \frac{2h_T}{\Delta dx} \quad (9-70)$$

式中  $\Delta$ ——硅钢片厚度； $2h_T$ ——当齿高较齿宽大得多时回路周长的近似值。

一片硅钢片一个齿的涡流损耗为  $p$ ，表示为

$$p \approx \int_0^{b_T/2} \frac{E^2}{R} \quad (9-71)$$

将式 (9-68)、(9-69)、(9-70) 代入上式得

$$p = \frac{\Delta h_T}{12\rho} (4.44f B_t)^2 b_T^3 \quad (9-72)$$

同理对图 9-21(b) 所示冲片形状其齿部涡流损耗为  $p'$ ，有

$$p' = 2 \times \frac{\Delta h_T}{12\rho} (4.44f B_t)^2 \left(\frac{b_T}{2}\right)^3 \quad (9-73)$$

对比  $p$  与  $p'$  得

$$p' = \frac{p}{4} \quad (9-74)$$

可见齿部开缝隙可降低轴向磁通涡流损耗 75%，所以大型汽轮发电机全部采用此措施。

# 第十章 凸极同步电机设计

## 第一节 磁极形状的确定

凸极式电机多为水轮发电机或大型同步电动机。在水轮发电机设计中，对气隙磁密波形有明确要求，希望其尽可能为正弦分布，这才可能使发电机电压为正弦波，但由于凸极机为集中激磁绕组，其磁势分布为矩形波，所以凸极机一般不作成均匀气隙。设计时将磁极中心线处气隙作成最小值为 $\delta_{\min}$ ，对应磁极极尖处为气隙最大值 $\delta_{\max}$ ，如图10-1。当极靴的极弧系数为0.7左右时，令 $\delta_{\max}:\delta_{\min}=1.5:1$ ，这时气隙磁密波非常接近正弦形。极靴弧长与极距之比为极弧系数。为了使极靴弧长部分加工方便将极靴弧长设计为圆弧的一部分。极弧系数取值偏小气隙磁密波呈脉冲形，极弧系数取值过大则相邻极靴间转子漏磁通增加，引起转子磁路饱和。一般极弧系数为0.55~0.75。极靴高度应能够安排好阻尼绕组槽。极身宽度 $b_m$ 太小极身磁密太饱和，若 $b_m$ 太大放置激磁绕组的空间过于狭小， $b_m$ 由下式确定：

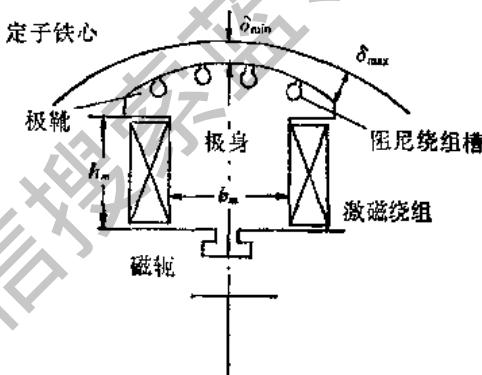


图 10-1

$$b_m = \frac{2}{\pi} \frac{B_m \tau l \sigma_m}{K_m l_m B_m} \quad (10-1)$$

式中  $\sigma_m$ ——磁极漏磁系数，一般为1.15，其定义为转子磁通与气隙主磁通之比值； $K_m$ ——转子钢板冲片叠压系数，一般为0.95~0.97； $l_m$ ——转子极身轴向长度，单位为cm； $B_m$ ——转子极身磁密控制使用值。

式(10-1)之分子为转子每极磁通量，分母为单位极身宽度对应极身面积允许通过的磁通量。

转子极身高度 $h_m$ 应以安排好激磁绕组总截面为设计依据， $h_m$ 太小激磁绕组放置空间过于紧张。

转子磁极与转子磁轭之联接一般采用T尾的形式，其结构示意图为图10-2。磁极有一个T尾，磁轭上有一个相应的T尾槽。T尾插入T尾槽后用一对斜键胀紧，使极身紧贴在磁轭表面上。磁通由极身到磁轭时要经过一个第二气隙，因为极身与磁轭接触不可能是面接触，而只能是点接触，所以形成一个等效第二气隙。在计算无载特性气隙安匝时要考虑其影响。且应注意

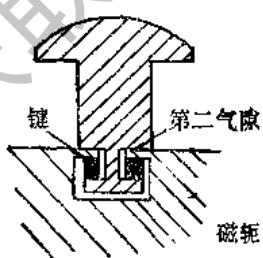


图 10-2

此处磁密与  $B_s$  不同。

磁轭在大型电机中也为叠片结构。

## 第二节 阻尼绕组的计算

大型凸极同步电机一般都装有阻尼绕组。阻尼绕组装在阻尼绕组槽内(见图 10-1)，一般称为阻尼条，其两端用导电电阻尼环相联接，相当于一个不均匀分布的鼠笼转子绕组。

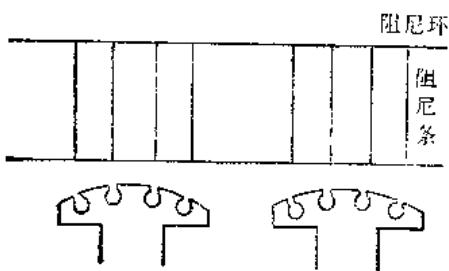


图 10-3

在磁极  $d$  轴极靴表面处有阻尼条、其俯视展开示意图如图 10-3。在电机运行中其作用如下。

### 一、对负序电流起阻尼作用，提高发电机带不对称负荷的能力

当前工业负荷有相当一部分为大功率单相负载，对三相对称发电机来讲使之处于不对称运行状态。如电网中的单相电炉炼钢、电气火车……等。用对称分量法解决这种不对称运行的电路计算问题，将不对称的三相电流分解成电流正序分量  $\dot{I}^+$ 、电流负序分量  $\dot{I}^-$ 、电流零序分量  $\dot{I}^0$ ，计算公式如下：

$$\dot{I}^+ = \frac{1}{3} (\dot{I}_A + a\dot{I}_B + a^2\dot{I}_C)$$

$$\dot{I}^- = \frac{1}{3} (\dot{I}_A + a^2\dot{I}_B + a\dot{I}_C)$$

$$\dot{I}^0 = \frac{1}{3} (\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C)$$

式中  $\dot{I}_A$ 、 $\dot{I}_B$ 、 $\dot{I}_C$ ——不对称运行时的三相相电流； $a$ ——向量算子， $a = e^{j120^\circ}$ 。任何向量乘以  $a$  所形成的新向量模不变，相位前移  $120^\circ$ 。

一般单相负载都加在发电机线电压上，此时  $\dot{I}^0$  为零，只存在正、负序分量。正序电流在正序阻抗  $Z^+$  上产生正序阻抗压降。负序电流在负序阻抗  $Z^-$  上产生负序阻抗压降。列出正、负序电压平衡方程式为

$$\dot{E}_0^+ - \dot{I}^+ Z^+ = \dot{U}^+ \quad (10-2)$$

$$\dot{E}_0^- - \dot{I}^- Z^- = \dot{U}^- \quad (10-3)$$

式中  $\dot{E}_0^+$ ——发电机三相对称正序空载电势，是由转子激磁磁势产生的正转旋转磁场感应的； $\dot{E}_0^-$ ——三相对称负序空载电势。因为电机转子直流激磁磁势不可能产生反转的旋转磁场，所以  $\dot{E}_0^-$  等于零； $\dot{U}^+$ 、 $\dot{U}^-$ ——对应的发电机相电压中的正、负序电压分量。

式(10-3)可简化为

$$\dot{U}^- = \dot{I}^- Z^- \quad (10-4)$$

发电机应对电网提供三相对称的端电压，由于负序电压的存在电机电压出现了不对称，电网容许这种不对称是有限度的。因为电网电压不对称会使所有对称的三相负载全

都产生负序电流分量，降低效率，增加损耗。这种不对称是负序电压引起的，应对不对称运行时负序电压的大小规定一个极限值，以保证电网电压基本对称。由式(10-4)看出负序电压为同一个固定的容许值时，由于每台电机参数的不同，其所允许承担的负序电流会有很大的区别，即  $Z^-$  较小的电机可以提供较大的负序电流。因为负序阻抗中主要分量是电抗，所以下面主要分析阻尼绕组对负序电抗参数的影响。

电机中负序旋转磁场与同步机转子以两倍同步速相对运动。负序旋转磁势幅值一会儿对准转子纵轴，一会儿对着转子横轴。当转子装有阻尼绕组时，磁势对着纵轴时其等值电路参数图如图 10-4(a)，其参数值为  $x_d'$ 。磁势对着横轴时，其等值电路参数图如图 10-4(b)，参数值为  $x_q''$ 。图中  $x_f$  为激磁绕组漏电抗折合到定子边的电抗值。 $x_2$  为阻尼绕组漏电抗折合到定子边的电抗值。等效地认为负序电抗为这两种状态参数的算数平均值，即

$$x^- = x_2 = \frac{x_d' + x_q''}{2} \quad (10-5)$$

式中  $x^-$ 、 $x_2$ ——负序电抗。

当电机不装阻尼绕组时，相当于图 10-4(a)、(b) 中之参数  $x_2$  支路开路，式 (10-5) 应改写为

$$x_2 = \frac{x_d' + x_q''}{2} \quad (10-6)$$

比较式 (10-5) 与 (10-6) 之计算结果。因为  $x_d' > x_q''$ ,  $x_q'' \gg x_d'$ ，所以同一台电机有、无阻尼绕组时，负序电抗相差约 3 倍左右。若限制同样的负序电压，有阻尼绕组电机承担负序电流的大小较无阻尼绕组电机大 3 倍左右。有阻尼绕组电机可提高承担不对称电流负载的能力。

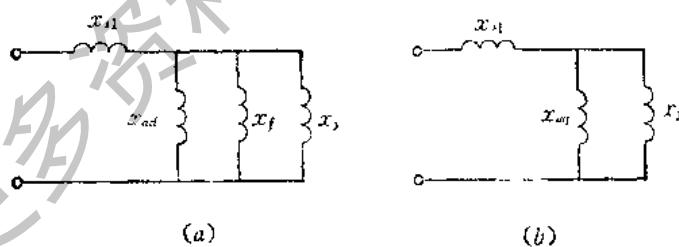


图 10-4

以上所考虑的是长期不对称运行对负序电流、负序电压的控制标准。主要限制因素是电网电压不对称的程度。短时有较大的负序电流冲击时主要的限制因素是转子阻尼绕组的发热问题。在冲击电流作用时间较短时，可忽略阻尼系统的散热效果，认为阻尼绕组损耗全部为其热容所吸收，使它的温升迅速上升。要控制这种状态下阻尼绕组的温升，就要控制此段时间间隔内的阻尼总损耗，其函数形式为

$$(\bar{I}^2 t)^2 = C \quad (10-7)$$

式中  $\bar{I}^2$ ——定子负序电流标么值； $t$ ——允许上述负序电流作用的时间，单位为 s； $C$ ——常数，与阻尼参数中负序电阻值有关，一般为 5s 左右。此数值增加就允许同样的负序电

流作用时间长一些,要求减小负序电阻,增加阻尼绕组热容量,这都需要增加阻尼绕组材料用量。

为什么在确定阻尼绕组温升限制时用到定子负序电流呢?这是因为定子负序磁势正比于定子匝数和定子负序电流,阻尼绕组与负序磁势相对转速为两倍同步速,阻尼绕组感应电流为100Hz,产生反转磁势基本与定子负序磁势相抵消。即

$$W_1 I^- \propto W, I, \quad (10-8)$$

式中  $W_1$ —定子绕组每相匝数;  $W$ —阻尼绕组等效匝数;  $I$ —阻尼绕组等效电流。

上式中  $W_1, W$ , 均为常数,  $I$ , 正比于  $I^-$ , 阻尼绕组电阻为常数, 控制了  $(I^-)^2 t$  也就相当于控制了  $I^2 R, t$ , 也就控制了阻尼绕组温升。其中  $R$ , 为阻尼绕组电阻。  $I^2 R, t$  代表了  $t$  秒内阻尼绕组总损耗。

对于不带阻尼绕组的电机,定子负序磁势在转子表面引起涡流损耗,导致转子表面温升迅速上升,式(10-7)依然起作用,只不过转子涡流电阻值不便于我们设计控制,它随转子结构及工艺波动很大。

## 二、阻尼负载调节时之机械振荡

发电机空载并网后,将水轮机阀门突然开启至额定负荷对应位置。这时转子功率角

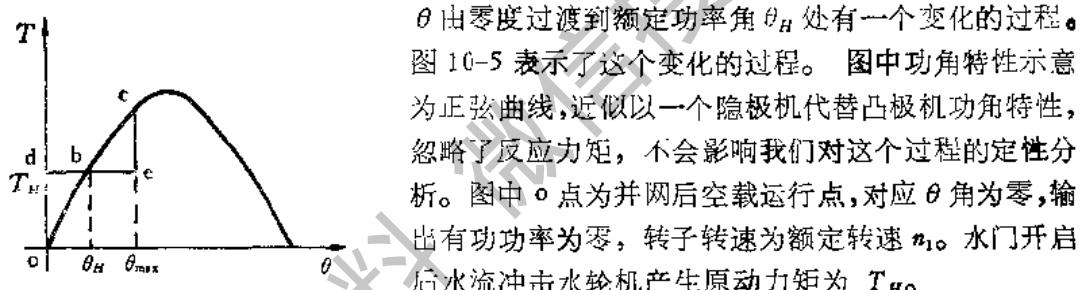


图10-5 表示了这个变化的过程。图中功角特性示意为正弦曲线,近似以一个隐极机代替凸极机功角特性,忽略了反力矩,不会影响我们对这个过程的定性分析。图中o点为并网后空载运行点,对应θ角为零,输出有功功率为零,转子转速为额定转速  $n_{10}$ 。水门开启后水流冲击水轮机产生原动力矩为  $T_{Ho}$ 。

第一阶段发电机θ角由零上升至  $\theta_H$ 。相当于曲线上的ob段,此时间内原动力矩大于电磁转矩,转子加速,转子转速大于同步速,θ角逐渐拉开,一直到b点,转子速度达最大值为  $n_{max}$ 。此时θ角等于  $\theta_H$ 。

第二阶段相应于曲线上的bc段。此段时间内原动力矩小于电磁转矩,转子作减速运动,但因b点运行转速为  $n_{max}$  大于同步速,转子有相当大的转动惯量,此段转速仍大于同步速,故功率角继续拉开,c点的运行转速等于同步速,其功率角达到最大运行值  $\theta_{max}$ 。

第三阶段为cb段,电磁转矩大于原动力矩。转子继续减速,转速小于同步速,θ角逐渐减小,又重新回到b点,但此时与第一阶段到达b点运行状态有很大区别,虽然功率角都是  $\theta_H$ 。此时转子转速达最小值  $n_{min}$ 。

第四阶段为bo段,原动力矩大于电磁力矩,转子加速,由于转动惯量作用转子转速小于同步速,θ角继续减小至o点起始状态。

上述四阶段组成一个循环周期,忽略振荡过程中电磁及机械、空气等的阻尼就不会衰减。电机不能稳定工作在b点。其转速随时间变化曲线如图10-6。图中坐标点  $t_o, t_b, t_c$  分别代表θ角增加时经过图10-5中o、b、c之点的时间。图中  $t'_b, t'_c$  分别代表θ角减小时经过图10-5中b、o两点的时间。θ角随时间变化曲线也画在图10-6中。 $t'_o$  时

$\theta$  角又返回零度说明其为无阻尼振荡。下面进行一些定量分析：

$$\Delta T = T_m - T \quad (10-9)$$

式中  $\Delta T$  —— 加速转矩；  $T_m$  —— 惯动转矩；  $T$  —— 电磁转矩，式中转矩单位均为 N·m。

$$\Delta T = J \frac{d\omega}{dt} \quad (10-10)$$

式中  $J$  —— 转动系统转动惯量。

$$d\theta = (\omega - \omega_1) dt \quad (10-11)$$

式中  $\omega_1$  —— 同步角速度。

在  $t_0$  至  $t_b$  这段时间内  $\Delta T$  对转子所作的功以下列积分式表示：

$$\int_{t_0}^{t_b} \Delta T \omega dt \quad (10-12)$$

将式(10-10)代入上式得

$$\int_{t_0}^{t_b} J \frac{d\omega}{dt} \omega dt = \int_{\omega_1}^{\omega_m} \omega J d\omega = \frac{1}{2} J(\omega_m^2 - \omega_1^2) \quad (10-13)$$

上式告知加速转矩作的功全部转化为转动系统动能的增加，式中  $\omega_m$  即为  $\omega_{max}$ 。

将式(10-12)整理成

$$\int_{t_0}^{t_b} \Delta T [(\omega_1 - \omega_1) + \omega_1] dt = \int_{t_0}^{t_b} \Delta T (\omega - \omega_1) dt + \int_{t_0}^{t_b} \Delta T \omega_1 dt \quad (10-14)$$

将式(10-10)、(10-11)代入上式简化得

$$\int_{t_0}^{t_b} \Delta T d\theta + \int_{t_0}^{t_b} J \frac{d\omega}{dt} \omega_1 dt = \int_0^{\theta_m} \Delta T d\theta + J \omega_1 \int_{\omega_1}^{\omega_m} d\omega$$

由图 10-5 明显看出上式第一项积分可以三角形  $obd$  的面积表示，(实际  $ob$  线段应为曲线)，以  $\Delta obd$  代表之。上式可整理得

$$\Delta obd + J(\omega_m - \omega_1)\omega_1 \quad (10-15)$$

式(10-13)与式(10-15)是一个积分式的两种表示方法，两式应相等，即

$$\Delta obd + J(\omega_m - \omega_1)\omega_1 = \frac{1}{2} J(\omega_m^2 - \omega_1^2) \quad (10-16)$$

$$\begin{aligned} \Delta obd &= \frac{1}{2} J\omega_m^2 - \frac{1}{2} J\omega_1^2 - J\omega_1\omega_m + J\omega_1^2 \\ &= \frac{1}{2} J(\omega_m - \omega_1)^2 \end{aligned} \quad (10-17)$$

由上式知转动惯量确定之后， $\Delta obd$  面积大小直接确定了  $\omega_m$  的大小，所以  $\Delta obd$  的面积也叫作加速面积。

应用同样分析方法，类比式(10-12)计算  $t_b$  至  $t_e$  这段时间内  $\Delta T$  对转子所作的功，为

$$\int_{t_b}^{t_e} \Delta T \omega dt = \frac{J}{2} (\omega_1^2 - \omega_m^2) \quad (10-18)$$

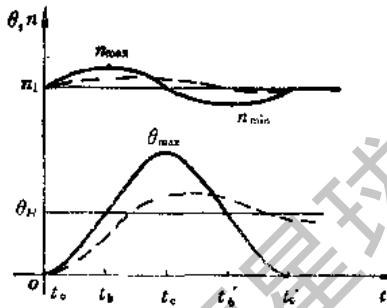


图 10-5

因为此时  $\Delta T$  为负值, 所以发电机发出的电功率大于原动机输入的机械功率, 这部分能量差值靠转动系统释放动能供给之。

类比式(10-14)可得

$$\int_{t_b}^{t_e} \Delta T(\omega - \omega_1) dt + \int_{t_b}^{t_e} \Delta T \omega_1 dt = -\Delta b_{ec} + J\omega_1(\omega_1 - \omega_m) \quad (10-19)$$

式中  $\Delta b_{ec}$  代表图 10-5 中三角形  $b_{ec}$  的面积,(其中  $bc$  线段为曲线), 面积肯定为正值, 所以在该项前加一个负号表示对应的定积分为负值。

对比式(10-16)得

$$-\Delta b_{ec} + J(\omega_1^2 - \omega_m \omega_1) = \frac{J}{2}(\omega_1^2 - \omega^2) \quad (10-20)$$

$$\Delta b_{ec} = \frac{J}{2}(\omega_m - \omega_1)^2 \quad (10-21)$$

三角形  $b_{ec}$  的面积可称为减速面积, 由式(10-17)及式(10-21)可得

$$\Delta obd = \Delta b_{ec} \quad (10-22)$$

由上式很容易用图解法在图 10-5 中找到振荡过程的最大功率角  $\theta_m$ 。确定一个  $c$  点令  $\Delta obd$  之面积等于  $\Delta b_{ec}$  之面积,  $c$  点对应之角度即为  $\theta_m$ 。

静态稳定的极限功率角为  $90^\circ$ 。但在负载调节过程中这个临界角度还是  $90^\circ$  吗? 我们在图 10-7(a) 中给出一种负载调节情况, 其所对应的  $\theta_m$  正好是  $90^\circ$ , 从动态稳定的角度看这种运行状态是允许的。因为电机总是有阻尼的, 经过一段时间电机可稳定运行于  $b$  点。我们在图 10-7(b) 中给出另一种负载调节状态, 振荡过程中  $\theta$  角已超过  $90^\circ$ ,  $c$  点与  $e$  点刚好重合, 减速面积已经不能用三角形来近似了, 其面积为直线  $bc$  与弧线  $bc$  所包含的面积。若此时减速面积正好等于加速面积,  $c$  点对应功率角为动态稳定极限角, 其数值大于  $90^\circ$ 。在此基础上使  $b$  点对应  $\theta$  角继续增加, 仍然作突然开阀门的调节, 加速面积继续增加, 此时减速面积不可能再增加反而会减小, 加速面积大于减速面积, 电机运行功率角会超过  $180^\circ$ , 电机速度永远大于同步速, 电机失步运行, 我们称其为电机动态稳定能力不够。若详细讨论此问题应考虑对应静态稳定的参数为  $x_d$ , 而对应动态稳定的参数不再是  $x_d$  了, 因为转子在振荡过程中不再保持同步旋转, 这时从定子边看进去的输入阻抗参数更接近于瞬变电抗  $x'_d$ 。

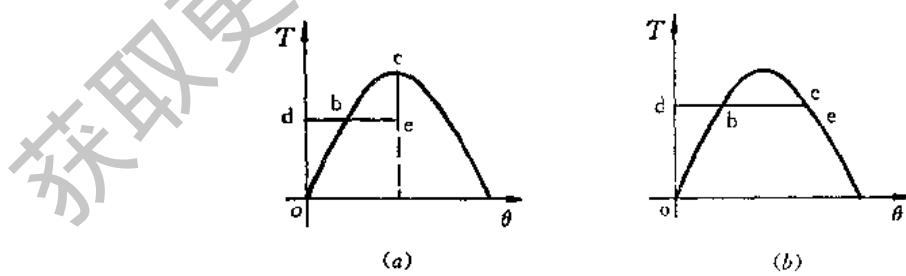


图 10-7

基于以上原理我们调节阀门时, 强调缓慢调节, 这就避免了大幅度的振荡, 而产生若干个微小振荡取代之, 小值振荡是不会出现动态稳定问题的。同理调节激磁电流时也同

样造成功率角的变化，也会引起振荡，在调励磁时也应缓慢调节。

下面我们分析有阻尼绕组发电机原动力矩调节及其振荡情况。有阻尼绕组存在，相当于转子边有一套鼠笼绕组。转子同步速运转时，阻尼绕组对静稳不起作用。当转子不是同步速时，阻尼绕组会产生异步转矩。转子转速高于同步速时，阻尼绕组作用相当于异步发电机转子作用，异步转矩为制动转矩，此时

$$T_s = T + T_r \quad (10-23)$$

式中  $T_s$  —— 电机转子总的电磁制动转矩； $T$  —— 同步发电机电磁制动转矩； $T_r$  —— 阻尼绕组产生的异步发电机电磁制动转矩，式中转矩单位均为 N·m。

电机转子转速高于同步速时，总的电磁制动转矩相对于功率角的动态函数曲线如图 10-8 中虚线  $abc$  所示。 $\circ$  点时电机为同步速，突加原动转矩相当于  $od$  线段所对应的数值，转子逐渐升速，同时  $\theta$  角拉开，工作点沿  $ob$  曲线变化，此时对应的加速面积仍以  $\Delta_{obd}$  表示，这个面积显然较无阻尼绕组的加速面积为小。对减速面积的要求也相应减小，如图中  $\Delta_{bce}$  所示， $b$  点对应转子最大转速， $c$  点时转子仍为同步速，此时之功率角为振荡过程中的最大功率角。显然由于加速面积减小导致最大转速、最大功率角均相应减小。其随时间变化的曲线如图 10-6 中虚线图形。

当转子由  $c$  点继续减速时，转子速度小于同步速，阻尼绕组相当于异步电动机状态运行，产生电磁转矩不再是制动转矩而是电动转矩。仍然以式 (10-23) 计算电机总的电磁制动转矩时其中  $T_r$  项应代以负值。此时不同  $\theta$  角对应不同转速其动态转矩曲线如图 10-8 中虚线  $cb'o'$ 。减速三角形为  $ceb'$ ，加速三角形为  $o'b'd'$ 。三角形面积进一步减小说明最小转速已经非常接近同步速了。工作在  $'$  点时转速为同步速，此时功率角非常接近稳态工作功率角了。从图 10-6 看出有阻尼时振荡迅速衰减，所以阻尼绕组能阻尼振荡，提高动稳能力，提高电网供电质量。阻尼绕组电阻越小，小滑差时，异步发电机电磁转矩越大，阻尼效果显著，其阻尼条计算公式为

$$s_r = \frac{Ks_e}{n_r}$$

式中  $s_r$  —— 每根阻尼条截面积，单位为  $\text{mm}^2$ ； $s_e$  —— 一个极矩内定子绕组导体总面积，单位为  $\text{mm}^2$ ； $n_r$  —— 每极阻尼条数目； $K$  —— 系数，对紫铜阻尼条取  $0.2 \sim 0.25$ 。

阻尼条数目的选择应考虑到转子齿谐波次数应与定子齿谐波次数错开，否则会产生较大的附加损耗，并引起定子电压波形的恶化。

同步电动机阻尼绕组就是起动绕组，其阻尼条数目选择应考虑到异步电机齿槽配合的限制条件。

汽轮发电机转子槽楔为合金铝制成，实际起着一定的阻尼作用，因其是分段制造的缘故阻尼效果较差。在大容量电机中专门在槽楔下安装紫铜阻尼条。

上面主要介绍了阻尼绕组的优点，其主要缺点为电机突然短路时电流瞬时值大幅度

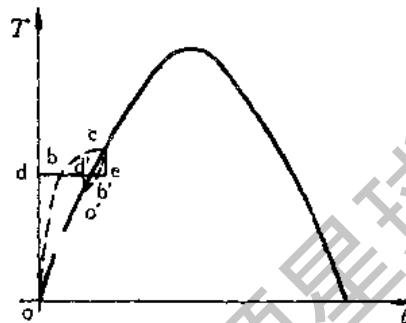


图 10-8

增加，此电流与  $x_1''$  成反比，使电机定子绕组端部电动力很大，增加定子端部结构固定的难度。阻尼条与阻尼环焊接处在热状态下承受离心力及不平衡振动力易产生断裂，增加转子事故率。

### 第三节 大型水轮发电机设计特点

水轮发电机的两个主要规格参数是同步转速及容量，这两个参数都与水电站、水库容量有关。

水库蓄水后，上、下游水位差叫作水头，以米为单位表示，实际也就是水压。水头越高积蓄水的位能就越大，水坝坝高相应增加，水坝的基本建设投资及库区淹没面积也越大。水头高水流冲击水轮机叶片的流速大，可采用较高转速的水轮机，一般说水轮机的转速与水头成正比。一个固定的水头有一个与其相应的水轮机转速，在此转速下可获得水轮机最高水力机械效率。一个水库有固定的水头就确定了水轮机及水轮发电机的转速。水库不可能标准化，故水轮发电机均为多规格小批量生产。我国水库水头多为十几米左右。对应水轮发电机转速每分钟一百多转，极数为 40 个极左右。

通过水轮机转子向下游放水的流量以  $m^3/s$  或  $t/s$  表示。若每秒有  $Q$  个立方的水流过水轮机转子，冲击叶片，将位能转化为动能，单位时间水释放的位能为

$$P = HQ$$

式中  $P$  —— 功率，单位为  $10^4 J/s$ ； $H$  —— 水头，单位为  $m$ ； $Q$  —— 流量，单位为  $t/s$ 。

$P$  乘以输入管道的水阻效率，再乘以水轮机效率，再乘以水轮发电机效率就是水库、水电站发电的功率数。每条河有自己的年平均流量，即使有两个水库水头一样，也很难做到水轮发电机的容量及转速完全一样。

(1) 水轮发电机对转子转动惯量有严格要求。发电机带额定负荷运行时，水轮机水门基本上全开放了，此时水轮机驱动转矩与发电机转子电磁制动转矩相平衡。当发电机定子短路时，油开关跳闸，电机开路，电机制动转矩突然变为零，水门不可能瞬时关闭，也不应该快速关闭。若水门关闭速度太快，引水管道内水柱的高速动能要全部转化为阀门固定系统的变形能，可能导致阀门结构破坏。危险的是水门关闭系统失灵时，突然甩负荷，水轮机驱动转矩作为升速转矩使发电机转速可达额定转速的 2.5 倍左右，这个速度称为飞逸转速。设计转子结构强度时应按飞逸转速设计。为了限制甩负荷时电机转速的上升速度，就要加大电机转子转动惯量，通常以  $GD^2$  表示， $G$  为转子重量， $D$  为转子外径，有

$$G \propto \frac{\pi}{4} D^2 l$$

式中  $l$  —— 转子铁心长。

因为  $D^2 l \propto \frac{P}{n_1 A B}$ 。当电机容量，额定转速，线负荷  $A$ ，气隙磁密，定、转子电密不变时，不管电机设计成大直径短铁心或设计成小直径长铁心，其转子重量基本不变，即  $G$  近似一个常数，这样

$$GD^2 \propto D^2$$

上式说明当转子直径设计值增加一倍时，铁心长缩短到原方案的四分之一， $D^2l$  不变，使用相同转子材料， $G$  不变，但转动惯量可增加到四倍。所以水轮发电机都造成大直径、短铁心。当然由于水轮发电机转速低，极数多也只能作成大直径的定子以安排足够的槽数，使电机每极每相槽数不至于太少。

(2) 水轮发电机多采用波绕组。今以每极每相槽数  $q_1$  等于 1 的绕组为例进行分析。假设线圈为整距绕组。若采用叠绕组如图 10-9(a)， $60^\circ$  相带的三相对称绕组， $A$  相带正串则  $X$  相带应反串，其中需要一段极间联线，如图中  $ab$  线段，这段线段长度基本上等于极距，同理反串相带到下一对极的正串相带又需一根极间联线，其距离也约等于极距。这样  $A$  相所有极间联线的总长基本上等于定子圆周展开长。但若采用波绕组如图 10-9(b)，其同极性正串相带或反串相带绕组之间的极间联线被线圈的端接部分所取代。不需要专门的极间联线。只有全部正串相带绕组都串联完了再和反串绕组联接时需要一根极间联线，其距离也约等于极距。

汽轮发电机不管采用波绕组或叠绕组总是需要一根极间联线。因为汽轮发电机为短距绕组，每极每相槽数很多，采用叠绕组则绕组端部长度按短距计算。若采用波绕组则一端端接长按短距  $\beta r$  计算，另一端端接长应按长距  $(2 - \beta)r$  来计算。总的会浪费铜线。

(3) 由于水轮机的工作需要，同时水轮发电机转子可有上千吨的重量，卧式结构很难保证电机可靠运行，所以水轮发电机总是采用立式结构，其主要结构特点为电机转子重量和运行时的水的轴向推力和起来可达数千吨，必须有一个高负载能力的推力轴承承担。图 10-10 为这个结构示意图。轴上装有一个随转子旋转的，且具有非常光滑接触平面的部

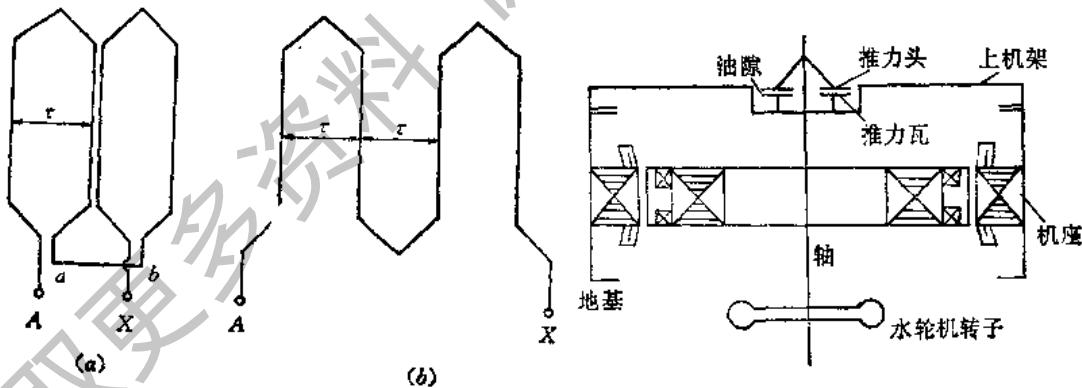


图 10-9

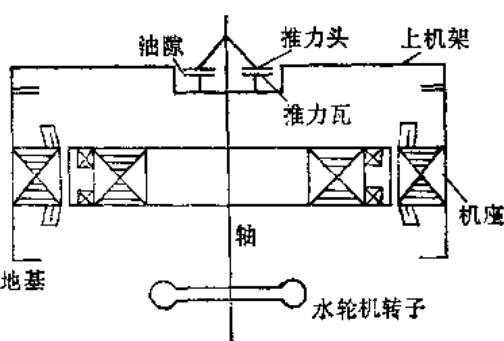


图 10-10

件叫推力头(精确名称应为推力头及镜板装配)。推力头由放在上机架上的多块扇形推力瓦支撑，推力头与推力瓦间形成油膜起推力轴承作用。关键在于多块推力瓦之间负荷要均匀分配是很困难的。目前正在研究磁力悬浮的电磁推力轴承。还有利用高强度塑料瓦代替传统的乌金瓦以克服电机低速停车时可能油膜形不成而烧瓦的矛盾。

推力轴承放在转子上部的叫悬式结构，此种结构运行稳定性好。推力轴承放在转子下部靠近水轮机转子的叫伞式结构，其特点为结构紧凑。

(4) 为了增加激磁绕组与冷风接触的散热面积，采取了一些特殊的截面型式如图

10-11(a)。图 10-11(b)采用了两种规格的矩形铜排绕制激磁绕组。图 10-11(c)为激磁绕组内、外侧均有通风冷却效应。这都是大型水轮发电机的特殊问题。

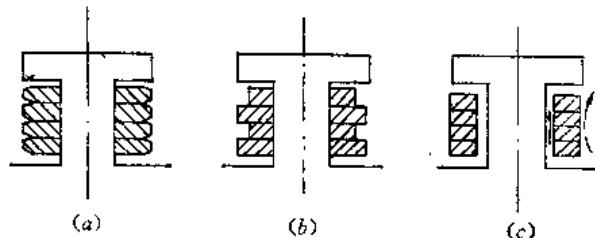


图 10-11

(5) 为了运输方便,定子铁心分瓣,这样在电站安装时工期可压缩。但分瓣合缝处肯定要留有间隙,使电机定子整体性差、刚度差、振动幅值及噪声均有所增加。为了改进这些缺点,在一些大电站采用在电站整体叠片、压装定子铁心、下线,提高了电机整体刚度。

#### 第四节 蓄能机组的设计

交流电的负荷每天都有高峰有低谷,但交流电不能储存,这就需要有些机组不断的开机、停机。电机绕组绝缘温度在不断的变化,由于绝缘材料热膨胀系数与铁心热膨胀系数不同,绝缘相对铁心槽有滑移现象,这对绝缘是一种损伤。火力发电厂发电设备总容量应按高峰负荷容量配置,但这样设备利用不充分,增加了基本建设投资。若有一种蓄能方式,当低谷负荷时能将交流电进行变换而后储存起来,高峰负荷时再转换成电能,这对电力工业发展将起很大作用。蓄能机组就可以解决这样的问题。它可以将交流电能转换成水的位能储存起来。举例如下:一城市白天高峰用电 2 万 kW,夜间低谷用电为零。有一水电站夏天旺水季节可发电 1 万 kW,冬季枯水季节不能发电。一般情况此城市应建 2 万 kW 的火电站以保证冬季高峰用电。我们将水电站 1 万 kW 机组安装蓄能机组,其运行方式不同于水轮发电机。它有两种工作状态,一种为低速正转作为水轮发电机运行。当改变绕组接法后可使其反转以较高速度运行,此时电机作为电动机运行,水轮机反转后作为水泵由下游往水库抽水,此时将交流电能转换成水的位能储存起来。这样,此城市火电站装机容量 1 万 kW 即可满足需要,冬季,白天,火力发电 1 万 kW,水力发电 1 万 kW。晚上,火力发电 1 万 kW,蓄能机组作水泵运行耗电 1 万 kW,将白天放下去的水又抽了回来,这样水库只要有一定的供水量就可循环使用。既减少了火电设备装机容量,又使所有设备连续运转。所以蓄能机组得到广泛应用。其技术特点如下述。

**1. 改变定、转子绕组极数的调速方法** 改变定子绕组极数以提高电动机运行方式的转速,其分析方法同单绕组双速异步电动机的分析方法。我们主要讨论转子改变极数的方法。一般采用“大小极成组反接”的方法。举例如下,发电机运行转子 12 个极,作成 4 个小极,8 个大极,成对称的两组,每组均包含相邻的两个小极。我们在图 10-12(a)中画出其中一组磁极的分布。其磁极极性如图 10-12(b)。图中小极不仅极距缩小其磁势幅值也适当缩小,其磁势基波肯定是一个 12 极的正弦波。若将 4、5、6 三个极的极性

接反其磁势波形如图 10-12(c)，基波为 10 极。这种变极方式定、转子边都有较大的谐波磁势影响电机性能。

**2. 蓄能机组的起动方式问题** 水轮发电机由水轮机带动起动。作为电动机不能靠水轮机带动一般采用调频起动方式。为减少冲击电流提高起动转矩多采用变频同步起动，使电动机在低频低速时就牵入同步，一直调频到 50Hz 后并网运行。

**3. 蓄能机组的支撑系统** 蓄能机组推力轴承，轴瓦装置应在正、反向运转时均能形成油膜、油膜，保证润滑。

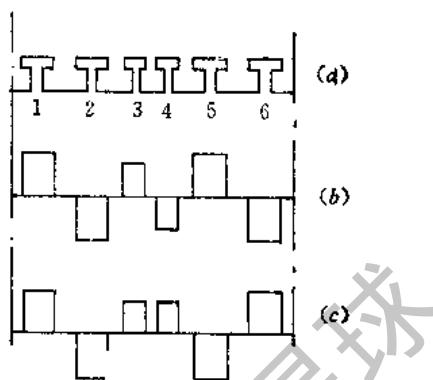


图 10-12

## 第五节 贯流式水轮发电机

当水能为大流量低水头时，需设计一种特殊型式的水轮发电机，即为贯流式也称为灯泡式水轮发电机。特别适用于潮汐发电。如图 10-13。一般为卧式，水流直接流过电机定子外壳，然后冲击水轮机转子叶片。电机内腔为强迫空气循环冷却电机定、转子。一般需外加强力高速风机以增加风量。电机外壳作成灯泡式获得流线形以减小水阻。电机较细长，转动惯量小，气隙小，每极每相槽数少。

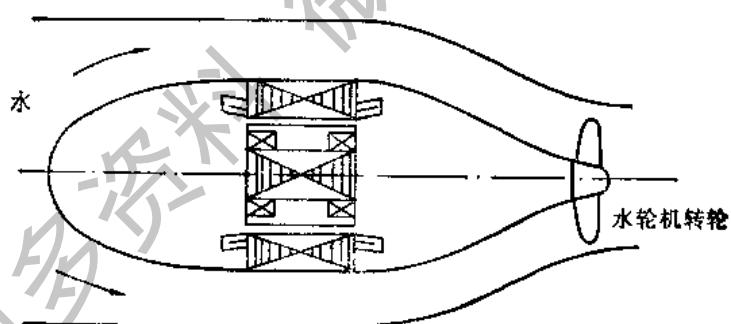
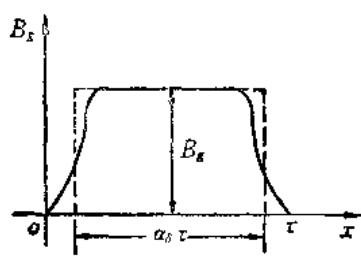


图 10-13

# 第十一章 直流电机设计

## 第一节 主要尺寸的确定

确定直流电机主要尺寸与转速及容量的关系，和交流电机一样也从电磁功率出发来研究。直流机气隙磁通密度在空间分布波形如图 11-1。气隙磁通密度的幅值为  $B_g$ 。将此帽形磁密波看作一个底宽为  $a_g \tau$  高为  $B_g$  的等效矩形波，等效原则为两个波形的每极磁通量相等，图中虚线波形即为等效矩形波。



由电机原理得直流电机电枢绕组感应电势  $E_s$  的方程式为

$$E_s = B_g l v \frac{N}{2a} \alpha_s \times 10^{-4} \quad (11-1)$$

式中  $l$ —电枢铁心长度，单位为 cm； $v$ —电枢表面旋转线速度，单位为 cm/s； $N$ —电枢绕组总有效导体数； $\alpha_s$ —极弧系数。

$B_g l v$  为一根导体切割磁密  $B_g$  时感应的电势。 $N/2a$  为每支路串联导体数。实际磁密为帽形磁密分布，并不是每根导体都切割  $B_g$  磁密幅值，乘以  $\alpha_s$  的意义为感应电势大小相当于  $\alpha_s$  倍的导体切割等效矩形波磁密。

$$v = \frac{n}{60} \pi D \quad (11-2)$$

式中  $D$ —转子外圆直径，单位为 cm； $n$ —直流机转速，r/min。

$$A = \frac{l_s N}{2a \pi D} \quad (11-3)$$

式中  $A$ —直流机线负荷，定义与交流电机线负荷一样； $I_s$ —电枢电流； $I_s/2a$ —每支路电流也就是每根导体流过的电流值。

上式改写成

$$I_s = \frac{A \times 2a \pi D}{N} \quad (11-4)$$

直流机电磁功率

$$P' = E_s I_s \times 10^{-3} \quad (11-5)$$

将式(11-1)、(11-4)代入式(11-5)得

$$D^2 l = \frac{6.1 \times 10^7}{B_g A \alpha_s} \cdot \frac{P'}{n} \quad (11-6)$$

对于并激直流电动机

$$E_s = k_E U_1 \quad (11-7)$$

式中  $U_1$ ——直流电机端电压； $k_t$ ——考虑电刷压降及电枢绕组电阻压降影响的电势系数。对中小型直流机约为 0.96 左右，容量大的电机应取较大的数值。

电动机输出的额定功率

$$P_2 = U_1 I \eta \times 10^{-3} \quad (11-8)$$

式中  $I$ ——电动机输入的线电流； $\eta$ ——电动机效率。

$$I = K_I I_a \quad (11-9)$$

式中  $K_I$ ——考虑激磁电流影响的电流系数， $K_I$  大于 1，一般中小型电机  $K_I$  约为 1.03 左右。

上式改写成

$$I_a = \frac{I}{K_I} \quad (11-10)$$

将式(11-7、11-9、11-5)代入式(11-6)得

$$D^2 I = \frac{6.1 \times 10^7}{B_e A \alpha_s} \frac{k_E}{K_I \eta} \frac{P_2}{n} \quad (11-11)$$

上式与交流电机主要尺寸公式(2-12)主要参数与函数形式完全一致，只不过常数大小略有区别。此公式的分析及应用就不赘述了。

## 第二节 直流电机气隙的选择

直流电机气隙的大小主要影响换向性能的好坏及激磁容量的大小。电刷在几何中性线上时，直流电机电枢反应磁势为交轴磁势。额定负载时气隙磁场由空载时的帽形波畸变为图 11-2(b)虚线的波形。由图 11-2(a)的电枢反应磁通回路方向判断，对 S 极讲，右极尖处助磁，左极尖处去磁。图 11-2(b)为此电枢反应的展开图。

电枢反应磁势产生之磁通经过转子齿、轭、气隙及磁极表面而闭合，见图 11-2(a)，并不经过磁极身高度方向的磁路及机座的磁路。假定电枢反应磁势全部降落 在气隙及转子齿上，我们分析图 11-2(a)中的那条磁力线，它刚好通过左、右极尖，这个回路所包含的电枢反应磁动势为  $b'_s A$ ， $b'_s$  为磁极表面极弧宽度，有

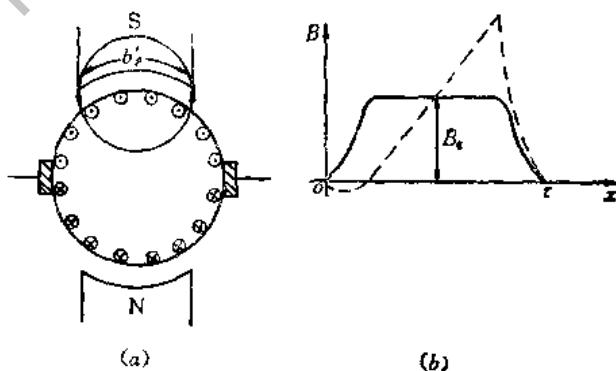


图 11-2

式中  $a_s$ ——极弧系数。

直流机换向器上相邻片之间的电压称为片间电压，它反映了空间不同位置的绕组感应电势的大小，其沿空间分布的波形与气隙磁密空间分布波形是一致的。电枢反应磁势

引起气隙磁密波形畸变，导致片间电压分布不均匀。我们希望控制畸变后最大气隙磁密值不超过空载气隙磁密幅值的两倍，这也就控制了最大片间电压的数值。为满足上述要求，电枢反应磁势需满足下述之不等式：

$$\frac{b'_s A}{2} \leq F_s + F_t \quad (11-13)$$

式中  $b'_s A/2$ ——主极极尖处一个气隙及一个转子齿所消耗的电枢反应磁势； $F_s, F_t$ ——空载气隙磁密幅值为  $B_s$  时在一个气隙及一个转子齿上所消耗的激磁安匝。

平均片间电压  $U_{sp}$  定义如下：

$$U_{sp} = \frac{U_-}{\frac{K}{2a}} \quad (11-14)$$

式中  $U$ ——电枢端电压； $K$ ——换向器换向片总数。

空载运行帽形磁密分布时，最大气隙磁密为平均磁密的  $1/\alpha_s$  倍。最大片间电压也为平均片间电压的  $1/\alpha_s$  倍。主极极尖处电枢反应磁势为  $b'_s A/2$ ，当不等式 (11-13) 成立时，磁路不饱和最大片间电压应小于等于平均片间电压的  $2/\alpha_s$  倍。因为电枢反应为横轴效应，所以每极磁通总量不会变，片间平均电压不会变。即使电枢反应磁势有一部分为直轴分量造成每极总磁通量略有变化，从式(11-14)看出平均片间电压也不会变化。齿磁路总是有一定饱和度的，若空载运行齿磁密企图接近  $2.8T$ ，这是不可能的，此时电枢反应磁势降落在齿部磁路上的比例很高，故气隙磁密不可能增至  $2B_s$ ，最大片间电压不可能增至平均电压的  $2/\alpha_s$  倍。一般最大片间电压为片间平均电压的两倍左右。

式(11-13)  $F_s$  是气隙大小的函数，有

$$F_s = 0.8K_s g B_s \times 10^4 \quad (11-15)$$

式中  $K_s$ ——齿槽效应引起的气隙系数，一般取 1.15。

$$F_T F_s = F_s + F_t \quad (11-16)$$

式中  $F_T$ ——齿饱和系数。反映了齿部磁势在气隙安匝中所占比例，一般取 1.35。

将式(11-15)、(11-16)代入式(11-13)得

$$g \geq (0.37 \sim 0.4) \frac{\alpha_s A \tau}{B_s \times 10^4} \quad (11-17)$$

在生产中要留有一定裕量，工程设计中用下式确定气隙数值：

$$g = (0.37 \sim 0.4) \frac{A \tau}{B_s \times 10^4} \quad (11-18)$$

气隙取大值的优点为额定负荷时最大片间电压数值低，有利于削弱换向火花。缺点为主极激磁安匝增加。激磁绕组电流密度不变时要增加激磁绕组用铜量，并增加激磁损耗。

### 第三节 极数的选择

交流电机极数选择直接与同步转速有关。直流电机极数与直流机转速无关，但极数

对电机换向性能、换向器设计、损耗、效率影响很大。从式(11-6)知直流机主要尺寸与极数无关。

(1) 极数对换向性能的影响。一台电机极数上升一倍,电机换向片总数不变的话,每极分配到的换向片数降至一半,片间电压要上升一倍。从式(11-14)也可得到此结论。显然,这对控制换向火花极为不利。反之,极数减少对降低片间平均电压很有利,但要注意换向器上电刷的排数与主极数目相等,电刷排数减少,电刷导出之总电流不变时电刷导电截面应不变,电刷宽度一定,每排电刷轴向总长度与极数成反比,使换向器轴向长度增加,电机总长度增加,增加了制造成本。

(2) 极数上升一倍转子磁路中磁通交变频率相应增加一倍。铁耗正比于交变频率 $1.3$ 次方而变化。 $B_g$ 不变,齿磁密不变,频率上升一倍则单位体积比损耗上升至 $2.46$ 倍。极数上升则极距 $r$ 下降,电枢绕组直线部分长度不变但其端部长度与 $r$ 成正比,故电枢绕组用铜量和铜损耗呈下降趋势。

(3) 极数增加,极距下降,由式(11-18)知,气隙随极距之减少而正比下降,每极激磁安匝亦下降,电机全部极数激磁安匝总和变化不大。激磁电流不变激磁总匝数变化不大。激磁绕组轴向长度尺寸不变,但端部尺寸正比于极距而下降。激磁绕组用铜量及铜耗变化不大。不利之处在于主极个数、激磁绕组个数均随极数增加而增加。冲剪、叠压、装配工作量均随极数正比变化。

(4) 极数增加每极磁通量减少,转子轭部和作为定子轭部导磁的直流机机座均可缩小导磁截面积,节约原材料。

设计时选择极数使转子铁心磁通交变频率为 $50\text{Hz}$ 左右较为合适。

## 第四节 直流电机电枢绕组,激磁绕组,换向极绕组的设计

### 一、电枢绕组的设计

电枢绕组型式有单叠、复叠、单波、复波、蛙腿绕组。各自适用于不同的电压及容量。这里我们仅介绍共同的问题。

直流电机电枢绕组跨距的选择对其切割主磁通感应电势数值影响不大,可以忽略。绕组短距时也不会有什么短距系数及削弱谐波改善波形的问题,但绕组短距对换向性能有很大影响。今以绕组整距为例说明分析换向性能的方法及指标。图11-3画出一个整距叠绕组换向状态示意图。实线代表绕组上层边,虚线代表绕组下层边。整距为跨8个槽节距。第一线圈上层边置于第一槽,下层边在第九槽。第一线圈被电刷短路,处于换向状态,线圈电流变化时产生自感电动势 $Ldi/dr$ ,这个电动势企图维持电流不变阻碍了电流的变化,使电流换向过程被滞后。同时相邻的电刷使第九线圈被短路,第九线圈也在换向。第九槽内的第九线圈上层边不仅有第九线圈换向电流的自感电动势,还有第一线圈下层边对第九线圈上层边的互感电动势,使每个元

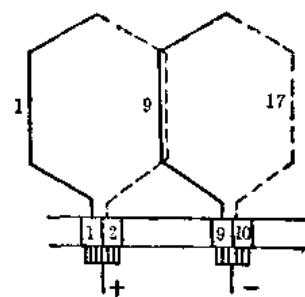


图 11-3

件的换向电势几乎增加了一倍,延缓换向电流的变化,使换向性能恶化。此时换向极磁场宽度只需对应一个齿节距的距离即可满足换向要求。我们若将线圈设计成短距线圈,跨距为1~8,第一线圈换向时,其下层边在第八槽下层,如图11-4。第九线圈同时被相邻电刷短路也处于换向状态,第九槽下层导体为第二线圈的下层边,第二线圈此时未被短路,故换向线圈的换向电势只有自感电势而没有互感电势,显然此电势大小约为整距线圈换向电势的一半。此时换向极宽度要对应两个齿节距的距离,也就是要求第八、九两个槽都处于换向极磁场作用范围之内。

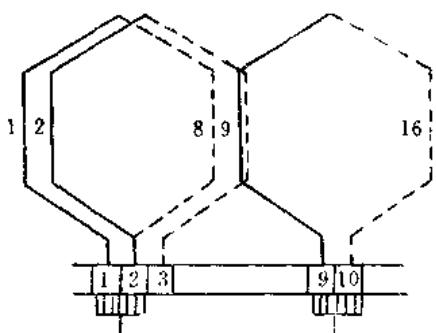


图 11-4

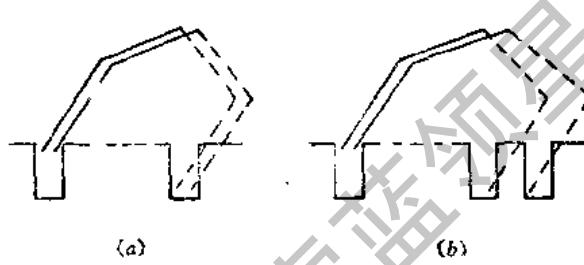


图 11-5

当一个转子槽不仅放置一个线圈而是同时放置几个线圈时,为了减少换向时的互感电势,应尽量采用异槽式绕组如图11-5(b),而不要采用同槽式绕组如图11-5(a)。以每个槽放两个线圈为例。同槽式绕组为一个槽内的两个线圈,上层边同槽,其下层边也同槽。而异槽式绕组则为两个线圈上层边同槽,其下层边不同槽分别处于相邻槽的下层。采用异槽式绕组显然也是为了减少换向电势中的互感电势分量。异槽式绕组制造工艺较复杂。同槽式线圈所有线圈只需一套模具,而异槽式则需两套模具,下线时应注意两种不同尺寸线圈的排列顺序。

## 二、励磁绕组的设计

直流机励磁绕组主要分为并激、串激、复激三种。我们主要介绍最常用的并激绕组设计方法。

额定负载运行时励磁绕组每极的激磁安匝

$$\Sigma F = F_N + F_{a,d} + F_{ad} \quad (11-19)$$

式中  $F_N$ ——额定运行时电枢感应电动势  $E_{eN}$  所需之激磁安匝,可由  $E_{eN}$  查空载特性曲线获得;  $F_{a,d}$ ——交轴电枢反应磁势由于助磁区磁路饱和磁通增加少,去磁区磁通减少得多,形成横轴电枢反应等效去磁安匝;  $F_{ad}$ ——电刷不在几何中性线上所产生的纵轴电枢反应去磁安匝。

激磁电压固定地等于电机额定电压。激磁安匝已知,激磁绕组设计方法与第九章第四节汽轮发电机激磁绕组设计方法完全一致,就不重复了。

并激电动机的缺点是额定运行时每极磁通量小于空载运行时每极磁通量。这是因为额定运行时有  $F_{ad}$  与  $F_{a,d}$  去磁效应的作用。这个效应使机械特性变硬,就是负载转矩增加时转速略有降低但变化不大。若负载电流去磁效应显著的话可能使机械特性上翘,

会导致电机运行不稳定。为了避免这种现象发生应采用复激绕组，其中串激绕组的磁势为助磁效应，额定负载时串激安匝的大小和  $F_{sd}$ 、 $F_{sqd}$  之和一般大，这就保证电机运行时磁通量大小不随负载的变化而变化，电机机械特性为平缓下降趋势，电机稳定运行。

### 三、换向极绕组的设计

换向元件从一个支路进入另一个支路电流要改变方向。电流变化时元件有自感电势产生，这个电势反对电流的变化。当元件结束换向前之瞬时，元件电流不等于支路电流且小于支路电流我们称为滞后换向。随着电枢旋转这个元件进入下一支路时电流必须等于支路电流，所以该元件在结束换向时电流有一突变形成对电刷的火花。为了消除换向火花我们在换向元件所处的空间位置上设置换向极。换向极绕组为串激绕组流过电枢电流产生换向极激磁安匝，在换向极与电枢表面的气隙  $g_k$  产生换向极磁密  $B_k$ 。换向元件切割磁密  $B_k$  产生换向电势  $E_k$ ，有

$$E_k = 2W_c B_k l v_s \times 10^{-4} \quad (11-20)$$

式中  $W_c$ ——换向元件的匝数； $v_s$ ——电枢表面线速度，单位为 cm/s。

$$B_k = \frac{F_k - F_{sq}}{g_k K_c \mu_0} \quad (11-21)$$

式中  $F_k$ ——额定负载时换向极每极磁势； $F_{sq}$ ——额定电流电枢反应交轴磁势； $K_c$ ——换向极气隙对应的电枢齿槽形成的气隙系数。

因为  $F_k$  在横轴轴线上，这个位置刚好是  $F_{sq}$  幅值所在，所以  $B_k$  是  $F_k$  与  $F_{sq}$  共同产生的。由于换向电势要求其应与换向元件自感电势相互抵消。我们设计  $F_k$  与  $F_{sq}$  方向相反，令  $F_k$  大于  $F_{sq}$ 。这两个磁势的差值就是产生  $B_k$  的合成磁势。换向元件自感与互感电势之和为

$$E_L = (L + M) \frac{\Delta i}{\Delta t} \quad (11-22)$$

式中  $E_L$ ——换向元件中自感及互感电势之和。 $L$ ——换向元件漏磁通对应的自感系数，单位为 H； $M$ ——换向元件间漏磁通的互感系数，单位为 H； $\Delta t$ ——一个元件的换向时间，由电刷宽度及换向片表面线速度确定； $\Delta i$ ——支路电流的二倍，是换向元件电流变化量。

令  $E_k$  等于  $E_L$  实现电阻换向，此时换向元件电流随换向时间线性变化。当换向元件结束换向之瞬时，其电流瞬时值正好等于下一支路之稳态电流，使电刷与换向片不会产生火花。按此原则解式(11-20)、(11-21)、(11-22)可求得  $F_k$  之大小。换向极绕组匝数由  $F_k$  大小确定。具体设计时应注意如下之问题：

(1) 换向极铁心磁路不能饱和。电枢电流增加一倍时， $B_k$  也应增加一倍， $E_k$  也增加一倍。 $E_L$  当然随电枢电流成倍增加，这就保证任何负载下均维持电阻换向特性。否则额定负载换向良好，短期过载时为滞后换向，火花显著恶化。

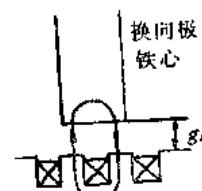


图 11-6

(2) 换向极气隙  $g_k$  一般大于主极下气隙  $g$ 。因为  $g_k$  小时换向元件的漏磁通要增加，增加的漏磁通部分为齿顶漏磁通，如图 11-6。这部分磁通由齿顶穿过气隙经由换向极表面而闭合。为了减小齿顶漏磁通则应加大  $g_k$ ， $g_k$  增加导致  $E_L$  下降，显然对换向有利。

3.  $E_L$  随时间按一定函数关系变化。要求  $B_k$  沿空间分布函数与其相对应，需调整换向极表面形状相应的调整了  $g_k$  的变化，达到这个目的。

## 第五节 补偿绕组及均压线的设计

由于横轴电枢反应磁势作用，使主极下磁密波形畸变，造成换向器片间电压不均匀。

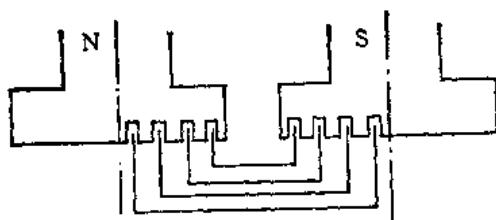


图 11-7

大型电机中采用补偿绕组解决这个问题。其绕组结构示意图如图 11-7。图中只画了补偿绕组一个极的联线图。在主极极靴表面处开若干个槽，在每对相邻主极间形成一套同心式绕组。此绕组轴线对准电机  $q$  轴。这些绕组线圈全部串联流过电枢电流。设计时应尽量使补偿绕组在主极表面处之线负荷与电枢绕组线负荷一致，使其磁势极性相反，其磁势沿空间分布如图 11-8。图中实线曲线 1 为电枢反应磁势波形。虚线曲线 2 为补偿绕组磁势。合成磁势为曲线 3。由此可知有补偿绕组主极下磁密分布负载与空载时一样为帽形磁密分布，不会引起片间电压不均匀问题。此时计算激磁绕组磁势时仍由式(11-19)计算，应将  $F_{aqd}$  以零代之。同理在计算换向极气隙磁密  $B_k$  时仍可参照式(11-21)计算，但其合成磁势不再为  $F_k - F_{aq}$  而应为  $F_k - F_{aq} + F_c$ ，其中  $F_c$  为补偿绕组等腰梯形磁势波的幅值。

确定补偿绕组齿槽数时应使补偿绕组齿节距与电枢绕组齿节距相差 10% 以上，否则将引起强烈的电磁振动与噪音。

补偿绕组会使电枢绕组电感减小。因为从电机输入端看进去正串的是电枢绕组，隔着  $q$  轴气隙相对的还有反串的补偿绕组。补偿绕组匝数与电枢绕组匝数之比约等于电机主极极弧系数。相当于计算电感的等效匝数减小，电机回路总电感要减小，这对由可控硅电源供电的电动机来说，不利于电流脉动的抑制。

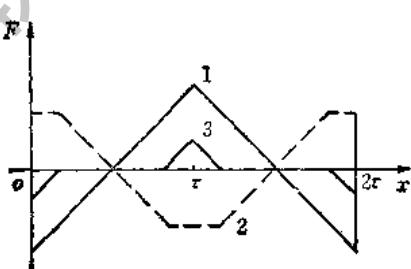


图 11-8

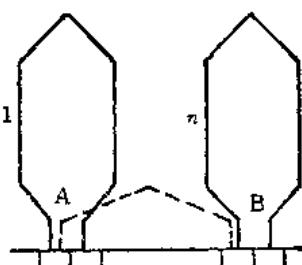


图 11-9

补偿绕组消除了片间电压不均匀，在选择气隙时可取式(11-18)计算结果的70%即可。

电机气隙的不均匀可导致不同极下主磁通不均匀，若电枢采用叠绕组会导致支路电势不均匀，严重影响各支路负载分配，为了消除磁路不平衡要联接甲种均压线。在复波、复叠绕组中由于电刷与换向器接触不稳定会造成电路不平衡也会影响各支路负载分配，此时应联接乙种均压线。均压线示意图如图11-9。图中元件1边上A点与元件n边上B点为理想均衡状态之等电位点，在换向器端用图中虚线所示的均压线将A、B两点连在一起。依此类推，可将全部存在的等电位点全联接。也可只联其中一部分，但要保持联接的对称性。否则即影响均压效果又会造成机械上的不平衡。均压线截面积一般为线圈导体截面积的三分之一左右。

在大容量电机中有可能会用到对称双路叠绕组，其特征为满足下列4个条件的复叠绕组：

$$\frac{Q}{a} = \text{整数} \quad (11-23)$$

$$\frac{K}{a} = \text{整数} \quad (11-24)$$

$$y_1 = \frac{K}{2p} + 1 \quad (11-25)$$

$$y_2 = \frac{K}{2p} - 1 \quad (11-26)$$

式中  $Q$ —电枢槽数； $a$ —支路对数，复叠绕组  $a = 2p$ ； $K$ —换向片数； $p$ —极对数。

$y_1$ 、 $y_2$  为图11-10中线圈相应之节距。这样的双路绕组，两个回路之间有等电位点。如图中第一回路第一个线圈的A点与第二回路第二个线圈的B点就是等电位点。可联接均压线如图中虚线AB所示。同理C点与D点也是等电位点，这种均压线满额有 $K$ 根，称

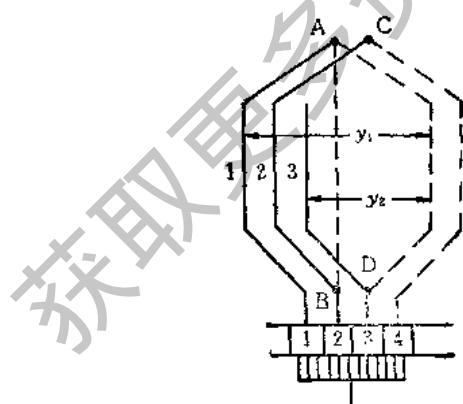


图 11-10

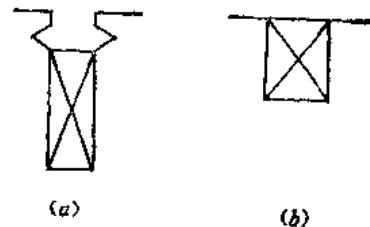


图 11-11

为丙种均压线。这种均压线同时起甲、乙两种均压线的作用。它还有一个突出优点，即在换向过程中如第一线圈换向时由均压线AB将其分割成两个回路，每个回路只有一个导

体边的电势作为自感电势存在，其数值为线圈自感电势的一半。这对解决大容量电机换向问题很有利。其突出缺点为均压点在电枢两端，均压线联接时要穿过电枢铁心整个轴向长度(沿着电枢铁心内沿)。使均压线绝缘、固定结构复杂，影响电机通风散热。

为了减小换向火花，关键因素在于减小换向元件的自感互感电势  $E_L$ 。在式 (11-22) 中参数  $L$ 、 $M$  的数值可以通过槽形设计控制。一般电机槽形如图 11-11(a)，图中槽口放置槽楔部分在自感互感系数的计算中影响很大。新槽形如 11-11(b) 没有槽楔部分。槽内导体的固定采用无纬玻璃丝带涂环氧树脂固化成玻璃钢箍环固定。转子槽形设计或槽宽较大、槽高较小的槽形，要求转子槽内导体采用较高电密，减小导体截面以减小槽高。同时为了保证效率及冷却，线圈端接联线采用较大截面形成变截面线圈。采用此线圈可使  $L$ 、 $M$  参数降为正常槽形相应参数的一半左右。线圈制造工艺较复杂。

当电机采用可控硅整流电源供电或电机负载经常作脉冲性变化时(如轧钢机负载)，负载电流变化较快时，若换向极铁心为实心整块钢结构会使换向极磁通滞后于电枢电流产生的换向极磁势，这当然不利于换向性能。为了消除这个滞后效应，在这种电机中，将定子机座、换向极铁心均制造成叠片型，削弱磁通变化时这些部件中涡流所产生的使磁通滞后的效应。

## 第十二章 永磁电机的设计特点

### 第一节 概 述

永磁电机是用永久磁钢代替一般电机中用直流电流流过激磁线圈产生直流磁场的电机。例如用磁钢代替同步机激磁线圈的叫永磁交流发电机。用磁钢代替直流电动机激磁线圈的叫永磁直流电动机。永磁交流发电机结构示意图为图 12-1。图中画的是 4 极凸极电机转子，其直流磁场是由 4 块磁钢产生的。这种电机的优点是省掉了滑环、电刷、转子激磁绕组。节约成本、降低损耗、提高效率。由于滑环电刷运行时需经常维护，免除这些部件则提高了运行可靠性。缺点为磁钢激磁不可调节，会影响运行性能。一般磁钢磁场强度不够大，而高性能磁钢价格又比较贵。随着生产技术发展，高性能磁钢价格会不断下降，这种电机生产很有前途。永磁电机主要用于小容量励磁机、风力发电机、录音机、拖动电机、吹风机、玩具电机等。

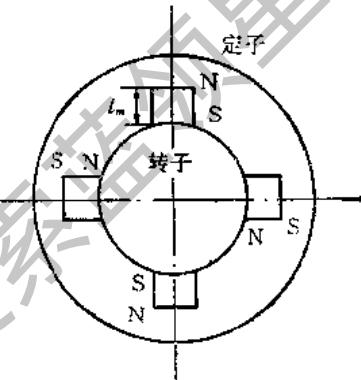


图 12-1

### 第二节 永久磁钢工作原理及性能稳定措施

一块磁钢要具有磁性首先要充磁，其示意图如图 12-2(a) 所示，图中  $E$  为可调压直流电源。磁钢沿磁化方向的长度为  $L_m$ 。先将其放在充磁机夹件中夹紧。夹件

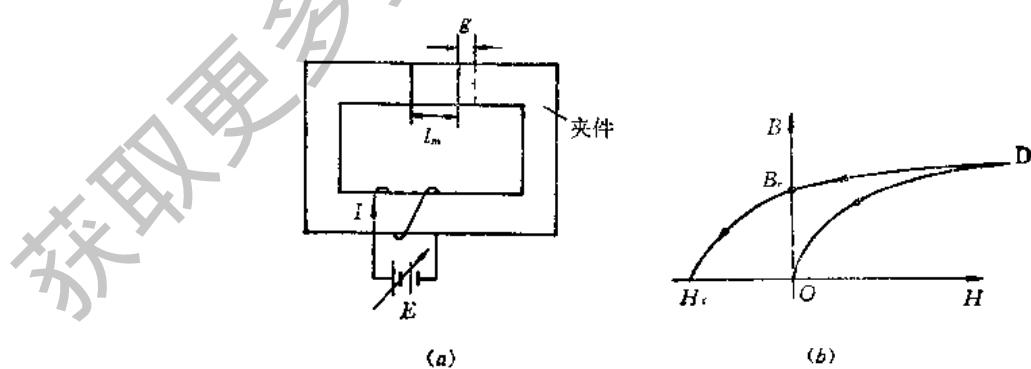


图 12-2

用低碳钢制作。假定全部激磁磁势都降落在磁钢长度上。磁钢在充磁过程中磁化曲线为图 12-2(b)。激磁电流由零增至电流最大值时，磁化曲线的磁通密度由  $O$  点上升至  $D$

点。磁钢内部磁密已达饱和状态。当激磁电流调回到零值时，磁化曲线并不是沿着上升的曲线回复至O点，而是由D点降至B<sub>r</sub>点。B<sub>r</sub>称为剩余磁密。将激磁电流反方向增加其数值，可调整到磁钢内磁密为零，此时相应的磁场强度为H<sub>c</sub>，称为磁钢矫顽力。相应工作点即为图中横坐标上之H<sub>w</sub>点。我们称图中第二象限那一段磁化曲线为退磁曲线。磁钢的工作区就在这一部分。实际生产应用中是不会使磁钢在充磁机中退磁的，磁钢充磁后电流回复到零即可将磁钢从夹件中取出，这时磁钢已经具有了强力的剩余磁密。为了形象地说明工作点确定的物理过程，我们假定是按下列程序取出磁钢的：令夹件某一侧与磁钢出现均匀气隙g如图12-2(a)中虚线位置所示。这时在气隙中应该有一定的磁密值，我们称它为B。根据磁通连续性原理此时磁钢内部磁密也应为B。问题在于我们如何求出此时B的具体数值呢？为了说明问题方便，将B-H坐标的退磁曲线转化为Φ-F坐标。其中Φ为磁通量，F为磁动势，此曲线如图12-3。磁钢所提供的磁通量

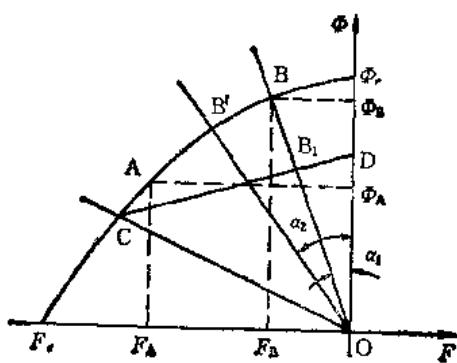


图 12-3

上任何一点都对应一定的去磁状态。如A点说明充好磁的磁钢在去磁动势F<sub>A</sub>的作用下仍能保持Φ<sub>A</sub>的剩余磁通量。换一种说法，即当磁钢剩余磁通量由Φ<sub>r</sub>降为Φ<sub>A</sub>时，磁钢能提供一个沿磁化方向的磁动势大小为F<sub>A</sub>，抵消了磁回路中同样大小的外加去磁磁动势F<sub>A</sub>的作用。当外界没有外加去磁磁动势的时候，剩余磁通由Φ<sub>r</sub>变至Φ<sub>A</sub>时磁钢仍然提供一个沿磁化方向的磁动势大小为F<sub>A</sub>，这个磁动势用来平衡磁钢与夹件中间拉开一个气隙g上所形成磁阻的磁位降落。气隙上的磁位降落F与气隙磁通Φ成正比，即

$$\Phi = \frac{F}{g} \mu_0 S \quad (12-5)$$

式中 S——气隙导磁截面积。一般应等于磁钢导磁截面积。

将上式的 $\frac{1}{g} \mu_0 S$ 看作常数K，实际上K就是气隙磁路的磁导。磁导与磁路面积成正比与磁路长度g成反比，与导磁率μ<sub>0</sub>成正比。为便于图解法求工作点我们将K值以三角函数表示，令 $K = 1/\tan \alpha_1$ 则

$$\Phi = F \frac{1}{\tan \alpha_1} \quad (12-6)$$

将上式之Φ正比于F的直线函数图形表示在图12-3上，得到一条与纵坐标夹角为α<sub>1</sub>的直线OB，我们称为气隙线，其与退磁曲线的交点B就工作点。气隙上的磁通等于磁

$$\Phi = BS \quad (12-1)$$

曲线中最大剩余磁通为Φ<sub>r</sub>，有

$$\Phi_r = B_r S \quad (12-2)$$

$$F = H I_m \quad (12-3)$$

式中 F——反向退磁磁动势；H——反向退磁磁场强度。

曲线中F<sub>c</sub>为对应矫顽力的磁动势，有

$$F_c = H_c I_m \quad (12-4)$$

图12-3的退磁曲线就是图12-2(b)退磁曲线纵、横坐标各按一定比例变化后形成的。曲线

钢提供的磁通  $\Phi_B$  小于  $\Phi_{r0}$ 。磁钢提供的磁动势与气隙磁路消耗的磁势相平衡，大小都是  $F_B$ 。当气隙变化为  $2g$  时只需再作一条直线其与纵坐标夹角为  $\alpha_2$ ，令  $\operatorname{tg} \alpha_2 = 2 \operatorname{tg} \alpha_1$ ，即可得新工作点为图 12-3 中的  $B'$ 。当磁钢从夹件中取出时，并不能认为气隙磁阻为无穷大，此时磁通全部是在空气回路中闭合的，对应的磁导肯定不为零，工作点如图 12-3 中之 C 点。将已经脱离夹件的磁钢再装回到夹件中去，并逐步减小夹件与磁钢的气隙数值时，其相应的各工作点并不沿原来的曲线  $CAB'B$  上升回复原来的初始状态，而是沿一条直线  $CD$  上升，这条直线称为次磁滞回线，其斜率与退磁曲线  $\Phi_r$  处之斜率相同。再将磁钢放入夹件其工作点沿  $CD$  变化至 D 点，我们称次磁滞回线是稳定的。在生产中将充好磁的磁钢由夹件中取出，装入电机中去形成电机气隙  $g$ ，磁钢应工作在稳定的次磁滞回线上。磁钢装配前放置于空气中一段时间以获得磁钢特性应用时的重复性、稳定性，这就是磁钢特性稳定措施。因为放置于空气中相当主磁路开路，所以上述措施称为开路稳定。当电机检修时抽出转子磁钢又处于图 12-3 中的 C 工作点。检修完装配电机后仍维持原来气隙值，磁钢工作点不变，电机性能检修前后维持不变。

### 第三节 磁钢工作点及性能指标

图 12-3 中当气隙为  $g$  时，气隙线与退磁曲线交点为  $B$ 。当磁钢开路稳定之后次磁滞回线与气隙线交点为  $B_1$ 。我们可认为  $B_1$  为电机工作点。实际电机铁心有饱和，不能认为电机磁回路磁阻就等于气隙磁阻。另外电机带负荷后电枢反应磁势的纵、横轴分量对磁钢工作点有何影响也必须研究清楚。图 12-4 用图解法讨论了上述的两个问题。图中 CD 线为次磁滞回线， $OB_1$  为气隙线。考虑铁心磁阻的电机磁化特性以曲线  $OE$  表示。磁通量越大，铁心磁路越饱和， $OE$  与  $OB_1$  两条曲线差别越大。E 点为电机的空载工作点。对于交流同步发电机，带阻抗性负载，其纵轴电枢反应磁势  $F_{sd}$  为去磁效应，在横坐标轴上量  $OG$  令其等于  $F_{sd}$ ，将  $OE$  曲线平移至 G 点形成  $GF$  曲线，F 点即为带负荷运行的磁钢工作点。此时磁钢提供的磁动势一部分与  $F_{sd}$  相互抵消，另一部分平衡磁回路所需的磁位降落。横轴电枢反应磁势为交轴效应，对磁钢运行点没什么影响。从图中可看出由于  $F_{sd}$  的作用工作点由 E 变至 F 点。由于 DC 斜率不同带负载后会产生不同的电压降。我们希望 DC 直线越接近水平线越好。若 DC 平行横坐标轴则空载、负载之间气隙磁通量不会有变化。空载运行与负载运行时电压不会有太大变化，只差一个漏阻抗压降的大小。要使 DC 线越于水平有两个措施。第一种方法使磁钢的长度  $l_m$  增加，若  $l_m$  增加一倍，由式 (12-4) 可算出新的退磁曲线对应矫顽力的磁动势  $F_r$  也增加一倍如图 12-4 中  $F'_r$ 。因为剩余磁密不变则  $\Phi_r$  不变，新曲线之 D 点不变，直线 DC 变为虚线  $DC'$ ，空载运行点为  $E'$ ，负载运行点为  $F'$ ，空载至负载电压降落不大，电机外特

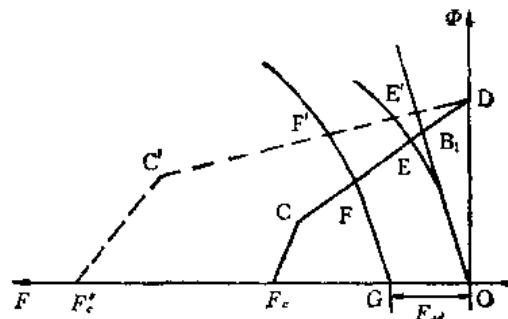


图 12-4

性较硬,但磁钢材料消耗增加了一倍。第二种方法是找一种好的材料,剩余磁密相同,但矫顽力要提高。若矫顽力提高一倍,即新材料矫顽力  $H'_r$  为老材料  $H_r$  的两倍,磁钢长度  $l_m$  不变仍可作到  $F'_r = 2F_r$ 。新曲线之特性与虚线 DC' 完全一样。磁钢体积没有增加,电机性能改善了。但新材料一般价格要贵一些,故电机成本也要有所上升。通过以上两种方法的讨论可得出以下结论。若两种磁钢剩余磁密不变,矫顽力差 K 倍,欲得到相同的工作特性曲线,矫顽力高的磁钢长度仅为矫顽力低的磁钢长度的  $K$  分之一即可。其消耗材料重量、体积比也维持同样比例。

通过以上分析清楚看到,磁钢剩余磁密是重要指标,矫顽力也同等重要。磁钢新材料

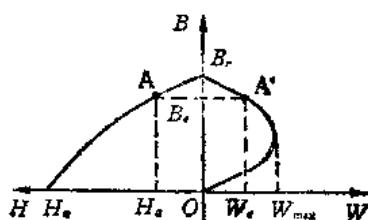


图 12-5

研究方向就是获取高剩余磁密、高矫顽力的磁钢。为了评价磁钢性能我们定义一个物理量叫磁能积以符号  $W$  表示。其定义为退磁曲线上磁钢工作点的磁通密度  $B$  与该点磁场强度  $H$  的乘积。 $H$ 、 $B$ 、 $W$  的函数关系图示于图 12-5。图中纵坐标为磁密,左侧横坐标为磁场强度,右侧横坐标为磁能积。第二象限之曲线为磁钢退磁曲线,不是次磁滞回线。若磁钢工作点为 A,磁密为  $B_r$ ,磁场强度为  $H_r$ ,磁能积为  $W_r$ ,有

$$W_r = B_r H_r$$

第一象限之曲线为磁能积曲线。有一个工作点 A, 对应一定的磁密  $B_r$ , 有一定磁能积  $W_r$ , 对应于曲线上的 A' 点。 $B = B_r$  时, 磁场强度为零, 磁能积也等于零。 $H = H_r$  时, 磁密等于零, 磁能积也等于零。每种磁钢材料有一条特定的磁能积曲线有一个最大磁能积, 以符号  $W_{max}$  表示, 如图 12-5 曲线中所示。我们认为  $W_{max}$  反映了磁钢性能的综合水平。 $W_{max}$  越高磁钢性能越好。我们希望电机中磁钢工作点接近  $W_{max}$  点, 这样磁钢的能量利用最充分。磁钢特性三个主要指标为  $B_r$ 、 $H_r$ 、 $W_{max}$ 。表 12-1 列举了几种主要的磁钢性能。

表 12-1

材 料	$B_r/T$	$H_r/A \cdot m^{-1}$	$W_{max}/T \cdot A \cdot m^{-1}$
锶钡铁氧体	0.3	$1.6 \times 10^3$	$2.4 \times 10^4$
铝镍钴	1.3	$5.4 \times 10^3$	$4.0 \times 10^4$
稀土钴	1.0	$6.4 \times 10^3$	$3.2 \times 10^4$

实际应用中,锶钡铁氧体使用最普遍,价格最低,加工简单但性能不太理想。铝镍钴太脆不易加工,较少被采用。稀土类磁钢如钕铁硼等,性能很好但价格较贵是很有前途的磁钢材料。今以铁氧体与稀土钴进行对比。有一电机用铁氧体产生磁通量为  $\Phi$ 。今以稀土钴代之,产生同样磁通量磁钢截面积只需铁氧体截面的  $1/3.3$ , 这是因为两种材料剩余磁密差 3.3 倍。同理若欲得到相等的矫顽磁动势  $F_r$ , 稀土钴磁钢的长度仅为铁氧体磁钢长度的四分之一, 这是因为稀土钴矫顽力为铁氧体的 4 倍。稀土磁钢的体积为铁氧体体积的  $1/13.2(13.2 = 4 \times 3.3)$ 。这两种情况下次磁滞回线近似为一个共同的特性曲线。材料用量和最大磁能积成反比。上例充分说明了  $W_{max}$  是一个综合技术性能指标。

## 第四节 永磁电机的特殊问题

交流永磁发电机在运行过程中会出现突然短路故障，此时冲击电流瞬时值相当大，产生很大的去磁安匝  $F''_{ad}$ ，在  $F''_{ad}$  的作用下磁钢瞬时工作点为图 12-6 中的 C' 点。当 C' 点低于磁钢空载稳定工作点 C 时，突然短路故障消除后其工作特性不再是空载稳定的 CD 线，而是新的次磁滞回线 C'D'。这条线与 CD 线平行称为短路稳定后的特性曲线。若  $F''_{ad}$  不太大，C' 点不低于 C 点，短路故障消除后工作特性曲线仍为 CD 线。一般情况下空载稳定措施已足够可靠。

在计算永磁电机参数时，要计算电枢反应磁势的作用。例如  $x_{ad}$  这个参数就反映了纵轴单位电枢电流磁链数，纵轴磁路是通过磁钢本身的（见图 12-1）。此时磁钢的磁阻如何计算是一个关键问题。对于一般同步电机转子纵轴磁阻主要是气隙磁阻，转子极身为低碳钢板作成，磁阻很小可忽略。而对于永磁同步电机纵轴磁阻除气隙外，磁钢厚度  $l_m$  也是一个不可忽略的磁阻。见图 12-1。我们假定磁钢工作点为 A，图 12-7 给出磁钢工

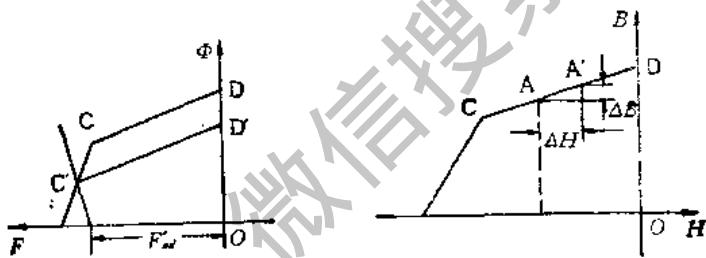


图 12-6

图 12-7

作特性曲线相应的  $B-H$  曲线。空载稳定后工作特性曲线 CD 为直线，由于外界电枢反应的作用使磁钢运行点由 A 变化至 A' 点，形成一个磁场强度的增量  $\Delta H$ ，由图中可找到相应的磁通密度增量  $\Delta B$ 。我们定义

$$\mu' = \frac{\Delta B}{\Delta H} \quad (12-7)$$

$\mu'$  即称为磁钢动态导磁率。

因为磁钢的工作曲线 CD 为直线，所以其动态导磁率为常数。一般情况下其数值约为  $1.2\mu_0$ ， $\mu_0$  为空气导磁率。这样我们可得到结论，图 12-1 结构的同步电机其  $x_{ad}$  与  $x_{ee}$  无明显区别，且其参数均较一般同步电机参数值为小。将图 12-1 中磁钢磁阻看作一个等效气隙长  $g'$ ，由式(12-7)得

$$g' = \frac{l_m}{1.2} \quad (12-8)$$

由上式知永磁电机纵轴磁路中磁钢的磁阻比空气隙磁阻要大，所以永磁电机  $x_{ad}$  很小，电枢反应产生的磁链数小，也就是电枢电流所引起的电压降落小，这正好弥补了永磁机励磁不便于调节的缺陷。

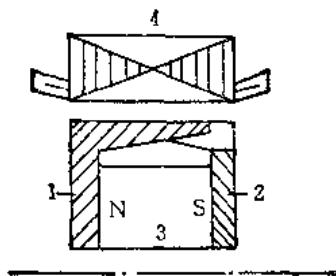


图 12-8

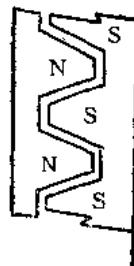


图 12-9

下面我们介绍一种常见的永磁电机结构——爪极电机。其结构示意图主视图如图 12-8。图中部件 1 为左侧爪极极板，部件 2 为右侧爪极极板。这两块极板形状完全一样。部件 3 为一块圆盘形永久磁钢，充磁时其左端面为 N 极，右端平面为 S 极。部件 4 是一个同步电机定子。图 12-9 为左、右两块爪极极板俯视图的局部展开图。与磁钢左端面相接触的左极板应呈 N 极极性，在此极板上的 K 个等腰梯形的极靴在气隙处形成 K 个 N 极。永久磁钢产生的主磁通经过 K 个 N 极通过空气隙进入电机定子铁心。同理与磁钢右端面接触的极板呈 S 极极性，也有相应的 K 个等腰梯形形状的极靴。主磁通经铁心到气隙再经过 S 极的极靴流通到永久磁钢 S 极形成闭合回路。这种结构使一块盘形磁钢的磁通在气隙处形成 K 个并联的磁通支路，相当于电机为 K 对极。在极数较多时此结构较图 12-1 的结构制造工艺大为简化。但在设计爪极电机时要注意以下问题。

(1) 极靴应作成等腰梯形。调整其上、下底的比可得到一个最佳比例，在此极靴形状下定子绕组感应电势波形接近于正弦波。此比例之确定可参考汽轮发电机调整分度比  $r$  以获得正弦波形磁密波的分析方法。

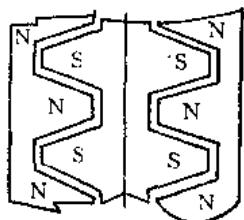


图 12-10

(2) 图 12-9 中左、右两块极板安装时，在相应的 N、S 极极靴处一定要留有足够的间隙。这个间隙直接影响转子极靴漏磁通的大小。间隙太小漏磁通太大，当总磁通基本不变时会削弱主磁通。此间隙过大削弱了极靴导磁面积也会削弱主磁通。设计时，对此间隙应进行优化选择。其判据是获得最大主磁通。

(3) 当电机系列化设计需调整铁心长度以改变电机容量时，可采用磁钢并联的方法。即采用图 12-9 所示磁钢单元结构两个并在一起就可使铁心长度增加一倍，电机主磁通也增加一倍，其示意图如图 12-10。装配时，注意保证两组磁钢对应极靴中心线要对准，并且要使两组磁钢的极性要互相顶住，即磁钢中间相结合的地方应为 S 极对 S 极或 N 极对 N 极。才能获得磁钢并联效应，使主磁通增加一倍。

## 第十三章 变压器设计

### 第一节 变压器的主要尺寸

三相三铁心柱变压器结构示意图如图 13-1，铁心柱直径  $D$  为主要尺寸之一，另一个主要尺寸为高、低压绕组的高度  $L$ 。所谓铁心柱直径实际应称为铁心横截面外接圆直径，因为铁心由硅钢片叠成，只能叠成阶梯形，如图 13-2 所示，图中画出了一个由三种尺寸的硅钢片叠成的阶梯形，其外接圆直径为  $D$ ，铁心柱导磁截面积为  $S_c$ ，有

$$S_c = k_c \frac{\pi}{4} D^2 \quad (13-1)$$

式中  $k_c$ ——阶梯形净铁心导磁截面积与外接圆面积之比。在变压器设计程序中均有表可查。 $k_c$  小于 1 的原因有两个，一个是阶梯形几何面积与外接圆几何面积之比，另一个因素为用 0.35mm 硅钢片涂漆后叠成的阶梯形，其净铁心导磁截面积与阶梯形几何面积之比。一相绕组的感应电势为

$$E = 4.44 f W \Phi \quad (13-2)$$

$$\Phi = B_c S_c \times 10^{-4} \quad (13-3)$$

式中  $B_c$ ——铁心柱磁密，一般在 1.5T 左右； $S_c$  单位为  $\text{cm}^2$ 。



图 13-1

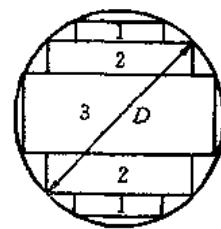


图 13-2

在电机设计中我们知道线负荷  $A$  的作用；其重要性及其对电机性能的影响可以和磁密的重要性相当，在变压器设计中同样也有线负荷  $A$ ，只不过其定义与旋转电机线负荷的定义不完全相同。其定义函数方程式为

$$A = \frac{WI}{L} \quad (13-4)$$

式中  $A$ ——变压器的线负荷，单位为  $\text{A}/\text{cm}$ ； $W$ ——变压器一相高压（或低压）绕组的匝数； $I$ ——变压器高压（或低压）绕组的相电流，应与式中的匝数相对应； $L$ ——单位为  $\text{cm}$ 。

$A$  的物理概念为沿绕组高度方向单位长度所分配到的安培导体数。

将 (13-4) 式整理得

$$I = \frac{AL}{V} \quad (13-5)$$

变压器电磁容量

$$P = mEI \times 10^{-3} \quad (13-6)$$

式中  $P$  —— 单位为 kVA  $m$  —— 变压器相数。

将式(13-1), (13-2), (13-3), (13-5)代入式(13-6)整理得

$$D^2 L = \frac{P}{f} \frac{10^7}{1.11 m \pi B_c A k_c} \quad (13-7)$$

考虑到绕组的漏阻抗压降的作用, 相电势  $E$  与相电压  $U$  并不相等, 有

$$E = k_E U \quad (13-8)$$

式中  $k_E$  —— 电势系数, 一般变压器漏阻抗标么值很小, 故  $k_E$  非常接近于 1。

将式(13-8)代入式(13-6)得

$$P = k_E P_H \quad (13-9)$$

式中  $P_H$  —— 变压器容量, 单位为 kVA。

$$P = k_E m U I \times 10^{-3} \quad (13-10)$$

将式(13-9)代入式(13-7)得

$$m D^2 L = \frac{P_H}{f} \frac{2.85 k_E \times 10^6}{B_c A k_c} \quad (13-11)$$

将上式与三相异步电动机主要尺寸公式(2-12)相比较, 函数形式非常相似, 只不过其中电机用气隙磁密  $B_g$ ; 变压器用铁心柱磁密  $B_c$ ; 旋转电机用同步速  $n_1$ , 变压器用交流频率  $f$ ; 旋转电机用定子内径, 变压器用铁心柱外接圆直径。

当变压器容量变化时, 若主要尺寸  $D$ 、 $L$  及变压器绕组宽度  $a$  (如图 13-1)均按同一个比例而变化, 这时变压器容量与变压器尺寸之间符合下面函数关系, 即

$$P_H \propto L^4 \quad (13-12)$$

式中  $L$  —— 变压器主要尺寸中的任意一个尺寸。

从图 13-1 看出绕组的铜线面积正比于  $a$  与  $L$  的乘积; 绕组电流密度不变时, 绕组的安匝数正比于  $a$  与  $L$  的乘积, 将此结论代入到式(13-4)中去可得

$$A \propto a \quad (13-13)$$

当变压器几何尺寸相似时我们认为

$$A \propto L \quad (13-14)$$

将式(13-11)整理得

$$m D^2 L A = \frac{P_H}{f} \frac{2.85 k_E \times 10^6}{B_c k_c} \quad (13-15)$$

将式(13-14)代入到式(13-15)中去得

$$P_H \propto L^4 \quad (13-16)$$

此结论与三相异步电动机设计中的式(2-19)完全一致。变压器设计中也存在与三相异步电动机相同的规律。即

$$G_{p_1} \propto L^3 \quad (13-17)$$

$$G_{cu} \propto L^3 \quad (13-18)$$

式中  $G_{fe}$  —— 变压器铁心重量;  $G_{cu}$  —— 变压器绕组铜重。

将式(13-16)、(13-17)、(13-18)综合在一起分析,可得出以下结论: 大容量变压器单位容量消耗材料少,单位容量成本低,单位容量损耗小则效率较小容量变压器要高。故高电压大容量变压器在电网中广泛被采用。

式(13-11)便于和旋转电机对比,此公式在实际应用中对三相三铁心柱式变压器有一定参考价值,式中  $mD^2L$  项代表了三个铁心柱的总体积。若对单相变压器应代入  $m$  等于 1,但实际上单相变压器肯定有两个铁心柱,这样  $mD^2L$  的意义就不太明确了。所以在一般变压器主要尺寸确定时,若为定性分析,考虑几何相似定律对变压器设计指标的影响,用式(13-11)完全可以。若在工业中确定某一个具体变压器的尺寸,我们介绍下面的方法,即限制变压器短路电压确定主要尺寸的方法。

## 第二节 变压器漏电抗计算

电力变压器漏阻抗参数中电抗是主要成分,故产生线路压降,限制短路电流都与漏电抗这个参数直接相关,确定主要尺寸时,应考虑到漏电抗参数所确定的短路电压  $U_k$  能够满足国家标准要求,这是非常重要的,所以我们要详细分析漏抗压降、短路电压与主要尺寸的关系。

图 13-3 画出变压器漏磁通分布示意图。

忽略激磁电流,则额定运行时原、副边绕组磁动势相等,即

$$W_1 I_1 = W_2 I_2 \quad (13-19)$$

式中  $W_1$  —— 低压绕组匝数;  $W_2$  —— 高压绕组匝数;  
 $I_1$  —— 低压绕组额定电流;  $I_2$  —— 高压绕组额定电流。

漏磁磁动势空间分布图如图 13-4 所示,图中坐标原点在低压绕组内圆处,纵坐标为磁动势,磁动势沿空间分布为梯形。在低压绕组的尺寸  $a_1$  范围内  $x$  变化时磁动势与  $x$  成正比变化,在  $a_{12}$  的尺寸范围内磁动势是一个常数、分析  $a_2$  尺寸范围内磁动势的变化时我们最好将坐标原点放在高压绕组的外圆处。如图 13-5 所示,此时磁动势亦随  $x$  正比变化,所以我们说磁动势波形为一个梯形。首先分析低压绕组漏磁通所产生的低压绕组

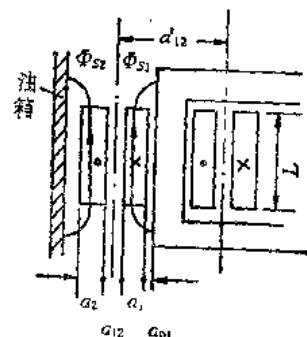


图 13-3

$a_1$  — 低压绕组宽度;  $a_2$  — 高压绕组宽度;  $a_0$  — 高低压绕组中的间隙;  $a_{12}$  — 低压绕组对铁心柱的绝缘距离;  $d_{12}$  — 高、低压绕组的平均直径;  $\Phi_{s1}, \Phi_{s2}$  — 低、高压绕组漏磁通

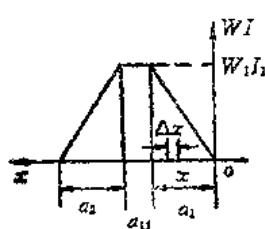


图 13-4

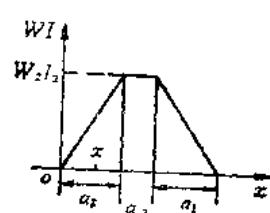


图 13-5

漏电抗。参考图 13-4，在距坐标原点  $x$  距离处磁动势为  $\frac{W_1 I_1}{a_1} x$ ，该处的磁场强度即为

$$H_x = \frac{W_1 I_1}{a_1} x \frac{1}{L} \quad (13-20)$$

式中  $L$ ——绕组高度，我们假设铁心柱磁路不消耗磁动势，全部磁动势都降落在绕组高度的直线尺寸上。 $H_x$ —— $x$  坐标处的磁场强度。

$x$  处之磁通密度

$$B_x = \mu_0 H_x \quad (13-21)$$

在  $x$  处取一个增量  $\Delta x$ ；则

$$\Phi_{\Delta x} = B_x \pi (D + 2a_{11} + 2x) \Delta x \quad (13-22)$$

式中  $\Phi_{\Delta x}$ ——以  $\Delta x$  为宽度的一个圆环面积上的漏磁通量，为简化计算我们作下列近似，认为

$$\Phi_{\Delta x} = B_x \pi d_{12} \Delta x \quad (13-23)$$

$$d_{12} = D + 2a_{11} + 2a_1 + a_{12} \quad (13-24)$$

$$\Psi_{\Delta x} = \frac{W_1}{a_1} x \Phi_{\Delta x} \quad (13-25)$$

式中  $\Psi_{\Delta x}$ —— $\Phi_{\Delta x}$  所产生的局部磁链，它只链着  $\frac{W_1}{a_1} x$  这么多匝。

$$\Psi_1 = \int_0^{a_1} \Psi_{\Delta x} \quad (13-26)$$

式中  $\Psi_1$ —— $a_1$  尺寸部分所形成的低压线圈漏磁链。

将式(13-20)、(13-21)、(13-23)、(13-24)、(13-25)一齐代入到(13-26)并得出积分结果得

$$\Psi_1 = \mu_0 W_1^2 I_1 \frac{\pi d_{12}}{L} \cdot \frac{a_1}{3} \quad (13-27)$$

参看图 13-3 我们认为  $a_{12}$  部分的漏磁通一半只链着低压绕组为  $\Phi_{s1}$  的一部分，一半只链着高压线圈为  $\Phi_{s2}$  的一部分。仿照式(13-20)至式(13-27)，在  $a_{12}/2$  尺寸范围内低压线圈漏磁链为

$$\Psi'_1 = \mu_0 W_1^2 I_1 \frac{\pi d_{12}}{L} \cdot \frac{a_{12}}{2} \quad (13-28)$$

$$\Psi_{s1} = \Psi_1 + \Psi'_1$$

$$\Psi_{s1} = \mu_0 W_1^2 I_1 \frac{\pi d_{12}}{L} \left( \frac{a_1}{3} + \frac{a_{12}}{2} \right) \quad (13-29)$$

式中  $\Psi_{s1}$ ——低压线圈全部漏磁链。

根据电感系数的定义我们取单位电流的磁链数为

$$L_{s1} = \frac{\Psi_{s1}}{I_1}$$

$$L_{s1} = \mu_0 W_1^2 \frac{\pi d_{12}}{L} \left( \frac{a_1}{3} + \frac{a_{12}}{2} \right) \quad (13-30)$$

式中  $L_{s1}$ ——低压线圈漏电感系数,单位为  $1 \times 10^{-8} \text{ H}$ 。

则低压线圈漏电抗

$$x_{s1} = \omega L_{s1} \times 10^{-8}$$

$$x_{s1} = 2\pi f \mu_0 W_1^2 \frac{\pi d_{12}}{L} \left( \frac{a_1}{3} + \frac{a_{12}}{2} \right) \times 10^{-8} \quad (13-31)$$

将上式中  $\mu_0$  以  $0.4\pi$  代入,整理得

$$x_{s1} = 7.9 W_1^2 f \frac{\pi d_{12}}{L} \left( \frac{a_1}{3} + \frac{a_{12}}{2} \right) \times 10^{-8} \quad (13-32)$$

参考图 13-5,对照公式(13-20)等,可依样推导出高压线圈漏电抗

$$x_{s2} = 7.9 W_2^2 f \frac{\pi d_{12}}{L} \left( \frac{a_2}{3} + \frac{a_{12}}{2} \right) \times 10^{-8} \quad (13-33)$$

变压器变比

$$k = \frac{W_2}{W_1} \quad (13-34)$$

高压线圈漏电抗折合到低压边的折合值

$$x'_{s2} = \frac{x_{s2}}{k^2} \quad (13-35)$$

短路电抗

$$x_k = x_{s1} + x'_{s2} \quad (13-36)$$

将式(13-32)、(13-34)、(13-35)代入(13-36)式得

$$x_k = 7.9 f W_1^2 \frac{\pi d_{12}}{L} \left( \frac{a_1 + a_2}{3} + a_{12} \right) \times 10^{-8} \quad (13-37)$$

令  $\beta = \frac{\pi d_{12}}{L}$ ,  $a_p = \frac{a_1 + a_2}{3} + a_{12}$ , 可将上式简化为

$$x_k = 7.9 f W_1^2 \beta a_p \times 10^{-8} \quad (13-38)$$

在实际中,漏磁路的长度应比绕组高度略长一些,我们以一个工程系数  $k_R$  等效处理这个问题,认为漏磁路的等效长度为  $L/k_R$ ,一般  $k_R$  为 0.95 左右,我们以  $L/k_R$  代替式(13-37)中的参数  $L$ ,可得

$$x_k = 7.9 f W_1^2 \beta a_p k_R \times 10^{-8} \quad (13-39)$$

我们定义  $u_p$  为短路电抗压降的百分值,即

$$u_p = \frac{I_1 x_k}{U_1} \times 100 \%$$

将(13-39)式代入上式并整理得

$$I_1 = \frac{U_1 u_p \times 10^8}{7.9 f W_1^2 \beta a_p k_R} \quad (13-40)$$

$$U_1 = W_1 u_B \quad (13-41)$$

式中  $u_B$ ——每一匝的电压降,其数值与每匝电动势相当。

将式(13-41)代入式(13-40)得

$$I_1 = \frac{u_B u_p 10^5}{7.9 f W_1 \beta a_p k_R} \quad (13-42)$$

$$u_B = 4.44 / B_c S_c \times 10^{-4} \quad (13-43)$$

$$P'' = U_1 I_1 \times 10^{-3} \quad (13-44)$$

式中  $P''$ ——每相容量,对三相三铁心柱变压器来讲也就是每柱容量,单位为 kVA。

将式(13-1)、(13-41)、(13-42)、(13-43)代入(13-44)式,整理得

$$D^4 = 6.414 \times 10^4 \times \frac{P'' \beta a_p k_R}{f u_p B_c^2 k_c^2} \quad (13-45)$$

上式整理得

$$D = 16 \sqrt[4]{\frac{P'' \beta a_p k_R}{f u_p B_c^2 k_c^2}} \quad (13-46)$$

式中  $D$ ——单位为 cm。

上式中  $P''$  由变压器容量确定。 $\beta$  初步选取 2.0 左右。 $a_p$  中之  $(a_1 + a_2)/3$  可初步选取为  $0.45 \sqrt{P''}$ ,  $a_p$  中之  $a_{12}$  由变压器容量及电压等级查相关设计参考资料可得。 $k_R$  选 0.95。 $f$  为 50Hz。 $u_p$  查国家标准  $u_k$  代入即可。 $B_c$  一般为  $1.45T \sim 1.65T$ ,  $k_c$  由铁心级数确定后查相关设计参考资料即可。

按式(13-46)确定主要尺寸有一个最大的优点,即按此尺寸设计出的变压器,其短路电压值基本符合国家标准要求。这是与旋转电机确定主要尺寸的主要区别。

在式(13-46)中  $u_p$  应为短路电压的无功分量。我们如果忽略短路电压的有功分量  $u_s$ ,就可用短路电压  $u_k$  代替公式中的  $u_p$ 。实际  $u_p$  是比较容易确定的,不需要作忽略  $u_s$  的假定。根据  $u_s$  的定义有

$$u_s = \frac{I_1 R_k}{U_1} \times 100 \quad (13-47)$$

$$P_k = m I_1^2 R_k \quad (13-48)$$

式中  $R_k$ ——变压器短路阻抗中的电阻分量;  $P_k$ ——变压器短路损耗,这个数值是国家标准规定限制的数据,可由相关标准给出。

$$P = m U_1 I_1 \times 10^{-3} \quad (13-49)$$

整理(13-49)式得

$$I_1 = \frac{P \times 10^3}{m U_1} \quad (13-50)$$

整理式(13-47)得

$$R_k = \frac{u_s U_1}{100 I_1} \quad (13-51)$$

将式(13-50)、(13-51)代入式(13-48)整理得

$$u_s = \frac{P_k}{10 P} \quad (13-52)$$

上式运算中特别要注意,  $P_k$  的单位要用 W,  $P$  的单位要用 kVA。按上式计算出的得数为 1 时,说明短路电压有功分量为额定电压的 1%。 $u_s, u_k$  已知则  $u_p$  可按下式计算:

$$u_s = \sqrt{u_k^2 - u_i^2} \quad (13-53)$$

用(13-53)式计算得到的  $u_s$  代入式(13-46)即可得较为准确的铁心柱直径  $D$ 。

利用经验公式计算  $a_1$ , 即

$$a_1 \approx 0.55 \sqrt{P'} \quad (13-54)$$

绝缘距离  $a_{01}, a_{02}$  可由设计资料查取, 将以上结果代入式(13-24)可计算  $d_{12}$  之数值。

根据  $\beta$  之定义可由下式计算  $L$  之数值, 即

$$L = \frac{\pi d_{12}}{\beta} \quad (13-55)$$

至此变压器主要尺寸  $D, L$  已初步确定, 这时绕组的宽度尺寸  $a_1, a_2$  尚为经验公式估算值, 在下面的绕组设计中就可以精确计算确定了。绕组宽度确定之后变压器轭部铁心的长度, 也就是变压器两铁心柱中心线的距离就确定了。所以变压器全部主要尺寸的精确确定要到绕组设计之后才能解决。

### 第三节 变压器绕组

变压器绕组的结构型式较多, 基本可归结为三种类型: 圆筒式、螺旋式和连续式。下面我们分别介绍其主要问题。

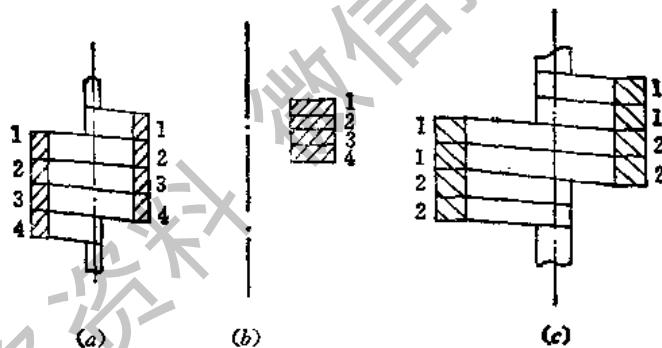


图 13-6

圆筒式绕组可用圆导线或扁导线绕成, 图 13-6 画的是单层圆筒式绕组, 图 13-6(a) 所示为 4 股扁导线平绕单层圆筒式绕组。这是最常见的一种形式。和平绕相对应的绕制方式为侧绕(或立绕), 示意图如图 13-6(b), 侧绕绕组绕制困难, 绕制过程中导线易发生扭曲变形, 且由于导线径向尺寸较大导线附加损耗亦较大(这点将在后面详细叙述), 一般不采用。

圆筒式绕组也可采用几股导体并联的方式, 为了使股线电流密度均匀分布, 并联导体应排列在线圈的轴向方向, 图 13-6(c) 所示为两股并联的两匝单层圆筒式线圈。

圆筒式绕组制造简单, 但并联股数一般不大于 3 股, 则电流容量较小, 适用于中小容量变压器。

螺旋式绕组一般为多股并联导体绕制而成, 图 13-7(a) 就是一个单列螺旋式绕组, 它

只有 3 匝，但每一匝是由尺寸相同的 5 股导体并联在一起绕制而成的，5 股导体的截面排列形式如图 13-7(b) 所示，每一股导线都是平绕，这样导体并联的方向使各股导体在绕组的径向尺寸上占据不同的位置，就会产生不同的漏磁链，导致各股线漏电抗数值不一样，电流密度也不会均匀。我们从图 13-4 知道漏磁通密度沿绕组径向尺寸  $a_1$  作线性分布，并联导体中靠近内圆处的那一股所链漏磁通最多。图 13-8 所示为一个 5 股并联的单列

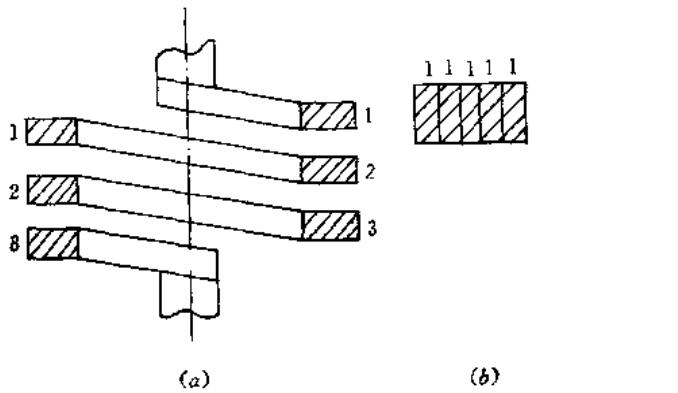


图 13-7

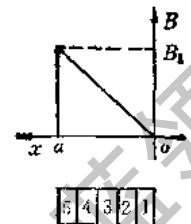


图 13-8

螺旋绕组股线与漏磁场相对空间位置图，第一股导体链着全部漏磁通，其平均磁密为  $B_1/2$ 。漏磁通对应面积为  $\pi d_{12}a_1$ ，我们叫它  $\Psi_1$ ，即

$$\Psi_1 = \pi d_{12}a_1 \frac{B_1}{2} \quad (13-56)$$

第二股导体链着漏磁链为  $\Psi_2$ ，与第一股导体所在空间的磁通之差。第一股导体所在空间对应漏磁通面积为  $\pi d_{12}a_1/5$ ，其平均磁密为  $B_1/10$ 。所以

$$\begin{aligned} \Psi_2 &= \pi d_{12}a_1 \frac{B_1}{2} - \pi d_{12} \frac{a_1}{5} \frac{B_1}{10} \\ \Psi_2 &= \pi d_{12}a_1 \frac{B_1}{2} \frac{24}{25} \end{aligned} \quad (13-57)$$

依此类推可得

$$\Psi_1 : \Psi_2 : \Psi_3 : \Psi_4 : \Psi_5 = 25 : 24 : 21 : 16 : 9 \quad (13-58)$$

绕组绕制过程中第一股永远在内圆处，第五股永远在外圆处，则这两股导线漏电抗之比约为  $\Psi_1 : \Psi_5$ ，近似为 25:9。因为并联回路电流分配与内阻抗成反比，则第一股导体电流与第五股导体电流之比约为 9:25，这就是变压器绕组的挤流效应，这将增加绕组铜线的附加损耗。为了避免这种挤流效应我们采取了股线换位的方法，如图 13-9(a) 所示，导体进行 3 次换位，第一次叫分组换位，第二次叫总换位，第三次仍然是分组换位，每绕制总匝数的 1/4 后进行一次换位，各次换位前、后绕组线匝截面各股线位置变化如图 13-9(b) 所示。第一次分组换位为将 1、2 两股导体看作第一组，3、4、5 三股导体成为第二组，导体换位结构工艺简图如图 13-10(a) 所示。换位前 1、2 股靠近内圆，3、4、5 股靠近外圆；换位以后 3、4、5 股这一组靠近了内圆，1、2 股靠近外圆，但 3、4、5 股之间的相对位置不变，(参看图 13-9b)。总换位是每一股为一个换位单元，参看图 13-9 与图 13-10(b) 可看出股线位置换位前后的变化。第二次分组换位仍然以靠近内圆的 2、1 两股为第一组，

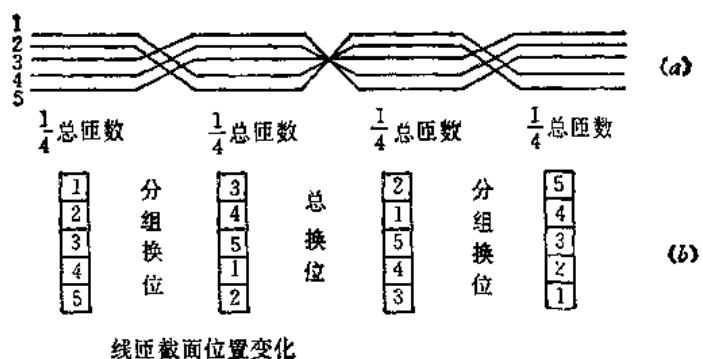


图 13-9

另三股为第二组进行换位。三次换位之后股线截面所处的位置与换位前刚好相反，即第一股由内圆处换至外圆处，这样每一股导体在线圈径向尺寸方面都经历了四个位置，这时的绕组漏磁链是这四个位置漏磁链的总和，为了计算方便我们将股线位置标以适当号码，称靠近内圆处为第一个位置，靠近外圆处为第五个位置，第一股导线所处的位置为一、四、二、五这四个位置，参看图 13-9(b)，所链磁链以  $\Psi'_1$  表示，则

$$\begin{aligned}\Psi'_1 &= \frac{1}{4} (25 + 16 + 24 + 9) \\ \Psi'_1 &= \frac{1}{4} \times 74\end{aligned}\quad (13-59)$$



图 13-10

依此类推第二股导体占据二、五、一、四这四个位置，则

$$\Psi'_2 = \Psi'_1$$

第三股导体占据三、一、五、三这四个位置，则

$$\Psi'_3 = \frac{1}{4} \times 76$$

依此类推计算结果如下：

$$\Psi'_1 : \Psi'_2 : \Psi'_3 : \Psi'_4 : \Psi'_5 = 74 : 74 : 76 : 80 : 76 \quad (13-60)$$

式中  $\Psi'_1, \Psi'_2, \Psi'_3, \Psi'_4, \Psi'_5$ ——分别代表各股导体所链漏磁链数。

比较式(13-59)与式(13-60)可明显看出经过换位之后各股线的漏电抗几乎完全一致，相差约 7% 左右，而不换位之绕组其漏电抗数相差在 100% 以上。所以多股并联绕组均应采取换位措施，以达到电流密度均匀、减小附加损耗的目的。其缺点为换位使绕组制

造工艺复杂，且每经过一次换位在绕组的轴向高度上要增加一个线饼的高度，这从图 13-10 中可明显看出，即 4 匝的单列螺旋绕组换位线圈的轴向尺寸相当于 7 匝不换位螺旋绕组轴向尺寸，这显然引起铁心柱高度增加及用铁量的相应增加。为了解决上述问题我们现在主要采用双列螺旋绕组，其结构示意图如图 13-11 所示，为一个两匝双列螺旋绕组。每一列由 3 股导体并联组成，每匝共 6 股导体并联组成。这种绕组的换位方式叫均匀分布换位。其换位示意图如图 13-12 所示。当绕过  $1/12$  总匝数之后开始第一次换位，1、2、3 这 3 股线以虚线表示，4、5、6 这 3 股线以实线表示，换位时第四股线由右排最上面

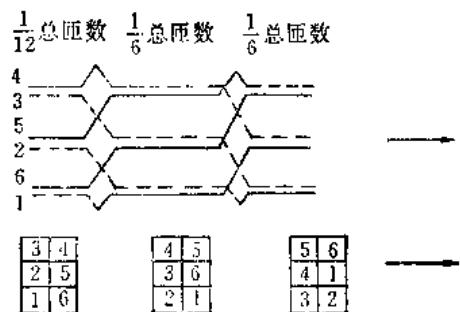


图 13-11

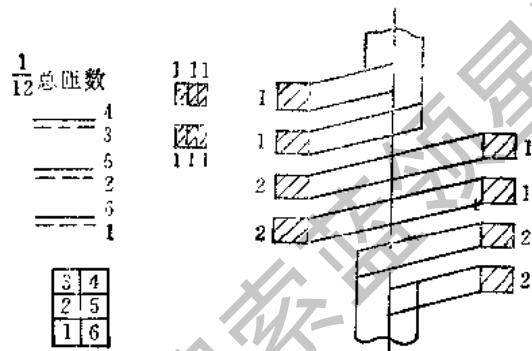


图 13-12

一股换至左排最上面一股，同时第一股线由左排最下面一股换至右排最下面一股，这就完成了第一次换位，其结构示意图如图 13-13 所示，图中实线换位那一股代表第四股而由虚线表示换位的那一股代表第一股，再绕过  $1/6$  总匝数后进行第二次换位。依此类推经过 6 次换位后还有  $1/12$  总匝数其截面排列位置和换位前的相对位置完全一致，这样 6 股导体在每一个导线位置上都绕过了  $1/6$  的总匝数，所以这 6 股导体的漏磁通，漏电抗是相等的，电流分布是均匀的。从图 13-13 可看出，任何一次换位都是在线组线饼的两排之间进行，不需要增加附加的轴向换位距离，螺旋式绕组适用于低压大电流的变压器绕组，如电炉变压器等。



图 13-13

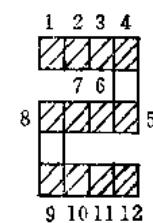


图 13-14

还有一种绕组为连续式绕组，其结构示意图如图 13-14 所示。绕组由扁导线绕制而成，并由很多线饼组成，每饼可由若干匝组成，若每饼匝数为一匝就是单列螺旋绕组了。当然每匝也可由几股导体并联组成。图中画的是每饼 4 匝的连续式绕组。第一、二两饼之间的联线联接 4、5 两匝。第二、三两饼之间的联线联接 8、9 两匝。依此类推一个线圈

从头到尾是连续绕制完成的。当然连续式绕组也可由多股导体并联绕制而成。和螺旋式绕组相似其并联导体是在绕组的径向尺寸方向并联的,如图 13-15(a)给出一个 3 股导体并联的连续式绕组,每饼线圈为 3 匝,每匝为 3 股并联,这样的绕组若不进行换位,电流分布一定是不均匀的。第三股导体靠近线圈内圆,漏磁链最多,漏电抗最大,股线电流最小;反之第一股导体股线电流最大。为了平衡股线的漏电抗我们在绕组绕到了一半匝数之后,在绕制饼间连线时进行绕组换位,其示意图如图 13-15(b)所示。从图中可看到换位

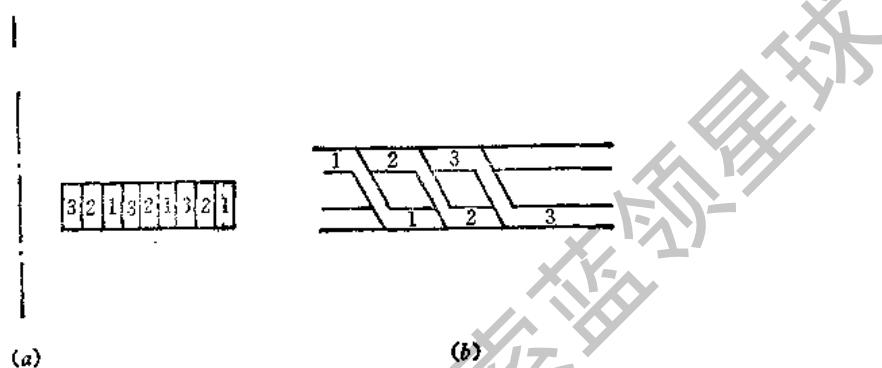


图 13-15

前第一股导体在靠近外圆处,它的下面是第二股,再下面是第三股。换位时第一股首先换位,然后第二股再换位,最后第三股换位。这样在换位后其股线排列次序为第三股靠近外圆,第一股靠近内圆,这种换位方式和单列螺旋总换位方式完全一样。

连续式绕组用于大容量变压器的高压绕组。

最近箔式绕组在小容量变压器低压绕组中也开始被应用。其特点为绕制简单、机械结构强度好、空间利用率高。其导线就是一张铜箔,厚度一般为 0.5mm 左右。铜箔的宽度等于绕组的高度,此铜箔沿铁心柱绕一层就是一匝线圈,每两层之间垫绝缘纸一层。线圈多少匝就绕多少层,这种线圈主要问题在于导线截面上电流分布的均匀程度不好计算。这就牵涉到绕组附加损耗问题。再有就是散热条件较螺旋式绕组差。散热能力和圆筒式绕组相近。

绕组的型式,换位方式确定之后,关键就是合理选择导体截面积,确定线规。导线截面选择的依据是控制电流密度、控制铜耗、控制温升。我们知道变压器绕组铜耗  $p_k$  可按下式计算:

$$p_k = m_1 I_i^2 (R_1 + R') \quad (13-61)$$

初步估算时可认为  $R_1$  等于  $R'$ ,且  $R_1$  可按下式初步计算,即

$$R_1 = \frac{W_1 \pi d_{12} \times 10^{-2}}{S_{Cu1}} \rho \quad (13-62)$$

式中  $\pi d_{12}$  可近似认为是低压边绕组每匝平均长,  $S_{Cu1}$  为低压边绕组的铜线截面积,单位为  $\text{mm}^2$ 。

将(13-62)式代入(13-61)得

$$p_k = 2m_1 I_i^2 \frac{W_1 \pi d_{12} \times 10^{-2}}{S_{Cu1}} \rho \quad (13-63)$$

将上式中  $I_1$  中的一个  $I_1$  用  $J_{cp} S_{Cu1}$  代之, 整理得式(13-64)。其中  $J_{cp}$  为高、低压绕组平均电流密度。一般变压器中高、低压绕组电流密度基本相等,  $J_{cp}$  也就是低压绕组电流密度  $J_1$ 。

$$p_K = 2m_1 I_1 J_{cp} W_1 \pi d_{12} \rho \times 10^{-2} \quad (13-64)$$

将上式等式右边乘以  $\frac{U_1}{W_1 u_B}$ , 方程式数值不变, 方程式简化为

$$p_K = 2m_1 I_1 J_{cp} \pi d_{12} \rho \times 10^{-2} \times \frac{U_1}{u_B} \quad (13-65)$$

整理上式可得

$$p_K = J_{cp} \times 20\pi \rho P \frac{d_{12}}{u_B} \quad (13-66)$$

其中  $P$  为变压器容量, 单位为 kVA, 由上式得

$$J_{cp} = \frac{p_K}{P} \cdot \frac{u_B}{d_{12}} \frac{1}{20\rho\pi} \quad (13-67)$$

将  $\rho = 0.02135$  代入上式得

$$J_{cp} = 0.745 \frac{p_K}{P} \cdot \frac{u_B}{d_{12}} \quad (13-68)$$

式中  $J_{cp}$  —— 单位为 A/mm<sup>2</sup>。

考虑到  $p_K$  中还应包括引线等附加损耗, 所以绕组电流密度应较式(13-68)之取值略低一些。在公式中乘以系数  $K$ , 一般  $K$  取值为 0.95。工程中采用下式计算平均电流密度

$$J_{cp} = 0.745 K \frac{p_K}{P} \cdot \frac{u_B}{d_{12}} \quad (13-69)$$

由平均电流密度可确定绕组线规及并联股数。由铁心柱直径及铁心柱磁密可确定高、低压绕组匝数。绕组设计的主要参数基本被确定。

#### 第四节 变压器的冷却方式

油浸变压器的铁耗及铜耗通过冷却介质变压器油传递给油箱壁及散热器。这些损耗再通过散热器油管表面发散到大气中去。变压器绕组最高温度一般由下列几项温升所确定。

- (1) 绕组最高温升点至绕组表面的热传导温度差。
- (2) 绕组表面与油之间的对流换热温度差。
- (3) 油对箱壁及散热器油管内表面的对流换热温度差。
- (4) 油器壁及散热器油管外表面考虑辐射散热及对流换热对冷空气的温升。

油浸变压器绕组最高温升一般为上面 4 项温升之和。为了增加油箱壁对空气的对流散热接触面积, 降低热负荷, 在油箱壁和散热器上安装了很多油管。最初用圆形油管如图 13-16(a) 所示。为了增加散热面积现在一般多采用扁形油管如图 13-16(b) 所示。最近在小型变压器中为了提高生产效率已制成波纹油箱取消了油箱与油管之间的焊接工艺。波纹油箱板的结构示意图如图 13-16(c) 所示。

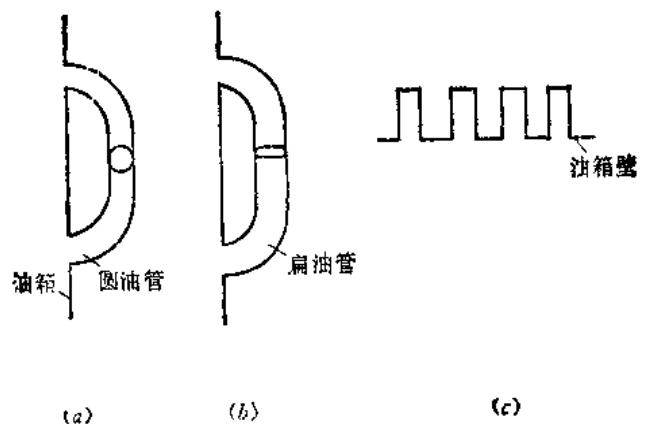


图 13-16

为了加强冷却效果，有的变压器在油管式散热器上带有风扇。有的变压器外接一个循环油泵，将变压器油抽到外面的热交换器进行冷却后再送入变压器中去，这叫强迫油循环冷却方式。有的变压器箱壁喷以冷却水雾以加强冷却效果。

最近在小容量变压器中，干式变压器得到广泛应用。其特点为重量轻、体积小。因为不用变压器油，故不产生环境污染，出事故也不易引起火灾。其缺点为靠空气冷却较油冷却效果差，所以电磁负荷要低一些，这就要多用一些有效材料。空气的介电强度较变压器油差得多，所以绝缘的可靠性较低，综合以上特点干式变压器不适用于户外、高压、大容量变压器。

## 第十四章 电机发热计算

### 第一节 均匀物体的发热

电机的热计算主要是介绍电机的温升计算问题。电机的工作状态有两种，一种是连续工作状态，电机持续工作无限长时间（如汽轮发电机）。这时电机的温升，叫稳定温升；另一种工作状态为断续的即转即停，这样电机温升叫不稳定温升。当计算电机的发热过程时须假定电机所研究的部分是一个均匀物体，这个假定与实际是相当接近的。

以  $Q$  表示单位时间内均匀物体所产生的热量，一部分热量使物体的温度升高，另一部分热量散发到周围介质，以  $C$  表示物体的热容量，即物体每升高  $1^{\circ}\text{C}$  所需热量，以  $\alpha$  表示发热物体表面的散热系数，即当表面与周围介质温差为  $1^{\circ}\text{C}$  时，单位时间内由单位表面积散发到周围介质的热量；以  $S$  表示表面面积，以  $\theta$  表示物体表面对于周围介质的温升。

考虑  $dt$  时间内，发热物体的能量平衡，列出下面微分方程式

$$Qdt = C d\theta + \alpha S \theta dt \quad (14-1)$$

物体发热达到稳态时，物体达到稳定温升  $\theta_{\infty}$ 。此时温升不再发生变化， $C d\theta = 0$ ，代入 (14-1) 式得

$$\begin{aligned} Qdt &= \alpha S \theta_{\infty} dt \\ \theta_{\infty} &= \frac{Q}{\alpha S} \end{aligned}$$

若解决不稳定温升问题，解方程式 (14-1) 得通解为

$$\theta = \theta_0 + (\theta_{\infty} - \theta_0)(1 - e^{-\alpha S T}) \quad (14-2)$$

上式中  $\theta_0$  为物体的起始温升。 $T = \frac{C}{\alpha S}$  为均匀物体的发热时间常数。

下面几节我们主要介绍稳定温升计算问题。

### 第二节 热量的传导及绝缘层温度降落

在电机绕组端部，铜线发热，但此热量不能直接传给冷却空气，而是由电机绝缘层的内表面传至外表面再经过表面散热将热量传给冷却介质，热量在绝缘层内部传递时需要一定的温差  $\theta_u$ ，显然  $\theta_u$  与单位时间传递热量  $Q$  成正比，与绝缘厚度  $\delta_u$  成正比，与导热面积  $S$  成反比，在图 14-1 中  $S = ab$ ，还与物体材料性质有关，定义  $\lambda$  为绝缘材料导热系数，可得下面方程：

$$\theta_u = Q \frac{1}{\lambda} \frac{\delta_u}{S} \quad (14-3)$$

(14-3) 式为热流欧姆定律，可与电流欧姆定律一一对应， $\theta_u$  为温度降落，对应于电压降

落  $U$ 。 $Q$  为垂直于  $S$  截面流动的热量为热流，对应于电流  $I$ 。热阻  $\frac{1}{\lambda} \frac{\delta_a}{S}$ ，对应于  $\rho \frac{l}{S}$  电阻。热导系数  $\lambda$ ，对应于  $1/\rho$  电导系数。 $\lambda$  的单位为  $\text{W}/^\circ\text{C} \cdot \text{cm}$ ，其物理意义为绝缘层厚度  $1\text{cm}$ 、绝缘层导热面积  $1\text{cm}^2$ 、两端温差  $1^\circ\text{C}$  时，单位时间传导的热量对应为  $\lambda\text{W}$ 。几种常用材料热导系数列于表 14-1。

B 级绝缘材料  $\lambda = 0.0016$ 。

式(14-3)为传热学的一般公式，结合到电机定子绕组，计算定子绕组槽中直线部分

表 14-1

材料名称	$\lambda/\text{W} \cdot ^\circ\text{C}^{-1} \cdot \text{cm}^{-1}$
紫铜	3.86
钢片	0.63
涂漆的钢片(热流穿过漆层方向)	0.012
纯净的云母	0.0036
漆布	0.0021
石棉	0.0015
很薄的静止空气层	0.00025
油	0.0015

绝缘温度降落时，先计算槽中直线部分电阻铜损耗发热量  $Q$ ，有

$$Q = m_1 I^2 r_{1a}$$

式中  $r_{1a}$ ——定子直线部分电阻， $r_{1a} = \frac{2W_1 l_1}{S_{Cu1}} \rho \times 10^{-3}$ ， $100^\circ\text{C}$  时  $\rho = 1.34/57$ 。

再计算定子绕组槽中直线部分散热总面积

$$S = Q_1 l_1 L_1 \times 10^{-2}$$

式中  $Q_1$ ——定子槽数； $l_1$ ——定子铁心长； $L_1$ ——定子槽形的周长， $L_1 \approx 2(b_{a1} + h_{a1})$ ； $b_{a1}$ ——定子槽宽； $h_{a1}$ ——定子槽高；式中所有长度单位均为 mm。

将上面各式代入式(14-3)得

$$\theta_a = \frac{AJ_1}{4250} \frac{t_1}{L_1} \frac{\delta_a}{\lambda} \quad (14-4)$$

式中  $t_1$ ——定子齿节距。

因为(14-4)式  $\delta_a$  是以毫米计算的，而在定义  $\lambda$  时是以厘米计算，所以若采用 B 级绝缘，系数 4250 以 4000 代之， $\lambda$  以 0.016 代之即可。这样(14-4)式就全部变为电机设计中之已知的电负荷及槽形尺寸参数了。

高压电机单边绝缘厚可达 6mm 左右。绝缘层温度降落可达  $30^\circ\text{C}$  左右。这对定子散热是相当不利的。另外薄层空气的导热性能极差，所以在线圈制造工艺中采用真空浸胶等方法以尽力去除空气层，改善导热性能。要彻底解决这部分温度降落问题，就要采用内冷方式，使热量不经绝缘层散出，当然也就避免了这部分温度降落。

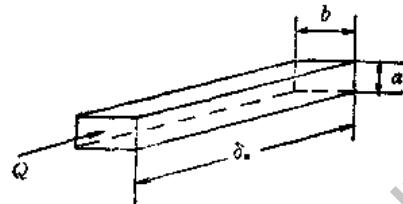


图 14-1

### 第三节 对流散热及表面温差

冷却介质吹拂电机发热表面，就会将热量带走，这就是对流散热。单位时间带走热量  $Q$  与散热面积  $S$  成正比，与电机表面对冷却介质的相对温差  $\theta_a$  成正比，与散热系数  $\alpha$  成正比，即

$$Q = \theta_a \alpha S \quad (14-5)$$

$\alpha$  主要和吹拂过表面的空气速度有关，当风速在  $5 \sim 25 \text{ m/s}$  范围内散热系数约等于

$$\alpha_v = \alpha(1 + k_0 v)$$

式中  $\alpha$  —— 发热表面在平静空气中的散热系数；

$v$  —— 空气速度，单位为  $\text{m/s}$ ；

$k_0$  —— 考虑气流吹拂效率的系数。

$Q$  单位  $\text{W}$ ， $S$  单位  $\text{cm}^2$ ， $\theta$  单位  $^\circ\text{C}$ ，则  $\alpha$  的单位为  $\text{W}/^\circ\text{C} \cdot \text{cm}^2$ 。其物理意义为温差  $1^\circ\text{C}$  时单位面积、单位时间所能散发的热量。对一般电机机座采用生铁或钢，表面  $\alpha$  约为  $1.5 \times 10^{-3}$  左右。对于电机旋转转子外表面  $k_0 = 0.1$ ，定子端接部分表面  $k_0$  为 0.06，将(14-5) 式改写为  $\theta_a = \frac{Q}{\alpha_v S}$ 。对应于绝缘体的传导热阻，我们这里引入表面散热的热阻  $R_a$ ，则

$$R_a = \frac{1}{\alpha_v S}$$

在计算凸极机励磁线组温升时采用了下述的转换。以励磁绕组直线部分的温差计算为例， $Q = I_z^2 r_{2L}$ ， $r_{2L}$  为励磁绕组直线部分电阻，有

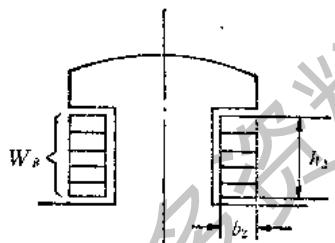


图 14-2

$$r_{2L} = \frac{W_B l}{b_2 \frac{h_2}{W_B}} \rho \times 10^{-3}$$

式中  $l$  —— 转子绕组直线长；

$b_2, h_2$  —— 见图 14-2；  $S = h_2 l \times 10^{-2}$ 。

将上面各式代入式(14-5)。并代入  $105^\circ\text{C}$  时之  $\rho = 1.36/57$ ，得

$$\theta_a = \frac{b_2 J_z^2 \times l}{420 \alpha} \quad (14-6)$$

上式中  $J_z$  为转子电流密度，对 A 级绝缘，分母之系数为 420，对 B 级绝缘应为 390，此时之散热系数为铜线表面对空气的散热系数，其大小主要与风速有关且与通风方式是轴向还是径向有关，与  $I/\tau$  的比值有关，具体数据可查阅有关曲线。

### 第四节 热计算简化等值公式

实际电机中散热的路径是相当复杂的，今以汽轮发电机一段铁心的铁耗及在此段铁心范围内的定子绕组的铜耗为例，看它是如何散热的，其温升又如何决定。

通风沟内定子绕组绝缘热阻

$$R_1 = \delta_{it}/\lambda U b_{kt}$$

通风沟内绕组表面热阻

$$R_2 = 10/\alpha_i U b_{kt}$$

上面两式中  $U$ ——定子绕组冷却表面周长,  $U$  的单位为 cm,  $U = 0.2h_1Q_1$ ,  $Q_1$  为定子槽数,  $b_1$  为槽中定子绕组高度, 单位为 mm, 系数 0.2 是考虑了一个绕组有两个侧面散热;  $b_{kt}$ ——通风沟宽度, 单位为 mm;  $\delta_{it}$ ——单边绝缘厚度, 单位为 mm;  $\alpha_i$ ——计算时要用通风沟内绕组表面的风速  $v_{ro}$

通过  $R_1$ 、 $R_2$  串联热阻散出铜耗的一部分为  $q_{Cu,r}$

每段铁心中定子绕组绝缘热阻  $R_3 = \delta_{it}/\lambda U b_p$  ( $b_p$  为每段铁心轴向长度, 单位为 mm)。每段铁心散热热阻为  $R_4$ 。通过  $R_3$ 、 $R_4$  串联热阻散出铜耗的另一部分为  $q_{Cu,p}$ 。而对散出铁耗  $q_{Fe}$  来讲只经过铁心散热热阻  $R_4$  直接散出。

其等效热路图如图 14-3 所示, 从图中看出  $q_{Cu}$  为一段铁心与一个通风沟内绕组产生的铜耗,  $q_{Cu} = q_{Cu,r} + q_{Cu,p}$ , 这里特别注意  $q_{Cu,r}$  是通过通风沟部分散走的铜损耗, 而不是通风沟中绕组产生的铜耗, 也就是说若通风沟部分绕组表面散热能力强, 就可将  $q_{Cu}$  中大部分由此路散出。图中方框中所表示的  $q_{Cu}$ ,  $q_{Fe}$  表示无内阻热流源。很显然

$$\theta_{Fe} = R_4(q_{Cu,p} + q_{Fe}) \quad (14-7)$$

$$\theta_{Cu} = q_{Cu,r}(R_1 + R_2) \quad (14-8)$$

$$q_{Cu} = q_{Cu,p}(R_3 + R_4) + q_{Fe}R_4 \quad (14-9)$$

将  $q_{Cu,r} = q_{Cu} - q_{Cu,p}$  代入 (14-8) 式。与 (14-9) 式联立解得

$$q_{Cu,p} = \frac{q_{Cu}(R_1 + R_2) - q_{Fe}R_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} \quad (14-10)$$

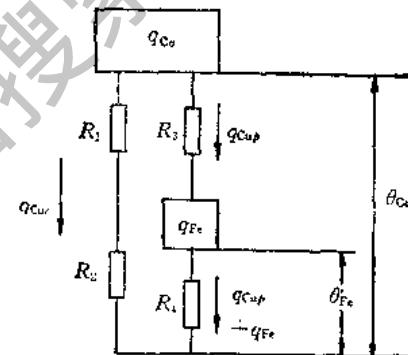


图 14-3

将上式代入 (14-9) 式整理得

$$\theta_{Cu} = \frac{(R_1 + R_2)[q_{Cu}(R_3 + R_4) + q_{Fe}R_4]}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} \quad (14-11)$$

将 (14-10) 式代入 (14-7) 式得

$$\theta_{Fe} = R_4 \frac{(R_1 + R_2)(q_{Cu} + q_{Fe}) + q_{Fe}R_3}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} \quad (14-12)$$

按式 (14-11)、(14-12) 所计算之  $\theta_{Cu}$ 、 $\theta_{Fe}$  是什么温升呢? 是相对于吹到绕组及铁心表面的那部分空气的温升, 空气吹到绕组表面时是已经被加热了的, 认为这部分热空气的温升为  $(0.8\theta_v + 0.2\theta_s)$ , 所以在计算绕组及铁心最高温升时, 可将 (14-11)、(14-12) 式右端分别加以此温升即可。 $\theta_v$  为冷却气体总温升, 也就是气体将全部损耗(不包括轴承摩擦损耗, 因其被润滑油带走)带走后气体的温升,  $\theta_s$  为冷却气体在风扇中的温升。 $(0.8\theta_v + 0.2\theta_s)$  实际是  $\theta_v + 0.8(\theta_s - \theta_v)$  的表达式。

上面公式中  $R_4$  如何计算呢?  $R_4$  本身就是 4 个散热路径的并联, 也就是 4 个表面热

阻的并联，第一部分为定子每段铁心的外圆面积  $S_{41}$ ,  $S_{41} = \pi D_a b_p \times 10^{-2}$ ,  $D_a$  为定子外径，相应散热系数为  $\alpha_1$ ，热阻  $R_{41} = 1/\alpha_1 S_{41}$ ；第二部分为径向通风沟每侧在轭部的冷却面积  $S_{42}$ ,  $S_{42} = 0.00785(D_a^2 - D_{21}^2)$ , 对应散热系数为  $\alpha_2$ ，热阻为  $R_{42} = 1/\alpha_2 S_{42}$ ,  $D_{21}$  为定子槽底直径；第三部分为每段铁心内圆冷却面积  $S_{43}$ ,  $S_{43} = Q_1 b_{21} b_p \times 10^{-2}$ ,  $b_{21}$  为定子内圆表面齿宽度，相应散热系数为  $\alpha_3$ ，对应热阻  $R_{43} = 1/\alpha_3 S_{43}$ ；第四部分为径向通风沟每侧齿部的冷却面积  $S_{44} = 0.00785(D_{21}^2 - D_p^2) - Q_1 h_{a1} b_{s1} \times 10^{-2}$ ，相应散热系数为  $\alpha_4$ ，相应热阻  $R_{44} = 1/\alpha_4 S_{44}$ 。

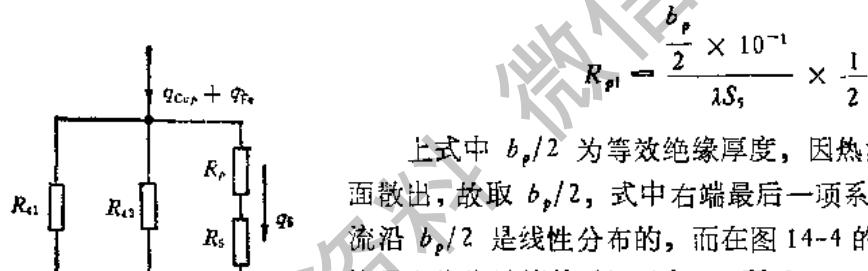
为了计算方便，先将  $R_{42}$  与  $R_{44}$  并联起来，并联后等效热阻为  $R_{51}$ ，在计算中令  $S_5 = S_{42} + S_{44}$ ，则

$$R_{51} = \frac{1}{\frac{1}{R_{42}} + \frac{1}{R_{44}}} = \frac{1}{\alpha_2 S_{42} + \alpha_4 S_{44}} \quad (14-13)$$

将  $R_{51}$  写成  $1/\alpha_5 S_5$ ,  $\alpha_5$  为径向通风沟侧面积上的平均散热系数。由式(14-13)解得

$$\alpha_5 = \frac{\alpha_2 S_{42} + \alpha_4 S_{44}}{S_5} = \frac{\alpha_2 S_5 + S_{42}(\alpha_2 - \alpha_4)}{S_5}$$

铁耗在铁心中产生以后沿铁心径向传至表面  $S_{41}$ ,  $S_{43}$  散出时，因铁的导热性能好，可认为不需要热传导温度降落。但当铁耗沿轴向传至  $S_5$  表面散出时，因铁耗要经过叠片间的绝缘漆层所以传导热阻是不能忽略的，此热阻为  $R_{p1}$  (单边绝缘热阻)，有



上式中  $b_p/2$  为等效绝缘厚度，因热流从中间往两个侧面散出，故取  $b_p/2$ ，式中右端最后一项系数  $1/2$ ，是因为热流沿  $b_p/2$  是线性分布的，而在图 14-4 的热流图上热流是按最大热流计算的 (如图中  $q_s$  所示， $q_s$  为两个侧面导出的最大热流，一个侧面导出的最大热流为  $q_s/2$ )。线性分布热流在一段热阻上的温升应等于最大热流乘以此热阻的一半。所以  $R_{p1}$  为最大热流计算时的等效热阻。一段铁心片间绝缘层热阻与表面散热热阻之和为  $(R_p + R_s)$ ，有

$$R_p + R_s = \left( \frac{\frac{b_p}{2} \frac{1}{2} \times 10^{-1}}{1 S_5} + \frac{1}{\alpha_5 S_5} \right) \frac{1}{2}$$

式中  $R_p$ ——两个散热侧面绝缘热阻并联后之等效热阻； $R_p = R_{p1}/2$ ， $R_s$ ——两个散热侧面表面散热热阻并联后之等效热阻， $R_s = R_{51}/2$ 。因为两个相等的热阻并联其等效热阻为每单个支路热阻的一半。整理上式得

$$R_p + R_s = \frac{\frac{b_p}{2} \frac{1}{2} \times 10^{-1} + \frac{1}{2}}{2 \alpha_5 S_5 \lambda} = \frac{\frac{b_p}{40 \lambda} \alpha_5 + 1}{2 \alpha_5 S_5}$$

将  $\lambda = 0.0255$  代入上式得

$$R_p + R_s = \frac{1 + 1.1 b_p \alpha_s}{2 \alpha_s S_s}$$

对比图 14-3 与图 14-4 可看出等效热阻  $R_e$  为热阻  $R_{41}$ 、 $R_{43}$  及  $(R_p + R_s)$  三个热阻的并联结果。根据热阻并联计算公式, 有

$$R_e = \frac{1}{\frac{1}{R_{41}} + \frac{1}{R_{43}} + \frac{1}{R_p + R_s}} = \frac{1}{\alpha_1 S_{41} + \alpha_3 S_{43} + \frac{2 \alpha_s S_s}{1 + 1.1 b_p \alpha_s}}$$

由上面计算例题可看出, 为了计算定子绕组温升, 需要计算近 10 个热阻, 对于表面热阻还要计算相应风速, 这是很复杂的, 而且因为牵涉到通风计算, 其精确度是很低的。所以除汽轮发电机外, 大型同步机及异步机都采用简化等值公式。在简化计算中, 对绝缘层热传导温升的计算仍按(14-4)式进行, 主要简化在表面散热计算这一部分, 先假定定子铁耗  $Q_{Fe}$  及绕组直线部分铜耗  $Q_{Cu}$ , 全部由定子内圆表面散出。这就确定了一个等效定子内圆单位热负载

$$W = \frac{Q_{Fe} + Q_{Cu}}{\pi D_i l_i} \times 10^3 \text{ W/cm}^2$$

式中  $Q$  单位为 kW, 几何尺寸单位为 mm。 $\theta_{Fe} = Q/\delta\alpha$  在简化计算中  $S$  采用了等效面积, 一般选为定子内圆柱表面积,  $Q = Q_{Fe} + Q_{Cu}$ 。这时要注意  $\alpha$  并不是内圆表面的真实的散热系数, 而是考虑了外圆。径向通风沟侧面积的散热情况的等效散热系数  $\alpha = (1 + 0.1\nu)\alpha_0$ ,  $\alpha_0$  与  $l_i/\tau$  比值有关, 具体数值见表 14-2 ( $l_i$  为铁心长)。最后简化为

$$\theta_{Fe} = \frac{W}{(1 + 0.1\nu)\alpha_0}$$

表 14-2

$l_i/\tau$	$l_i/\tau \leq 2$	$2 < l_i/\tau \leq 4$	$4 < l_i/\tau < 5$
$\alpha_0$	$\frac{1}{125}$	$\frac{1}{150}$	$\frac{1}{175}$

式中  $\nu$  —— 转子圆周线速度, 单位为 m/s。

$$\theta_{Cu} = \theta_{Fe} + \theta_i$$

式中  $\theta_{Cu}$  —— 槽中部分定子绕组温升;  $\theta_i$  —— 定子绝缘层温度降落。

由于传导热阻为  $\frac{1}{S} \frac{\delta_a}{\lambda}$ , 对流散热热阻为  $\frac{1}{S} \frac{1}{\alpha}$ , 故可将  $\theta_i$  式中之  $\frac{\delta_a}{\lambda}$  代以等效  $\frac{1}{\alpha}$  即可计算对流散热温升。参看式(14-4)计算定子线圈端部表面温升如下。

$$\theta_i = \frac{A J_1 \cdot l_i}{4250 L_1 (1 + 0.05\nu) \alpha_i} \frac{1}{\alpha_i}$$

式中  $\theta_i$  —— 定子线圈端部表面温升;  $\alpha_i$  —— 定子线圈端部散热系数一般取  $1/750$ 。

这里要注意  $\alpha_i$  不是定子绕组端部表面实际的散热系数也是等效的系数, 因为端部

线圈内圆风速，外圆风速，端部线圈风道之风速绝不可能都等于转子表面圆周线速度。

端部铜线温升

$$\theta_{cut} = \theta_i + \theta_e$$

定子线圈平均温升

$$\theta_{cut} = \frac{\theta_{cut} l_t + \theta_{cut} (0.5 l_{w1} - l_t)}{0.5 l_{w1}}$$

式中  $l_{w1}$ ——定子一匝线圈长度。

这样的简化计算使计算工作量大为减少，而且相当可靠。这是因为这些等效的散热系数，是经过实践考验的。当电机结构型式及绕组型式为正常传统结构型式时。这些系数仍然适用。

## 第五节 水冷电机温升的计算

液冷冷却介质主要是油和水，油的绝缘性质好，但比热仅为水的比热的  $1/2.5$ 。所以现在液冷介质一般均用水，这就对所有接头处的密封可靠性提出相当严格的要求，现在生产中已基本解决。下面主要讲水冷电机温升计算，确定绕组温升，水量，水压等参数。

### 一、定子水路基本参数

水的比重  $\gamma = 1000 \text{ kg/m}^3$ ；

水的流速  $v_1 = 1 \sim 2 \text{ m/s}$ ；

每个水道长度  $l_1 \text{ m}$ ；

每股水道截面积  $S \text{ m}^2$ 。矩形空心铜线  $S = ab$ （见图 14-5）；

每股水道周边长  $p \text{ m}$ ， $p = 2(a + b)$ 。

将矩形截面折算成圆形截面的等效流体计算直径

$$d = \frac{4S}{p};$$

水道内表面绝对粗糙度  $\epsilon = 0.006 \times 10^{-3} \text{ m}$ ；

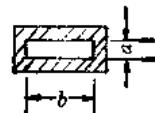


图 14-5

相对粗糙度  $\delta = \frac{\epsilon}{d}$ ；

定子雷诺数  $Re = \frac{dv_1}{\nu}$ ， $\nu$  为液体运动粘度系数见表 14-3；

表 14-3

温度 / °C	20	30	40	50	60	70	80	90
$\nu_{\text{水}} / \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	$1.0 \times 10^{-6}$	$0.805 \times 10^{-6}$	$0.696 \times 10^{-6}$	$0.556 \times 10^{-6}$	$0.479 \times 10^{-6}$	$0.415 \times 10^{-6}$	$0.336 \times 10^{-6}$	$0.326 \times 10^{-6}$
$\nu_{\text{油}} / \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	$30 \times 10^{-6}$	$22.5 \times 10^{-6}$	$17 \times 10^{-6}$	$12 \times 10^{-6}$	$8.8 \times 10^{-6}$	$6.2 \times 10^{-6}$	$4.2 \times 10^{-6}$	$4 \times 10^{-6}$

摩擦阻力系数  $\lambda = f(\varepsilon, Re)$  由水阻曲线图查得(见相关附件)。

## 二、绕组温升的计算

定子水流量

$$L = 3600 \times m_1 n_1 S Q_1 v_1$$

式中  $m_1 n_1$ ——每个水路空心铜线并联总股数；  $L$ ——单位为 t/h；  
 $Q_1$ ——定子槽数。上式为每匝定子线圈为一个水路，定子水路共  $Q_1$  个并联(这时  $m_1 n_1$  就是每个条形线棒的空心铜线数目)。此时之  $l_1$  应为  $l_{w1}$  (定子每匝长度)。

定子水的平均温升

$$\theta_1 = \frac{Q_{Cu1} + Q_{CuF}}{4.185 \times c \times L \times \frac{10^3}{3600}} \quad (14-14)$$

式中  $Q_{CuF}$ ——定子铜线附加损耗；  $L \times \frac{10^3}{3600}$ ——其单位为 kg/s；  $1/4.185$ ——能量折合系数。整理 (14-14) 式得

$$\theta_1 = \frac{Q_{Cu1} + Q_{CuF}}{4.185 L} \times 3.6$$

铜线表面将损耗传给水，也要有一定的表面温差，有一个相应的表面散热系数  $\alpha_1$ ，有

$$\alpha_1 = 0.0247 \frac{Re^{0.8}}{d_1}$$

式中  $\alpha_1$ ——单位为 W/cm<sup>2</sup>·°C

从第三节知道  $\alpha$  应与冷却介质相对速度基本成正比。在水冷中这个关系含在  $Re^{0.8}$  这个参数之中。 $d_1$  为定子空心导线等效流体计算直径。

定子铜线内孔壁单位面积热负荷  $q_1 = Q/S$  W/cm<sup>2</sup>，我们认为散出铁耗热量也全部由冷却水带走， $q_1$  计算公式如下：

$$q_1 = \frac{(Q_{Fe} + Q_{Cu1} + Q_{CuF}) \times 10^3}{Q_1 \rho m_1 n_1 l_{w1} \times 10^4}$$

式中  $\rho$ ， $l_{w1}$  均以米为单位。

定子管壁与冷却水间的温差  $\theta_{s1} = q_1 / \alpha_1$ ；

定子铜线最大温升  $\theta_{Cu1max} = \theta_1 + \theta_{s1}$ ；

定子铜线平均温升  $\theta_{Cu1av} = \frac{1}{2} \theta_1 + \theta_{s1}$ ；

因为  $\alpha_1$  很大，水的表面换热性能很好，有时  $\theta_{s1}$  忽略不计。

### 三、定子水压头 $\Delta H_1$ 的计算

管壁摩擦阻力系数为  $\lambda_1 \frac{l_1}{d_1} = \xi_1$ ;

局部阻力系数  $\xi = \xi_1 + \xi_2 + \xi_3$ ;

水在管道中流动时管壁有摩擦阻力, 这一部分水阻与管壁粗糙程度, 管道长度有关, 对应系数  $\xi_1$ , 冷却介质由端部进水环经过水接头进入绕组水路时, 截面有突然收缩与扩张, 也会引起压力损失, 对应系数  $\xi_2$ 。同理在出水端截面突然变化, 也会引起压力损失对应系数  $\xi_3$ , 管道突然转角也会引起压力损失, 对应系数  $\xi_3$ ,  $\xi_3 = f(\alpha')$ ,  $\alpha' = 90^\circ$  时,  $\xi_3 = 1.1$ 。若整个水路中有  $K$  个  $90^\circ$  突然转角, 则  $\xi_3 = K \times 1.1$ 。一般计算中选用  $\xi_1 + \xi_2 = 1.0$ 。

根据水利学定律

$$\Delta H_1 = \frac{\nu}{2g} \nu_1^2 \left( \lambda_1 \frac{l_1}{d_1} + \xi \right) \times \frac{10^4}{1000} \quad (14-15)$$

式中  $\Delta H_1$  —— 单位为 Pa;  $\nu$  —— 粘度系数。

因为 1 个大气压约等于  $10.1 \times 10^4$  Pa, 所以  $\Delta H_1$  所对应的大气压力数值按下式计算:

$$\Delta H_1 = \frac{\nu}{2g} \nu_1^2 \left( \lambda_1 \frac{l_1}{d_1} + \xi \right) \frac{1}{1000 \times 10.1} \quad (14-16)$$

式中  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ 。

一般定子水压均较低, 为 2 个大气压左右。

### 四、转子线圈本身离心压头 $p_B$ 的计算

转子线圈水冷却时, 从轴中心孔进水, 先接到线圈底部再由顶部出水, 故有一定甩水离心压头。转子出水管中心线到转子本体中心线之距离  $R_B$  cm。底面为  $1 \text{ cm}^2$ , 高为  $R_B$  的一段水柱, 以额定转速旋转, 其角速度  $\omega = 2\pi f = 100\pi \text{ rad/s}$ , 这段水柱所产生的离心力总和就是  $p_B$ , 有

$$p_B = \int_0^{R_B} \frac{dx}{g} \gamma x \omega^2$$

式中,  $R_B$ 、 $x$  以厘米为单位;  $g$  为  $981 \text{ cm/s}^2$ ,  $\gamma$  为  $10^{-3} \text{ kg/cm}^3$ , 则

$$p_B \approx \frac{R_B^3}{20}$$

$p_B$  的单位以大气压计算。

### 五、转子水流量 $L_1$ 的计算

转子外加水压  $p_A$  一般为  $0.5 \sim 4 \text{ atm}$ , 转子水路总压力为  $(p_A + p_B)$  单位为 atm; 与式(14-15)相对应可写出下式:

$$(p_A + p_B) \times 10^4 = \frac{\nu}{2g} \nu_1^2 \left( \lambda_2 \frac{Nl_2}{d_2} + \xi \right) \times \frac{10^4}{1000} \quad (14-17)$$

式中  $v_2$ ——转子水速,单位为 m/s;  $d_2$ ——转子流体截面计算直径,单位为 m;  $l_2$ ——转子线圈一匝平均长,单位为 m;  $N$ ——水路每支路串联匝数;  $\lambda_2$ ——转子水阻摩擦阻力系数。 $d_2$  之计算公式为

$$d_2 = \frac{4S}{\sum l}$$

式中  $S$ ——转子水道截面积,单位为  $m^2$ ;  $\sum l$ ——转子水道横截面周边长,单位为 m。

式(14-17)左边系数  $10^5$  是认为一个大气压近似为  $10^5$  Pa 的折合系数。由式(14-17)可导出

$$v_2^2 = \frac{(p_A + p_B) \times 10^5}{\frac{\nu}{2g} \left( \lambda_2 \frac{Nl_2}{d_2} + 5 \right) \times \frac{1}{10^3}}$$

转子水流量  $L_2$  可按下式计算

$$L_2 = 3600 v_2 a S$$

式中  $L_2$ ——单位为  $m^3$ ;

$a$ ——转子水路并联支路数。

整理上面 3 式得

$$L_2 = 3600 \sqrt{\frac{\frac{(p_A + p_B) 10^5}{\frac{\nu}{2g} \lambda_2 \frac{1}{4} \frac{l_2 N \sum l}{a^2 S^3} + \frac{\nu}{2g} \frac{5}{a^2 S^4}}}{}}$$

## 六、转子水的平均温升 $\theta_2$

参照式(14-14)得

$$\theta_2 = \frac{(Q_f \eta_f - 2I_{fN} \times 10^{-3}) + Q_m}{4.15 L_2} \times 3.6$$

式中  $Q_f$ ——励磁机与发电机同轴时励磁机总损耗,单位为 kW;  $\eta_f$ ——励磁机效率;  $2I_{fN}$ ——滑环压降对应的损耗,单位为 W;  $Q_m$ ——由于有  $p_B$  这样的水压头,有  $L_2$  这样的流量,  $p_B$  与  $L_2$  之乘积代表功率,称为  $Q_m$ 。这个功率所提供的能量全部消耗在克服转子的内水阻摩擦损耗上,也变为热量。 $Q_m$  一般约为 20kW。

转子绕组温升可类似定子绕组温升计算之,一般忽略管壁与冷却水间的温差  $\theta_{s20}$ 。

$$\theta_{Cu2max} = \theta_2$$

精确计算  $Q_m$  可用下面公式:

$$Q_m = 27.3 L_2 \frac{R_B^2}{20} \frac{1}{\eta_w} \times 10^{-3} \quad (14-18)$$

式中  $\eta_w$ ——为甩水效率,一般取为 0.5;  $R_B^2/20$ ——转子线圈产生的离心压头;  $Q_m$ ——单位为 kW。

式(14-18)可看成一个水泵消耗的功率。实际上将旋转着的水冷转子绕组等效为一个大内阻的离心式水泵进行水能参数计算。

## 第六节 热管冷却方式

一种新的冷却方式在电机冷却中已进入工业实验阶段，这就是热管冷却方式。热管

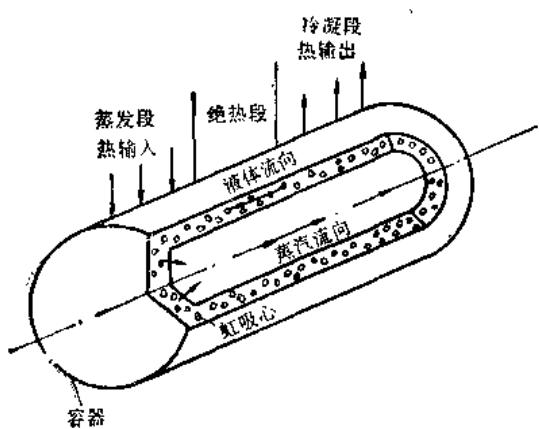


图 14-6

冷却原理示意图如图 14-6。这是一种蒸发冷却的方法，利用液体蒸发时需吸收一定数值蒸发热这种性质，带走电机损耗热量。一般冷却介质选用氟里昂，其汽化温度为  $23.8 \sim 47.6^{\circ}\text{C}$ 。工作原理为将热管一端（如图示左端）插入电机铁心或绕组中间，电机运行时损耗热量传入管内虹吸芯，芯内液体蒸发成同温的蒸汽，气体温度就是液体沸点。蒸汽由热管中部流向管子右端。热管与热源接触的一端称为热输入端或称为蒸发段。热管

的右端应与冷空气接触，气态介质放出蒸发热，冷凝成同温度的液体。这端称为热输出端或冷凝段。蒸发段液体气化后此端虹吸芯内之液体压力降低，靠毛细管效应将冷凝段之液体吸至蒸发段，形成冷却介质的封闭循环。其散热能力与水冷效果相当。每一种规格的管子有一定的极限散热能力，用户应用时非常容易选择。热管也可用于转子冷却，与水冷相比较，它不会发生漏水事故，且避免了转子进出水结构的动密封问题。

## 第十五章 通风计算

### 第一节 电机的通风方式

为了降低电机绕组及铁心的温升，就要加强电机的冷却。最简单的方法就是加快电机内部空气流动速度，使大量冷空气迅速流过电机铁心及绕组表面，将热量由冷空气带走。这就要设置风扇，利用风扇提高空气对流速度。为了使电机内部产生热量最多的地方能够分配到更多的冷风，这就要合理的设计风路，计算各个风路的风阻；风阻的合理分布就导致风量的合理分配。通风计算实际要解决风扇产生的风压的计算，各个风路风阻的计算，各个风路风量的计算。

通风冷却的方法很多，按风压产生的原因来分类可分为自然冷却，自力通风与强迫风循环三种。自然冷却多用于小功率  $1\text{kW}$  以下的电机，电机产生热量不多，不安装风扇，结构简单。绝大多数电机均为自力通风方式，其特点是风扇安装在电机轴上，结构比较简单，风扇的转速是转轴的转速，风扇消耗功率由转轴的机械功率供给。强迫风循环是指电机内部的风量是由电机外部一台单独的风机供给的。电机与风机之间要设置专门的循环风路，结构复杂，体积庞大。其优点为风机转速不受电机转速的影响是恒定的，也就是说电机在任何状态下运行时风量不变。主要应用于大容量大速比的调速电机，当低速运行时若采用自力通风则风扇基本上不起作用了，影响电机负荷能力。再如贯流式水轮发电机直径小转速低，自力通风效果很差。风机的功率由电网供给。

若以风的流动方向区分可分为径向通风与轴向通风两大类。在此基础上还有径向-轴向混合式。我们首先介绍径向通风如图 15-1。这种通风方式在大、中型异步电动机中广泛应用。冷风从端盖处进入电机，一部分经过转子端部离心式风扇作用冷却定子端部绕组；另一部分冷风经过转子轴向风道流向转子铁心各个通风沟。一般每档铁心  $40\text{mm}$  宽，中间留一个  $10\text{mm}$  宽的通风沟。通风沟中沿周向放置很多  $10\text{mm}$  宽的风道隔板，风道隔板随转子一起旋转，每一个风道隔板相当一个小的离心式风扇叶片。由于这些风道隔板产生的风压，使冷风由转子通风道经过气隙进入对应的定子通风沟，从而冷却了定、转子铁心及定转子绕组的直线部分。冷风加热后变为热风吹到机座外部。

这里要注意挡风板的作用。挡风板一般为一圆锥形挡圈，挡风板内径略大于离心式风扇外径。空气经过离心式风扇叶片的加速作用在风扇出口处形成高气压区，而风扇叶片内圆处就是大气压力，此压力显然低于风扇出口处之气压，若无挡风板则大部分冷空气并不吹向定子绕组端部，而是如图中虚线所示，流向扇叶片冷风入口处，我们称这种现象

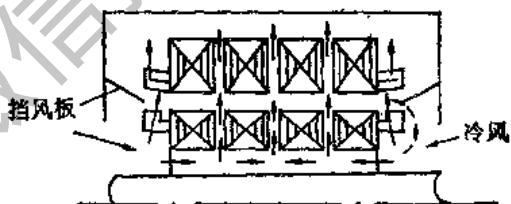


图 15-1

为涡流，也可看成是风量被短路。这当然是要尽量防止的现象。

从图中可看出对异步电机而言气隙很小，冷风很难由气隙送入定子通风沟。若无转子通风沟向定子通风沟送风，则定子通风沟内风量很难满足要求。在大电机中，还嫌定子通风沟风量不足，采取定子槽口轴向送风的方式。其它于槽如图 15-2 示。槽口特意留出一段高度  $h_0$ ，则冷风经转子端部离心风扇加压后，通过  $b_0 h_0$  的相应面积沿轴向将冷风送到相应的定子通风沟，加强定子边冷却。

轴向通风以直流机最为相宜。因其定子主极与换向极间有很大空间，正好作为轴向风道。冷空气流过时正好冷却了主极绕组和换向机绕组。直流机空气隙较大可以有冷风通过气隙冷却转子表面，如图 15-3。转子铁心开轴向通风孔，也有冷风吹过，帮助铁心散热。此时风扇应只放置于一端，而不象径向通风，其风扇、风路两端是对称的。图示之通风称为抽出式，冷风由一端进入，冷却电机后之热风由风扇抽出去。这种方式，风扇多放于无整流子端，空气冷却整流子时将电刷磨损之碳粉带入电机，对电机绝缘及散热不利。其优点为风扇外径可相当大。另一种方式称为压入式，冷风经风扇作用压入电机带走热量，热风最后流过整流子将碳粉直接吹到电机外部。

若由冷却介质分可为空冷与氢冷。空冷其冷却介质为空气，这种方法简单、经济、可靠，但因空气密度大大高于氢气，所以要达到相同冷却效果，风扇消耗之机械功率要大十倍左右。这就是大容量汽轮发电机多采用氢冷的主要原因。因为大容量汽轮发电机空冷时通风及空气摩擦损耗几乎占总损耗一半左右。采用氢冷是提高效率的主要措施。氢冷的缺点是要防止氢气泄漏，通风系统结构部件严密性要求提高很多。尤其是转子轴承处的动密封是相当困难的，一般多采用油密封可达预期效果。另一个是氢气纯度必须严格保证，因为氢气可燃其与空气按一定比例混合时，有爆炸危险。

按冷却介质压力参数分类。可分为正常压力型与增压型。正常压力即为一个大气压力，运行简单，但冷却效果欠佳。增压型就是将气体压力增至 3 个大气压左右，此时气体密度正比增加，单位体积热容量增加。线圈表面相对冷空气对流换热的温差明显下降，此温差大约与气体密度成反比变化。大容量汽轮发电机使氢气增压至 2~3 个大气压力运行。贯流式水轮发电机可用 3 个大气压空冷运行，增压型主要问题是气密性的密封问题。

按冷却介质与线圈导体的接触换热方式分为外冷与内冷。一般电机均采用外部冷却，也就是冷风吹拂定子线圈绝缘层外表面，把铜损耗带走。大容量高电压电机绝缘层厚达 5~6mm，绝缘层热传导温度降落可达 30°C 左右。为了消除这部分温差可考虑内冷。内冷是介质直接接触铜线表面。定子水内冷较普遍，此时定子导线应用空心导线。定子氢内冷结构较复杂，制造线圈时，线圈沿轴向埋置一个中空矩形管，冷氢气沿此管高速流过带走定子导线铜耗，此时电机应为轴向通风方式。转子氢内冷有气隙取气斜流式及槽底送风两种。气隙取气斜流式氢内冷是靠带孔槽楔的风斗作用将氢气导入转子槽内，其槽

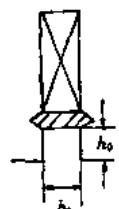


图 15-2

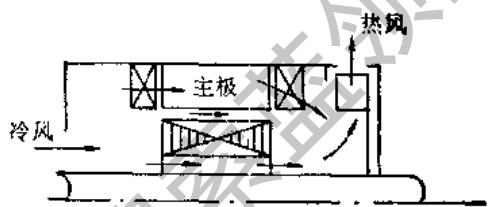


图 15-3

模结构如图 15-4(a)。为了使冷、热氢气区分开，电机沿轴向分成冷风区和热风区，冷风区也叫进风区，热风区也叫出风区，其示意图如图 15-4(b)。风扇将冷气由进风区送入定子径向通风沟，进入气隙，转子槽楔将此冷气导入转子槽内，在槽内沿图示虚线的斜线流动至出风区，由出风区处之槽楔在旋转方向背风面有出气孔将热风导入气隙，经定子通风沟进入机座出风区。在进、出风区交界面处装成机座通风隔板和气隙隔板。图 15-4(b)中之转子水平方向虚线表示转子槽底尺寸。

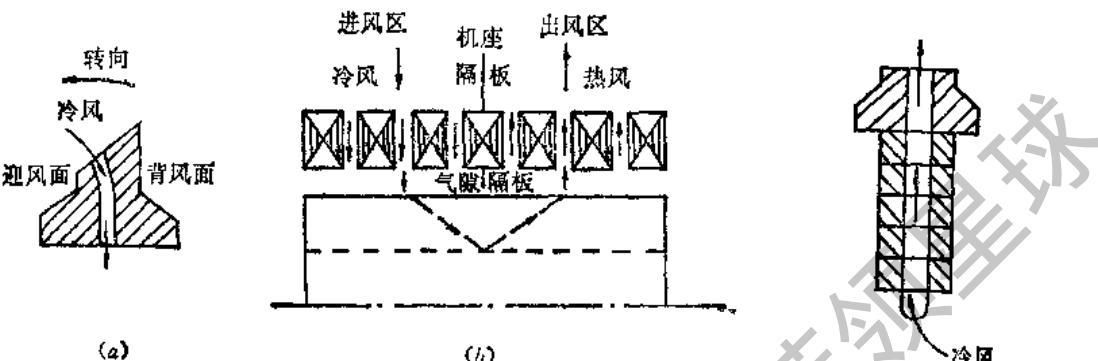


图 15-4

图 15-5

动至出风区，由出风区处之槽楔在旋转方向背风面有出气孔将热风导入气隙，经定子通风沟进入机座出风区。在进、出风区交界面处装成机座通风隔板和气隙隔板。图 15-4(b)中之转子水平方向虚线表示转子槽底尺寸。

槽底送风的氢内冷，其槽形如图 15-5。每根导线和槽楔在对应位置均开有通风孔。冷气由槽底送入，经导线内通风孔冷却转子线圈，热风由槽楔孔送入气隙。这些竖直方向的孔高速旋转时本身就有离心式风扇的作用。在图中槽绝缘，匝间绝缘都没有画出来。实际在这些绝缘层上也应有相应的通风孔。

## 第二节 总风量的确定及风路风阻计算

### 一、总风量的确定

电机的损耗除轴承的损耗由润滑油通过油循环带走之外，其余部分都要由冷却气体带走。水冷电机不在此列。空气的比热是固定的，若风量小则空气出口温度会很高，靠近出口处之发热体冷却效果不好，温度会增加，电机内部温度分布不均匀。如上节图 15-4 中冷风进风区之定、转子绕组温度低，出风区定、转子绕组温度高。温度分布不均匀的差别是由冷风及热风的温度差决定的。当然风量小空气的温升高，电机的温升也相应提高。所以在电机通风计算中首先确定总风量是为了控制电机的平均温升及最高温升。总风量

$$Q = \frac{\sum p_B}{C_B \theta_B} \quad \text{m}^3/\text{s} \quad (15-1)$$

式中  $c_B$ ——空气的比热， $c_B$  为 1100，单位为  $\text{J}/\text{m}^3 \cdot ^\circ\text{C}$ 。其概念为  $1\text{m}^3$  的气体，温度升高  $1^\circ\text{C}$  所需的热能焦耳数。 $\sum p_B$ ——经由气体带走的总损耗，单位为  $\text{W}$ ； $\theta_B$ ——预定的空气温升控制数，对 B 级绝缘选为  $14 \sim 19^\circ\text{C}$ 。

$$\theta_B = \theta_2 - \theta_0 \quad (15-2)$$

式中  $\theta_2$ ——电机出口热风温度； $\theta_0$ ——电机入口冷风温度。

## 二、通风计算中有关参数的物理意义

流体有可压缩流体和不可压缩流体，空气属于可压缩流体，但在电机通风计算中，空气流速不大，压力变化也不大，体积变化约5%，我们将它作为不可压缩流体处理。

静压力反映流体受压缩的程度，单位用 Pa (N/m<sup>2</sup>)，静压力也可看作单位体积的压缩气体储存的弹性位能，其单位为 J/m<sup>3</sup> (N·m/m<sup>3</sup>)，等于压强单位。

动压力反映了空气储存的动能，这部分动能全部转换成气体压缩弹性位能时的静压力就叫作气体的动压力，根据能量守恒可看作单位体积气体所储存的动能。动压力可表示为  $\rho v^2$ ， $\rho$  为密度代表单位体积质量； $v$  为空气流速。动压力单位也是 Pa (N/m<sup>2</sup>)。

全压力为静压力和动压力之和，即单位体积流体中的总机械能。相当于电路中的电压。

流量为单位时间流过的气体体积，单位为 m<sup>3</sup>/s 可称为风量。相当于电路中的电流。

压力损失  $\Delta p$ ，当气体在等截面长管道中流动时，管道两端气体流速一样，则管道两端气体动压力没有变化，但气体与管道内壁摩擦肯定消耗能量。管道两端气体单位体积总机械能减少的量就是管道所造成的效果损失  $\Delta p$ ，一般反应为静压力的减小。为了后面计算的方便，将其写成与动压相关的表达式，如管道两端

$$\Delta p = 0.5 \left( \frac{\rho}{2} v^2 \right)$$

不应理解为动压损失了50%，而应理解为静压的损失数量相当于动压的50%。

风阻的概念，仍以上述之长管道压力损失为例说明之，

$$\Delta p = 0.5 \left( \frac{\rho}{2} v^2 \right)$$

将等式右面分子、分母同乘以管道截面积  $S$  的平方，整理得

$$\Delta p = 0.5 \times \frac{\rho}{2} \frac{1}{S^2} (Sv)^2 \quad (15-3)$$

因为风量  $Q = Sv$ ，令  $Z = 0.5 \times \frac{\rho}{2S^2}$ ，上式可写成

$$\Delta p = ZQ^2 \quad (15-4)$$

我们称  $Z$  为管道的风阻，类比于电路中之电阻。从上式可看出风路欧姆定律对应的为非线性的风阻，因为风量变化一倍，风压变化不止一倍。

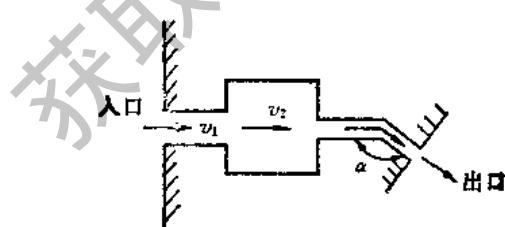


图 15-6

我们举一个非线性电阻的例子，某电阻其阻值与电流成正比，单位电流时电阻为  $R_0$ ， $R_0$  单位以 Ω/A 表示。任意电流  $I$  时之电阻  $R$  可用  $IR_0$  表示之，则  $U = IR = R_0 I^2$ 。类比非线性电路，我们可看出  $Z$  的物理概念与  $R_0$  相似。

压力转换的概念。如图 15-6 所示，

当气体由小截面管道进入大截面管道后，流速由  $v_1$  降低为  $v_2$ ，动压由  $\frac{\rho}{2} v_1^2$  降至  $\frac{\rho}{2} v_2^2$ 。

此时若忽略截面变化所产生的能量损失，则动压减小了多少，静压应增加同等的数值，相当于垂直上抛物体，运动过程中动能与位能的转换一样，其原则为总机械能守恒。

### 三、风阻的计算及其串、并联

由式(15-3)可知，风路中有能量损失就有压力损失，就有风阻参数。一般电机中细长管道几乎没有，所以管道摩擦形成之风阻基本可忽略，主要计算由截面突变、气体产生涡流所引起的分子撞击所产生的损耗。图 15-6 的风路应有五个风阻串联：进口处截面由无穷大缩小至入口管道截面有一个风阻；截面扩大流速降至  $v_2$  时有一个风阻；由  $v_2$  进入出口管道有一个截面缩小形成的风阻；出口前管道有一个  $\alpha$  角度的转折形成一个风阻；出口处截面突变至无穷大又形成一个风阻。不同的截面变化率可取不同的系数代替式(15-3)中之系数 0.5，即可得相应风阻。例如出口处系数应取为 1.0，因为出口外截面无穷大，风速为零，出口前之动压经过出口后全部损失了。此时压力损失的确是动压的损失。注意出口外的无穷大空间，对此不能用压力转换的概念，这部分动压是损失了，而不可能转换成相应的静压。

风阻的串联计算。串联风路风量  $Q$  相等，今举两个风阻  $Z_1$ 、 $Z_2$  串联为例，如图 15-7(a)。设  $P_1$ 、 $P_2$  为  $Z_1$ 、 $Z_2$  上的风压降，则

$$P_1 = Z_1 Q^2 \quad P_2 = Z_2 Q^2$$

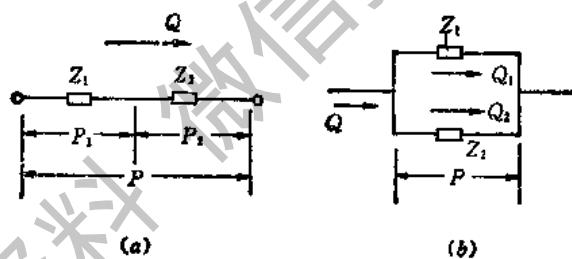


图 15-7

两个风阻上的总风压降

$$P = P_1 + P_2 = (Z_1 + Z_2)Q^2 = ZQ^2$$

串联后的等效风阻

$$Z = Z_1 + Z_2$$

由上式看出风阻串联与电阻串联规律相同， $n$  个风阻串联等效风阻  $Z$  计算如下：

$$Z = \sum_{i=1}^n Z_i$$

风阻的并联计算，以两个风阻  $Z_1$ 、 $Z_2$  并联为例，如图 15-7(b)。并联风路风压相等，总风量为各并联风路风量之和，即

$$Q = Q_1 + Q_2$$

$Z_1$  的风压降

$$P_1 = Z_1 Q_1^2 = P$$

$Z_2$  风压降

$$P_2 = Z_2 Q_2^2 = P$$

则

$$Q_1 = \sqrt{\frac{P}{Z_1}}; \quad Q_2 = \sqrt{\frac{P}{Z_2}}$$

$$Q = \sqrt{P} \left( \frac{1}{\sqrt{Z_1}} + \frac{1}{\sqrt{Z_2}} \right)$$

$$Q^2 = P \left( \frac{1}{\sqrt{Z_1}} + \frac{1}{\sqrt{Z_2}} \right)^2$$

$$P = \frac{1}{\left( \frac{1}{\sqrt{Z_1}} + \frac{1}{\sqrt{Z_2}} \right)^2} \quad Q^2 = Z Q^2$$

$$Z = \frac{1}{\left( \frac{1}{\sqrt{Z_1}} + \frac{1}{\sqrt{Z_2}} \right)^2}$$

式中  $Z$  ——两路并联等效风阻，与并联电路等效电阻求法显著不同了。

\*个风阻并联后等效风阻为

$$Z = \frac{1}{\left( \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{\sqrt{Z_i}} \right)^2}$$

### 第三节 离心式风扇的计算

图 15-8 为一标准离心式风扇，以角速度  $\omega$  旋转，扇叶为径向的，风扇叶外半径为  $r_2$ ，内半径为  $r_1$ ，相邻扇叶间中心夹角为  $\alpha$ 。空气质点在  $\alpha$  角内被两扇叶片夹住其角速度应与叶片相同也是  $\omega$ 。取极坐标  $r$ ，分析半径为  $r$  处，两扇叶间之弧长为  $r\alpha$ ，单位轴向长度，径向距离  $dr$  所形成微小体积为  $r\alpha dr$ 。此体积如图中剖面线部分所示。这一微体积质量所产生之离心力  $dF$  计算如下：

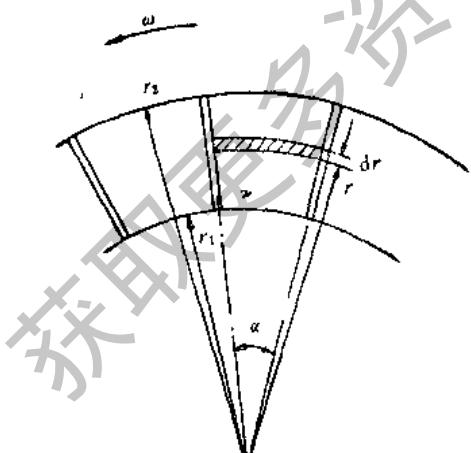


图 15-8

$$dF = (r\alpha dr) \frac{\gamma}{g} r\omega^2$$

式中  $\gamma$  ——重度，单位为  $N/m^3$ ； $g$  ——重力加速度，单位为  $m/s^2$ 。

$dF$  离心力在相应作用面上所提供的静压力增量

$$\Delta p = \frac{dF}{r\alpha} = \gamma \frac{\omega^2}{g} r dr$$

风扇外缘处静压力强度与内缘处静压力之差

$$\begin{aligned} p_{12} &= \int_{r_1}^{r_2} \Delta p = \int_{r_1}^{r_2} \gamma \frac{\omega^2}{g} r dr \\ &= \frac{1}{2} \frac{\gamma}{g} \omega^2 (r_2^2 - r_1^2) \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{\gamma}{g} (\nu_2^2 - \nu_1^2)$$

式中  $\nu_2$ ,  $\nu_1$ ——分别为风扇外圆、内圆切向速度,也就是空气的切向风速,单位为 m/s。

$$\text{出口处动压力为 } \frac{1}{2} \frac{\gamma}{g} \nu_{20}^2$$

为了将风路入口处压强为一个大气压的静止的空气吸入到风扇内,则扇叶人口边缘应形成一个静压的负压区,此静压力负压的大小和  $(-\frac{1}{2} \frac{\gamma}{g} \nu_1^2)$  相当。

风扇出口处之静压力  $P$  为  $p_u$  与人口负压之和,即

$$P = \frac{1}{2} \frac{\gamma}{g} (\nu_2^2 - \nu_1^2) + \frac{1}{2} \frac{\gamma}{g} \nu_1^2$$

风扇全压力  $H_0$  为静、动压之和。

$$\begin{aligned} H_0 &= \frac{1}{2} \frac{\gamma}{g} (\nu_2^2 - \nu_1^2) + \frac{1}{2} \frac{\gamma}{g} \nu_1^2 + \frac{1}{2} \frac{\gamma}{g} \nu_1^2 \\ &= \frac{\gamma}{g} (\nu_2^2 - \nu_1^2) \end{aligned} \quad (15-5)$$

$H_0$  也叫作风扇空载运行时静压力。空载的意义就是令风扇提供的风量为零,旋转时所产生的全部静压力,此时动压也转换成静压力。但由于入口、出口处之气体的冲击涡流损耗能量,所以实际风扇之  $H_0$  不能按式(15-5)计算,而应乘一个 0.6 的系数,实际离心式风扇

$$H_0 = 0.6 \times \frac{\gamma}{g} (\nu_2^2 - \nu_1^2) \quad (15-6)$$

令风扇外部风阻为零,此时风扇提供给克服风阻的压力  $H$  为零,全部风压都消耗在风扇内阻上了,此时风量应为最大值以  $Q_m$  代表之,根据实验统计有

$$Q_m \approx 0.42 \nu_2 S_2 \quad (15-7)$$

式中  $Q_m$ ——短路风量,最大风量,对应于直流发电机的短路电流;

$S_2$ ——风扇外圆气流面积有效值,单位为  $m^2$ ;

$$S_2 = 0.92\pi(2r_2)b$$

式中  $b$ ——叶片的轴向宽度,单位为 m; 系数 0.92——考虑叶片的厚度在风扇外圆占据了 8% 的导风面积。

将  $H_0$  对应为直流发电机空载电势  $E_0$ ,  $Q_m$  对应为短路电流  $I_K$ , 电枢内电阻  $R$  等于  $E_0/I_K$ , 风扇内风阻  $Z$  等于  $H_0/Q_m^2$ 。

电机带负载电流  $I$  时之端电压为  $U$ , 则

$$U = E_0 - IR \quad (15-8)$$

风扇带风量为  $Q$  时之风压为  $H$ , 则

$$\begin{aligned} H &= H_0 - Q^2 Z = H_0 - H_0 \left( \frac{Q}{Q_m} \right)^2 \\ &= H_0 \left[ 1 - \left( \frac{Q}{Q_m} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (15-9)$$

式(15-8)即为发电机外特性,  $U = f(I)$ 。式(15-9)为离心式风扇外特性  $H = f(Q)$ , 将其画在图 15-9; 外风阻的负载特性为  $H = Z_n Q^2$ , 将其画于同一张图上, 二者交点就是该风扇带外阻为  $Z_n$  时风路总风量的解, 将此风量与式(15-1)的计算值对比, 实际值大于计算需用值才满足要求。实际计算中还要计算各并联支路的流量, 看其分配是否合理。实际生产中配置各种流线型的导风板以减小流阻, 各种挡风板改变并联支路风阻以改变流量的分配。

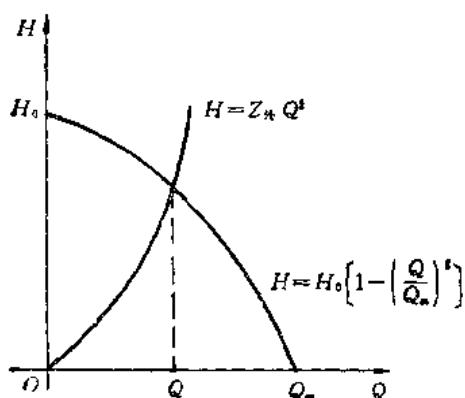


图 15-9

需之机械能,  $P_v = \frac{HQ}{\eta}$ 。径向叶片风扇之效率  $\eta$  约为  $0.15 \sim 0.2$ 。

除离心式风扇之外还有轴流式风扇, 其叶形与一般家用台扇叶片相近。有时也称为浆式风扇, 轴流式风扇气流方向与风扇轴线平行, 气流直接进入铁心冷却电机。而离心式风扇气流以切向为主, 只能先转换成静压后气流改变方向再进入铁心, 这种转换与方向的变化都会引起损耗, 所以离心式风扇效率大大低于轴流式风扇。离心式风扇适用于高风压、高风阻; 轴流式风扇适用于低风阻。

## 第十六章 能量法求反力及变形——凸极电机转子应力分析

### 第一节 强度和变形的设计要求

强度这个词，在材料力学里被狭义地理解为构件内部某点应力达到一定极限时的限度。这个极限有时是塑性限，有时是破坏强度。但在电机设计中，强度常常被广义的理解为构件的变形超过容许的限度后，使电机失去工作效能的极限。例如，汽轮发电机转子的护环是在热套配合的条件下一端热套在转子本体上，一端热套在中心环上。转子护环的要求为确定护环在最高转速时，不致于和转子本体及中心环发生松脱现象。护环一经松脱，转子就会发生过大的弯曲变形而破坏转子的旋转平衡。这里必须指出，护环配合的松脱，可能在护环尚处于弹性变形就开始了。因此护环的设计，不是去研究护环的破坏强度或塑性强度，而是要正确的计算护环的松脱转速。又例如，整流片鸽尾部或整流片本身只要产生塑性变形，虽然没有达到破坏程度，这种塑性变形就能破坏整流子的圆柱形外形，因而引起整流恶化，因此整流片的设计，要求正确计算其塑性强度。

但是并不是所有的电机部件都不容许塑性变形的。例如汽轮发电机转子中心孔的表面，因离心力而产生的应力有时可以达到和超过材料的屈服限，当达到这种情况以后，塑性变形反而使应力集中效应的尖峰下降，使金属发生局部的冷硬现象，这对于整个构件并没有什么不利的地方。

从上面的讨论中可以看到，电机部件的应力和变形的计算是电机强度设计计算中最关键的问题，我们特别要指出的是应力计算和变形计算是同样重要的。

下面的讨论，主要地都把旋转惯性力当作静力来计算。但是在估计容许的应力和变形时，应该考虑到可能发生的骤加冲击载荷，可以一般地证明骤加冲击载荷所引起的初始变形，比同样大小的力渐加的载荷（即静载）所引起的变形大一倍。这个由于动力加载所增加的系数应该在计算容许变形时考虑在内。

对于我们所提出的课题中，交变应力不是载荷的主要方式，因此，我们将略去这一方面的讨论。

### 第二节 杆件拉伸、扭转、弯曲的应变能

弹性体在逐渐增加外载时，变形也逐渐增大。在这个加载的过程中，外力做功，这种功一般地全部或部分变为变形所积蓄的位能。只要变形仍在弹性范围内，只要加载的过程很慢，变形的动能可以略去不计，则这种功可以看作全部变成变形所积蓄的位能，这种位能在卸载过程中释放出来，作为该弹性体向外界做功的弹性能。如果加载过程很快，则有一部分功变为弹性体变形的动能；又如变形进入塑性的范围，则在卸载过程中有一部分变

形的位能业已耗于形成永久的塑性变形，只有剩下的一部分变形的位能释放出来。

在材料力学和弹性力学的计算中，习惯上把静力加载的过程看做是很缓慢的，因此全部的功都积蓄成为变形的位能，同时，假设弹性体仍在弹性的范围以内，移去外力，该位能可以全部释放出来。我们称这种位能为弹性应变能，或简称应变能。

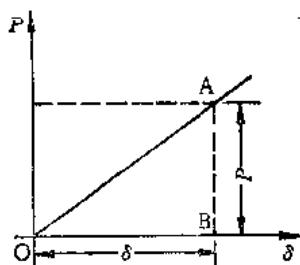


图 16-1

从上面的讨论可以看到，计算暂加外力所做的功和计算弹性体在该外力的作用下达到的变形中所积蓄的应变能，是完全相同的。

试以杆件的拉伸为例：设杆件逐渐加载达到最后拉力  $P$ ，该时杆件的拉伸长度为  $\delta$ ，拉伸曲线如图 16-1 中的 OA，杆件在加载过程中，由外力所做的功等于面积 OAB，它就等于杆件拉伸到增长  $\delta$  时所积蓄的应变能  $U$ ，其值为  $\frac{1}{2} P \delta$ ，即

$$U = \frac{1}{2} P \delta \quad (16-1)$$

根据拉伸的虎克定律，设  $E$  为杨氏模量， $S$  为杆件断面面积， $l$  为杆件长度，我们有

$$\delta = \frac{P l}{E S} \quad (16-2)$$

于是，这个杆件拉伸的应变能  $U$  可以写成下列两种形式：

$$U = \frac{P^2 l}{2 E S} \text{ 或 } U = \frac{S E \delta^2}{2 l} \quad (16-3)$$

第一种形式把应变能写成载荷  $P$  的函数，第二种形式把应变能写成变形  $\delta$  的函数。只要杆件的材料和尺寸已知，则应变能完全决定于  $P$  的值，或完全决定于  $\delta$  的值。同时，应变能和  $P$  的平方成正比或和  $\delta$  的平方成正比，因此它总是正的。这些性质是任何变形的应变能所共有的性质。

我们也可以用应力和应变来表示应变能。杆件拉伸的应力为  $\sigma$ ，有

$$\sigma = \frac{P}{S} \quad (16-4)$$

应变为  $\epsilon$

$$\epsilon = \frac{\delta}{l} \quad (16-5)$$

于是，杆件的拉伸应变能表达式 (16-3) 可以写成

$$U = \frac{1}{2} E \epsilon^2 S l$$

或

$$U = \frac{1}{2 E} \sigma^2 S l \quad (16-6)$$

其中  $S l$  为杆件的总体积，所以  $\frac{1}{2} E \epsilon^2 = \frac{1}{2 E} \sigma^2$  称为应变能密度，即单位体积中所积蓄

的应变能。

同样,当某一体积元素  $dV$  处于纯剪应力状态下变形时,其应变能可以证明为

$$dU = \frac{1}{2} G\gamma^2 dV \text{ 或 } dU = \frac{1}{2G} \tau^2 dV$$

式中  $G$ —剪力模量;  $\gamma$ —该元素的剪应变;  $\tau$ —有关的剪应力。

杆件的扭转变形在杆件内部各点并不产生均匀的剪应变,而是在杆件的表面最大,中心最小(一般为零),因此,杆件扭转变形的应变能可以通过在横截面上的积分求得。但是,根据前面的讨论我们也可以通过外力(即扭矩)对转角所做的功来求得。

设杆件长  $l$ , 在扭矩  $T_s$  作用下产生转角  $\varphi$ , 则有

$$\varphi = \frac{T_s l}{G I_p} \quad (16-7)$$

其中  $G I_p$  为杆件的抗扭刚度。同时  $T_s$  对  $\varphi$  所作的功为杆件的扭转应变能,即

$$U = \frac{1}{2} T_s \varphi \quad (16-8)$$

利用(16-7)式,这个应变能式可以写成

$$U = \frac{T_s^2 l}{2 G I_p} \text{ 或 } U = \frac{\varphi^2 G I_p}{2 l} \quad (16-9)$$

式(16-9)的第一式用扭矩表示应变能,第二式用转角表示应变能。它们和(16-3)式相似,都是正的。

再以杆件的弯曲为例。设长为  $l$  的杆件两端受弯矩  $M$  作用发生纯弯,(例如一端夹住,一端受弯矩  $M$  作用如图 16-2)则弯矩  $M$  所作的功为

$$U = \frac{1}{2} M\theta \quad (16-10)$$

但是自由端的纯弯曲角位移为

$$\theta = \frac{Ml}{EI_z} \quad (16-11)$$



图 16-2

式中  $EI_z$ —杆件的抗弯刚度;  $I_z$ —抗弯曲截面惯性矩。

因此,纯弯的应变能为

$$U = \frac{M^2 l}{2 EI_z} \text{ 或 } U = \frac{\theta^2 EI_z}{2l} \quad (16-12)$$

前者用弯矩表示应变能,后者用转角表示应变能。必须指出,纯弯所积蓄的应变能也可以从拉伸应变能的表达式(16-6)求得。可以把纯弯的杆件看作为横截面的垂交纤维处于一半拉伸一半压缩的应力状态来处理,总的纯弯应变能等于这些微元的应变能的积分。设横截面的中性线为 AB 线(图 16-3)与 AB 线垂交的纤维既无伸长又未缩短,但其曲率半径  $R$  为  $R\theta = l$  所决定,即  $R = l/\theta$ 。于是,与 CD 线垂交的纤维产生拉伸应变

$$\epsilon = \frac{y}{R} = \frac{\theta y}{l}$$

所有通过 CD 处微元截面  $b dy$  的纤维(它们的长度为  $l$ )在弯曲变形中积蓄的拉伸能

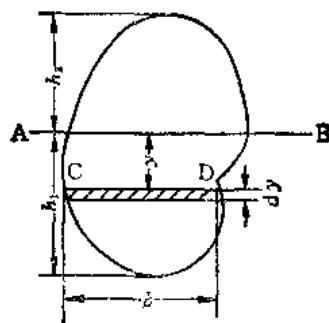


图 16-3

根据式(16-6)为

$$dU = \frac{1}{2} E \left(\frac{\theta y}{l}\right)^2 l b dy \quad (16-13)$$

其中  $b$  为  $CD$  处截面的宽度。在整个截面上积分, 即得杆件  $l$  在纯弯状态下的应变能, 即

$$U = \frac{1}{2} E \frac{\theta^2}{l} \int_{-k_1}^{k_1} b y^2 dy = \frac{1}{2} E I_z \frac{\theta^2}{l} \quad (16-14)$$

这与式(16-12)的第二式完全一样。

现在让我们来研究杆件在分布的拉力、扭矩和弯矩作用下的应变能。

当杆件在分布的拉力作用(如自重载荷)时,  $P$  不再是常量而是  $x$  的函数  $P(x)$ , 微元长度  $dx$  中所积蓄的应变能, 根据式(16-3)第一式为

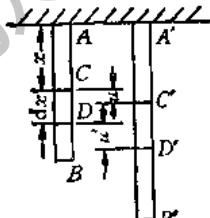
$$dU = \frac{P^2(x) dx}{2SE}$$

所以整个杆件的拉伸应变能可以通过积分求得, 即

$$U = \int_0^l \frac{P^2(x) dx}{2SE} \quad (16-15)$$

这个积分表达式同样也适用于变截面的杆件 ( $S$  为  $x$  的函数) 和材料不均匀的杆件 ( $E$  为  $x$  的函数)。同样, 我们也可以通过变形来表示分布拉力作用下杆件的应变能, 但是, 这里必须指出, 由于分布拉力在杆件各点所产生的应变不相等, 做的功也不相等, 因此, 无法用整个杆件的总伸长来表示总的应变能。要用变形来描写拉伸应变能, 就必须引进一个描写连续变形的量, 这个量称为各点的位移。对于拉伸的杆件而言, 如图 16-4, 同一截面  $C$  上各点在拉伸后顺着拉伸方向移动的距离  $u(x)$  称为截面  $C$  上各点的位移, 这时  $C$  移至  $C'$  处。设离  $C$  点  $dx$  处的点  $D$  在拉伸后到达  $D'$  点, 其移动距离为  $u(x + dx) = u'$ ,

当  $dx$  很小时,  $u'$  可以近似地表示为



$$u' = u(x) + \frac{du}{dx} dx \quad (16-16)$$

$CD$  变成  $C'D'$  时的拉伸应变为

$$\epsilon = \frac{C'D' - CD}{CD} = \frac{du}{dx} \quad (16-17)$$

图 16-4

它也是  $x$  的函数, 利用虎克定律

$$P = ES \frac{du}{dx} \quad (16-18)$$

把上式代入 (16-15) 式, 即得

$$U = \int_0^l \frac{1}{2} ES \left( \frac{du}{dx} \right)^2 dx \quad (16-19)$$

这是以变形表示的拉伸杆件的应变能表达式。如果杆件的拉伸是均匀的,  $\frac{du}{dx} = \epsilon$  等于常量, 式 (16-19) 就还原为 (16-6) 式。

当杆件在分布的扭矩  $T_s(x)$  作用时, 微元长度  $dx$  中所积蓄的扭转应变能为

$$dU = \frac{T_s^2(x)}{2GI_p} dx$$

整个杆件的扭转应变能为其积分, 即

$$U = \int_0^l \frac{1}{2} \frac{1}{2GI_p} T_s^2(x) dx \quad (16-20)$$

这是用分布扭矩表达的杆件应变能式。也可以用扭转角的分布来表示它。设各截面的扭转角为  $\varphi$ , 两相邻截面间(距离为  $dx$ ) 的相对扭转角为

$$\frac{d\varphi}{dx} dx = \frac{T_s}{GI_p} dx$$

于是, 用变形表达的扭转应变能式为

$$U = \int_0^l \frac{1}{2} GI_p \left( \frac{d\varphi}{dx} \right)^2 dx \quad (16-21)$$

现在让我们来研究一下分布弯距在弯曲杆件中所积蓄的应变能。首先, 必须指出, 分布弯矩一般联系着横剪的变形, 但是这些横剪变形一般很小, 横剪变形的应变能也很小, 在计算分布弯矩在杆件中积蓄的应变能时, 可忽略横剪变形应变能。在分布弯矩  $M(x)$  的作用下, 杆件长度微元  $dx$  中所积蓄的应变能为

$$dU = \frac{M^2(x) dx}{2EI_z} \text{ 或 } dU = \frac{1}{2} EI_z \left( \frac{d\theta}{dx} \right)^2 dx \quad (16-22)$$

如果引进杆件中性线的弯曲位移  $y(x)$  则

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{dy}{dx^2} \quad (16-23)$$

于是, 杆件在分布弯矩下的总应变能可以写成

$$U = \int_0^l \frac{M^2(x) dx}{2EI_z} \text{ 或 } U = \int_0^l \frac{1}{2} EI_z \left( \frac{dy}{dx^2} \right)^2 dx \quad (16-24)$$

前者用分布弯矩来表示, 后者用杆件的弯曲变形表示。

有时, 杆件拉伸的应变能简称拉伸能, 扭转的应变能简称为扭转能, 而弯曲的应变能简称弯曲能。同时, 在这里可以总的指出,  $ES$ ,  $EI_p$ ,  $EI_z$  分别为杆件在该截面处的抗

拉刚度,抗扭刚度,和抗弯刚度,对于不均匀的杆件而言,它们都是  $x$  的函数。

### 第三节 弹性体广义的应变能表达式

在前面,我们讨论了杆件在拉伸,扭转和弯曲的状态下的应变能表达式。现在让我们研究一下一般弹性体的应变能表达式。

让我们设想一个完全弹性的结构物,固定在某些支点上。所谓完全弹性的结构物有两种根本的性质:即材料满足虎克定律;变形很小,不影响外力的作用。根据这两个条件,位移和外力一定是线性相关的。也即是说,外力增加几倍,位移也增加几倍。下面的讨论中,引入广义力的概念,广义力包括外力和外力矩两种力,而不再予以区分。和广义力相对应的有广义位移,广义位移包括线性位移和角位移两种位移,也不再予以区分。设该完全弹性体上受到一组广义力  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$  (其中有些是力,有些是力矩)分别作用在点  $1, 2, 3, \dots, n$  上。根据虎克定律,点 1 在  $Q_1$  的作用方向上的广义位移  $q_1$  在这组广义力  $\{Q_i\}$  作用下可以写成

$$q_1 = \lambda_{11}Q_1 + \lambda_{12}Q_2 + \lambda_{13}Q_3 + \dots + \lambda_{1n}Q_n = \sum_{j=1}^n \lambda_{1j}Q_j \quad (16-25)$$

这里的  $\lambda_{11}, \lambda_{12}, \dots, \lambda_{1n}$  是和  $Q_i$  大小无关的比例常数。同样在点 2、点 3 等的广义位移可以写成

$$\left. \begin{aligned} q_2 &= \lambda_{21}Q_1 + \lambda_{22}Q_2 + \lambda_{23}Q_3 + \dots + \lambda_{2n}Q_n = \sum_{j=1}^n \lambda_{2j}Q_j \\ q_3 &= \lambda_{31}Q_1 + \lambda_{32}Q_2 + \lambda_{33}Q_3 + \dots + \lambda_{3n}Q_n = \sum_{j=1}^n \lambda_{3j}Q_j \\ &\vdots \\ q_n &= \lambda_{n1}Q_1 + \lambda_{n2}Q_2 + \lambda_{n3}Q_3 + \dots + \lambda_{nn}Q_n = \sum_{j=1}^n \lambda_{nj}Q_j \end{aligned} \right\} \quad (16-26)$$

上式可简写成

$$q_i = \sum_{j=1}^n \lambda_{ij}Q_j \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (16-27)$$

这里的  $\lambda_{ij}$  通常叫做柔度影响系数或简称影响系数,或简称柔度。在这里我们需要进一步加以说明的有下列几点:

(1) 我们规定,  $Q_i$  和  $q_i$  是对应的广义力和广义位移。所谓“对应”即指  $Q_i$  的作用点和  $q_i$  位移所发生的点为同一点,  $Q_i$  如果是力, 则  $q_i$  指该力的作用点在该力作用的方向所发生的线位移;  $Q_i$  如果是力矩, 则  $q_i$  是指该力矩的作用点处的横截面在该力矩作用的方向上所发生的角位移。

(2) 柔度影响系数  $\lambda_{ij}$  可以看作是, 当结构物在  $i$  点单独受到一个单位广义力(即单位力或单位力矩)时, 在  $i$  点所产生的广义位移。此位移应与  $Q_i$  相对应。

(3) 对于一个固定支撑的完全弹性体而言, 相当于一组广义力  $\{Q_i\}$ , 只能有一组广义位移  $\{q_i\}$ 。也就是说,  $\{q_i\}$  是可以唯一地决定的。如果不是这样, 或即是说, 对于同

一组广义力  $\{Q_i\}$  而言,如果有另外一组广义位移  $\{q^*\}$  和它相当,则首先在点  $1, 2, 3, \dots, n$  处作用  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$ , 使之发生广义位移  $q_1, q_2, \dots, q_n$ , 然后再在点  $1, 2, \dots, n$  处再加作用一组力  $-Q_1, -Q_2, -Q_3, \dots, -Q_n$ , 使发生广义位移  $-q_1^*, -q_2^*, \dots, -q_n^*$ , 这样先后加在弹性体上两组外力是大小相等、方向相反的,结果是互相抵消,因此,弹性体一定要恢复原状,两组广义位移的和在各点一定都等于零,亦即  $q_1 - q_1^*, q_2 - q_2^*, \dots, q_n - q_n^*$  等都等于零。于是得到  $q_1 = q_1^*, q_2 = q_2^*, \dots, q_n = q_n^*$ , 这和原来的假设不一致,这就反证了  $q_i$  和  $Q_i$  是唯一互相决定的。

我们也可以把式(16-27)反过来表示,即从式(16-27)中解  $Q_i$  得

$$Q_i = \sum_{j=1}^n K_{ij} q_j, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (16-28)$$

这里的  $K_{ij}$  也是常数,称为刚度影响系数,  $K_{ii}$  的物理意义为:其他点位移为零只在  $i$  点发生单位的广义位移时,在点  $i$  所需作用的广义外力。

在一个自由度的问题里,刚度影响系数就是弹簧系数。

当弹性体较柔软时,柔度系数较大,刚度系数较小,当弹性体较刚硬时,柔度系数较小,刚度系数较大。

如果弹性体在点  $1, 2, \dots, n$  上作用有广义力  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$ , 在这些点上发生相关的广义位移  $q_1, q_2, \dots, q_n$ , 则在结构物的广义位移发生微量变化  $\Delta q_1, \Delta q_2, \dots, \Delta q_n$  时,这些广义力做的功为

$$\Delta W = Q_1 \Delta q_1 + Q_2 \Delta q_2 + \dots + Q_n \Delta q_n \quad (16-29)$$

如果所有的广义力都是慢慢地增加的,在增加的过程中不断地维持着平衡,则广义力从零增加到  $\{Q_i\}$  时做的功应该等于结构物中的累积的应变能

$$U = \int_0^{q_1} Q_1 dq_1 + \int_0^{q_2} Q_2 dq_2 + \dots + \int_0^{q_n} Q_n dq_n \quad (16-30)$$

应变能只能和最后的变形有关,和如何达到最后变形的过程无关。

式(16-33)和式(16-34)在拉伸杆件的特殊形式为(16-3)式,其中只有一个广义力  $P$  和一个广义位移  $\delta$ ,  $\frac{ES}{l}$  为刚度系数,  $\frac{l}{ES}$  为柔度系数, 在这里, 刚度和柔度的系数互为倒数。同样在杆件扭转问题中, 广义力为扭矩  $T_z$ , 广义位移为转角  $\varphi$ 。从(16-9)式中可以看到  $GI_p/l$  为杆件的抗扭刚度系数,  $l/GI_p$  为柔度系数。又对杆件的纯弯而言, 式(16-12)和式(16-33)及(16-34)相当, 其中  $\frac{EI_z}{l}$  为刚度系数,  $\frac{l}{EI_z}$  为柔度系数。

现在我们再证明  $\lambda_{ij}$  和  $K_{ij}$  对  $i, j$  讲都是对称的。这种对称性质, 相当于材料力学已知道的所谓互易定律。例如  $\lambda_{ij} = \lambda_{ji}$  表明在  $j$  点的单位广义力  $Q_j = 1$  作用下弹性体内  $i$  点在广义位移  $q_i$  方向所发生的广义位移  $\lambda_{ij}$  等于在  $i$  点的单位广义力  $Q_i = 1$  作用下同一弹性体内  $j$  点在广义位移  $q_j$  方向所发生的广义位移  $\lambda_{ji}$ 。而  $K_{ij} = K_{ji}$  表明, 在点  $j$  发生单位广义位移所需的在  $i$  点的广义力  $K_{ij}$  等于在  $i$  点发生相当单位广义位移所需的在  $j$  点的广义力  $K_{ji}$ 。

让我们考虑两个自由度的问题, 设有一个弹性体, 先在点 1 作用广义力  $Q_1$ , 然后再在点 2 作用广义力  $Q_2$ , 这样次序作用下计算所得最后应变能为

$$U = \frac{1}{2} \lambda_{11} Q_1^2 + \frac{1}{2} \lambda_{22} Q_2^2 + Q_1 (\lambda_{21} Q_2) \quad (16-35)$$

设在同一弹性体上, 把作用在点 1 和点 2 两个广义力的先后次序颠倒过来, 则最后应变能是

$$U = \frac{1}{2} \lambda_{22} Q_2^2 + \frac{1}{2} \lambda_{11} Q_1^2 + Q_2 (\lambda_{12} Q_1) \quad (16-36)$$

这两个应变能代表相同的应力状态, 因此相等, 于是有

$$\lambda_{11} = \lambda_{22} \quad (16-37)$$

用同样的方法, 我们可以逐一证明  $\lambda_{ij}$  都是对称的, 所以

$$\lambda_{ij} = \lambda_{ji} \quad (i, j = 1, 2, \dots, n) \quad (16-38)$$

同样

$$K_{ij} = K_{ji} \quad (i, j = 1, 2, \dots, n) \quad (16-39)$$

#### 第四节 卡氏定理

将应变能表达式(16-33)对  $Q_k$  微分一次, 其中  $k$  为某一指定的数, 则有

$$\frac{\partial U}{\partial Q_k} = \lambda_{kk} Q_k + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (\lambda_{ki} + \lambda_{ik}) Q_i = \sum_{i=1}^n \lambda_{ki} Q_i \quad (16-40)$$

类比于(16-27)式, 得

$$\frac{\partial U}{\partial Q_k} = q_k \quad (16-41)$$

同样, 我们将应变能表达式(16-34)对  $q_k$  微分一次, 则有

$$\frac{\partial U}{\partial q_k} = K_{kk} q_k + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (K_{ki} + K_{ik}) q_i = \sum_{i=1}^n K_{ki} q_i \quad (16-42)$$

利用(16-28)式,得

$$\frac{\partial U}{\partial q_k} = Q_k \quad (16-43)$$

式(16-41)就是卡斯提里安努(Castigliano)定理,简称卡氏定理,而(16-43)式称为拉格朗日(Lagrange)定理。

卡氏定理对于在已知外力的条件下计算变形有极大的优越性,如果外力是分布的,则除了把和号用相应的积分代替外,其实质的结论完全相同。

## 第五节 静不定问题

从上面的讨论中,我们利用卡氏定理计算杆件或梁的位移时,一直限于弯矩分布是已知的,或即是说,限于静定的梁。当梁有多余的支撑约束时,弯矩分布就不能直接决定,这就是静不定问题。在这种情况下,利用卡氏定理常常可以很容易决定支撑约束的反力,因而使静不定问题迎刃而解。

现在假设有 $s$ 个多余支撑,则 $s$ 个支撑点上的反力(包括反力矩) $Q_1^0, Q_2^0, Q_3^0, \dots, Q_s^0$ 为静力未定的外力。根据弹性体上所给已知外力 $Q_1, Q_2, \dots, Q_s$ 和这些待定的反力在一起,可以计算该弹性体的应变能 $U$ 。对于固定的支撑点,或是支撑点容许在反力的垂交方向滑移的情况下,根据卡氏定理,应变能对有关反力的偏导数为零,于是有

$$\frac{\partial U}{\partial Q_1^0} = 0, \frac{\partial U}{\partial Q_2^0} = 0, \dots, \frac{\partial U}{\partial Q_s^0} = 0 \quad (16-44)$$

这样一共给出 $s$ 个方程式,就可以决定待定反力 $Q_1^0, Q_2^0, \dots, Q_s^0$ 。

式(16-44)实际上就是说,静不定支点的反力是根据应变能应为极小决定的。

现在以一端固定一端简支均匀受载的梁为例来说明这种方法。这个问题是一次静不定问题。首先取B点的反力 $P$ 为静不定的量,见图16-5。

这个量可根据

$$\frac{\partial U}{\partial P} = 0$$

所提供的方程式求得。

$$U = \int_0^l \frac{M^2 dx}{2EI_z} \quad (16-45)$$

式中  $M = Px - \frac{1}{2}qx^2$ ;  $q$ ——均布线负载。

对式(16-45)偏微分得

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial P} &= \frac{1}{EI_z} \int_0^l M \frac{dM}{dP} dx = \frac{1}{EI_z} \int_0^l \left( Px - \frac{1}{2}qx^2 \right) x dx \\ &= \frac{1}{EI_z} \left( P \frac{P}{3} - q \frac{l^3}{3} \right) \end{aligned}$$

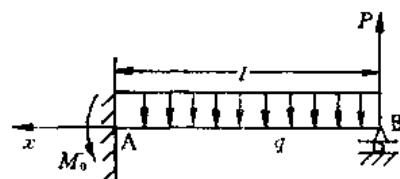


图 16-5

令上式为 0，可求得

$$P = \frac{3}{8} qI$$

此问题简化为在已知  $P$  力及均布载荷作用下固定端支撑梁的受力问题，是静定问题了。

## 第六节 圆环受径向集中力系作用时的计算

计算带辐条的转子轮缘或飞轮的轮缘在旋转时由于离心的惯性力所造成的应力和应变时，由于离心的惯性力是沿整个轮缘均匀分布的，辐条的拉力形成一组等间距的集中力，这组集中力的决定，将依据辐条和轮缘变形一致的条件。

计算极数不多的同步电机的转子轮缘，在旋转时离心力的惯性力所造成的应力和应变时，也必须把电机磁极的离心力看作为作用在轮缘上的等间距的集中力系。

这类问题的计算，一般分成两部分进行：第一部分为轮缘本身的惯性力所造成的应力和应变，这种计算由于问题的完全对称性，所以非常简单；第二部分为集中力作用下在轮缘中所形成的应力和应变，其计算较为复杂。将这两部分的应力和应变相加，即为实际轮缘在集中力作用下旋转时所发生的应力和应变。如何处理如辐条和轮缘的相互作用问题，则可将辐条作用在轮缘上的集中力算做为待定量，先计算在这些待定的集中力作用之

下的轮缘变形和辐条变形，然后依据变形一致的条件来最后决定这个待定量。

现在先计算轮缘在旋转时，本身的离心惯性力所造成的对称应力和变形。如图 16-6 所示，设在轮缘中心线（其半径为  $R_0$ ）上每单位长度的惯性力为  $q$ ，轮缘截面面积为  $S$ ，在这种对称的惯性力作用下，轮缘均匀膨胀，在轮缘中只发生均布的纵向力  $N_1$ 。这个纵向力的计算，只要根据半个圆环的静力平衡条件即可求得，即

$$2N_1 - \int_0^{\pi} qR_0 d\varphi \sin \varphi = 2qR_0 \quad (16-46)$$

截面上的拉伸正应力和正应变为

$$\sigma_{N1} = \frac{N_1}{S} = \frac{qR_0}{S}$$

$$\varepsilon_{N1} = \frac{qR_0}{ES} \quad (16-47)$$

因此，中心线的径向膨胀位移  $\delta_1$  为

$$\delta_1 = \frac{qR_0^2}{ES} \quad (16-48)$$

现在考虑集中力作用下的圆环的应力和变形。

先研究最简单的两个对顶力集中作用在一个直径上的情况,如图 16-7(a)。根据对称条件,我们只需考虑一个象限中的圆环,如图 16-7(b)。同时  $m-n$  截面中不可能存在横剪,其纵向力等于  $P/2$ 。在这个截面上有一个特定的弯矩  $M_0$ ,这是一个一次静不定问题,  $M_0$  可以用卡氏定理决定。根据对称条件,  $m-n$  截面不可能有任何角位移,和这个角位移对应的广义力为  $M_0$ ,所以根据卡氏定理

$$\frac{\partial U}{\partial M_0} = 0 \quad (16-49)$$

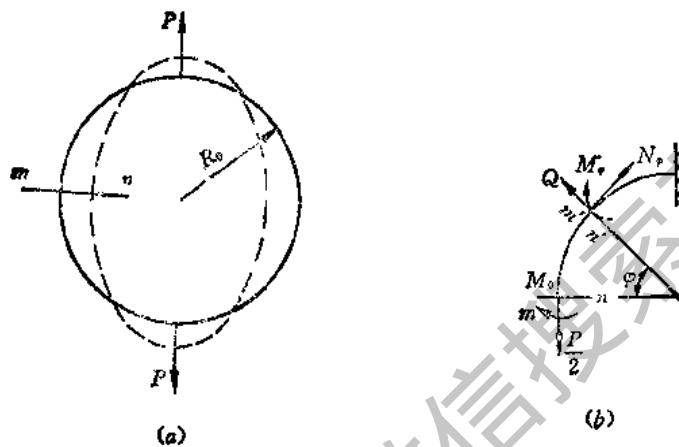


图 16-7

式中  $U$  为这个象限内的应变能。现在求距  $m-n$  截面夹角为  $\varphi$  的  $m'-n'$  截面上的拉力和弯矩。考虑  $m-n$  和  $m'-n'$  间的弧线的平衡,我们有

$$N_\varphi = \frac{P}{2} \cos \varphi, \quad Q = \frac{P}{2} \sin \varphi, \quad M_\varphi = M_0 - \frac{P}{2} R_0 (1 - \cos \varphi) \quad (16-50)$$

这个象限内的圆环的应变能为弯曲能、拉伸能和横剪能的总和,即为

$$U = \frac{1}{2EI_z} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[ M_0 - \frac{P}{2} R_0 (1 - \cos \varphi) \right]^2 R_0 d\varphi \\ + \frac{1}{2ES} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{4} P^2 \cos^2 \varphi R_0 d\varphi + \frac{\alpha}{2SG} \int_0^{\frac{\pi}{2}} R_0 \frac{P^2}{4} \sin^2 \varphi d\varphi \quad (16-51)$$

其中  $EI_z$ ,  $ES$ ,  $SG$  为圆环的抗弯刚度,抗拉刚度和抗剪刚度。 $\alpha$  为剪力不均匀时截面系数,一般  $\alpha=6/5$ 。根据卡氏定理,  $U$  对  $M_0$  的偏导数等于  $m-n$  截面的角位移。但是,这个角位移应该等于零,因此得

$$\frac{\partial U}{\partial M_0} = \frac{R_0}{EI_z} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[ M_0 - \frac{P}{2} R_0 (1 - \cos \varphi) \right] d\varphi \\ = \frac{R_0}{EI_z} \left[ M_0 \frac{\pi}{2} - \frac{P}{2} R_0 \left( \frac{\pi}{2} - 1 \right) \right] = 0 \quad (16-52)$$

解之得

$$M_0 = \frac{PR_0}{\pi} \left( \frac{\pi}{2} - 1 \right) = \frac{PR_0}{2} \left( 1 - \frac{2}{\pi} \right) \quad (16-53)$$

这就是  $m-n$  截面上的弯矩。代入式 (16-50)，即可得弯矩分布为

$$M_\varphi = \frac{1}{2} PR_0 \left( \cos \varphi - \frac{2}{\pi} \right) \quad (16-54)$$

着力点处的弯矩  $(\varphi = \frac{\pi}{2})$  为

$$M_1 = -\frac{PR_0}{\pi} \quad (16-55)$$

这是最大弯矩。现在让我们计算变形，在着力点处的位移为  $U$  (能量)对  $P/2$  的偏导数 (即等于  $m-n$  截面在  $P/2$  方向的位移)，先将应变能式  $U$  中的  $M_0$  用式 (16-54) 的结果代入，得

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2EI_z'} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{P^2}{4} R_0^3 \left( \cos \varphi - \frac{2}{\pi} \right)^2 d\varphi \\ &\quad + \frac{1}{2ES} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{P^2}{4} \cos^2 \varphi R_0 d\varphi + \frac{\alpha}{2SG} \int_0^{\frac{\pi}{2}} R_0 \frac{P^2}{4} \sin^2 \varphi d\varphi \end{aligned}$$

所以

$$\delta = \frac{\partial U}{\partial (P/2)} = \frac{PR_0^3}{2\pi EI_z'} \left\{ \frac{\pi^2}{4} - 2 + \frac{I_z'}{SR_0^2} \left( 1 + \alpha \frac{E}{G} \right) \frac{\pi^2}{4} \right\} \quad (16-56)$$

用叠加法可以上述一对集中力的结果来求多对集中力所产生的弯矩和纵向拉力。设圆环上有  $P$  对集中力，则圆环上的任意点的弯矩为每一对集中力在该点的弯矩的总和。

对称多对集中力作用下的结果也可以简单地从卡氏定理求得，并且还可以求得有关的变形。其结论也可以适用于奇数的集中力作用下的情况。

设围绕圆环共有  $N$  个集中力，如图 16-8(a)，两相邻力之夹角为  $2\theta$ ，则  $\theta = \frac{\pi}{N}$ 。

今取某一集中力两旁的一段圆弧  $\widehat{ab} = 2\theta$  来进行研究， $P$  作用在平分线上，由于对称关系， $a$  和  $b$  上都没有横向剪力如图 16-8(b)。根据  $\widehat{ab}$  的静力平衡条件，如图 16-8(d)，我们得

$$N_2 = \frac{P}{2 \sin \theta} \quad (16-57)$$

$d$  为  $\widehat{bc}$  弧上任一点，如图 16-8(c)， $\widehat{bd}$  对应中心角为  $\varphi$ 。从  $\widehat{bd}$  的静力平衡，我们有  $d$  点截面上弯矩纵向拉力和横向剪力表达式为

$$\left. \begin{aligned} N_\varphi &= \frac{P}{2 \sin \theta} \cos \varphi \\ M_\varphi &= M_2 - \frac{PR_0}{2 \sin \theta} (1 - \cos \varphi) \\ Q_\varphi &= \frac{P}{2 \sin \theta} \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (16-58)$$

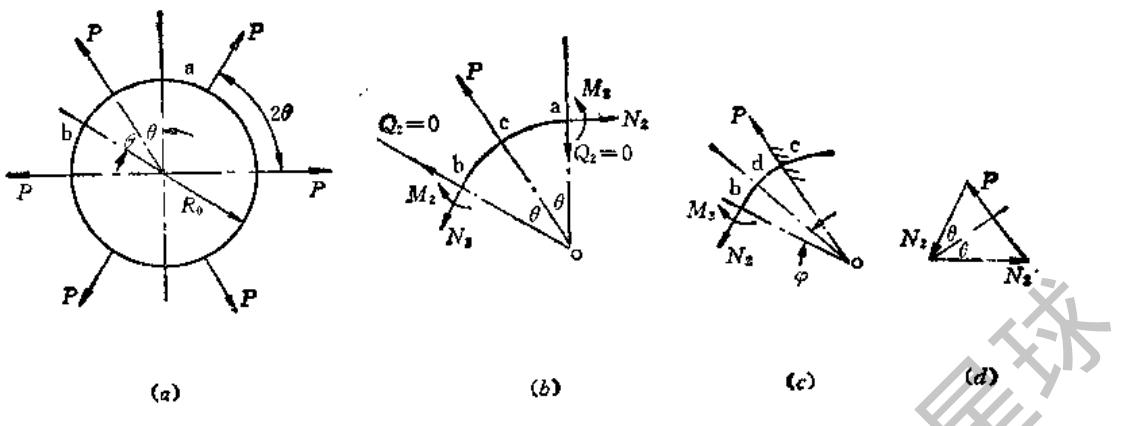


图 16-8

所以  $\widehat{ab}$  段的应变能为

$$U = \frac{1}{EI'_z} \int_0^\theta \left[ M_2 - \frac{PR_0}{2\sin\theta} (1 - \cos\varphi) \right]^2 R_0 d\varphi + \frac{1}{ES} \int_0^\theta \frac{P^2 R_0}{4\sin^2\theta} \cos^2\varphi d\varphi + \frac{\alpha}{SG} \int_0^\theta \frac{P^2 R_0}{4\sin^2\theta} \sin^2\varphi d\varphi \quad (16-59)$$

决定  $M_2$  的条件为在 a 或 b 处的角变形为零, 即

$$\frac{\partial U}{\partial M_2} = \frac{2}{EI'_z} \int_0^\theta \left[ M_2 - \frac{PR_0}{2\sin\theta} (1 - \cos\varphi) \right] R_0 d\varphi = 0$$

解上式得

$$M_2 = \frac{PR_0}{2} \left( \frac{1}{\sin\theta} - \frac{1}{\theta} \right)$$

将上式代入式 (16-58) 得弯矩分布的表达式为

$$M_\varphi = \frac{1}{2} PR_0 \left( \frac{\cos\varphi}{\sin\theta} - \frac{1}{\theta} \right) \quad (16-60)$$

当  $\varphi = \theta$  时代入上式得集中力作用点处内力弯矩

$$M_1 = \frac{PR_0}{2} \left( \frac{\cos\theta}{\sin\theta} - \frac{1}{\theta} \right)$$

将  $M_1$  之结果代入式 (16-59), 对  $P$  求偏导数, 得  $P$  的作用点的位移

$$\delta = \frac{\partial U}{\partial P} = \frac{PR_0}{4EI'_z} \left\{ \left( \frac{\theta}{\sin\theta} \right)^2 + \theta \cot\theta - 2 + \frac{I'_z}{R_0^2 S} \theta \left( \frac{\theta}{\sin^2\theta} + \cot\theta \right) + \alpha \frac{EI'_z}{R_0^2 SG} \theta \left( \frac{\theta}{\sin^2\theta} - \cot\theta \right) \right\} \quad (16-61)$$

## 第七节 带辐条的转子的静不定计算

带辐条的转子的应力计算是一个静不定问题。设这个转子分成辐条, 轮缘和轮毂三部分, 我们将略去轮毂本身的离心力, 其尺寸如图 16-9。这是一个一次静不定问题, 这个

特定力为辐条和轮缘之间的拉力  $Y_1$ ，我们用变形一致的条件决定  $Y_2$ 。到此为止，还没有研究过轮毂的结构和在多个集中拉力  $Y_1$  作用下的变形。假定轮毂近似地为一受均匀分布拉力作用下的圆环，亦即  $Y_1$  均匀分配在轮毂全部上。因此，轮毂所受载荷强度

$$q_s = \frac{nY_1}{2\pi R_s},$$

其中  $n$  为辐条的数目， $R_s$  为轮毂的截面中心线的半径，轮毂中心线半径在  $Y_1$  的作用下的伸长为  $\delta_s$ 。

$$\delta_s = \frac{q_s R_s^2}{ES_s} = \frac{nY_1 R_s}{2\pi E S_s} = nY_1 \lambda_s \quad (16-62)$$

其中  $S_s$  为轮毂的横截面面积， $\lambda_s$  为轮毂的柔度影响系数，有

$$\lambda_s = \frac{R_s}{2\pi E S_s} \quad (16-63)$$

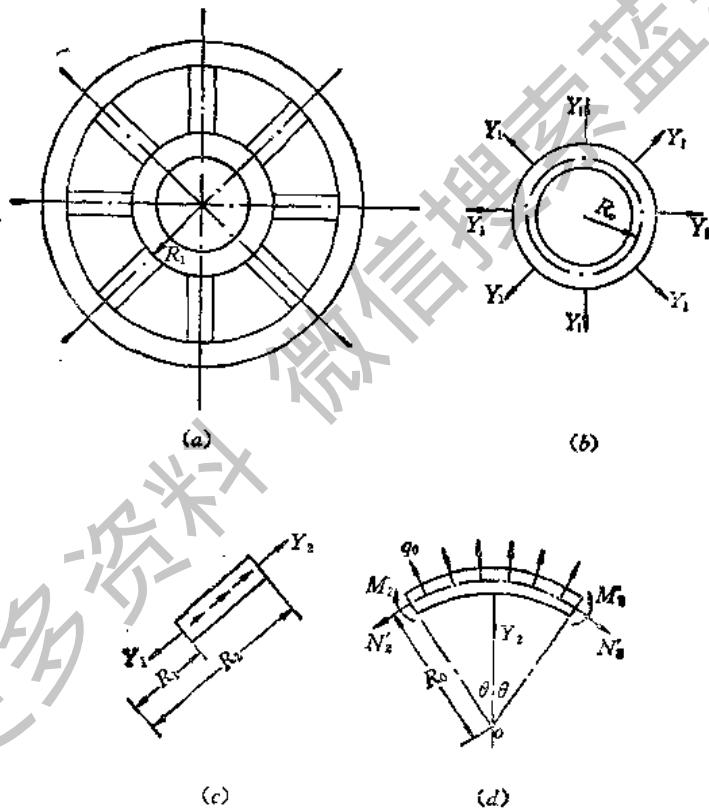


图 16-9

下面研究辐条的伸长变形。设辐条的内半径为  $R_1$ ，外半径为  $R_2$ ，辐条的长度为  $R_2 - R_1$ ，辐条的平均截面为  $S_s$ ，辐条的单位长度的平均重量为  $q_s$ ，于是辐条内的拉力分布  $N_s$  在转动时为

$$N_s = Y_1 - \int_{R_1}^{r} \frac{q_s}{g} \omega^2 r dr = Y_1 - \frac{q_s \omega^2}{2g} (r^2 - R_1^2) \quad (16-64)$$

其中  $\omega$  为角速度， $g$  为重力加速度。当  $r = R_2$  时， $N_s = Y_2$ ，所以有

$$Y_2 = Y_1 - \frac{q_s \omega^2}{2g} (R_i^2 - R_1^2) \quad (16-65)$$

这是  $Y_2$ 、 $Y_1$  之间的第一个关系式。

辐条的应变能为

$$U_s = \int_{R_1}^{R_2} \frac{N_r^2}{2S_s E} dr = \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{2S_s E} \left[ Y_1 - \frac{q_s \omega^2}{2g} (r^2 - R_1^2) \right]^2 dr \quad (16-66)$$

辐条的伸长变形  $\delta_s$  等于  $\frac{\partial U_s}{\partial Y_1}$  解得

$$\delta_s = \frac{1}{S_s E} (R_2 - R_1) \left\{ Y_1 + \frac{q_s \omega^2}{2g} \left[ R_1^2 - \frac{1}{3} (R_1^2 + R_1 R_2 + R_2^2) \right] \right\} \quad (16-67)$$

引进辐条拉力的柔度影响系数  $\lambda_s$  和它在旋转惯性力作用之下的柔度影响系数  $\lambda'_s$ , 有

$$\delta_s = \lambda_s Y_1 + \lambda'_s \frac{q_s \omega^2}{2g} R_1^2 \quad (16-68)$$

其中

$$\begin{aligned} \lambda_s &= \frac{1}{E S_s} (R_2 - R_1) \\ \lambda'_s &= \frac{1}{3 E S_s} (R_2 - R_1) \left( 2 - \frac{R_1}{R_2} - \frac{R_1^2}{R_2^2} \right) \end{aligned} \quad (16-69)$$

现在研究轮缘的变形, 设轮缘除了本身的重量外, 还有分布的磁极  $m$  个, 设磁极数较多 (大于 14), 其惯性力可以做为均匀分布的力看待, 设磁极和绕组等附件的总重量为  $G_m$ , 它们的重心半径为  $R_m$ , 转子轮缘本身的重量为  $G_0$ , 于是作用在轮缘中心线上的单位长度上的总惯性力为

$$q_0 = \frac{1}{2\pi R_0} \left( \frac{G_m \omega^2 R_m}{g} + \frac{G_0 \omega^2 R_0}{g} \right) = \frac{\omega^2}{2\pi g} \left( G_m \frac{R_m}{R_0} + G_0 \right)$$

根据式 (16-48) 和式 (16-61) 并考虑到这里的  $Y_2$  和上节中的  $P$  方向相反, 我们有轮缘集中力处的法向位移  $\delta_0$  为

$$\delta_0 = \frac{q_0 R_0^2}{E S} - \lambda_0 Y_2 \quad (16-70)$$

其中  $\lambda_0$  为轮缘受集中力作用时, 着力点的柔度系数, 根据 (16-61) 式得

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= \frac{R_0^4}{4EI'_2} \left\{ \left( \frac{\theta}{\sin \theta} \right)^2 + \theta \cot \theta - 2 + \frac{I'_2}{R_0^2 S} \theta \left( \frac{\theta}{\sin^2 \theta} + \cot \theta \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\alpha I'_2 E}{R_0^2 S G} \theta \left( \frac{\theta}{\sin^2 \theta} - \cot \theta \right) \right\} \end{aligned}$$

现在要求轮毂、辐条和轮缘的变形一致, 即

$$\delta_r + \delta_s = \delta_0 \quad (16-71)$$

把式 (16-62), (16-68), (16-70) 代入 (16-71) 式, 并引用式 (16-65) 将  $Y_1$  换成  $Y_2$ , 得

$$\begin{aligned} n\lambda_s \left[ Y_2 + \frac{q_s \omega^2}{2g} (R_i^2 - R_1^2) \right] + \lambda_s Y_2 + \lambda'_s \left( \frac{q_s \omega^2}{2g} \right) R_1^2 \\ = \frac{q_0 R_0^2}{E S} - \lambda_0 Y_2 \end{aligned} \quad (16-72)$$

解出  $Y_2$ , 即

$$Y_2 = \frac{\frac{q_0 R_0^2}{ES} - n\lambda_s \frac{q_s \omega^2}{2g} (R_2^2 - R_1^2) - \lambda'_s \frac{q_s \omega^2}{2g} R_2^2}{n\lambda_s + \lambda_s + \lambda_0} \quad (16-73)$$

当  $Y_2$  值决定后, 轮缘, 辐条内的应力都可以按上节的方法计算。

## 第八节 圆环受周向均布转动力矩作用

圆环受外加周向均布的扭动力矩作用时, 和直杆受外加的分布扭矩的作用不同, 它在圆环内并不引起分布的扭矩, 而是产生分布的弯矩。这类问题在电机零件的强度计算中十分重要, 因为整流子锥形压圈, 定子转子铁心压板等的计算都是属于这种荷载形式。

设圆环单位弧长上所受外加分布转动力矩用  $m$  表示如图 16-10(a), 圆环微弧长  $R_0 d\varphi$  上的外加力矩为  $m R_0 d\varphi$ 。这个力矩可用与力偶作用面垂直的向量表示如图 16-10(c) 示。圆环在这些微元力矩作用所发生的变形, 使圆环的表面变成一锥形面, 如图 16-10(b), 其转角  $\theta_1$  为其变形的指示量。由于这个变形转角,  $A'B'C'D'$  面一边的所有纵向纤

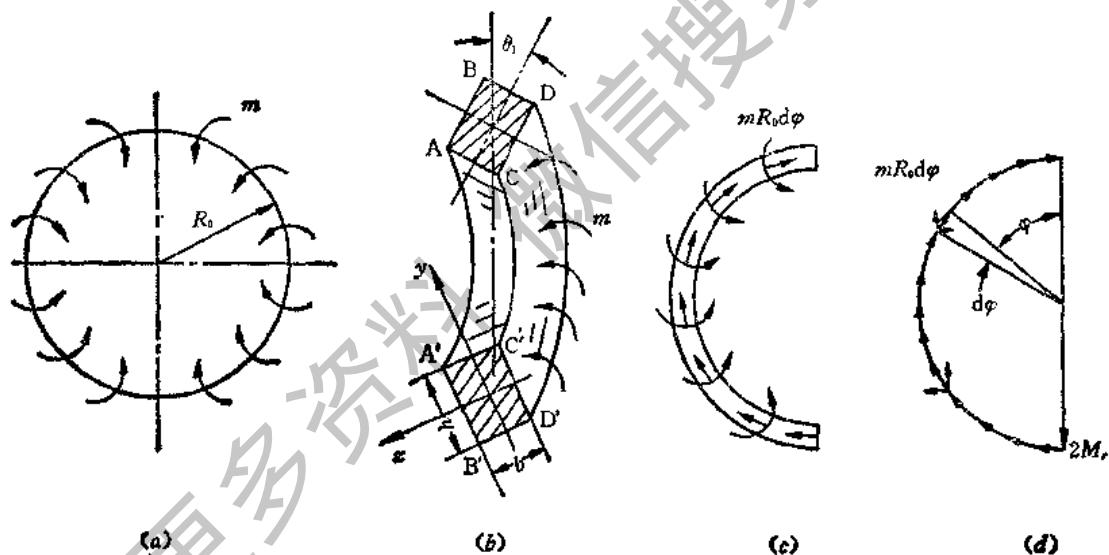


图 16-10

维都拉长了, 而  $C'C'D'D'$  面一边的所有纵向纤维都压缩了, 因此, 在  $A'B'C'D'$  截面上形成一个绕  $y$  轴转动的弯矩(用  $M_r$  或  $M_s$  表示), 弯矩  $M_r$  的计算可以根据向量加法(或向量多边形)的法则求得如图 16-10(d)。根据半个圆环的平衡要求, 在圆环切开的截面上必需加一力矩  $M_s$ , 才能和外力矩取得平衡。两个截面共有  $2M_r$ ,  $mR_0 d\varphi$  的积分和  $2M_s$ , 形成一个闭合多边形。

根据对称条件,  $mR_0 d\varphi$  的积分只有一个和  $AB$  平行的分量有效, 这个分量为  $mR_0 d\varphi \sin \varphi$ , 所以有

$$2M_r = \int_0^\pi mR_0 d\varphi \sin \varphi = 2mR_0 \quad (16-74)$$

$$M_s = mR_0 \quad (16-75)$$

这是一个纯弯的力矩，所以在这两个截面上并无其它扭矩存在。但是这个半圆是任意取定的，因此，所有横截面上都是只有  $M_s$  这样一个纯弯的弯矩内力素，这个弯矩的转动轴在圆环的径向，有时称为径向弯矩，用  $M_r$  表示。

我们也可以用功能互等的定理来求弯曲变形角  $\theta_1$ ，如图 16-10(b)。外加转动力矩  $m$  对  $\theta_1$  所做的功为  $\frac{1}{2}m\theta_1 \times 2\pi R_0$ 。弯曲应变能为  $\int_0^{2\pi} \frac{M^2}{2EI} R_0 d\varphi$ ，其中  $M = M_s = mR_0$ ，于是

$$U = \pi m\theta_1 R_0 = \int_0^{2\pi} \frac{M^2}{2EI} R_0 d\varphi = \frac{M^2 R_0}{EI} \pi$$

解出  $\theta_1$ ，即得

$$\theta_1 = \frac{mR_0^2}{EI} \text{ 或 } \theta_1 = \frac{M_s R_0}{EI} \quad (16-76)$$

其中  $I$  为截面绕  $y$  轴的惯性矩，对于矩形截面而言，如图 16-10(b)， $I = b^3 h / 12$ 。

对于薄圆环而言，变形前如图 16-11

(a)，我们应该把它看作为一块薄环板在外边缘加力矩作用下的弯曲问题。当薄环板弯曲后如图 16-11(b)，中性面  $AB$  不再是一个锥形面，而是一个曲面，或即是说， $AB$  线不再是一条斜线，而是一条曲线。只有当  $R_2 - R_1 = h$  较小时，才可能近似成为一个圆环。在圆环的条件下， $AB$  为一斜交成  $\theta_1$  角的直线。根据这个转角，我们可以近似地计算圆环板内周边的挠度  $y_1$ ，即中性面偏离圆环平面的位移距离。于是

$$y_1 = \theta_1(R_2 - R_1) = \frac{mR_0^2}{EI} (R_2 - R_1)$$

但是  $R_0 = (R_1 + R_2)/2$ ，所以，上式也可以写成

$$y_1 = \frac{mR_0}{2EI} (R_2^2 - R_1^2) \quad (16-77)$$

这是圆环板的近似的内边挠度公式，这个公式可以适用于内孔半径和外孔半径之比  $R_1/R_2$  为  $3/4$  时，是足够精确的。由弯矩  $M_s$  所产生的最大拉应力，可根据下式计算：

$$\sigma_{max} = \frac{M_s b}{2I} \quad (16-78)$$

定子铁心压板由于压紧铁心所产生的力矩，也使压板发生转角变形，这种计算是计算压板强度所必须的。

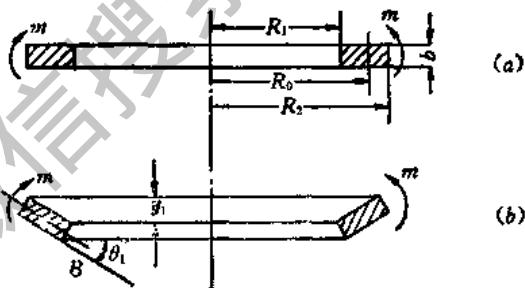


图 16-11

# 第十七章 厚壁筒及圆盘——汽轮发电机转子应力分析

## 第一节 概述

本章将着重研究空心圆柱体在轴对称载荷下的变形和应力分布。在弹性力学或材料力学中圆柱长度较其粗细的尺寸为大的称为厚壁筒。较其粗细尺寸为小的称为圆盘，如筒的厚度较平均半径为小的称为薄壁筒或圆柱壳，圆盘的平均半径较径向厚度大得很多时，可以做圆环处理。圆环问题，业已在前一章中讨论过，本章将限于厚壁筒和圆盘两个问题。

电机转子的轮毂、护环、中心环、法兰盘等，都可以看作厚壁筒和圆盘来计算，它们同时受着旋转所产生的本身的离心力，外径上所携带的其他构件的离心力和热套配合的套件和衬件之间的作用力和反作用力，所有这些力基本上都可以看作为轴对称的，因此，我们将只限于轴对称的变形问题。

在一般的常见情况下，圆盘的正反两面都不受外力作用，因此，只要圆盘很薄，我们就可以略去轴向的正应力，这样的圆盘，只要它在圆盘的平面内受外力作用，则在圆盘上只受径向和周向的正应力和圆盘平面内的剪应力作用。这样就简化了问题，我们称这样简化后的应力状态为平面应力状态。只要圆盘不受轴向力作用，不发生横向弯曲，这种平面应力状态是一个很好的近似。如果厚壁筒所受外力都在垂直于轴的平面内，且这些外力沿轴向长度的分布是均匀的，同时假定厚壁筒在轴向并无任何变形的限制，则同样可以认为轴向的截面上既无正应力也无剪应力，而且所有这些轴向的平行截面所截出的圆片都处于相同的平面应力状态中，于是厚壁筒的轴对称变形问题和等厚圆盘的轴对称变形问题并无本质上的区别，亦即是说我们可以把厚壁筒问题看成厚度等于单位长度的等厚圆盘处理。下面的讨论同样适合于等厚圆盘和厚壁筒。

为了便于用理论来处理实际问题，我们把一切可能的受力情况分为下列基本问题处理：

- (1) 在旋转惯性力作用下的应力和应变(内径、外径不受力)。
- (2) 内径表面受均布压力的应力和应变(旋转惯性力为零)。
- (3) 外径表面受均布压力的应力和应变(旋转惯性力为零)。

其他复杂的受力状态都可以用叠加去处理。

## 第二节 回转等厚圆盘或厚壁筒的应力和变形

设圆盘等厚，内径为  $R_1$ ，外径为  $R_2$ ，如果是厚壁筒，则我们限于讨论任意两个垂直于轴的平面所截出的一个等厚圆片如图 17-1。

由于离心力所产生的变形是轴对称的，圆盘只产生径向变形，因此，圆盘内没有剪应

力和剪应变，应力状态只需用周向正应力  $\sigma_\varphi$  和径向正应力  $\sigma_r$  就能完全表示出来了， $\sigma_r$ 、 $\sigma_\varphi$  都是  $r$  的函数，如图 17-1(b)。现在让我们取一微元  $ABCD$ ， $AD$  和  $CB$  上的正应

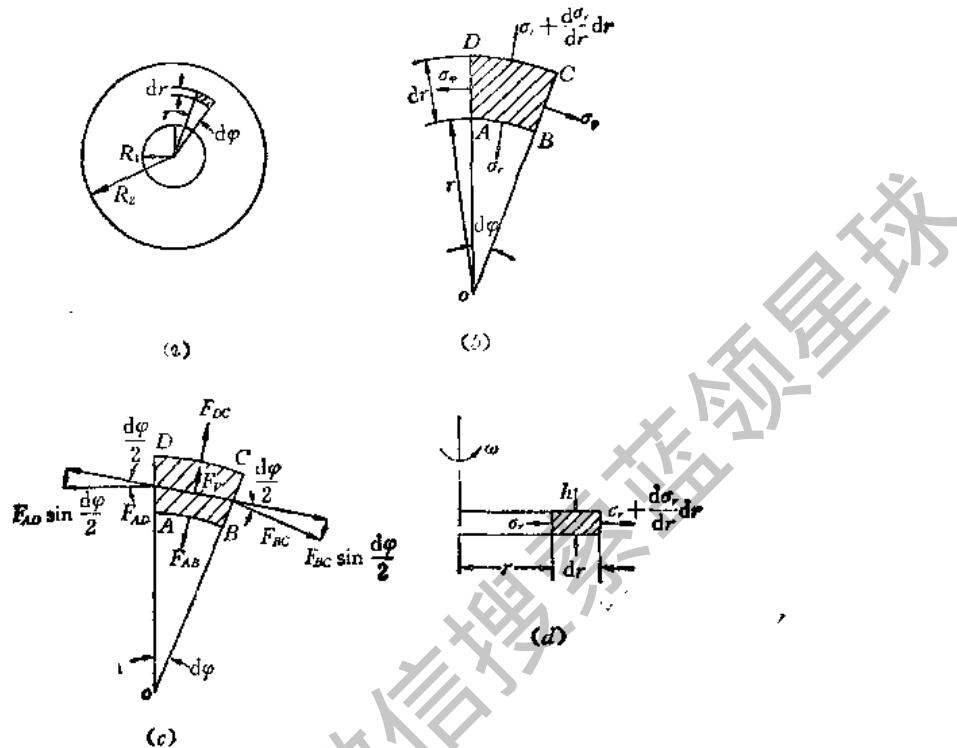


图 17-1

力为  $\sigma_\varphi$ ，其作用面积为  $hdr$ ，其中  $h$  为圆盘的厚度，因此  $AD$  和  $CB$  面上的拉力  $F_{AD}$  如图 17-1(c)，

$$F_{AD} = F_{BC} = \sigma_\varphi hdr \quad (17-1)$$

$AB$  表面上的正应力为  $\sigma_r$ ，作用面积为  $hrd\varphi$ ，所以， $AB$  表面上的作用力为

$$F_{AB} = \sigma_r h r d\varphi \quad (17-2)$$

$CD$  表面上的正应力较  $AB$  表面上的正应力略大一些，它可以写成  $\sigma_r + \frac{d\sigma_r}{dr} dr$ ，而作用面积也大一些，为  $h(r + dr)d\varphi$ ，所以  $CD$  表面上的作用力为

$$F_{CD} = \left( \sigma_r + \frac{d\sigma_r}{dr} dr \right) h(r + dr)d\varphi \quad (17-3)$$

由于旋转所产生的  $ABCD$  微元体的离心力  $F_V$  为

$$F_V = \frac{\gamma hr d\varphi dr}{g} \omega^2 r = \frac{\gamma r^2 \omega^2}{g} hdr d\varphi \quad (17-4)$$

式中  $\gamma$ ——材料的单位体积重量； $\omega$ ——旋转的角速度； $g$ ——重力加速度。

微元体  $ABCD$  在  $F_{AD}$ ， $F_{BC}$ ， $F_{AB}$ ， $F_{CD}$  及  $F_V$  的共同作用下取得静力平衡如图 17-1(c)。由于  $F_{AD} = F_{BC}$ ，所以周向力的平衡已满足。因此，这里只剩下一个必须满足的径向力平衡条件了。在这里我们必须指出， $F_{AD}$  和  $F_{BC}$  各有一个径向分量  $F_{Av}$

$\sin \frac{d\varphi}{2}$  和  $F_{BC} \sin \frac{d\varphi}{2}$  参加径向力的静力平衡,于是,当平衡时,我们有

$$F_{DC} - F_{AB} - F_{AD} \sin \frac{d\varphi}{2} - F_{BC} \sin \frac{d\varphi}{2} + F_r = 0 \quad (17-5)$$

把式(17-1),(17-4)代入上式,得

$$\begin{aligned} \left( \sigma_r + \frac{d\sigma_r}{dr} dr \right) h(r + dr) d\varphi - \sigma_\varphi h r d\varphi - 2\sigma_\varphi h dr \sin \frac{d\varphi}{2} \\ + \frac{r^2 \omega^2 \gamma}{g} h d\varphi dr = 0 \end{aligned} \quad (17-6)$$

当  $dr d\varphi$  都很小时,略去二阶小量,得

$$\left( \sigma_r + r \frac{d\sigma_r}{dr} - \sigma_\varphi + \frac{r^2 \omega^2 \gamma}{g} \right) h d\varphi dr = 0$$

或

$$\frac{d}{dr} (r \sigma_r) - \sigma_\varphi + \frac{r^2 \omega^2 \gamma}{g} = 0 \quad (17-7)$$

这是一个静力平衡方程式,但有两个待定的应力分量  $\sigma_r$  和  $\sigma_\varphi$ ,也就是说,旋转圆盘的应力分布无法单独依靠静力学求解,而是一个静不定问题,要解决这个问题,必须引进变形的条件。在这里我们必须指出(17-7)式和圆盘厚度或圆柱片的厚度  $h$  无关,也即是说,应力分布同样适合于圆盘和厚壁筒。

首先让我们引进在材料力学中所谓“物理条件”的应力应变关系式。把应力用应变来描写;称径向正应变为  $\epsilon_r$ ,周向正应变为  $\epsilon_\varphi$ ,它们都是  $r$  的函数,根据广义虎克定律,有

$$\epsilon_r = \frac{1}{E} (\sigma_r - \mu \sigma_\varphi), \quad \epsilon_\varphi = \frac{1}{E} (\sigma_\varphi - \mu \sigma_r) \quad (17-8)$$

式中  $E$ —杨氏模量;  $\mu$ —泊桑比。

这里业已利用了平面应力的假定,即轴向正应力  $\sigma_z = 0$ ,从(17-8)式,解出  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\varphi$  得

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\mu^2} (\epsilon_r + \mu \epsilon_\varphi), \quad \sigma_\varphi = \frac{E}{1-\mu^2} (\epsilon_\varphi + \mu \epsilon_r) \quad (17-9)$$

如果把(17-9)式代入(17-8)式,则得到用应变分量  $\epsilon_r$ ,  $\epsilon_\varphi$  表达的平衡方程,其中仍有两个未知量,仍不能求解。

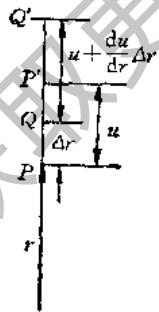


图 17-2

为了求得  $\epsilon_r$ ,  $\epsilon_\varphi$  之间关系来补充所缺的一个条件,我们必须引进所谓“几何条件”。这里的几何条件为  $\epsilon_r$ ,  $\epsilon_\varphi$  都是由一个共同的径向变形所引起的。我们可以用每一点在变形后的径向位移  $u$  来表示这个变形,其中  $u$  是该点的半径  $r$  的函数,如图17-2。

设沿任意径线  $oP$  上有两点  $P$ 、 $Q$  的距离为  $\Delta r$ ,如图 17-2 所示。变形后  $PQ$  沿  $oP$  方向变成  $P'Q'$  的位置,设  $P$  点的径向位移为  $u(r)$ ,  $Q$  点的径向位移为  $u + \frac{du}{dr} \Delta r$ ,  $P'Q'$  的长度为

$$P'Q' = PQ + QQ' - PP' = \Delta r + u + \frac{du}{dr} \Delta r - u \quad (17-10)$$

$PQ$  的拉伸应变为

$$\epsilon_r = \frac{\bar{P}'\bar{Q}' - \bar{P}\bar{Q}}{\bar{P}\bar{Q}} = \frac{\left(\Delta r + \frac{du}{dr} \Delta r\right) - \Delta r}{\Delta r} = \frac{du}{dr} \quad (17-11)$$

现在求周向变形的应变，如图 17-3。设半径距离是  $r$  的微弧线段  $PP_1$  在变形后移至  $P'P'_1$ ，其径向位移为  $u$ ， $PP_1$  的长度为  $r d\varphi$ ， $P'P'_1$  的长度为  $(r + u)d\varphi$ ， $PP_1$  的应变为

$$s_\varphi = \frac{P'P'_1 - PP_1}{PP_1} = \frac{(r + u)d\varphi - r d\varphi}{r d\varphi} = \frac{u}{r} \quad (17-12)$$

式(17-11), (17-12)为  $s_r$ ,  $\epsilon_r$  用  $u$  的表达式，将其代入(17-9)式即得

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E}{1 - \mu^2} \left( \frac{du}{dr} + \mu \frac{u}{r} \right) \\ \sigma_\varphi &= \frac{E}{1 - \mu^2} \left( \frac{u}{r} + \mu \frac{du}{dr} \right) \end{aligned} \quad (17-13)$$

再把上面二式代入(17-7)式，整理后得

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} - \frac{du}{dr} \frac{u}{r^2} = -(1 - \mu^2) \frac{\gamma \omega^2 r^3}{g E} \quad (17-14)$$

这是用  $u$  表示的平衡方程式，其中只有一个待定量，式右端为微分方程的非齐次项，这个微分方程是线性的二阶微分方程，其非齐次项的特解为

$$u^* = -(1 - \mu^2) \frac{\gamma \omega^2 r^3}{g E \times 8} \quad (17-15)$$

而齐次方程为

$$\frac{d^2u_1}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du_1}{dr} - \frac{u_1}{r^2} = 0 \quad (17-16)$$

上式之解为

$$u_1 = C_1 r + \frac{C_2}{r} \quad (17-17)$$

所以式(17-14)的全解为

$$u = u_1 + u^* = C_1 r + \frac{C_2}{r} - (1 - \mu^2) \frac{\gamma \omega^2 r^3}{g E \times 8} \quad (17-18)$$

其中  $C_1$ ,  $C_2$  为待定的积分常量。可根据圆盘内外缘上的边界条件确定。对有中心孔的圆盘，当内缘上没有配合应力，外缘上也没有任何载荷存在时：

$$\sigma_r|_{r=R_1} = 0, \sigma_r|_{r=R_2} = 0 \quad (17-19)$$

这两个关系就是决定  $C_1$ ,  $C_2$  的边界条件。把式(17-18)代入式(17-13)我们有  $\sigma_r$  和  $\sigma_\varphi$  的表达式为

$$\sigma_r = \frac{E}{1 - \mu^2} \left[ (1 + \mu) C_1 - (1 - \mu) \frac{C_2}{r^2} - \frac{1}{8} (3 + \mu) \frac{\gamma \omega^2 r^2}{g E} (1 - \mu^2) \right] \quad (17-20)$$

$$\sigma_\varphi = \frac{E}{1-\mu^2} \left[ (1+\mu)C_1 + (1-\mu) \frac{C_2}{r^2} - \frac{1}{8}(3\mu+1) \frac{\gamma \omega^2 r^2}{gE} (1-\mu^2) \right] \quad (17-21)$$

用式(17-19)所列之两个边界条件代入式(17-20)得到下面两个方程式:

$$(1+\mu)C_1 - (1-\mu) \frac{C_2}{R_1^2} - \frac{1}{8}(3+\mu)(1-\mu^2) \frac{\gamma \omega^2}{gE} R_1^2 = 0$$

$$(1+\mu)C_1 - (1-\mu) \frac{C_2}{R_2^2} - \frac{1}{8}(3+\mu)(1-\mu^2) \frac{\gamma \omega^2}{gE} R_2^2 = 0$$

上两式联立求解得

$$C_1 = \frac{1}{8}(3+\mu)(1-\mu) \frac{\gamma \omega^2}{gE} (R_1^2 + R_2^2)$$

$$C_2 = \frac{1}{8}(3+\mu)(1-\mu) \frac{\gamma \omega^2}{gE} R_1^2 R_2^2$$

将  $C_1$ 、 $C_2$  代入式(17-18)、(17-20)、(17-21)即得旋转等厚圆盘的位移和应力表达式为

$$u(r) = \frac{1}{8}(1-\mu^2) \frac{\gamma \omega^2}{gE} \left[ \frac{3+\mu}{1+\mu} (R_1^2 + R_2^2)r + \frac{3+\mu}{1-\mu} \frac{R_1^2 R_2^2}{r} - r^3 \right] \quad (17-22)$$

$$\sigma_r = \frac{1}{8}(3+\mu) \frac{\gamma \omega^2}{g} \left[ R_1^2 + R_2^2 - r^2 - \frac{R_1^2 R_2^2}{r^2} \right] \quad (17-23)$$

$$\sigma_\varphi = \frac{1}{8}(3+\mu) \frac{\gamma \omega^2}{g} \left[ R_1^2 + R_2^2 - \frac{3\mu+1}{3+\mu} r^2 + \frac{R_1^2 + R_2^2}{r^2} \right] \quad (17-24)$$

如果引进无量纲量  $\alpha, \xi$  及系数  $f_r(\alpha, \xi)$  及  $f_\varphi(\alpha, \xi)$  其中  $\alpha = \frac{R_1}{R_2}$ ,  $\xi = \frac{r}{R_2}$ , 则

$$f_r(\alpha, \xi) = \frac{3+\mu}{8} \left[ 1 + \alpha^2 - \xi^2 - \frac{\alpha^2}{\xi^2} \right]$$

$$f_\varphi(\alpha, \xi) = \frac{3+\mu}{8} \left[ 1 + \alpha^2 + \frac{\alpha^2}{\xi^2} - \frac{1+3\mu}{3+\mu} \xi^2 \right]$$

则  $\sigma_r$ 、 $\sigma_\varphi$  的表达式可写成

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{\gamma \omega^2 R_2^2}{g} f_r(\alpha, \xi) \\ \sigma_\varphi &= \frac{\gamma \omega^2 R_2^2}{g} f_\varphi(\alpha, \xi) \end{aligned} \right\} \quad (17-25a)$$

式中  $\frac{\gamma \omega^2 R_2^2}{g}$  为以角速度  $\omega$  旋转的半径为  $R_2$  的薄圆环中的拉应力;  $f_r(\alpha, \xi)$ ,  $f_\varphi(\alpha, \xi)$  代表应力分布的特性。

同样也可以位移表达式写成

$$u(\xi) = \frac{\gamma \omega^2 R_2^2}{gE} \lambda_u(\alpha, \xi) \quad (17-25b)$$

其中

$$\lambda_u(\alpha, \xi) = \frac{1}{8}(1-\mu^2) \left[ \frac{3+\mu}{1+\mu} (1+\alpha^2)\xi + \left( \frac{3+\mu}{1-\mu} \right) \frac{\alpha^2}{\xi} \xi^3 \right] \quad (17-26)$$

内缘和外缘的位移为

$$u_1 = u(a) = \frac{\gamma \omega^2 R_1^3}{g E} \lambda_{\omega_1} \quad (17-27)$$

$$u_2 = u(1) = \frac{\gamma \omega^2 R_1^3}{g E} \lambda_{\omega_2} \quad (17-28)$$

其中  $\lambda_{\omega_1}$  和  $\lambda_{\omega_2}$  相当于无量纲的旋转柔度系数, 有

$$\lambda_{\omega_1} = \frac{\alpha}{4} [(1 - \mu)\alpha^2 + (3 + \mu)]$$

$$\lambda_{\omega_2} = \frac{1}{4} [(1 - \mu) + (3 + \mu)\alpha^2]$$

图 17-4 为在各种内、外径比值 ( $\alpha$ ) 时, 表示周向应力和径向应力沿圆盘直径的分布特性曲线。显然周向应力是主要的。

当  $\xi = \alpha$  时, 周向应力在圆盘内孔边缘达到最大值, 即

$$\sigma_{\varphi_{\max}} = \frac{\gamma \omega^2 R_1^2}{g} f_{\varphi_{\max}} \quad (17-29)$$

$$f_{\varphi_{\max}} = \frac{1}{4} [3 + \mu + (1 - \mu)\alpha^2] \quad (17-30)$$

$f_{\varphi_{\max}}$  的曲线也见图 17-4。

如果厚壁筒或圆盘没有中心内孔时, 内缘的边界条件为  $r = 0$  时,  $u = 0$ , 这就要求 (17-18) 式的  $C_2 = 0$ , 外缘的边界条件为  $r = R_1$  时,  $\sigma_r = 0$ , 利用了这些边界条件后, 我们可以从式 (17-20) 中决定  $C_1$ , 即可解出实心圆盘旋转离心力作用下之  $u$ ,  $\sigma_r$ ,  $\sigma_{\varphi}$ 。具体方程式不在此列出。

### 第三节 内缘表面受均布压力时的圆盘或厚壁筒的应力和变形

设圆盘和厚壁筒的内缘表面受均布压力  $p_1$  的作用, 外缘表面不受力。圆盘静止未受离心惯性力的作用。仍然研究图 17-1(c) 所示微元的力学平衡问题, 式 (17-1)~(17-18) 依然有效, 只不过其中  $\omega$  应等于零。相应于式 (17-16) 得

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = 0 \quad (17-31)$$

径向位移的一般解为

$$u = C_1 r + \frac{C_2}{r}$$

其中  $C_1$ ,  $C_2$  两个待定常数, 根据内外缘的边界条件决定, 边界条件即

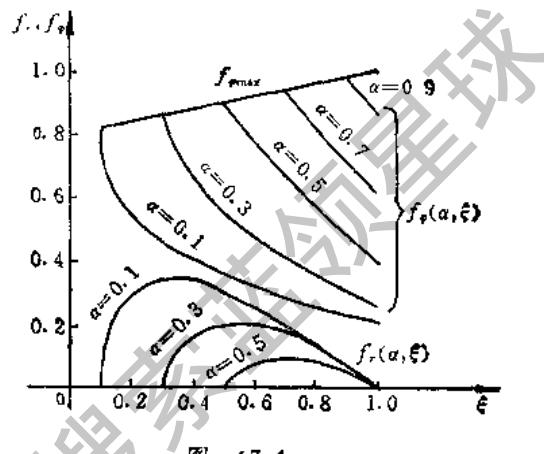


图 17-4

$$\sigma_r|_{r=R_1} = 0 \quad \sigma_r|_{r=R_2} = -p_1$$

根据上面两个边界条件解出两个积分常数  $C_1, C_{20}$  对应式 (17-25a), (17-25b) 得下式:

$$\sigma_r = p_1 f_{r_1}(\alpha, \xi)$$

$$\sigma_\varphi = p_1 f_{\varphi_1}(\alpha, \xi)$$

$$u = \frac{p_1 R_2}{E} \lambda_1(\alpha, \xi)$$

其中  $f_{r_1}(\alpha, \xi), f_{\varphi_1}(\alpha, \xi), \lambda_1(\alpha, \xi)$  代表这些量的沿径向变化的情况。有

$$f_{r_1}(\alpha, \xi) = \frac{\alpha^2}{1 - \alpha^2} \left(1 - \frac{1}{\xi^2}\right)$$

$$f_{\varphi_1}(\alpha, \xi) = \frac{\alpha^2}{1 - \alpha^2} \left(1 + \frac{1}{\xi^2}\right)$$

$$\lambda_1(\alpha, \xi) = \frac{\alpha^2}{1 - \alpha^2} \left[(1 - \mu)\xi + (1 + \mu)\frac{1}{\xi}\right]$$

由上式可看出  $\sigma_\varphi > \sigma_r$ ,  $\sigma_r$  为压应力,  $\sigma_\varphi$  为拉应力, 此时之最大周向应力发生在内缘边界即

$$\sigma_{\varphi \max} = p_1 f_{\varphi_1 \max} \quad f_{\varphi_1 \max} = \frac{1 + \alpha^2}{1 - \alpha^2}$$

内缘边界的位移  $u_{11}$ , 和外缘边界的位移  $u_{12}$  为

$$u_{11} = \frac{p_1 R_2}{E} \lambda_{11}, \quad u_{12} = \frac{p_1 R_2}{E} \lambda_{12}$$

$$\lambda_{11} = \left(\mu + \frac{1 + \alpha^2}{1 - \alpha^2}\right)\alpha, \quad \lambda_{12} = \frac{2\alpha^2}{1 - \alpha^2}$$

式中  $\lambda_{11}, \lambda_{12}$ ——有关的无量纲柔度系数;  $\lambda_{11}$ ——内缘受压在内缘处的位移柔度系数;  $\lambda_{12}$ ——内缘受压在外缘处的位移的柔度系数。

#### 第四节 外缘表面受均布压力时的圆盘或厚壁筒的应力和变形

设圆盘外缘受均布压力  $p_2$  的作用, 内缘表面不受力, 圆盘静止不动, 无惯性离心力。其微分方程及解和上节结论相同, 边界条件为

$$\sigma_r|_{r=R_2} = -p_2 \quad \sigma_r|_{r=R_1} = 0$$

和上节所述内缘受压时应力应变分析过程完全一致, 得应力位移表达式如下:

$$\sigma_r = p_2 f_{r_2}(\alpha, \xi) \quad f_{r_2}(\alpha, \xi) = \frac{1}{1 - \alpha^2} \left(1 - \frac{\alpha^2}{\xi^2}\right)$$

$$\sigma_\varphi = p_2 f_{\varphi_2}(\alpha, \xi) \quad f_{\varphi_2}(\alpha, \xi) = -\frac{1}{1 - \alpha^2} \left(1 + \frac{\alpha^2}{\xi^2}\right)$$

$$u = \frac{p_2 R_2}{E} \lambda_2(\alpha, \xi)$$

$$\lambda_2(\alpha, \xi) = -\frac{1}{1 - \alpha^2} \left[(1 - \mu)\xi + (1 + \mu)\frac{\alpha^2}{\xi}\right]$$

最大的周向应力也发生在内缘，即

$$\sigma_{\varphi \max} = p_2 f_{\varphi_2 \max} \quad f_{\varphi_2 \max} = -\frac{2}{1 - \alpha^2}$$

这里可以看到，当外缘受压时，不论  $\sigma_r$ ， $\sigma_\varphi$  都是负的，亦即都处于压应力状态，如果外缘受拉则  $p_2$  为正值， $\sigma_r$ ， $\sigma_\varphi$  都处于拉应力状态。

现在将内外两缘处的变形位移写出如下：

$$u_{21} = \frac{p_2 R_2}{E} \lambda_{21}, \quad \lambda_{21} = -\frac{2\alpha}{1 - \alpha^2}$$

$$u_{22} = \frac{p_2 R_2}{E} \lambda_{22}, \quad \lambda_{22} = \mu - \frac{1 + \alpha^2}{1 - \alpha^2}$$

$\lambda_{21}$  相当于在外缘受压在内缘处发生径向位移的无量纲柔度系数。 $\lambda_{22}$  相当于外缘受压在外缘处所生的径向位移的无量纲柔度系数。负号表示位移的方向，向心为负，离心为正。

## 第五节 旋转圆盘的热套配合计算

### 一、热套配合计算的基本观念

电机中有不少零件是采用热套配合的。例如汽轮发电机转子护环、大容量交流、直流电动机上传动用的联轴器，或电枢轮毂。

我们称装配在外面的零件为套件，接受套件装配在其外表面上的零件为衬件，于是，电枢轮毂为套件，轴为衬件。套件的内径在未套上衬件时，较衬件的外径略小，其差称为配合公差。

热套配合的关键在于正确选择套件内径和衬件外径之间的配合公差  $\delta$ 。装配时将套件加热至适当温度（一般为 350℃），然后在套件内腔受热膨胀的条件下套在衬件上，当冷却时，套件自动箍紧座落在衬件上，这样的零件配合，可以在实际上做到不产生任何轴向应力。但是这样配合的零件不易卸开，用再加热的方法在实际上是卸不开的。因为如果在套件上加热，则热量由于传导必亦传至衬件上，衬件和套件一起膨胀，仍旧无法使其脱开。卸开热套配合的零件的方法一般依靠用轴向力推脱。这个轴向力的计算，必须建立在套件和衬件的配合压力和它们之间的摩擦系数上。根据实验测定，摩擦系数和配合压强有关。计算卸开配合的轴向推力时，一定要正确计算配合压强。

装配好以后的零件在旋转时，由于套件的半径略大于衬件的半径，其离心力也略大于衬件的离心力，同时，在一般情况下，套件还受着和它联结的其他零件的离心力的作用，所以，套件的内径扩大变形比衬件的外径扩大变形为大，转速越高，这两种变形的差额越大，当这种由于惯性力所生的变形差额达到原来的配合公差时，套件和衬件就脱离接触，这种松脱的产生常常给电机造成严重的损坏，这时的转速称为松脱转速。计算松脱转速，使设计的松脱转速超过电机的额定转速的 120%，是很重要的。

当然，为了电机的配合安全，适当加大配合公差，而使松脱转速适当提高是可以的，但是，过分提高则是不允许的。配合公差提高时，接触面的压应力也提高，这个压力有一定的限度，这个限度就是套件强度的限制。两个由热套配合的零件中，处于危险状态的经常

是套件而不是衬件。因为在套件的内径表面处的材料，一方面处于径向压应力  $\sigma_r$ ，另一方面处于周向拉应力  $\sigma_{\varphi}$  的共同作用之下。这时的最大剪应力等于这两个垂直面上的正应力的差的一半，如果最大剪应力超过材料的剪力屈服限  $\tau_s$  时，材料就失去工作条件。对于套件来说有

$$\tau_{max} = \frac{1}{2} [\sigma_{\varphi} - (-\sigma_r)] = \frac{1}{2} [\sigma_{\varphi} + \sigma_r] \quad (17-32)$$

对于高速电动机中传递很大转矩的零件而言，如传动用的联轴器或电机轮毂，大型直流电机的换向器等，配合公差  $\delta$  的选择标准，应该根据防止结合面的滑动来决定。亦即用接合面上压力所产生的静摩擦足以抗拒所传最大转矩。在这里，关键是正确地根据摩擦系数来计算摩擦转矩，使有一定的裕度来传递转动力矩。当转速提高时，配合压力降低，摩擦转矩也相应地降低，所以这种传动配合的公差不是根据松脱转速决定的，而是根据在要求所传最大转矩的条件下的所许可的最大转速决定的。

设配合零件所传递的最大转矩为  $T_{max}$  传递的额定功率为  $P_N$ ，过载系数为  $m$ ，旋转角速度为  $\omega$ ，则有

$$T_{max} = \frac{mP_N}{\omega} \quad (17-33)$$

为了安全起见，接触面上所必须的摩擦转矩为这个转矩的  $K_m$  倍，一般取  $2 \leq K_m \leq 3$ ， $K_m$  为摩擦转矩的安全系数，于是摩擦转矩为  $T_f$ ，有

$$T_f = K_m T_{max} = \frac{mK_m P_N}{\omega} \quad (17-34)$$

设套件、衬件之间的摩擦系数为  $\eta$ ，配合的半径为  $R$ ，配合零件中的接触面宽度为  $b$ （套件或衬件中宽度较小的一个）于是接触压力强度  $p$  可由下列关系求得，即

$$\eta p \times 2\pi R^2 b = T_f = \frac{mK_m P_N}{\omega} \quad (17-35)$$

我们可以用在  $50 \leq p \leq 130 \text{ MPa}$  中的  $\eta$  最低值  $\eta_1 = 0.05$  作为估计  $p$  值的平均  $\eta$  值，代入 (17-35) 式，得

$$p = \frac{T_f}{2\pi R^2 b} \cdot \frac{1}{\eta_1} = \frac{mK_m P_N}{2\pi R^2 b \eta_1 \omega} \quad (17-36)$$

这样计算出来的接触应力是偏于安全的。

除了上面所指出的计算配合公差的理论而外，还必须指出，这些计算公差和实际图纸上的公差还有一定的区别。实际公差还应考虑配合面经不同的机械加工引起的加工线痕在压力作用下的塑性变形造成的公差损失。加工精度愈高，公差损失愈少，粗车粗镗的套件、衬件可以损失  $600 \mu\text{m}$  以上，抛光研磨的只有几个微米。

## 二、根据给定的松脱转速 $\omega_0$ 计算配合公差

设有套件的内径为  $R_1$ ，外径为  $R_2$ ，宽为  $b$ ，衬件的内径为  $R'_1$ ，外径为  $R'_2$ ，宽为  $b'$ ，其配合公差用  $\delta$  表示如图 17-5。

离心力单独作用下旋转套件的内缘径向位移  $u_{1a}$  及衬件的外缘径向位移  $u'_{2a}$  为

$$u_{1\omega} = \frac{\gamma \omega^2 R_2^3}{g E} \lambda_{\omega_1}, \quad u'_{2\omega} = \frac{\gamma \omega^2 (R'_2)^3}{g E} \lambda'_{\omega_2}$$

式中  $\lambda_{\omega_1}$  及  $\lambda'_{\omega_2}$ ——相关的无量刚柔系数,

$$\lambda_{\omega_1} = \frac{\alpha}{4} [(1 - \mu) \alpha^2 + (3 + \mu)], \quad \alpha = \frac{R_1}{R_2}$$

$$\lambda'_{\omega_2} = \frac{1}{4} [(1 - \mu) + (3 + \mu)(\alpha')^2], \quad \alpha' = \frac{R'_1}{R'_2}$$

如果外缘有附带物则还应该加上附带物的外缘分布离心力所产生的位移。

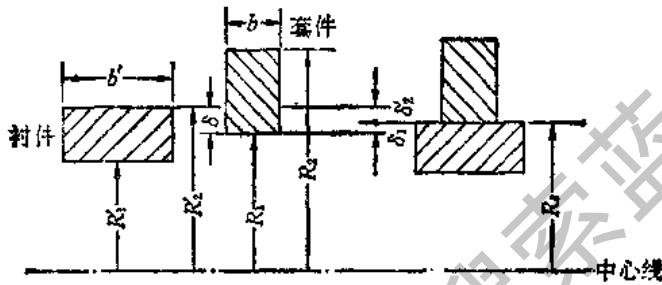


图 17-5

设配合面的接触应力为  $p$ , 则套件由于接触应力  $p$  的单独作用而产生的内缘径向位移  $u_{11}$  为

$$u_{11} = \frac{p R_2}{E} \lambda_{11}, \quad \lambda_{11} = \left( \mu + \frac{1 + \alpha^2}{1 - \alpha^2} \right) \alpha$$

衬件外缘的径向位移  $u'_{21}$  (设衬件的宽  $b' \geqslant$  套件的宽  $b$ ) 可以写成

$$u'_{21} = \frac{-p R'_2}{E} \lambda'_{21}$$

其中  $\lambda'_{21}$  为有关的柔度影响系数。如果当  $b \approx b'$  我们假设压力平均分配在外缘表面, 其折合压强为  $p \frac{b}{b'}$ , 于是柔度公式为

$$\lambda'_{21} = \frac{b}{b'} \left( \mu + \frac{1 + \alpha'^2}{1 - \alpha'^2} \right)$$

在旋转惯性力和接触压强同时作用下, 套件内缘的径向位移  $\delta_1$  为

$$\delta_1 = u_{1\omega} + u_{11} = \frac{\gamma \omega^2 R_2^3}{g E} \lambda_{\omega_1} + \frac{p R_2}{E} \lambda_{11}$$

衬件外缘的径向位移  $-\delta'_1$  为

$$-\delta'_1 = u'_{1\omega} + u'_{21} = \frac{\gamma \omega^2 (R'_2)^3}{g E} \lambda'_{\omega_2} - \frac{p R'_2}{E} \lambda'_{21}$$

$\delta'_1$  为正值表示衬件外缘为压缩变形。热套件间配合公差为  $\delta = \delta_1 + \delta'_1$ , 则

$$\delta = \frac{\gamma \omega^2 R_2^3}{g E} \lambda_{\omega_1} - \frac{\gamma \omega^2 (R'_2)^3}{g E} \lambda'_{\omega_2} + \frac{p R_2}{E} \lambda_{11} + \frac{p R'_2}{E} \lambda'_{21} \quad (17-37)$$

设决定配合公差的条件为松脱转速  $\omega_0$ , 在这个转速下  $P = 0$  于是配合公差为

$$\delta = \frac{\gamma \omega_0^2}{g E} (R_2^3 \lambda_{\omega_0} - (R_2')^3 \lambda'_{\omega_0}) \quad (17-38)$$

这是在已给条件  $\omega_0$  下, 决定配合公差  $\delta$  的方程式。把式 (17-38) 代入式 (17-37), 解出  $P$ , 即得

$$\begin{aligned} P &= \frac{\omega_0^2 R_2^3 \gamma}{g} \frac{\lambda_{\omega_0} - \frac{R_2'^3}{R_2^3} \lambda'_{\omega_0}}{\lambda_{11} + \frac{R_2'}{R_2} \lambda'_{22}} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) \\ &= P_{\max} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) \end{aligned} \quad (17-39)$$

上式为以松脱转速  $\omega_0$  为确定配合公差的条件, 计算在各种转速  $\omega$  下的接触压强的公式。其中  $P_{\max}$  为未转动时的接触压强, 它是压强在各种转速下的最大值。

$$P_{\max} = \frac{\gamma \omega_0^2 R_2^3}{g} \frac{\lambda_{\omega_0} - \frac{R_2'^3}{R_2^3} \lambda'_{\omega_0}}{\lambda_{11} + \frac{R_2'}{R_2} \lambda'_{22}}$$

当转速提高时, 由于惯性力的作用, 使有效的配合公差渐渐减少, 到松脱转速时, 这个有效公差减少成零, 就达到松脱。这个有效的公差有时叫做剩余公差, 它用  $\delta_\omega$  来表示。根据定义

$$\delta_\omega = \delta - \mu_{1\omega} + \mu'_{2\omega} = \frac{P R_2}{E} \lambda_{11} + \frac{P R_2'}{E} \lambda'_{22}$$

将式 (17-39) 代入上式, 可证明

$$\delta_\omega = \frac{P_{\max} R_2}{E} \left( \lambda_{11} + \frac{R_2'}{R_2} \lambda'_{22} \right) \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) = \delta \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)$$

### 三、根据给定的传递转矩值(或最大功率)计算热套配合

假设在  $\omega = \omega_1$  时, 配合压力  $P$  仍足够传递最大功率  $P_N$ , 其中  $\omega_1$  根据额定转速的 120% 计算。把  $\omega = \omega_1$  及 (17-36) 式代入 (17-37) 式即得

$$\delta = \frac{\gamma \omega_1^2 R_2^3}{g E} \left( \lambda_{\omega_1} - \frac{R_2'^3}{R_2^3} \lambda'_{\omega_1} \right) + \frac{m K_m P_N R_2}{2\pi R_2 b \eta_1 \omega_1 E} \left( \lambda_{11} + \frac{R_2'}{R_2} \lambda'_{22} \right)$$

### 四、热套配合的应力计算

现在计算按松脱转速设计的套件和衬件的应力。由离心力产生的套件内缘上的周向拉应力  $\sigma_{\varphi_1\omega}$  为

$$\sigma_{\varphi_1\omega} = \frac{\gamma \omega^2 R_2^2}{g} f_{\varphi_1\omega}$$

$$f_{\varphi_1\omega} = \frac{1}{4} [(3 + \mu) + (1 - \mu)\sigma^2]$$

由接触压力  $P$  产生的套件内缘周向拉力  $\sigma_{\varphi_{11}}$  为

$$\sigma_{\varphi_{11}} = P f_{\varphi_{11}} \quad f_{\varphi_{11}} = \frac{1 + \alpha^2}{1 - \alpha^2}$$

因此, 套件内缘上总的周向拉伸力  $\sigma_{\varphi_1}$  为

$$\sigma_{\varphi_1} = \sigma_{\varphi_{1\infty}} + \sigma_{\varphi_{11}} = \frac{\gamma \omega^2 R_i^2}{g} f_{\varphi_{1\infty}} + P f_{\varphi_{11}}$$

将(17-39)式代入上式, 得

$$\sigma_{\varphi_1} = \frac{\gamma \omega^2 R_i^2}{g} f_{\varphi_{1\infty}} + P_{\max} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) f_{\varphi_{11}}$$

套件内缘表面上的径向压应力为

$$-\sigma_r = -P = -P_{\max} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)$$

套件的最大剪应力为

$$\begin{aligned} \tau_{\max} &= \frac{1}{2} (\sigma_{\varphi_1} + \sigma_r) = \frac{\gamma \omega^2 R_i^2}{2g} f_{\varphi_{1\infty}} \\ &\quad + \frac{1}{2} P_{\max} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) (1 + f_{\varphi_{11}}) \end{aligned}$$

这个剪应力当  $\omega = 0$  时, 即静止时为最大, 有

$$\tau_{\max}|_{\omega=0} = \frac{1}{2} P_{\max} (1 + f_{\varphi_{11}})$$

在一般热套问题中, 套件的内缘剪应力是最危险的应力。关于构件的剪应力要小很多。我们将不再予以讨论。

# 第十八章 轴的回转运动的基本性质

## 第一节 轴的回转的力学性质

轴在各种不同的电机中，承受着不同的负荷，发生不同的变形：

(1) 在立式电机(如同步补偿机和水轮发电机)中，轴受到转动部分重量所产生的轴向拉力或推力，或水力的作用所产生的轴向拉力或推力，这种力的性质(即拉力或压力)，决定于推力轴承所在的位置。这种轴向力使轴产生轴向变形(即拉伸或压缩)。

(2) 在卧式电机里，转子重量是作用在轴上的横向力；在用齿轮、皮带轮或绳索传动的情况下，轴在外伸的一端还承受着横向推力或拉力。这些横向力都使轴产生横向的弯曲变形。

(3) 在拖动的电动机中或一般发电机中，轴由于传递转矩而发生扭转变形。

所有这些变形的计算，都可以根据材料力学的杆件拉伸、弯曲、扭转的计算方法进行研究，在这里不再重复。但是，在这里必须指出，所有这些变形都是可能同时发生的。在弹性范围内，只要轴的柔度不大，即所发生的变形不大，一般可以将这些变形分别处理，而其总的应力等于这些变形分别产生的应力叠加。换句话说，所有拉伸、弯曲、扭转的变形都是独立的、互不干扰的和可以叠加的。

在一般情况下，外加的轴向力、横向力和扭矩都有周期性的变化。因此，轴的拉伸、压缩变形，弯曲变形和扭转变形，亦随着外加的力和扭矩产生周期性的变化，这在振动理论里称为强迫振动。例如以电机带动活塞压缩机或水泵时或发电机由活塞原动机带动时，轴上的转矩就随活塞的周期运动而周期地变化。每一转的某一段时间内，活塞原动机的转矩大于转矩的平均值，而在其余的一段时间内却小于平均转矩。当原动机有正的剩余转矩时，原动机领前于发电机的转子，将发电机拖在后面；当原动机有负值的剩余转矩时，发电机的转子将储藏的动能还给转轴，反而由转轴拖着原动机向前跑，于是发电机的转子领前原动机，这样，原动机和发电机转子的角度移发生交替领前和拖后的周期性变化，这就是转轴的扭转强迫振动。

强迫振动的振动频率和外加力或力矩的频率相等。但当外加的力或力矩的频率接近弹性体系统的自振频率(或称固有频率)时，就发生共振现象。共振现象出现时，振动的弹性体不断从外加力系中获取能量，振幅不断提高，变形不断扩大，以致使轴破坏。在设计中，应该尽可能使外加力和力矩的频率(即转轴的转动频率)远离轴的各种自振频率，使其毫无共振的机会。因此，确定一切弹性体系自振的固有频率，对于象电机那样的转动机械的设计是非常重要的。

轴的拉伸、压缩的振动的固有频率一般较高，远远超出轴的运行频率，对于轴的设计毫无影响，我们将略去讨论。轴的扭振动的固有频率和一般电机的运行频率比较接近，我们必须详细研究。本章将着重于转轴的弯曲振动和有关的所谓回转轴的临界转速问题的

讨论。然后再讨论扭振问题。

## 第二节 坚直轴回转运动的临界转速

一坚直轴质量  $m$  集中于轴的中部，其相对轴中心线有距离为  $e$  的偏心量，如图 18-1 (a) 所示。转轴以  $\omega$  角速度旋转时，由于离心力的作用使轴产生弯曲变形，变形量以  $r_1$  表示， $r_1$  为轴弯曲变形的最大位移，发生在轴的中部，这时质量  $m$  的旋转半径为  $(r_1 + e)$ 。将轴看作一个弹簧，它产生  $r_1$  弯曲变形时应对质量  $m$  产生一个与  $r_1$  正比的弹性恢复力，将  $m$  质量拉向旋转中心线(坚直轴线)。此力可以  $-Kr_1$  表示，负号表示其与离心力方向相反，是向心力， $K$  为轴中点发生单位位移时所需的力，也就是中点受力在中点发生位移的刚度，根据材料力学中关于弯曲变形的计算  $K = 48EI/l^3$ ， $l$  为简支轴的跨度。 $r_1$  应该是  $\omega$  的函数。这样一根转动的弯轴，向心一面的材料永远向心，轴内应力为静应力而不是交变应力，这种轴的运动状态称为轴的回转运动。

轴的回转运动的最大弯曲位移(即轴的中点的位移)可以直接从  $m$  的径向运动方程来决定。 $m$  的离心力为  $m\omega^2(r_1 + e)$ ，而所受的轴的弯曲弹性力为  $-Kr_1$ ， $m$  处于动力平衡时有

$$m\omega^2(r_1 + e) - Kr_1 = 0 \quad (18-1)$$

$$r_1 = \frac{m\omega^2 e}{K - m\omega^2} = \frac{\omega^2 e}{K/m - \omega^2} \quad (18-2)$$

今  $\omega_K = \sqrt{K/m}$ ，上式简化为

$$r_1 = \frac{\omega^2 e}{\omega_K^2 - \omega^2}$$

$r_1/e$  和  $\omega$  的关系曲线如图 18-2，从图上可以看到，当  $\omega \rightarrow \infty$  时， $r_1 \rightarrow -e$ ，亦即是说，重心  $m$  停留在旋转中心，换句话说，转得越快重心  $m$  越倾向于停止不动。这是很重要的结论，它指出，回转轴的转速超出临界转速以后，是趋向于稳定的。

从式 (18-2) 看，当  $\omega^2 = K/m = \omega_K^2$  时， $r_1 \rightarrow \infty$  这就是说，如果理想的、在没有任何阻尼的条件下，转轴旋转的速度达到临界转速时，这个轴就折断了。因此，显然不可能使转轴的转速超过临界转速。不过，这样的理想的无阻尼状态在实际中并不存在，只要有



图 18-1

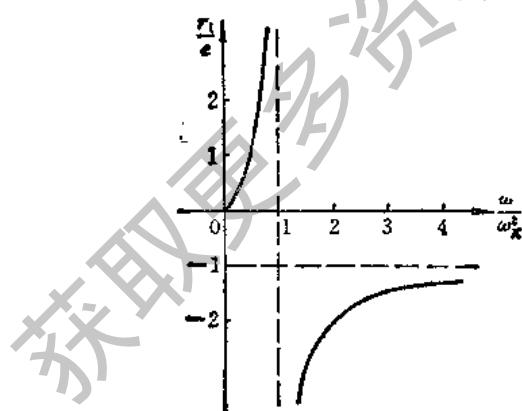


图 18-2

阻尼存在，挠度就不可能达到无穷大。在实际上，设计中常常运用超过临界转速的稳定条件来设计额定转速。若使转轴很快的通过临界转速而达到较高的转速运转是可能的，因为  $r_1$  要趋近无穷大时要积累相当大的弯曲变形能，而在临界转速区时间很短，无法积累能量，故可冲过临界转速。

如果目的只是确定临界转速，则无需假设有一定的偏心度  $e$ 。例如，对于无偏心轴即重心在弹性轴上的转轴而言，弹性力  $-Kr_1$  一定和离心力  $m\omega^2 r_1$  取得动力平衡。其运动方程可以写成

$$m\omega^2 r_1 - Kr_1 = 0 \text{ 或 } m(\omega^2 - \omega_k^2)r_1 = 0$$

当  $\omega \neq \omega_k$  时， $r_1$  必须为零，也即是说，轴在不弯曲的情况下旋转的状态是稳定的。但当  $\omega = \omega_k$  时， $r_1$  可以等于任意值，也即是说，轴在任意弯曲挠度的情况下都是平衡的，这种状态当然是一种不稳定的临界状态。所以  $\omega_k$  是临界转速。用这样的分析来确定临界转速，对于一些较复杂的情况而言是比较省事的。

以上公式及结论对横轴依然适用。

### 第三节 扭转振动的发生及性质

发电机是通过轴的联结由原动机带动的。如果原动机是活塞带动的，则轴上的转矩随着时间（或随着转角）作周期性的变动。电动机带活塞压缩机时也存在同样的问题。

在每一转中，某一段时间内活塞原动机的转矩大于转矩的平均值，另一段时间内，小于转矩的平均值。当原动机有多余的转矩时，原动机轴领先于发电机的转子，拉着发电机的转子向前转动，转速大于平均转速。当原动机的转矩不足时，发电机转子的惯性动能由轴的扭转传回原动机，这时发电机转子领先于原动机轴，倒拖着原动机向前转动。在这样的机组中，原动机和发电机转子的相对相位不断发生周期性交替，轴的这种扭转角的周期性变化称为强迫的扭转振动。这种振动周期如果和轮轴系统的固有频率的周期相同或靠近即发生共振现象，以致把轴破坏。因此，正确计算这种电机中常见的轮轴系统的固有频率，避免使这种频率靠近工作频率，对于电机设计是非常重要的。

本章中将简单地研究单轮轴的扭转振动，双轮轴的扭转振动。

#### 一、单轮轴的扭转振动

设图 18-3 的轮子有惯性矩  $Q$ ，将轮子转过  $\varphi_m$  角，然后放开，则由于轴的弹性力的作用，轴开始往复扭转，在扭转的过程中，转子的转动惯性能不断和轴的扭转变形的应变能相互交换。现在让我们先建立描写轮子运动的方程式。设轮子转过一角度  $\varphi$ ，这时轴也扭转一角度  $\varphi$ ，由于轴的抗扭作用，轮内在轴和轮子的连接处产生一扭力矩  $M_1$ ，这个力矩的大小和  $\varphi$  成正比，方向和转角  $\varphi$  相反，比例系数称为轴的抗扭刚度  $K_\varphi$ ， $M_1$  可表示为  $M_1 = -K_\varphi \varphi$ 。对均匀轴

$$K_\varphi = \frac{G I_p}{l}$$

式中  $G$ ——剪力模量； $l$ ——轴的总长； $I_p$ ——轴的极惯性矩，设轴的直径为  $d$ ，则

$$I_p = \frac{1}{32} \pi d^4$$

对于均匀轴而言  $K_\varphi$  可改写成

$$K_\varphi = \frac{1}{\frac{l}{G I_p}}$$

其中  $\frac{l}{G I_p}$  就是轴的柔度。

对阶梯式的轴， $K_\varphi$  可以写成

$$K_\varphi = \frac{1}{\frac{l_1}{G I_{p1}} + \frac{l_2}{G I_{p2}} + \cdots + \frac{l_n}{G I_{pn}}} = \frac{1}{\frac{1}{K_{\varphi 1}} + \frac{1}{K_{\varphi 2}} + \cdots + \frac{1}{K_{\varphi n}}}$$

其中  $l_1, l_2, \dots, l_n$  为各段的长， $I_{p1}, I_{p2}, \dots, I_{pn}$  为各段的极惯性矩， $K_{\varphi 1}, K_{\varphi 2}, \dots, K_{\varphi n}$  为各段的抗扭刚度。

当轮子质量以  $\frac{d^2\varphi}{dt^2}$  的角加速度运动时，产生惯性力矩  $Q \frac{d^2\varphi}{dt^2}$ ，其方向和  $\frac{d^2\varphi}{dt^2}$  的方向相反。 $Q$  为轮的转动惯性矩，轮子的惯性力矩  $M_2$  为

$$M_2 = -Q \frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

在轮子处于动力平衡时

$$M_1 + M_2 = 0$$

$$Q \frac{d^2\varphi}{dt^2} + K_\varphi \varphi = 0$$

这就是轮子在轴的扭转力矩作用下的运动方程式。这是一个振动方程。其解是众所周知的，给出振动的角速度为

$$\omega_K = \sqrt{\frac{K_\varphi}{Q}}$$

其扭转固有频率为

$$f_K = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_\varphi}{Q}}$$

或是振动周期

$$T_K = 2\pi \sqrt{\frac{Q}{K_\varphi}}$$

## 二、双轮系统的轴的扭转振动

设在一轴的两端各装有惯性矩为  $Q_1$  及  $Q_2$  的两个轮，如图 18-4。

设轴的粗细是均匀的，其极惯性矩为  $I_p$ ，将轴的两端的轮子往相反方向扭转，放开

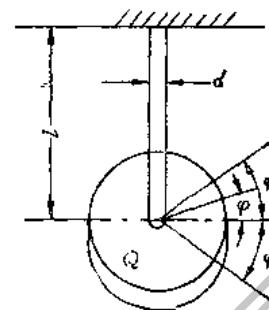


图 18-3

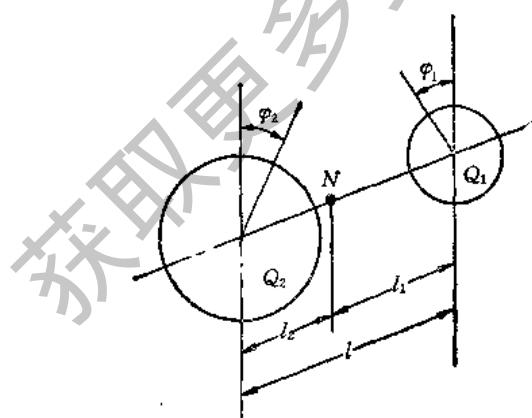


图 18-4

后由于轴的抗扭作用和两个轮子的惯性力的作用而发生扭转振动。这个振动使两个轮子永远在相反的方向转动，它们同时达到最大转角，也同时回到未转动的位置。这时，轴内没有应力，而全部应变能变为轮子的动能。由于惯性，两个轮子继续向着相反的方向运动，同时达到最大转角时，轴的扭转达到最大值，全部动能又变为轴的应变能。由于轴上的两轮永远在相反方向运动，所以，轴必有一截面在扭振时是不转动的，这个截面好象是固定的一个结，称为双轮系统的扭振结点。设结点离两端距离分别为  $l_1$  及  $l_2$ ，这个结点的位置应该由两个轮子分别对结点发生单轮的扭振时振动频率相等的条件来决定，得

$$\omega_K = \sqrt{\frac{K_{\varphi_1}}{Q_1}} = \sqrt{\frac{K_{\varphi_2}}{Q_2}} \quad (18-3)$$

对于均匀轴而言

$$K_{\varphi_1} = \frac{GI_p}{l_1} \quad K_{\varphi_2} = \frac{GI_p}{l_2}$$

由式(18-3)得

$$\sqrt{\frac{GI_p}{Q_1 l_1}} = \sqrt{\frac{GI_p}{Q_2 l_2}} \text{ 或 } Q_1 l_1 = Q_2 l_2$$

或写成

$$Q_1 : Q_2 = l_2 : l_1 \text{ 或 } \frac{Q_1}{Q_1 + Q_2} = \frac{l_2}{l_1 + l_2}$$

但是  $l$  为轴的总长，即  $l_1 + l_2 = l$ ，所以有

$$l_1 = \frac{Q_2}{Q_1 + Q_2} l \quad l_2 = \frac{Q_1}{Q_1 + Q_2} l \quad (18-4)$$

亦即是说，结点分割轴为两段，每段的长和有关轮子的转动惯性矩成反比。把式(18-4)代入式(18-3)得

$$\omega_K = \sqrt{\frac{GI_p(Q_1 + Q_2)}{Q_1 Q_2 l}} = \sqrt{K_\varphi \left( \frac{1}{Q_1} + \frac{1}{Q_2} \right)}$$

其中  $K_\varphi$  为整个轴的抗扭刚度，即

$$K_\varphi = \frac{GI_p}{l} = \frac{1}{\frac{1}{K_{\varphi_1}} + \frac{1}{K_{\varphi_2}}} \quad (18-5)$$

所以，双轮系统的扭振固有频率为

$$f_K = \frac{1}{2\pi} \sqrt{K_\varphi \left( \frac{1}{Q_1} + \frac{1}{Q_2} \right)} \quad (18-6)$$

扭转固有周期为

$$T_K = 2\pi \sqrt{\frac{Q_1 Q_2}{(Q_1 + Q_2) K_\varphi}} \quad (18-7)$$

式(18-5)，(18-6)，(18-7)同样适用于不均匀的轴，其证明如下。

不均匀轴扭振时，也有一个结点，结点两边轴的抗扭刚度为  $K_{\varphi_1}$  及  $K_{\varphi_2}$ ，于是整个轴的抗扭刚度  $K_\varphi$  可以通过下面的讨论决定。设整轴用扭矩  $T$  扭过一个角度  $\varphi$ ，其中在第一段扭过  $\varphi_1$ ，第二段扭过  $\varphi_2$ ，而

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 \quad (18-8)$$

但内力素扭矩  $T$  是在各段间都相同的，所以有

$$T = K_{\varphi} \varphi = K_{\varphi 1} \varphi_1 + K_{\varphi 2} \varphi_2 \quad (18-9)$$

解式(18-8)及式(18-9)得

$$\frac{1}{K_{\varphi}} = \frac{1}{K_{\varphi 1}} + \frac{1}{K_{\varphi 2}} \quad \text{或} \quad K_{\varphi} = \frac{1}{\frac{1}{K_{\varphi 1}} + \frac{1}{K_{\varphi 2}}} \quad (18-10)$$

上式和式(18-5)形式完全一样。

设两轮扭振,频率相同。于是从式(18-3)得

$$\omega_K = \sqrt{\frac{K_{\varphi 1}}{Q_1}} = \sqrt{\frac{K_{\varphi 2}}{Q_2}} \quad (18-11)$$

解上面两式得

$$K_{\varphi 1} = K_{\varphi} \left( \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} \right), \quad K_{\varphi 2} = K_{\varphi} \left( \frac{Q_1 + Q_2}{Q_2} \right)$$

将上式代入式(18-11)得出和式(18-5)、(18-6)、(18-7)相同的结果。这种扭振称为单结点扭振。

#### 第四节 高阶临界转速的概念

有一根均匀质量的轴,两端简支,跨度为  $l_1$ ,认为质量  $m_1$  集中于轴中部如图 18-5(a) 所示,此时该系统临界角速度

$$\omega_{K1} = \sqrt{\frac{m_1}{K_1}}$$

式中  $K_1$  为轴的抗弯刚度。当然我们也可将轴的质量集中于两个点,每个点集中的质量为  $m_2$ ,  $m_2 = m_1/2$ 。

回转运动时轴弯曲变形曲线可如图 18-5(b),轴中点有一个节点为  $N$ ,此点无弯曲挠度,允许有一定弯曲变形转角,相当简支约束条件  $l_2 = l_1/2$ ,我们分析图中  $N_1N$  段轴的回转运动得

$$m_2 = m_1/2, \quad K_2 = \frac{48EI}{(l_1/2)^3} = 8K_1$$

求得

$$\omega_{K2} = \sqrt{\frac{m_2}{K_2}} = 4\omega_{K1}$$

当然我们也可以将轴质量集中于三个点如图 18-5(c) 所示,可求得相应临界转速  $\omega_{K3}$ 。由此可知,均匀连续分布质量的轴有无穷个临界转速,我们称之为 1 级、2 级、3 级、…、 $n$  级的临界转速,它们的比例为

$$\omega_{K1} : \omega_{K2} : \omega_{K3} : \dots = 1 : 2^2 : 3^2 : \dots$$

同时,各级临界转速的弹性线的形式如下,其各点截面弯曲挠度变形  $r$  是轴向尺寸  $x$  的函数,有  $r = r_s \sin n\pi \frac{x}{l_1}$

其中  $r_s$  是这个弹性变形的幅值。这和一般不稳定性的特点一致,这些弹性线的结

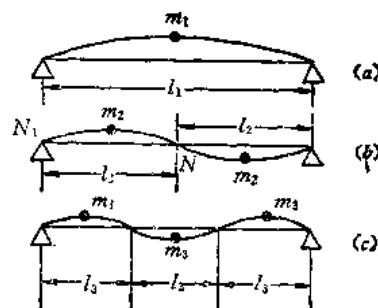


图 18-5

原形，虚线为变形后的轮廓。显然力波次数越大，节点间跨度越小，机座刚度增加，固有频率增加。对具有分数槽绕组的水轮发电机来讲，其低次谐波的力波次数比基波力波次数还小，可能是振动和噪声的主要因素。

## 第六节 单边磁拉力作用下的轴的挠度及临界转速

以一台4极直流电机为例。由于装配偏心引起气隙不均匀，偏心量为 $e_0$ ，如图18-9。由于偏心，上面气隙由 $g$ 增至 $g + e_0$ ，下面气隙由 $g$ 减至 $g - e_0$ 。下半部气隙磁密高，磁极对转子产生的磁拉力大于上半部磁极对转子的磁拉力。转子所受4个极的磁拉力总和称为单边磁拉力初值 $F_{y0}$ ，方向为垂直向下，计算公式为

$$F_{y0} = \frac{\alpha'_p \pi D l}{g} \left( \frac{B_s}{0.5} \right)^2 e_0 \times 9.81 \times 10^4$$

式中  $\alpha'_p$ —极弧系数；

$D$ —转子外径；

$l$ —铁心长；

$B_s$ —气隙均匀时的设计磁密，T；

$F_{y0}$ —单边磁拉力初值，N；

$g$ —气隙值，cm；

$e_0$ —初始偏心值，一般取 $0.1g$ 。

将上式写成 $F_{y0} = K_0 e_0$ ， $K_0$ 叫作磁拉力刚度，其定义为 $e_0$ ，是单位长度时所产生的单边磁拉力。

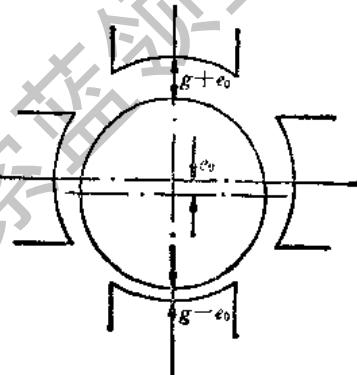


图 18-9

在 $F_{y0}$ 作用下轴中部产生挠度 $f_0$ ， $f_0$ 的产生使偏心量由 $e_0$ 增至 $e_1$ ， $e_1 = (e_0 + f_0)$ ，偏心的增加使单边磁拉力由 $F_{y0}$ 增至 $F_{y1}$ ， $F_{y1} = K_0 e_1$ ，如此往复循环作用最终轴的稳定挠度变形为 $f_y$ ，总偏心量为 $(e_0 + f_y)$ 。轴上受磁拉力为 $K_0(e_0 + f_y)$ 。此磁拉力应与轴的弹性恢复力相平衡，列出方程式为

$$K_0(e_0 + f_y) = Kf_y$$

式中  $K$ —轴的弯曲刚度系数。

解上式得

$$f_y = \frac{K_0}{K - K_0} e_0$$

分析上式， $K > K_0$ 时，函数收敛有定解。 $K \leq K_0$ 时函数发散， $f_y$ 趋于无穷。 $f_y$ 有定解是满足电机刚度要求的必要条件，并不是所有的解都满足电机刚度要求。对异步电动机要求为

$$f = f_G + f_y < 0.1g$$

式中  $f$ —电机轴总挠度变形；  $f_G$ —轴的重力挠度；

$g$ —电机气隙长。

在这里特别强调指出 $e_0$ 是装配偏心，是指转子外圆中心与定子内圆中心这两个几何形心不重合，有一定的位移量，这个位移量称为装配偏心。例如电机长期运行后，轴承

与轴均会有磨损，会造成转子中心下沉。这个下沉的位移就是  $e_0$  的一部分。在研究转轴的回转运动时所提出的偏心量  $e$ ，是质量偏心。即使定子内圆中心与转子外圆中心是重合的，气隙是均匀的，但由于制造的缺陷（如铸造的气孔，砂眼等），可以使转子质量中心不在转子几何中心线上，质量中心偏移旋转中心线的距离称为质量偏心。一般情况，装配偏心与质量偏心是同时存在的。

一根轴装配偏心  $e_0$  为零，质量偏心为  $e$ ，作回转运动。在一定转速下轴的稳定挠度为  $r$ ，变形图仍如图 18-1，但受力平衡方程式与式（18-1）相比较有了变化。单边磁拉力出现了，因为轴的挠度变形引起了气隙的不均匀。方程式如下：

$$m(e + r)\omega^2 + K_0r = Kr$$

上式与式（18-1）相比多了一项  $K_0r$ 。也就是挠度为  $r$  时的单边磁拉力。此时一边气隙为  $(g - r)$ ，另一边为  $(g + r)$ 。上式可改写成

$$m(e + r)\omega^2 = (K - K_0)r$$

此时临界角速度  $\omega_K$  可类比式（18-2）写成

$$\omega_K = \sqrt{\frac{K - K_0}{m}}$$

由上式可看出由于单边磁拉力作用，临界角速度有下降趋势。异步电动机气隙小， $K_0$  影响较大应考虑按此公式计算临界角频率。

## 第十九章 电机常用的材料

各种电机包括交流同步、异步电机以及直流电机，虽然有各种不同的结构，但不外乎由导电回路(包括定子回路和转子回路)和导磁回路组成，它们之间用绝缘材料分隔开，并利用各种结构零件把它们组合在一起。因此可以把电机用的材料分为导磁材料、导电材料、绝缘材料以及结构材料四大类。结构材料主要是钢、铁等黑色金属，因本教材篇幅有限，就不作介绍了。冷却和润滑介质的性能属专门问题也不在这里介绍。

### 第一节 导磁材料

为了获得良好的特性，电机用的导磁材料应该具有较高的导磁性能，并要求有较低的铁损耗(涡流损耗和磁滞损耗)，硅钢片适当地满足了这两方面的要求，因此多少年来，一直用它来作为主要的导磁材料。近年来由于成本和加工性能的原因，部分小型电机中也采用无硅电工钢片来替代硅钢片。在大型高速发电机中，除了导磁还有较高的机械强度的要求，这就促使制造者采用高导磁的合金钢整体锻件代替硅钢片制造成高速转子，所以这种转子既是磁性材料，又是结构材料。直流电机的机壳采用钢板焊接或采用铸钢件，而直流电机以及多极同步电机的极身和极靴多采用薄钢板叠成，转子磁轭可采用叠片钢板或整块的铸钢，因此把合金钢、低碳钢板以及铸钢等都归在导磁材料中加以介绍。

由于永磁材料的发展，近年来一些小型专用电机(如汽车用电机)采用永久磁铁作成磁极，与壳体组成磁回路，使结构大为简化。随着稀土永磁材料的进一步开发，这种电机得到了很快的发展。

#### 一、硅钢片

含有硅的合金钢经轧制而成的薄钢板，称为电工钢片或硅钢片。

硅的含量对硅钢片的性能起决定性影响，铁中加入硅，可使其电阻率增高，限制了涡流，使损耗降低；但加入硅后，磁感应强度有所下降，随着含硅量的增加，硬度和脆性增加，给轧制、冲裁、剪切、以及机械加工带来困难，因此含硅量一般不超过4.5%。含硅量再高，就很难进行轧制和加工了。

在磁场交变的铁心中，当磁通密度和交变频率都不变时，单位体积铁心的涡流损耗与钢片的厚度平方成正比，同一品种的硅钢片，厚度越小，铁心损耗越小，但铁心制造工时增加，叠压系数降低。因此大部分中小型电机均采用0.5mm厚的硅钢片，只有特殊情况下如大型汽轮发电机铁心损耗要求很严时，采用0.35mm厚的。

按照轧制工艺的不同，分为热轧硅钢片和冷轧硅钢片两种。

1. 热轧硅钢片 胚料在高温下经碾轧而成。这种钢片，历史较久，20世纪初即开始生产，到20世纪40年代时生产已基本成熟，目前我国国内生产的多数是这种。

根据国标 GB5212-85 的规定，热轧硅钢片按含硅量的多少，分为低硅钢（含硅量 $\leq 2.8\%$ ）和高硅钢（ $> 2.8\%$ ）两种。

各种热轧硅钢片电磁性能见表 19-1。

表 19-1 热轧硅钢片电磁性能 (GB5212-85)

牌号	厚度 mm	不同磁场下的磁感应强度值不小于			铁损耗/ $W \cdot kg^{-1}$ 不大于	弯曲次数不小于 (GB235-82)	理论密度 $g \cdot cm^{-3}$	旧国标 牌号
		$B_{25}/T$	$B_{50}/T$	$B_{100}/T$				
DR530-50		1.51	1.61	1.74	2.20	5.30		D22
DR510-50	0.50	1.54	1.64	1.76	2.10	5.10	7.75	D23
DR490-50		1.56	1.66	1.77	2.00	4.90		D24
DR450-50		1.54	1.64	1.76	1.85	4.50		
DR420-50	0.50	1.54	1.64	1.76	1.80	4.20	7.75	
DR400-50		1.54	1.64	1.76	1.65	4.00		
DR440-50		1.46	1.57	1.71	2.00	4.40	4	D31
DR405-50	0.50	1.50	1.61	1.74	1.80	4.05	4	D32
DR360-50		1.45	1.56	1.68	1.60	3.60	1	D41
DR315-50		1.45	1.56	1.68	1.35	3.15	1	D42
DR290-50	0.50	1.44	1.55	1.67	1.20	2.90	1	D43
DR265-50		1.44	1.55	1.67	1.10	2.65	1	D44

表中符号含义：

DR——热轧电工钢片；

DR 后面数字——横线以前的数字为磁感应强度 1.5T，频率为 50Hz 时的铁损耗值的 100 倍；横线以后的数字为钢片厚度值的 100 倍。如 DR530-50，为热轧硅钢片其损耗在频率 50Hz、磁感应强度 1.5T 时为  $5.30 W \cdot kg^{-1}$ ，厚度为 0.50mm；

$B_{25}, B_{50}, B_{100}$ ——分别为磁场强度为  $25, 50, 100 A \cdot cm^{-1}$  时的最小磁感应强度，T；

$P_{10/50}, P_{15/50}$ ——用 50Hz 磁场反复磁化和按正弦形变化的磁感应强度最大值分别为 1.0T 和 1.5T 时的单位重量铁损耗值， $W \cdot kg^{-1}$ ；

D22、D23……—国标 GB5212-85 公布以前的牌号。D 为电工钢片，后面第一位数字代表含硅量的多少，数字愈大代表含硅量愈多；第二位数字代表损耗等级，数字大的损

表 19-2 冷轧无取向硅钢片性能表 (0.5mm 厚)

GB2521-81	武钢*牌号	$P_{10/50}/W \cdot kg^{-1}$	$B_{50}/T$	相当于新日铁牌号
	W 08	2.70	1.58	H 08
	W 09	2.90	1.58	H 09
DW315-50	W 10	3.15	1.59	H 10
DW360-50	W 12	3.60	1.60	H 12
DW400-50	W 14	4.00	1.61	H 14
DW465-50	W 18	4.65	1.65	H 18
DW540-50	W 20	5.40	1.65	H 20
DW620-50	W 23	6.20	1.66	H 23

冷轧硅钢片因其硅钢晶粒排列之不同分为有取向和无取向两种。有取向冷轧硅钢片沿其压延方向导磁率高 ( $B_{25}$  可达  $1.70\sim1.85T$ )，比损耗也较小 ( $P_{10/50}$  为  $1.15\sim0.7$ ； $P_{15/50}$  为  $2.55\sim1.6W\cdot kg^{-1}$ )，但垂直于此压延方向的性能则相差甚多，还不如热轧硅钢片，因此这种单取向冷轧硅钢片适用于大型变压器铁心，而在电机制造中多采用无取向冷轧硅钢片。

我国目前生产的冷轧硅钢片，电磁性能接近国际水平，但品种和数量都满足不了国内电机生产的需要。

国产冷轧硅钢片性能见表 19-2。

表 19-3 列出一些发达国家冷轧硅钢片性能供参考。

目前国际上研究工作主要在于提高导磁率、降低比损耗。实验室样品的指标，热轧的已达  $P_{10/50} = 0.55W\cdot kg^{-1}$ ，而冷轧硅钢片样品指标单取向的已达  $P_{10/50} = 0.2W\cdot kg^{-1}$ ，无取向的  $P_{10/50} = 0.64W\cdot kg^{-1}$ ；而导磁率的指标冷轧无取向硅钢片已可达  $B_{25} = 1.78T$ 。大大提高了性能。

## 二、无硅钢片

含硅量在 0.5% 以下的钢片。由于其价格低(比同样损耗的硅钢片低 30% 左右)，磁感应强度高、导热性高、焊接性能好冲模磨损慢等优点，工业发达国家在小型电机(与国产 Y 系列电机功率相当)上已广泛应用。美、日等国无硅钢片的用量已占电工钢片总的使用量的一半以上。

武汉钢铁公司生产的无硅钢片的性能见表 19-4。

表 19-4 无硅钢片性能表

牌号		$P_{10/50}/W\cdot kg^{-1}$	$B_{50}/T$	相当于新日铁牌号
武钢	GB2521-81			
W30	DW800-50	8.00	1.69	H30
W40	DW1050-50	10.50	1.69	H40
W50	DW1300-50	13.00	1.69	H50
W60	DW1550-50	15.50	1.69	H60

## 三、永磁材料

直流电机、同步电机等有时采用磁钢励磁，这样就没有励磁损耗。与在同一磁路中建立起同样磁场的电磁铁相比，磁钢的体积小、重量轻，因此这种电机具有体积小、重量轻、损耗小、效率高和结构简单等优点，在小功率电机中，尤为突出。

磁钢的种类很多，使用在电机中的大体上分三类，即铝镍钴磁钢、铁氧体磁钢和稀土磁钢。铝镍钴磁钢性能较好、比较稳定、磁能积较高，但价格较贵。铁氧体磁钢有钡铁氧体及锶铁氧体等，矫顽力比较大，剩余磁感应强度及磁能积较小，因此若与性能相同的铝镍钴电机相比，体积较大，效率略低，但由于价格低，在一般产品中应用较广。70 年代以来稀土磁钢发展很快，磁性能有明显突破，稀土钴磁钢最高磁能积可达  $240 kJ\cdot m^{-1}$

( $30\text{MG} \cdot \text{Oe}$ )，而钕铁硼磁钢则可达到  $320\text{kJ} \cdot \text{m}^{-3}$  ( $40\text{MG} \cdot \text{Oe}$ ) 以上。

这里  $\text{kJ} \cdot \text{m}^{-3}$  是每立方米的千焦耳数，是 SI 单位制中最大磁能积的单位；它和 CGS 制中  $\text{MG} \cdot \text{Oe}$  的换算是  $1\text{kJ} \cdot \text{m}^{-3} = 4\pi \times 10^{-2}\text{MG} \cdot \text{Oe}$ 。

表 19-5 列出了电机中常用的几种磁钢的性能指标。

表 19-5 几类磁钢的性能指标

	剩磁 $B_r$		矫顽力 $H_c$		最大磁能积 $(BH)_{\max}$	
	$B_r/\text{T}$	$B_r/\text{G}$	$H_c/\text{kA} \cdot \text{m}^{-1}$	$H_c/\text{Oe}$	$(BH)_{\max}/\text{kJ} \cdot \text{m}^{-3}$	$(BH)_{\max}/10^6\text{G} \cdot \text{Oe}$
钼镍钴 13	0.68	6800	48	600	13	1.6
钼镍钴 32	1.20	12000	44	550	32	4.0
钼镍钴 52	1.30	13000	56	700	52	6.5
钼镍钴钛 72	1.05	10500	131	1400	72	9.0
铁氧体 20	0.32~0.38	3200~3800	128~192	1600~2400	18.3~24.5	2.3~2.7
铁氧体 30	0.38~0.42	3800~4200	160~216	2000~2700	26.3~29.5	3.3~3.7
混合稀土钴 95	0.70~0.80	7000~8000	320~480	4000~6000	95~110	12.0~13.8
混合稀土钴 110	0.80~0.95	8000~9500	440~550	5500~6900	110~130	13.8~16.5

钕铁硼磁钢是 80 年代新发展起来的产品，性能优异，1983 年发表的钕铁合金的主要性能见表 19-6。1984 年 5 月我国研制成的钕铁合金、磁能积超过了  $320\text{kJ} \cdot \text{m}^{-3}$  ( $40\text{MG} \cdot \text{Oe}$ )，居世界首位。

目前钕铁合金价格还较高，纯度高的钕铁合金价格每公斤 600 元左右，如果降低纯度，允许有少量钐、镧等稀土元素存在，虽然其磁能积降低了，但制造成本可以大为降低，推广使用的可能性大为增加。

表 19-6 钕铁合金性能

参 数	数 值
剩余磁感应强度 $B_r/\text{T}$	1.25
矫顽力 $H_c/\text{kA} \cdot \text{m}^{-1}$	980
回复导磁率 $\mu_{rec}$	1.05
温度变化率(温度每上升 $1^\circ\text{C}$ 的 $\Delta B_r/B_r$ )	-0.0012
密度 $\rho/\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$	7.4
最大磁能积 $(BH)_{\max}/\text{kJ} \cdot \text{m}^{-3}$	304

#### 四、合金钢、低炭钢板、铸钢

大型汽轮发电机的转子多为合金钢整体锻件，这是为满足机械强度的要求。常用的合金钢为 34CrMo1A、34CrNi3Mo、25CrNi3MoV、26Cr2Ni4MoV 等。这些钢材的抗拉强度均在  $600\text{MN} \cdot \text{m}^{-2}$  ( $60\text{kgf} \cdot \text{mm}^{-2}$ ) 以上，有的超过  $900\text{MN} \cdot \text{m}^{-2}$  ( $90\text{kgf} \cdot \text{mm}^{-2}$ )。

这些合金钢的磁感应强度应达到  $B_{50} \geq 1.6\text{T}$ ;  $B_{150} \geq 1.8\text{T}$ ; 而  $B_{400} \geq 2.0\text{T}$ 。

直流电机的机座、极身等有时用铸钢制成，由于它是磁路中的组成部分，要求具有一定导磁率，铸钢成分不同也影响其磁性能。一般电机用的铸钢件，其磁感应强度应为  $B_{25} = 1.36 \sim 1.50\text{T}$ ;  $B_{50} = 1.55 \sim 1.62\text{T}$ ;  $B_{100} = 1.69 \sim 1.75\text{T}$ 。这就比铸铁  $B_{25}$  约在  $0.7\text{T}$

左右的磁性能好多了。

由于板材供应方便，加工容易，直流电机机座及磁极等多采用钢板弯成或冲成，普通碳钢的导磁性能约为  $B_{25} = 1.52\text{ T}$ ,  $B_{50} = 1.64\text{ T}$ ;  $B_{100} = 1.78\text{ T}$ 。

## 第二节 导电材料

对导电材料的主要要求是有电流通过时，不应产生过多的损耗，因此应有较小的电阻率。还应具有一定的机械强度、不易氧化、不易腐蚀和具有一定的加工性能如成形、焊接等；它们还应是供应方便、价格较低。目前广泛使用的导电材料是铜和铝。

当有电流从旋转部件导出或导入时，需要有刷子和旋转部分接触，如直流电机的换向器接触电刷，以及同步电机、线绕式异步电机的集电环接触电刷等。没有换向要求的导电刷子可以用电阻较小的铜、铜带等材料做成；而对于与换向器接触的电刷，因为有电流换向的要求，需要有一定电阻，这就要用炭刷，因此炭刷也是一种导电材料。

导电材料的电阻率是随温度变化的。在绝对零度（ $-273^{\circ}\text{C}$ ）时铜的电阻率为零，这时称为超导体。超导体可以在没有损耗的情况下通过很大的电流，可以从根本上改变电机的结构。近年来我国及日、美、苏等国，都在努力研制较高温度下的超导体，以使其易于推广使用。目前已有较接近室温的超导材料研制成功，但尚未有线材供应，国内外超导电机均处于实验研究阶段。

### 一、绕组用的导电金属

电机用的导电金属主要是铜和铝。铜的纯度要求在 99.95% 以上；铝的杂质含量应不超过 0.5%。

铜和铝的物理性能见表 19-7。由表中可见铜的导电性能和机械性能都比铝好，而且不易氧化、容易焊接，是最适合的导电金属，在电机上广泛采用。但铜的资源较少，在国内是紧缺物资，价格也较高。

表 19-7 导电用铜和铝的物理性能

物理量/单位	铜 (Cu)	铝 (Al)
熔点/ $^{\circ}\text{C}$	1084.5	658
密度/ $\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$ ( $20^{\circ}\text{C}$ )	8.9	2.7
电阻率/ $10^{-8}\Omega \cdot \text{m}$ ( $20^{\circ}\text{C}$ )	1.79	2.90
电阻温度系数/ $10^{-3}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ ( $20^{\circ}\text{C}$ )	3.85	4.03
比热/ $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ ( $20^{\circ}\text{C}$ )	385.2	921.1
导热系数/ $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ ( $20^{\circ}\text{C}$ )	386	217
线胀系数/ $10^{-6}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ ( $20\sim 100^{\circ}\text{C}$ )	16.6	23
抗拉强度/ $\text{MN} \cdot \text{m}^{-2}$	350~450	150~180

由表 19-7 可见铝的电阻率为铜的 1.62 倍，在电阻相同的情况下，铝线的截面比铜线要大 1.62 倍。但铝的比重仅为铜的 30.3%，因此电阻相同时，虽线径加大，其重量却只有铜的 49%；而且铝的资源较丰富，价格也较便宜，因此用铝线代替铜线可以降低制造成本。

本，但铝的机械强度较差，而且焊接工艺比较复杂，又使铝线的应用受到限制。

## 二、绕组用的电磁线

绕组或线圈用的导线称电磁线。电磁线种类很多，按照其截面的形状可分为圆线、扁线和带状导线三种。圆线和扁线截面和尺寸均有统一标准，见国标 GB6108-85。

按照绝缘层的特点和用途可区分为漆包线、绕包线和其它电磁线等。

### (一) 漆包线

漆包线要求漆膜均匀、光滑、蔽覆完全（针孔数少）。导线直径及漆膜厚度符合

表 19-8 漆包圆绕组线 GB6109.1-85

直径/mm		最大直径/mm			最小绝缘厚/mm		
标称值	允差±	1 级	2 级	3 级	1 级	2 级	3 级
0.224	0.003	0.256	0.272	0.290	0.015	0.029	0.043
0.250	0.004	0.284	0.301	0.320	0.017	0.032	0.048
0.280	0.004	0.315	0.334	0.353	0.018	0.033	0.050
0.315	0.004	0.352	0.371	0.391	0.019	0.035	0.053
0.355	0.004	0.395	0.414	0.435	0.020	0.038	0.057
0.400	0.005	0.442	0.462	0.483	0.021	0.040	0.060
0.450	0.005	0.495	0.516	0.538	0.022	0.042	0.064
0.500	0.005	0.548	0.569	0.591	0.024	0.045	0.067
0.530	0.005	0.579	0.601	0.624	0.025	0.046	0.070
0.560	0.006	0.611	0.632	0.656	0.025	0.047	0.071
0.600	0.006	0.658	0.679	0.704	0.026	0.049	0.073
0.630	0.006	0.684	0.706	0.730	0.027	0.050	0.075
0.670	0.006	0.726	0.748	0.773	0.027	0.051	0.077
0.710	0.007	0.767	0.790	0.815	0.028	0.053	0.080
0.750	0.008	0.809	0.832	0.858	0.029	0.054	0.082
0.800	0.008	0.861	0.885	0.911	0.030	0.056	0.085
0.850	0.009	0.913	0.937	0.964	0.031	0.058	0.087
0.900	0.009	0.965	0.990	1.017	0.032	0.060	0.090
0.950	0.010	1.017	1.041	1.070	0.033	0.061	0.092
1.000	0.010	1.068	1.093	1.123	0.034	0.063	0.095
1.060	0.011	1.130	1.155	1.184	0.034	0.064	0.096
1.120	0.011	1.192	1.217	1.246	0.034	0.065	0.098
1.180	0.012	1.254	1.279	1.308	0.035	0.066	0.099
1.250	0.013	1.325	1.351	1.381	0.035	0.067	0.101
1.320	0.013	1.397	1.423	1.453	0.036	0.068	0.101
1.400	0.014	1.479	1.506	1.535	0.036	0.069	0.103
1.500	0.015	1.581	1.608	1.638	0.037	0.070	0.105
1.600	0.016	1.683	1.711	1.741	0.038	0.071	0.107
1.700	0.017	1.785	1.813	1.844	0.038	0.072	0.108

GB6109.1-85 及 GB7095.1-86 的规定。漆包圆线的标准直径、允许公差、最大直径及最小绝缘厚度如表 19-8 所示。

由表 19-8 可见绝缘厚度(双边)分为三级,即薄、厚、特厚绝缘。绝缘厚度及最小允许绝缘厚度随线径之增加而增加。对于偏导线其标准尺寸见 GB7095.1-86,其漆膜厚度  $\delta$  如表 19-9 所示。

表 19-9 漆膜厚度 GB7095.1-86

漆膜	漆膜厚度 $\delta/\text{mm}$
1	$0.06 \leq \delta \leq 0.11$
2	$0.11 < \delta \leq 0.16$

漆膜的机械性能表现为耐刮、有弹性和适当的柔软性及伸长率,以保证在加工过程中(包括绕线、嵌线、张形、整形等)漆膜能经受摩擦、弯曲、拉伸、压缩等作用而不致损伤。在电性能方面,要求漆膜有较高的击穿电压,对于圆漆包线在表 19-8 所列范围内绝缘为 1 级时击穿电压为  $1400 \sim 3100\text{V}$ ,击穿电压随直径增大而增大,对 2 级绝缘为  $2500 \sim 5500\text{V}$ ,3 级则为  $3900 \sim 7900\text{V}$ 。电压为有效值,详见 GB6109.1-85。而对于扁漆包线,GB7095.1-86 规定其最小击穿电压(有效值)1 级绝缘为  $1000\text{V}$ ,2 级为  $2000\text{V}$ 。对用于高频、高压电机中的漆包线,还要求漆膜损耗角正切( $\tan \delta$ )要小。

漆膜还应具有较良好的耐热性及耐化学性能。

漆包线由其耐热等级之不同有不同的品种,用于 E 级绝缘的电机的为聚酯(QZ)及缩醛(QQ)两种;聚酯类漆包线还用于 B 级绝缘中。用作 F 级绝缘的为聚酯亚胺(QZY)漆包线。H 级绝缘的电机可用聚酰胺酰亚胺漆包线及聚酰亚胺漆包线。

## (二) 绕包线

目前电机绕组常用的绕包线主要是玻璃丝包线,在有些特殊要求的情况下也有用薄膜绕包线的。

玻璃丝包线用无碱玻璃丝紧绕在裸导线或漆包线上,并经胶粘绝缘漆浸渍烘焙而成。玻璃丝性脆,不浸漆的容易受撞击而折断,致大面积脱落,浸渍烘焙后可以避免此缺点。因其耐电压要求之不同而有单玻璃丝漆包、双玻璃丝包等品种。绝缘层厚度也分厚绝缘和薄绝缘两种,国产双玻璃丝包的薄绝缘厚度在  $0.12 \sim 0.25\text{mm}$  之间,厚绝缘在  $0.25 \sim 0.35\text{mm}$  之间;单玻璃丝漆包的薄绝缘厚度为  $0.12 \sim 0.20\text{mm}$ ,厚绝缘约为  $0.18 \sim 0.28\text{mm}$ ,都允许有  $-20\%$  的偏差,其值随直径之增大而逐渐增大。对于扁线只规定其宽边的绝缘厚度大约在  $0.2 \sim 0.5\text{mm}$  之间,随尺寸之增大而逐渐增大,也允许有  $-20\%$  的偏差。耐电压的要求也随绝缘厚度之不同而变,玻璃丝包的耐电压在  $250 \sim 550\text{V}$  之间,玻璃丝包漆包圆线其耐电压可达  $800 \sim 1000\text{V}$ ,而玻璃丝包漆包的偏导线,由于其绝缘层较厚,击穿电压可达  $1200 \sim 2000\text{V}$ ,详细规定可参考 GB7672-87。

玻璃丝包线的耐热等级取决于胶粘绝缘漆和漆包线的耐热等级,因此其漆包线漆及玻璃丝包的浸渍漆应是同一耐热等级的,聚酯类的属于 B 级,聚酯亚胺类属于 F 级,而硅有机及聚酰亚胺类属于 H 级。

薄膜绕包线具有更高的机械和电气性能,是近年来才发展起来的。目前应用的有玻

玻璃丝包聚酯薄膜绕包线和聚酰亚胺薄膜绕包线等。聚酰亚胺薄膜绕包线能耐高温、耐低温、耐辐射，且密封性、电热老化性能以及耐拖磨性能均好。玻璃丝包聚酯薄膜绕包线具有良好的电气和机械性能，但绝缘层较厚。

### (三) 其它电磁线

除以上所述漆包及绕包电磁线外，有些场合也用无机绝缘线，主要是氧化膜铝线。它是用阳极氧化法在铝线表面生成一层致密的三氧化二铝( $Al_2O_3$ )膜，具有绝缘层薄、耐热性好、耐辐射等优点，但氧化膜具有多孔性，因此击穿电压低，同时耐弯曲性能、耐刮性和耐酸耐碱性亦较差。

潜水电机绕组采用聚氯乙烯绝缘电磁线和聚乙烯绝缘尼龙护套电磁线。前者耐水性能较好，但槽满率较低，绝缘层的机械强度差，绕制过程中容易损伤绝缘，用于一般潜水电机。后者耐水性能良好，护套机械强度高，但槽满率也低，用于充水式潜水电机。这两种电磁线的耐热等级都低，只能属于Y级。

其它有特殊防护要求的电机，如电冰箱、空调机等压缩机用电机，绕组浸泡在制冷液体如氟利昂等中，又如工作在各种腐蚀性气体环境中的电机对于其电磁线都有不同的要求。

有时为了工艺上的方便，使电磁线具有所需的各种特性，如自粘性(可省去浸漆烘干)直焊性(可省去去漆皮工序)以及彩色漆包线等。

## 三、换向片及集电环

### (一) 换向片

换向片在电机运行中既要导电，又要与电刷相磨擦而产生热量，同时还要承受因旋转而产生的离心力的作用，因此，换向片的材料应该具有良好的导电性、耐热性、耐磨性、耐电弧性和较高的机械强度(包括抗拉强度和硬度)。目前应用的换向片材料，一般是纯度为99.9%的紫铜经冷拉而成的梯形铜排。经过冷拉后的铜片，其硬度、弹性、抗拉强度等均有所增加。

随着电机耐热等级的提高，要求换向器能耐更高的温度，能适应更恶劣的工作条件，而且能具有较长的耐磨寿命。近年来有些厂采用含少量合金元素的银铜、镉铜、铬铜、锆铜或稀土铜做换向片。这些合金具有较高的机械强度和较好的耐磨性能，其性能如表

表 19-10 换向片材料的性能

材料类别	硬 铜	银 铜	镉 铜	铬 铜	锆 铜	稀 土 铜
化学成分	含铜	含 银	含 锡	含 铬	含 锆	含 钨
含量×100	99.9	0.07~0.2	1	0.4~0.6	0.2	0.1
抗拉强度/MN·m <sup>-2</sup>	350~450	350~450	500	450~500	400~450	350~450
硬度/HB	80~110	95~110	100~115	110~130	120~130	95~110
导电率/ IACS	0.98	0.96	0.85	0.80~0.85	0.90	0.96
高温性能	软化温度/℃	200	290	280	410	400
	高温强度/MN·m <sup>-2</sup>	200~240	250~270		310	350

注：IACS——1913年国际电工学会规定，退火工业纯铜在20℃时的电阻率为 $0.01724\Omega \cdot mm^2 \cdot m^{-1}$ ，以100% IACS表示，IACS即为国际退火工业纯铜标准的简称。

19-10 所示。稀土铜具有很高的导电率(仅次于硬铜和银铜), 加工性能及耐热性能均好。我国稀土资源丰富, 在世界上占有独特的优势, 发展这种换向片材料很有前途。

## (二) 集电环

集电环同样也应具有良好的导电性、耐磨性和硬度, 要求其材质均匀、不腐蚀、接触电阻稳定, 不容许有气孔、缩孔等缺陷以免引起电刷及集电环的工作表面很快磨损。

根据导电性能和机械强度的要求, 集电环一般采用黄铜、青铜、低碳钢或铸铁制造。例如无换向装置的异步电动机的集电环采用黄铜制造; 在有换向装置的异步电动机中, 集电环仅在起动时接触电刷, 可采用低碳钢制造; 而在大电流、高速的大型异步电动机特别是调速电动机中, 集电环采用青铜或高强度合金钢(如硅锰钢 35SiMn) 制造, 因为它们比黄铜耐磨得多。用在汽轮发电机转子上的集电环都是用高强度合金铜制造的。

## 四、电刷

把旋转部件的电流引出(或引入), 要靠旋转部件上的换向器或集电环与固定在支架上的电刷相接触而达到, 因此电刷也是导电材料。

电刷在工作时应满足以下要求:

(1) 在换向器或集电环表面上能形成适宜的由氧化亚铜、石墨屑和水分等组成的表面薄膜。

(2) 电刷的使用寿命长, 同时对换向器或集电环的磨损小。

(3) 电刷的电功率损耗和机械损耗小, 这就要求其具有较好的导电性, 并具有较小的摩擦系数。

(4) 在电刷下不出现对电机有危害的火花, 具有适宜的电阻系数。

(5) 噪音小。

这些要求, 当然不完全取决于电刷本身, 还要从电机的结构、电刷的安装调整以及运行条件等方面来综合考虑。

根据电刷成分的不同, 常用电刷有四大类型。

**1. 石墨电刷** 用石墨粉制成, 以 S 为代号如 S-3、S-4、S-6 等, 目前用于小型直流电机和某些汽轮发电机的集电环上。

**2. 电化石墨电刷** 用石墨和非晶体的碳素所混合的粉末, 经压型和焙烧后, 再在电炉中加温到 2300~2500°C 进行电化石墨处理而成。由于石墨所占的比例不同, 电化石墨电刷的硬度差别较大, 石墨含量越多, 电刷的硬度越低。

这类电刷品种较多, 以 D 为其代号, 在电机中应用得最为普遍。

由于其混入的非晶体碳素种类不同, 又分为四种:

(1) 以石墨为基的, 代号为 D1, 如 D104、D106、D172 等。

(2) 以焦炭为基的, 代号为 D2, 如 D202、D213、D214、D252、D280 等。

(3) 以炭黑为基的, 代号为 D3, 如 D308、D309、D312、D373、D374、D374L、D374B 等。

(4) 以木炭为基的, 代号为 D4, 如 D464F、D479 等。

字尾 L、B、F 等为浸渍物代号。

**3. 金属石墨电刷** 用铜粉和石墨粉混合物制成。电化石墨的最低电阻率为 $7\mu\Omega \cdot m$ , 而铜的电阻率( $20^{\circ}C$ )只有 $0.017241\mu\Omega \cdot m$ , 两者相差达400倍, 所以金属石墨电刷的电阻系数大大下降, 允许通过的电流密度较大。在金属石墨电刷中, 导电部分实际上只是铜, 而石墨主要是使电刷有较好的润滑性并使电刷的硬度降低, 以减少其对换向器和集电环的磨损。

这类电刷以J为其代号,J1为不带粘结剂的铜石墨电刷,如J100、J102、J104、J164等;J2为带粘结剂的铜石墨电刷,又分含铜较多的高铜石墨电刷,如J201、J204、J205、J213,和含铜较少的低铜石墨电刷,如J203、J206、J220等。

**4. 人造树脂粘结剂石墨电刷** 以人造树脂为粘结剂,以R为代号,如R051、R104、R201、R453、R1270等,具有较高的电阻系数,可用在换向困难的电机上。

除上述各类型电刷外,目前在电刷新品种方面,已生产并正在发展的还有下述两种。

表 19-11 电刷的技术特性及推荐工作条件 (JB4003-85)

型 号	电 阻 率 $\frac{\Omega}{m}$	密 度 $\frac{g}{cm^3}$	一 对 电 刷接 触 电 压 降 V	50h 磨 损 mm 不 大 于	磨 损 系 数 不 大 于	推 荐 工 作 条 件		
						额 定 电 流 密 度 $A \cdot cm^{-2}$	允 许 通 周 速 度 $m \cdot s^{-1}$	电 刷 单 位 压 力 Pa
S3	13	1.70	2.1	0.20	0.25	11	25	19600~24500
S6	02	1.28	1.8	0.20	0.33	12	70	14700~19600
D104	10	1.64	2.4	0.25	0.20	12	40	14700~19600
D172	13	1.60	2.7	0.20	0.25	12	70	
D202	20	1.58	2.5	0.15		10	45	19600~24500
D213	29	1.65	2.6	0.15	0.25	10	40	19600~39200
D252	15	1.63	2.5	0.15		12	45	19600~24500
D308	40	1.59	2.6	0.15		10	40	19600~39200
D374	44	1.56	2.7	0.25	0.25	12	50	
D376	60	1.56	2.9	0.25		12	50	
D479	24	1.50	2.0	0.25	0.25	12	40	19600~39200
D464F	40	1.25	2.5	0.15		10	40	
J101	0.12	5.26	0.25	0.80	0.25	20	20	17640~22540
J102	0.23	4.91	0.50	0.40	0.20	20	20	
J164	0.09	5.54	0.30	0.70	0.20	20	20	
J201	3.5	2.95	1.5	0.18	0.25	15	25	14700~19600
J204	0.6	4.04	1.1	0.30	0.20	15	20	19600~24500
J213	0.55	4.20	0.7	0.40	0.20	15	20	19600~24500
J203	8.8	2.21	1.8	0.15	0.25	12	20	14700~19600
J206	4	2.70	1.5	0.30	0.20	15	25	14700~19600
J220	6	2.23	1.4	0.20	0.26	12	20	14700~19600
R051	35	2.04	3.7	0.15	0.25	8	40	14700~19600
R104	120	1.78	3.7	0.15	0.20	10	35	24500~34300
R201	225	1.70	4.0	0.15	0.20	8	35	24500~34300
R453	480	1.66	5.3	0.15	0.25	5	40	14700~19600
R1270	1200	1.70	6.8	0.15	0.25	5	40	14700~19600

(1) 分层电刷。这种电刷型式较多，常用的为两层并合，称为双子电刷。适用于转速、振动大和换向困难的电机，如机车用牵引电机等，另外还有中间粘接并互相绝缘(或具有高电阻)的多层粘合电刷，有的还用不同特性的电刷块相粘合，其横向电阻大，对改善换向可起到良好的作用。

(2) 纤维状碳精电刷。它是由耐热性能良好、高温下机械强度大和柔软性好的碳和石墨纤维制成的。其特点是纵向的电阻系数比横向的小得多，有利于增加电流密度和改善换向性能。

有关各种型号电刷的性能指标见表 19-11。

### 第三节 绝缘材料

绝缘材料在电机中的主要作用就是把导电部分(如铜线)与不导电部分(如铁心)隔开，或把不同电位的导体隔开(如相间绝缘、匝间绝缘)。

电机绝缘及其加工工艺在电机中占有极为重要的地位。这一方面由于它是电机材料中最主要最贵的材料之一，例如高压定子线圈中绝缘材料的成本(包括材料、加工和管理费用)要占线圈成本的一半以上；而另一方面，由于目前所使用的绝缘材料，大部分为有机材料，它的耐热性和使用寿命远比导线、铁心等要低，形成电机的薄弱环节，这就使它直接影响和决定了电机的允许温升和使用寿命。因此可以认为电机的绝缘结构及其加工工艺，直接影响了电机的质量和成本。

#### 一、绝缘材料的分类及其代号

电机中所使用的绝缘材料是多种多样的，分类的方法也很多。在电机制造业中分类的方法是按材料的耐热程度来划分等级。目前世界上公认绝缘材料分为七级：

(1) Y 级——允许工作温度为 90℃。主要包括一些未经浸渍的天然有机材料，如棉纱、丝绸、纸、木材等。

(2) A 级——允许工作温度 105℃。常用的有软化点为 110℃ 的沥青、虫胶漆、漆布、漆绸、油溶性漆包线、沥青漆等以及 Y 级绝缘经过浸渍处理以后的材料。

(3) E 级——允许工作温度 120℃。常用的有缩醛漆包线漆、聚酯薄膜青壳纸复合绝缘、酚醛清漆等。

(4) B 级——允许工作温度 130℃。常用的有聚酯漆包线漆、聚酯薄膜、聚酯无纺布、DMD(聚酯无纺布及薄膜复合)、云母带、B 级胶粉云母带、B 级绝缘漆处理的玻璃纤维及其制品、三聚氰胺醇酸漆、环氧无溶剂漆等。

(5) F 级——允许工作温度 155℃。如聚酯亚胺漆包线漆、聚酰亚胺漆包线漆、芳香族聚酰胺纤维纸复合箔(NMN)、环氧酚醛玻璃布板、聚酯浸渍漆等。

(6) H 级——允许工作温度 180℃。主要为硅有机类及聚酰亚胺等材料，如硅有机漆、硅橡胶、聚酰亚胺漆包线漆、聚酰亚胺薄膜、以及硅有机漆处理的玻璃制品等。

(7) C 级——允许工作温度在 180℃ 以上。主要是一些无机材料如云母、陶瓷、玻璃等。

为了管理的方便,绝缘材料使用四位数字编号如 1032、3240 等,四位数字的意义如下:

左起第一位数字表示绝缘材料种类。如 1 代表绝缘漆、树脂和胶类;2 代表绝缘浸渍纤维和薄膜类;3 代表绝缘层压制品类;4 代表绝缘压塑料类;5 代表云母制品类。

左起第二位数字表示同类材料的不同品种,同一样绝缘漆中就有浸渍漆、覆盖漆、半导体漆、硅钢片漆等,它们靠第二位数字来加以区别。

左起第三位数字表示材料的耐热等级。如 1 代表 A 级;2 代表 E 级;3 代表 B 级;4 代表 F 级;5 代表 H 级;6 代表 C 级。

左起第四位数字表示序号,即同类同等级绝缘材料在配方、成分及性能上的差别。

例如 1031、1032 其中“1”表示绝缘漆,“0”表示浸渍漆,“3”表示 B 级,最后一位数字“1”表示 B 级第一种浸渍漆(序号),1031 的成分为丁基酚醛醇酸漆;最后一位“2”代表 B 级第二种浸渍漆,1032 成分为三聚氰胺醇酸漆。又如 3240,其中“3”表示层压制品,“2”表示层压板材,“4”表示 F 级,“0”为序号,3240 是环氧酚醛层压玻璃布板。

## 二、绝缘材料的性能要求

电机总离不了绝缘材料,而绝缘材料种类繁多、性能各异,如何选择和评定绝缘材料,对于电机工程师来讲是个重要的问题。对于绝缘材料性能的基本要求,概括起来,有以下几方面。

### (一) 具有良好的电性能

绝缘材料的电性能包括击穿强度、绝缘电阻率、介电系数和介质损耗等。有些绝缘材料还要考虑其耐电晕、耐电弧等性能。

1. **击穿强度** 即每毫米厚所能承受的电压。绝缘材料的击穿大致可分为电击穿、热击穿和放电击穿三种形式。绝缘结构的击穿强度与电场强度的高低、材料所受的温度与结构内部组织的均匀致密程度有密切关系。电机制造过程中常用液体绝缘材料(如漆)浸渍固体绝缘材料,这样可以充填绝缘空隙、改善电场分布与改善散热条件,从而可以提高其击穿强度。

2. **绝缘电阻率** 分为体积电阻率和表面电阻率,分别代表材料内部的导电特性及其表面的导电特性。任何绝缘材料在电场作用下,总会有微小的漏电流通过。这个漏电流一部分流经材料内部,其大小决定于电场强度高低及材料内部的电阻率,这个电阻率称为体积电阻率,单位为  $\Omega \cdot m$ ;还有一部分漏电流由材料表面通过,其大小决定于电场强度高低及材料的表面的电阻率,这个电阻率称为表面电阻率,其单位为  $\Omega$ 。绝缘材料的电阻率与以下因素有关,即温度升高电阻率按指数规律下降;电阻率随湿度增大而下降,多孔材料、极性材料受影响较大,非极性材料受影响小;材料中的杂质含量增加时电阻率迅速下降;高电场强度作用下,也使电阻率下降。

3. **介电系数** 绝缘材料的相对介电系数  $\epsilon_r$  表示电场作用下,绝缘材料内部电荷移动的情况,即极化程度。一般说  $\epsilon_r$  随电场频率增高而逐级下降;随材料吸湿而增大;由于温度影响极化,  $\epsilon_r$  在某一温度会出现峰值。

介电系数的值影响不同材料的复合绝缘结构在电场下电压的分布,即在交流电压作

用下，两种材料的复合绝缘中，电场强度按介电系数成反比分配。因此在高压电机制造时，必须考虑每种材料的介电系数，从而使复合绝缘中每种材料合理承担电压，并在制造过程中尽可能去除绝缘层间的空气隙（包括层间及线圈与铁心间），以免过高的电场加在这些空气上，产生不利于绝缘的放电现象。

**4. 介质损耗** 绝缘材料在电场作用下，由于漏电流和极化等原因而产生能量损耗，一般用损耗功率或损耗角正切 ( $\operatorname{tg} \delta$ ) 表示介质损耗的大小。影响绝缘材料介质损耗的因素主要有频率、温度及电场强度等。

某些有机绝缘材料，其  $\operatorname{tg} \delta$  可能在不同的温度或频率下出现几个峰值。因此在高频或高压设备中，应根据  $\operatorname{tg} \delta$  与温度和频率的关系曲线慎重选择适当的绝缘材料，避免在工作频率和工作温度下，出现  $\operatorname{tg} \delta$  峰值，以防止材料加速老化或发生热击穿。

电场强度增加， $\operatorname{tg} \delta$  也随之增加，电压增至某一值时，介质内部的气泡或电极边缘会出现局部游离现象， $\operatorname{tg} \delta$  突然显著增大，这一电压值称为起始游离电压。可以利用起始游离电压的测量，来检查绝缘结构内部存在的气隙情况，以控制绝缘质量。

#### （二）具有良好的耐热性能

由于电机运行时不可避免的因损耗而发热，因此所使用的绝缘材料，必须具有良好的耐热性能，绝缘材料的耐热性能，决定了电机的允许温升。

如前所述，绝缘材料按其耐热能力分为七级，每个耐热等级对应一定的极限使用温度，即在这个温度下能保证绝缘材料长期使用而不影响其性能。近年来为了提高设备的可靠性，绝缘材料常被降级使用，如 F 级的绝缘材料被用来制造 B 级绝缘的电机。

此外，绝缘材料还应有良好的导热性和较大的热容量。大型电机线圈还常希望绝缘材料的线膨胀系数能与导电材料相接近，以免热胀冷缩时绝缘断裂。

#### （三）具有良好的机械性能

线圈和绕组在包扎、成型和嵌装等过程中，以及电机运行时，其绝缘会受到各种机械应力的作用，因而对绝缘材料提出了相应的机械性能要求，如抗张、抗压、抗弯、抗剪、抗撕、抗冲击力等。如果绝缘材料的机械性能很差，很容易因机械力的影响，而使电性能显著下降。

#### （四）其它

绝缘材料还应该是吸湿性小、抗酸、抗碱、耐油性能均较好，以及加工方便、价格便宜等。

### 三、电机的绝缘结构

各种电机的绝缘结构，决定于其运行温度，也就是设计的耐热等级；绝缘结构也因电压等级之不同而不同，此外还要受线圈制造过程及运行中受力情况的影响。因此可以说绝缘结构决定于其耐热等级、电压及功率。当然对于不同环境因素的防护，也导致绝缘结构之不同。

电机内部各种绝缘材料的选用原则除满足耐电压、耐机械应力之外，要注意的是耐热等级必须是同级，如果不这样，电机只能在最低级别材料的允许温度下运行，这样就使得某些较高级别的材料不能充分发挥作用。当然为了提高运行可靠性而有意的把某种绝缘降级使用，就不属于要讨论的范围了。

电机中的绝缘按其担负的任务分为导线绝缘、匝间绝缘、相间绝缘和对地绝缘。由于电机种类、电压等级、功率等级等各种要求不同，绝缘结构也不一样，有时也受材料供应的限制，结构需变更，这就使电机内绝缘结构变化很多，这里只举一些典型例子加以说明。

#### （一）A 级绝缘的结构

这种结构在我国新生产的电机中已不采用，过去生产的老电机中还存在。在小型低压电机中，导线用油溶性漆包线加单纱、单丝保护，或使用双纱包、双丝包导线，槽绝缘及相间绝缘采用漆布和青壳纸，以毛竹制成槽楔，嵌装好的绕组浸以酚醛清漆或沥青漆。

早期生产的大型高压电机采用云母带（片云母或粉云母）包扎，浸沥青胶处理，既是对地绝缘，又是相间、层间绝缘。由于沥青胶属于 A 级，绝缘只能作 A 级使用。

#### （二）E 级绝缘

60 年代至 80 年代国内大部分厂家生产的 J<sub>2</sub>、JO<sub>2</sub> 系列电机，绝缘为 E 级，其具体结构是：导线采用聚酯或缩醛高强度漆包线（导线间及匝间绝缘为漆膜）；对地绝缘及相间绝缘以聚酯薄膜为主，加上一层青壳纸（或采用薄膜、青壳纸复合绝缘）以加强其机械强度，防止铁心不齐或毛刺穿破薄膜造成对地短路；仍以竹楔封口；整个绕组浸 1032 三聚氰胺醇酸漆，也有的厂用环氧无溶剂漆。

#### （三）B 级绝缘

我国 80 年代定型推广的 Y 系列电机为 B 级绝缘，其导线为聚酯漆包线，性能符合 GB6109-85 的规定。槽绝缘及相间（层间）绝缘采用复合绝缘 DMD（或 DMDM、DMD + M），D 代表聚酯纤维无纺布，M 代表聚酯薄膜；薄膜厚度为 0.05~0.07mm，无纺布厚为 0.20~0.35mm，机座号大、功率大的电机内使用较厚的绝缘，也在较大机座内采用 DMD + DMD。槽楔采用 3240 环氧玻璃布板，浸 1032 漆或环氧无溶剂漆。

大型高压电机采用玻璃丝包扁线，因其功率大小之不同而有不同的匝间绝缘，其匝间耐压试验的标准也不一样，已有的几种结构及其试验电压标准如表 19-12 所示。

表 19-12 高压线圈匝间绝缘结构

匝间绝缘结构型式	匝间绝缘双边厚度/mm	试验电压/V
聚酯漆包双玻璃丝包线	0.5	500
双玻璃丝包线垫云母条	0.6	500
聚酯漆包双玻璃丝包线垫云母条	0.67	800
双玻璃丝包线隔匝包一层粉云母带	0.70	800
聚酯漆包双玻璃丝线隔匝包一层粉云母带	0.80	1000
双玻璃丝包每匝包一层粉云母带	1.00	1000
单层聚酯（或聚酰亚胺）薄膜包双玻璃丝包线	0.52~0.6	1500
聚酯漆包双玻璃丝包线每匝包一层粉云母带	1.10	1500
两层聚酯（或聚酰亚胺）薄膜包双玻璃丝包线	0.64~0.80	2000
聚酯漆包双玻璃丝包线每匝包一层再隔匝包一层粉云母带	1.30	2000

主绝缘（对地绝缘）使用的是 B 级胶（环氧）粉云母带连续包绕，再经加热加压固化而成，

#### （四）F 级绝缘、H 级绝缘

一些有特殊耐热要求的电机，使用 F 级或 H 级绝缘。F 级绝缘的漆包线为聚酯亚胺漆包线或聚酰胺酰亚胺漆包线；槽绝缘、相间绝缘采用 NMN，即一层聚酯薄膜加两层芳香族聚酰胺纤维纸复合箔；浸渍漆有溶剂的为聚酯浸渍漆，无溶剂的有环氧聚酯无溶剂漆 EIU，或不饱和聚酯无溶剂漆。

H 级绝缘其漆包线为聚酰胺酰亚胺漆包线或硅有机漆浸玻璃丝包线；槽绝缘相间绝缘采用 NHN 即一层聚酰亚胺薄膜加两层芳香族聚酰胺纤维纸复合箔，也可采用硅有机玻璃漆布；浸渍漆则可用硅有机浸渍漆或聚酰胺酰亚胺浸渍漆。

#### 四、常用绝缘材料

绝缘材料种类繁多，性能也各异。目前世界各国为了选择材料方便都按耐热等级来进行分类，但电机中使用的绝缘材料多是复合材料而不是单一的，这就使了解绝缘材料有一定困难。从了解材料的性能考虑，按其自然分类加以介绍，再扩展到各种制品及其复合材料。

绝缘材料大的分类方法分为无机绝缘材料和有机绝缘材料两大类。

##### (一) 无机绝缘材料

无机绝缘材料是一些金属和非金属氧化物组成的天然矿物质，用于电工方面的有云母、玻璃、陶瓷、石棉以及金属表面的氧化层等。这里只介绍使用较多的云母、玻璃及其制成品。

1. 云母 云母（天然云母）是属于铝代硅酸盐类的一种天然无机矿物，它的种类很多，在电工绝缘材料中，占有重要地位的是白云母和金云母两种。其分子式为白云母  $K_2O \cdot 3Al_2O_3 \cdot 6SiO_4 \cdot 2H_2O$ ，金云母  $K_2O \cdot 6MgO \cdot Al_2O_3 \cdot 6SiO_4 \cdot 2H_2O$ 。

白云母具有玻璃光泽，一般无色透明。金云母近于金属光泽和半金属光泽，常见的有金黄色、棕色或浅绿色等，透明度稍差。

白云母和金云母具有良好的电气性能和机械性能，耐热性好，化学稳定性和耐电晕性好，解理性好（容易剥离），可以剥离加工成厚度为  $0.01 \sim 0.03\text{mm}$  的柔软而富有弹性的云母薄片。白云母的电气性能比金云母好，使用比较普遍；而金云母比较柔软、硬度小，耐热性也比白云母高。

云母中如含有杂质（主要是氧化铁呈斑点），则将显著影响其电性能，只有斑点面积不超过 10% 的特级云母薄片制成品，才能用作高压大电机的主绝缘。

云母薄片的击穿强度可达  $200\text{kV} \cdot mm^{-1}$ ；相对介电系数  $\epsilon$  在  $5.4 \sim 8.7$  之间；体积电阻率在  $10^{15} \sim 10^{16}\Omega \cdot cm$ ； $\tg \delta$  在  $50\text{Hz}$  时为 0.0025；白云母的耐热温度为  $600 \sim 700^\circ\text{C}$ ，金云母为  $800 \sim 900^\circ\text{C}$ 。

云母剥片消耗大量手工劳动，大面积剥片较难获得，故面积大的片价格也高。云母薄片按其片上最大矩形面积分号如表 19-13 所列。

表 19-13 云母薄片的面积规格

号数	1	2	3	4	5	6	7	8
面积/cm <sup>2</sup>	155 以上	90~155	65~90	40~65	20~40	10~20	6~10	4~6

由于从云母矿开采到加工成薄片，损失率高（薄片的出成率一般小于云母原矿的10%），加工效率低，大大地增加了成本。随着电机工业的发展，云母消耗量不断增加，这就迫切要求寻找代用品，合成云母和粉云母就是在这种背景下迅速发展起来的。

目前制造的合成云母主要是氟金云母，其分子式为  $KMg_3Al\cdot Si_3O_{10}\cdot F_2$ ，它与天然云母不同之点在于晶格中以氟离子代替氢氧离子。由于氟金云母无结晶水，纯净度高，其耐热性、抗热冲击性和介电性能均优于天然云母。目前，合成云母的生产尚在不断发展和完善之中。

粉云母（即粉云母纸）是利用云母碎料在750~800℃下煅烧后，经酸处理、制浆、抄纸等工序制成的。也可以将云母碎料通过高压水粉碎后，经水洗、抄纸制成。粉云母纸厚度均匀，电气性能稳定，成本低，用它作电机绝缘，节约了稀贵的云母片，提高了云母原料的利用率，得到了广泛的应用。

粉云母纸厚度在0.03~0.08mm之间，密度约为 $1.6\sim1.7 g\cdot cm^{-3}$ ，其抗张强度较差在 $2\times10^5\sim3.6\times10^5 Pa$ ，而其击穿强度约为 $25\sim45 kV\cdot mm^{-1}$ 。

云母制品是由云母薄片或粉云母、胶粘剂和补强材料组或。用于电机中的主要有云母带、云母板、云母箔等。不同的材料组成，可制备成具有各种不同特性的云母绝缘材料。胶粘剂主要有沥青漆、虫胶漆、醇酸漆、环氧树脂漆、有机硅漆和磷酸胺水溶液等。补强材料主要有云母带纸、电话纸、绸和无碱玻璃布等。

(1) 云母带是用云母薄片或粉云母纸贴在纸、绸或玻璃布上面，用胶粘剂粘成后经烘干（沥青云母带不烘干）再切成15~35mm宽的带子。在这里纸、绸、玻璃布等补强材料是用来加强机械强度的，主要不是担负绝缘任务。根据需要可以作成单面补强或双面补强。不同耐热等级云母带的区别在于其胶粘剂不同。用于A级和E级电机的为沥青云母带，以沥青漆作粘合剂，外观为黑色，耐潮性较好，但热态下可略变软，主要作高压定子线圈绝缘用。B级电机中使用的有以醇酸漆作胶粘剂的以及以环氧漆作胶粘剂的各种黄云母带，醇酸漆热硬性较高，可作为直流电枢线圈或转子线圈绝缘；以环氧漆作胶粘剂制成的云母带，用来制造大型发电机（B级）的主绝缘。更高的耐热等级如H级则使用有机硅云母带。

云母带厚度一般为0.10~0.17mm，允许公差比较大，在电机生产上以调整云母带绕包层数来控制绝缘厚度；云母带的耐压强度一般为 $16\sim25 kV\cdot mm^{-1}$ ，有的可达 $45 kV\cdot mm^{-1}$ 。各种云母带的性能可参考手册及产品样本。

由于云母带具有较高的电气、机械性能，而且便于包绕，所以大量应用于高压线圈制造中作为匝间及对地绝缘。

各种云母带在使用中应根据其胶粘剂的胶化时间来确定其成型工艺。

(2) 云母板是由胶粘剂粘合云母片或粉云母纸与补强材料烘焙或烘焙热压而成。根据使用要求，由不同的材料及其成分之多少，制备成具有不同特点的云母板。换向器云母板用作换向器片间绝缘，要求具有较高的机械强度和尽可能小的收缩率，因此这种云母板含胶量很少（为4~6%），用较大压力压制成，具有较大的密度。最常用的是5535虫胶换向器云母板，它以虫胶为粘合剂收缩率较低，在压力为 $60 MN\cdot m^{-2}$ ，温度 $20\pm5^\circ C$ 时为7%，而在 $60 MN\cdot m^{-2}$ ， $160\pm5^\circ C$ 时为1.4%（两种温度下的测试方法不同）。常态时的击穿强

度为  $18 \sim 35 \text{ kV} \cdot \text{mm}^{-1}$ 。由于云母的硬度及耐磨性高于铜片，在运行中由于与电刷的磨损，可使云母片突出于铜片而造成“高云母”现象，引起换向器火花，因此换向器云母板需下刻。但采用 5535-2 虫胶换向器金云母板作片间绝缘，可以省去下刻工序。以环氧粉云母制成的 5536-1 换向器粉云母板由于其含胶量大（约 10%）用于小型直流电机换向器上。虫胶和环氧制成的云母板耐温都属于 B 级。在更高耐热等级的电机中，可以采用无机物磷酸胺水溶液作胶粘剂，制成的云母板如 5560-2 磷酸胺换向器金云母板，其耐热等级可达 H 级，击穿强度也在  $18 \text{ kV} \cdot \text{mm}^{-1}$  以上，常态下收缩率较大，约为 10%，起层率较高。

在大型电机或直流电机中，有时需要模压成型的绝缘零件，如大型电机转子槽绝缘用云母盒，直流机换向器用 V 形环等。这些零件使用塑型云母板制成。塑型云母板含胶量较大具有热可塑性。在绝缘零件制造过程中，先在一定温度下成型，然后再在较高温度下加热烘压，达到所需时间就可制成坚固的零件。用于 B 级电机内的 5230 醇酸塑型云母板及 5231 虫胶塑型云母板的含胶量为 8~15%，可用于温升较高，转速较快的换向器上。这些云母板击穿强度在常态下均可达  $35 \sim 50 \text{ kV} \cdot \text{mm}^{-1}$ 。更高耐热等级的电机，其成型绝缘件可采用 5250 有机硅塑型云母板，其耐热等级可达 H 级。

**2. 玻璃纤维及其制品** 玻璃纤维是用无碱玻璃（铝硼硅酸盐玻璃，其碱金属氧化物含量不大于 0.5%）在高温下拉制成直径为  $4 \sim 8 \mu\text{m}$  的细丝。这样的细丝，大大改变了玻璃固有的脆性，变得相当柔软（仍然比较脆、容易折断），机械强度（抗拉强度）大为提高。玻璃纤维中碱金属的氧化物的含量对玻璃丝的电性能影响很大，碱金属氧化物含量增加，将导致其电阻率  $\rho_s, \rho_v$  下降，相对介电系数  $\epsilon$  及介质损耗  $\tan \delta$  之值上升等。玻璃纤维的击穿强度很高，具有不燃性和高的耐热性。因其易于折断，在电机制造中多使用其制品的浸渍物，其耐热等级由其所用浸渍物的等级而定。

玻璃纤维制品分为两大类。一类是用玻璃细丝织成布、带等再加工成各种制成品如布、带、管、绳及其浸渍物以及各种玻璃纤维层压制品；再一类是用散乱的玻璃丝，经模压而成的塑料制品。

(1) 玻璃捻纱。作电磁线绝缘用，称为玻璃丝包线。根据包绕层数可分为单玻璃丝包线、双玻璃丝包线等。为防止在使用中玻璃丝磁断、脱落等，玻璃丝包线都是浸过漆的。由于它电性能好、绝缘可靠、耐热性好等优点，大中型电机中大量应用。

(2) 玻璃纤维织物。以玻璃纤维织成布、带、管、绳等。为了增加其柔软性也可与合成纤维交织。这些织物单独使用的不太多，有时用作线圈外面的保护带，有的用作云母制品的补强材料，多数情况是其浸渍织物用作电机绝缘，如漆布、漆布带、漆管等。所用的浸渍漆决定其制品的耐热等级如油性漆 (E)、醇酸漆 (B)、环氧漆 (F)、有机硅漆 (H) 及聚酰亚胺漆(高于 H 级)等。

玻璃布浸以绝缘漆后，漆充填纤维材料的毛孔和空隙，在制品表面形成一层光滑的漆膜，可使制品具有一定的机械强度、电气性能和耐潮性，具有较好的柔韧性。玻璃漆布一般按与经线成  $45 \pm 2^\circ$  角斜切成玻璃漆布带使用，以增加其延伸率，包绕时可紧贴被包物，减少形成折皱和气囊，但应注意不要用力太大，以免损伤漆膜。要注意使用玻璃漆布时，严格防止  $180^\circ$  的折弯，因为漆布经这样折弯后，耐电强度将损失大半，如 0.13 厚的 2432

醇酸玻璃漆布常态下的击穿电压为6.1~9.0kV，而在常态折弯后的击穿电压仅为3.5~4.5kV。对已包绕好的绝缘件也不能敲击，否则将造成绝缘损伤。由漆布组成的绝缘再进行浸渍处理时应注意漆布和浸渍漆的相容性问题，如浸渍漆选择不合适，浸渍过程中可能造成漆布表面漆膜膨胀或脱落等现象，影响绝缘质量。

漆布、漆布带在电机中主要用做包扎绝缘、衬垫绝缘、磁极线圈的匝间绝缘以及低压电机上的槽绝缘，漆管用作引线绝缘。

(3) 玻璃纤维层压制品。玻璃布刷漆后多层叠在一起经热压而成。可以用作电机接线板、电刷刷杆、铁心及磁极线圈端板、电机槽楔、大中型电机定子端部线圈固定垫块等。由于粘合剂之不同而有酚醛、环氧、聚酰亚胺玻璃布板等多种，其耐热等级由所用粘合剂决定。

层压板多数是作为结构件，使用时要承受较大的拉、压、弯等作用，故要求它具有足够的机械强度。对于作槽楔用的层压板，还要求有足够的抗挠性。

(4) 玻璃纤维模压塑料。玻璃纤维浸以各种人造树脂制成。以改性酚醛树脂最常用，还有有机硅和聚酰亚胺等可用于耐高温电机。4330酚醛玻璃纤维模压塑料是以玻璃纤维(紊乱的或定向的)浸以改性的酚醛树酯经烘焙而成的热固性模压塑料，用以压制塑料换向器或其它绝缘零件。

(5) 玻璃绑扎带。以硅烷处理的长玻璃纤维，经过整纱并浸以热固性树脂制成的半固化带状材料，又称无纬带。按其所用树脂种类分成聚酯型(B)、环氧型(F)、聚芳烷基醚酚型和聚酰胺酰亚胺型(H)等几类。无纬带主要用来代替金属丝(带)来绑扎电机转子绕组。其环抗张力可超过 $600\text{MN}\cdot\text{m}^{-2}$ ，经加热固化后，牢固可靠。由于其强度可与钢相比，通常又称玻璃钢。

## (二) 有机绝缘材料

有机材料主要由碳氢氧组成，种类繁多，而且随着化学工业的发展不断地有新的有机材料出现。这里只介绍几种常用的有机绝缘材料。

1. 绝缘漆 绝缘漆是以合成树脂或天然树脂为漆基(成膜物质)与某些辅助材料组成。辅助材料有溶剂、稀释剂、填料和颜料等。

绝缘漆除具有一般漆的特性外，还应满足下列要求：

- (1) 绝缘性能良好，绝缘电阻大，抗电强度高。
- (2) 粘度较低，渗透性好。
- (3) 干燥时间快，干后漆膜均匀。
- (4) 具有较高的耐热性和导热性。
- (5) 具有一定的防潮性、抗老化性、化学稳定性、耐酸、耐碱、耐油、耐腐蚀等。
- (6) 附着力强，漆膜有一定硬度。
- (7) 酸值低，对导体和绝缘体无腐蚀性。

绝缘漆按用途可分为漆包线漆、硅钢片漆、浸渍漆和防电晕漆等几类。

(1) 漆包线漆。漆包线漆主要用于导线的涂覆绝缘。漆包线在绕制线圈、整形、嵌线和浸烘等过程中，将经受各种机械应力、热和化学作用。因此要求漆包线漆具有良好的涂覆性，漆膜附着力强，柔软而富有耐挠曲性，并有一定的耐磨性和弹性，漆膜表面需光滑，

有足够的电气性能、耐热性和耐溶剂性，对导体无腐蚀作用等。

漆包线漆品种很多，早期使用的油性漆包线以甲酚或二甲酚、玷吧树脂、干性植物油和松脂酸盐为主要成分，其耐热属于A级，漆膜的机械强度差，耐溶剂性也差，多以纱包保护，使槽满率降低，目前已不使用。J、JO、J<sub>1</sub>、JO<sub>1</sub>等系列电机内使用的漆包线为以聚乙烯醇缩甲(乙)醛树脂为主要成分的漆涂覆而成，耐热为E级，称为高强度漆包线，其漆膜耐刮性、耐热冲击性、耐油性等均好，耐有机溶剂性能略差。以对苯二甲酸多元醇聚酯树脂为主要成分的聚酯漆包线漆涂制的高强度漆包线，耐热属于B级，用于Y系列电机，也广泛用作E级绝缘使用于J<sub>2</sub>、JO<sub>2</sub>系列中，其漆膜耐热、耐括、耐溶剂性均较好，耐电压高，但耐碱、耐热冲击性和耐水解性较差。用于F级电机的漆包线是以聚酯亚胺树脂为主要成分的聚酯亚胺漆，其性能与聚酯漆包线漆相同，而其耐热冲击性优于聚酯漆。用于H级及更高温度的漆包线漆为聚酰胺酰亚胺漆及聚酰亚胺漆。

(2) 硅钢片漆。用于涂覆硅钢片，以降低铁心的涡流损耗，增强防锈和耐腐蚀能力。硅钢片漆涂覆后需经高温短时烘干。其特点是涂层薄、附着力强、坚硬、光滑、厚度均匀，并具有良好的耐油性、耐潮性和电气性能。

用作A级绝缘及E级绝缘的是1611油性硅钢片漆，其主要成分为干性植物油及松脂酸盐，其漆膜厚度均匀、坚硬、耐油、干燥温度为400~500℃。用作B级绝缘的是以油改性醇酸树脂及丁醇改性三聚氯胺树脂为主要成分的醇酸漆，它的干燥温度较低，为300~350℃。漆膜具有较好的耐热性和耐电性，但它不宜用来涂覆以磷酸盐处理过的硅钢片。用于F级电机的硅钢片漆是以环氧树脂、酚醛树脂为主要成分的环氧酚醛硅钢片漆，用于H级电机的有有机硅漆及聚酰胺酰亚胺漆等，它们的电性能、耐热性能均较优，适宜于涂覆大型、高温电机用的硅钢片。

(3) 浸渍漆。浸渍漆主要用于浸渍电机、电器的线圈和绝缘零部件，目的是填充绝缘之间隙及其微孔，待其固化以后形成表面漆膜，并把线圈粘结成结实的整体，从而提高绝缘的耐潮、导热、击穿强度和机械强度等性能。

对浸渍漆的基本要求是：①粘度低，固体含量高，便于漆透入和填充浸渍物；②漆层固化快，干燥性好，粘接力强，有热弹性，固化后能经受电机运转中所承受的应力如离心力、电磁力等。③具有较高的电气性能、耐潮性、耐热性、耐油性和化学稳定性。④对导体和其它材料的相容性好。

浸渍漆分有溶剂漆和无溶剂漆两大类：

有溶剂浸渍漆——具有渗透性好，储存期长，使用方便等特点；但其浸渍和烘焙时间长，固化慢，溶剂的挥发还造成浪费和污染。有溶剂漆的品种很多，醇酸类和环氧类应用较广。常用的有溶剂漆的品种、性能见表19-14。

有溶剂浸渍漆在使用时要特别注意掌握烘焙温度和时间以及二者之间的关系，一般采用多次浸烘和逐步升温的工艺，以避免由于溶剂挥发过快，使漆膜形成针孔或气泡，影响产品的性能和寿命。烘焙温度可与漆的工作温度相同，也可以选在比漆的工作温度高20℃左右。采用真空压力浸渍方法，可以缩短烘焙时间和提高绝缘结构的性能。

无溶剂浸渍漆——由合成树脂、固化剂和活性稀释剂等组成。其特点是固化快、粘度随温度变化大，流动性和渗透性好，绝缘整体性好，固化过程挥发物少。因此可以提高绝

表 19-14 常用有溶剂漆的品种、性能

名称	型号	耐热等级	粘度*/s	干燥时间/h	固体含量 ×100 不少于	常态击穿强度 /kV·mm <sup>-1</sup>	常态体积电 阻率/Ω·cm
三聚氯胺醇酸漆	1032 A30-1	B	30~60	1.5~2 (105℃)	47	70~95	
环氧酯漆	1033 H30-2	B	30~70	1~2 (120℃)	47	70~95	10 <sup>14</sup> ~10 <sup>15</sup>
聚酯浸渍漆	155 Z30-2	F	30~60	1~3 (130℃)	45	65~100	10 <sup>14</sup> ~10 <sup>15</sup>
有机硅浸渍漆	1053 W30-1	H	30~65	1.5~2 (200℃)	50	65~100	10 <sup>14</sup> ~10 <sup>15</sup>
聚酯改性有机硅漆	931 W30-9	H	25~70	0.5~1 (180℃)	50	90~110	10 <sup>14</sup> ~10 <sup>15</sup>
聚酰胺亚胺浸渍漆	PAI-2	FI	50~90	< $\frac{1}{6}$ (180℃)	30	90~110	10 <sup>14</sup> ~10 <sup>15</sup>

\* 粘度测量在 20±1℃ 温度下用 4# 粘度计进行

缘结构的导热性能和耐潮性能,降低材料消耗,改善劳动条件,缩短生产周期,是小型电机制造中绝缘处理发展的方向。

无溶剂漆可用于沉浸、真空压力浸渍和滴浸等工艺。常用的无溶剂漆有环氧型、聚酯型及环氧聚酯型三类。环氧型无溶剂漆粘结力强,收缩率小,漆膜的电气性能、机械性能、耐潮性和耐霉性等均较好,但漆的贮存稳定性和漆膜韧性不及聚酯型漆。环氧聚酯型漆的性能介于二者之间。常用无溶剂漆的品种性能见表 19-15。

从浸渍工艺性考虑,要求无溶剂漆具有粘度小、挂漆量大、固化速度快和贮存期长等性能;但固化快与贮存期长是矛盾的,为此可采用潜伏性固化剂如硼胺络合物,它在室温下是稳定的,在浸烘过程中当达到一定温度时,固化剂即行分解,使环氧树脂迅速固化,这不但可使无溶剂漆获得较快的固化速度,而且又能有较长的贮存期。

(4) 其它。除上述几种漆以外,在电机上使用的还有覆盖漆和防电晕漆等。

覆盖漆用于涂覆经浸渍处理过的绕组端部和绝缘零部件,以在其表面形成连续而厚度均匀的漆膜,作为绝缘保护层,以防止机械损伤和受大气、润滑油、化学药品等侵蚀,提高表面放电电压。

覆盖漆有瓷漆(含填料和颜料)和清漆两种,其中醇酸类和环氧类耐热性属于 B 级,而有机硅漆属于 H 级。环氧漆具有较好的耐潮性、耐霉性、内干性和附着力,漆膜硬度也较高,广泛用于湿热地区电机、电器零部件的表面覆盖。同一种树脂为主要成分的覆盖漆,瓷漆较清漆的漆膜硬度大,导热、耐热和耐电弧性等都较好,但其它电气性能稍差。覆盖漆的干燥方式有晾干和烘干两种。同一种树脂制成的覆盖漆,晾干漆较烘干漆的性能差,贮存也不稳定,但可用作大型设备不宜烘焙部件的覆盖漆。

防电晕漆用作高压线圈防电晕涂层。这种漆是在绝缘清漆中加入非金属导体粉末(如炭黑、石墨、碳化硅等),靠调整这类导体粉末之量以获得所需的电阻值。因其使用位置要求之不同而有高阻漆及低阻漆之分。低电阻防电晕漆表面电阻率在 10<sup>3</sup>~10<sup>5</sup>Ω 之间,涂

表 19-15 常用无溶剂漆的品种性能

名称	主要组成	耐热等級	粘度 <sup>④</sup> 杯 s	胶化时间 min	贮存稳定性	常击穿强度 <sup>⑤</sup> kV/mm <sup>-1</sup>	常体积电阻 <sup>⑥</sup> Ω·cm	用途
环氧无溶剂漆 110	6101 环氧树脂、桐油酸酐、松节油酸酐、苯乙烯	B	30~70 (20℃)	—	4月	70~85	$10^{14} \sim 10^{15}$	沉浸小型低压电机
环氧无溶剂漆 9102	618 或 6101 环氧树脂、桐油酸酐、70酸酐、903或901固化剂、环氧丙烷丁基醚	B	110~240 (20℃)	14~17分 <sup>①</sup> (130℃)	24h	—	$10^{13} \sim 10^{15}$	沉浸小型低压电机
环氧无溶剂漆 9101	618 环氧树脂、901 固化剂、环氧丙烷丁基醚	B	40~65 (20℃)	30~60 <sup>②</sup> (140℃)	6月	20~30	$10^{14} \sim 10^{15}$	整浸中型高压电机
环氧聚酯酚醛无溶剂漆 5152-2	6101 环氧树脂、丁醇改性甲酚甲醛树脂、不饱和聚酯、桐油酸酐、过氧化二苯甲酰、苯乙烯、对苯二酚	B	15~30 (25℃)	—	3月	70~95	$10^{14} \sim 10^{15}$	沉浸小型低压电机
环氧聚酯无溶剂漆 EIU	不饱和聚酯亚胺树脂、618 和 6101 环氧树脂、桐油酸酐、过氧化二苯甲酰、苯乙烯、对苯二酚	F	20~50 (25℃)	—	3月	70~120	$10^{13} \sim 10^{15}$	沉浸小型 F 级电机
不饱和聚酯无溶剂漆 319-2	二甲苯树脂、改性间苯二甲酸不饱和聚酯、苯乙烯过氧化二异丙苯	F	30~60 (25℃)	180 <sup>③</sup> (155℃)	6月	20~30	$>10^{15}$	沉浸小型 F 级电机

注：① 铝盒法；② 试管法；

③ 电气性能测试试样 110, 5152-2, EIU 为漆膜，其余为漆饼。

在大型高压电机槽部线圈表面；高电阻防电晕漆表面电阻率在  $10^{11} \sim 10^{12} \Omega$ ，涂在大型高压电机线圈的端部。防电晕漆要求电阻率稳定，附着力和耐磨性好，干燥速度快以及贮存稳定性好。防电晕漆常用的有醇酸防电晕漆及环氧防电晕漆，耐热等级皆为 B 级，漆中都混有干燥剂，可以在室温下干燥。

**2. 绝缘纤维制品** 绝缘纤维制品是指各种绝缘纸及各种纤维织物如纱、带等在电工中直接应用的绝缘材料。制造这类制品常用的纤维有植物纤维（如木、棉等）、无碱玻璃纤维和合成纤维。植物纤维是一种多孔性物质，有相当强的极性。用植物纤维制成的制品具有一定的机械性能，但易吸潮，耐热性差，现已少用于电机担任绝缘；植物纤维在使用中需经一定的浸渍处理，以提高其电气性能、热老化性能、耐潮性能以及导热能力。无碱玻璃纤维耐热性和耐腐蚀性均较好，吸湿性小，抗张强度高；但其性脆，比重大，伸长率小，对操作人员皮肤有刺激性，其柔软性也较植物纤维差。合成树脂纤维则兼有植物纤维和玻璃纤维的优点，是很有发展前途的材料。

(1) 绝缘纸板。用于电机作槽绝缘的 100/00 型中薄纸板，即木质纤维为百分之百，不含棉纤维，通常称为青壳纸或黄壳纸，一般与聚酯薄膜制成复合材料，作为 E 级电机的绝缘。厚度在 0.1~0.4mm 范围内的薄型纸板，其击穿强度约为  $11 \sim 15 \text{ kV} \cdot \text{mm}^{-1}$ ，经折弯一次后，击穿强度下降到约  $8 \text{ kV} \cdot \text{mm}^{-1}$ ，因此一般不单独使用，与薄膜复合使用时，纸板主要起机械保护作用。

(2) 合成树脂纤维纸。由合成树脂纤维按造纸方法制成。主要有聚脂纤维纸、芳香族聚酰胺纤维纸、芳香族聚砜酰胺纤维纸和恶二唑纤维纸等。它们具有优良的电气性能

和机械性能，在中小型电机中用作槽绝缘及相间绝缘，是中小型电机提高绝缘耐热等级的关键性材料。

**3. 薄膜** 电工用薄膜是由高分子聚合物制成。制膜的方法很多，常见的有定向拉伸、流涎、浸涂、车削碾压和吹塑法等。薄膜的性能主要取决于高分子聚合物的特性，但也与成膜工艺有关。电工用薄膜的特点是厚度薄、柔软、耐潮、电气性能和机械性能均较好，其厚度范围大致为 $0.006\sim0.5\text{ mm}$ 。电机常用的合成树脂薄膜主要有聚酯薄膜、聚萘酯薄膜、芳香族聚酰胺薄膜、聚酰亚胺薄膜、聚四氟乙烯薄膜等。

(1) 聚酯薄膜。由对苯二甲酸二甲酯乙二醇在催化剂和稳定剂存在下，经酯交换、缩聚，拉伸定向而成。根据 JB1256-77，其厚度为 $0.04\sim0.10\text{ mm}$ ，允许偏差在 $0.007\sim0.01\text{ mm}$ 之间。薄膜具有较高的抗张强度，纵横方向均不低于 $1.5\times10^8\text{ Pa}$ ，而且具有较强的抗撕性能，强度约在其抗张强度的 70% 左右。这种薄膜还具有较高的击穿强度，在工频下 $20\pm5^\circ\text{C}$  时不低于 $130\text{ kV}\cdot\text{mm}^{-1}$ ，而在 $130\pm2^\circ\text{C}$  的热态下也不低于 $100\text{ kV}\cdot\text{mm}^{-1}$ 。体积电阻率常温时不低于 $10^{16}\Omega\cdot\text{cm}$ ；介电系数在 $50\text{ Hz}$  时为 3.2。这种薄膜耐有机溶剂性好，但易醇解和水解(在 $70\sim80^\circ\text{C}$  水中或水蒸气中开始水解)，耐碱性差，特别要注意其耐电晕性差，不适宜用于高压电机绝缘。工作温度为 $-60\sim120^\circ\text{C}$ ，用作 E 级电机槽绝缘。

(2) 聚萘酯薄膜。由聚 2,6-萘二甲酸乙二醇酯经缩聚拉伸而成。其耐热性比聚酯薄膜好，可用作 F 级电机槽绝缘。在高温下易水解，但水解速度比聚酯薄膜慢。耐酸、耐碱、耐芳香胺比聚酯薄膜好，耐气候性优良。这种薄膜厚变 $0.02\sim0.10\text{ mm}$ ，抗张强度也在 $1.4\times10^8\sim2.5\times10^8\text{ Pa}$  之间，其击穿强度在常态时大于 $210\text{ kV}\cdot\text{mm}^{-1}$ ，受热在 $155^\circ\text{C}$  时仍有 $150\text{ kV}\cdot\text{mm}^{-1}$ ，体积电阻率为 $10^{16}\Omega\cdot\text{cm}$ ，介电系数为 2.9。

(3) 芳香族聚酰胺薄膜。由间苯二甲酰氯与间(对)苯二胺经缩聚、流涎或涂覆再经烘干而成。这种薄膜耐温属于 H 级，可用作 F、H 级电机槽绝缘。它的耐溶剂性好，但耐潮性稍差。其抗张强度在 $0.8\sim1.2\times10^8\text{ Pa}$  之间，纵向略大于横向，击穿强度常态下可达 $90\sim130\text{ kV}\cdot\text{mm}^{-1}$ ，在 $180^\circ\text{C}$  下仍可达 $87\text{ kV}\cdot\text{mm}^{-1}$ ，体积电阻率为 $10^{12}\sim10^{13}\Omega\cdot\text{cm}$ ，介电系数 ε 值在 3.5~4 之间。

(4) 聚酰亚胺薄膜。由均苯四甲酸二酐和 4,4'-二氨基二苯醚经缩聚、流涎(或浸涂)烘焙、高温脱水和环化而成。具有优异的耐高温和耐深冷性能，可长时间在 $250^\circ\text{C}$  下使用，能在 $400^\circ\text{C}$  工作数小时，超过 $800^\circ\text{C}$  时则炭化，但不燃烧。在液氮温度下能保持柔软性。能耐所有的有机溶剂和酸，但不耐强碱，也不推荐在油中使用。它有较好的耐磨、耐电弧、耐高温辐射等特性。聚酰亚胺薄膜击穿强度为 $100\sim130\text{ kV}\cdot\text{mm}^{-1}$ ，即使在 $200^\circ\text{C}$  下仍保持不低于 $70\text{ kV}\cdot\text{mm}^{-1}$ 。体积电阻率常态下为 $10^{16}\Omega\cdot\text{cm}$ ，在 $200^\circ\text{C}$  时降低为 $10^{12}\Omega\cdot\text{cm}$ 。可用作 H 级电机及更高温度的电机的槽绝缘。

**4. 复合材料** 在上述薄膜的一面或双面粘合纤维材料，如绝缘纸、漆布、合成纤维纸等组成复合材料，称为复合箔，用作中小型电机槽绝缘、端部相间绝缘、层间绝缘以及有需要时的匝间绝缘，常用的复合材料品种、组成、性能等见表 19-16。

**5. 层压制品** 层压制品是由纸或布(包括玻璃布)作底材，浸(或涂)以不同的胶粘剂，经热压而制成的层状结构的绝缘材料。常用的底材有木质纤维纸、棉纤维纸、棉布和无机的无碱玻璃布等。木质纤维纸浸渍性好。棉纤维纸适用于压制冷冲剪纸板。无碱玻璃布

耐高温，电气性能、机械性能和化学稳定性都好，但浸渍性差，与胶粘剂的粘结力差。需经处理后提高其粘接强度与抗剪性能，可作为B、F、H级层压制品的底材。

表 19-16 常用薄膜复合材料的性能

名 称		聚酯薄膜绝缘纸复合箔	聚酯薄膜玻璃布复合箔	聚酯薄膜聚酰纤维纸复合箔	聚酯薄膜芳香族聚酰胺纤维纸复合箔
型号或代号		6520	6530	DMD	NMN
厚度/mm		0.15~0.30	0.17~0.24	0.20~0.25	0.25~0.30
组 成		一层聚酯薄膜 一层青壳纸	一层聚酯薄膜 一层玻璃漆布	一层聚酯薄膜 两层聚酰纤维纸	一层聚酰亚胺 薄膜两层芳香族聚酰胺纤维纸
耐热等级		E	B	B	F
抗张力	纵向	180~330	250~330	180~270	>90
N	横向	120~300	200~300	150~220	>70
	常态	6.5~12	8~12	10~12	12~15
击穿电压	弯折	6~12	6~8	9~12	>10
kV	受潮	4.5~12	6~10	8~12	—
	热态	—	—	8~11(130℃)	>10(155℃)
体积电阻率	常态	$10^{14} \sim 10^{15}$	$10^{14} \sim 10^{15}$	$10^{14} \sim 10^{15}$	$10^{14} \sim 10^{15}$
	受潮	$10^{12} \sim 10^{13}$	$10^{12} \sim 10^{13}$	$10^{12} \sim 10^{13}$	$10^{12} \sim 10^{13}$
$\Omega \cdot \text{cm}$	热态	$10^{11} \sim 10^{13}$	$10^{11} \sim 10^{13}$	$10^{12} \sim 10^{14}$	$10^{14} \sim 10^{15}$

常用的胶粘剂有酚醛树脂、环氧树脂、有机硅树脂、聚酰亚胺树脂等。不同的胶粘剂和胶的含量决定了层压制品的耐热等级及其机械电气等性能。

酚醛玻璃布板（B级）具有一定的机械强度和电气性能，但抗剪性较差，耐毒性一般，适于制作一般绝缘零件。环氧酚醛层压玻璃布板（3240）耐热可达F级，具有很高的机械强度、耐潮性、电性能及耐毒性等都好，适用于高压电机作绝缘零件，并且适于在湿热条件下使用。有机硅、聚酰亚胺等树脂粘合的层压玻璃布板，适用于H级以上的耐高温电机中。

层压板在中小型电机中通常用作槽楔、垫条、绝缘垫块及接线板等。

**6. 电工用塑料** 电工用塑料一般是由合成树脂、填料和各种添加剂等配制而成的，它可以是粉状、粒状或纤维状，在一定的温度、压力、成型时间下，可加工成各种形状的绝缘零件（模压），如塑料换向器等。

合成树脂是塑料的主要成分，是决定塑料制品基本特性的主要因素。按树脂的类型，塑料可分为热固性和热塑性两种。热固性塑料在经热压成型后，成为不溶不熔的固化物；而热塑性塑料在热压或热挤出成型后，仍具有可溶可熔性。用在电机上的塑料件如塑料换向器、塑料集电环等皆为热固性塑料压制而成，以保证其运行中的稳定性。只有在不受热的零件如小型异步机的外风扇，有时采用热塑性塑料。

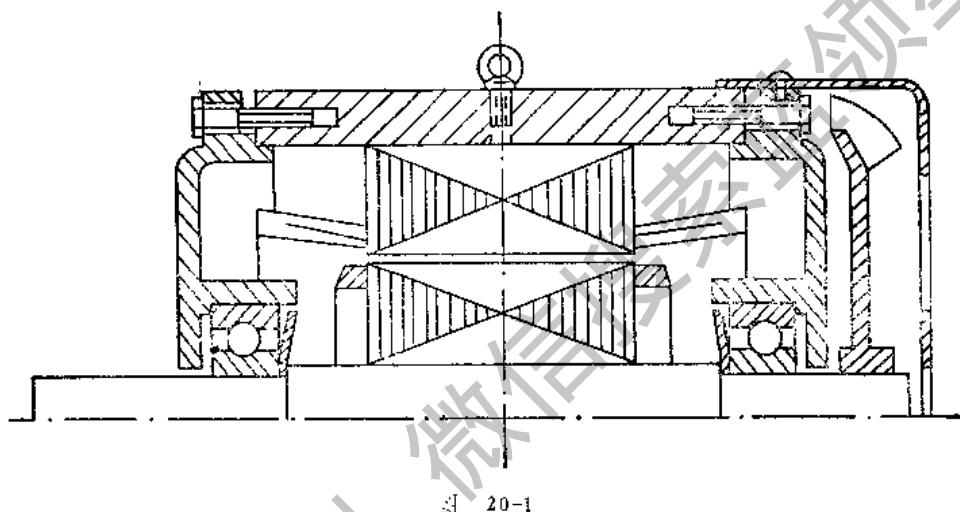
热固性塑料有酚醛塑料、氨基塑料、聚酯塑料和耐高温塑料等很多品种，使用较普遍的是酚醛玻璃纤维压塑料，它是由苯胺、改性酚醛树脂和玻璃纤维组成，其耐热等级属于B级，机械强度很高，抗弯强度超过250 MPa，而抗冲击强度在15~23 MP之间，其电性能也很好，表面电阻率约为 $10^{12} \sim 10^{14} \Omega$ ，体积电阻率也在 $10^{12} \sim 10^{14} \Omega \cdot \text{cm}$ 之间，击穿强度在 $13 \sim 19 \text{kV} \cdot \text{mm}^{-1}$ 之间，而且其耐潮性、耐霉性都好。

获取更多资料 微信搜索索骥领星珠

## 第二十章 异步电动机的结构特点

### 第一节 中小型异步电动机的典型结构

中小型异步电动机一般铁心为整圆冲片，铁心外直径在 1m 以下，叠装在整体机座内。机座多为铸铁件。轴承安装在端盖的轴承室内，采用球轴承或圆柱轴承，其结构如图 20-1。



**1. 铁心安装** 铁心安装在机座内。可以预先在机座外面将铁心压装成一个整体，这时铁心是用两端的两个铁心压圈及联接两个压圈的多个扣片固定成一个整体的。在这个铁心中嵌好线圈并浸漆烘干以后再整体压入机座内，这种工艺称为外压装工艺。这时铁心与机座之间，由于铁心外圆不整齐而产生的摩擦力，可以阻止铁心在机座内沿周向及轴向移动；另外在机座上吊环螺钉孔内还有一个埋置的螺钉顶在铁心的外圆上，确保铁心在机座内不发生周向及轴向位移。采用这种工艺可使嵌线、浸漆工作在机座外进行，操作方便，并可与机座加工平行进行组织生产。这样可缩短生产周期。100kW 以下的小型电机普遍采用。

100kW 以上的中型电机多采用内压装，即把冲片逐片叠入铁心。再用压圈压紧，用环形键嵌在机座壁上的键槽内以压紧压圈。为防止冲片沿圆周转动，在机座壁上安装一条与轴线平行的定位键，在铁心冲片外圆处须冲有与之配合的键槽。

机座内圆与铁心冲片之间的配合是这样的，机座内孔公差可采用 H8 (旧国标为 D3)，在铁心为内压装时，冲片公差为 h7 (旧国标 d3) 属于间隙配合；而当铁心采用外压装时，虽然冲片公差仍然是 h7，但叠压之不齐度使得铁心外圆近于 k7 (旧国标 gc3) 这时已是过渡配合了。

**2. 机座与端盖的配合** 有两种结构，小型电机常用的为机座止口面在内圆，称为内止口；而中型电机常采用外止口，即机座止口面在外圆处，如图 20-2。

机座止口可采用 H7 或 H8（即旧国标 D 或 D3），而端盖止口的公差可采用 j6 或 js7（旧国标 gd 或 gd3）这属于过渡配合的第 4 种，即最松的一级过渡配合。

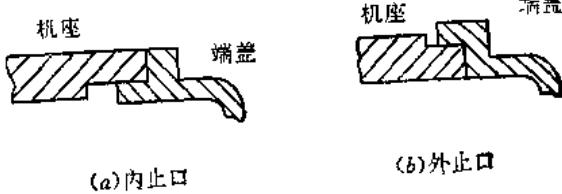


图 20-2

**3. 端盖轴承室与轴承外径的配合** 配合需采用基轴制，因为轴承是标准件，不需加工，而端盖轴承室要与之配装；轴承外径公差为 h6（旧国标 d），因此端盖轴承室的公差可采用 J7（旧国标 Gd），这时属于过渡配合最松的一级。有些中型电机为了装配的需要，把轴承装在轴承套（或称轴承盒）内，形成一体，然后再把轴承套装在端盖轴承室内，这时轴承套内径与轴承外径可采用 J7/h6 的配合，而轴承套外径与端盖轴承室内径的配合可以采用 H7/h6，比较放松了一些。

轴承与端盖之间的配合松紧一定要适度，过松会产生轴承外圈在端盖轴承室内移动；会使电机定子与转子之间的间隙向一侧偏移，产生偏心，严重时会造成电机的转子与定子相摩擦，这是不能允许的。而配合过紧将会引起轴承圈变形，对滚动圆球产生阻力，增加损耗，发生噪声等故障，并且使检修时很难拆开，应该切实注意。

轴承外圈与端盖轴承室之间的配合比起轴承内圈与轴的配合要松一级，这是因为检修的需要；在检修需要抽出转子时，一般是使轴承与端盖脱开，而把轴承留在转轴上。

**4. 轴承内圈与转轴轴挡的配合** 这时轴承内径已定（标准件），轴的轴挡一般可采用 k6（旧国标 g<sub>s</sub>），这本属于过渡配合，但因轴承的公差是特定的，（可查轴承手册）因此和转轴之间总有一点过盈量。例如一台电机轴承为 317，内径为 φ85，由图纸查得转轴的轴挡尺寸为 φ85k6，其公差应为 ±0.025，由轴承手册可查得轴承内径公差为 ±0.02，因此可以计算出轴承内圈与转轴轴挡的配合紧度的极限情况为

$$0 - (0.003) = -0.003 \text{ (最小过盈量)}$$

$$(-0.02) - (0.025) = -0.045 \text{ (最大过盈量)}$$

因此在装配时需把轴承稍许加热（大约 120℃ 左右，不可过热以防轴承退火），套装在轴上，也可以在压力机上加压压装。

**5. 转轴与铸铝转子铁心内径的配合** 异步电机转子为铸铝时，转子冲片的内圆公差可采用 H8 或 H9。铁心冲片铸铝前在假轴（工具轴）上叠装，这样铁心内圆处总有一些不齐度，一般工厂在铸完铝后，转子内圆不再进行加工，有的厂就在铸铝转子温度还很高时（这需要在操作时很快退出工具轴）趁热把转子套在加工好的转轴上，轴的铁心段公差可采用 t7，这样轴与铁心之间总有几十微米的过盈量，使力矩传递可靠。也有的厂在轴上铣出键槽，装上键，这时与铁心的配合可以松一些，轴的铁心段公差可采用 n6。但是现在生产的异步电机为减少损耗，转子多作成斜槽，这时铁心冲片内圆处叠装成的键槽也就成了斜的，这就要求轴上的键也是斜的，这不仅给铣轴上键槽增加了困难，也使转子铁心压装的难度增加，所以一般均不采用这一方案。也有的厂在铸铝以后，在转子铁心内圆

处再钻出一个直的键槽来，以使其与轴上的键配合，这就又增加了一个工序，多数情况下也不采用。

**6. 气隙均匀度的问题** 异步电机结构上的特点是定子与转子之间的气隙非常小，只有零点几毫米，就是在较大功率的中型电机上最多也只有一点几毫米。而定转子之间各处的气隙又要求均匀，当然绝对的均匀是不可能的，生产上规定了允许的“不均匀度”，列在有关的技术标准上。允许的气隙均匀度与气隙大小有关系，气隙较小时允许的不均匀度比值（占气隙值的百分数）略大，一般说约为气隙值的百分之十几，即约为 $0.1\delta$  略多一些。这样的要求要在电机的结构和工艺上设法保证其实现，除了在结构上适当考虑其刚度、强度外，主要的在工艺上要设法保证。

为了保证气隙均匀，在电机各零部件的加工上要特别注意几个同轴度的问题，这就是机座两端止口与定子铁心内圆的同轴；转子两个轴颈与转子外圆的同轴；轴承内外圆的同轴（如有轴承盒，还要有轴承盒内外圆的同轴）；以及端盖止口与其轴承室的同轴。

机座两端止口与内圆的同轴可以靠胎具在加工上保证，即先将一端止口与内圆一刀车好，然后用胎具保证与另一端止口的同轴。但是，保证机座止口与定子铁心内圆的同轴，可以有不同的加工方案。在定子铁心采用外压装时，是以铁心内圆定位（靠内圆定位胎）压装铁心，经嵌线、浸漆等工序以后压入机座，机座在加工时止口处留下些微的加工量，待嵌好线的定子铁心压入以后，仍以铁心内圆定位，利用内圆胀胎夹装，再把机座止口车一刀至要求尺寸。这个加工方案把铁心内外圆处的偏差，机座由于铁心压入而引起的变形等，都由最后在止口处车这一刀来解决，即能够保证技术要求。这种加工方案在小型异步机制造厂应用较多。

采用内压装的定子铁心，是把冲片逐片放入机座后叠压而成，冲片外圆靠机座内壁，因此叠压铁心是以冲片外圆定位的，冲片的制造误差都反应到定子铁心内圆处，靠控制冲片制造误差以达到定子内圆与止口的同轴度，即不再进行加工。但在有些情况下，定子铁心内圆过于不齐，为了保证同轴度，还需以机座一端止口定位，对定子铁心内圆进行车削或磨削加工。这种加工引起铁心内圆处冲片间的短路，致使铁损耗增大，在一般的情况下，应尽量避免采用。

端盖止口与轴承室的同轴度，在端盖精加工时给予保证。

转子铁心外圆在压装到轴上以后再精车，为了保证与轴颈的同轴度，在夹装工件时可以用轴颈定位，或者在轴加工时在轴颈处留下精车的量，最后与转子外圆一齐加工，以保证其同轴度。

## 第二节 轴向尺寸公差的作用及尺寸链

小型电机采用滚动轴承时，为了防止灰尘进入轴承，在轴承内、外侧设有内、外轴承盖加以密封。内、外轴承盖通过螺钉将其拉紧，这时轴承外圈也被夹紧固定（如图 20-3 右侧轴承处之固定方式）。这种结构可防止电机运行时可能产生的轴向窜动。因为内、外轴承盖止口的轴向尺寸与轴承外圈轴向尺寸之和一定要大于端盖轴承室的轴向尺寸，才可能通过轴承盖止口将轴承外圈夹紧。相应的尺寸差形成一个间隙，如图 20-3 中 $\delta_1$  所示。为

了计算定、转子轴向尺寸的相对关系，应确定一个基准面，如图中之  $AA$  平面。控制定子铁心端面至机座端面的距离  $l_1$  及相应端盖的轴向尺寸，同时控制转子铁心端面至轴承定位台肩处之轴向尺寸  $l_2$ ，就能保证定、转子铁心轴向尺寸的中心线相重合（如图所示）。 $l_1$ 、 $l_2$  的尺寸要经过计算，且要加以一定的公差控制。

图中左侧轴承的固定情况就与右侧轴承不一样。右轴承与定子固死，左轴承就不能同样固死了。因为电机运行时定、转子温升是不同的，一般定子散热条件较好，定子部分之机座、端盖温升低于转子的温升，转轴的热膨胀要大于定子部件轴向尺寸的热膨胀变形，若左轴承也固死，转轴不能自由热膨胀会产生热应力，此应力为压应力。当定、转子温升差别大于一定数值时，热应力会引起轴线的弯曲变形，此变形类似于压杆失去稳定后的挠曲变形。此时轴的热应力就是轴承的轴向载荷。滚珠轴承承受较大轴向负荷会增加损耗，减少寿命。轴线弯曲易产生定、转子相磨擦的“扫膛”现象，使电机不能正常工作。

为避免热应力的产生，应使内、外轴承盖止口与左侧轴承外圈间存在轴向尺寸间隙，如图中  $\delta_2$ 、 $\delta_3$  所示。所有部件轴向尺寸都有一定公差范围，为了在所有产品装配时确实保证间隙  $\delta_2$ 、 $\delta_3$  的数值，在计算间隙  $\delta_2$  的数值时，应选用机座长度公差范围内的最小长度及两个端盖相应轴向尺寸的最小值。这些尺寸之和称为定子轴向尺寸最小值。实际就是从  $AA$  基准面出发，沿定子部件轴向尺寸算到间隙  $\delta_2$  的左侧平面，可能出现的最小尺寸。同时两个转子轴承台肩之距离应选尺寸公差范围内的最大尺寸，再加上两个轴承外圈的轴向尺寸的最大值……，称为转子轴向尺寸最大值。实际上就是从  $AA$  基准面出发，沿转子部件轴向尺寸算到  $\delta_2$  间隙右侧平面可能出现的最大尺寸。一定要使定子轴向尺寸最小值大于转子轴向尺寸最大值，才能保证所有产品  $\delta_2$  间隙的存在。同理从  $AA$  基准面出发沿定子部件轴向尺寸计算到  $\delta_3$  间隙右侧平面，可能出现的最大尺寸称为定子轴向尺寸最大值。从  $AA$  基准面出发沿转子部件轴向尺寸算到  $\delta_3$  间隙左侧平面，可能出现的最小尺寸称为转子轴向尺寸最小值。转子轴向尺寸最小值一定要大于定子轴向尺寸最大值，才能保证所有产品  $\delta_3$  间隙的存在。

在计算  $\delta_2$ 、 $\delta_3$  间隙数值时，要计算相应定、转子结构部件轴向尺寸的叠加，这些计算统称为轴向尺寸链的计算，简称尺寸链。为了间隙值留得适量，对轴向尺寸的控制也是相当严格的。

由于机座、端盖、轴承盖结构型式及连接止口定位方式的不同，具体都有那些尺寸参与尺寸链的计算要具体分析。图 20-3 只是给出一个最简单的情况作定性分析，起到建立概念的作用。

当电机一端用滚珠轴承另一端用滚柱轴承时，滚柱轴承承载能力强，多放置于负载端。滚珠轴承固定方式和图 20-3 右端轴承一致，若滚柱轴承代替图 20-3 左端之滚珠轴承时，图 20-3 中之  $\delta_2$ 、 $\delta_3$  就不需要了，因柱轴承内、外圈之间可允许存在一定的轴向错位，而不影响轴承正常运行。若电机为滑动轴承，轴在轴瓦的支撑下可以有较大的轴向窜

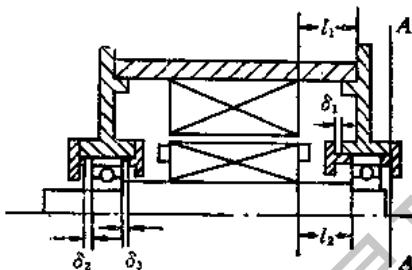


图 20-3

动,一般设计时转子铁心长略大于定子铁心长,以保证在有轴向窜动时不影响电机性能。当定、转子铁心长度一致时,电机定、转子轴向尺寸中心线会产生自动对中的效应,示意图

如图 20-4。转子在轴向位置上偏向右侧时,右侧转子铁心端面较定子铁心端面长了一个距离为  $\Delta l$ ,左侧转子铁心端面较定子铁心端面短了一个  $\Delta l$  的距离。气隙磁密在铁心端面处的边缘效应使磁力线有向右倾斜的趋势。如图中带箭头的磁力线所示。这个磁场对转子的磁拉力除径向分力外还有一个轴向分力。磁拉力轴向分力的作用是使  $\Delta l$  趋近于零。也就是有自动对中的效应。

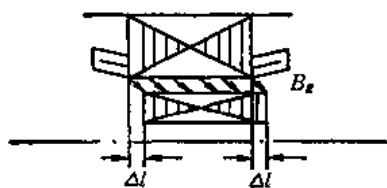


图 20-4

### 第三节 大型异步电机的几个结构问题

**1. 深槽鼠笼转子导条在槽内的固定** 大容量高转速电动机,为提高起动转矩,转子一般为梯形深槽鼠笼,如图 20-5(a)。为了使导条在高速旋转下可靠固定,防止因振动所引起的松动,在梯形槽底都有一个小的矩形槽,在其中放入一对斜楔,斜楔长度应大于转子铁心长,如图 20-5(b)。装配转子导条时将斜楔插入矩形槽中,两端对打,就将导条挤紧在梯形槽内。

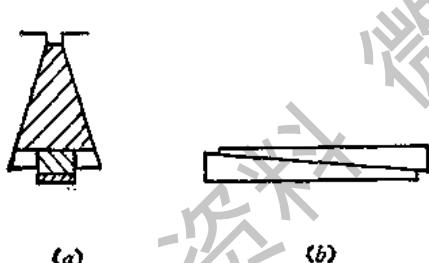


图 20-5

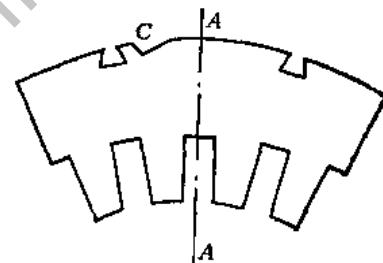


图 20-6

**2. 采用扇形片结构的定子铁心** 定子铁心外径大于 1m 时,要采用扇形片叠装。定子铁心的一个整圆截面等分成几个扇形,每个扇形片如图 20-6。片与片在圆周方向排列时应留有微小间隙,为了保证铁心导磁性能,叠装铁心时每两片为一层,第一层圆周方向的接缝位置就是扇形片的图示边缘处。叠装第二层扇形片时将接缝错开,放在图中 AA 线所示位置。这样任意两层间的接缝都是错开的。第一层铁心轭部磁通流到第一层接缝处,遇到很大的接缝气隙磁阻,被挤到第二层铁心片中。过了这段距离之后,由于第二层磁密高于第一层磁密,挤过去的一部分又被送回来。每片扇形片外圆处有两个鸽尾槽与机座上的鸽尾筋连接定位,起到周向固定的作用,同时也起到一定的径向定位的作用。叠装时保证槽形一致要靠槽样棒。

叠装时要求扇形片冲剪毛刺方向是一致的,这样铁心压的紧,可得到较高的叠压系数,且槽形几何尺寸整齐。为了保证这一点,就要防止个别扇形片翻转  $180^\circ$ ,使毛刺反方

门却仍然叠在铁心中而不被发现。为此，在扇形片中设置了标记孔，图 20-6 中外圆处有一不对称之三角形缺口 C 就是标记孔。正常叠装时标记孔在外圆处形成一条与轴线平行的直线，那一片装反了，其标记孔不在该直线上。标记孔的作用在小型电机整圆冲片上也得到应用。不仅定子铁心冲片有此问题，转子铁心冲片叠装时也有同样的问题。

**3. 电机转子的平衡试验** 为了控制电机振动与噪声，高速电机转子要作动平衡试验，低速电机转子要作静平衡试验。转子边为便于平衡配重的固定，小型电机多在转子铸铝端环上铸有多个对称分布的锥形小凸台，在这些小凸台上套上钢垫圈压紧即可起到增加平衡重的作用；大型电机可采用去掉不平衡重量的措施，即在铁心外圆处或端环处钻孔来去掉不平衡的重量。也可在转子铁心压圈处专门设置一个配平衡重的鸽尾沟槽，鸽尾形的小平衡块可沿整圆周的鸽尾沟槽随意放置，调整平衡块的周向位置非常方便。

# 第二十一章 电机的噪声及其控制

## 第一节 概 述

近年来，噪声问题愈来愈引起人们的强烈关注。工厂里各种机器发出不同的噪声，例如有些鼓风机、气泵、发电机组等发出的噪声高达 110dB 以上。过大的噪声引起周围环境的严重污染，影响着人们，特别是操作人员的健康。随着技术进步和人民生活水平的提高，使用空调设备、洗衣机、电冰箱、电风扇的家庭愈来愈多，这些设备发出的噪声虽然不如大型鼓风机那样强烈，但较大的噪声将使人们感到烦闷和厌倦，影响休息或工作。研究电机的噪声规律并控制其噪声对于提高家用设备的质量，使人们能够在安静而舒适的条件下工作、学习或休息也是非常重要的。

从物理学上讲，噪声的定义是各种不同频率和声强的声音杂乱而无一定规则的组合，如机器轰鸣、敲击金属板的尖叫声等。

各种声音都需要经过人的听觉器官来接收。人的耳朵是一个比较灵敏的声音接收器，它能接收的频率范围叫声频，声频频率从 20Hz 到 20000Hz。超过 20000Hz 的声波叫超声波，低于 20Hz 的声波叫次声波。

对于具有同样强度的不同频率的声音，人们的主观感觉是不一样的。一般对于频率在 400Hz 到 5000Hz 的声音听觉尤为敏感。

## 第二节 声音的物理概念及量度

### 一、振动和声音

声音发生于物体的振动，没有振动就不会有声音。敲锣打鼓会使锣面及鼓面振动，因而产生了锣声及鼓声，用手触及锣面及鼓面会有振动的感觉。固体、液体和气体都可以因振动而发声，例如风机转动时，风扇叶片迫使空气发生振动，因而产生风扇噪声，江湖海水波浪也会发出液体振动的波浪声。

声音必须经过介质传播才能为人们所感觉，而固体、液体和气体都可以作为声波传播的介质。物体完成一个完全的振动过程所需要的时间叫振动周期  $T$ 。振动频率  $f$  就是物体在一秒钟内完成的振动次数。频率单位为 Hz，周期单位是 s。 $T$  和  $f$  的关系是

$$f = \frac{1}{T} \quad (21-1)$$

在声波中，频率决定了音调的高度，频率愈高，听到的音调也愈高。

### 二、声波的干涉

声波的干涉是频率和性质都相同的声波相叠加时所产生的现象。在声场中，如果有

两个频率相同的声波传到某些被研究的空间点上，当两声波相位相同时，合成后声波加强，若两声波相位相反，则合成后声波减弱。

声波干涉现象，在电机噪声控制中需十分注意，以便达到良好的降噪效果。

### 三、声压和声压级

声波引起空气质点振动，使大气压产生起伏。这个起伏部分，即超过静压的量称为声压，用  $P$  表示之，单位是  $N/m^2$  或  $Pa$ ， $1Pa = 1N/m^2$ 。

一般使用时声压  $P$  是指有效声压，它是瞬时声压  $p$  的均方根值，即

$$P = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T p^2(t) dt} \quad (21-2)$$

人们在日常生活中接收的声波的声压同未受扰动的大气压相比是很小的。正常人耳刚刚能听到的声音的声压叫做听阈声压，大约是  $2 \times 10^{-5} Pa$ 。当声压增到  $2 \times 10^4 Pa$  时，此声压就使人耳产生疼痛的感觉，称为痛阈声压。当声压增至数百帕时，甚至会使人耳出血，鼓膜损伤。由于痛阈声压与听阈声压相差  $10^6$  倍，因此用声压的绝对值来描述一个声音的强弱是很不方便的，下面我们引入声压级来表示声音的大小。

一个声音的声压级  $L_p$  等于这个声音的声压和基准声压的比值取常用对数再乘以 20，即

$$L_p = 20 \lg \frac{P}{P_0} \quad (21-3)$$

式中  $L_p$  —— 声压级，dB；  $P$  —— 声压，Pa；  $P_0$  —— 基准声压。

$P_0$  常取 1000Hz 时的听阈声压， $P_0 = 2 \times 10^{-5} Pa$ 。声音的声压级可以用声级计测出，听阈相当于 0 dB，痛阈相当于 120 dB。

目前实际测量中，广泛地采用声压测量，原因是声波在沿着自己传播的途径中会对所有它遇到的物体施加压力，而声压是很容易用能感受交变压力的微音器来测定的。

### 四、声压级的相加

当声源不只一个时，不能认为总的声级是各单独声源的声级的算术和。对两个不同声源同时作用时，其总声级可查阅图 21-1。

例如有三个噪声源同时作用， $L_{p1} = 83 dB$ ， $L_{p2} = 83 dB$ ， $L_{p3} = 82 dB$ ，求总声级。

先从两个大的噪声开始，求  $L_{p1}$  及  $L_{p2}$  的合成声级， $L_{p1} - L_{p2} = 0 dB$ ，查图 21-1 得  $\Delta L_p = 3 dB$ ，则  $L_{p1}$ 、 $L_{p2}$  共同产生声级  $L_{p12} = L_{p1} + \Delta L_p = 86 dB$ 。再求  $L_{p12}$  与  $L_{p3}$  产生的总声级， $L_{p12} - L_{p3} = 4 dB$ ，查图 21-1 得  $\Delta L_p = 1.5 dB$ 。则总声级

$$L_p = L_{p12} + \Delta L_p = 86 + 1.5 = 87.5 dB$$

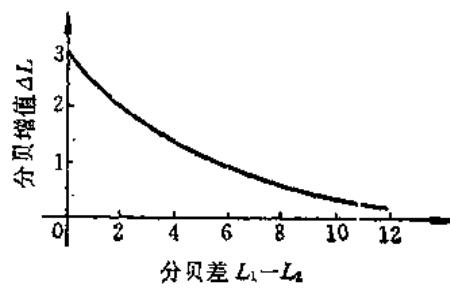


图 21-1

## 五、噪声的频谱

在研究噪声时,不仅需要了解噪声级的大小,还需了解组成噪声的主要成分分布在那些频段上,只有这样我们才能采取相应的措施予以消除或削减。

可闻声频范围内频率在 20~20000Hz 之间。为了研究方便,我们将声频范围划分成若干小频段,通常称为频带或频程。在噪声测量中常用倍频程、1/2 倍频程和 1/3 倍频程。

倍频程是上下限频率  $f_{\text{上}}$  与  $f_{\text{下}}$  之比为 2:1, 中心频率  $f_{\text{中}} = \sqrt{f_{\text{上}} f_{\text{下}}}$ ,  $f_{\text{上}} = 2f_{\text{下}}$ 。通常用的倍频程中心频率及上下限频率列在表 21-1 中。

为了得到更详细的频谱,可采用 1/3 倍频程,即把一个倍频程分为三份。

表 21-1 倍频程频率范围

中心频率/Hz	63	125	250	500	1000	2000	4000	8000
频率范围/Hz	45	90	180	355	710	1400	2800	5600
	90	180	355	710	1400	2800	5600	11200

## 第三节 噪声的评价

### 一、响度级

声压和声压级是声音强度的纯粹物理量,然而人们对声音的感觉不仅与声压有关,而且同声音的频率也有关。声压愈高,声音愈强。但对于不同频率声压级相同的声音,人耳的感觉是不同的。例如频率为 50Hz 声压级为 85dB 的声音人耳听起来和频率为 4000 Hz 声压级为 61dB 的声音一样响。

考虑到人耳对声音的感受特点,引进了一个响度级的概念。响度级是表示声音响度的量,它既考虑了声音的物理效应,又考虑了人耳听觉的生理效应,是人们对噪声的主观评价的基本量之一。以 1000Hz 纯音作为基准音,当一个声音听起来与 1000Hz 纯音一样响,则这一声音的响度级等于 1000Hz 纯音的声压级。响度级单位是方,例如某一声音听起来和声压级为 80dB 1000Hz 纯音一样响,那么这一声音的响度级是 80 方。

响度级是用于人们评价噪声的主观感觉,响度级不能直接测量,需要根据试验测出的频带声压级进行换算。

### 二、A 声级

在某些类型声级计中,设置有计权网络 “A”、“B”、“C” 及线性 “lin”。考虑到人耳对声音感觉的生理特点,将传声器传来的声音信息按不同程度滤波使一些频率声波作某种程度的衰减。

计权网络 A 是模拟人耳对 40 方纯音的响度的响应,在信号通过时对低、中频段声音有较大的衰减,因此 A 网络使声级计对低频不敏感,对高频敏感。用计权网络 A 测得的声级值和人耳对噪声的主观感觉甚是相似,因而世界上许多国家采用计权网络 A 测得的声

级作为评判噪声的大小,称A声级,记作dB(A)。

计权网络B是模拟人耳对70方纯音响度的响应,它使低频成分有一定衰减。计权网络C是模拟人耳对100方纯音响度的响应,在整个可闻频率范围内有近似平直的响应。

## 第四节 电机振动源及噪声源

### 一、电机的振动源和噪声源概述

电机振动及噪声主要由三种因素构成。

1. **电磁力引起振动及噪声** 作用在电机定、转子空气隙中的交变电磁力会使电机定、转子产生振动及噪声。由于气隙磁场不仅有基波而且还有一个系列高次谐波存在,这些磁场相互作用将产生周期性的作用力,基波及高次谐波电磁力均会引起振动及噪声。电磁声频率分布大多在100~4000Hz之间。振动及噪声强度的大小与电磁力的大小和定子铁心、转子刚度有关。当激发振动的电磁力与振动的零、部件的自振频率相吻合时,将会产生共振,振动及噪声也将显著增加。电磁力有径向分量和切向分量,电磁力径向分量在引起电机振动及噪声方面起主要作用,它使定子铁心产生径向振动,径向振动产生的噪声为电机电磁噪声的主要成分。

2. **空气动力性噪声** 空气动力性噪声包括风扇、旋转的转子和气流沿风路流动时形成的气动噪声。在大多数情况下,电机中空气动力性噪声源是风扇。

空气动力性噪声强度既与风扇类型、风扇直径大小和电机转速有关,也和设计是否合理有关。良好的设计应当从空气动力学、声学及电机通风冷却要求等方面综合考虑,从而设计出合理风扇及风路结构。在风扇及风路结构设计不良时,例如,风扇与外壳之间间隙过小,或风扇附近有固定的气流障碍物,便会产生具有风扇叶片旋转频率及其低次倍频的噪声,此类频率噪声往往占空气动力性噪声的主要成分。

3. **机械噪声** 机械噪声主要是指电机运转时产生的轴承噪声、转子系统不平衡力产生的振动及噪声、炭刷摩擦噪声。分相起动或电容起动异步电动机的离心开关系统在转子运转时产生的振动及噪声。

轴承振动及噪声强度与轴承本身的质量、制造精度以及合理选用轴承配合有关,同一型号不同质量的轴承,其噪声可差10dB左右,轴承振动及噪声频带较宽。转子不平衡会引起转子产生强烈地振动,振动频率较低。转速愈高,质量偏心量愈大,振动及噪声强度会增大。整流子电机中,炭刷在运转中产生跳动,同换向器表面及刷盒系统产生撞击声。当换向器的表面加工精度及光洁度不高,炭刷及刷盒之间间隙过大,压紧机构不良或久用失修时,炭刷噪声将加大。

对于不同类型的电机,其振动与噪声级,振动和噪声构成成分并不相同。一般来讲,高速电机振动及噪声级大,空气动力性噪声(或轴承噪声)是构成高速电机噪声的主要成分;低速电机噪声级较小,电磁噪声往往是它的主要成分。

### 二、电机振动源及噪声源的识别

评价电机噪声的大小可以通过电机噪声测试来解决,即测出电机噪声级及频率特性,

并由此计算出电机噪声响度级或A计权声功率级。

有些时候，我们不仅要求了解电机噪声大小，而且还要求找出电机的振动源及噪声源，这就需要根据电机振动及噪声特性把各种振动源及噪声源加以区分，以便从设计、结构以及工艺等方面采取有效措施，削弱振动源及噪声源，使电机噪声降低，这对于提高现有产品质量，或为低噪声电机新产品提供设计依据是非常必要的。

电机振动源及噪声源识别方法有下述几种。

**1. 电机噪声级及频谱特性测试** 电机噪声频谱分析开始时可以粗一些，用倍频程或 $1/3$ 倍频程，这样可以花费较少的时间对电机噪声及其频率分布有个初步的了解。如果区分有困难时，再用窄带频率分析器测定百分带宽或恒定带宽频谱。

要从频谱图中直接分析出振动及噪声源是困难的。但是由于频谱中某些频率成分噪声与具有一定频率特性的某个源有关，故可以根据频谱图提出产生第一、第二峰值频带噪声的可能原因，但是这样并不能最后确定噪声源，尚需采取其它办法予以证实才行。

在有条件的地方，也可以采取振动测试的办法来区别振动及噪声源，这是因为电磁力、轴承运转及不平衡力引起振动都必然会传到电机机座及端盖上来。

**2. 用分割源的办法识别振动和噪声源** 除了对所研究的一种振源外，轮流采取措施削弱或消除其它振源，例如采用运转时突然切断电源，取下风扇运行等。在这种情况下，测试电机噪声级及其频谱，将所得之结果与电机实际噪声级及频谱进行比较和分析，确定电机振动源及噪声源。噪声源确定后，便可采取措施降低第一峰值频带噪声。如果电机内部降低噪声措施满足不了要求，我们只好采用外加电机消声器的办法进行处理。

### 三、电磁噪声的识别

由于电机定转子中各次谐波磁场相互作用是产生电磁振动及噪声的根源，气隙磁场中磁密变化将导致电磁噪声的变化，因此可以使用改变气隙磁场大小或者切断电源的方法去识别电磁噪声。

**1. 改变外施电压法** 令电动机处于空载状态，将电源电压从额定电压 $U_N$ 急速下降（电压下降幅度以不导致引起较大转速下降为限度）。在此电压变动范围内，电机转速几乎不变，因此可以认为电机机械噪声和通风噪声不变。这时，定转子间气隙中磁密随外施电压下降近似成正比例下降，电磁振动及噪声也相应降低。如果电磁噪声是电机噪声的主要组成部分，则随着电压的降低，电机噪声级将明显下降；如果在电机噪声中，电磁噪声不占主要成分，则随着电压的降低，电机噪声级不会有明显变化。

**2. 切断电源法** 在异步电机空载运转时，突然切断电源。由于电机电磁过渡过程比起机械过渡过程要迅速得多，因此切断电源后，电磁振动源及噪声源将随电磁过渡过程迅速终结而消失。由于电机的机械惯性，转速将逐渐下降，通风及机械噪声也将逐步下降，但下降速度将比电磁噪声下降要慢得多。当电磁噪声是电机噪声主要成分时，切断电源后电机噪声会突然降低。

### 四、通风噪声识别

由于通风噪声主要由旋转噪声及涡流噪声组成，前者频率与风扇叶片及旋转转速之

乘积成整数倍，后者频率却连续分布在一个相当宽广的频带上。根据通风的特点，可以从电机噪声频谱图上作初步分析。

为了确定通风噪声是否在电机噪声中占主要地位，在可能情况下，可以将风扇取下，作噪声对比试验。不过这时应当避免测试时间过长，以防电机过热。如果去掉风扇以后，电机噪声级有明显下降，则通风噪声是电机噪声的主要组成部分。如果电机噪声级下降甚微或根本不变化，则通风噪声就不是电机噪声的主要成分。去掉风扇并不意味着完全消除了电机内部空气流动而产生的噪声，因为转子本身或转子上某些突出部分仍可以使空气振动而发声，只不过这些噪声往往比较小，不足以构成电机噪声的主要组成部分罢了。

## 五、机械噪声识别

机械噪声可以采用下列办法进行识别。

(1) 对于轴承噪声，可采用更换低噪声滚动轴承或用滑动轴承取代滚动轴承的办法予以识别。在更换轴承的前后，测试电机噪声级及其频谱变化。如果更换轴承后，电机噪声级明显下降，则轴承噪声是电机噪声主要组成部分。

(2) 对于炭刷引起的噪声，可以采用提起炭刷的办法进行识别。通常在运行时是不允许将炭刷提起的，这时可采用其它低噪声原动机拖动被试电机旋转，在提起炭刷及放下炭刷两种状态下，分别测试电机的噪声及频谱，从而判断出炭刷噪声的影响。

(3) 对于转子不平衡引起的振动和噪声，可以预先从电机制造工艺、电机振动及噪声频谱图中进行识别。不平衡力引起振动的特点是指其频率是转子每秒转速的低次倍数，一般频率低。如果制造时转子进行了较好的动平衡且电机定转子同心度又比较好，一般就不会产生较大的由不平衡力或单边磁拉力所引起的振动及噪声。

## 六、电机噪声主要成分识别举例

被测电机是一台电动机-发电机组。电动机为 2.5kW 三相两极异步电动机，频率为 50Hz；发电机是 2kW 三相 400Hz 中频发电机；机组结构形式是共轴同机座，自带风扇冷却；测试距离为 0.5m。分三种工作状态对机组进行噪声测试，即电动机加额定电压空载状态运行，发电机不加激磁(数据表上简称电空)；电动机空载运转，发电机加激磁发空载额定电压(数据表上简称发空)；机组满负荷工作状态。机组噪声测试数据列表于 21-2 中。

表 21-2 机组噪声测试数据

状态	声压级/dB	中心频率/Hz				A 声级
		250	500	1000	2000	
电 空	80	89	76.5	74	86.5	
发 空	80.5	89	76.5	74.5	86.5	
满 载	81	85	78	72	83.5	

从表 21-2 中可以看出以下两点：

(1) 在三种工作状态下均由 500Hz 频带声压级占电机噪声主要成分。

(2) 机组满载时噪声级低于空载时噪声级。

从三种状态来看,满载噪声低于空载噪声,这说明机组电磁噪声并不占主要成分。在三种不同状态下都是中心频率为 500Hz 频带噪声起主要作用,它可能是由风扇及其它成分引起。经检查离心式风扇有  $K = 13$  个叶片,运转时,风扇叶片产生旋转噪声基波频率为

$$\frac{Kn}{60} = \frac{13 \times 3000}{60} \text{ Hz} = 650 \text{ Hz}$$

此频率噪声显然在中心频率为 500Hz 频带声压级内。

此外,机组满载时噪声低于空载 3dB 左右,经测量机组空载转速为 2980r/min,满载时转速 2800r/min。噪声下降可能是由于转速下降了,从而导致通风及轴承噪声下降。根据以上分析,通风噪声有可能是机组噪声主要组成部分。为了进一步验证,将机组风扇卸下,其它条件不变化,重新在三种不同工况下测定机组噪声频谱特性,测试数据列于表 21-3 中。

从表 21-3 数据中可以看出,风扇的确是电机噪声的首要因素,因为去掉风扇后,在空载时电机噪声级下降了 6dB。从噪声频率分布中也可以看到,取下风扇后,最大频带声压级发生转移,原来是中心频率为 500Hz 的频带声压级最大,现已转移到中心频率为 2000Hz 频带。这时满负载噪声级仍小于空载时噪声级,但下降幅值已不多,这说明电磁噪声对总声级已有影响,但仍未成为这种状态下电机噪声的主要组成部分,因此轴承噪声可能是电机噪声的主要成分。

表 21-3 机组取下风扇后噪声测试数据

状态	声压级/dB	中心频率/Hz				A 声级
		250	500	1000	2000	
电 空	72	75	75.5	76.5	80.5	
发 空	71	73	75	77.5	80.5	
满 载	71	73	76.5	75	80	

为了进一步证实以上分析,我们采用如下措施,即将该机原夹轴承取下,用低噪声滚动轴承予以替换,保持其它条件不变,仍作三种不同工作状态噪声测试,其数据列于表 21-4 中。

表 21-4 机组取下风扇,更换低噪声轴承后噪声测试数据

状态	声压级/dB	中心频率/Hz				A 声级
		250	500	1000	2000	
电 空	70	71.5	69	70.5	75	
发 空	70	71	70.5	69.5	57	
满 载	69	70	75.5	72	78	

从表 21-4 中可以看出, 更换优质低噪声轴承后, 空载噪声又下降了 5.5dB, 这说明去掉风扇后, 轴承噪声的确是机组噪声的主要成分。另外还可以看到, 机组满负载时噪声级已高出空载噪声 3dB。这说明在去掉风扇并降低轴承噪声条件下, 满负载时电磁噪声已由次要成分上升为主要成分。从频谱分析数据看, 此时中心频率为 1000Hz 频带声压级居首要地位, 这与发电机 400Hz 电流所引起振动产生的电磁噪声的频率相对应。

以上一系列实验说明: 该机组噪声的首要因素是通风噪声, 其次为轴承产生的机械噪声, 第三才是中频发电机的电磁噪声。如果要降低该机组噪声, 首先必须从降低通风噪声入手。

## 第五节 电磁噪声及其控制

电磁噪声主要由气隙中的电磁场产生电磁力波而引起铁心轭部振动并通过电机外壳将噪声辐射出去。当激振力频率与产生振动的零部件自振频率相吻合时, 振动及噪声将会加大。

电磁噪声大小取决于以下因素, 即电磁力大小、电机结构件振动特性及电机本身声学特性。

### 一、电磁力波

由于气隙中磁场的存在, 所以定、转子间产生电磁力。单位面积的径向电磁力  $P_r$  的数值及其分布按下式计算:

$$P_r = \left[ \frac{B(x, t)}{0.5} \right]^2 \quad (21-4)$$

当  $B$  用 T 作单位时,  $P_r$  的单位是  $10^4 \text{ N/cm}^2$ 。

1. 基波磁场产生的电磁力 气隙中基波磁密  $B_1 = B_{\varphi} \cos \left( \omega_1 t - \frac{\pi x}{\tau} \right)$ , 代入式 (21-4) 得

$$\begin{aligned} \text{电磁力波} \quad P_1 &= \left( \frac{B_1}{0.5} \right)^2 = \left( \frac{B_{\varphi}}{0.5} \right)^2 \cos^2 \left( \omega_1 t - \frac{\pi x}{\tau} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{B_{\varphi}}{0.5} \right)^2 \left[ 1 + \cos \left( 2\omega_1 t - \frac{2\pi x}{\tau} \right) \right] \\ &= P_0 + P_1 \end{aligned}$$

$P_0 = \frac{1}{2} \left( \frac{B_{\varphi}}{0.5} \right)^2$  是常数项, 它是作用在定子铁心及转子铁心上均匀分布的力系, 只影响铁心静态变形而不产生噪声。

$P_1 = \frac{1}{2} \left( \frac{B_{\varphi}}{0.5} \right)^2 \cos \left( 2\omega_1 t - \frac{2\pi x}{\tau} \right)$  是基波磁场产生电磁力的交变部分, 它是力的行波。

图 21-2(a) 所示为两极电机径向电磁力的分布状况, 图 21-2(b) 中力波  $P_1$  用集

中力来表示。

电磁力波  $F_1$  是以两倍于电源的频率交变的力波, 它使定、转子产生两倍电源频率的振动及噪声。力波  $P_1$  在两极电机中的影响要比四极或四极以上的电机大, 在大容量两极电机中容易产生较大的振动及噪声。而在一般情况下, 由于它引起的振动及噪声频率低, 两倍电源频率的磁噪声是不显著的。

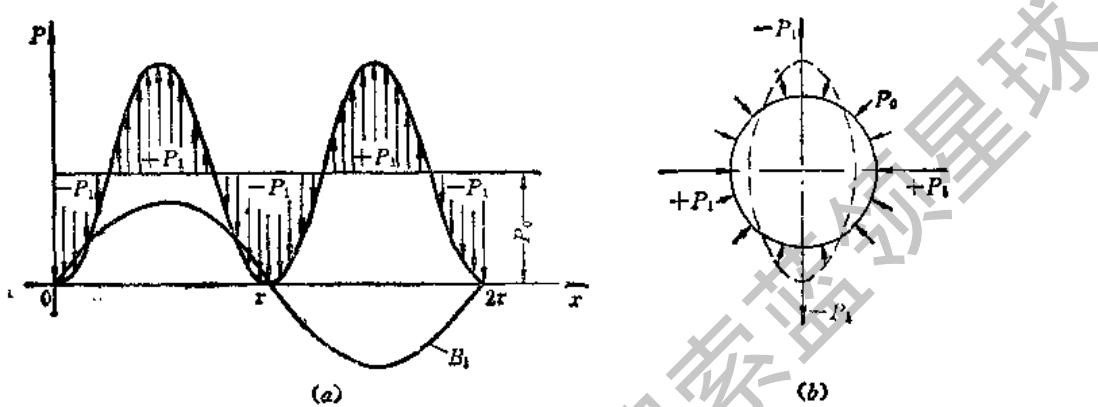


图 21-2

2. 定、转子任何一对高次谐波相互作用产生的力波  $P_{\nu\mu}$  现举例说明定、转子不同次数谐波磁场相互作用产生电磁力波。定子磁密波为七次谐波, 转子磁密波为五次谐波。图 21-3 所示为磁密波形以及由它们产生的径向力波波形。此合力波可分解为力波次数不同的两个径向力波, 其次数为:

$$r = |\nu + \mu| = |7 + 5| = 12$$

$$r = |\nu - \mu| = |7 - 5| = 2$$

力波数为 2 的径向力产生变形比较大, 相应的振动及噪声也比较大。

## 二、电磁力波引起铁心的振动

在径向电磁力波的作用下, 电磁力直接作用在齿上或磁极上, 定、转子铁心都要产生变形。分析表明, 噪声主要来源不是齿和磁极振动所引起的, 而是铁心磁轭振动所引起的。由于转子紧固于转轴上, 其刚度比定子大得多, 故主要研究定子铁心轭部的振动所引起的噪声。

为简化分析, 常把定子铁心当成一个圆柱形壳体进行研究。在壳体上有力波数为  $r$  的随时间周期变

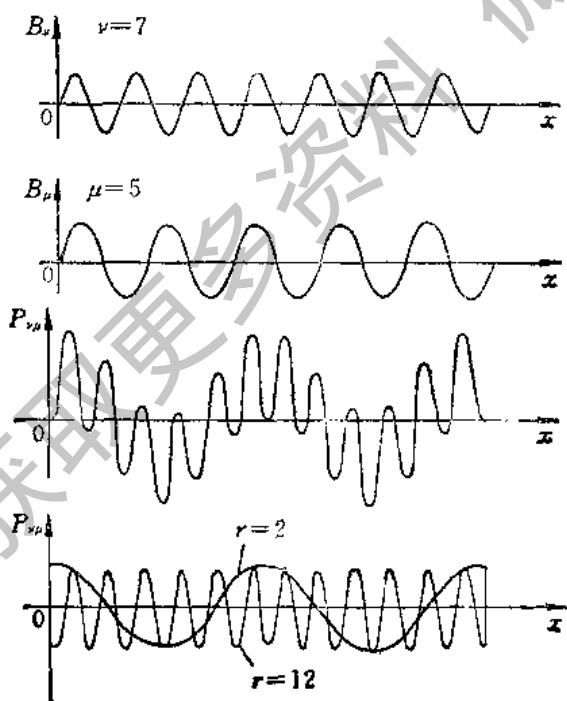


图 21-3

化的径向电磁力，此力在空间成余弦分布。在这些假定条件下，定子轭振动有如图 21-4 所示的振动形式。

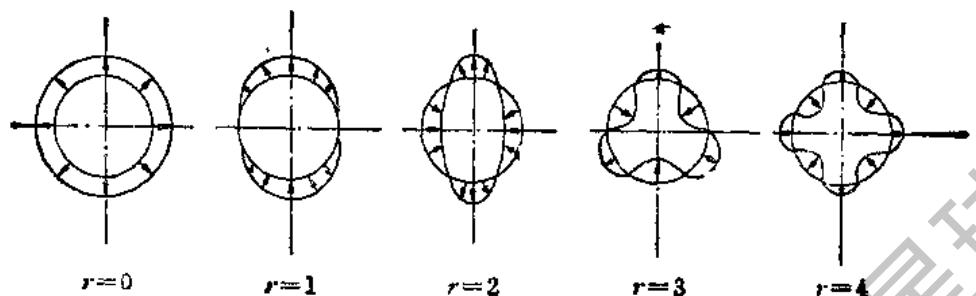


图 21-4

$r = 0$  是环的整个表面在均匀径向力的作用下作等幅径向振动。

$r = 1$  是在定、转子铁心间吸力作用下，环不变形而作变位振动。

$r = 2, 3, 4 \dots$  是在径向力波的作用下，环产生椭圆形或多瓣梅花形振动。

对于小的  $r$  值，在铁心受力波作用变形时相邻节点间距离大，相对而言刚度差，变形比较大，引起了较大振动及噪声。

在不同次数力波的作用下，定子轭环具有不同的自振频率，轭高增大，自振频率加大；轭环平均半径越大，自振频率越低。

电磁力波引起铁心振动并迫使周围空气振动，产生电磁噪声，声能经机壳向空间辐射出去。如果电机机壳尺寸大于辐射波长时，把机壳看成是平面辐射器，此时的电磁噪声频率范围常在  $100\text{Hz} \sim 4000\text{Hz}$  之间。

### 三、电机齿槽配合对电磁噪声的影响

产生较大的电磁噪声必须具备如下条件：

(1) 产生振动和噪声的电磁力波幅值很大。

(2) 电磁力波次数  $r$  比较低。

(3) 电磁力激振频率与铁心自振频率相吻合。这时即使电磁力相对比较小，但由于产生共振，也会使电磁噪声大为增加。

在各次谐波中，齿谐波，特别是一阶齿谐波影响重大，一方面是由于齿谐波绕组系数同于基波，不容易采取短距及分布予以削弱，幅值相对较大；另一方面齿槽配合选用不当时，齿谐波产生电磁力波次数很低。应选择合适的齿槽配合避免产生力波次数较低的电磁力。

### 四、降低电磁噪声的措施

(1) 采用正弦绕组。无论对于三相电机或单相电机均可采用正弦绕组以减少磁势中的某些谐波成分降低噪声。

(2) 合理选择定、转子齿槽配合。

(3) 气隙的均匀性及气隙值的选取。气隙  $g$  加大噪声级按下式下降:

$$\Delta L_p = 40 \lg \left( \frac{g_1}{g_2} \right)$$

例如,对一台分马力电机进行试验,将气隙由 0.25mm 加大至 0.35mm 后,噪声级下降了 4~6dB(A),但  $g$  增大后激磁电流要增大,功率因数  $\cos \varphi$  要下降,需全面考虑。

(4) 斜槽。

(5) 降低磁密  $B_{\text{r}}$ 。

(6) 控制共振噪声。

在微型及分马力电机中,有时某个结构件自振频率可能与电磁或机械激发力频率相吻合,因而容易产生共振,共振时噪声级比较大,这时需要对振动或噪声进行频谱分析,并计算、测定主要零部件自振频率。

## 第六节 通风噪声及其控制

电动机大多数均带有冷却风扇,运转时,风扇旋转驱使空气从风道中流过以冷却电机。风扇旋转是产生空气动力性噪声的根源。

通风噪声主要是旋转噪声和涡流噪声两种成分,此外还有冷却空气流过风道时产生的噪声等等。

旋转噪声就是风扇转动时气流压力沿圆周周向不均匀分布所引起的噪声。在叶片出口处,由于气流的压力及速度在圆周切向的不均匀,气流冲向风罩或机壳内圆形形成了随时间的脉动压力,因而产生振动及噪声。叶片上气流也具有脉动性质,因此作用在叶片上的压力也随时间脉动,叶片也产生振动及噪声。

旋转噪声的频率

$$f = \frac{Zn}{60} \text{ Hz}$$

式中  $Z$  —— 风扇叶片数;  $n$  —— 风扇转速。

由于压力脉动的波形为非正弦形,其基波频率可由上式确定。非正弦形压力脉动波用傅氏级数展开后还会有高次谐波分量,高次谐波频率为

$$f_i = \frac{iZn}{60} \text{ Hz} \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

因此旋转噪声具有不连续特点。除基波频率外尚有高次谐波振动及噪声。

涡流噪声又叫紊流噪声,它是由于气流沿一定形状物面流过时形成紊流边界层,在物面上产生脉动的压力所造成的。例如在叶片前后有压力梯度,气流在叶片正面及后面会发生剥离引起涡流。另外,气流在流入相对静止的空气中进行混合时,在混合区内存在有压力梯度,因而也产生涡流。这种涡流形成噪声具有很宽的频率范围,故涡流噪声是宽频带噪声。

风扇噪声形成的过程与一般工业用离心式风机相类似。由理论分析得知,离心式风机气动噪声的声功率  $W$  与叶轮出口的速度  $v$  的 4~8 次方成正比。实验表明,大多数风机

噪声声功率可以表示为  $W = K\nu^3 D^2$ ,  $D$  为叶轮外径,  
降低通风噪声的途径如下述。

### 一、采用自然冷却以降低电机通风噪声

在空调电机、风扇电机及功率小的电机中均可采用这种方法,因为在这些地方电动机运行时散热条件好或者电机本身损耗小,单位散热面积散发的热量小,因而温升不高。由于去掉了风扇,空气动力性噪声得以消除。

### 二、合理设计风扇及风路结构

要降低空冷电机的空气动力性噪声,首先必须采取措施降低噪声源的强度,为此,常在风扇及风路结构上采取相应措施。

1. 缩小风扇直径 由于通风噪声级主要取决于风扇的圆周速度,转速确定的电机则主要取决于风扇直径,故在设计新风扇时,应在满足冷却电机所需要的风量及风压的前提下,减少风扇外径,这样做对降低空气动力性噪声有重大作用。

2. 选用合理间隙值 在风扇外径同风罩或通风内腔内表面之间必须有恰当的间隙值。间隙过小会导致噪声增加,合理间隙值应不小于风扇直径的 10~15%。

另外,也可以采用风扇叶片间距不等结构使声能频谱分布较为分散。

3. 改进风扇结构 不同的风扇结构噪声的大小也有差异。即使风扇外径及宽度相同,叶片形状及角度不同,噪声大小也不一样。图 21-5 示出了外径均为  $\phi 76$ 、宽度均为 30、叶片数都是 11,但叶片的形状及倾角不同的风扇。在  $3000\text{r}/\text{min}$  运行时,它们的噪声级数据列在表 21-5 中。

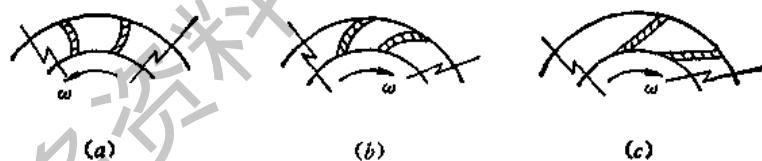


图 21-5

表 21-5 不同叶片结构风扇噪声级

风 扇 号	风 扇 a		风 扇 b		风 扇 c	
	正 转	反 转	正 转	反 转	正 转	反 转
噪 声 级 /dB(A)	55	51	53.5	52.5	50.5	49

对于单向运转电机,最好不采用径向叶片离心式风扇。径向叶片风扇对可逆转电机是必要的、但其噪声比叶片有倾角的风扇大,前倾式风扇噪声大于后倾式,但风压也较后倾式大。在考虑风扇噪声时,二者需要结合起来统一考虑。

4. 合理设计风路结构 在气流行进通路上,应尽力避免突然拐弯或空气通道截面积

急剧变化即风路上尽量不要设置阻流零件,风道表面要平滑,以减少风路上的涡流噪声。

### 三、降低冷却空气消耗量以减少通风噪声

1. 降低电磁负荷 在设计电机时,对低噪声电机宜取较低的电磁负荷,以减少损耗降低冷却空气消耗量。

2. 改善电机散热条件 改进散热片结构,提高散热效率。

3. 降低通风阻力 适当扩大通风截面积以降低风阻,并使导风部件表面都为流线型。风扇上尖角应去除,风扇表面应当平滑。

## 第七节 电机机械噪声及其控制

小功率电动机机械噪声主要是轴承噪声以及由于气隙不均匀单边磁拉力或转子不平衡引起机械振动产生的噪声。

### 一、滚动轴承噪声

由于滚动轴承运转可靠、维护简单、更换轴承方便、寿命长等优点,在小功率电动机中被广泛采用。对于分马力及微型电机,当极数在八极以上时,由于转速低,轴承噪声往往并不构成电机噪声的主要成分。但在高速电机中,特别是两极电机中,滚动轴承运转时噪声常仅低于通风噪声而居第二位。

轴承噪声的大小与轴承本身精度、结构、装配工艺、工作转速及润滑等情况有关。在同一台电机上试验,轴承质量的好坏可以使电机噪声有 10dB 左右的变化。例如对某台两极分马力电机进行试验,使用 204 轴承、空载噪声为 58dB(A)。在更换低噪声 204 轴承后,电机空载噪声从 58dB(A) 降至 45dB(A)。对同样精度轴承来讲,直径增加,噪声也加大。

滚动轴承运转时,振动及噪声与组成轴承各零件的加工质量及装配质量有关。特别是轴承装配后内外圈的径向及轴向偏摆,内外圈的公差及椭圆度、棱圆度、锥度,滚珠的直径公差及其椭圆度、棱圆度,保持架孔的公差,滚道的光洁度及波纹度等等。下面对轴承的振动噪声源进行简单的分析:

(1) 轴承内外圈的椭圆度使轴承运转时产生二倍频率振动。其频率为

$$f = \frac{2n}{60} \text{ Hz}$$

(2) 轴承中滚珠实际直径不同将会引起振动,振动频率与不同直径滚珠在轴承中的排列有关。在直径不同滚珠作均匀相间排列情况下振动频率为

$$f = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot \frac{Z}{2} \cdot \frac{n}{60} \text{ Hz}$$

式中  $R_1, R_2$ ——内、外滚道半径;  $Z$ ——滚珠数目。

这里必须指出,上述公式只是近似的,实际情况更为复杂,因为滚珠在滚道中的分布、滚珠棱的分布以及保持架孔中的间隙都是不规则的。

## 二、滑动轴承噪声

滑动轴承广泛采用在家用电器上,例如电风扇、空调电机、录音机等。它的最大特点是噪声低,比同直径滚动轴承要低得多,有时可以低 10dB 以上,甚至于在 3000r/min 条件下运转,当轴承直径小于 20mm 时,其噪声控制在 40dB(A) 以内。当然转速低于 3000r/min 时,轴承噪声级可低于 30dB(A)。

获取更多资料 微信搜索蓝领星球

## 第二十二章 计算机辅助电机电磁设计

### 第一节 概 述

#### 一、CAD 技术及其发展概况

近年来,由于计算机技术的迅猛发展、计算机信息系统的广泛应用,使计算机辅助设计技术成为一门新兴的学科。其中:计算机辅助设计,简称 CAD (Computer Aided Design);计算机辅助制造,简称 CAM (Computer Aided Manufacturing) 及计算机辅助管理,简称 CMM (Computer Aided Management)。三者相结合成为计算机应用中极为重要的新领域,CAD/CAM/CMM 技术的广泛应用正在引起一场产品设计和工程设计的技术革命。特别是 CAD 的发展已成为相当成熟的工具,并作为商品进入市场。CAD 技术被广大工程技术人员用来从事产品、工程等对象的设计计算、分析及绘图的有效工具,实现产品和工程设计过程的自动化。由于 CAD 技术把计算机快速准确的特点与设计者逻辑思维及综合分析能力结合起来,加速了设计过程,缩短了设计周期、提高了产品质量,适应了当代产品的多品种小批量和更新换代的要求,极大地提高了产品竞争能力。因而 CAD 技术已成为一切工业、企业部门的基本组成部分。由于微型计算机的普遍使用,特别是超级微机和小型机的出现使 CAD 系统大幅度降低了价格,吸引了更多企业,市场的需求量猛增,从而又推动了 CAD 技术迅速发展。目前世界上研究 CAD 系统及其配套设备的公司日益增加,几乎每周都有新的 CAD 软件问世,CAD/CAM/CMM 技术三位一体工作也在逐步发展起来。

在机械工业中除飞机和汽车制造是 CAD 的最早开拓者外,电机工业也是采用 CAD 技术最早的行业之一。自 50 年代后期,美国电机制造业的西屋等大公司就开始采用计算机进行电机的设计计算。

电机的 CAD 技术最早在异步机和变压器上应用,后来扩大到直流机和同步机。由于采用了 CAD/CAM/CMM 技术,大大提高了设计工作的质量和速度,与经验设计相比其制造成本以及总的运行成本都大大下降。如西屋公司,由于应用 CAD 技术使该厂电动机的生产准备时间由原来的 6 个星期缩短到两天,而由于应用 CAM 使生产效率提高七倍。

目前在电机的 CAD 中,除电磁设计程序的应用外,还包括电机的其他计算和分析研究,如电机的稳态和暂态的热计算、临界转速和轴承承载能力的计算、机械计算、电机瞬变过程分析计算、电机电磁场计算以及谐波分析计算等。随着电子计算机外部设备的日益完善,使得电机产品的技术分析与综合、方案选优、整理和选择经验数据、电磁设计、结构设计、制图与修改以及编制表格等全部自动进行。

现在,较完善的电磁设计分析程序、开槽计算、循环计算等已经广泛应用,优化计算、电磁场、瞬变过程与大型电机机械计算以及应用计算机制图、管理的应用也已经开始。

## 二、CAD 系统的基本组成

通常 CAD 系统由硬件和软件组成。

### (一) 硬件的组成 (见图

22-1)

1. 计算机及其附件 计算机的规模视 CAD 系统的规模而定, 计算机机型选择如下, 由微型机及超级微型机组成的 CAD 系统; 微型机可用 IBM-PC/XT, AT、Apple II 及其兼容机; 超级微型机有 IBM-PC/RT、APOLLO 及 SUN 等均以 16 位或 32 位微处理器组成的超级微型机系统。由

中小型计算机组成的中小型机 CAD 系统, 例如 PDP-11 系列机、VAX 系列机等。由大型机组成的大型 CAD 系统, 如 IBM 系列的大型机等。

磁带机是用来进行输入输出的, 目的为扩大外存容量。

若作为微机工作站, 还要配有局部网络通讯接口。

2. 输入设备 用来把数据或计算步骤送入计算机的装置。通常采用键盘、数字化仪、鼠标器等作为输入装置, 还可以有磁带、磁盘、布尔开关、声音输入、光笔、读卡机、汉字输入图形输入、光电输入机等, 但不是一台机器必须全部都有, 可根据需要和可能进行了选择。如微型机最小的配制只有键盘显示器和软盘。以下简要介绍几种输入装置:

(1) 键盘 (key board)。它是终端设备的输入部件, 与一般的电传打字机和控制台打字机键盘相似。键盘有一组排成阵列方式的按键开关, 包括数字键 0~9、字母键 (英文的 A~Z)、运算键(加、减、乘、除、乘方; +、-、\*、/、↑) 以及若干个控制键及功能键。

(2) 坐标数字化仪 (digitizer)。在图形较复杂的情况下, 靠人工读坐标点的办法往往容易出错, 用坐标数字化仪可以用游标来检索图形的坐标, 大大简化工作量, 因而它一般用于将图形坐标数据输入到计算机中。常用的坐标数字化仪有机械式、超声波式和全电子式等不同类型。

(3) 鼠标器 (mouse)。可以提供即时的命令和点的输入, 属于交互式设备。它是以在台面上移动的方式来工作, 而光标则在屏幕上跟踪它的移动。移动鼠标器, 将光标移至所选的点或项目的位置上按动鼠标器的按钮, 就完成了对它们的选择。

(4) 光笔 (light pen)。它是一种检测光的装置, 属于人机对话的交互设备, 是实现人机联系的一种有效工具。利用光笔能象使用一支普通笔在纸上画图一样按入的预想直接在显示屏上画图或对所谓显示的图形进行选择或修改。光笔的形状与大小象一支圆珠笔, 笔尖处有一个圆孔, 荧光屏上光通过此孔进入光笔, 经过一些装置转换成电脉冲, 此脉冲做为中断信号送至计算机。因此, 它也是一种检测装置, 是能检测出光的笔, 故称之为光笔。

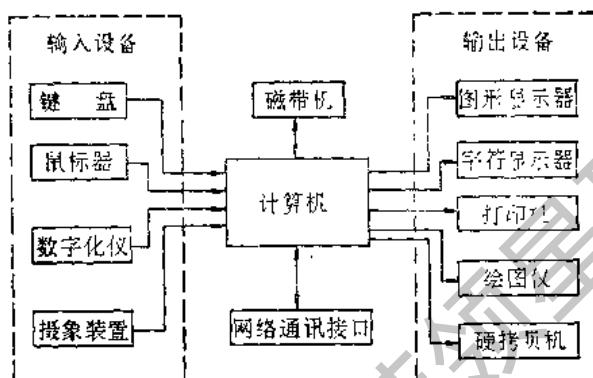


图 22-1

(5) 磁盘 (disk)。是一种磁记录存储器。分软盘及硬盘，机器的系统软件和用户文件都以磁盘形式存放于盘上，因而它既是外存，又是内存的扩充。

软盘 (diskette) 用聚酯塑料做成，一般厚度是  $76\mu\text{m}$ ，在盘面上涂一层不定向的磁性材料，涂层厚约  $3\mu\text{m}$ ，在磁头作用下可按某种方向磁化，因而可以用来存储信息。在磁盘片外都有一盘套用来防尘，并保护磁层以防止碰撞造成物理上的损伤；保护所记录文件，防止盘片旋转时所产生的静电作用而引起数据或文件的丢失。

软盘规格，按大小分：有 8”，5”，3” 三种。按使用分：有单面盘（只有一面可用），双面盘（两面均可用）。按记录的密度分：有单密度、双密度两种。

软盘结构如图 22-2 所示。软盘如同留声机上的唱片，盘片上一个圆圈称为一个磁道，信息就记录在磁道上，通过盘中心径向划分盘面为若干扇形，于是磁道就被分割成一段一段的。每一段称为扇段。工作时，磁盘往一个方向旋转。软盘须放到软盘驱动器上才能工作。

用户可以自己保存软盘，上机时装上，结束时取走，较经常用的是 5” 及 8” 盘，其参数比较见表 22-1。

表 22-1

盘		每面频道数	段数/每道	存储字节数	写保护口
5"	双面单密度	35	18	181K	写保护时切口贴片
	双面双密度	35	10	360K	同 上
8"	单面单密度	77	26	250K	写保护时缺口去掉贴片
	单面双密度	77	52	512K	同 上
	双面双密度	77	52	1M	同 上

软盘使用注意事项：①避免盘片放在潮湿环境和阳光直接曝晒的地方，以防盘片变形；②防尘，因灰尘会降低盘片可靠性；③不要弯曲，不准手摸磁盘磁介质；④盘片不要放在磁场强度大于  $40\text{A}/\text{cm}$  的地方；⑤不用铅笔等硬物在贴标签处作记号。⑥一般要先开电源，使电机旋转稳定后装入盘片；不用时，一定要先取出盘片，再关断驱动器电源。否则因磁头和磁介质接触将损坏盘片，影响盘片取出以及破坏盘片中记录的数据及程序；⑦装盘时一定要使盘片中心孔正确被转动轴固定，若盘中心孔被破坏后将不能正常工作。⑧不合规格的盘片，不能插入驱动器中，否则可能损坏驱动器；⑨新盘片使用时，要先检查盘片是否已按要求格式化，如没有，则首先要用操作系统提供的格式化命令对盘片格式化后才能存储信息。⑩对于已调试好的程序或正确输入的数据可利用盘片上的保护缺口对

5" 盘贴上贴片,对 8" 盘去掉贴片,以便对整个盘片进行写保护。写保护后就不能将信息写入盘片,只能读出信息,以保护数据和文件。也可以利用系统中提供的操作系统中的命令分别对每一个文件采取不同的保护;④对长期储存的磁盘上的信息要定期拷贝复制。

硬盘 (disk)。一般大中型机上都配有硬盘,一些微机上也配有硬盘。它的特点是容量大,速度快,可靠性高。硬盘盘片基底用金属制成,每张盘片两面均镀有磁面,其磁道数在 200 道到 1000 道,盘片大小的规格较多,不一一介绍。将若干盘片(如 11,19 等)串在一起组成一个盘组,以扩大存储容量,同心轴旋转时带动所有盘片一起转动,盘片间有一定间隔以便磁头在其中进退。一般盘组最外两个盘面不用,如 11 片盘构成盘组,有效盘面是 20 面。

### 3. 输出设备 通常有字符显示器,图形显示器,绘图仪;打印机,图形硬拷贝机等。

(1) 字符显示器、图形显示器 (display screens)。在类似电视的屏幕上对图象做视频监视的装置为显示器,相对于把显示打印出来的硬拷贝来说有时也把它称之为软拷贝。屏幕实际上是阴极射线管(简称 CRT)的前平面。在屏上显示物体的方法主要有两种:一种为矢量显示,一种为光栅显示。由于矢量显示要求存储量较大,一般微机上不使用。光栅显示是基于在屏上扫出由点组成的栅状网格,网格上各点都可以分别点亮和熄灭。利用电子束从上到下,从左到右的扫描,电子束的强度可由计算机控制,这样即可在屏上产生所需要的图象。采用光栅显示法所显示图象质量可由点亮或熄灭的点数决定。这种点数通常称做图形终端显示器的分辨率。显示器可分为单色(灰色、绿色或淡黄色)和彩色两种。

(2) 打印机 (printer)。是一种打印运算结果或过程的输出设备。一般采用的是点阵打印机还有高速激光打印机和彩色打印机。按打印机打印一行字符的宽度可分为一行打印 16,24,32,80,120,132,160 个字符;一般超过 120 个字符的为宽行打印机,打印速度在 10 行/s 以上。输出的符号种类有 64 个的,也有 96 个的。

针式打印机主要组成部分有打印字头、使字头移动的托架、驱动电路、色带、白纸及相应的机械装置以及走纸机构等。

(3) 绘图机 (plotter)。有滚筒式、平台式和静电式几种。

滚筒式绘图机是两台电机分别带动绘图纸和绘图笔运动,从而产生图象轨迹。绘图纸卷在筒上由电机带动沿一个方向运动,而绘图笔架在纸筒上方由另外的电机带动沿着垂直于纸的方向运动。笔架上带有几种颜色的笔,从而可以画出不同颜色的图形。这种绘图机结构简单,价格便宜,易于操作,但精度、速度不可能太高,画出线条会呈锯齿状,且要求用标准纸。

平台式绘图机特点是绘图纸平铺在绘图平台上,平台板面从 200mm × 300mm 到 1800mm × 5500mm 不等。对绘图纸没有特殊的要求。绘图纸一般用真空吸附或静电吸附的方式固定在绘图台板上,绘图速度较高,例如 LXYNETICS 绘图仪最大速度可达 120m/min,寿命也较长,价格稍贵。

静电绘图机是打印机和绘图机相结合,运动部分很少,只有供纸和调色盒是机械运动其余是电子线路。这种绘图机能够输出具有明显度的图形,分辨率较高,可靠,且噪音小,但对纸有特殊要求,价格也贵。

## (二) 软件的分类及标准

(1) 软件的分类。CAD 系统软件由大的方面来分有系统软件和应用软件两大类。系统软件是用来管理使用计算机并支持计算和应用软件的运行。一般指操作系统，各种程序设计语言及编译程序。如机器的监控、故障检查、诊断程序以及控制磁盘、打印显示等外围设备的操作的接口软件程序、磁盘格式化、复制文件程序等等。应用软件是针对应用要求编制的专用软件,如图形软件、有限元分析软件以及各种工程、产品设计计算及数据处理软件的程序等。

(2) 软件的标准。衡量一个软件的标准一般应包括以下几个方面：软件要开放性好、透明度高,用户易于修改与使用。软件的功能要多,如绘图软件,不仅要有画点、线、圆、剖面线等基本功能还要有能平移、缩放、旋转、立体造型等功能。软件的实用性要好,应易于掌握、使用,编制要简练。软件适应性广,占有内存要小,适应的机型要多等等。

## 三、电机行业 CAD 的发展趋势

**1. 用更精确的公式进行电磁计算** 传统的设计方法有许多是以半经验公式为依据的,计算精度不高,应用 CAD 技术不仅计算速度快,计算精度也较高,需用更完善的数学模型,推导出更精确的计算公式。

**2. 扩大计算范围** 除电磁设计外还可以利用计算机进行电机的通风计算,热计算、机械计算以及噪声计算。过去由于计算量过大、以经验公式代替是不够准确的,且仅仅对电机的电磁部分进行优化也做不到真正的电机优化设计。应全面考虑电机各方面性能的优化,进一步完善优化设计方法,提出更完善的数学模型及更有效的优化计算法。

**3. 扩大应用范围** 除了用计算机进行科学计算外,还可应用计算机自动处理电机测试数据;总结设计与生产中的经验,形成系统的完整的信息,建立数据库,提供有效的资料、向产品设计自动化过渡;可在总体设计与计算制图以及生产管理,统计报表等方面全面使用 CAD 技术。

## 四、计算机辅助电机设计的一般步骤

电机的 CAD 一般分五个阶段。

**1. 准备阶段** 确定任务要求,估计任务的大致范围及规模。按照系统手册及说明书选用计算机和所用算法语言;准备各种原始资料,包括所用的原始数据,设计的数学模型以及计算机及算法语言的各种规定及特殊要求说明。

**2. 编制设计程序阶段** 先画出计算流程和总框图,并按需要画个别局部过程的框图。框图给出了整个构思及各个分支的相互关系,是不可缺少的,特别对于较大和较复杂的题目更为重要。然后,根据框图按照算法语言有关规定逐步编写设计程序,对每个符号都要认真对待。并要反复仔细校对力求准确无误。

**3. 上机进行程序调试阶段** 把所编程序按规定要求送入计算机,由编辑程序进行检查符号或语法错误,按规定逐个改正所有错误。这涉及到上机经验,但编程时熟悉语法及程序内容又认真是通过调试的关键。特别要注意的是在有出错信息时,首先要认真查找程序而不要以为是计算机误动作,不要存在侥幸心理。

**4. 试算阶段** 程序的算法语言通过或编译通过只表示语法无问题，但不能说明程序中公式本身有否错误、输入数据有否错误、执行的路线有否错误。因此必须先把一个已知其结果(靠手算或别人提供)的一套正确数据输入，对程序进行考验检查，对输出结果逐一查对，直到每一项都与原始数据相符才算合格，否则结果的可靠性不能保证。如一个程序有多种功能分支，必须对所有的功能逐一进行试算方可。为保证试算过程顺利进行，在编程时要插入必要的抽查中间结果的输出语句，以便能迅速判断出错位置，缩小搜索出错的范围。

试算无误后，程序可初步投入使用。

**5. 改进阶段** 在使用过程中，会发现一些意外情况，如数组超界，曲线不够查用；也会发现一些需要改进的地方，就要对原程序进行改编，明确程序使用范围。一般要经过一段使用考验，方能认为一个程序定型，可正式交付使用。

## 第二节 三相异步电动机电磁设计校核程序

计算机辅助电机设计计算包括性能校核计算、开槽计算、循环计算与优化计算等四种。本节通过其中最简单的性能校核计算介绍编制设计程序的步骤与方法。在此基础上，增加相应环节完成后几种较复杂的计算，将在下面章节分别介绍。

编制设计程序首先要清楚地了解电机设计的任务和电磁计算的全部过程，现以三相异步电动机为例，概述如下。

### 一、电机设计的任务和一般步骤

电机设计的基本任务是根据给定的容量、转速、电压等电机的规格数据预先选择电机各主要尺寸，经过校核计算使其各项性能满足国家标准给定的或用户提出的要求，制造出的产品试验数据应与设计数据相符合。

电机的主要尺寸一般为：

磁路尺寸——定，转子冲片的外圆、内圆与叠片厚度、气隙长、槽数及槽形等。

电路尺寸——导线截面、匝数、并联支路数、绕组型式以及联接方式、绝缘等。

三相异步电动机电磁计算一般可分为以下四步。

#### 1. 预选尺寸，给初始设计

① 确定外形尺寸。由容量和主要尺寸关系式  $P \propto D_1^2 l_{eff} A B_s$  及长径比  $\lambda$  的合理选择或参考同类型相近产品确定以下主要尺寸： $D_1, l, D_1, g, D_{12}, D_2$  等。

② 开槽。考虑槽配合要求合理地选择定转子槽数  $Q_1, Q_2$ ，选择槽型、槽高与槽宽、槽面积等。

③ 选导线。由定子每相电压及电势降落系数  $k_E$  以及每极磁通  $\Phi$  确定每槽串联导体数，确定每根导线截面、并联股数、联接方式及绝缘等。

2. 校核计算 用初始设计给定数据进行性能计算，共有四大部分，其中包含了四个迭代计算。

① 磁路计算。由预选尺寸计算各部分磁密及磁势，求出激磁电流和激磁电抗。这

里有  $k_E$  及  $F_T$  的迭代过程。

② 参数计算。计算定转子电阻及各个漏电抗，计算定子、转子电流及相应电密。

③ 损耗及性能计算。计算各损耗，效率功率因数、最大转矩倍数以及额定滑差率。这里有效率  $\eta$  的迭代过程。

④ 起动计算。确定起动电流倍数  $I_{st}$  及起动转矩倍数  $T_{st}$ 。这里有  $I_{st}$  迭代过程。

3. 调整方案 初始设计方案不一定满足要求，还要做多次调整，直到算出可用设计。每调整一次都要做一次校核计算。

4. 挑选方案 算出一批可行设计，经比较后挑出其中“最佳设计”。一般情况下最佳设计是指在满足全部性能指标要求的前提下，使得材料、制造及运行三项总费用最小的方

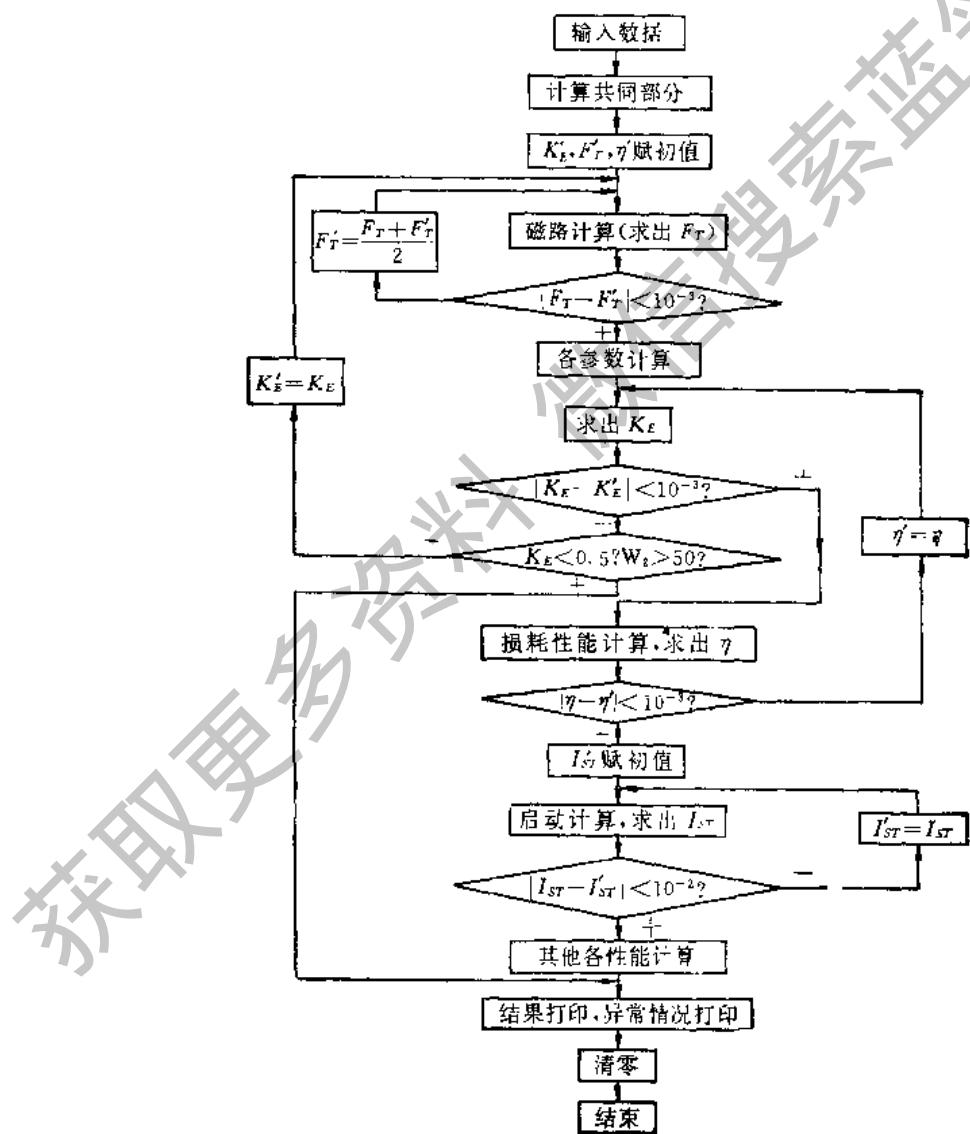


图 22-3

案。

校核计算要对电磁设计百余个公式逐一进行计算，还要完成四个迭代计算。前三个迭代又相关联，做后一个迭代时，前面的迭代又要重新进行。在调整方案时，可改变的量很多，可能的组合就更多，因而电机设计的计算工作量是非常大的，且有很多重复过程。特别是系列设计要涉及的因素更多，计算量也就更大、更复杂。这类问题使用计算机计算是很合适的。

## 二、三相异步电动机电磁设计框图

编制设计程序的第一步是编制表示计算过程的总框图。它表明了电磁设计的总思路。如前所述，它应包含四大部分计算与四个迭代计算过程，并应有相应判断环节。性能校核计算总框图如图 22-3 所示。由图中可以看出：前三个迭代是三重嵌套，故  $F_T$  的迭代次数最多。由于  $k_E$  迭代最易出现死循环，因此要加以保护环节，如图所示。

## 三、程序结构的选择及编程序的限制

程序结构有两种，整体式或积木式，一般简单程序采用只有一个主程序的整体结构比较简单明了。由于电机设计程序较长，结构较复杂，所以其程序基本上都采用积木式结构。这样可以把常用的一些计算过程编成子程序，便于分头编制、分段上机检查语法，可加快进程，而主程序又可以较短；而且一个程序可以同时满足不同要求，可随时根据需要调用有关子程序又可方便地增加或删除一些子程序，十分灵活。

在编制计算机程序时，要特别注意计算机及采用的编辑程序对编制程序的限制，如内存、字长、精度、变量标识符数、数组维数及大小等，在编程前先要了解清楚，以免编完程序，无法上机。

三相异步电动机的电磁设计规模大致为：语句千句左右，变量标识符三百余个，子程序 20 到 30 个，数组个数不多，维数不高；一般计算机都可完成这类计算。单台微型计算机也能用做进行校核、开槽及循环计算。

## 四、标识符命名原则及输入数据分组原则及计算次序的安排

编制程序首先要对手算公式中各个变量名称进行改写。名称的改写是任意的，但为方便、明确与便于记忆，实用上标识符应尽可能与原来符号相近，或在音、形上尽量与习惯相近；各子程序与数组名称也尽量与原意及内容含意接近。并应列一名称符号对照表以备查用。

一个程序用起来要方便，输入量必须尽量少而且简单，输出量要全面而且易懂。这就要求在编写程序前对输入量、输出量做恰当安排。

一些常数如  $\pi$  等等计算机内存中都没有，如要用到多次，就应在程序开头就把它赋值给某个简单变量，以后程序中就用这些简单变量。

计算机计算时，除了先把所用曲线、表格中的数据做为数组全部输入外，还要输入一些原始设计数据，如电机容量、预选的主要尺寸等等。因此在编制程序时，首先决定哪些数据做为常数直接编入程序中，哪些数据做为变量在每次计算时临时输入或改变。其

次要决定这些数据以什么方式组合起来输入较为方便,输入变量数较多时,一般应采用一个或多个数组型式。每次计算时,只填写用到的数组,其他数组通过程序中条件语句自动决定输入或不输入。数据分组原则习惯如下:

① 公用数组。包括所用曲线、表格中的数等,如内存允许,可每条曲线或每种表格单独成一数组,以便于修改换用。

② 不变数组。包括原始设计数据中基本不变的量,如电机的规格,性能指标等等。

③ 可变数组。设计中经常要调整的一些数据,如  $D_h, l, Z$  以及槽形尺寸等。

④ 专用数组。循环计算或优化计算中各变量的步长,上下界等等。

这种安排可以大量节约上机填写数据的工作量。

在程序具体编写前,还要对程序中计算次序做些处理安排,不能简单地按原来手算程序中计算次序逐一计算。如在电磁设计中有四个迭代过程,其中间的许多计算只与几何尺寸有关而与迭代值无关,编写程序时对这类情况要做专门处理,否则当迭代次数很多时,这种与迭代无关的不必要的重复计算要进行成百上千次。为节省计算时间,应把与迭代无关的计算全部放在第一个迭代前进行;如绕组系数  $K_{dp1}$ , 节距漏抗系数  $K_v$  及  $K_L$ , 卡氏系数  $K_{c1}$  与  $K_{c2}$  以及谐波单位漏磁导  $\Sigma R$  与  $\Sigma S$  等等。

## 五、曲线、图表的处理

电机设计中要查一些曲线、图表。其中有些是为手算方便用公式计算后绘制的,有些是实验数据,有些是经验数据。在编程序时,一般分三种情况处理。

### (一) 用原有的数学公式直接计算

对一些原来由复杂的数学公式计算后画出的曲线与图表,一律用原公式计算,充分发挥计算机的特长,这样,不仅方便而且快速、准确。

三相异步电动机电磁计算程序中,属于此类的公式有以下几种。

1. 定子槽漏磁导中节距漏抗系数  $K_{v1}, K_{L1}$  对常用的三相  $60^\circ$  相带绕组,当其短距比  $\beta$  值为  $0 < \beta \leq \frac{1}{3}$  时

$$K_{v1} = 0.75\beta \quad (22-1)$$

$$K_{L1} = 0.5625\beta + 0.25 \quad (22-2)$$

$\beta$  值为  $\frac{1}{3} \leq \beta \leq \frac{2}{3}$  时

$$K_{v1} = 1.5\beta - 0.25 \quad (22-3)$$

$$K_{L1} = 1.125\beta + 0.0625 \quad (22-4)$$

$\beta$  值为  $\frac{2}{3} \leq \beta \leq 1$  时

$$K_{v1} = 0.75\beta + 0.25 \quad (22-5)$$

$$K_{L1} = 0.5625\beta + 0.4375 \quad (22-6)$$

对于长距绕组  $\beta' > 1$  时(多速电机中常用)可用  $\beta = 2.0 - \beta'$  化为等效短距情况来看。

## 2. 槽下部单位漏磁导

### (1) 平底槽(见图 22-4a)

$$\lambda_L = \left( \frac{4h/b_2}{(1+b_{12})^2} \right) K_{r1} \quad (22-7)$$

(2) 圆底槽(见图 22-4b)。用于定子槽  $b_1 \leq b_2$ , 用于转子槽  $b_1 \geq b_2$ , 则

$$\lambda_L = \frac{h/b_1}{\left( \frac{\pi}{8h/b_1} + \frac{1+b_{12}}{2} \right)^2}$$

$$\times (K_{r1} + K_{r2}) \quad (22-8)$$

### (3) 梨形槽(见图 22-4c)

$$\lambda_L = \frac{(K_{r1} + K_{r2} + K_{r3})(h/b_2)}{\left[ \frac{\pi}{8h/b_2} (1+b_{12}) + \frac{1+b_{12}}{2} \right]^2} \quad (22-9)$$

### (4) 凸形槽(见图 22-4d)

$$\lambda_L = (b_1 h' K_{r1} + b_1 h' K_{r2}' + K_{r3}) / S^2 \quad (22-10)$$

上述各式中：

$$b_{12} = b_1/b_2; S \text{——每槽的总面积};$$

$$K_{r1} = \frac{1}{3} - \frac{1-b_{12}}{4} \left[ \frac{1}{4} + \frac{1}{3(1-b_{12})} + \frac{1}{2(1-b_{12})^2} + \frac{1}{(1-b_{12})^3} \right. \\ \left. + \frac{\ln b_{12}}{(1-b_{12})^4} \right]$$

$$\text{当 } b_{12} = 1 \text{ 时, } K_{r1} = \frac{1}{3};$$

$K_{r2}'$  及  $K_{r2}''$ ——分别以  $(b_2/b_1)$  及  $(b_0/b_1)$  代替  $b_1/b_2 = b_{12}$  代入  $K_{r1}$  公式中计算而得之值；

$$K_{r2}' = \frac{2\pi^3 - 9\pi}{1536(h/b_2)^3} + \frac{\pi}{16(h/b_2)} - \frac{\pi}{8(1-b_{12})(h/b_2)} \\ - \left[ \frac{\pi^2}{64(1-b_{12})(h/b_2)^2} + \frac{\pi}{8(1-b_{12})^2(h/b_2)} \right] \ln b_{12}$$

$$\text{当 } b_{12} = 1 \text{ 时, } K_{r2}'' = \frac{2\pi^3 - 9\pi}{1536(h/b_2)^3} + \frac{\pi}{8(h/b_2)} + \frac{\pi^2}{64(h/b_2)^2};$$

$$K_{r3} = S_{B3} h_2^2 \left[ \frac{1}{2} - \frac{1}{\left( 1 - \frac{b_0}{b_1} \right)^2} \left( 1 - \frac{b_0}{b_1} + \ln \frac{b_0}{b_1} \right) \right] - S_{B3} \frac{h_2}{b_1} \frac{\ln(b_0/b_1)}{1 - \frac{b_0}{b_1}}$$

其中  $S_{B3} = (b_2 + b_1)h_3/2$ ;

$$K_{r4} = \frac{1}{4} \frac{\pi}{h/b_2} K_r^2 + \frac{1}{32} \left[ \frac{b_{12}}{(h/b_2)^2} \right] K_r + \frac{14\pi^3 + 39\pi}{1536(h/b_2)^3} b_{12}^4$$

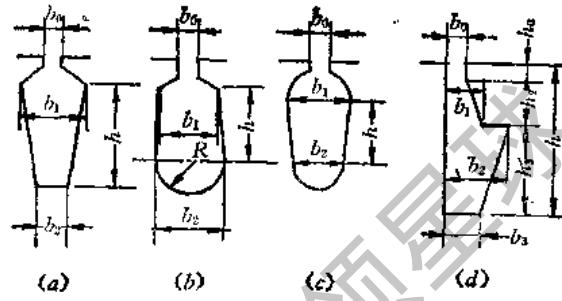


图 22-4

其中  $K_s = \frac{\pi}{8} \frac{1}{(h/b_2)} (1 - b_{12})^2 + \frac{1}{2} (1 - b_{12})$

### 3. 谐波单位漏磁导 $\sum S$ 、 $\sum R$

(1) 对三相  $60^\circ$  相带整数槽绕组, 当  $2/3 \leq \beta \leq 1$  时

$$\sum S = \frac{\pi^2}{18} \left[ 5q^2 + 1 - \left( \frac{1}{4} \frac{c}{q} + \frac{3}{2} c^2 - \frac{1}{4} \frac{c^3}{q} \right) \right] / 3q^2 - K_{dp1}^2 \quad (22-11)$$

式中  $q$ ——每极每相槽数;  $K_{dp1}$ ——基波绕组系数;  $c$ ——短距的槽数。

(2) 对鼠笼型转子

$$\sum R = \sum_{k=1}^{200} 1 / \left( k \times \frac{2Q}{p} \pm 1 \right)^2 \quad (22-12)$$

### 4. 转子挤流效应系数 $\frac{r_z}{r_0}$ 、 $\frac{x_z}{x_0}$

(1) 考虑挤流效应后, 转子导条电阻增加的比值  $r_z/r_0$  为

$$\frac{r_z}{r_0} = \frac{(1 + b_1/b_2)\varphi^2(\xi)}{1 + b_1/(b_2\varphi(\xi) - 1)} \quad (22-13)$$

式中  $\xi$ ——考虑挤流效应后转子导条的相对高度;

$$\varphi(\xi) = \xi \left[ \frac{\sinh(2\xi) + \sin(2\xi)}{\cosh(2\xi) - \cos(2\xi)} \right] \quad (22-14)$$

(2) 考虑挤流效应后, 转子槽漏抗减少的比值  $x_z/x_0$  为

$$\frac{x_z}{x_0} = \frac{b_2(1 + b_1/b_2)^2 \psi(\xi) K'_{r1}}{b_{pz}(1 + b_1/b_{pz})^2 K_{r1}} \quad (22-15)$$

式中  $\psi(\xi) = \frac{1.5}{\xi} \left[ \frac{\sinh(2\xi) - \sin(2\xi)}{\cosh(2\xi) - \cos(2\xi)} \right]$

$$b_{pz} = b_1 + (b_2 - b_1)\psi(\xi)$$

$K'_{r1}$ ——以  $b_1/b_{pz}$  代替  $b_{12}$  代入  $K_{r1}$  公式算出的值。

对凸形槽应先分别计算起动电阻与电抗的等效槽高  $h_{pr}$  与  $h_{px}$ :

$$h_{pr} = K_s(h - h_0)/\varphi(\xi)$$

$$h_{px} = K_s(h - h_0)/\psi(\xi)$$

式中  $K_s$ ——槽截面宽度突变修正系数, 用后面介绍的插值法查曲线。然后按此等效槽高构成新的等效转子槽形, 用原来的电阻与漏抗公式分别计算起动时的电阻与槽漏抗。

### (二) 离散量形成的表格处理

在电机设计电磁计算中, 有些表格是不连续的, 以离散型式的数据构成。典型的例子如导线的线规表格。这类表格的查找办法是用“比较过程”来处理。

设计中已计算出导线截面积  $S_1$ , 如何找到面积相近的线规(线径)?

计算机查找离散量形成的表格的步骤如下:

① 以数组形式把线规表中各个线规(线径)输入。

② 用循环语句让计算机由最小号线规开始逐号加大, 算出其截面积, 并逐个与要求的导线截面积  $S_1$  相比较, 直到某一线规的截面积  $S'_1$  大于要求的导线截面积  $S_1$  时, 停

住。

③ 用条件语句判断两相邻线径中面积最接近所要求之线径。因虽然用循环语句判定  $S'_1 \geq S_1$ , 但与  $S_1$  最接近的线规也可能是比对应  $S'_1$  面积的线规小一号的, 故要再比较一下。

按照上述思路编出查找离散型变量形成的表格的程序如下:

```
REAL XG(17)
READ (5,* ) XG
PA = 3.1416
S1 = 0.80
DO 10 I = 1,17
S11 = PA/4.0*XG(I)*XG(I)
IF(S11 .GE. S1) GOTO 20
10 CONTINUE
20 S12 = PA/4.0*XG(I - 1)*XG(I - 1)
IF ((S1 - S12) - (S11 - S1)) 30,30,40
30 DJJ = XG(I - 1)
GOTO 50
40 DJJ = XG(I)
50 WRITE (6,60) DJJ
60 FORMAT (1X,4HDJJ = , F6.2)
STOP
END
```

上述程序中,  $XG(17)$  为定义的实型数组, 其中 17 表示线径共有 17 个规格。 $S1$  为已计算出的要求截面积值。 $S11$  为每个线径对应的截面积值存放单元。 $S12$  为与  $S11$  截面积相邻的小于  $S11$  面积之值存放单元。 $DJJ$  为最后选定的线规存放单元。

### (三) 插值法

在电机电磁设计程序中, 有些实验曲线不能用解析公式确切表示, 例如  $B-H$  磁化曲线; 还有些经验曲线也难用确切公式表示, 例如  $F_T \sim F_s$  关系曲线。属于这类连续量的曲线, 在应用计算机计算时处理办法有很多种, 如最小二乘法、待定系数法, 拉格朗日插值法和样条插值法等等。其中较常用的拉格朗日插值法是一种典型的计算机算法, 下面将介绍此种方法与插值概念。

1. 插值概念 已知函数  $y = f(x)$  在区间  $[a, b]$  中一系列不同点上的值  $y_i = f(x_i)$ ,  $i = 0, 1, 2, 3, \dots, n$ , 但不知其全部函数值, 常通过各已知点构造一个简单的代数多项式  $p(x)$  来近似表示复杂的函数值, 以求出全部函数值, 这就是按函数值的代数插值法。 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  称为插值点,  $[a, b]$  区间称为插值区间,  $y = f(x)$  称为被插函数,  $p(x)$  称为函数  $f(x)$  的  $n$  次插值多项式。当  $n = 1$  时,  $p(x)$  就是通过  $(x_0, y_0), (x_1, y_1)$  两点的直线, 是线性插值。当  $n = 2$  时,  $p(x)$  为通过  $(x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2)$  三点的一条抛物线是二次函数插值, 依此类推,  $n = 3$  为三次函数插值,  $n = n$  时为  $n$  次函数插值。

2. 拉格朗日插值多项式及程序  $n$  次插值多项式可以有很多表示形式, 拉格朗日

$n$  次插值多项式是其中的一种表现形式写做  $L_n(x)$ ,  $n+1$  个插值点的  $n$  次拉格朗日插值多项式形式为

$$L_n(x) = \sum_{i=1}^{n+1} \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n+1} \frac{x - x_j}{x_i - x_j} y_i \quad (22-16)$$

$L_n(x)$  具有以下特点:

- ① 是代数多项式的一种表示形式, 属于按函数值的代数插值法。
- ② 在插值点,  $L_n(x) = f(x)$ , 而其余各点处  $L_n(x) \neq f(x)$ , 但  $L_n(x)$  与  $f(x)$  接近。
- ③ 有  $n+1$  个插值点, 其拉格朗日插值多项式就有  $n+1$  项, 其变量  $x$  的最高方次为  $n$ , 即带  $x$  的  $(x - x_i)$  式有  $n$  个, 而每当多一个插值点,  $L_n(x)$  就多一项,  $x$  的方次就多一次。即  $L_n(x)$  中每一项只与一个插值点有关而与其余点无关。
- ④ 由理论上证明, 通过  $n$  个插值点的代数多项式有唯一解, 故  $P(x) = L_n(x)$ 。

由以上特点可以看出, 拉格朗日插值多项式算法的规律性很强, 便于计算机计算, 在很多计算机中已将其做为标准子程序编入软件, 可以调用。其程序如下:

```
SUBROUTINE LAQ1 (N,U,X,Y,V)
REAL L
DIMENSION X(N),Y(N)
V = 0.0
DO 20 J = 1, N
L = 1.0
DO 10 I = 1, N
IF (I.EQ.J) GOTO 10
L = L*(U - X(I))/(X(J) - X(I))
10 CONTINUE
V = V + L*Y(J)
20 CONTINUE
RETURN
END
```

程序中, 设任意点  $X = U$  处的函数值为  $Y = V$ 。已知点的变量及函数值分别存入  $X(N)$ ,  $Y(N)$  两数组中, 插值点数为  $N$ 。

### 3. 曲线分段处理及外推处理

(1) 分段处理。上述程序为标准子程序。由于用插值多项式求出的结果是近似的, 一般相邻两插值点之间的间隔越小, 其用  $L_n(x)$  多项式计算的误差也越小。为保证一定误差, 整个一段曲线中要取的插值点就很多, 而多一个插值点, 插值多项式的方次就要加一次, 但多项式次数太高, 不但计算麻烦、费时, 而且还不能保证所有点的误差都符合要求。因此在电机设计和其他情况下, 要先对曲线做分段处理后, 在每段上均用两次或三次插值多项式来计算。这样既可以保证误差要求, 又可减少计算时间, 效果较好。分段可根据曲线的具体情况而定。分段的办法目前有两种; 均以  $B-H$  曲线为例介绍如下。

- ① 均匀分段。以常用的磁通密度  $B$  的使用范围( $0.4T \sim 1.8T$ ) 为插值区间, 在此区

间上每隔  $0.04T$  为一段，每段上隔  $0.02T$  取一插值点这样总共分 35 段，取 71 点。段号以  $0^{\#} \sim 34^{\#}$  表示。

在编程序时，须加上找出要求的函数值 ( $H$ ) 及与之对应的自变量 ( $B$ ) 点所在的段号语句，并找出此点所在段的三个插值点的坐标值的语句，然后调用拉格朗日子程序。

求  $B$  点所在段号  $J$  的语句：

$J = \text{IFIX}((B - 0.4)/0.04)$

例如， $B = 0.51T$  时，其所在段号为  $J = (0.51 - 0.4)/0.04 = 2.75$ ；取整为 2，即在第二段内。

求此段的插值点坐标语句：

DO 20 I = 1,3

20 X3(I) = 0.4 + 0.04 \* J + 0.02 \* (I - 1)

Y3(I) = BH(2 \* J + I)

例如， $B = 0.51T$  时，所在段号的三个插值点坐标为  $X3(1) = 0.48$ ,  $X3(2) = 0.50$ ,  $X3(3) = 0.52$ ,  $Y3(1) = BH(5)$ ,  $Y3(2) = BH(6)$ ,  $Y3(3) = BH(7)$ 。如图 22-5 所示。其中  $X3(I)$ ,  $Y3(I)$  为存放插值点的公用数组。再调用上述拉格朗日子程序即可求出所要求的值。这样处理后，

在每段内取点不多，采用 2 次或 3 次拉氏插值多项式计算较为简单省时，也保证了一定的误差要求，但总的取点数并不少。而分析具体曲线性质发现，若在接近直线部分少取几点，在曲率大的部分多取几点，再按段去找点插值；这样不仅总的点数可以减少许多，而且插值的误差亦可减少，这就是不均匀分段的方法。

## ② 不均匀分段。上例中

$B \sim H$  曲线在  $0.4T \sim 1.2T$  范围内接近直线，可每隔  $0.05T$  取一点；而在  $1.2T \sim 1.8T$  范围内曲线变化较大，每隔  $0.02T$  取一点。这样共取 47 个点，比均匀分段的 71 个点少得很多，而插值精度也不差。此时插值点的值可直接存入  $X47(47)$ ,  $Y47(47)$  两数组内。

编程序时，应判断要求的变量  $B$  所在的位置，这可以用循环语句依次比较  $B$  与  $X47(I)$  值，当相邻的两个  $I$  值使  $(B - X47(I))$  变符号时，说明  $B$  值就在此两点之间，然后按此点的位置向左或向右再取一点，共得到三点作为插值点再调用插值程序进行插值即可。至于向左还是向右取点应使得  $B$  值在求到的三个插值点的中部位置，以提高插值精度。

具体程序如下：( $N = 47$ )

$N1 = N - 1$

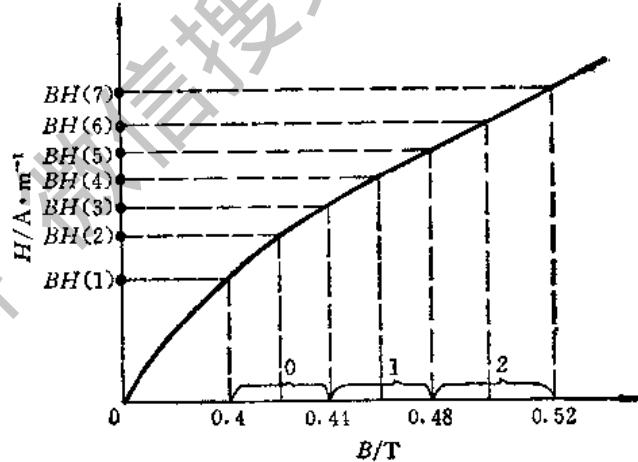


图 22-5

```

DO 10 I = 1,N1
10 IF((B - X47(I))*(B - X47(I + 1)),LE,0.0)
K = 1
IF(K.EQ.N1,OR,K.NE.1,AND,ABS(B - X47(K))
LT,ABS(B - X47(K + 1)) K = K - 1
K1 = K + 2
DO 20 J = K,K1

```

以下调用 LAQI 子程序。

(2) 外推处理。由于预先给定的曲线段总是有限的一段,计算时有可能超过此范围,当使用计算机查找曲线时,必须考虑所有可能出现的情况,一一加以处理,否则会造成错误计算或计算溢出。因此查找曲线时仅仅采用插值法还不够,对于插值区间以外的部分还要做近似处理。这就是外推处理,或外推法。

外推时如何计算,要由曲线在两端的变化趋势决定。上例中,  $B \sim H$  曲线在其欠饱和段(小于 0.4T) 及过饱和段(大于 1.8T) 部分都接近直线,可以采用线性外推法;而在电机设计中常用的曲线大部分也具有此性质,可以通用。

在程序中,先加两个条件语句判断所求插值点是否超界,再加上单独计算线性外推的语句。如上例  $B \sim H$  曲线上要加上以下语句:

```

IF(B.LT.X(1)) H = Y(1) + (Y(2) - Y(1))/(X(2) - X(1))*(B - X(1))
IF(B.GT.X(N)) H = Y(N) + (Y(N) - Y(N - 1))/(X(N) - X(N - 1))*(B - X(N))

```

**4. 拉格朗日二次插值子程序** 电机设计计算程序中,一般采用 2 次插值法,插值精度可用插值点的间距来调整。以下列出的 LAQI 子程序采用不均匀分段法并考虑了外推计算。

```

SUBROUTINE LAQI (N,U,X,Y,V)
DIMENSION X(N), Y(N)
V = 0.0
IF(U.LT.X(1)) GOTO 40
IF(U.GT.X(N)) GOTO 50
N1 = N - 1
DO 10 I = 1,N1
10 IF((U - X(I))*(U - X(I + 1)),LE,0.0) K = I
IF(K.EQ.N1,OR,K.NE.1,AND,ABS(U - X(K)).LT.
ABS(U - X(K + 1)) K = K - 1
K1 = K + 2
DO 30 J = K,K1
H1 = 1.0
DO 20 J = K,K1
IF(J.EQ.I) GOTO 20
H1 = H1*(U - X(J))/(X(I) - X(J))
20 CONTINUE
V = V + H1*Y(I)

```

```

30 CONTINUE
RETURN
40 V = Y(1) + (Y(2) - Y(1))/(X(2) - X(1))*(U - X(1))
RETURN
50 V = Y(N) + (Y(N) - Y(N-1))/(X(N) - X(N-1))*(U - X(N))
RETURN
END

```

如前例,查  $B \sim H$  曲线的子程序为

```

SUBROUTINE ATB(B,A)
DIMENSION X47(47)
COMMON/T/BH(47)
DO 10 I = 1,47
IF(I.LT.16) X47(I) = 0.4 + 0.05*(I-1)
1H(I.GE.16)X47(I) = 1.2 + 0.02*(I-16)
CALL LAQI (47,B,X47,BH,A)
RETURN
END

```

### 5. 曲线族的插值

(1) 处理方法。在异步机电磁设计中,还有一些曲线族要查找;如定子、转子轭部磁路修正系数  $C_1$ 、 $C_2$ ; 转子闭口槽上部单位漏磁导  $\lambda_2$  和分数槽绕组谐波单位漏磁导  $\Sigma S$  等。这些曲线的特点是其函数值取决于两个自变量的值,是个二元函数。它的查找办法是分别对两个自变量作一次一元插值。现以四极机的定子轭部磁路修正系数  $C_1$  为例说明之。

如图 22-6 所示。 $C_1$  值由轭磁密  $B_{c1}$  和轭部磁路计算高度  $h'_{c1}$  与极距  $\tau_p$  之比  $\frac{h'_{c1}}{\tau_p}$  决定。即  $C_1 = f(B_{c1}, h'_{c1}/\tau_p)$ 。查取方法如下: 先以  $h'_{c1}/\tau_p$  值分别在  $B_{c1}$  值不同的 4 条曲线上用插值法求得 A、B、C、D 4 个点,此 4 点不一定在原 4 条曲线上,它们的值只与  $B_{c1}$  值有关; 再以此 4 点的  $C_1$  值为被插函数对  $B_{c1}$  值求插值得到 E 点的  $C_1$  值为对应于  $B_{c1}$  及  $h'_{c1}/\tau_p$  的  $C_1$  值(近似值)。

#### (2) 编程注意事项:

① 插值次序。曲线族的插值问题至少为二元函数,每个函数值都有两个以上的参变量。理论上讲,先对那个变量求插值,结果应一样。实际上,由于用插值法求得点的值为近似值,而第二次插值点是以第一次的插值点为基础的,最后结果的误差是两次误差的叠加;为减小插值的误差,在插值次序上要适当考虑。例如  $C_1 = f(h'_{c1}/\tau_p, B_{c1})$ ,若先对  $B_{c1}$  求插值,由于经验曲线仅有 1.24T、1.395T、1.555T 及 1.71T 4 条,其中间相差较大,又极易超界且非线性,以  $B_{c1}$  求得的插值点的误差显然是较大的,二次插值后,出入将会很大。若先对  $h'_{c1}/\tau_p$  求插值,由于其是连接变化量一次误差较小,总的误差也较小。对于其他的曲线族也都有类似问题,在编程时注意考虑插值次序。

② 超界问题处理。在计算时,数据往往会超界,在编程时要考虑加以处理。如对于

轭部磁路修正系数  $C_1$ ,  $C_2$ , 原理上规定当  $C_1 > 0.7$  时令  $C_1 = 0.7$ , 当  $C_1 < 0.1$  时,  $C_1 = 0.1$ 。在编程时要加上条件语句考虑此问题。

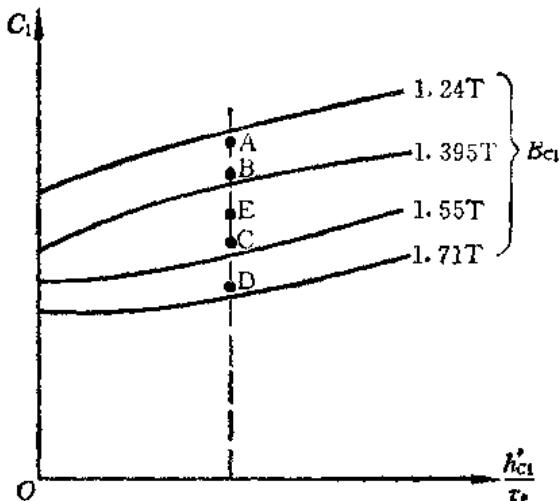


图 22-6

根据误差精度的需要进行调整。

(1) 磁化曲线 ( $B$ - $H$  曲线)。如前例在  $0.4\text{T} \sim 1.2\text{T}$  段中, 每  $0.05\text{T}$  取一点, 在  $1.2\text{T} \sim 1.8\text{T}$  段中每  $0.02\text{T}$  取一点, 共取 47 点。

(2) 损耗曲线 ( $B$ - $p$  曲线)。与  $B$ - $H$  曲线同样取法共取 47 点。

(3)  $F_T$ - $F_s$  曲线。饱和系数  $F_T$  由  $1.0 \sim 1.6$  范围内每  $0.05$  取一点, 共取 13 点。若要求精确也可以每  $0.025$  取一点, 则共取 25 点。 $(F_s$  为波幅系数)

(4)  $B_L$ - $K_z$  曲线(起动计算用) 虚拟磁密  $B_L < 1.5\text{T}$ , 用近似公式计算:  $K_z = 0.974 - 0.173(0.1B_L - 0.15)$ ;  $B_L$  在  $1.5\text{T} \sim 2.0\text{T}$  范围内, 由  $2.0 \sim 4.0$  段线性外推求得;  $B_L$  在  $2.0\text{T} \sim 14\text{T}$  范围内, 每  $1.0\text{T}$  取一点共取 13 点。

(5)  $K_s$ - $b_3/b_2$  曲线。转子凸型槽宽度比  $b_3/b_2$  在  $1.0 \sim 2.5$  范围内, 每隔 0.25 取一点, 共取 7 点。

(6)  $\lambda_{w2}-I_2/2r_1, h_{ro}/2r_1$  曲线。按单位槽宽电流  $I_2/2r_1$  之值分为三段:  $I_2/2r_1 < 100$ ,  $100 \leq I_2/2r_1 < 1000$ ,  $I_2/2r_1 \geq 1000$ 。在每段上用值  $1/3\sqrt{I_2/2r_1}$  各取 4 个插值点, 共 12 点。 $h_{ro}/2r_1$  取  $0.02, 0.04, 0.1, 0.26$ 、共 4 点。先对  $I_2/2r_1$  插值, 再对  $h_{ro}/2r_1$  插值求得  $\lambda_{w2}$  值。

(7)  $\sum S-\beta, q$  曲线。按短距比  $\beta$  分为两段: 小于 0.75 为一段取 0.55, 0.65, 0.75 三点; 大于 0.75 为一段取 0.75, 0.85, 0.95 三点。 $q$  由  $1\frac{1}{10} \sim 2\frac{1}{2}$  分为 6 段, 每段取 2 点。先对  $\beta$  求插值, 再对  $q$  求插值按线性插值求得  $\sum S$ 。

#### (四) 采用拟合公式

对于由经验及实验数据形成的连续性曲线, 除按上述插值法处理外, 还可以用数学处理对曲线进行拟合, 推出拟合公式。虽然有一定的误差, 但用起来方便。以下介绍几种,

③ 增加中间数组。对于曲线族的插值问题, 由于两次调用 LAQI 程序, 因而要增加两个中间数组存放中间结果; 一个二维数组存放第一次插值时各曲线上插值段的函数值, 一个一维数组用来存放第一次插值结果。对于复杂的情况, 也可引用高维数组, 使编程简单。但特别要注意虚拟自变量与实自变量的一一对应关系。

**6. 异步电机电磁设计中一些常用的曲线的插值法** 异步电动机电磁设计中曲线处理一般采用二次插值法, 下面介绍一些常用曲线的分段处理方法。应指出, 这种分法不是绝对的, 实际使用时可

供编程时参考。

(1) 铁心长度计算中径向通风道损失宽度  $b'_k$

$$\left. \begin{array}{l} \text{通风道对齐} \quad b'_k = \frac{2g}{\pi} \left( r \arctg r - \ln \sqrt{1+r^2} \right) \\ \text{通风道错开} \quad b'_k = \frac{4g}{\pi} \left( \frac{r}{2} \arctg \frac{r}{2} - \ln \sqrt{1+\frac{r^2}{4}} \right) \end{array} \right\} \quad (22-17)$$

式中  $r = \frac{b_k}{g}$ ,  $b_k$ ——每一通风道宽, 单位为 m;  $g$ ——气隙长, 单位为 m。

(2) 波幅计算系数  $F_s$

$$F_s = 2.323 - 1.0163F_T + 0.2668F_T^2 \quad (22-18)$$

式中  $F_T$ ——齿饱和系数。

(3) 定子和绕线型转子谐波漏磁导  $\sum S$

$$\sum S = \frac{\pi^2}{54q^2} \left[ (5q^2 + 1) + \frac{\epsilon^2 - \beta}{4q} - \frac{3\beta^2}{2} \right] - K_{sp1}^2 \quad (22-19)$$

式中  $\frac{2}{3} \leq \beta \leq 1$ ;  $\epsilon = 3q(1 - \beta)$ ;  $q$ ——每极每相槽数;  $\beta$ ——节距比。

(4) 鼠笼转子谐波单位漏磁导  $\sum R$

$$\sum R = \frac{\pi^2}{12} \left( \frac{p}{Q_2} \right) \quad (22-20)$$

(5) 起动时漏磁饱和系数  $K_z$

$$\left. \begin{array}{ll} K_z = 1 - B_L(1.143 + 0.9524B_L) \times 10^{-2} & (0 < B_L \leq 1.75) \\ K_z = 1.36787 - B_L(30 - 2.202B_L) \times 10^{-2} & (1.75 < B_L \leq 6) \\ K_z = 0.67976 - B_L(6.768 - 0.2251B) \times 10^{-2} & (6 < B_L \leq 10) \\ K_z = 0.5147 - B_L(3.389 - 1.0564B_L) \times 10^2 & (10 < B_L \leq 15) \end{array} \right\} \quad (22-21)$$

式中  $B_L$ ——虚拟磁密, 单位为 T。

(6) 凸型槽截面宽度突变修正系数  $K_s$

$$K_s = 1.07252 - 0.08523 \frac{b_3}{b_2} - 0.012586 \left( \frac{b_3}{b_2} \right)^2 \quad (22-22)$$

式中  $\frac{b_3}{b_2}$ ——凸型槽截面宽度比,  $b_2$ ,  $b_3$  单位为 m。

(7) 硅钢片的磁化曲线公式

D<sub>28</sub> 硅钢片

$$\left. \begin{array}{ll} H = 1.71 - 2.454B + 4.324B^2 & (0.4 \leq B < 0.9) \\ H = 14.95 - 31.598B + 20.452B^2 & (0.9 \leq B < 1.2) \\ H = 164.46 - 269.3B + 115B^2 & (1.2 \leq B < 1.5) \\ H = 1630.83 - 2252B + 785.5B^2 & (1.5 \leq B < 1.8) \end{array} \right\} \quad (22-23)$$

D<sub>28</sub> 硅钢片

$$\left. \begin{array}{ll} H = 1.6 - 1.988B + 3.7486B^2 & (0.4 \leq B < 0.9) \\ H = 13.615 - 28.326B + 18.3435B^2 & (0.9 \leq B < 1.2) \\ H = 123.65 - 203.8B + 88.39B^2 & (1.2 \leq B < 1.5) \\ H = 2013.5 - 2700B + 912.357B^2 & (1.5 \leq B < 1.8) \end{array} \right\} \quad (22-24)$$

式中  $B$ ——磁通密度,单位为 T;  $H$ ——磁场强度,单位为  $10^3$ A/m。

### (8) 硅钢片损耗曲线

$D_{28}$  及  $D_{24}$  硅钢片:

$$\left. \begin{array}{ll} p_F = 6.41B + 10.734B^2 - 0.5422 & (0.5 \leq B < 1.1) \\ p_F = 23.44B + 10.35B^2 - 18.5 & (1.1 \leq B < 1.5) \\ p_F = 50.15 - 56.93B + 33.5B^2 & (1.5 \leq B < 1.9) \end{array} \right\} \quad (22-25)$$

式中  $B$ ——磁通密度,单位为 T;  $p_F$ ——硅钢片损耗,单位为  $10^3$ W/m<sup>3</sup>。

### (9) 转部磁路校正系数 $C_1, C_2$

2极电机:

$$\left. \begin{array}{l} C_1 = \left[ 0.085 + 0.038 \frac{h_c}{\tau_p} - 0.08 \left( \frac{h_c}{\tau_p} \right)^2 \right] \times \frac{1.395 - B_c}{0.155} + 0.37 \\ \quad + 1.51 \frac{h_c}{\tau_p} - 1.887 \left( \frac{h_c}{\tau_p} \right)^2 \quad (1.24 \leq B_c < 1.395) \\ C_1 = \left[ 0.07 + 0.948 \frac{h_c}{\tau_p} - 3.031 \left( \frac{h_c}{\tau_p} \right)^2 \right] \times \frac{1.55 - B_c}{0.155} + 0.3 \\ \quad + 0.56 \frac{h_c}{\tau_p} + 1.144 \left( \frac{h_c}{\tau_p} \right)^2 \quad (1.395 \leq B_c < 1.55) \end{array} \right\} \quad (22-26)$$

$$\left. \begin{array}{l} C_1 = \left[ 0.033 + 0.24 \frac{h_c}{\tau_p} - 0.084 \left( \frac{h_c}{\tau_p} \right)^2 \right] \times \frac{1.71 - B_c}{0.16} + 0.267 \\ \quad + 0.316 \frac{h_c}{\tau_p} + 1.227 \left( \frac{h_c}{\tau_p} \right)^2 \quad (1.55 \leq B_c \leq 1.71) \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} C_2 = \left[ 0.0812 - 0.3 \frac{h_c}{\tau_p} + 0.65 \left( \frac{h_c}{\tau_p} \right)^2 \right] \times \frac{1.395 - B_c}{0.155} + 0.364 \\ \quad - 0.8 \frac{h_c}{\tau_p} + 2.34 \left( \frac{h_c}{\tau_p} \right)^2 \quad (1.24 \leq B_c < 1.395) \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} C_2 = \left[ 0.0655 + 0.494 \frac{h_c}{\tau_p} - 0.92 \left( \frac{h_c}{\tau_p} \right)^2 \right] \times \frac{1.71 - B_c}{0.16} + 0.2985 \\ \quad - 1.294 \frac{h_c}{\tau_p} + 3.26 \left( \frac{h_c}{\tau_p} \right)^2 \quad (1.395 \leq B_c < 1.55) \end{array} \right\} \quad (22-27)$$

$$\left. \begin{array}{l} C_2 = \left[ 0.0355 - 0.214 \frac{h_c}{\tau_p} + 0.582 \left( \frac{h_c}{\tau_p} \right)^2 \right] \times \frac{1.71 - B_c}{0.16} + 0.263 \\ \quad - 1.08 \frac{h_c}{\tau_p} + 2.732 \left( \frac{h_c}{\tau_p} \right)^2 \quad (1.55 \leq B_c < 1.71) \end{array} \right\}$$

4极电机:

$$C_1 = \left[ 0.089 + 0.06535 \frac{h_c}{\tau_p} - 0.2174 \left( \frac{h_c}{\tau_p} \right)^2 \right] \times \frac{1.395 - B_c}{0.155} + 0.361 \\ + 0.8633 \frac{h_c}{\tau_p} - 0.6752 \left( \frac{h_c}{\tau_p} \right)^2 \quad (1.24 \leq B_c < 1.395) \quad (22-28)$$

$$C_1 = \left[ 0.057 + 0.5283 \frac{h_c}{\tau_p} - 1.3152 \left( \frac{h_c}{\tau_p} \right)^2 \right] \times \frac{1.55 - B_c}{0.155} + 0.304 \\ + 0.335 \frac{h_c}{\tau_p} + 0.64 \left( \frac{h_c}{\tau_p} \right)^2 \quad (1.395 \leq B_c < 1.55) \\ C_1 = \left[ 0.038 + 0.144 \frac{h_c}{\tau_p} + 0.015 \left( \frac{h_c}{\tau_p} \right)^2 \right] \times \frac{1.71 - B_c}{0.16} + 0.266 \\ + 0.191 \frac{h_c}{\tau_p} + 0.625 \left( \frac{h_c}{\tau_p} \right)^2 \quad (1.55 \leq B_c < 1.71) \quad (22-28)$$

$$C_1 = \left[ 0.0975 - 0.514 \frac{h_c}{\tau_p} + 3.334 \left( \frac{h_c}{\tau_p} \right)^2 \right] \times \frac{1.395 - B_c}{0.15} + 0.3535 \\ - 0.0489 \frac{h_c}{\tau_p} - 0.5 \left( \frac{h_c}{\tau_p} \right)^2 \quad (1.24 \leq B_c < 1.395) \quad (22-29)$$

$$C_2 = \left[ 0.05 + 0.545 \frac{h_c}{\tau_p} - 2.06 \left( \frac{h_c}{\tau_p} \right)^2 \right] \times \frac{1.55 - B_c}{0.155} + 0.304 \\ - 0.594 \frac{h_c}{\tau_p} + 1.56 \left( \frac{h_c}{\tau_p} \right)^2 \quad (1.395 \leq B_c < 1.55) \quad (22-29)$$

$$C_2 = \left[ 0.0302 - 0.204 \frac{h_c}{\tau_p} + 0.49 \left( \frac{h_c}{\tau_p} \right)^2 \right] \times \frac{1.71 - B_c}{0.16} + 0.2716 \\ - 0.39 \frac{h_c}{\tau_p} + 1.07 \left( \frac{h_c}{\tau_p} \right)^2 \quad (1.55 \leq B_c < 1.71) \quad (22-29)$$

6极以上电机:

$$C_1 = \left[ 0.18 - 0.004 \frac{h_c}{\tau_p} + 0.94 \left( \frac{h_c}{\tau_p} \right)^2 \right] \times \frac{1.395 - B_c}{0.155} + 0.36 \\ + 0.144 \frac{h_c}{\tau_p} + 0.645 \left( \frac{h_c}{\tau_p} \right)^2 \quad (1.24 \leq B_c < 1.395) \quad (22-30)$$

$$C_1 = \left[ 0.055 + 0.1656 \frac{h_c}{\tau_p} + 0.0194 \left( \frac{h_c}{\tau_p} \right)^2 \right] \times \frac{1.55 - B_c}{0.155} + 0.305 \\ - 0.0216 \frac{h_c}{\tau_p} + 0.6265 \left( \frac{h_c}{\tau_p} \right)^2 \quad (1.395 \leq B_c < 1.55) \quad (22-30)$$

$$C_1 = \left[ 0.031 + 0.2 \frac{h_c}{\tau_p} - 0.9844 \left( \frac{h_c}{\tau_p} \right)^2 \right] \times \frac{1.71 - B_c}{0.16} + 0.274 \\ - 0.224 \frac{h_c}{\tau_p} + 1.61 \cdot \left( \frac{h_c}{\tau_p} \right)^2 \quad (1.55 \leq B_c < 1.71) \quad (22-30)$$

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \left[ 0.18 - 0.004 \frac{h_c}{\tau_p} + 0.94 \left( \frac{h_c}{\tau_p} \right)^2 \right] \times \frac{1.395 - B_c}{0.155} + 0.36 \\ &\quad + 0.144 \frac{h_c}{\tau_p} + 0.645 \left( \frac{h_c}{\tau_p} \right)^2 \quad (1.24 \leq B_c < 1.395) \\ C_2 &= \left[ 0.054 + 0.244 \frac{h_c}{\tau_p} - 0.733 \left( \frac{h_c}{\tau_p} \right)^2 \right] \times \frac{1.55 - B_c}{0.155} + 0.306 \\ &\quad - 0.1 \frac{h_c}{\tau_p} + 1.378 \left( \frac{h_c}{\tau_p} \right)^2 \quad (1.395 \leq B_c < 1.55) \\ C_2 &= \left[ 0.033 + 0.124 \frac{h_c}{\tau_p} - 0.629 \left( \frac{h_c}{\tau_p} \right)^2 \right] \times \frac{1.71 - B_c}{0.16} + 0.273 \\ &\quad - 0.224 \frac{h_c}{\tau_p} + 2.07 \left( \frac{h_c}{\tau_p} \right)^2 \quad (1.55 \leq B_c < 1.71) \end{aligned} \right\} \quad (22-31)$$

式中  $B_c$ ——轭部磁通密度,单位为 T;  
 $C_1$ ——定子轭部磁路校正系数;  
 $C_2$ ——转子轭部磁路校正系数;  
 $h_c$ ——轭部磁路计算高度,单位为 m;  
 $\tau_p$ ——电机极距,单位为 m。

## 六、输出结果

用计算机进行科学计算的最后结果由输出数据表现。因此有些程序其输出部分占有很大篇幅。合理的安排输出结果,无论对调试程序、上机试算还是直接阅读与使用都十分重要,应力求使打印结果清晰、表格化。对于一个较大的程序的输出结果应包括:

- ① 中间结果输出。对于迅速与正确调试程序与试算十分重要。可以利用开关控制变量由条件语句决定在需要时打印输出。
- ② 故障和异常情况的打印输出。对于防止死循环及其他非正常情况十分重要。
- ③ 输入原始数据的打印输出。在试算时对一些公用数组、曲线、图表等应该打印,以提供校核,否则算出方案不可靠,其中的错误还难于发现。

电机电磁设计是较复杂的计算,输出结果有百余项,对它的输出结果应事先安排好,除满足一般程序所要求的结果外,每个输出数据应有符号说明、排列整齐、方便阅读,并应能安排多种型式输出。例如可以输出全部结果、主要性能、各种工作特性曲线等等,既可满足各种需要又节约打印时间和纸张。

编程时,应先列出输出数据的格式,准确估算输出结果的位数,再按此编写输出语句。一般采用定点输出,以方便直接阅读。并应注意各种程序语言的输出格式的要求与规定,不要写错造成不必要的麻烦。

## 七、编制电磁设计程序中应注意的问题

在编制电机校核计算的程序中有很多易出现的问题,有些已结合各个环节予以说明,就整个程序而言,还有几个问题应特别引起注意并加以避免。

- 1. 防止死循环 异步机电磁设计计算中,有四个迭代计算,若原始数据给的不合适,

则无论如何迭代也不能达到精度要求,计算机将会算个没完,不停机就不休止,这称做“死循环”。电磁设计中四个迭代有三个互相嵌套,如处理不当很容易造成死循环,其中  $K_E$  造成死循环的可能性最大。避免的方法如下:

① 正确填写初始给定数据,合理地选择迭代精度。迭代精度应与整套计算公式的精度相适应,不是越小越好,否则会造成机时的浪费而又没有什么意义。异步机的电磁设计全套手算公式采用了简化的等值电路、近似公式及经验曲线是有一定误差的,而对曲线处理时又采用插值法,求出的也是近似值,也是造成误差的原因之一。这种情况下如对各个迭代量的迭代精度要求过高不仅毫无意义,而且会造成死循环,算不出结果来。对中小型异步电动机,  $F_T$ 、 $\eta$ 、 $K_E$  的迭代精度定为  $10^{-3}$ ,  $I_{sr}$  的迭代精度定为  $10^{-2}$  已足够了。

② 加保护环节。即使采用了一些办法,但死循环仍不可避免,因而在编制程序中要专设一些计数开关变量,自动记录迭代次数,当超过规定次数时就自动停止迭代,转向下一步或结束,同时打印出故障信息,以便查对。有关程序可如下编写:

```
W2 = 0 (恢复置 0)
:
    (迭代计算过程)
W2 = W2 + 1
IF(W2 .GT. 50) GOTO 40
KE = (KE + KE0)*0.5
GOTO 20 (再去迭代)
40 WRITE(6,50) W2, KE1
50 FORMAT (1X, 3HW2 = , 13, 5X, 4HKE1 = , F6,4)
GOTO 800 (转向结束)
```

安排计数开关时应注意按照程序中迭代嵌套情况正确地确定开关的置零位置及确定开关所限制的次数。对三相异步电动机电磁设计程序中开关位置及限定次数应如图 22-7 所示。

图 22-7 中,  $W_1, W_2, W_3, W_4$  是分别对应于  $F_T, k_E, \eta, I_{sr}$  的计数开关变量。

2. 注意整型量与实型量的区别 编写程序现多数用 FORTRAN 语言,而其对变量的实型与整型区别要求相当严格,包括填写数据的格式,一旦混淆极易出错,还不易发现。在编写电机的校核程序时应特别注意。

① FORTRAN 语言规定整数间的运算,结果为整数。尤其是除法,当其结果为实数时,会自动舍去小数部分。例如异步机设计中极数  $P$  及槽数  $Q_2$  都定义为整数,当计算每极槽数  $Q_{p2} = \frac{Q_2}{P}$  时会把小数部分舍去,造成计算错误。特别在计算结果小于 1 时还会导致溢出。若将其定义为实型量,可避免这种错误。在别处计算又要求  $p, Q_2$  为整数,可利用标准函数对其进行变换以适应计算要求。

② 注意隐含规定。隐含规定,即以字母 I、J、K、L、M、N 开头的变量,如不另加说明都为整型量。在电机设计中有很多实型量,如电流  $I_1, I_2, I_s$  及长度  $l$  等都以这些字母开头,在编程序时应注意说明它们是实型量或改变其标识符。

③ 标准函数。在使用标准函数时,实型量与整型量是不同的,应注意查找相应的规定。

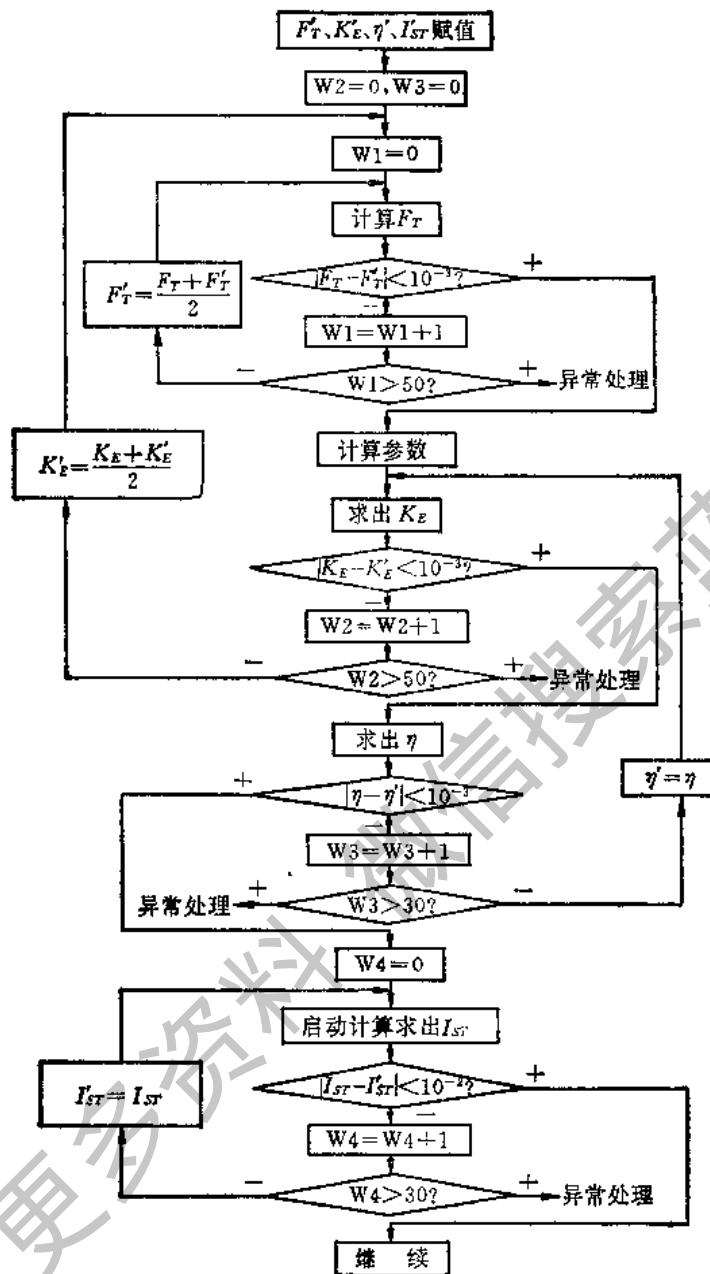


图 22-7

**3. 提高程序质量** 一个好的程序除了正确性外应没有多余语句,且越简短越好;占有的内存尽量少,而且计算时间尽量短;输入数据填写容易;输出数据直观易阅读。这要求一定的经验与程序设计技巧。

① 选择好的计算方法。很多常见的科技问题,都有成熟的算法,并有相应的子程序,在使用时应注意查阅有关的算法汇编;有些计算机上还配有程序库;可以调用。

② 节约内存用量。在保证其程序功能前提下,尽量减少源程序的长度。可利用调外存的办法,节约使用内存单元,将某些数据放在磁盘上,在执行程序时再分批调入,同时将

结果部分随时送入外存。恰当地运用数组及标识符代表不同的量，也可节约内存。

③ 节约机时。在编程序时，要减少重复计算，选择节省机时的算法。计算机处理不同的运算，时间不同，其中加减法最少，乘法较多，除法最多。对于常用的小型机这差异尤其突出，它们的比例：如加减法计算时间为 1，乘法为 8，而除法可达 20。因此运算时要尽量减少乘除法次数。如计算  $Y = 2X$  写成  $Y = X + X$ ，在小型机上比写成  $Y = 2.0 * X$  时间快 8 倍。再如计算  $Y = 5X^2 + 4X - 3$ ，写成  $Y = (5.0 * X + 4.0) * X - 3.0$ ，有二次乘法；而当上式写成  $Y = 5.0 * X * X + 4.0 * X - 3.0$  则有三次乘法，时间要多用。再如计算  $Y = X/2$  相应程序应写成  $Y = 0.5 * X$ ，因乘法比除法要省机时。

对于程序中重复多次使用的公式应以中间变量寄存，不必每次重复计算；在循环体内不变化的部分应提到循环体外进行。

尽量避免不必要的混合运算，因为转换要耗费机时。例如  $2 * 3 * B$ ， $B$  为实型量时应写成  $2.0 * 3.0 * B$  为好。

尽量使用低维数组等等，方法很多，使用时注意有关规定。

④ 注意说明。为备忘与说明，一般在程序开头和必要处以英文或中文做注释，使程序清晰。

总之，编制电机设计校核程序是一个十分细致的工作，要求符号、语法一点都不错，必须严格按规定逐条编写，逐条校对，并注意编程序技巧，否则会浪费很多时间。

本节详细地陈述了编制三相异步电动机电磁设计校核程序的步骤、方法，特殊问题的处理以及应注意的问题，这是编写程序的基础部分，应予以掌握。

### 第三节 自动开槽程序

在校核计算程序的基础上，可以进一步发挥计算机的特点进行自动开槽的计算。这种计算程序能根据预给的电密、磁密等自动提供合理的槽形尺寸，选出合理的线规。这属于优化设计中的综合计算程序，因为这种程序兼有部分综合功能。它与较核计算不同，也是电机设计的重要内容之一。本节先说明开槽的方法与公式以及选线规的方法；列出框图，并介绍有关程序。与上节相同部分的程序不再赘述。

#### 一、开槽的方法与公式

电机设计中定转子槽形对其性能有很大影响，它反映了电磁负荷的分配关系，既与电机的电阻、漏电抗等密切相关又与其齿磁密、轭磁密、电密、热负荷等有重要关系，综合考虑这些因素，合理确定定转子槽形，是使电机有较优性能的关键之一。由原理上讲，可把凡是与槽形有关的因素均用数学公式或近似公式表示，再求解联立方程组得到结果，这样做比较全面。但实际上由于有些函数关系难于用显式公式表示，又有些槽形尺寸与加工工艺、机械性能、绝缘性能有关，如槽口部位的宽与高往往是基本变化不大的数值，因此难于建立联立方程组，使用和求解也有局限性。一般常用的开槽办法是给定部分原始数据，采用部分经验数据，再用少量公式来求得槽形尺寸。这种考虑主要因素的开槽办法较为实用。本节仍以三相异步电机为例进行说明。

### (一) 定子开槽公式

电机生产已有相当长的历史,由大量的设计方案中可总结出各种经验数据供参考。同时发现电机容量大小相差很大,但是其电密、磁密的变化却不很大,而它们对电机性能的影响又举足轻重。因此可以气隙磁密、齿磁密、轭磁密、电密等几个主要因素来开槽。下面以中小型异步电机定子常用的一种梨形槽(如图 22-8 所示)为例说明定子开槽的方法及公式。

由前面各章中的学习可知,在上述几个因素中,当气隙磁密确定后,由其齿磁密可确定齿宽,则槽宽基本确定;由其轭磁密值可确定计算轭高,则槽高相应确定,这样槽面积为一定值,槽形也大致确定了。而根据定子电密、定子电流初估值及填铜系数也可确定槽面面积。就是说在气隙磁密值确定后,其余三个因素中只要有两个因素的值确定就可以开出槽(确定槽形及槽面积),剩下的一个因素只能做为调整槽形时参考,用数学语言讲是不独立存在的。那么选哪几个因素来开槽呢?这要由它们的稳定性及对电机性能的影响的大小来定。

就一般异步电机定子而言,其气隙磁密、齿磁密和轭磁密相对较稳定,对电机性能影响也大。而电密这个因素对电机性能影响虽然也不小,但不够稳定,而定子槽绝缘占面积比例出入较大,填铜系数受工艺影响波动也较大,若按此开槽就比较粗略。所以一般定子开槽都用气隙磁密、齿磁密及轭磁密来开槽,然后通过性能计算校核电密,若其过大过小时再加以调整。对有些电机,定子电密对性能影响很大时,可用气隙磁密、齿磁密及定子电密来开槽,再校核轭磁密予以适当的调整。下面介绍按气隙磁密、齿磁密及轭磁密开定子槽的公式。

开槽时,电机的输出容量  $P_2$ 、极数  $p$ 、额定电压  $U_1$  值应为已知,定子内径  $D_{n1}$ ,外径  $D_1$  及铁心长  $l$  也为已确定的值。

此时,给定的部分原始数据为:槽口宽  $b_{01}$  (在 2.5~4.0mm 范围内选定),槽口高  $h_{s0}$  (在 0.5~1.8mm 内选定),槽斜肩角  $Z_{s1}$  (在 30°~45° 中选定)。采用的经验数据为:气隙磁密  $B_g$  (在 0.5~0.75T 范围内选定),定子齿磁密  $B_{r1}$  (在 1.4~1.7T 范围内选定)定子轭磁密  $B_{c1}$  (在 1.1~1.5T 范围内选定)。上述各数值选定后,其余的槽形尺寸由下列公式确定。

$$b_{T1} = \frac{B_t i_1 l_{\text{eff}}}{B_{T1} K_{Fe}} \quad (22-32)$$

式中  $B_t$  —— 气隙磁密, 单位为 T;  $B_{T1}$  —— 定子齿磁密, 单位为 T;  $K_{Fe}$  —— 铁心压装系数;  $l$  —— 定子铁心长, 单位为 m;  $l_{\text{eff}}$  —— 定子铁心有效长, 单位为 m;  $i_1$  —— 定子齿距, 单位为 m;  $b_{T1}$  —— 定子齿宽, 单位为 m。

$$h'_{c1} = \frac{B_s \tau_p \alpha'_p l_{\text{eff}}}{B_{c1} K_{Fe} \times 2l}$$

式中  $B_{c1}$  —— 定子轭磁密单位为 T;  $\tau_p$  —— 极距单位为 m;  $\alpha'_p$  —— 极弧系数, 在 0.636 ~ 0.68 范围内取值;  $h'_{c1}$  —— 定子轭部磁路计算高度单位为 m。

$$h_{s1} = \frac{(D_{11} + 2h_{s0})(\pi/Q_1) - b_{T1} - b_{s1}}{2[\cot(Z_{s1}) - (\pi/Q_1)]} \quad (22-33)$$

$$b_{s1} = r_{s1} + 2h_{s1}\cot(Z_{s1}) \quad (22-34)$$

$$R_s = \frac{(D_1 - 2h'_{c1})(\pi/Q_1) - b_{T1}}{2 + \frac{4}{3}(\pi/Q_1)} \quad (22-35)$$

$$h_{s2} = \frac{1}{2}(D_1 - D_{11}) - h_{s0} - h_{s1} - \frac{2}{3}R_s - h'_{c1} \quad (22-36)$$

定子铁心有效长为定子铁心长与两倍气隙长之和。其余尺寸见图 (22-8) 所示。

至此, 定子槽形尺寸已全部确定。

## (二) 转子开槽公式

转子开槽的方法与定子相似, 但转子槽型式很多, 对同一异步机定子, 换上不同槽形的转子, 可以得到截然不同的性能。槽的形状选择一般由经验予以选定, 算出不同的方案后, 经比较, 再最后确定。常用的四种槽形如图 22-9 所示。

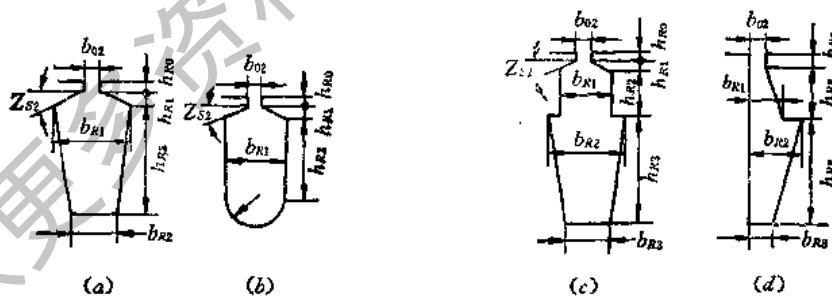


图 22-9

就转子开槽而言, 几个主要因素中, 气隙磁密、转子齿磁密较稳定, 对于电机性能影响也大; 转子轭磁密变化虽然也相对稳定, 但是它对性能的影响比转子电密的影响要小得多, 特别是鼠笼铸铝转子并无槽绝缘和填铜系数等问题的干扰, 转子导条电密也相对稳定。因此转子开槽时, 一般根据齿磁密  $B_{r2}$ 、气隙磁密  $B_t$  及转子导条电密  $J_2$  开槽, 再用轭磁密  $B_{c2}$  校核调整而最后确定。

转子开槽时, 电机容量  $P_2$ , 电压  $U_1$ , 极数  $p$  为已知; 转子外径  $D_2$ , 内径  $D_{12}$ , 转子槽数

$Q_2$  及定子每相串联导体数  $Z_{\phi 1}$  为已确定。此时，给定部分数据为：转子槽口宽  $b_{02}$ （在 0.8~1.5mm 范围内预选），转子槽口高  $h_{R0}$ （在 0.5~1.5mm 范围内选定），转子槽斜肩角  $Z_{S2}$ （在  $30^\circ \sim 40^\circ$  范围内选定）。采用的经验数据为：转子齿磁密  $B_{T2}$ （在 1.3~1.5T 范围内预选），气隙磁密  $B_g$ （在 0.5~0.75T 范围内选定），转子导条电密  $J_2$ （在 2.5~4.0A/mm<sup>2</sup> 范围内预选）。转子槽其余的尺寸由以下公式确定。其中图 22-9 所示的四种转子槽形的相同部分公式为：

$$I_2 = 3I_{kw}Z_{\phi 1}/Q_2\eta \quad (22-37)$$

$$S_2 = I_2/J_2 \quad (22-38)$$

$$b_{T2} = \frac{B_g t_2 l_{eff}}{B_{T2} K_{pe} l} \quad (22-39)$$

式中  $I_2$ ——转子导条电流估算值单位为 A； $I_{kw}$ ——功电流单位为 A； $Q_2$  为转子槽数； $Z_{\phi 1}$ ——定子每相串联导体数； $\eta$ ——效率初估值； $S_2$ ——转子导条截面积单位为  $10^{-6}\text{m}^2$ ； $J_2$ ——转子导条电密单位为  $\text{A/mm}^2$ ； $B_{T2}$ ——转子齿磁密单位为 T； $t_2$ ——转子齿距单位为 m。

其他尺寸按图 22-9 所示的不同槽形分别列出如下。

### 1. 平底槽(图 22-9a)

$$h_{R1} = \frac{(D_2 - 2h_{R0})(\pi/Q_2) - b_{T2} - b_{02}}{2\left(\frac{\pi}{Q_2} + \cot Z_{S2}\right)} \quad (22-40)$$

$$b_{R1} = b_{02} + 2h_{R1}\cot Z_{S2} \quad (22-41)$$

$$b_{R2} = \sqrt{b_{R1}^2 - \frac{4\pi}{Q_2} \left( S_2 - \frac{b_{R1} + b_{02}}{2} h_{R1} \right)} \quad (22-42)$$

$$h_{R2} = \frac{1}{2} (b_{R1} - b_{R2})\cot(Z_{S2}/2) \approx \frac{1}{2} \frac{Q_2}{\pi} (b_{R1} - b_{R2}) \quad (22-43)$$

### 2. 半圆底平行槽(图 22-9b)

$$b_{R1} = b_{R2} = \frac{B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (22-44)$$

式 (22-44) 中

$$A = \frac{3}{4} \frac{Q_2}{\pi} + \frac{1}{2} \lg Z_{S2} - \frac{\pi}{8}$$

$$B = \frac{3Q_2}{4\pi} \left[ \frac{\pi(D_2 - 2h_{R0})}{Q_2} - b_{T2} + \frac{\pi b_{02}}{Q_2 \cot Z_{S2}} \right]$$

$$C = S_2 + \frac{b_{02}^2}{4 \cot Z_{S2}}$$

这里  $b_{R1} = b_{R2}$  取的是两个解中较大的一个。

$$h_{R1} = \frac{1}{2} (b_{R1} - b_{02}) \lg Z_{S2} \quad (22-45)$$

$$h_{R2} = \left[ \frac{\pi(D_2 - 2h_{R0})}{Q_2} - b_{T2} + \frac{\pi b_{R1}}{Q_2 \cot Z_{S2}} - \left( 1 + \frac{\pi}{Q_2} \operatorname{tg} Z_{S2} \right) b_{R1} \right] \times 0.75 \frac{Q_2}{\pi} \quad (22-46)$$

3. 凸形槽(图 22-9c)一般要预先由经验给定  $b_{R1}$  及  $h_{R2}$ , 有

$$h_{R1} = \frac{1}{2} (b_{R1} - b_{02}) \operatorname{tg} Z_{S2} \quad (22-47)$$

$$b_{R2} = [D_2 - 2(h_{R0} + h_{R1} + h_{R2})] \frac{\pi}{Q_2} - b_{T2} \quad (22-48)$$

$$b_{R3} = \sqrt{b_{R2}^2 - \frac{4\pi}{Q_2} \left[ S_2 - \frac{1}{2} (b_{02} + b_{R1}) h_{R1} - b_{R1} h_{R2} \right]} \quad (22-49)$$

$$h_{R3} = [(b_{R2} - b_{R3})/2] \frac{Q_2}{\pi} \quad (22-50)$$

4. 刀形槽(图 22-9d)  $b_{R1}$  及  $h_{R2}$  预先给定

$$b_{R2} = [D_2 - 2(h_{R0} + h_{R1})] \frac{\pi}{Q_2} - b_{T2} \quad (22-51)$$

$$b_{R3} = \sqrt{b_{R2}^2 - \frac{4\pi}{Q_2} \left[ S_2 - \frac{b_{02} + b_{R1}}{2} h_{R2} \right]} \quad (22-52)$$

$$h_{R3} = \frac{1}{2} (b_{R2} - b_{R3}) \frac{Q_2}{\pi} \quad (22-53)$$

### (三) 程序编制

槽形尺寸均已确定可按各公式去编制相应开槽程序, 在上节基础上, 这不是很难, 但还有几点应注意的问题。

(1) 平方根号内出现负值的保护。在开槽公式中, 出现不少开平方根的情况, 如求槽宽  $b_{R1}$ 、 $b_{R3}$  等, 当根号内为负值时, 就无法求解。如公式 (22-42) 中若齿宽一定, 而转子槽面积  $S_2$  要求过大时会出现此种情况。此时  $b_{R1}$  一定, 随着  $S_2$  的增加, 槽形将变得窄而深, 当超过  $S_2$  的极限值时, 根号内值变负, 槽形无法开出; 即使槽能开出, 从工艺加工考虑, 槽宽过于小也无法加工。一般工艺要求槽宽大于 2mm 才可加工, 在预给经验数据时电密值不要太小, 而考虑到齿的机械强度, 齿宽值也不能太小。这些在编制程序时要加入保护环节, 以式 (22-44) 为例, 在程序中要加语句

```
SQ = B*B - 4*A*C
IF(SQ.LE.0.1) BR2 = 2.0
```

其余各种情况可依此类推。对于不同的槽形要分别情况加以考虑。如对转子凸形槽情况, 见公式 (22-49), 此时若  $J_2$  给的过大,  $S_2$  过小, 而与起动性能相关的上部小槽值  $b_{R1}$ 、 $h_{R2}$  又预给过大时, 虽然根号内不会出现负值, 但会出现不合理的现象 ( $b_{R3} > b_{R2}$ , 而  $h_{R3} < 0$ ), 也应用条件语句加保护环节。

(2) 转子槽过深的保护。转子开槽时的槽形若过深, 会使转子轭高过小, 不能保证机械强度与加工要求。特别对于 2 极的中小型异步机, 由于其计算轭高内包括了转轴部分的等效导磁高度, 造成转子磁密不高, 轼部磁路计算高度  $h'_{C2} > 0$  而实际上转子冲片轭

高  $k_{c2} < 0$  的情况，因此在编程序时要注意加保护环节。总之在编程序时不仅要按公式逐条逐项编制，还要尽可能考虑各种可能的意外情况，预先采取对策。

编制开槽程序较为复杂，特别是转子槽型种类繁多，在编程时要注意把共同部分提出先算，且把公式改造成对各种槽型通用，这样可简化程序，并提高程序通用性。

## 二、自动选线规程序编制

槽形尺寸确定后，就要确定槽中放多少匝导线，每匝为几股并联，每股的线规又是多少。对笼型异步机转子绕组来讲，铸铝转子不必选线规；铜条转子按标准铜条规格用上节的“比较”过程选定，再考虑公差进行修正即可。对线绕型转子与定子同样有个选线规问题，其方法相同。下面以选定子绕组线规为例，介绍选线规的程序。

中小型异步电机均采用半闭口槽，多匝散下绕组，采用高强度聚酯漆包铜线，一股或多股并绕，因工艺限制股数最多不超过四股。并绕的多股线可以是同一线径，也可不同线径。下面分两种情况介绍。选线规时规定下列数据为已知或预选定：槽形尺寸；槽绝缘结构，扣除槽绝缘后的净面积  $S_e$ ；每槽串联导体数  $Z_{st}$ ；工艺允许的最大槽满率  $Sf_1$ 。

### (一) 相同线径选线规

在上述已知数据的情况下，选线规问题就是在允许的槽满率  $Sf_1$  下，选出线径与股数的最佳配合，使并绕每匝导线截面积  $S_1$  为最大，此时铜耗最小，槽面积利用率最高。解决这类问题的思路是：

- ① 先估算确定最大并联股数  $I_{DG}$ 。线径规格表是属于离散量，采用比较过程使并联股数由最大  $I_{DG}$  开始逐根减少到 1，构成外循环。
- ② 在每一种股数下，线径由最细一号起逐号加大直到最粗，构成内循环。
- ③ 采用比较过程，每次计算槽满率，对满足要求者再比较其每匝导线总面积的大小，直到选出最大的为止。最后考虑若选不出合适的线规，会导致每匝导线截面积为零而造成计算溢出的错误，须加保护环节。

这是一个双重循环问题，编写程序如下：

```
S1 = 0.0
IDG = IFIX(SE * SF1 / Z / 1.5 + 1.5)
IDC = 9
IF(IDG.LT.3) IDC = 1
IF(IDG.GT.7) IDC = 14
DO 60 J1 = 1, IDG
J = IDG + 1 - J1
DB = 0.0
II = 0
DO 10 I = IDC, 17
DA = XG(I) + DIP
DB = DA * DA * J * Z / SE
IF(DB.GT.SF1) GOTO 20
II = 1
```

```

10 CONTINUE
20 IF(II.EQ.0) GOTO 60
    DE = XG(II)
    DF = DE * DE * J * 3.14159 * 0.25
    IF(DF.LT.S1) GOTO 60
    S1 = DF
    SF = (DE + DIP)*(DE + DIP)*J*Z/SE
    DJJ = DE
    JJ = J
    60 CONTINUE
    IF(S1.GT.1.0E-3) GOTO 80
    WRITE(6,70)
70 FORMAT (1X,4HS1 = 0)
    GOTO 800 (异常,转向结束)
80 下续程序

```

程序中,  $S_1$  为每匝导线总面积;  $SE$  为扣除槽绝缘后净面积;  $SF_1$  为最大允许槽满率;  $SF$  为槽满率;  $Z$  为每槽串联导体数;  $IDG$  为最大并联股数;  $IDC$  为思路中内循环开始线径号;  $XG(I)$  为存放线规的数组(程序中假设存放17种线规);  $DIP$  为线径双边绝缘厚;  $DJJ$  为线径值;  $JJ$  为并绕股数。

程序中最大可能并绕股数值采用的经验公式: 最大并绕股数为  $\frac{S_e \times SF_1}{Z \times 1.5} + 1.5$ , 计算后再取整。上面程序就按此编制, 实际应用时, 若工艺或其它限制不许超过 4 股, 可直接令最大并绕股数值  $IDG = 4$ 。理论上最大可能的并绕数值应按  $\frac{S_e \times SF_1}{Z \times 1.5} + 1.0$  计算后取整得到。实际使用后发现这样计算的股数太多, 对异步机一般采用经验公式求得。

程序中,  $IDC = 9$ ,  $IDC = 1$ ,  $IDC = 14$  等是考虑当计算出并绕股数  $IDG$  值太大时, 内循环应从较粗的线径号开始。按经验, 当  $IDG < 3$  时, 可由 1 号线径开始;  $IDG > 7$  时, 从 14 号线径开始; 而当  $IDG = 3 \sim 7$  时, 从 9 号线径开始。上述线径号指的是一般线规表上所提供的线径值从小到大排列的序号。

## (二) 相邻线径选线规

在上面程序的基础上, 把每一并联股数  $J$  (上程序中循环变量  $J$ ) 分为两种相邻线规, 使  $K$  根  $XG(II)$  与  $J - K$  根  $XG(II + 1)$  合起来的总截面积比  $J$  根  $XG(II)$  的面积更大, 同时保证槽满率  $Sf \leq SF_1$ 。这只要使  $XG(II)$  的根数由  $J$  根逐根减少到 1, 而  $XG(II + 1)$  的根数同时由零逐步增加到  $J$  根, 逐个比较其总截面积直到最大就可选出线规, 这就考虑到所有可能的组合了。其程序如下:

```

S1 = 0.0
IDG = INT(SE,SF1/Z/1.5 + 1.5)
IDC = 9
IF(IDG.LT.3) IDC = 1
IF(IDG.GT.7) IDC = 14
DO 60 J1 = 1 IDG

```

```

J = IDG + 1 - J1
DB = 0.0
II = 0
DO 10 I = IDC, 17
DA = XG(I) + DIP
DB = DA * DA * J * Z/SE
IF(DB.GT.SF1) GOTO 20
II = 1
10 CONTINUE
20 IF(II.EQ.0) GOTO 60
DO 50 K1 = 1, J
K = J + 1 - K1
DE = XO(II)
IF(II.EQ.17) GOTO 30
DF = XG(II + 1)
GOTO 40
30 DF = 0.0
40 DA = DE + DIP
DB = DF + DIP
DA = (DA*DA*K + DB*DB*(J - K))*Z/SE
DB = (DE*DE*K + DF*DF*(J - K))*3.14159 × 0.25
IF(DA.GT.SF1) GOTO 60
IF(DB.LT.S1) GOTO 50
S1 = DB
SF = DA
DJJ = DE
DMM = DF
JJ = K
MM = J - K
50 CONTINUE
60 CONTINUE
IF(S1.GT.1.0 E - 3) GOTO 80
WRITE (6,70)
70 FORMAT (1X, 4HS1 = 0)
GOTO 800 (异常情况,转向结束)
80 下续程序

```

程序中,DJJ,DMM 为相邻线规号,JJ,MM 为相应的股数值。

### 三、自动开槽时的框图与数组

电机设计的最终目的是要求得好的性能，自动开槽后仍然要进行校核计算。因而只要在校核程序基础上增加一些分支开关变量，再增加本节第一，二部分相应的程序，就可

以得到兼作开槽选线规计算的通用程序。其框图见图(22-10)。

框图中,CHS 为开关变量,用以区分程序的校核与开槽两种功能。规定 CHS = 0 时做校核计算,CHS = 1 时做开槽计算。

HSR 为预给槽形尺寸子程序,KSSR 为自动开槽子程序,SIE 为预给线规子程序,SXG 为自动选线规子程序。

在编制程序时,增加条件语句分别调用相应的子程序

```
IF(CHS) 10,10,20
 10 CALL HSR
 20 CALL KSSR
```

就可以得到几种计算的程序。槽形尺寸可以预给,也可以自动开槽;线规可以预给,也可以自动选线规。

自动开槽程序的数组,随程序的改动做相应的改变,在前述数组的分类中公用数组内要增加存放线规的数组 XG,在可变数组中增加整型量 CHS,把可变数组分两部分,一部分(如槽形尺寸  $D_{11}$ 、 $I$ 、 $Z$  等等)为校核计算时输入用;另一部分尺寸(如  $D_1$ 、 $Z$ 、电密、磁密等)为开槽时输入用。同时用开关变量控制数组的输入。

#### 四、应注意的问题

**1. 防止反复计算中的死循环** 由图(22-10)中可以看出在开槽计算程序中  $k_E$  每迭代一次,就要重开槽一次、线规也重选一次,因为定子开槽时槽形尺寸与磁密有关,所以  $k_E$  的大小直接影响槽形尺寸。若第一次  $k_E$  值较大,按此开槽时齿较宽槽就小,选出的线规就细,定子电阻较大,则  $k_E$  值将变小;第二次迭代时, $k_E$  较小齿将变窄而槽将变宽,选出的线规就粗,定子电阻变小又使  $k_E$  值变大,如此反复不止, $k_E$  值总在两个数之间变动,却总满足不了迭代精度要求,这就是在开槽计算有时会出现的拉锯式死循环现象,这样将不会算出任何结果。对于这种死循环必须采取措施防止。

解决的办法是加一个判断  $k_E$  变化趋势的开关变量 SW。计算开始时,令 SW = 1,当  $k_E$  的计算值与假定值相比偏大,第二次计算  $k_E$  又相比偏小,第三次计算再出现偏大时使 SW 变为零,而一旦 SW = 0 时,用条件语句控制使  $k_E$  再迭代时只重开定子槽而不重选线规,定子电阻就不会跟着改变,就可避开死循环。相应程序如下:

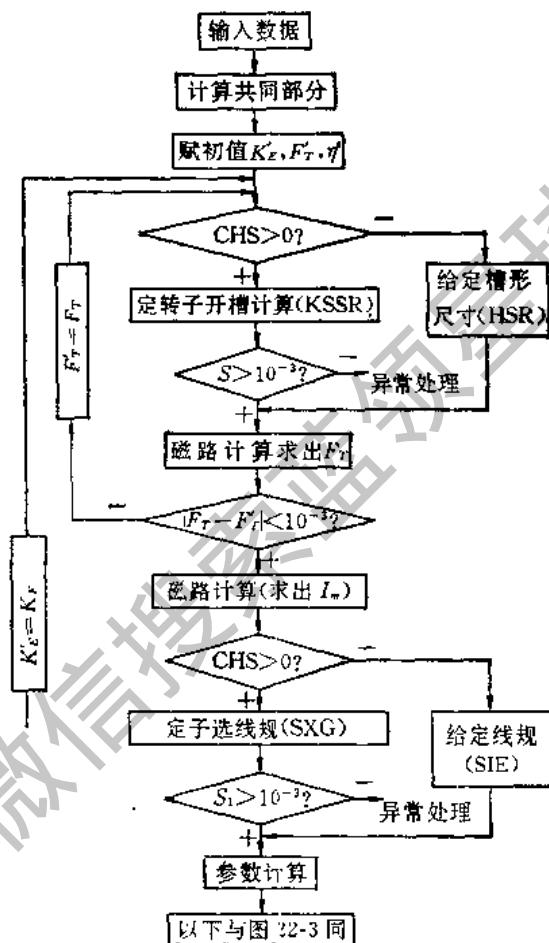


图 22-10

```

SW = 1
K = ISIGN(1, IF(X(KE1 - KE)))
J = ISIGN(1, SW)
IF(SW_EQ.1) GOTO 10
IF(K * J_LT.0) SW = 2 * J - SW
GOTO 20
10 SW = 4 * K
20 .....下继程序

```

下面举一实例来看各量的具体变化,当  $KE_1$  由大 $\rightarrow$ 小 $\rightarrow$ 大时,上面程序中各量变化按表 22-2 变化,开始时  $SW = 1$ 。

表 22-2

KE1	K	J	K × J	SW
大	-1	1	<0	-4
小	1	-1	<0	2
大	-1	1	<0	0

由表中值可见  $SW$  由 1 变为 0,可避开死循环。

而当  $KE_1$  由大 $\rightarrow$ 小 $\rightarrow$ 小时,上程序中各量变化按表 22-3,开始时  $SW = 1$ 。由此表可见,当  $KE_1$  不出现拉锯式死循环时, $SW$  不会为零,就可以继续开槽、选线规计算。

表 22-3

KE1	K	J	K × J	SW
大	-1	1	<0	-4
小	1	-1	<0	2
小	1	1	>0	2

还应注意的是这种解决拉锯式死循环的方法,虽然可避开死循环,但是由于只重开槽而不重选线规,会出现槽满率  $S_f$  超过规定要求  $S_{f10}$  这时应注意在  $k_{E1}$  迭代完后重新校核槽满率是否合乎要求,再做相应的调整。

2. 实际计算中还会出现一些异常情况,应注意在程序中加以保护环节 如图(22-10)所示,定转子开槽后应检查一下槽面积是否为零,在定子选线规后,检查定子每匝导线截面积是否为零等等,均已在前面几部分予以说明,这里不再赘述。

## 第四节 循环计算

### 一、循环计算的程序编制

在 CAD 中,还可以利用循环语句把电机设计中的主要变量  $D_n, l, Z, J_1, B_{T1}$  等等在小范围内按一定步长由初始值到终值进行重复计算,一次就可算出一大批方案,充分发挥计算机特长。这就是循环计算。

循环计算不仅一次就可算出一大批方案而且还可以通过循环计算找到一些变量的变

化对设计影响的规律反过来指导电机设计。

循环计算也属于综合设计的一种。循环计算最终也还要计算电机性能，因此这种辅助设计的程序编制与开槽计算类似，也可在校核计算的基础上加上开关变量和循环计算程序分支组成通用程序。如把开关变量 CHS 再增加一值，即令 CHS = 2 时就做循环计算。程序的通用性可增强，以开关变量控制，按需要做各种计算。

显然，对所用的输入输出数组也相应要改变。在专用数组中加入各循环变量的步长、初值、终值组成的数组。如终值用 XT(N) 数组，初值用 X(I) 数组（或用原校核程序中所用标识符如 D、L、Z 等组成），步长用 SX(N) 数组，N 为循环变量个数。所加步长及判断是否超过终值的语句分别为：

```
X(I) = X(I) + SX(I)  
IF(X(I).GT.XT(I)) GOTO.....
```

选择开关变量 CHS 之值也应在输入数组中，它决定是否做循环计算及输入 SX(N) 等与循环计算有关的数据。

还应注意有关规定，如标准的 FORTRAN 规定循环变量的上、下限及步长不能用下标变量及其表达式，编写程序时可把其赋值给某几个变量如 XT(1)  $\Rightarrow$  XT D, XT(2)  $\Rightarrow$  XTL 等等，或做其他处理。

## 二、程序结构

按循环语句规定，有几个变量就有几重循环语句而各重循环又不得交叉，只许层层嵌套。以三个变量，铁心长 L，定子内径 D 及匝数 Z 为例其原理性框图如 (22-11)。图中性能校核计算与图 22-2 相同，CHS 为开关变量，D、L、Z 为初始值，SX(1)、SX(2)、SX(3)、XT(1)、XT(2)、XT(3) 分别为相应于 L、D、Z 的步长与终值。

## 三、循环计算中几个问题

1. 循环次数的问题 由于各层循环是层层嵌套，因此当外层循环加一次步长，内循环就要从头循环一遍。循环的总次数是各个循环变量次数的连乘积。如图 (22-12) 所示，若 D、L、Z 各做三次循环，则当 D 每增一次步长，L 就变化 3 次，而 L 每变化 1 次 Z 相应地循环 3 次，总的循环次数为 27 次。各量变化的次序如图 22-12 所示，搞清此次序对调试循环计算程序很重要。

电机设计中变量很多，从中找出 10 个是很平常的，若让每个变量改变 3 次，则总的循环次数为  $3^{10} = 59049 \approx 6$  万次，这并不包括电机设计中所有可能改变的变量变化的情况。若让它们都改变，则循环次数将非常可观，即可计算出的方案数将非常的多，这种穷举法的算法是把所有变量的所有可能变化的组合都算一遍，理论上是很全面，实际应用上却有问题。就上例而言，仅包括了电机设计变量中一部分变化的组合，就有近 6 万个方案，不仅上机、打印很费时，而且人工整理、比较、挑选这么多方案的时间更是可观。且这还远远不是全部可能的组合。因此，实际一般常用分步循环法，把这种全范围内的循环分成多次进行，而每次循环计算中循环变量尽量少一些。

对于异步电动机设计，要先把对电机性能影响较大的因素如 D<sub>u</sub>、L、Z 等几个量做为

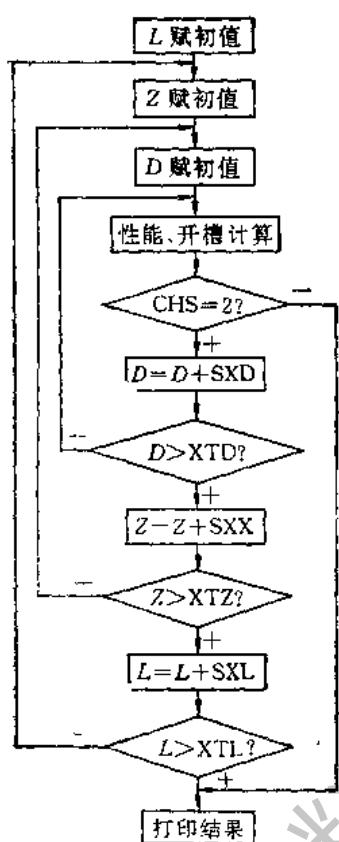


图 22-11

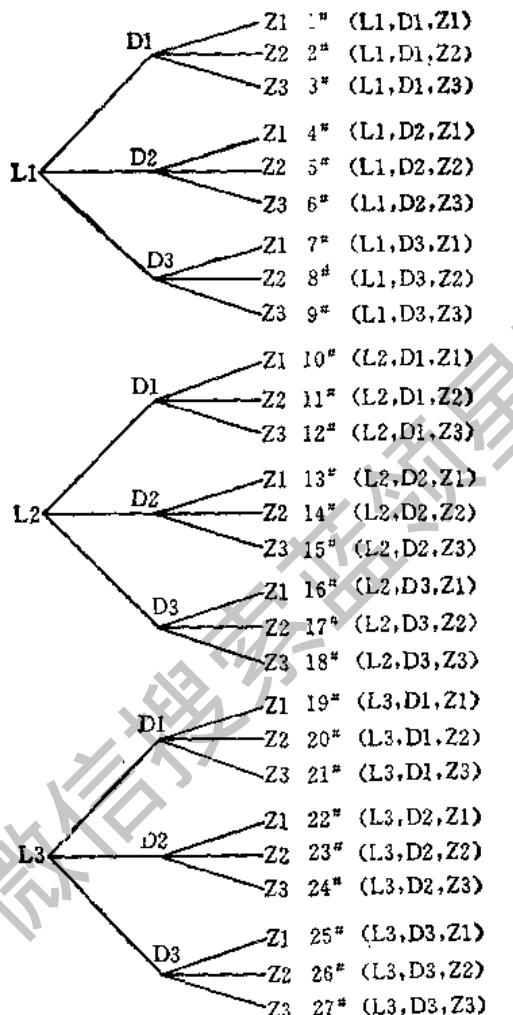


图 22-12

主要变量进行循环计算,而对于在一定范围内影响较小的量做为次要变量,先按经验选取一个较合适的值,再根据计算结果加以调整。

当这些“主要”变量变化的范围(或合适值)确定后,再根据计算结果分别对另一些变量进行小循环,从中找出各个变量的较合适的值。在这其中如发现对性能影响较大的“次要”因素,也可以重新把它们当做“主要”因素来处理。这样既减少了计算整理的工作量而且有针对性地对性能参数进行调整,可以较快地找出循环计算中较好的方案。

这种做法是基于循环计算中的各个循环变量本身具有一定的函数关系,虽然不能用数学方程表示出来,但可以由理论上判断在“穷举法”中有很多组合是不合理的。例如匝数Z增加,长度L也增加,这类组合就不合适。

这种分步循环,可使循环次数大大降低。但是上机次数增加,计算周期要加长一些。

**2. 循环变量偏离理想值问题** 在循环计算中,每个计算点之间的间隔为各个变量的相应步长。在FORTRAN的循环计算中,各个循环变量之间不会互相影响其初值,即各循环变量之间没有任何关系。但在异步电机的设计中,由于设计计算中有4个迭代计算,

再加上开槽计算等均有一定误差，使有的循环变量在电机性能计算前已稍有变化，例如转子开槽时用的齿磁密  $B_{r2}$ ，转子导条电密  $J_1$  的变化较为明显。这样当循环次数较多时，循环变量偏离理想值可能很大，致使方案的比较失去意义。显然，循环次数少，其变量偏离理想值就小。如上所述的分步循环的方法，减少了循环次数，对解决偏离理想值问题也是有效的。但这个偏差不可避免，在编程序时要注意加以处理。

## 第二十三章 优化设计

如前章所述,利用计算机可以做校核计算开槽计算及循环计算,从中可找出较好的设计方案,但却要求人工择优。若让计算机自动按规定要求,直接求出最优方案,是比较理想的,这就是优化设计。它是近 20 年来发展起来的一种设计方法。优化设计以最优化的数学理论为基础,充分利用计算机“智能”及“计算”的特长,较快的选择出合理的最优设计方案。成为计算机辅助电机设计中的高级阶段。

最优设计所用的方法是一种数学方法,在工程上得到了广泛的应用。不仅有优化设计,还有优化控制,电机的优化属于前者。

用最优化方法求解问题涉及三方面的问题。首先,提出最优化问题,建立数学模型,确定目标函数、约束条件及变量。对电机的优化而言,要确定最优方案的标准,构造出相应的数学模型,哪些量可以改变,有些什么限制等。这是优化设计的关键问题。其次,分析数学模型,选择合适的求解方法,以便迅速求到最优方案。这里要综合考虑算法的收敛性、通用性、稳定性及算法的效率、评价最优的标准等问题。最后,编制计算机程序、上机、调试,求得具体方案。

本章先简介优化设计的基础知识,再介绍一些常用的优化方法与程序,最后说明在电机设计上的应用。

### 第一节 优化的基础知识

#### 一、基本术语、概念

##### (一) 电机优化的数学模型

电机优化设计一般指的是,在满足性能要求的前提下,使设计出来的电机最优。这涉及三个概念:目标函数、约束条件及变量。

**1. 目标函数** 在优化原理中,目标函数的含意为最优问题标准(或评价)的数学描述。即用数学公式来表明最优的标准。

电机设计中的最优标准按照电机的不同类型、用途以及用户的要求可以有很多。如费用最低(这里可指有效材料费用最低也可指有效材料与制造总费用最低,以及目前节能所要求的有效材料与制造加运行总费用最低等几方面)、重量最轻、体积最小、过载能力最大等。

由上述可看出,最优标准都是数学中求函数极值问题,或求极小值或求极大值。由于求某个函数  $f(x)$  的极小值问题等价于求  $-f(x)$  的极大值问题,因而最优化的数学模型一般表示为求极小值形式。又因对有多方面要求的优化问题可用加权的方式构造为一个复合的目标函数,所以求目标函数最优的一般形式表示为:

$$\min f(X) \quad X \in E^n$$

式中  $E^*$ —— $n$  维欧氏空间;  $f(X)$ ——多变量函数  $f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$  的简写。准确恰当地建立优化问题的目标函数是求最优化的关键问题。对于有些问题的目标函数较易建立,例如求电机主要材料费用最低时的目标函数,可以方便地表示为

$$f(X) = C_1 M_{Fe} + C_2 M_{Cu} + C_3 M_{Al} \quad (23-1)$$

式中  $M_{Fe}, M_{Cu}, M_{Al}$ ——电机所用的硅钢片、铜线及铝材的重量;  $C_1, C_2, C_3$ ——相应的价格。

对于有些问题就比较困难,需要从优化问题本身的物理模型出发导出其数学模型;如过载能力最大的一类问题。还有些问题难于用数学函数的显示式表示,如电机的效率最高这类问题。

**2. 约束条件** 求目标函数最优时的某些限制称为约束条件。在电机优化设计中要求满足的性能指标就是约束条件。性能指标可以是国家规定的标准也可以是用户的特殊要求。例如三相异步电动机必须满足的技术条件中规定的效率  $\eta$ 、功率因数  $\cos \varphi$ 、起动电流倍数  $I_{st}$ 、起动转矩倍数  $T_{st}$ 、最大转矩倍数  $T_M$  及温升的国家标准就是其优化时的 6 个约束条件,其他的如机械强度要求、最小转矩要求等等也可构成约束条件。

约束条件可以分成等式约束和不等式约束两种,等式约束表示为

$$g_i(X) = 0 \quad X \in E^* \quad (i = 1, 2, \dots, q, q < n)$$

不等式约束表示为

$$g_i(X) \leq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

式中  $g(X)$ ——几个多变量函数  $g(x_1, x_2, \dots, x_n)$  的简写;  $q$ ——等式约束的个数;  $m$ ——不等式约束的个数;  $n$ ——变量的维数或问题的维数。

在电机的优化设计中常用不等式约束。因为各项性能指标不要求正好等于标准值,只要求不低于标准值。按国家标准要求的三相异步电动机优化设计的不等式约束可表示如下:

$$\left. \begin{aligned} g_1(X) &= \frac{\eta_0 - \eta(X)}{\eta_0} \leq 0 \\ g_2(X) &= \frac{\cos \varphi_0 - \cos \varphi(X)}{\cos \varphi_0} \leq 0 \\ g_3(X) &= \frac{\bar{T}_{M0} - \bar{T}_M(X)}{\bar{T}_{M0}} \leq 0 \\ g_4(X) &= \frac{\bar{I}_{st0}(X) - \bar{I}_{st0}}{\bar{I}_{st0}} \leq 0 \\ g_5(X) &= \frac{\bar{T}_{st0} - \bar{T}_{st}(X)}{\bar{T}_{st0}} \leq 0 \\ g_6(X) &= \frac{\theta(X) - \theta_0}{\theta_0} \leq 0 \end{aligned} \right\} \quad (23-2)$$

式中  $\eta_0, \cos \varphi_0, \bar{T}_{M0}, \bar{I}_{st0}, \bar{T}_{st0}, \theta_0$ ——分别为效率、功率因数、最大转矩倍数、起动电流倍

数、起动转矩倍数及温升的国标值。

$\eta(X), \cos \varphi(X), \bar{T}_M(X), \bar{I}_{S1}(X), \bar{T}_{S1}(X), \theta(X)$ ——分别为相应  $n$  个多变量函数  $\eta(x_1, x_2, \dots, x_n), \cos \varphi(x_1, x_2, \dots, x_n), \dots, \theta(x_1, x_2, \dots, x_n)$  的简写。

异步电机优化时还可以有其它多种约束，均可按要求类似写出。

**3. 变量** 优化设计中待确定的量称为变量，在电机设计中，电机的主要尺寸和电磁参数都可作为变量。它们在优化设计中可以改变而使得满足各性能要求（即约束条件）后的目标函数值为最优。变量用大写字母  $X$  表示。可看做是  $n$  维欧氏空间中某一点的坐标  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ 。也可看成一个矢量  $X$ 。

变量的个数随优化问题的不同而不同。它们的多少说明了优化问题的规模。电机及变压器的优化设计问题一般为几个到几十个，属于中小规模的优化问题。在其它方面的优化问题中，变量的个数可达成百上千个，这种属于大规模优化问题。

综上所述，电机与变压器优化的数学模型可归结为：在满足约束  $g_j(X) \leq 0$  ( $j = 1, 2, \dots, m$ ) 下，求出各个变量  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$  使得目标函数值  $f(X)$  为极小。简单表示为

$$\begin{aligned} & \min f(X) \quad X \in E^n \\ & \text{s.t. } g_j(X) \leq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, m) \end{aligned} \quad (23-3)$$

## （二）可行域、内点、外点及边界点

优化问题的约束条件实际上限制了变量  $X$  的变化范围，即设计空间。一般把既满足等式约束又满足不等式约束的变量  $X$  称为可行点。所有满足约束的点的集合构成目标函数  $f(X)$  的可行域，它是满足优化问题的约束条件的变量变化域，也称做设计可行域。可用  $R$  表示。任何不在  $R$  中的点称为不可行点。约束  $g_j(X) = 0$  在  $n$  维设计空间形成  $n-1$  维的约束曲面，约束曲面把设计空间分成可行域及不可行域两部分。多个约束的曲面形成的边界曲面称为复合约束曲面。一个有约束条件的最优值就是在可行域边界上的一个局部最优值。如果约束仅由等式构成，则可行点  $X$  必在对应于  $g_j(X) = 0$  的所有超平面的交界上（三维以上空间中一次函数可表现为超平面）。在只有不等式约束的情况下，点  $X$  可区分为内点（可行点）、边界点（可行点）及外点（不可行点）：

内点——使所有约束  $g_j(X) < 0$  的点；

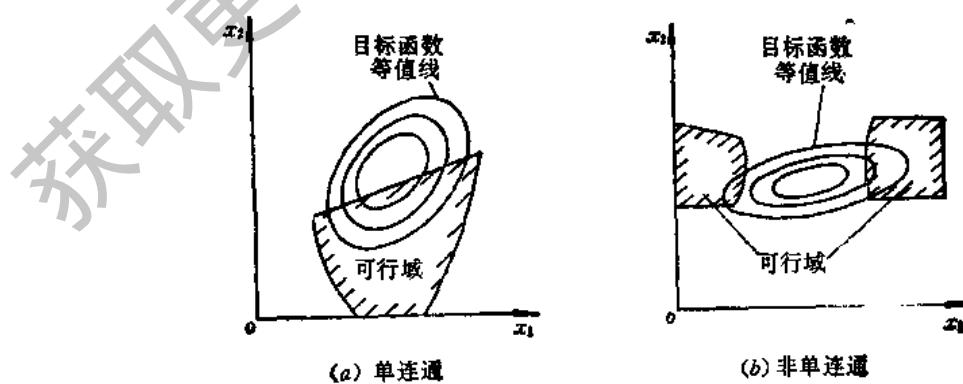


图 23-1

边界点——至少满足一个约束  $g_i(X) = 0$  的点；

外点——至少使一个约束  $g_i(X) > 0$  的点。

如上所述，使  $g_i(X) = 0$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) 的点的集合即构成不等式的约束集合的边界曲面，而起作用的或者有效的不等式约束就是满足  $g_i(X) = 0$  的那个不等式约束。

变量可行域可以是单连通的如图 23-1(a) 所示，也可以是非单连通的如图 23-1(b) 所示。

要特别注意非单连通的情况。因为一般的寻优方法很可能漏掉对某些可行域的搜索；从而漏掉最优解。

### (三) 极值与极值点

图 23-2 所示为定义在区间  $[a, b]$  上的一元函数  $f(x)$ 。

图中  $f(x)$  有四个特殊点 1、2、3、4。在 1、4 点附近函数值  $f(x_1)$ 、 $f(x_4)$  为最小，称 1、4 点为函数  $f(x)$  的极小值点。在 2 点附近函数值  $f(x_2)$  为最大，2 点称为函数  $f(x)$  的极大值点。1、2、4 点统称为函数的极值点。而函数值  $f(x_1)$ 、 $f(x_4)$  为(相对)极小值， $f(x_2)$  为(相对)极大值。极大值和极小值统称为极值。这里极值是相对于一点附近的各点而言，不是绝对的，具有局部的性质。因此又叫做局部极值点及局部极值。一般说来，函数  $f(x)$  的极大值与极小值不一定为此函数在此区间的最大值或最小值。

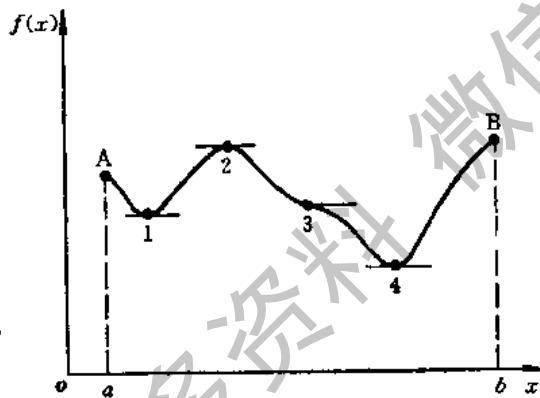


图 23-2

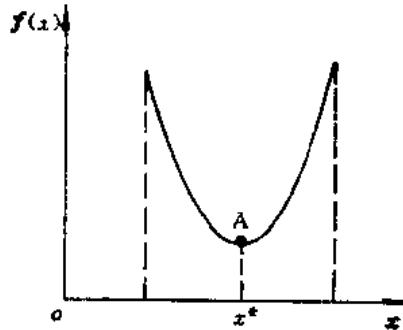


图 23-3

最大值和最小值是指全区间而言，具有全局观念。如图 23-2 中，2 点并非在  $[a, b]$  区间的最大值点而 B 点才是最大值点，其  $f(x_B)$  值为全区间最大值。而 4 点为全区间内最小值点，其  $f(x_4)$  为全区间最小值，即全局极小值。

### (四) 最优点与最优解

满足式 (23-3) 的  $X^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)^T$  称为最优点。对应的  $f(X^*)$  值称为最优值。而  $X^*$  和  $f(X^*)$  一起构成一个最优解。若目标函数为单峰函数，则只有一个极小值，此极值为最优解。如图 23-3 中所示。若目标函数为多峰时，则存着各种类型的最优解。如图 23-2 所示。

图 23-2 中，4 点为全局最小点，1 点为局部极小点，B 点为全局最大点，2 点为局部最大点。

一个全局最优解表示  $f(X)$  的最小值。而一个局部(或相对)最优解则表示  $f(X)$  在某个矢量  $X$  附近的最小值。对于全局和局部极小值都有:  $f(X^*) \leq f(X)$ 。但全局最优解涉及  $E^*$  中所有的  $X$ , 而局部最优解则只涉及一个小区域  $\xi$ , 在那里  $|X - X^*| \leq \xi$ 。若考虑最优解的精度, 则最优解的条件是:

$$f(X^*) \leq f(x) - r \quad (23-4)$$

式中  $r$  —— 某个小数。

以后各节中所述的各算法大都只能求到局部最优解。由于这些算法的主要依据是目标函数和约束条件函数收敛于  $X^*$  时的局部性质。特别在目标函数及约束条件函数不能用显示式表示, 而采用数值解法求解又难于判定是否收敛到全局最优解时更是如此。电机设计及各种工程计算大都是属于这类情况。当然对于个别问题也有能求出并证明为全局最优解的情况。

### (五) 凸集及函数的凸性

现有的优化方法对一般函数仅能找到极值点或局部最优点, 不一定是全局最优点。判断有否全局最优点要用到凸性的概念, 它在优化理论上有重要意义。

**1. 凸集的概念** 一个点集(或区域)  $D$  中任意两点的连线均在  $D$  集中, 则此点集定义为  $n$  维空间的一个凸集。用数学式表示:

若

$$X_1 \in D, X_2 \in D, \quad 0 < \lambda < 1$$

则

$$X = \lambda X_1 + (1 - \lambda) X_2 \in D \quad (23-5)$$

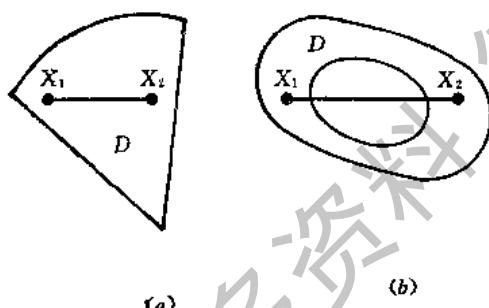


图 23-4

图 23-4 表示了二维空间中的凸集与非凸集, 图 (a) 为凸集, 图 (b) 为非凸集。

在三维空间中, 圆球、椭圆球、长方体等为凸集, 而空心圆球为非凸集。

在  $n$  维空间中, 直线、平面、超平面等都是凸集。凸集也可能是空的(称为空集)或无界的。

### 2. 凸函数

**(1) 凸函数定义及判定。** 一个函数  $f(X)$ , 若在其曲线上任意两点的连线恒在曲线上或曲线上侧, 则称  $f(X)$  为凸函数; 反之为凹函数。用数学式表示: 设  $D$  为凸集, 若  $X_1 \in D, X_2 \in D, 0 \leq \lambda \leq 1$ , 恒有

$$f[\lambda X_1 + (1 - \lambda) X_2] \leq \lambda f(X_1) + (1 - \lambda) f(X_2) \quad (23-6)$$

则  $f(X)$  为  $D$  内的凸函数。此时若  $0 < \lambda < 1$  恒有

$$f[\lambda X_1 + (1 - \lambda) X_2] < \lambda f(X_1) + (1 - \lambda) f(X_2) \quad (23-7)$$

则  $f(X)$  为严格的凸函数。

若  $f(X)$  为凸函数, 则  $-f(X)$  为凹函数。因此, 一般只研究凸函数即可。

线性函数和超平面函数既是凸函数又是凹函数, 但它们都不是严格的凸函数或严格的凹函数。

可以证明下述定理,  $f(X)$  是定义在凸集  $D$  内的二次可微函数, 则  $f(X)$  为  $D$  内的凸函数的充分必要条件如下:  $f(X)$  的二阶偏导数矩阵  $\nabla^2 f(X)$  处处半正定,  $f(X)$  为  $D$  内的严格凸函数的充分必要条件是 Hesse 阵为正定。

还可以证明另一定理, 若  $f(X)$  为凸集  $D$  内可微函数, 则  $f(X)$  为  $D$  内的凸函数的充要条件为, 对任意的  $X$  和  $\Delta X$  ( $X \in D, \Delta X + X \in D$ ) 有

$$f(X + \Delta X) \geq f(X) + \Delta^T f(X) \Delta X \quad (23-8)$$

可以按上述两定理去判定函数的凸性。

(2) 凸函数的性质。凸函数具有以下几个性质。

① 若  $f(X)$  是凸集  $R$  内的凸函数,  $\alpha > 0$ , 则  $\alpha f(X)$  也是  $R$  内的凸函数。

② 若  $f_1(X), f_2(X)$  为凸集  $R$  内的凸函数,  $\alpha$  和  $\beta$  为任意正数, 则  $\alpha f_1(X) + \beta f_2(X)$  也为  $R$  内的凸函数。其几何意义为凸函数的线性组合为凸函数。

③ 若  $f(X)$  为严格凸函数, 则  $\nabla f(X) = 0$  为  $f(X)$  具有全局极小值(全局最优值)的充要条件。

④ 若目标函数  $f(X)$  为严格凸函数, 约束条件  $g_i(X) \leq 0$  也为凸函数(即可行域为凸集)则  $f(X)$  有全局极小值的充要条件即数学上的库恩-图克条件(在下面介绍)。

可见函数的凸性和全局极小点有密切关系。

#### (六) 极值与最优解的充分必要条件

如上所述在优化问题中, 目标函数在无约束条件下求最优解问题就是数学上求函数极值问题。经典的极值理论给出了极值的充分必要条件, 也就是最优解的充分必要条件, 对优化问题有重要意义。

##### 1. 极值存在的充分必要条件

(1) 一元函数。如果函数  $f(x)$  在区间  $[a, b]$  内处处有一阶导数  $f'(x)$  和二阶导数  $f''(x)$  存在, 则极值存在的必要条件为

$$f'(x) = 0 \quad (23-9)$$

满足必要条件的点为驻点。极值点必定为驻点, 但驻点却不一定为极值点, 也可能是拐点。如图 23-2 所示, 其 1、2、3、4 点均为驻点, 而 1、2、4 为极值点, 3 为拐点。驻点的共同特点是该点处的函数  $f(x)$  之切线与  $x$  轴平行。因此仅求出函数  $f'(x)$  的驻点无法确定它是否为极值点, 也不能确定其是极大值点还是极小值点。为此还须要充分条件。

函数  $f(x)$  极值点存在的充分条件是

$$\left. \begin{array}{l} f'(x) = 0 \\ f''(x) > 0 \quad (\text{为极小点}) \\ f''(x) < 0 \quad (\text{为极大点}) \end{array} \right\} \quad (23-10)$$

##### (2) 二元函数

若二元函数  $f(x_1, x_2)$  的一阶偏导数处处存在, 且函数连续, 则  $f(x_1, x_2)$  极值点存在的必要条件是

$$\nabla f(x_1, x_2) = \left[ \frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2} \right]^T = 0 \quad (23-11)$$

与一元函数同样,满足必要条件的点为驻点,由于二元函数在此点附近的曲面形似马鞍因而这种驻点又称为鞍点,鞍点不一定为极值点,而极值点却一定为鞍点。鞍点的共同特点是此点的函数曲面的切面必定与  $x_1$   $x_2$  平面平行。

二元函数极值存在的充分条件为

$$\left. \begin{aligned} \nabla f(X) &= \nabla f(x_1, x_2)|_{x^*} = 0 \\ \nabla^2 f(X) &= \frac{\partial^2 f}{\partial X^2} = \left[ \begin{array}{cc} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} \end{array} \right]_{x=x^*} = H \end{aligned} \right\} \quad (23-12)$$

式中  $H$ ——数学上称为海森矩阵;  $H$  为正定阵时,  $f(X^*)$  是极小值;  $H$  为负定阵时  $f(X^*)$  是极大值。

(3) 多元函数。由二元函数可以推出多元函数极值存在的必要条件为

$$\nabla f(X)|_{x^*} = 0 \quad (23-13)$$

而充分条件为

$$\nabla^2 f(X)|_{x^*} = H \quad (H \text{ 为正定阵}) \quad (23-14)$$

式中  $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$

$$f(X) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$H = \left| \begin{array}{cccc} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{array} \right|_{x=x^*}$$

$X^*$  表示极值点。

应当指出,当充分条件满足时,可保证  $X^*$  是极小点。但当充分条件不满足时,也可能存在极小点。如图 23-5 中 (a)、(b) 图所示。(a) 图为在函数  $f(x)$  的间断点上出现

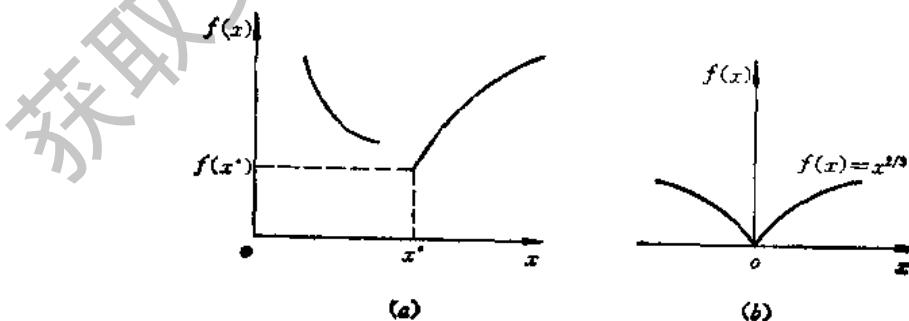


图 23-5

极小点的情况，(b) 图为在  $\frac{df(x)}{dx}$  无定义的点上出现  $f(x)$  的极小点的情况。

**2. 正定及其判别法** 二次函数是最优化问题中较重要的一类函数，因为它是除了线性函数以外的最简单的函数。另外一般的目标函数虽然不一定是二次型，但是在极值点附近将目标函数按泰勒级数展开，取二次近似，引起误差很小，所以一般在极值点附近都可以一个二次型函数充分逼近其目标函数。且越接近极值点引起的误差就越小，这样如果一种优化方法对二次函数有效则对非二次目标函数也有效。因而二次函数问题具有典型代表性和很大的实用意义。而在函数的极值问题中常用到正定的概念，以下介绍二次函数的正定性及其判定。

(1) 正定与负定的定义(只限于二次型)。若  $A$  为  $n \times n$  阶实对称矩阵，且除对  $X = 0$  以外所有  $X \neq 0$  恒有  $f(X) = X^T AX > 0$ ，则  $f(X)$  为正定二次型。 $A$  阵为正定阵。

若对于所有的  $X \neq 0$ ，恒有  $X^T AX < 0$ ，则称  $A$  阵为负定阵。 $f(X)$  为负定二次型。显然若  $f(X)$  为正定二次型，则  $-f(X)$  为负定二次型。

若对于所有  $X \neq 0$ ，恒有  $f(X) = X^T AX \geq 0$ ，则  $f(X)$  为半正定二次型，称  $A$  阵为半正定阵。

若对于所有  $X \neq 0$ ，恒有  $f(X) = X^T AX \leq 0$ ，则称  $f(X)$  为半负定二次型，称  $A$  阵为半负定阵。

若对于  $X$ ， $f(X)$  有时大于 0，有时小于 0，则称  $f(X)$  为不定二次型， $A$  阵为不定性。

上面各定义中  $A$  为二阶偏导数矩阵，也是二次齐次函数(二次型)的系数矩阵。海森矩阵  $H$  也是二阶偏导数矩阵。应注意只有二次函数  $f(X) = \frac{1}{2}X^T AX$  时才有  $H = A$ 。对于一般函数则不然。

(2) 判别法。判别二次函数的正定性有两种方法：一是根据  $A$  阵的各阶左上角主子行列式值  $|A_i|$  判定，二是根据方阵  $A$  的特征根值的正负判定。具体见表 23-1。

表 23-1

矩阵	特征值	左上角主子行列式值 $ A_i $
正定	均大于零	$ A_i  > 0$
半正定	均不小于零	$ A  = 0,  A_i  \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n-1)$
负定	均小于零	$ A_i  \begin{cases} < 0 & i \text{ 为奇数} \\ > 0 & i \text{ 为偶数} \end{cases}$
半负定	均不大于零	$ A  = 0,  A_i  \begin{cases} \leq 0 & i \text{ 为奇数} \\ \geq 0 & i \text{ 为偶数} \end{cases}$
不定	大于零，小于零均有	以上各条件均不满足者

$$\text{例 1 } f(X) = 5x_1^2 + 6x_2^2 + 4x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 = X^T AX$$

用左上角主子行列式值判定。左上角主子行列式有 3 个，均大于零，如下： $A_1 = 5 > 0$

$$A_2 = \begin{vmatrix} 5 & 0 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} = 26 > 0$$

$$A_3 = \begin{vmatrix} 5 & 0 & 4 \\ 4 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 120 > 0$$

故  $A$  为正定阵。

用特征值判定：

$$|\lambda I - A| = \begin{vmatrix} \lambda - 5 & 0 & -4 \\ -4 & \lambda - 6 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda - 4 \end{vmatrix} = (\lambda - 5)(\lambda - 6)(\lambda - 4) - 6$$

其特征值  $\lambda_1 = 5, \lambda_2 = 6, \lambda_3 = 4$  均大于零，所以  $A$  阵为正定阵。

例 2  $f(X) = -2x_1^2 = X^T A X$

$$A = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -2 \end{vmatrix}$$

用左上角主子行列式值判定：其  $A_1 = 0, A_2 = 0$ ，所以  $A$  阵为半负定阵。

用特征值判定：

$$|\lambda I - A| = \begin{vmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda + 2 \end{vmatrix} = \lambda(\lambda + 2) = 0$$

特征值  $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = -2$ ，都不大于零， $A$  阵为半负定阵。

3. 拉格朗日函数的构造与极值存在条件 “1” 中所述极值点的充要条件适用于非线性无约束的优化问题，而实际中的大量优化问题都是有约束的非线性问题，利用拉格朗日乘子法可把非线性有约束的极值问题等价为无约束的极值问题。这种古典原理有重要意义，近代很多优化方法，如罚函数法，增广拉格朗日乘子罚函数法都是它的推广与发展。下面介绍其基本原理及相应的极值存在的必要条件。

(1) 等式约束问题。原来的优化问题为：

$$\begin{aligned} \min f(X) \quad & X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \\ \text{s.t. } g_i(X) = 0 \quad & (i = 1, 2, \dots, m) \quad m < n \end{aligned} \quad (23-15)$$

构造一个拉格朗日函数形式如下：

$$L(X, \Lambda) = f(X) + \sum_{i=1}^m \lambda_i g_i(X) \quad (23-16)$$

(23-16) 式中， $\Lambda$  为拉格朗日乘子向量， $\Lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m]^T$

也可写成向量形式：

$$L(X, \Lambda) = f(X) + \Lambda^T G(X) \quad (23-17)$$

(23-17) 式中， $G(X) = [g_1(X), g_2(X), \dots, g_m(X)]^T = 0$ 。

这样原来的等式约束问题等价为求  $L(X, \Lambda)$  的无约束极值问题。其极值点存在的

必要条件(或驻点条件)为

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial L}{\partial X} = \frac{\partial f(X)}{\partial X} + \Lambda^T \frac{\partial G(X)}{\partial X} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = G(X) = 0 \end{array} \right\} \quad (23-18)$$

由此可得到  $n+m$  个方程式, 求解出  $n$  个变量值和  $m$  个拉格朗日乘子数。虽然方程式及未知数比原问题增加了  $m$  个, 但是提出一种求解方法且对于有些问题可以方便地求解。

例 求

$$\begin{cases} \min f(X) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \\ \text{s.t. } g_1(X) = x_1 + x_2 + x_3 - 1 = 0 \\ g_2(X) = x_1 - x_2 = 0 \end{cases}$$

解 构造拉格朗日函数

$$L(X, \Lambda) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \lambda_1(x_1 + x_2 + x_3 - 1) + \lambda_2(x_1 - x_2)$$

列出驻点条件:

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x_1} = 2x_1 + \lambda_1 + \lambda_2 = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial x_2} = 2x_2 + \lambda_1 - \lambda_2 = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial x_3} = 2x_3 + \lambda_1 = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = x_1 + x_2 + x_3 - 1 = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = x_1 - x_2 = 0 \end{cases}$$

解出

$$\begin{cases} x_1^* = x_2^* = x_3^* = \frac{1}{3}, \quad f(X^*) = \frac{1}{3} \\ \lambda_1^* = -\frac{2}{3}, \quad \lambda_2^* = 0 \end{cases}$$

这里  $\lambda_2^* = 0$  表示  $g_2(X) = x_1 - x_2 = 0$  这个约束是多余的, 它的有无对最优解结果无影响。因此拉格朗日乘子  $\lambda$  值是否为零反映了与它相应的约束条件对极值点是否起作用即约束是否有效。

由式 (22-18) 可以看出, 在驻点处目标函数的梯度一定能表示成所有约束曲面在该点的负梯度方向(法向量)的线性组合, 或者是  $-\nabla f(X)$  在向量组合  $\nabla g_i(X)$  所张成的子空间内, 如图 23-6 所示。

应注意式 (23-18) 只给出了极值点的必要条件而非充分条件。

(2) 不等式约束问题。设原问题为

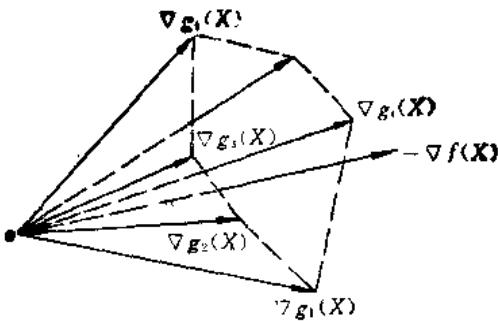


图 23-6

$$\begin{cases} \min f(X) \\ \text{s.t. } g_j(X) \leq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, m) \end{cases} \quad X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$$

首先引入松弛变量把不等式约束化为等式约束,如下示:

$$g_i(X) + s_i^2 = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (23-19)$$

式中,  $s_i$  为松弛变量(实变量),由于非线性优化问题中不一定有变量为非负的约束故一般取其平方项。 $s_i$  给出了  $X$  点到约束边界的距离,即相对该约束的“松弛”程度的某种量度。这里  $s_i = 0$  则  $g_i(X) = 0$ ;  $s_i \neq 0$  则  $g_i(X) < 0$ 。然后再引入拉格朗日乘子构造一个拉格朗日函数为

$$L(X, \Lambda, S) = f(X) + \sum_{i=1}^m \lambda_i [g_i(X) + s_i^2] \quad (23-20)$$

或

$$L(X, \Lambda, S) = f(X) + \Lambda^T G(X) + S^2 \quad (23-21)$$

上两式中

$$\Lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)^T$$

$$S = (s_1, s_2, \dots, s_m)^T$$

其极值点存在的必要条件为:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial L}{\partial x_i} = \frac{\partial f}{\partial x_i} + \sum_{i=1}^m \lambda_i \left[ \frac{\partial g_i}{\partial x_i} \right] = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda_i} = g_i(X) + s_i^2 = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \\ \frac{\partial L}{\partial s_i} = 2\lambda_i s_i = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \end{array} \right\} \quad (23-22)$$

或写成向量形式:

$$\left. \begin{array}{l} \nabla_X f(X, \Lambda) = 0 \\ \nabla_\Lambda L(X, \Lambda) = 0 \\ \Lambda^T G(X) = 0 \end{array} \right\} \quad (23-23)$$

这样将不等式约束问题化成无约束的问题的代价是求解问题的方程个数和变量个数由  $n$

个增加到  $(n + 2m)$  个。

由式(23-22)中可以看出,  $2\lambda_j s_j = 0$ , 则  $s_j$  或  $\lambda_j$  中至少有一个为零, 这表示某个约束不起作用 ( $\lambda_j = 0$ ) 或该约束起作用 [ $\lambda_j \neq 0, s_j = 0, g_j(X) = 0$ ] 而极值点在此约束边界上。同样还可由(23-23)式看出向量  $\nabla f(X)$  必然位于那些起作用的约束所对应的一  $-\nabla g_j(X)$  所张开的子空间内。

**4. 库恩-图克定理及鞍点条件** 库恩-图克定理提出了不等式约束的非线性优化问题的极值点的必要条件。该定理表示如下:

设最优化问题为

$$\begin{cases} \min f(X) \\ \text{s.t. } g_j(X) \leq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, m) \end{cases}$$

并且  $f(X)$  及  $g_j(X)$  可微。定义函数

$$L(X, \Lambda) = f(X) + \sum_{i=1}^m \lambda_i g_i(X)$$

若库恩-图克乘子  $\lambda_i$  存在, 则最优点必满足如下条件:

$$\left. \begin{array}{l} \nabla_X L(X^*, \Lambda^*) = 0 \\ \nabla_\Lambda L(X^*, \Lambda^*) \leq 0 \\ (\Lambda^*)^T G(X^*) = 0 \\ \lambda_i^* \geq 0 \quad i = 1, 2, 3, \dots, m \end{array} \right\} \quad (23-24)$$

上式中

$$G(X) = [g_1(X), g_2(X), \dots, g_m(X)]^T$$

库恩-图克定理奠定了现代不等式约束非线性优化理论的基础, 从中可引出以下重要结论:

- ① 对一般可微函数它给出了极值点的必要条件。
- ② 若  $f(X)$  与  $g_i(X)$  均为凸函数, 则库恩-图克定理为  $f(X)$  有极值点存在的充分必要条件。
- ③ 若  $f(X)$  为严格凸函数, 约束条件  $g_i(X)$  为凸函数, 库恩-图克定理是不等式约束下目标函数为全局极小值(最优值)的充分必要条件。

这里不涉及松弛变量的问题, 但库恩-图克乘子不得为负数。库恩-图克定理或库恩-图克条件有时也称为鞍点条件。关于鞍点条件有两个定理。

**定理 1** 若  $f(X), g_i(X)$  均为实函数, 优化问题为  $\min f(X), \text{s.t. } g_i(X) \leq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m)$  时, 点  $(X^*, \Lambda^*)$  是所构造的拉格朗日函数鞍点的充分必要条件如下:

$$\left. \begin{array}{l} \lambda_i^* \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m) \\ \text{对所有的 } X, \text{ 有 } L(X^*, \Lambda^*) = \min L(X, \Lambda^*) \\ g_i(X^*) \leq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m) \\ \lambda_i^* g_i(X^*) = 0 \end{array} \right\} \quad (23-25)$$

这里拉格朗日函数鞍点的定义为: 若点  $(X^*, \Lambda^*)$  满足  $L(X^*, \Lambda) \leq L(X^*, \Lambda^*) \leq L(X, \Lambda^*)$  则此点为  $L(X, \Lambda)$  的鞍点。

**定理 2** 若  $(X^*, \Lambda^*)$  是问题  $\min f(X), \text{s.t. } g_i(X) \leq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m)$  对应

的拉格朗日函数的鞍点，则  $X^*$  就是该问题的最优解。

由此可以看出当用拉格朗日函数鞍点条件来表示目标函数  $f(X)$  的极值条件时，并不要求  $f(X)$  及约束  $g_i(X)$  的可导性及凸性，只要求它们是实函数。因而这种表示形式更普遍，也更便于求解极值问题，比较实用。

## 二、最优化问题的分类

最优化问题的分类可有多种，主要有以下几种。

### 1. 按约束条件分

(1) 无约束问题。其目标函数的极值就是问题的最优解。

(2) 有约束问题。满足约束条件的目标函数的极值才是问题的最优解。又分为：

① 等式约束。即  $g_i(X) = 0$ 。这里要求约束条件的数目必须小于变量的数目或问题的维数。否则可能无解。

② 不等式约束。即  $g_i(X) \leq 0$ 。此时对约束个数没有限制。

### 2. 按函数的类型分

(1) 线性最优化问题。其目标函数和约束条件函数都是变量的线性函数。又称为线性规划。

(2) 非线性最优化问题。若目标函数和约束条件函数中只要有一个是变量的非线性函数，此类问题为非线性最优化问题，或称为非线性规划。其又分为：

① 近似规划。在局部范围内，以一系列线性函数去近似非线性函数，从而可按线性规划方法去求解此类非线性问题。

② 二次规划。指目标函数为二次型，而约束条件函数是线性的一类优化问题。它是从线性规划到非线性规划的过渡，是最简单的一种非线性规划，对讨论优化原理有较重要意义。

③ 几何规划。其目标函数及约束条件函数具有正多元多项式的形式。

### 3. 按变量的类型分

(1) 连续规划。变量都为连续量。

(2) 离散规划。变量都为离散量。

(3) 混合离散规划。变量中既有连续量也有离散量。电机与变压器等很多工程问题都属于此类规划问题。

### 4. 按变量的取值类型分

(1) 确定型。在优化问题中变量每次取值都为确定的。电机和变压器的优化问题都属于此类问题，其变量基本上是取值确定的。

(2) 随机型(概率性)。优化问题中变量的取值是不确定的，只能根据经验数据或统计平均规律来解决。如一个电子系统的可靠性问题就属于此类随机优化的问题。有的随机优化问题若能表示成数学规划的模型，则可以与确定型问题一样用规划论来求解，称为随机规划。

### 5. 按随时间的变化与否分

(1) 静态最优化问题。最优化问题的解不随时间变化。电机及变压器的最优设计均

属于静态最优化这一类型。这类问题又称为参数最优化问题。

(2) 动态最优化问题。最优化问题的解随时间而变化。即变量是时间  $t$  的函数这一类问题称动态最优化问题或最优控制问题。如求动圈式电表在测量过程中动态误差最小的问题。

#### 6. 按求解的方法分

(1) 解析法(间接法)。它利用微分学和变分法的经典方法，通过求导数得出最优化的必要条件、建立一组方程，用解析法求出最优解。因而此法只适用于目标函数及约束条件能用函数的显式表示且其函数的导数存在的情况。

(2) 数值计算法(直接法)。它利用已有的资料和经验，通过迭代程序来产生最优化问题的解。当实际问题比较复杂、导数不易求得或不存在以及目标函数及约束函数不能用显式表达，只能依靠计算直接得出任一点的函数时，这种方法比较适用。电机及电器的设计优化问题由于目标函数及约束函数一般难于用显式表达，因此广泛采用直接计算法。

(3) 图解法。它是把求解极大值或极小值的函数作为单变量或多个变量函数，画出其图形，在图形上通过直接观察而得到。此法比较简单直观，但仅适用于最多两个自变量的情况。

(4) 实验法。它是通过实际变化过程的直接试验办法得到，一次实验结果用来安排下次实验，而不做数学上的运算。

(5) 情况研究法。此法是把同一问题的许多典型解做估计以确定最优解。显然这种方法得到的“最优解”可能只是次优解或较优解。

表 23-2



在解析法与数值计算法中,每一类又包含很多方法,将其列简表如表(23-2)。

由上面优化问题的各分类中可以得知,电机及变压器的优化设计属于带有一个或多个不等式约束的非线性优化问题,它又是静态和确定型的优化问题。其求解方法广泛采用罚函数法,把其有约束的优化问题化为一系列无约束非线性优化问题,再采用无约束优化方法(一般采用数值计算法)去求解。这将在下面几节介绍。

### 三、优化方法的评价标准

目前,优化方法有很多种,各有特点。如何评价算法的优劣对选择合适的优化方法有重要意义。评价的标准有很多方面,一般应有如下几点:

- ① 优化结果要好,目标函数  $f(X)$  要小,这是最重要的基本要求。
- ② 稳定性要好。优化结果不能有时好,有时差。
- ③ 尽可能简单。方法本身及编程要简单,完成与算法对应的程序的人、时数要少。
- ④ 省机时。为解出所需要的优化问题,机器执行该程序所费时间及费用要省。
- ⑤ 通用性广。适用性强,可以解决多种优化问题。
- ⑥ 使用方便。输出结果易解释,确定初始数据并输入计算机中所需工作量要少。这虽然与程序编写有关,但也取决于所用的计算方法。

其它还有要求机动性等等。在选择优化方法时应综合考虑。

## 第二节 优化方法简介

优化问题的求解方法可有很多种。电机及变压器的优化问题属于有约束的非线性优化问题,其目标函数和约束条件函数都难以用变量的显式函数表示,所以一般都采用直接法(数值计算法)去求解。由于有约束的问题经常化为无约束问题去求解,因此本节先介绍无约束非线性优化问题的直接搜索法,再介绍有约束非线性优化问题的求解方法。

### 一、无约束非线性优化问题的直接搜索法

直接搜索法是以直接计算函数值为基础进行寻优的。它的基本方法是迭代计算。从初始点开始产生一个点列,使之逐步接近最优点。这就要求确定搜索方向与选择步长两方面问题,它们决定了各种方法的计算效率。

直接法分为一维搜索(用于单变量)和多维搜索(用于多变量)两类。虽然电机设计问题很少为单变量的,但多维搜索中常用到一维搜索的方法,故先介绍一维搜索的方法。

#### (一) 一维寻优法

1. **0.618 法** 0.618 法属于区间消去法。基本思路是在搜索过程中逐次去掉“不好”的区间,使寻优的范围不断缩小直到所需精度,从而确定最优解。对于一维情况,搜索过程只在一条直线上进行,一般相当有效。这种方法由于采用了黄金分割有关的系数 0.618,因而得名 0.618 法,有时也称为黄金分割法。其原理如下述。

设求优区间为  $x$  轴上  $[0, 1]$  区间,区间长  $L_1 = 1$ 。在区间内先找两点:  $x_1 = 0.382L_1 = 0.382$ ,  $x_2 = 0.618L_1 = 0.618$ 。计算并比较相应的函数值  $f(x_1), f(x_2)$ 。这里有两种

情况，其一为  $f(x_1) \geq f(x_2)$  时应去掉不好区间  $(0, x_1)$  如图 23-7(a) 所示；其二为  $f(x_1) < f(x_2)$  时，则去掉  $(x_2, 1)$  区间，如图 23-7(b) 所示。去掉不好区间后，区间长变化为  $L_2 = 0.618L_{10}$ 。

第二步仍按上述比例，在区间  $L_2$  长上取两点  $x'_1 = 0.382L_2, x'_2 = 0.618L_2$ 。这时，由坐标上看，第一种情况下，新取的  $x'_1$  点就是原来的  $x_2$  点，而第二种情况下新取的  $x'_2$  点就是原来的  $x_1$  点。如图 23-7(a), (b) 所示。因而此时不论何种情况，各自只新算一点即可。将求得的  $f(x'_1)$  与  $f(x'_2)$  比较，按上述方法去掉不好区间，此时区间长为  $L_3 = 0.618L_2$ 。这样重复迭代，直到第  $k$  次区间长  $L_k$  小于规定的变量精度  $\epsilon$  时停止进行，这时的函数值即为最优值。

从上述可以看出，每迭代一次，其搜索区间按固定比例 0.618 减少。

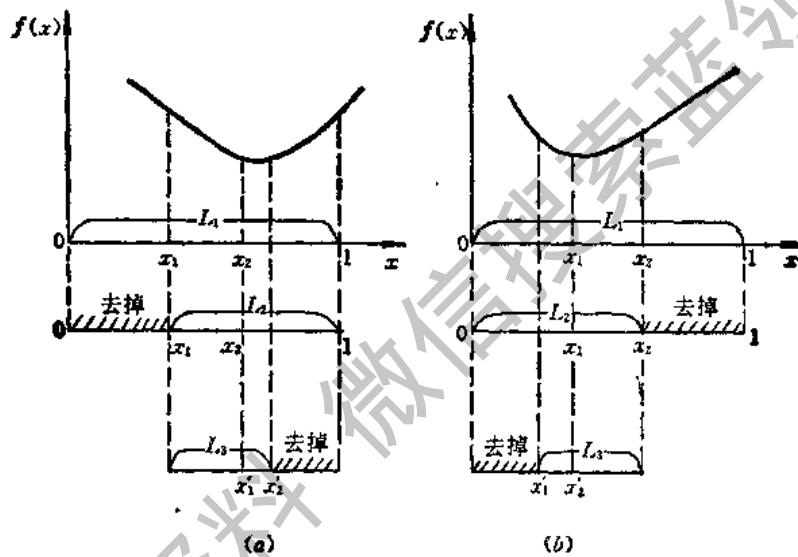


图 23-7

具体步骤如下：

① 设初始区间为  $[a_0, b_0]$  (如图 23-7 中  $[0, 1]$ )，在该区间内求取两个特定点，分别为：

$$x_1 = a_0 + \lambda(b_0 - a_0) \quad (\lambda = 1 - 0.618034)$$

$$x_2 = b_0 - \lambda(b_0 - a_0)$$

② 计算  $f(x_1), f(x_2)$  并进行比较

若  $f(x_1) \geq f(x_2)$ ，第一次缩短区间后，区间为  $[a_1, b_1]; a_1 = x_1, b_1 = b_0$ 。同时再取两点  $x'_1, x'_2$ ；取法为： $x'_1 = x_2, x'_2 = b_1 - \lambda(b_1 - a_1)$ 。

若  $f(x_1) < f(x_2)$ ，则缩短后区间  $[a_1, b_1]$  及新取点  $x_1, x_2$  分别为： $a_1 = a_0, b_1 = x_2, x'_1 = x_1, x'_2 = a_1 + \lambda(b_1 - a_1)$ 。

再计算相应的  $x'_1, x'_2$  点函数值，并进行比较，缩短区间如前。

③ 每缩短一次区间，判断一下是否满足

$$|b - a| < \epsilon$$

式中  $b - a$ ——当次求得的区间；

$\epsilon$ ——规定精度。

若不满足，则再进行缩短，直至满足要求为止。

④ 比较最后求到的两函数值，确定最优点及最优值。

具体程序如下。

```
F(X) = 目标函数
READ(5,15)A,B,E,L
15 FORMAT(4E 15.6)
S = B - A
X1 = A + L*S
F1 = F(X1)
X2 = B - L*S
F2 = F(X2)
25 IF(F1.LE.F2) GOTO 35
A = X1
X1 = X2
F1 = F2
X2 = B - L*(B - A)
F2 = F(X2)
GOTO 45
35 B = X2
X2 = X1
F2 = F1
X1 = A + L*(B - A)
F1 = F(X1)
45 IF(ABS(B - A).GT.E) GOTO 25 IF(F1.GE.F2) GOTO 65
WRITE(6,60) F1,X1,X2,B
60 FORMAT(1X, 2HF = ,E15.6 10X,2HX = , 1H15.6/1X, 2HA = ,E15.6,10X, 2HB = ,E
15.6) GOTO 75
65 WRITE(6,60) F2,X2,X1,A
75 STOP
END
```

程序中， $A$  为初始求优化区间起点坐标； $B$  为其终点坐标； $E$  为规定的变量精度； $L$  为系数  $1 - 0.618034 = 0.381966$ 。

2. 分数法 分数法的寻优步骤与 0.618 法一样，但只是用分数  $\frac{F_{n-1}}{F_n}$  和  $\frac{F_{n-2}}{F_n}$  代替 0.382 和 0.618 来确定试算点。它是按斐波那契数列 (Fibonacci) 规律进行区间缩减的一种搜索法，每次缩减的比例按如下规律变化： $1, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{8}, \frac{8}{13}, \frac{13}{21}, \dots$  因此又称斐波那契法。此法总迭代的次数  $n$  可根据缩短的精度  $\epsilon$  预先确定：

$$(b_0 - a_0)/F_{n+1} \leq \epsilon \quad (23-26)$$

式中  $b_0, a_0$ ——寻优区间的端点坐标;  $(b_0 - a_0)/F_{n+1}$ ——第  $n$  次迭代后的精度(求得的最优点到真正最优点的最大可能距离);  $\epsilon$ ——预先规定的精度要求。显然试算点的个数也被确定了。具体步骤如下:

① 确定迭代次数  $n$  (按式 23—26)

② 由求优区间  $(a_0, b_0)$  确定第一次试算点的位置坐标, 即

$$x_1 = a_0 + \frac{F_{n-2}}{F_n} (b_0 - a_0), \quad x_2 = a_0 + \frac{F_{n-1}}{F_n} (b_0 - a_0)$$

与 0.618 法一样, 试算点在区间内位置是对称的。

③ 计算并比较函数值  $f(x_1), f(x_2)$  的大小。若  $f(x_1) \geq f(x_2)$ , 取

$$a_1 = x_1, \quad b_1 = b_0, \quad x_1^l = x_2, \quad x_2^l = a_1 + \frac{F_{n-2}}{F_{n-1}} (b_1 - a_1)$$

否则取

$$a_1 = a_0, \quad b_1 = x_2, \quad x_1^l = x_1$$

$$x_2^l = b_1 + \frac{F_{n-2}}{F_{n-1}} (a_1 - b_1)$$

④ 计算  $f(x_1^l)$  或  $f(x_2^l)$ (与 0.618 法一样其中的一个点与前面取点相同, 已算出)再如③步同样缩减迭代, 试算点一般表达式为

$$x_1^k = b_{k-1} + \frac{F_{n-k}}{F_{n-k+1}} (a_{k-1} - b_{k-1})$$

$$x_2^k = a_{k-1} + \frac{F_{n-k}}{F_{n-k+1}} (b_{k-1} - a_{k-1})$$

⑤ 当迭代到  $k = n - 1$  时, 有

$$x_1^{n-1} = x_2^{n-1} = \frac{1}{2} (a_{n-2} + b_{n-2})$$

无法比较  $f(x_1^{n-1})$  与  $f(x_2^{n-1})$  的大小来确定最终区间, 这时, 取

$$x_1^{n-1} = \frac{1}{2} (a_{n-2} + b_{n-2})$$

$$x_2^{n-1} = a_{n-2} + \left( \frac{1}{2} + \delta \right) (b_{n-2} - a_{n-2})$$

其中  $\delta$  为任意小的数, 这样可得最终区间  $[a_{n-2}, b_{n-2}]$  在  $x_1^{n-1}, x_2^{n-1}$  两点以函数值小者为近似最优点, 相应的函数值为近似最优值。

此法的程序与 0.618 法类似, 不再赘述。

区间消去法中还有平分法。与 0.618 法及分数法比较, 平分法收敛最快, 但由于只适用于单调变化的函数, 用的不多。0.618 法虽然是一种近似法, 收敛比分数法稍慢, 但它以固定比例缩短区间, 计算简单, 在实用变量搜索精度( $<1\%$ )情况下, 搜索次数与分数法相近或稍多些, 因而用的较多。分数法相对较为复杂, 但收敛速度比 0.618 法要快, 但不如平分法。

**3. 插值法** 插值法又称为函数逼近法或多项式近似法, 其基本思路是以若干点的目

标函数值构成多项式  $\phi(x)$  去近似原函数  $f(x)$ , 以解析法对  $\phi(x)$  求优, 以  $\phi(x)$  的极值点作为目标函数  $f(x)$  的极值点的近似, 通过迭代直到满足规定精度, 求到最优点。牛顿法(切线法)及抛物线法等均属此类方法。常用的插值多项式为二次或三次, 分别称为二次插值或三次插值。三次插值虽然收敛较快, 但要求导数计算较繁。工程上广泛采用的是二次插值法或称抛物线插值法。它计算较简单又具有一定的精度, 且只要求函数  $f(x)$  是连续的。二次插值具体步骤如下述。

① 求取三个插值点。为保证收敛, 此三点对应的函数值必须两头大、中间小, 即三个点  $A, B, C$  应满足条件

$$\left. \begin{array}{l} x_A < x_B < x_C \\ f(x_A) > f(x_B) < f(x_C) \end{array} \right\} \quad (23-27)$$

设初始点为  $x_1$ , 初始步为  $\Delta x$ (为充分小的正数)。计算  $f(x_1)$  与  $f(x_2), x_2 = x_1 + \Delta x$  比较  $f(x_1)$  及  $f(x_2)$ :

若  $f(x_1) \geq f(x_2)$ , 将步长加倍, 在  $x_3 = x_2 + \Delta x \times 2, x_4 = x_3 + \Delta x \times 4, \dots, x_k = x_{k-1} + \Delta x \times 2^{k-2}$  等处求  $f(x_k)$ , 直到函数值增加为止。

若  $f(x_1) < f(x_2)$ , 则求  $x_3 = x_2 - \Delta x, x_4 = x_3 - \Delta x \times 2, x_k = x_{k-1} - \Delta x \times 2^{k-3}$ , 直到函数值增加为止。

对于凸函数来说, 最小点必落在  $x_{k-2}$  与  $x_k$  之间, 即  $x_{k-2} < x^* < x_k$ , 而且有

$$x_k - x_{k-1} = 2(x_{k-1} - x_{k-2})$$

在  $x_k$  与  $x_{k-1}$  的之间的中点处再取一点  $x_{k+1}, x_{k+1} = \frac{1}{2}(x_k + x_{k-1})$ 。

这样共有 4 个等间距的点,  $x_{k-2}, x_{k-1}, x_{k+1}, x_k$ , 设它们之间的间距为  $h$ , 当  $f(x_1) \geq f(x_2)$  时为  $h = 2^{k-3}\Delta x$ ; 当  $f(x_1) < f(x_2)$  时为  $h = 2^{k-4}\Delta x$ 。比较这四点对应的函数值, 把其中  $f(x)$  值最小的点的坐标定为  $x_B$  点, 取  $x_A = x_B - h, x_C = x_B + h$ , 去掉余下的一点, 这样就求到三个插值点  $A, B, C$ 。所要求的极值点显然在  $(x_A, x_C)$  区间内。

② 求近似极值点。根据  $A, B, C$  三点的  $f(x)$  值可求出插值多项式  $\phi(x)$  的三个系数及  $\phi(x)$  的最优解  $x_0$ 。由方程

$$\begin{cases} \phi(x_A) = a_0 + a_1 x_A + a_2 x_A^2 = f(x_A) = f_A \\ \phi(x_B) = a_0 + a_1 x_B + a_2 x_B^2 = f(x_B) = f_B \\ \phi(x_C) = a_0 + a_1 x_C + a_2 x_C^2 = f(x_C) = f_C \end{cases}$$

求得

$$a_0 = \frac{1}{D} [f_A x_B x_C (x_C - x_B) + f_B x_C x_A (x_A - x_C) + f_C x_A x_B (x_B - x_A)]$$

$$a_1 = \frac{1}{D} [f_A (x_B^2 - x_C^2) + f_B (x_C^2 - x_A^2) + f_C (x_A^2 - x_B^2)]$$

$$a_2 = -\frac{1}{D} [f_A (x_B - x_C) + f_B (x_C - x_A) + f_C (x_A - x_B)]$$

$$D = (x_A - x_B)(x_B - x_C)(x_C - x_A)$$

由

$$\phi'(x) = a_1 + 2a_2x_0 = 0$$

得到

$$x_0 = -\frac{a_1}{2a_2} \quad (23-28)$$

③ 迭代。第一次迭代求出的  $x_0$  并不是  $f(x)$  的真正极小点，还必须经过多次迭代才能达到精度要求。迭代方法有两种。一种是比较  $f(x_0)$  与  $f(x_B)$  值，以其中较小值点做为  $B$  点加上左右邻近点构成新的计算点  $A, B, C$  使之满足式(23-27)要求，再去求极值。如此反复直到满足规定精度要求或判据。另一种是比较  $f(x_0)$  与  $f(x_B)$ ，以其中较小值点为新的初始点，同时缩短初始步长  $\Delta x$ 。重复上述步骤①、②直至满足要求。

④ 收敛判据。收敛判据一般有两类：

$$|f(x_0) - f(x_B)| < \epsilon$$
$$|[f(x_0) - f(x_B)]/f(x_0)| < \epsilon \quad (f(x_0) \neq 0)$$

式中  $\epsilon$ ——预给的迭代精度。

插值法程序如下。

```
F(X) = 给定目标函数
READ(5,10)X0,E,H0,S
10 FORMAT(4E15.6)
      X1 = X0
      F1 = F(X1)
20      N = 0
      H = H0
      X2 = X1 + H0
      F2 = F(X2)
      IF(F1.GT.F2) GOTO 40
      H = -H
      X3 = X1
      F3 = F1
30      X1 = X2
      F1 = F2
      X2 = X3
      F2 = F3
      GOTO 50
40      H = H + H
      N = N + 1
50      X3 = X2 + H
      F3 = F(X3)
      IF(F2.GT.F3) GOTO 70
      IF(N.GT.0) GOTO 80
60      C1 = (F3 - F1)/(X3 - X1)
      C2 = ((F2 - F1)/(X2 - X1) - C1)/(X2 - X3) GOTO 100
```

```

70 H = H + H
    N = N + 1
    GOTO 30
80 X4 = 0.5*(X2 + X3)
    F4 = F(X4)
    IF(F4.GT.F2) GOTO 90
    X1 = X2
    F1 = F2
    X2 = X4
    F2 = F4
    GOTO 60
90 X3 = X4
    F3 = F4
    GOTO 60
100 IF(ABS(C2).LT.E) GOTO 140
    X4 = 0.5*(X1 + X3 - C1/C2)
    F4 = F(X4)
    IF(F2.LT.1.0) GOTO 110
    F5 = F2
    GOTO 120
110 F5 = 1.0
120 IF(ABS((F4 - F2)/F5).LT.E) GOTO 150
    IF(F4.GT.F2) GOTO 140
    X1 = X4
    F1 = F4
130 HO = S*HO
    GOTO 20
140 X1 = X2
    F1 = F2
    GOTO 130
150 WRITE(5,160) F4, X4
160 FORMAT(1X,3HX = ,E15.6/5X,3HX = , E15.6)
STOP
END

```

程序中， $X_0$  为初始点； $E$  为规定精度； $H$  为初始给定步长； $S$  为多次迭代时步长缩短倍数。

一般情况下，二次插值法比分数法收敛快，更有效。

一维变量寻优还有很多方法，不一一列举。应注意的是在多变量优化中采用一维寻优与单变量的一维寻优是很不相同的。多维优化问题的搜索方向有无限多个，问题要复杂得多。而且由图 23-8 中可看出：函数  $f(x_1, x_2)$  只有一个极小点  $Q$ ，但是它在某条直线上可以有多个极小点，如  $A$  与  $B$ 。

## (二) 多维优化方法

实际的设计或工程优化问题都是多变量的优化问题。因而多维优化问题的求解具有更普遍的意义。多维优化方法如表 23-2 所示有很多种，这里介绍常用的几种方法。

**1. 坐标轮换法** 多变量的优化问题经常采用降维法，即把一个多变量的问题转化为一系列较少变量问题的方法。基本思想是对每个变量做一维寻优。由于降维的方式不同，降维法也有多种，坐标轮换法就是一种降维法，它是最古老的多维搜索法，属于爬山法的一种，也称为变量轮换法。

此法的迭代过程是沿着不同的坐标方向轮换进行搜索，最后求到最优点。具体步骤如下述。

(1) 设初始点  $X^0, X^0 = (x_1^0, x_2^0, x_3^0, \dots, x_n^0)^T$  由  $X^0$  出发，固定  $n-1$  个变量，先对一个变量如  $x_1$  求最优，这属于一维寻优，可用上述介绍的各种方法得到一个好点  $X^1 = (x_1^1, x_2^0, x_3^0, \dots, x_n^0)^T$  将  $x_1$  固定在  $x_1^1$ ，保持其余  $n-2$  个变量不变，对另一个变量如  $x_2$  进行一维求优，得到第二个好点  $X^2 = (x_1^1, x_2^1, x_3^0, \dots, x_n^0)^T$ ，如此进行直到几个变量全部轮换一遍得到  $X^* = (x_1^1, x_2^1, x_3^1, \dots, x_n^1)^T$ 。这称为完成一次迭代或第一轮。

(2) 第二次迭代再从  $x_1$  开始如(1)中所述依次轮流寻优，仍是每次对某个变量寻优时都将其他变量固定在上一次得到的尽可能好的点上。如此迭代不停，直到满足精度要求(即判据)为止。

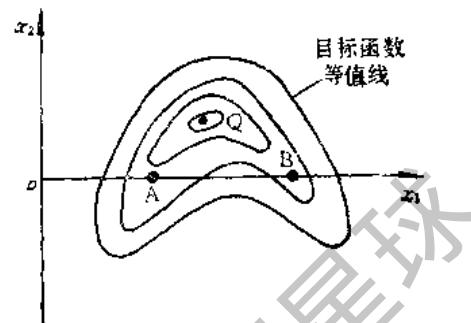


图 23-8

(3) 终止判据(或收敛判据)为

$$|X^* - X^0| \leq \epsilon$$

式中  $\epsilon$  —— 规定的误差值或规定的精度。  
坐标轮换法框图如图 23-9 所示。

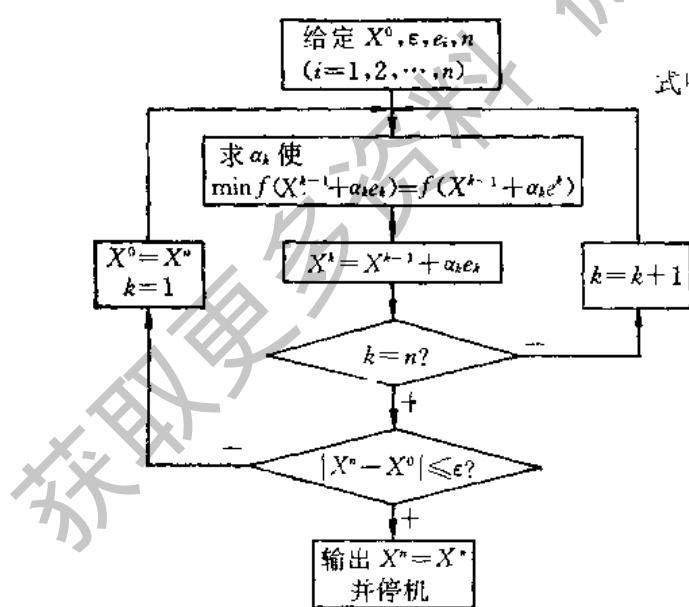


图 23-9

$n$  —— 变量数(目标函数的维数);  $e_i$  —— 搜索方向(坐标方向);  $\epsilon$  —— 判敛精度  $\epsilon > 0$ ;  
 $X^0$  —— 给定初始点

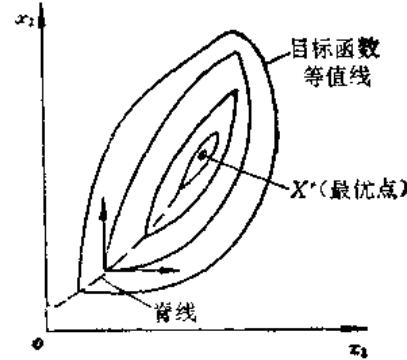


图 23-10

坐标轮换法方法简单但收敛较慢，其收敛速度快慢与初始点的位置、各变量变化的次序密切相关，还与目标函数的性质有关。当目标函数呈现“病态”（如二元函数的等值线很细长的情况）其迭代次数急剧增加；而当目标函数的等值线出现一脊线（或谷线）情况下，此法会完全失败，这是由于其搜索方向总是平行于某一坐标轴不能斜向前进搜索，一旦碰到等值线的脊线就不能找到更好的点了（如图 23-10 所示），求优将失败。这些是坐标轮换法存在的问题。

2. 步长加速法（虎克-杰夫法） 针对坐标轮换法遇到“脊线”问题束手无策的致命缺点，虎克（Hooke）与杰夫斯（Jeeves）于 1961 年提出步长加速法。显然，沿着脊线方向是达到最优点的有利方向，而虎克-杰夫法正是沿着脊线加速爬山的方法。

此法由两类移动构成，一类是为了探求有利方向的探索移动（简称探移），一般沿坐标轴方向，步长要先预定，也可以在不同坐标方向给出不同的步长。但只做正反两方向的探索求出“优点”；另一类是沿着有利方向采用加速模式移动（简称模移），这里是以坐标轮换一周得到的总方向再加前一周期的总方向为有利方向，作规定步长移动。这两类移动形成一轮搜索周期。第〇周期是以探移开始与结束，其它的周期以模移开始，探移结束，两者交叉进行直到接近最优点。以二维函数为例，取起始点  $X_0$ ，规定各坐标方向的步长  $\Delta x_i$  ( $i$  为变量序号)，步长缩小系数  $K$  及搜索终止时要求的变量精度  $\epsilon$ 。如图 23-11 所示，具体步骤如下：

(1) 第〇周期。从起始点  $X_0 = X_B^0$  出发，作探移，按规定步长  $\Delta x_1, \Delta x_2$ ，沿  $x_1, x_2$  两方向作正反两方向探移，方法与坐标轮换法相同但步长是预先确定的。若  $x_1, x_2$  两方向均正探成功，如图 23-11 所示，得到“好点”  $X_B^1$  及有利方向  $(X_B^1 - X_B^0)$ 。

(2) 模移。由  $X_B^1$  点出发沿有利方向按步长  $|X_B^1 - X_B^0|$  移一步得到点  $X_k^1$ 。

(3) 从  $X_k^1$  点出发再作探移，步长仍为预先规定的  $\Delta x_1$  及  $\Delta x_2$ ，仍与坐标轮换法相似，可得到一个“好点”  $X_B^2$ ，显然  $f(X_B^2) < f(X_k^1)$ ，但是由于模移到  $X_k^1$  点时并未判断函数值是否减少， $f(X_B^2)$  不一定小于  $f(X_B^1)$ ，这时，要比较  $f(X_B^2)$  与  $f(X_B^1)$  的大小：若  $f(X_B^2) < f(X_B^1)$ ，则取  $X_B^2$  为新的起点做下一周期的模移，步长为  $|X_B^2 - X_B^1|$ ；若  $f(X_B^2) > f(X_B^1)$  则退回到  $X_B^1$  点。这里又有两种情况： $X_k^1 \neq X_B^1$ ，说明前一个周期还有成功的，则以  $X_k^1$  为新的起点开始探移；若  $X_k^1 = X_B^1$ ，表示前一个周期的探移全失败，找不到有利方向，好点可能就在  $X_B^1$  点附近了。这时应缩小步长为  $\Delta x_i = k\Delta x_i$ ，重新开始探移。

(4) 反复进行步骤(2)与(3)，直到满足规定的精度  $\epsilon$  为止。

(5) 迭代收敛的判据为  $\Delta x_i < \epsilon, i = 1, 2, \dots, n$ 。

以图 23-11 为例搜索过程如下。

第一周期：由初始点  $X_0 = X_B^0$  开始，沿  $x_1, x_2$  两方向均正探成功得到‘好点’（又称做基点）  $X_B^1$  及有利方向  $(X_B^1 - X_B^0)$ 。

第二周期：由  $X_B^1$  点模移得到  $X_k^1$ （称为参考点）由  $X_k^1$  在  $x_1, x_2$  方向均正探成功，得到  $X_B^2$  点，由于  $f(X_B^2) < f(X_B^1)$ ，故有利方向为  $(X_B^2 - X_B^1)$ 。

第三周期：由  $X_B^2$  点模移（步长为  $|X_B^2 - X_B^1|$ ）到点  $X_k^2$ ，沿  $x_1$  正探成功，而  $x_2$  正、反两方向均失败。得到点  $X_B^3$  及有利方向  $(X_B^3 - X_B^2)$ 。

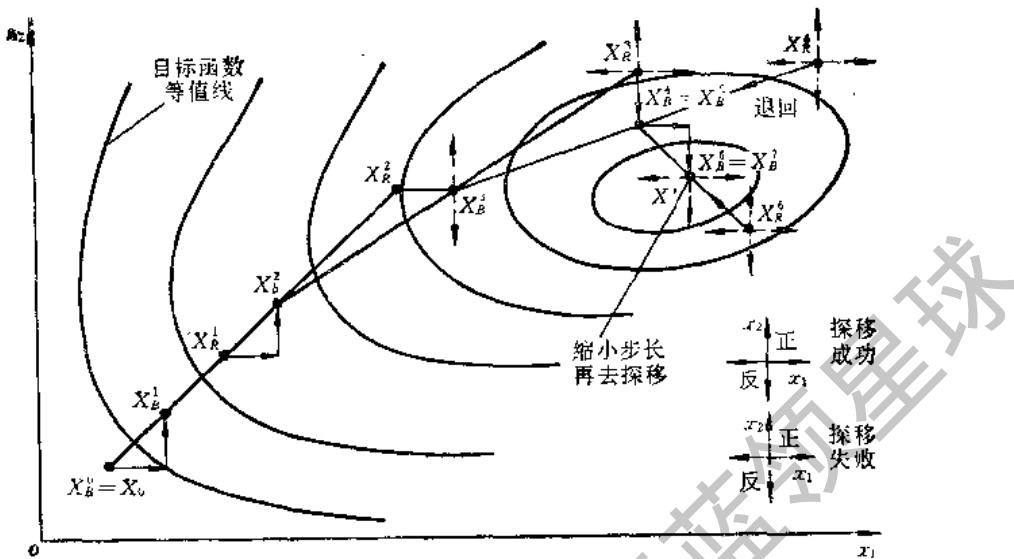


图 23-11

第三周期：由  $X_B^3$  点模移得到  $X_k^3$  点。由  $X_k^3$  点出发，在  $x_1$  正反两方向均探移失败，沿  $x_2$  反方向探移成功。得到点  $X_B^4$  及有利方向  $(X_B^4 - X_B^3)$ 。

第四周期：由  $X_B^4$  模移得到点  $X_k^4$ 。在  $X_k^4$  点沿  $x_1$  及  $x_2$  正反两方向均探移失败。退回到  $X_k^3$  点。

第五周期： $X_B^4 = X_k^4$ 。无模移，即  $X_k^4 = X_B^4$ 。由  $X_k^4$  出发在  $x_1$  及  $x_2$  方向均有探移成功得到  $X_B^5$  点及有利方向  $(X_B^5 - X_B^4)$ 。

第六周期：由  $X_B^5$  模移得到点  $X_k^5$ 。在  $X_k^5$  点探移全失败，退回到  $X_B^5$  点。 $X_k^5 = X_B^5$ 。

第七周期：在  $X_B^5$  点无模移，且  $X_k^5 = X_B^5$ 。由  $X_k^5$  出发探移全失败。此时已找不到有利方向了。只能缩小步长，令  $\Delta x_i = k \Delta x_i$ ，可求到最优点  $X^*$ 。

由以上分析可以看出：虎克-杰夫法求优时完全按照规定的模式进行，规律性强，编程序较简单。但是此方法缺乏灵活性，收敛速度也慢。特别是对于函数的等值线呈细长型的病态情况，计算迭代次数将急剧上升。使用此法将需要进行大量的数值计算，而最后优化的能否成功与初始点的选择及预定的步长值的大小密切相关，但这两者的随机性很大，要由经验去判定，若选择不当，就有导致失败的可能。针对这些问题已经提出不少改进方法，如采用多起点、多种步长、改变变量变化的次序以及采取与其它求优法如随机法结合使用等等，都取得一定效果。

虎克-杰夫法程序框图见图 23-12。

**3. 共轭方向法(方向加速法)** 坐标轮换法和步长加速法都要经过多次迭代，进行大量的计算才能找到函数的无约束的极小值点。鲍威尔(Powell)于 1964 年提出共轭方向法，这是一种有效的方法，可在较少的有限步数求到  $E^n$  内二次函数的极小值点，由于在极值点附近的目标函数都可用二次函数近似，因而它对于非二次函数也有效。共轭方向法又称为鲍威尔法。此法的思路是以共轭方向为基础，迭代过程中通过一维搜索找到共

轭方向,再沿共轭方向前进可以很快找到其极值点。

下面先介绍共轭方向的概念及求法,再叙述共轭方向法的具体算法。

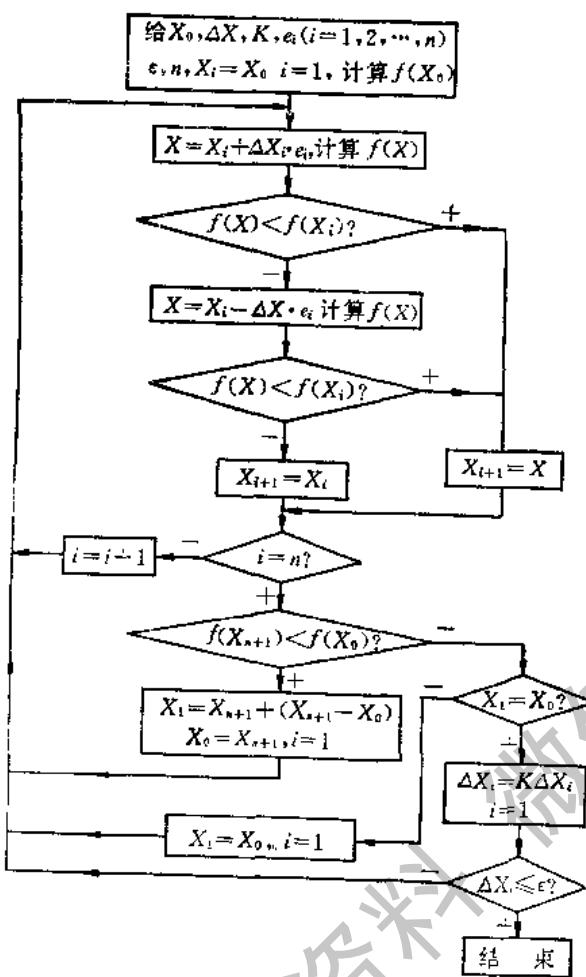


图 23-12

$X_0$ —初始点值;  $ΔX$ —步长;  $K$ —缩小步长的系数;  $n$ —变量个数(优化空间的维数);  $ε$ —精度,结束迭代的判据

(2) 共轭方向的求法(对二维情况):若从不同的初始点出发沿同一方向如  $S$ ,进行一维搜索,可分别得到  $X_1, X_2$  两个最优点,则向量  $(X_2 \rightarrow X_1)$  (即  $X_1$  点与  $X_2$  点联线)与  $S$  方向互为共轭方向,如图 23-13 所示。

共轭方向法具体步骤如下(见图 23-14):

① 取初始点  $X_0^0$ ,以两坐标轴方向为第一轮搜索方向(定为  $P_1^0$  及  $P_2^0$  两方向),与坐标轮换法类似;先沿  $P_1^0$  方向进行一维搜索,求得最优点  $X_1^0$ ,  $X_1^0 = X_0^0 + \alpha_1 P_1^0$ ,再由  $X_1^0$  出发沿  $P_2^0$  求最优点,得到点  $X_2^0$ ,  $X_2^0 = X_1^0 + \alpha_2 P_2^0$ 。令模式方向  $X_2^0 - X_0^0$  方向为  $P_3^0$ 。由  $X_0^0$  点起始沿  $P_3^0$  方向进行一维搜索求到最优点令为  $X_3^0$ ,第一轮探索结束。

② 第二轮以  $X_0^0$  为起点,搜索的方向有所改变;去掉原来的第一个搜索方向  $P_1^0$ ,由第一轮得到的新方向  $P_3^0$  补至最后,这样搜索方向及顺序为  $P_1^0 = P_2^0, P_2^0 = P_3^0$ 。按①所述

### (1) 共轭方向的概念

定义: 若  $A$  为  $n \times n$  实对称正定阵,且两个  $n$  维向量  $X_1$  与  $X_2$  满足

$$X_1^T A X_2 = 0 \quad (23-29)$$

则称两向量对矩阵  $A$  共轭。

可以证明,无论怎样选取初始点,依次沿着  $n$  个线性无关的  $A$  共轭的方向求二次函数的极小,总能在第  $n$  步或第  $n$  步之前到达全局极小值点,并且与所用的  $n$  个方向的次序无关。因而共轭方向对求极小值点有重要意义。

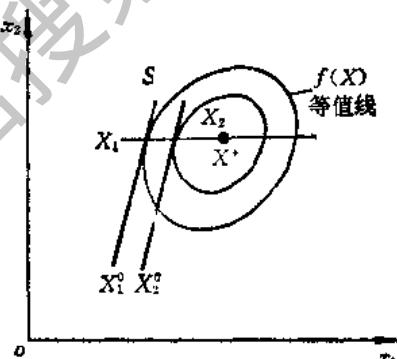


图 23-13

方法轮换进行一维搜索,求到最优点  $X_0^k$ 。并令  $X_0^k - X_0^k$  方向为  $P_0^k$ 。

③ 按共轭方向的判定法与平行关系可以看出  $P_0^k$  与  $P_1^k$  两方向互为共轭,由  $X_0^k$  点出发,沿  $P_0^k$  方向进行一维搜索求最优点  $X_0^{k+1}$ 。

④ 重复上述迭代步骤,直到各变量的变化值小于规定精度为止。

⑤ 终止迭代判据为  $|X_n^k - X_0^k| < \epsilon$  式中,  $\epsilon$  为规定精度。 $X_n^k$  及  $X_0^k$  为每轮迭代的终点与始点。

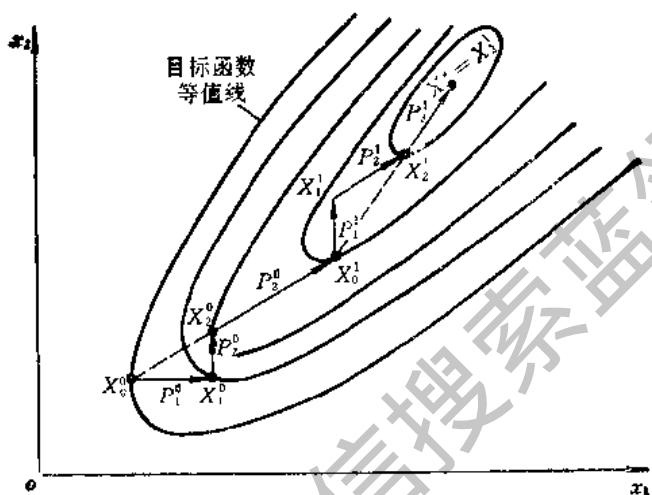


图 23-14

鲍威尔法在每个方向上都做一维寻优,这样,变量的初始值选择对求优的最后结果的影响较小,而且收敛的速度也较快。但仍要进行大量的数值计算,并不节省机时。

鲍威尔法要求每轮的各个搜索方向线性无关,即彼此是独立的。否则可能经过任意次迭代也不能达到最小值点,求优将告失败。按照基本的鲍威尔法所构造的搜索方向中下轮的方向里有些是上轮求优方向的线性组合,对于一些病态函数问题,经过几轮搜索后就有使各方向接近线性相关的趋势,以致在变量数超过 5 个时,常会失败,为此提出了一些修正方法。它们的主要思路是在每轮获得新的方向  $P_i$  后,不再象基本鲍威尔法那样简单地逐次顶替搜索方向,而是根据使新的一轮  $n$  个搜索方向最接近“正交”的原则确定是否替换(以新方向  $P_i$  来替换原来  $n$  个方向中的某一个),替换哪个方向。可以证明,  $n$  个方向越接近正交,也就越可以避免线性相关的倾向。

按照这个原则,下轮中应被替换的方向不是基本鲍威尔法中的第一个坐标方向而是这轮中使目标函数值改进最大的那个方向,用

$$\Delta = \max_{1 \leq i \leq n} [f(X_{n+1}^k) - f(X_n^k)]$$

表示目标函数改进最大的值,相应的搜索方向为  $P_i$ 。而  $P_i$  是否被顶替掉,应判定

$$f_1 - 2f_2 + f_3 \geq 2\Delta \quad (23-30)$$

其中,  $f_1 = f(X_0^k)$ ,  $f_2 = f(X_n^k)$ ,  $f_3 = f(X_{n+1}^k)$ 。 $X_{n+1}^k$  为沿  $k$  轮模式方向向前走一个步长,方法同虎克-杰夫法中的“模移”得到的点。其模式方向二维时为  $X_0^k - X_n^k$ ,  $n$  维时为

$X_i^k - X_0^k$

若(23-30)式成立, 则新的下一轮方向仍用本轮的, 起点为  $X_{n+1}^k$ , 不替换任何一个方向。若(23-30)式不成立, 则沿上述模式方向做一次一维求优得点  $X_{n+1}^k$ , 以它为下轮起始点, 以此模式方向顶替应被去掉的方向  $P_i$ , 并把其补在所有方向的最后, 以保证它的共轭方向。

修正的鲍威尔法的框图如图 23-15。

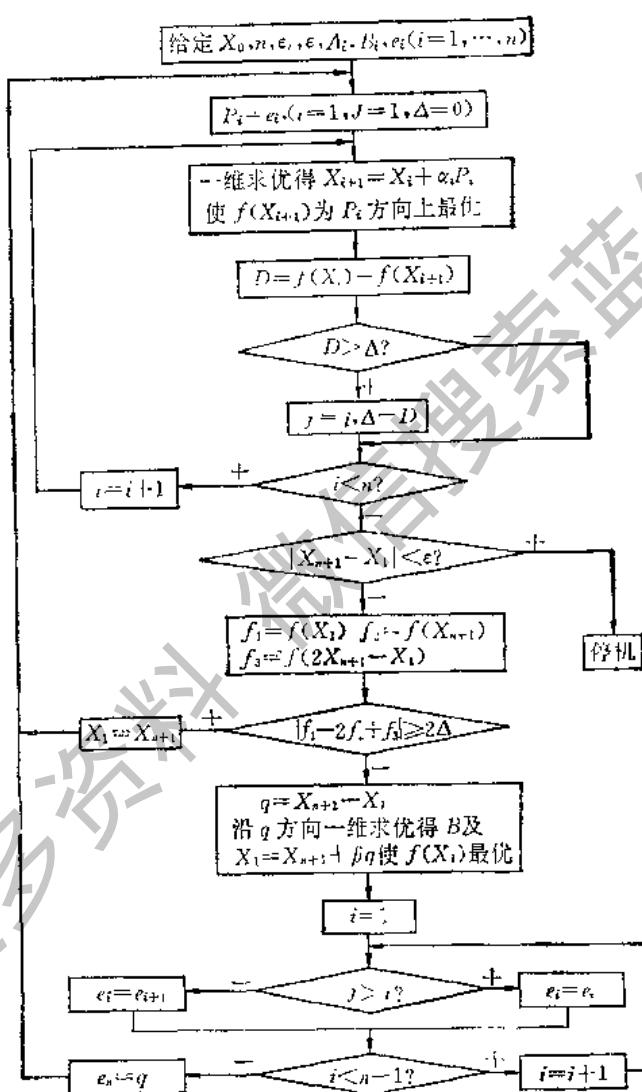


图 23-15

$X_0$ —初始点值;  $n$ —维数, 变量个数;  $\epsilon_i$ —一维求优精度;  $\epsilon$ —鲍威尔法求优精度;  
 $e_i$ —初始搜索方向(坐标方向);  $A_i, B_i$ —各变量的上下限

实际使用证明, 即使采用修正的鲍威尔法, 还会有线性相关的问题出现。因此搜索方向的线性相关的问题是此法的致命缺点, 另外鲍威尔法的编程也较复杂。采用鲍威尔法还应注意确定各变量的变化范围, 即下上限。

**4. 单纯形法(单纯形加速法)**  $n$  维实欧几里德空间  $E^n$  中的  $n+1$  个点作为顶点构成的凸多面体称为单纯形。在构成图形时,它所需的点数最少。

单纯形法的基本思路是将  $E^n$  中  $n+1$  个点作为一个单纯形的顶点,对各顶点上的函数值进行比较,去掉其中最坏的点代之以新点,构成新的单纯形,这样逐步逼近最优点。这种无约束非线性规划中的单纯形法与线性规划中的单纯形法完全不同。在线性规划中,满足约束的所有可行解构成凸多面体(单纯形)。可以证明,线性规划的最优解一定可在此凸多面体的顶点上找到,因而线性规划中单纯形法的求优过程只是从一个顶点出发,迭代到另一顶点,由于其顶点个数是有限的,所以迭代次数是有限的,这里并不构成新的单纯形。因此,非线性规划和线性规划中单纯形法虽然命名相同,但是方法却截然不同。为与线性规划的单纯形法区别,这里的单纯形法又称之为可变多面体法。

单纯形法迭代过程包括四种运算:反射、扩展、压缩及缩边长。

单纯形法步骤如下:

① 给定初始点  $X_0$ ,初始边长  $C$ ,维数  $n$  精度  $\varepsilon$ ,反射系数  $\alpha$ ,压缩系数  $\beta$ ,扩展系数  $\gamma$ 。

② 由初始点  $X_0$ ,边长  $C$  构成边长相等的正单纯形,其  $n+1$  个顶点坐标为:

$$\begin{aligned} X_0 &= (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \\ X_1 &= (x_1 + p, x_2 + q, \dots, x_n + q)^T \\ X_2 &= (x_1 + q, x_2 + p, \dots, x_n + q)^T \\ &\vdots && \vdots \\ X_n &= (x_1 + q, x_2 + q, \dots, x_n + p)^T \end{aligned}$$

其中

$$p = \frac{\sqrt{n+1} + n - 1}{\sqrt{2n}} C$$

$$q = \frac{\sqrt{n+1} - 1}{\sqrt{2n}} C$$

③ 计算函数值  $f(X_i)$  并比较其大小。定义最好的顶点  $L$  为

$$f(X_L) = \min\{f(X_0), \dots, f(X_n)\}$$

最坏的顶点  $H$  为

$$f(X_H) = \max\{f(X_0), \dots, f(X_n)\}$$

次坏顶点为  $M$

$$f(X_M) = \max\{f(X_0), \dots, f(X_n)\}, \text{除 } f(H) \text{ 外}$$

④ 单纯形中除  $X_H$  点以外的其余顶点的重心  $G$  的坐标

$$X_G = \frac{1}{n} \left[ \left( \sum_{i=0}^n X_i \right) - X_H \right] = X_{n+1}$$

⑤ 反射计算(见图 23-16)。去掉坏点  $H$ ,补充以  $H$  的反射点  $R$ ,体现了向最坏点的相反方向走,有可能找到较优点。 $X_R$  的坐标为

$$X_R = X_{n+1} + \alpha(X_{n+1} - X_H) = X_{n+2}$$

$\alpha$  为给定的反射系数,一般取为 1。

以  $X_{n+2}$  与  $X_1, X_2, \dots, X_n$  构成新单纯形,计算反射点的函数值  $f(X_R)$ 。

⑥ 若  $R$  点在新单纯形顶点中既非最好又非最坏,则重复步骤⑤。

⑦ 若  $R$  点为新单纯形中最好点即  $f(X_{n+1}) < f(X_L)$  则说明  $X_{n+1} - X_0$  方向有利,作扩展运算,扩展新点  $E$  坐标为

$$X_E = \gamma X_{n+2} + (1 - \gamma) X_{n+1} = X_{n+1}$$

若  $E$  点比  $R$  点好,继续本步计算,留下好点。

若  $E$  点比  $R$  点差,则留下  $R$  点与其他点构成新单纯形,转向步骤⑤计算。

⑧ 若  $R$  点是新单纯形中最坏的点,  $f(X_R) > f(X_M)$ , 则分两种情况:

若  $f(X_R) < f(X_H)$ ,  $R$  点比原最坏点  $H$  要好,说明反射点  $R$  走的太远应压缩距离退到  $S$  点,  $S$  点的坐标为

$$X_S = \beta(X_n + 2) + (1 - \beta) X_{n+1} = X_{n+4}$$

若  $f(X_S) < f(X_M)$ , 则以  $X_S$  点代替  $X_M$ , 构成新的单纯形转步骤⑤, 进行新的反射。若  $f(X_S) > f(X_M)$ , 则转向步骤②:

若  $f(X_R) > f(X_H)$ ,  $R$  点比  $H$  点还差, 压缩点必须退回到  $H, G$  之间的  $F$  点, 其坐标为

$$X_F = \beta(X_H) + (1 - \beta) X_{n+1} = X_{n+5}$$

若  $f(X_F) < f(X_M)$ , 以  $F$  点取代  $M$  点组成新单纯形, 转步骤⑤进行新的反射。若  $f(X_F) > f(X_H)$  转向步骤⑨。本步中  $\beta$  值为给定的压缩系数, 取值在 0.25~0.75 之间, 通常取为 0.5。

⑨ 缩边长计算。若  $F$  点仍然是新单纯形中的最差点, 说明不能沿此反射方向求优。这时应以最好点  $L$  为顶点, 缩小一半边长得到点  $C$  与  $G$  组成新单纯形  $LCG$ , 重复以上各步, 直到满足判据。

⑩ 收敛的判据为

$$\max \left| \frac{f(X_i) - f(X_L)}{f(X_L)} \right| \leq \epsilon$$

式中,  $X_L$  为最好点,  $X_i$  为其余各顶点,  $\epsilon$  为给定精度。

单纯形法框图见图 23-17。

单纯形法是一种多维直接搜索法, 是求解非线性函数无约束极值问题的经验方法。它的搜索特点与虎克-杰夫法、鲍威尔法依次对各维进行搜索的方法不同, 是一种整体搜索方法。它不必计算导数也不必按坐标方向或按固定步长进行一维求优, 只是不断地进行顶点函数值的计算、比较, 丢弃坏点、代之以新点。因而, 当变量数(维数)不多时, 此法还比较简单, 有效。

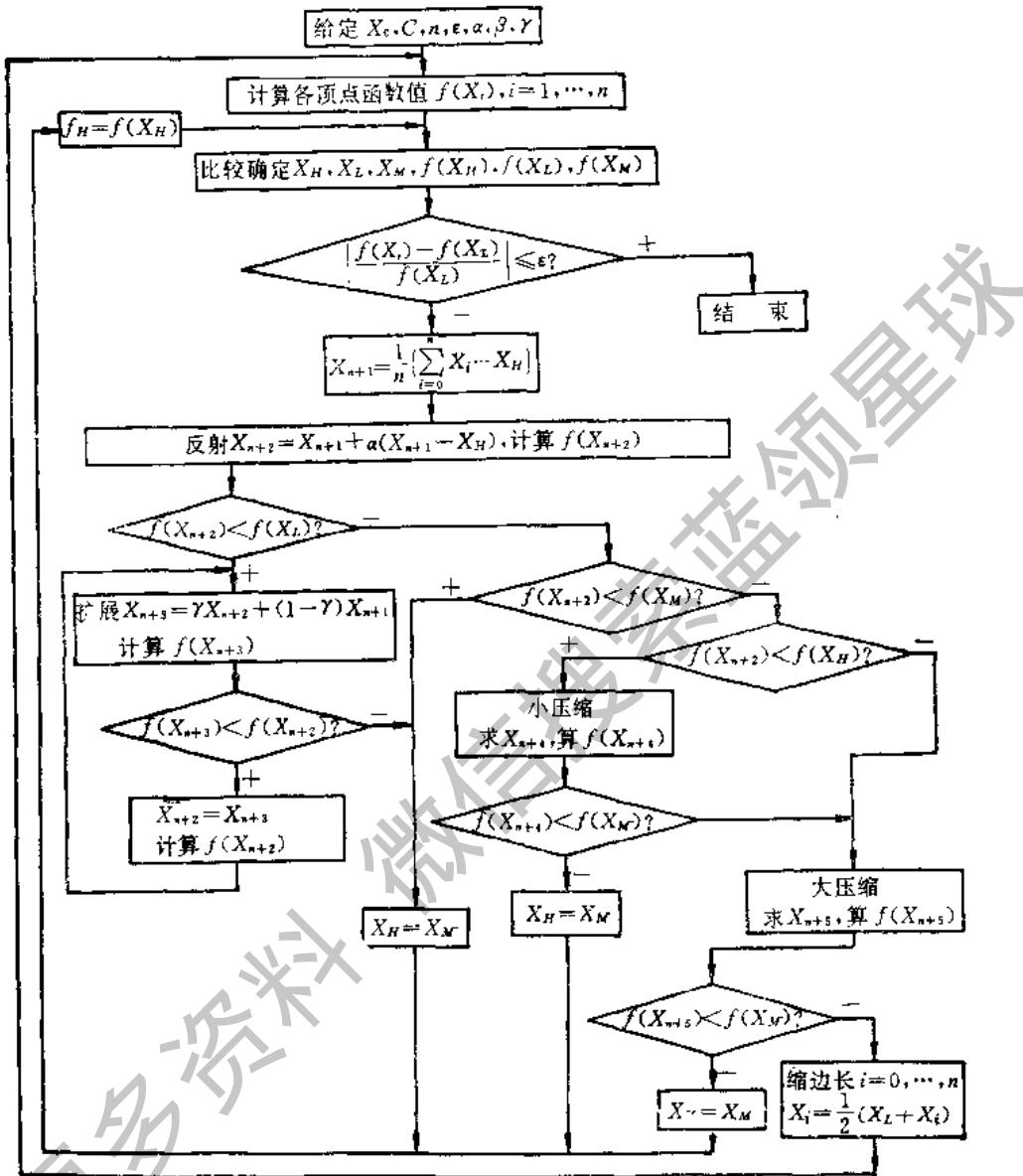


图 23-17

$X_0$ —初始值点;  $C$ —初始边长;  $n$ —维数, 变量个数;  $\epsilon$ —单纯形法给定精度;  $\alpha$ —反射系数;  $\beta$ —压缩系数;  $\gamma$ —扩展系数;  $X_M$ —一次坏顶点坐标;  $X_L$ —最好顶点坐标;  $X_H$ —最坏顶点坐标;  $f(X_M)$ —对应  $X_M$  的目标函数值;  $f(X_L)$ —对应  $X_L$  的目标函数值;  $f(X_H)$ —对应  $X_H$  的目标函数值

它的缺点是当各变量的量纲不同或数量级相差较大时, 保持等边长较困难; 另外各变量一齐变; 互相影响较大, 对优化效果也有影响; 其另一个缺点是迭代次数随变量数的增加而急剧增加, 经验表明, 单纯形法只适用于变量维数  $n < 10$  的情况。

5. 随机搜索法 随机搜索法是利用概率统计中随机选点的概念找到最优点。而多数计算机程序库中均有随机数发生器, 所以应用这种方法是很方便的。

根据概率统计原理: 若在  $N$  个试验方案<sup>[1]</sup>, 有  $M$  个是较优方案, 则随机地从  $N$  个方案

中选出一个较优方案的比例为

$$f = \frac{N}{M} \quad (23-31)$$

显然  $f$  越小表示代表较优方案的好点越难选到。在一定的  $f$  下, 连续抽取  $k$  次, 至少选中一个好点的概率为

$$R(f) = 1 - (1 - f)^k \quad (23-32)$$

由上式中可以看出, 当  $f$  一定时,  $R(f)$  越大时抽取的次数  $k$  也越多; 而抽取的次数  $k$  一定,  $f$  越小, 则选中好点的概率也越小。表 23-3 中列出了不同的  $f$  与  $k(f)$  的情况下所需抽取的试验点次数  $k$ 。由表可见, 当  $f = 0.1$  时, 只要随机地连续计算 44 次, 至少出现一个较好方案的概率为 99%, 已相当不错了。当  $f$  小时, 则试算次数  $k$  要增加, 当  $f = 0.005$ , 则  $k = 919$ ;  $f = 0.0001$  则  $k = 46050$ 。但不论  $f$  如何小, 只要试算次数足够大总能找到较优方案。

表 23-3

$f$	0.2	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.0001
$R(f)$							
0.5	4	7	14	28	69	139	6932
0.7	6	12	24	47	120	241	12040
0.8	8	16	32	64	162	322	16094
0.9	11	22	45	91	230	460	23024
0.95	14	29	59	119	299	598	29956
0.99	21	44	90	182	459	919	46050

随机搜索法的步骤如下:

① 给出各变量  $X$  的上下限  $A, B$

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$$

$$A = (a_1, a_2, \dots, a_n)^T$$

$$B = (b_1, b_2, \dots, b_n)^T$$

② 用随机发生器产生  $k$  组在  $0 \sim 1$  之间均布的  $n$  个随机数  $r_1^i, r_2^i, \dots, r_n^i$ , ( $i = 1, 2, \dots, k$ )。

③ 由每组随机数确定各试验点  $X^i$ :

$$X^i = (x_1^i, x_2^i, \dots, x_n^i)^T \quad (i = 1, 2, \dots, k)$$

上式中,  $x_i^i = a_i + r_i^i(b_i - a_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ )

④ 计算  $f(X^i)$  并比较之, 求出最优点及最优值。成功率的概率如前述。应注意的是, 所取点必须是真正随机的, 否则概率就不能保证。

随机搜索法有很多优点: 它对目标函数和约束函数没有特殊要求。因而适用范围广泛, 其他优化方法难于实现或求优失败时(如函数不连续, 不可求导的以及多峰的情况), 它都可以应用。它适用于求全局极小值点及极小值。对于目标函数有若干个局部极小点

的，此法较易找到全局最优点。在最优化问题求解过程中的早期阶段，它可用于确定全局极小值所在的范围，然后在此范围内再用其他更有效方法精确确定之。

随机搜索法方法简单，没有什么限制。但是其结果带有随机性，并非确定的。而且当变量数增多时，要求计算次数剧增。这些是它的缺点。

随机搜索法有一些改进方法，介绍如下：

(1) 分块随机选法。它是把整个求优的范围均匀地分成  $t$  个同样大小的小范围，在每个小范围内用随机法随机地选取一点，这样总的试验点数不变而分布均匀，可以避免某些重要的区域没有搜到。例如总共试验  $t$  次，则每个变量范围分为  $\sqrt{t}$  等分。

(2) 渐进式随机选法。主要思想是利用前一次随机选法作为本次随机选取的指导，以加速向优点靠近。如用随机选法找到某点结果最好时，以此点为中心，缩小搜索范围再作随机选法。再如，对于  $n$  个变量，就把随机试验分成  $k$  批进行，每次做  $L$  次，第一批找到一个最好点为  $X_1^*$ ，下批就以  $X_1^*$  为重心，边长为  $f_1 = \sqrt{f}$  ( $f$  按公式 23-31 估算) 的小多面体做随机求优，又得  $X_2^*$  点再以  $X_2^*$  为重心，边长为  $f_2 = \sqrt{f}$  的小范围内再做试验，直到第  $k$  批得到的点  $X_k^*$  为全局最优。

(3) 随机方向法。与虎克-杰夫相似，但每次的方向与步长都是随机选取的。当试验次数超过规定值时，就缩小步长，当步长缩到规定精度时停止搜索，以最后一点为最优点。

## 二、有约束非线性优化问题的求解方法

电机的优化设计是一种带有多个不等式约束的非线性优化问题，其可行解域限制在约束集合内或在约束的集合上(边界)。

此类优化问题求解可分为两大类。一类是间接法或转换法，把有约束的优化问题用无约束的方法求解。一类是直接法，直接处理约束。下面分别介绍。

### (一) 间接法

这类方法的基本思路是先将有约束优化问题化为一系列的无约束问题，再用无约束求极值的方法求解。本章第一节中介绍的古典拉格朗日 (Lagrange) 乘子法虽然可完成这种转化，并给出了极值存在的充要条件及库恩-图克条件，为优化问题提供了重要的理论依据，但是它要求优化问题的目标函数及约束函数都可用变量的显式表达还要求函数的连续性或可微性，而对于电机设计这类工程问题常难以用解析式表示，更谈不上连续可微了。间接法则是一种数值计算法，它运用计算机直接算出函数值来求优。

间接法根据约束条件构造一个“罚函数”当约束条件不满足时，该函数将受到制约，而当约束条件满足时，该函数不受约束这样把有约束的极小化问题转化为序列无约束极小化问题。间接法中最常用的是“序列无约束极小化法 (Sequential Unconstrained Minimization Technique)”，简称 SUMT 法；“序贯加权因子法 (Sequential Weight Increasing Factor Technique)”，简称 SWIFT 法以及“乘子法”即“增广拉格朗日乘子罚函数法 (Augmented Lagrangian Multiplier Penalty Technique)”，简称 ALAPT 法等几种。在电机优化设计中都可应用。

#### 1. SUMT 法

SUMT 法是电机设计中应用广泛的一种求优方法, 属于数值解法。其基本原理是在原目标函数  $f(X)$  上加一些附加项(称为罚项)构成一个新的目标函数  $F(X, r)$ , 有

$$F(X, r) = f(X) + r_k \sum_{j=1}^m [g_j(X)^2 u_j(g_j)] \quad (23-33)$$

式中  $F(X, r)$ ——称为增广目标函数(有时也称为罚函数);  $f(X)$ ——原目标函数;  $g_j(X)$ ——约束条件 ( $j = 1, 2, \dots, m$ );  $m$ ——约束个数;  $r_k$ ——称为第  $k$  次迭代时的罚因子, 在优化过程中是个递增数列;  $u_j(g_j)$ ——单位阶跃函数;

$$u_j(g_j) = \begin{cases} 0 & \text{若 } g_j(X) \leq 0, \text{ 即满足约束;} \\ 1 & \text{若 } g_j(X) > 0, \text{ 即不满足约束;} \end{cases}$$

$r_k \sum_{j=1}^m [g_j(X)^2 u_j(g_j)]$  为罚函数项, 简称罚项, 罚项的作用是使搜索点列尽量满足约束,

按照  $u_j(g_j)$  的定义, 当满足约束时  $u_j(g_j) = 0$ , 罚项不起作用; 而当不满足约束时  $u_j(g_j) = 1$ ,  $r_k$  值又为较大正数, 罚项值很大,  $F(X, r)$  也很大, 以迫使  $X$  向满足约束处靠近, 优化过程中每求完一次  $\min F(X, r)$ ,  $r_k$  的值就增大一次, 即  $r_1 < r_2 < r_3 < \dots < r_k < r_{k+1} \dots$ 。迫使  $g_j(X) \rightarrow 0$ , 搜索点逐渐靠近可行域。理论上可以证明, 当  $r_k \rightarrow \infty$  时

$$\min F(X, r) \rightarrow \min_{f(X) \leq 0} f(X) \quad (23-34)$$

即当罚因子趋于无限大时, 增广目标函数的最优点最后趋于原目标函数的最优点。

这样原来有约束的优化问题就被转化为一系列无约束的优化问题,  $r_k$  按递增数列顺序取值, 故而称之为序贯无约束最小化法。这里是用大的罚函数项来考虑约束的作用。而无约束的优化问题可采用本节“一”中介绍的任一种直接搜索法求解。此法原理简单, 应用也方便, 但收敛的速度不一定很快。

优化问题的极小点的位置在有约束与无约束情况下是不同的, 若原目标函数的无约束极值点正好在约束限制的可行域内, 则有约束的最优点在可行域内, 与无约束时极值点相同; 若无约束时的极值点在可行域外, 则有约束的问题的最优点一般在那些最起作用的约束的边界上, 且与无约束时问题的最优点不同。这样按照求优时点列趋进的途径不同而分为外点法, 内点法, 混合法。

(1) 外点法。构造增广目标函数后, 在搜索无约束极值点的过程中, 搜索点列  $X^1, X^2, \dots$  始终位于可行域外并逐步向最优点  $X^*$  逼近, 初始点为可行域以外的点。这种方法称为 SUMT 外点法。其增广目标函数的构造型式同式(23-33), 实用公式为

$$F(X, r) = f(X) + r_k \sum_{j=1}^m \omega_j P_j(X) \quad (23-35)$$

式中  $r_k$ ——第  $k$  次迭代时的罚因子, 是个递增数列,  $r_k > 0, r_{k+1} > r_k$ ;  
 $\omega_j$ ——权因子,  $\omega_j > 0$ 。

上式中  $P_j(X)$  为罚项, 与  $u_j(g_j) \cdot [g_j(X)]^2$  相当, 但由于一般约束函数  $g_j(X)$  无

法用解析式表达时该罚项也不好表示,为此另构造一个与约束相关的简单函数  $P_i(X)$ 。在满足约束  $g_i(X) \leq 0$  时  $P_i(X)$  取为零,在违反约束时取个较大的值,以步机的效率  $\eta > \eta_0$  这个约束条件为例,罚项  $P_i(X)$  可写成如下形式

$$P_i(X) = \begin{cases} a\delta_\eta & \text{当 } g_i(X) > 0 \\ 0 & \text{当 } g_i(X) \leq 0 \end{cases} \quad (23-36)$$

上式中

$$\delta_\eta = \frac{\eta_0 - \eta}{\eta_0}$$

$\eta_0$ ——效率标准值;

$f(X)$ ——原目标函数,如图 23-18 所示。

外点法的迭代步骤如下:

(1) 给初始点  $X^0$ ,判别收敛的精度  $\epsilon$  (为正数) 初始罚因子  $r_i$ , 递增系数  $a$ , 权因子  $\omega_i$

(2) 求解无约束极值问题,其增广目标函数如下式:

$$\min F(X, r) = f(X) + r_i \sum_{i=1}^m \omega_i P_i(X)$$

求得最优解  $X^*$ 。

(3) 检验迭代终止条件: 若  $|X^k - X^{k-1}| \leq \epsilon$  则迭代停止,  $X^*$  为所求; 否则转④

(4) 令  $X^* \rightarrow X^0, r_i \alpha \rightarrow r_i$ , 转步骤③直到满足迭代终止条件。

(2) 内点法。从优化问题可行域中某一点出发,始终在可行域内做迭代计算而逐步趋于最优点的方法叫 SUMT 内点法。

当  $f(X)$  在可行域外的性质较复杂甚至没有意义而无法采用外点法的情况下; 或要求迭代每次的近似解都在可行域内,以观察目标函数的变化情况也不能用外点法时就要采用内点法。内点法的增广目标函数形式为

$$F(x, r) = f(X) + r_k \sum_{i=1}^m \frac{-\omega_i}{g_i(X)} \quad (23-37)$$

式中  $f(X)$ ——原目标函数;  $r_k$ ——第  $k$  次迭代时的罚因子,  $r_k > 0$ , 且  $r_{k+1} < r_k$ , 是一个递减数列;  $\omega_i$ ——权因子;

$r_k \sum_{i=1}^m \frac{-\omega_i}{g_i(X)}$  为罚函数项,简称罚项。

可以证明,当  $r_k \rightarrow 0$  时

$$\min F(X, r) \rightarrow \min_{g_i(X) \leq 0} f(X)$$

意义为当罚因子趋于零时,增广目标函数值  $f(X, r)$  的最优点将趋于原目标函数的最优点。

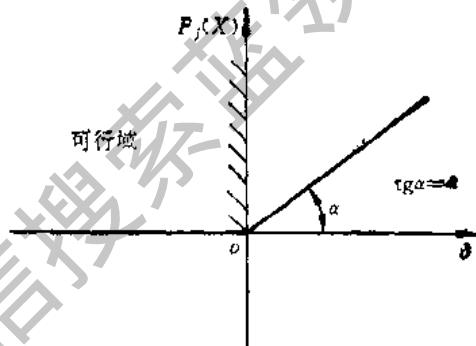


图 23-18

当  $X$  在可行域内, 远离约束边界时,  $g_i(X) < 0$ , 罚项很小,  $F(X, r) \approx f(X)$ ; 而当  $X$  点列由可行域内逐步向边界趋近时,  $g_i(X) \rightarrow 0$ , 罚项很大,  $F(X, r)$  也很大以至趋于正无穷大, 好像筑起围墙或障碍挡住  $X$  点越出边界, 因而内点法又称为障碍函数法或围墙法。

内点法的迭代步骤如下:

① 给罚因子初始值  $r_i (r_i > 0)$ , 权因子  $\omega_i > 0$ , 递减系数  $\beta$ , 判别收敛的任意小正数  $\epsilon$  (精度)。

② 求可行域内一个内点初始值  $X^0$ 。

③ 求无约束极值问题, 其增广目标函数如下:

$$\min F(X, r) = f(X) + r_i \sum_{j=1}^m \frac{-\omega_j}{g_j(X)}$$

求得最优解  $X^*$

④ 检验迭代终止条件: 若  $|X^k - X^{k-1}| \leq \epsilon$ , 则停止迭代,  $X^*$  为所求; 否则令  $X^* \rightarrow X^0, \beta r_i \rightarrow r_i$ , 转③重新计算, 直到满足精度要求。

初始内点求法如下:

SUMT 内点法中, 要求内点的集合不为空集是方法可行的必要条件。迭代过程也从初始内点开始, 若初始点不能直观找出时, 可按与内点法同样的迭代步骤求出:

① 选取初始点  $X^0, r_i > 0, \beta, \omega_i > 0$

② 确定标号集  $S$  及  $T$ :

$$S = \{j | g_j(X^0) \geq 0, 1 \leq j \leq m\}$$

$$T = \{j | g_j(X^0) < 0, 1 \leq j \leq m\}$$

③ 检验  $S$  是否为空集, 若为空集则输出  $X^0$ , 停机, 初始点已找到。

④ 求解优化极值问题, 其增广目标函数如下:

$$\min P(X, r) = - \sum_{i \in S} g_i(X) + r_i \sum_{i \in T} \frac{1}{-g_i(X)}$$

求得最优解  $X^*$ 。

⑤  $X^* \rightarrow X^0, \beta r_i \rightarrow r_i$ , 转向②。

(3) SUMT 混合法 SUMT 外点与内点法很不相同。求优的途径不同, 外点法由可行域外向最优点逐步靠近, 一到达边界, 迭代就终止, 因而对于等式约束与不等式约束问题均适用; 而内点法求优始终在可行域内进行, 对于等式约束问题不能直接应用。罚函数形式不同, 外点法  $r_i$  为递增数列, 当  $r_i \rightarrow \infty$  时才到达最优点; 而内点法  $r_i$  为递减数列, 当  $r_i \rightarrow 0$  时才到达最优点。外点法对初始点无要求, 可在整个变量空间内进行, 较为方便; 而内点法要求初始点为可行解, 在使用时要先求到初始可行解。当条件极值与约束无关时, 用外点法一次即可得原条件极值问题的解; 内点法就无此性质。内点法的迭代点列都是可行解, 可以针对实际要求给定迭代精度随时停止迭代, 以中间过程的解做为近似最优解, 可给予设计方案一定的裕量做后备, 更适合实际使用; 而外点法只到最后才得到实际可用的解, 没有“设计裕量”。

由于两者各有优缺点, 实际工程中常应用两者结合的混合法。

设非线性规划问题表示为:

$$\begin{aligned} & \min f(X) \quad X \in E^* \\ \text{s.t. } & h_i(X) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, p \\ & g_i(X) \leq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (23-38)$$

混合法的增广目标函数为

$$F(X, r) = f(X) + r_k B(X) + \frac{1}{r_k} [E(X) + L(X)] \quad (23-39)$$

式中  $r_k$  —— 第  $k$  次迭代时的罚因子,  $r_k > 0$ , 且  $r_{k+1} < r_k$ , 递减数列;  $f(X)$  —— 原目标函数;

$B(X)$  —— 考虑不等式约束时对应的罚项, 与内点法相似, 但采用了对数罚函数形式, 即

$$B(X) = \sum_{i \in I_1} \ln \frac{-1}{g_i(X)}$$

$L(X)$  —— 采用外点法考虑不等式约束时对应的罚项,  $L(X) = \sum_{i \in I_2} \{\max[g_i(X), 0]\}^2$ ;

$E(X)$  —— 采用外点法考虑等式约束时对应的罚项,  $E(X) = \sum_{i=1}^p h_i^2(X)$ , 式中

$$I_1 = \{j | g_j(X^0) < 0 \quad 1 \leq j \leq m\}, \quad I_2 = \{j | g_j(X^0) \geq 0 \quad 1 \leq j \leq m\}$$

$I_1, I_2$  的意义为: 对于不等式约束  $g_i(X) \leq 0, i = 1, 2, \dots, m$ , 根据其是否满足于任选的迭代点  $X^0$ , 划分成约束集合  $I_1$  和  $I_2$ , 属于  $I_1$  的标号集用内点法处理, 属于标号集  $I_2$  的不等式约束以及等式约束  $h_i(X) = 0, i = 1, 2, \dots, p$  用外点法处理。

SUMT 混合法迭代步骤如下:

- ① 取初始值点  $X^0$ , 罚因子初值  $r_0$ , 变化系数  $\theta$ , 任意小正数  $\varepsilon$ 。
- ② 求以下无约束极值问题:  $\min F(X, r)$  的最优点  $X^*, F(X, r)$  公式如(23~39)。
- ③ 若  $|X^k - X^{k-1}| < \varepsilon$ , 输出  $X^*$ , 停机。否则令  $X^* \rightarrow X^0, \theta r_0 \rightarrow r_0$ , 转②。
- (4) SUMT 法应注意的几个问题。用 SUMT 法求解约束极值问题时, 罚因子初值  $r_0$  的确定, 变化系数  $(\alpha, \beta, \theta)$  的取值以及权因子  $\omega_i$  和优化初始点  $X^0$  的选择等等对于提高运算速度、提高优化质量乃至方法的有效性都有很大影响, 选择不当会导致求优失败。

① 罚因子初值  $r_0$  选择。对内点法, 罚因子  $r_k$  在求优过程中是个递减数列, 理论上当  $r_k \rightarrow 0$  时可求到极小点  $X^*$ 。这样看来似乎初值  $r_0$  取得很小则可快速收敛, 但实际经验表明, 若  $r_0$  取得太小将使得整个罚项不起作用, 这是由于舍入误差, 在运算时可能已经被略去。而  $r_0$  取值过大又会减慢收敛速度, 特别在初始点  $X^0$  选在最优点  $X^*$  附近时更是如此, 由于  $r_0$  过大把  $F(X, r)$  的极值点罚得远离了  $X^*$ , 必须经过不少次迭代才能返回, 收敛将会很慢。

对于外点法, 罚因子  $r_k$  在求优过程中是个递增数列, 当  $r_k \rightarrow \infty$  时  $X$  将趋近极值点  $X^*$ 。表面上看, 罚因子初值若选得很大可以加快收敛速度, 减少计算次数, 实际却不如内点法。

然,由于  $r_1$  值很大,使得构造的增广目标函数  $F(X, r)$  的等值曲面族的偏心度与曲率急剧加大,求  $F(X, r)$  的极值问题变得很困难,甚至使第一次最小化求优不能进行而导致求优失败。此外  $r_1$  值过大将使得在计算过程中迭代方向和步长上稍有一点误差(这有时很难避免)时,  $F(X, r)$  将会显著变化,最后导致很难求出正确的解,而  $r_1$  若取得太小导致收敛过慢。

因而对罚因子初值  $r_1$  选择要适当,实际上  $r_1$  究竟取多大,主要取决于最优化数学模型的性态。目前  $r_1$  的确定虽然有一定的理论结果可应用,但没有建立一般性的计算公式。确定的办法是靠试算去取得经验,这里有个技巧问题,当然有成熟的一些结果也可以借鉴。一般可先选取  $r_1 = 1$  去试验,也有经验表明  $r_1$  的选取原则要使得罚项在增广目标函数中不要起完全支配的作用,以保证前几次的  $\min F(X, r)$  能够顺利进行。如对内点法可令

$$r_1 = \frac{-f(X^0)}{\sum_{i=1}^m \frac{1}{g_i(X^0)}}$$

上式的意义为罚项的作用与原目标函数的作用在增广目标函数中相当。

② 变化系数的选取。对内点法,变化系数为递减系数  $\beta$ ,其作用是使  $r_k$  为递减数列,对外点法,变化系数为  $\alpha$ ,其作用是使  $r_k$  为递增数列。与  $r_1$  取值的原因相同,变化系数的取值也是既不能太大又不能太小,只能逐步变化,以保证逐次求优的顺利进行。通常此系数选为常数,这对方法的有效性并没有什么显著影响而又较为简单。有经验表明,  $\alpha$  与  $\frac{1}{\beta}$  可初步在 2~10 的范围内选取,也应经过几次初步试算调整,最后确定较好的合理数值,并取得经验。

③ 权因子  $\omega_i$  的确定。在优化设计中,对同一个目标函数,一般的约束条件有很多,它们在数量级上以及对设计方案的影响上很不相同,为让与之对应的各个罚函数项之值对整个和式及增广目标函数值的影响取得合理平衡,保证求优过程的合理进行,采用加权方式,即在罚项中加进罚因子  $\omega_i$ 。而  $\omega_i$  的合理选取要通过对优化设计本身各量的定量化分析来确定,一定程度上依靠经验,也可用边试算边调整的办法确定其值。一般情况下选择的原则是使各罚函数项的数量级相当,例如在电机设计中效率  $\eta$  差 1% 与起动电流倍数  $I_{st}$  差 1% 这两者对设计方案的影响很不相同。前者必须对变量做较大改动才能调整得满足约束,而后者只需小的变动,甚至可认为基本上满足约束了。这样  $\eta$  的权因子可选为 100,  $I_{st}$  的权因子则选为 1。当然罚函数按相对值形式构造时,  $\omega_i$  的选择就要简单得多。

④ 初始点  $X^0$  的选择。对外点法,无论其初始点  $X^0$  选在可行域内或外,其构造的增广目标函数  $F(X, r)$  的无约束极小点总是位于可行域外,并由可行域外逐步收敛于原问题  $f(X)$  在约束条件  $g_i(X) \leq 0, (i = 1, 2, \dots, m)$  下的极小点。因而外点法的初始点  $X^0$  可任意选择,这给优化计算带来了方便。从加快迭代收敛速度来考虑,初始点  $X^0$  应尽量选择在最优点附近,这样可以减少迭代次数,缩短计算时间。但最优点的位置事先是未知的,这又是个技巧问题,要根据经验预给一个恰当的位置,并尽可能选在可行域的外部。因

为初始点选为内点时，则其搜索的途径要先越出边界再迂回从可行域外接近最优点，就多浪费了机时。

判断初始点  $X^0$  是否为外点的方法很简单：若  $g_i(X^0) \leq 0$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) 全部成立则  $X^0$  必为内点，否则就为外点。

对内点法，要求初始点  $X^0$  必须是可行点， $X^0$  要求严格满足所有约束条件。对于一般简单问题，初始点较容易找到，但是当约束条件数目较多，且约束函数比较复杂时，要通过一些方法才能找到一个内点。常用的有搜索初始点的方法和随机选择初始点的方法。前者在内点法中已介绍，此种方法求到的  $X^0$  较为满意。但迭代次数较多。后者是利用计算机产生的伪随机数自动寻找可行初始点的方法。具体方法可见本节中的随机搜索法。此方法简单，易于实现，但总带有随机的性质。

采用外点法或内点法对初始点的选择都要注意不要距离边界太近或在边界上，这样会造成求  $F(X, r)$  极值的困难，甚至会影响优化计算的正常进行。

⑤ 迭代终止准则的选择。迭代终止准则(或收敛判据)的选择，是程序设计的内容之一。对 SUMT 法，理论上只有当  $r_k \rightarrow \infty$  (外点法) 或  $r_k \rightarrow 0$  (内点法) 时才有  $\min F(X, r) \rightarrow \min F(X)$ ，在迭代过程中，只有当迭代的近似点达到充分接近极小点时，才能终止计算。从工程实际意义来说，精度太高既不现实也不一定需要。判断迭代终止的准则用的较多的有如下几种：

$$\begin{aligned} |X^k - X^{k-1}| &\leq \varepsilon_1 \\ |F(X^k, r_k) - F(X^{k-1}, r_{k-1})| &\leq \varepsilon_2 \\ \left| \frac{F(X^k, r_k) - F(X^{k-1}, r_{k-1})}{F(X^{k-1}, r_{k-1})} \right| &\leq \varepsilon_3 \end{aligned}$$

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  为判别收敛的正数，也称为允许误差或精度(精度控制量)。可根据不同工程设计问题的误差要求来选取。一般可在  $10^{-3} \sim 10^{-7}$  范围内选取。

⑥ 约束裕量及内插公式。无论外点法还是内点法，在靠近边界时，都会遇到  $F(X, r)$  过大的问题，边界附近的优化技巧值得重视。

如对外点法，其收敛过程是从可行域外向约束曲面靠近。这样按照允许误差(或精度)求出的极小点  $X^*$ ，只能得到一个接近边界的非可行方案。为求得满足约束的可行解，可利用约束裕量的办法。此法是对于那些必须严格要求满足的约束引入约束裕量，定义一个新的约束条件为

$$g'_i(X) = g_i(X) + \delta \quad (i = 1, 2, \dots, q)$$

式中  $\delta > 0$ ， $\delta$  的值显然不宜取的太大，一般可在  $10^{-3} \sim 10^{-6}$  范围内选取。

令  $g'_i(X) \leq 0$ ，把由  $g'_i(X)$  及其他  $g_j(X)$  所组成的  $F(X, r)$  进行序贯极小化，求到的  $X^*$  将使原来的约束  $g_i(X) \leq 0$  得到严格的满足。

至于内点法，其点列迭代过程是在可行域内向最优点逼近。 $F(X, r)$  的优化问题是无约束的，可在整个变量空间内进行，但在原问题的约束边界附近， $F(X, r)$  值将急剧增大，导致边界附近的极小化问题很难进行。在实际应用中，为避免出现无约束优化过程中迭代点越出可行域，以保证序贯极小化在适当区域内顺利进行，除对最小化求优过程中的一维搜索步长应有限制，即使  $X_{k+1} = X_k + \lambda P_k$  中的  $\lambda$  值应尽量小外( $P_k$  为某个方向)，

还要求有一合适的搜索区间,这个区间应在原问题的可行域内,并尽可能把最小点夹在其间,确定的方法与一维搜索的“插值法”中所述类似,找到一个函数值两端大中间小的区间即可。而对于边界附近  $F(X, r)$  突变的特性段,可采用合适的插值函数去拟合它,以减少计算时的困难。如,可采用

$$S(x) = a + bx + \frac{c}{x - d} \quad (23-40)$$

式中  $a, b, c, d$ ——四个待定常数。可用 4 个点的函数值或两个点的函数值及其导数来确定。

以上列举了应用 SUMT 法时应注意的几个问题。最后,还应指出,无论内点法、外点法或混合法中构成  $F(X, r)$  的罚项(罚函数项)的形式,如同公式(23-33)及(23-37)中所示的那种形式,并不是唯一的。实际上,对最小化问题而言,任何当约束条件被满足时才为零的非负函数都可以用来做罚项,这可以根据具体情况和需要来决定,在具有同等功能情况下,显然是越简单越好。

总之, SUMT 法结构简单,适应性强。是解有约束最优化问题较有效,应用又广泛的方法之一。在使用时还有些技巧可应用,如,为了加快收敛速度,对内点法可采用外推技术来改进初始点减少求极小化的迭代次数等等,这里就不一一介绍了。应用时,注意吸收利用有关经验,使其更为完善有效。

## 2. SWIFT 法(序贯加权因子法)

SWIFT 法属于罚函数法类,也是间接的数值解法,其做法与 SUMT 法类似。但是要求每步迭代用单纯形法求  $\min F(X, r_k)$ ,而不是任选一种搜索方法;其罚因子  $r_k$  的选取值由前次迭代结果给定,也不是任意的,这样加快了收敛速度。

应用单纯形法对  $F(X, r_k)$  求优时,起始点为  $X^0$ ,罚因子初值  $r_0 = 1$ ,构造以  $X^0$  为顶点的单纯形,经反射、扩展、压缩等得出新的单纯形。其重心点

$$X_G = \frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^{n+1} X_i \quad (23-41)$$

单纯形各顶点到重心的平均距离为

$$d = \frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^{n+1} |X_i - X_G| \quad (23-42)$$

式中  $|X_i - X_G|$ ——向量  $X_i - X_G$  的范数。

新的罚因子取为

$$r_{k+1} = \max \left\{ r_k, \frac{1}{d} \right\} \quad (23-43)$$

按此重新计算单纯形各点的  $F(X, r_{k+1})$ ,反复进行,则  $d$  越来越小,  $\frac{1}{d}$  加大,  $r_k$  也不断加大,直到满足判据为止。

由于采用单纯形法求优, SWIFT 法只适用变量较少的优化问题。实际使用时,会出现单纯形顶点最优点落在可行域之外  $r_k$  尽管很大但总也罚不进可行域内的情况,导致

求优失败。这些是此法的缺点。

**3. P-H-R 法 (ALAPPT 法,乘子法)** SUMT 法的缺点是收敛较慢,且理论上只有当  $r_k \rightarrow \infty$  时才能收敛,有时造成  $F(X, r_k)$  的求优困难,因而提出了不少改进方法,P-H-R 法就是其中引入注意的方法之一。此法从计算公式上看与 SUMT 法近似,但理论上较为复杂,这里只做概要介绍。

设优化问题如式(23-38)所示为

$$\begin{cases} \min f(X) & X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \\ \text{s.t. } h_i(X) = 0 & i = 1, 2, \dots, p \\ g_i(X) \leq 0 & i = 1, 2, \dots, m \end{cases}$$

增广目标函数可写成

$$F(X, \lambda, r) = f(X) + \sum_{i=1}^p \left( \lambda_i h_i + \frac{r_i h_i^2}{2} \right) + \sum_{i=1}^m \left( r_i T_i^i(X) - \frac{\lambda_i^2}{r_i} \right) \quad (23-44)$$

$$\text{式中 } T_i(X) = \max \left\{ 0, g_i(X) + \frac{\lambda_i^2}{r_i} \right\}$$

$r_i, r_j$  分别为对第  $i$  个等式约束与第  $j$  个不等式约束的罚因子。

$\lambda_i, \lambda_j$  为相应的拉格朗日乘子,其迭代公式为:

$$\begin{aligned} \lambda_i^{k+1} &= \lambda_i^k + r_i^k h_i(X) \\ \lambda_j^{k+1} &= \lambda_j^k + r_j^k \max \left\{ g_j(X), -\frac{\lambda_j^k}{r_j^k} \right\} \end{aligned}$$

由 23-44 式中可以看出  $\lambda_j/r_j$  表示对第  $j$  个不等式约束的惩罚界限,  $r_j$  增加时,  $\lambda_j/r_j$  减小,促使其向满足约束的情况靠近。

与 SUMT 法相比,这里不需要  $r_i \rightarrow \infty$ ,而且收敛也是较快的。

## (二) 直接法

在求解优化问题时直接把约束做为限制曲面或子空间加以考虑,直接处理约束条件。属于此类方法的有:可行方向法,梯度投影法,线性逼近法,锯齿算法,复形法,网格法,边界搜索法和可容差法等等。其中,前四种方法一般是把目标函数或约束函数加以线性近似,再应用线性规划方法去逐步逼近最优解。

可行方向法是先从某一可行点出发,寻找一个既是可行方向(满足  $P_i^T \nabla f < 0$ )又是下降方向(满足  $P_i^T \nabla f < 0$ )的方向,沿着这个方向进行一维搜索求得新的方向,这样在可行方向上逐次移动得到一系列逐步改进的可行点列  $X_i$ ,最后求到最优点  $X^*$ 。

梯度投影法是可行方向法的一种特例。其每迭代一步都是沿着约束集合上最大可能的负梯度  $-\nabla f(X_i)$  方向走最大的步长,且保证不出可行域。当非线性优化问题具有线性约束时,此法特别有效。

线性逼近法是把非线性规划问题近似为线性规划问题,在某初始点处把目标函数和约束函数用泰勒级数展开,取一次近似得到相应的线性函数  $f_0(X)$  及  $g_0(X)$ ,用“割平面法”求到  $f_0(X)$  满足  $g_0(X)$  约束的最优点  $X_1$ ,在  $X_1$  处同样展开取一次近似得到  $f_1(X)$ , $g_1(X)$ 。求  $f_1(X)$  满足约束  $g_0(X)$  及  $g_1(X)$  的最优点  $X_2$ ,这样以不断增加新的近似约束进行下去,直到满足精度为止。

锯齿算法是应用梯度法沿边界求优的方法:在可行域内一点开始沿  $-\nabla f(X)$  方向

前进求优,当超出可行域时再沿该处  $\nabla g(X)$  方向折回到可行域,再沿  $-\nabla f(X)$  方向求优,如此反复进行,直到某点处  $-\nabla f(X)$  方向与  $\nabla g(X)$  方向充分接近时停止迭代求到最优点。这种方法求到的最优点一般为局部最优点,这种情况在可行域或目标函数非凸时发生。

以上这四种方法当前在电机优化问题上不太适用,只做概要说明。下面介绍其余的几种方法。

**1. 复形法** 复形法是求解无约束极值问题的单纯形法的推广,它计及了约束。相当于在可行域内使用单纯形法。

复形是在  $n$  维空间中,顶点数  $k \geq n + 1$  的几何图形,也称之为复合形。复形法的要点是在  $n$  维空间的可行域中,用  $k = 2n$  个顶点构成复形,对其各顶点函数值逐一比较,去掉坏点代之以满足约束又使目标函数值有改进的新点,再组成新复合形,再比较其顶点函数值,逐步趋向最优点。复形法直接判断新点是否满足约束与比较目标函数值。

设求解问题为

$$\begin{aligned} & \min f(X) \quad X \in E^n \\ & \text{s.t. } g_i(X) \leq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \\ & a_i \leq x_i \leq b_i \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (23-45)$$

复形法步骤如下:

① 形成初始复形。先在可行域内选一点  $X_0$ ,再用随机数产生其余的  $k - 1$  个点,有

$$x_{ik} = a_i + r_{ik}(b_i - a_i) \quad (i = 1, 2, \dots, n; k = 2, 3, \dots, 2n) \quad (23-46)$$

式中  $r_{ik}$  —— 均布的随机数,  $r_{ik} \in [0, 1]$ ;

$x_{ik}$  ——  $X_k$  顶点的第  $i$  个元素。

逐个判断  $X_1, X_2, \dots, X_k$  是否在可行域中 [即满足  $g_i(X) \leq 0$ ]。若已有  $s$  个顶点 ( $s \geq 1$ ) 满足全部约束条件,即在可行域内,求出此  $s$  个点构成的点集中心  $X_s$ ,有

$$X_s = \frac{1}{s} \sum_{k=1}^s X_k \quad (23-47)$$

第  $s + 1$  个点不满足约束,令

$$X_{s+1} = (X_s + X_{s+1})/2 \quad (23-48)$$

检查  $X_{s+1}$  是否满足约束,若仍不为可行点,则继续向  $X_s$  方向再移动一半距离(重复式 23-48)直到其成为可行点。

重复上述步骤使其余的  $2n - s - 1$  个顶点均成为可行点,于是  $2n$  个顶点构成了初始复合形。

② 计算复合形全部顶点的函数值,求出最坏点  $X_H$  及最好点  $X_L$ ,  $X_H$  与  $X_L$  满足:

$$f(X_H) = \max_{1 \leq k \leq 2n} f(X_k) \quad (23-49)$$

$$f(X_L) = \min_{1 \leq k \leq 2n} f(X_k) \quad (23-50)$$

然后转至④,判断是否满足收敛条件,若满足就停机;若不满足转③。

③ 计算除  $X_H$  以外的  $2n - 1$  个顶点的中心  $X_S$ ,即

$$X_S = \frac{1}{2n-1} \sum_{k=1}^{2n} X_k \quad (k \neq H)$$

检查  $X_G$  点的可行性。

求最坏点  $X_H$  的反射点。若  $X_G$  为可行点，则  $X_H$  对  $X_G$  的反射点  $X_R$  为

$$X_R = (1 + \alpha)X_G - \alpha X_H \quad (23-51)$$

上式中， $\alpha$ ——反射系数， $\alpha \geq 1$ ，它的初始值一般取为 1.3。然后转④。

若  $X_G$  为不可行点，以  $X_L$  与  $X_G$  为界构成的超立方体中利用伪随机数产生新的复合形的各顶点；令： $a_i = x_{iL}, b_i = x_{iG} (i = 1, 2, \dots, n)$  然后转回①。

④ 检查  $X_R$  可行性。若  $X_R$  是可行点，转入⑤，若  $X_R$  为不可行点，以  $\alpha/2$  代替  $\alpha$ ，按式(23-51)求新的反射点，若新反射点还不可行，继续缩小  $\alpha$ ，直到  $X_R$  成为可行点为止，转⑤。

⑤ 比较  $X_R$  与  $X_H$  的目标函数值，有两种情况：

$f(X_R) < f(X_H)$ ，则以  $X_R$  代替  $X_H$ ，构成新复合形，转②，再找新的最坏点。

$f(X_R) \geq f(X_H)$ ，以  $\alpha/2$  代替  $\alpha$ ，按(23-51)式求出新  $X_R$ ，计算  $f(X_R)$ ，若  $f(X_R) < f(X_H)$  就转②，否则继续缩小  $\alpha$ ，直到  $\alpha \leq \epsilon_1$ （预先规定的精度值），若仍无改进，则去掉  $X_R$ ，以次坏点  $X_M$  来代替  $X_H$ ，转③。

$$f(X_M) = \max\{f(X_k) | k=1, 2, \dots, 2n, k \neq H\}$$

⑥ 收敛判据为

$$\left[ \frac{1}{2n} \sum_{k=1}^{2n} (f(X_L) - f(X_k))^2 \right]^{\frac{1}{2}} \leq \epsilon_2 \quad (23-52a)$$

或

$$\left[ \frac{1}{2n} \sum_{k=1}^{2n} (f(X_G) - f(X_k))^2 \right]^{\frac{1}{2}} \leq \epsilon_3 \quad (23-52b)$$

或

$$\max |X_k - X_{k+1}| \leq \epsilon_4 \quad k = 1, 2, \dots, 2n \quad (23-52c)$$

式中， $\epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_4$  为预给的迭代精度，应为正数 (23-52a) 及 (23-52b) 式意为复合形各顶点的目标函数值充分接近，式(23-52c)意为复合形各顶点之间距离充分小。

由以上步骤可见，复合形的各顶点必须在可行域内；对于求出的中心点  $X_G$ ，要判断其可行性如否，则产生新的复合形；对于求出的反射点  $X_R$  也要判断其可行性，否，则改变反射系数  $\alpha$ ，如此进行，直到它们都成为可行点。另外复形法只采用了可变的反射系数  $\alpha$ ，其它的手段如扩展、压缩、缩边长都可简化掉而不必使用至于复合形的顶点数  $k$ ，实践证明为了避免复合形遇到约束时减小维数， $k$  都要大于  $n + 1$ ，一般取  $k = 2n$ 。以上是与单纯形法不同之处，都是由于复合形法是直接求解有约束的极值问题，而单纯形法是求解无约束极值问题所致。

复形法是一种数值求解法，它不需要计算函数的导数，不要计算罚函数，也不用进行一维最优化搜索，对目标函数和约束函数的性态没有特殊要求，程序简单，占用内存少，因而适用性较广。若对复形法稍加修改，就可用来解离散型变量的优化问题。这使它成为工程优化设计中颇为常用的方法之一。

复形法的收敛速度和精度虽比可容差法（下面将介绍）要好，但总的搜索精度不高，迭代次数也较多，另外与单纯形法类似，要求变量的维数和约束个数不能太多，变量个数

\* < 20。

2. 网格法 网格法是一种数值算法，方法简单，对于目标函数和约束函数无特殊要求。

设最优化问题如式(23-45)。具体步骤如下：

① 在求优区间内按等距划分网格，在各网格点上计算其目标函数值，并检查是否满足约束条件。比较满足约束的各点目标函数值，找出目标函数值最小的点。

② 在最小值点处将网格加密，重复①。

③ 当网格的间距小于预给精度时，得到的最小值点为最优点。停机。

此法属直接法，很简单，但是当变量较多时计算次数较多，与循环计算法相比，此方法的搜索范围是不断缩小的，在同等精度下，计算次数比循环法少很多。另外，一般情况下这种方法求到的点应为全局最优点。

3. 边界搜索法 设最优化问题如式(23-45)。具体步骤如下：

① 把变量分成若干对( $W$  对)，相应地把原问题也分解为 $W$ 个子问题：

$$\begin{aligned} \min P_i(X_i, r_i) \quad i = 1, 2, \dots, w \\ \text{s.t. } g_i(X_i, r_i) \quad i = 1, 2, \dots, m \\ X_i \in D(r_i) \end{aligned} \quad (23-53)$$

式中  $X_i$ ——子问题  $P_i(X_i, r_i)$  进行优化的两个变量；

$r_i$ ——除  $X_i$  以外其它各组相应的成对变量，在本子问题中保持为常量；

$D(r_i)$ ——子问题的可行域(在  $X_i$  平面内)。

② 依次对每个子问题进行优化，并把子问题优化中得到的最优点  $X_i^*$  代替原来的  $X_i$ ，进行下一个子问题的优化(这样每一个子问题的最优解将优于上一个问题的最优解)。

③ 对 $W$ 个子问题全部做序贯优化后，完成此一轮计算。

④ 反复进行多轮优化，当两轮优化得到的目标函数值之差小于预给精度及相应两个最优点之间距离小于预给精度时，停机。即：

$$|f(X^*(t)) - f(X^*(t+1))| \leq \epsilon_1$$

及

$$|X^*(t) - X^*(t+1)| \leq \epsilon_2$$

式中  $\epsilon_1, \epsilon_2$ ——预给精度， $\epsilon_1 > 0, \epsilon_2 > 0$ ；

$t$ ——优化的轮数。

边界搜索法实际上是一种降维搜索法，也是数值法，根据库恩-图克定理，当无约束极值点位于约束边界之外时，不等式约束的极值点一定在某些较严格的约束边界上。这种情况在优化问题中占有较大比重，因而只要沿着约束边界搜索所有的点，一定能找到有不等式约束的极值点。因此边界搜索法找到的是一定步长意义下的全局最优点。

采用此法时，应注意把对目标函数值影响较大的变量放在前面，先进行优化，并选择对目标函数及约束条件的影响互相起补偿作用的变量做为一对，作为子程序进行优化，这样使设计兼顾全面要求又不会过早地停止在局部最优点上。

4. 可变容差法(伸缩误差法) 由上面各种优化方法中可以看出，许多非线性规划求解方法中，大部分的时间都用在满足相当严格的可行性要求上，而可变容差法采用适当的

近似可行点，在搜索过程中，使近似可行点向满足约束的最优点靠拢的方法。所采用的迭代寻优方法是单纯形加速法。

该法是以一个简单又同解的问题来代替原问题[如式(23-38)]如下：

$$\begin{aligned} \min f(X) \quad X \in E^n \\ \text{s.t.} \quad T(X) - \phi^k \leq 0 \end{aligned} \quad (23-54)$$

式中  $T(X)$ ——违反约束的测度；有

$$T(X) = \left[ \sum_{i=1}^p h_i^2(X) + \sum_{j=1}^m u_j g_j^2(X) \right]^{\frac{1}{2}}$$

其中

$$u_j \begin{cases} 0 & g_j(X) \leq 0 \\ 1 & g_j(X) > 0 \end{cases}$$

$\phi^k$ ——容差准则函数，表示在第  $k$  步探索时，预给的可变允许公差（可变容差），是一个递减数列，最后趋于零。 $\phi^k \geq 0$ ， $\phi^k$  值由单纯形的各顶点确定；

初始值

$$\phi^0 = 2(p+1);$$

其它值

$$\phi^k = \min \left\{ \phi^{k-1}, \frac{p+1}{r+1} \sum_{i=1}^{r+1} |X_i^k - X_{i+2}^k| \right\}$$

式中  $i$ ——初始单纯形边长；

$p$ ——等式约束个数；

$r = n - p$  为设计自由度；

$n$ ——变量个数；

$k = 1, 2, \dots$ ——搜索次序；

$X_i^k$ ——第  $k$  次探索时单纯形第  $i$  个顶点；

$X_{i+2}^k$ —— $n+1$  个顶点内适当选出的  $r+1$  个点中去掉最坏点以后的中心点。

再用单纯形法求解(23-54)式的问题。与罚函数法相比，这里的  $T(X)$  相当于罚项，而  $\phi^k$  有罚因子的意义，在迭代过程中  $\phi^k$  为递减正数，但是求优过程中  $\min f(X)$  与  $T(X)$  的减少是分开进行的，这点与罚函数不同。因此当搜索过程中向最优点靠近时，其等式和不等式约束在初期阶段只需近似地满足，只有在很接近最优解时才要求严格满足约束，这给优化的顺利进行带来方便也减少了计算的时间。此法的缺点是要求初始的单纯形为正规单纯形，给计算程序带来复杂性，另外其收敛速度和精度都较差。

上面主要介绍了求解非线性优化问题的几种方法，而解非线性规划问题的方法还有很多，例如以梯度法为基础的无约束非线性优化问题的数值解法中的最速下降法、牛顿法、共轭梯度法以及变尺度法等。这些方法采用计算目标函数的一阶或更高阶导数，很有效，但用于电机的优化问题很困难，就不一一介绍了。

### 三、多目标优化问题的求解

前面所介绍的各种优化方法都是只涉及一个目标函数，称之为单目标优化问题。而

大量的工程设计问题中实际要考虑的目标常常不止一个,而是两个,三个甚至更多,例如在电机设计中往往要求所设计的产品成本低且效率又高,甚至同时要求起动转矩大、重量轻等。这类的优化问题就是多目标的优化问题。自从 1896 年法国经济学家 V.Pareto 提出多目标优化问题以来,特别是本世纪 70 年代,这一问题的研究逐渐受到重视,随着数学规划在工程设计中的广泛应用,多目标优化方法也被越来越多地用来解决工程设计问题,但由于其问题自身的复杂性,求解方法目前还不够成熟与完善,还有许多理论问题需要进一步研究。以下先简要说明有关的基本概念,再介绍一些求解方法。

### (一) 基本概念

#### 1. 多目标优化问题的数学模型 一般表示为:

$$\begin{aligned} \min F(X) \quad X \in D \\ D = \{X | g(X) \leq 0\} \end{aligned} \quad (23-55)$$

式中  $F(X) = [f_1(X), f_2(X), \dots, f_p(X)]^T$ ;

$G(X) = [g_1(X), g_2(X), \dots, g_m(X)]^T$ 。

为与单目标优化问题区分,也可表示为

$$\begin{aligned} V = \min_{X \in D} F(X) \quad X \in E^n \\ D = \{X | g(X) \leq 0\} \end{aligned}$$

2. 多目标优化问题的最优解与非劣解 对如公式 (23-55) 所示的问题,若存在一个  $X^*$  点,对任何一个  $X \in D$ ,总有  $F(X^*) \leq F(X)$ , 则称  $X^*$  为多目标数学规划问题的最优解。若  $X^\Delta \in D$ , 且不存在  $X \in D$ , 使  $F(X) \leq F(X^\Delta)$ , 则称  $X^\Delta$  为多目标优化问题的非劣解, 非劣解又称为有效解或 Pareto 解。它的意义是:若有  $p$  个目标  $f_i(X)(i=1, 2, \dots, p)$ , 当要求  $(q-1)$  个目标值不变坏时, 找不到一个  $X$  使得另一个目标值  $f_i(X)$  比  $f_i(X^\Delta)$  更好, 则  $X^\Delta$  为非劣解。显然, 非劣解一般不止一个。非劣解在多目标优化问题中起着重要作用, 这是因为对于单目标优化问题, 任何两个解都可以比较其优劣, 是有序的; 而对多目标优化问题, 不是任何两个解都可以比较其优劣而排序的。因而关于多目标优化问题的解, 没有一个通用的概念。

可以证明, 对于多目标优化问题, 最优解必为非劣解, 反之则不然。显然, 一般情况下最优解  $X^*$  难于求到, 能得到的大多为好的非劣解。

### (二) 多目标优化问题的解法

对于多目标优化问题,首先要对多个目标进行正确处理,再根据具体情况采用不同的方法。一般有两条原则,一是“化多为少”,在满足要求的前提下,进行全面分析,尽量减少目标的个数,可采用去掉从属性和不大必要的目标,把类似的几个目标合并成一个,把次要目标转变为约束条件,构成一个综合目标等办法,二是对各个目标排序,分析各个目标重要性的大小再依次进行排队或赋予不同的加权数,在求解时,首先把注意集中在重要的,必须达到的目标上,再兼顾其他目标进行选择、确定方案。

具体求解方法, 目前大致分成三类: 一类是将多目标优化问题转化成一个单目标优化问题, 构造一个新的目标函数, 称为评价函数, 对评价函数求解。另一类是将多目标优化问题转化成一系列单目标优化问题求解, 一般不建立评价函数。还有一类是直接求非

劣解的方法。下面分别介绍。

### 1. 将多目标化成一个单目标的解法

(1) 主要目标法。主要目标法的基本思想是, 抓住主要目标, 兼顾其它目标要求。

设有  $p$  个目标  $f_1(X), f_2(X), \dots, f_p(X)$ , 求解时从中选择一个作为主要目标, 如  $f_1(X)$ , 而对其他目标, 给出上、下限或给予一定要求, 将这其余目标转化为约束条件, 式(23-55)所示问题就转化为求解单目标优化问题, 即

$$\begin{aligned} & \min f(X) \quad X \in D_1 \\ & D_1 = \{X \mid f_{d_i} \leq f_i(X) \leq f_{u_i}, \quad i = 1, 2, \dots, p, X \in D\} \end{aligned}$$

式中  $D_1$ ——约束集合,  $f_{d_i}, f_{u_i}$ ——分别为第  $i$  个目标的上、下限。

(2) 线性加权法。对于式(23-55)所示问题建立评价函数:

$$V(X) = \sum_{i=1}^p \omega_i f_i(X)$$

式中,  $\omega_i$  为权因子, 意与 SUMT 法的权因子类似, 用以反映出各个单目标在整个多目标问题中的重要程度。这样问题(23-55)就转化为单目标优化问题, 即

$$\min V(X) \quad X \in D$$

(3) 平方加权法。平方加权法的主要思路是要让多目标优化时各分量目标函数  $f_i(X)$  分别与各自的最优值相差尽量小, 并用权因子来反映各  $f_i(X)$  对其最优值接近程度要求不同的差别。平方加权法的评价函数形式为

$$\sum_{i=1}^p \omega_i [f_i(X) - f_i^*]^2 \quad X \in D$$

式中  $f_i(X)$ ——问题的各单目标函数;

$f_i^*$ ——各个单目标函数的最优值(这里指极小值);

$\omega_i$ ——权因子。由于各个单目标在问题中所处的地位不同, 要求其接近最优值的允许宽容程度也不同。设允许的最大单目标函数值为  $f_i^*$ , 则允许的宽容值为  $\Delta f_i = f_i^* - f_i^*$ 。可令  $\omega_i = 1/\Delta f_i$ 。

这样原(23-55)式的问题就化成了

$$\min V(X) \quad X \in D$$

(4) 目标规划法。此法是对于问题的每一个单目标  $f_i(X)$  预先规定一个目标值  $f_i^*$  ( $i = 1, 2, \dots, p$ ), 通过最小平方和的求解, 希望所有目标与其相应的目标值尽量接近, 评价函数可为

$$V(X) = \left[ \sum_{i=1}^p \omega_i (f_i(X) - f_i^*)^2 \right]^{1/2} \quad X \in D$$

式中  $f_i(X)$ ——多目标优化问题的各单目标;

$f_i^*$ ——各  $f_i(X)$  的希望值或目标值;

$\omega_i$ ——权因子;

则求到的  $\min V(X)$  的解为其原问题的最优解。

(5) 理想点法。对于原问题(23-55)式的各个单目标可求出最优目标值  $f_i^*$ , 相应

最优解为  $X^*$ 。一般情况下，很难找到一个解  $X^*$  而使得各单目标都同时为各自的最优值。在这个意义上  $X^*$  只是一个理想点（一般达不到的点），但考虑若使各个单目标都尽可能接近自己的理想值  $f_i^*$ ，显然便能求好的非劣解。理想点法的评价函数为

$$V(X) = \sum_{i=1}^p \left[ \frac{f_i(X) - f_i^*}{f_i^*} \right]^2$$

于是，使此评价函数达到最优的解，即为作为多目标函数的问题的最优解。

(6) 功效系数法(几何平均法)。在实际的多目标优化问题中，往往对各个单目标的要求不很相同，有的要求越大越好，有的要求越小越好，有的则要求有合适的数值。为了在评价函数中反映这种不同要求，引入功效函数  $d_i = d_i(f_i(X))$ ,  $i = 1, 2, \dots, p$ ，当

$$d_i(f_i(X)) = \begin{cases} 1 & f_i(X) \text{ 值最满意时} \\ 0 & f_i(X) \text{ 值不能接受时} \\ \delta & \text{其它, } \delta \text{ 值在 } 0, 1 \text{ 之间选取} \end{cases}$$

对所有的  $d_i$  进行几何平均，形成评价函数为

$$V = \sqrt[p]{d_1 d_2 \cdots d_p}$$

然后求解  $\min V$  即可。

按照对目标函数的不同要求，功效函数有三种形式，如图(23-19)所示。

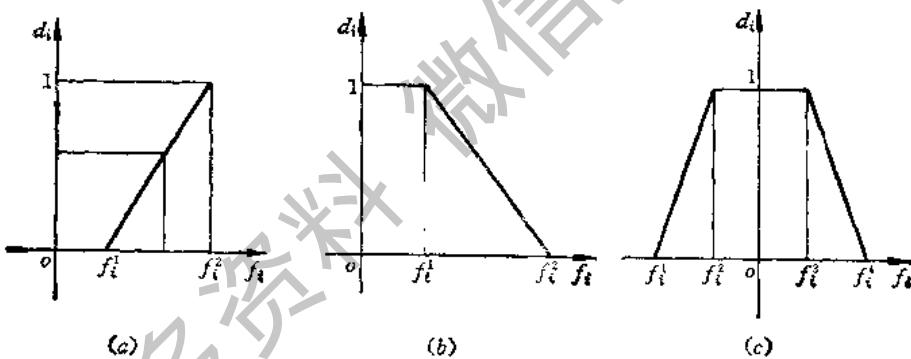


图 23-19

功效系数法的关键在于确定功效函数值。以图 23-19(a) 所示直线式功效函数为例，只要预先给定  $d_i = 1$  时的  $f_i^1$ ，及  $d_i = 0$  时的  $f_i^0$ ，在  $f_i-d$  的坐标上将此两点连结起来，就得到一条表示功效函数的斜线。可以得到相应的  $f_i^k$  功效函数值。

(7) 分量乘除法。设对于多目标问题的  $p$  个单目标中，要求极小的有  $E$  个，如  $f_1(X), f_2(X), \dots, f_E(X)$ ；其余  $f_{E+1}(X), f_{E+2}(X), \dots, f_p(X)$  个要求极大，且  $X \in D$ ，设  $f_{E+1}(X) \neq 0, f_{E+2}(X) \neq 0, \dots, f_p(X) \neq 0$ ，则评价函数为

$$V = \frac{f_1(X)f_2(X)\cdots f_E(X)}{f_{E+1}(X)f_{E+2}(X)\cdots f_p(X)} \quad X \in D$$

这样原问题转化为单目标极小化： $\min_{X \in D} V(X)$ 。

(8) 轮换分量法。本法是先对各分量估计其上限  $f_{ui}$  ( $i = 1, 2, \dots, p$ )，即：

$$f_i(X) \leq f_{ni} \quad (i = 1, 2, \dots, p)$$

然后轮流求解各单目标极小化:

$$\min f_k(X) \quad X \in D_1, k = 1, 2, \dots, p$$

$$D_1 = \{X | f_i(X) \leq f_{ni}, \quad i \neq k\}$$

依次得到各极小值  $f_i^*$ , 再据此调整  $f_{ni}$ , 直到求出满意结果为止。

## 2. 将多目标化成系列单目标的解法

(1) 分层序列法。这种方法是对多目标函数的各个单目标函数分量按其目标的重要性排出次序,  $f_1(X), f_2(X), \dots, f_p(X)$ 。然后依次在前一个目标最优解的集合域内逐个地对各单目标求取最优解。就是说,首先在约束可行域内对第一个目标求取最优,并找出所有最优解的集合  $D_1$ , 然后在  $D_1$  内求第二个目标最优, 求第二个目标的最优解集合为  $D_2$ , 如此依次进行,直到求出第  $p$  个目标的最优解  $X^p$ 。即

$$\min f_1(X) = f_1(X^1) \quad X \in D$$

$$\min f_2(X) = f_2(X^2) \quad X \in D_1 \subset D$$

$$\min f_3(X) = f_3(X^3) \quad X \in D_2 \subset D_1$$

⋮

$$\min f_p(X) = f_p(X^p) \quad X \in D_{p-1} \subset D_{p-2}$$

采用上述简单排序法的前提是:  $D_1, D_2, \dots, D_{p-1}$  等集合均不空,且在每一个集合中要多于两个元素,否则难于进行。

宽容排序法是允许宽容的分层序列法。在后一个单目标求优时, 不必要求前一个单目标达到严格最优, 而给一定的宽容范围, 即后一个单目标是在前一个单目标最优值附近的一一定范围内进行。这样把一个多目标优化转化成一系列带宽容条件的单目标优化问题。表示为:

$$\min f_1(X) = f_1(X^1) \quad X \in D$$

$$\min f_2(X) = f_2(X^2) \quad X \in D_1, D_1 = \{X | f_1(X) \leq f_1(X^1) + \alpha_1, X \in D\}$$

$$\min f_3(X) = f_3(X^3) \quad X \in D_2, D_2 = \{X | f_2(X) \leq f_2(X^2) + \alpha_2, X \in D_1\}$$

⋮

$$\min f_p(X) = f_p(X^p) \quad X \in D_{p-1}, D_{p-1} = \{X | f_{p-1}(X) \leq f_{p-1}(X^{p-1}) + \alpha_{p-1}, X \in D_{p-2}\}$$

式中  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{p-1}$ ——预先根据具体问题要求选定的宽容限度,对于求极小的上述问题,这些宽容限度显然均应大于零。当预选的宽容限度不能满足要求时,应重选宽容限变值,反复计算。

(2) 增量系数法。先对(23-55)式所示问题中的每一个单目标函数分别求取最优值  $f_i^*$ , 得到

$$F^* = [f_1^*, f_2^*, \dots, f_p^*]^T$$

求  $F(X)$  的增量函数:

$$Z(X) = [Z_1(X), Z_2(X), \dots, Z_p(X)]^T$$

式中  $Z_i(X)$ ——第  $i$  个目标函数  $f_i(X)$  相对于它自身最优值  $f_i^*$  的增量系数。 $Z_i(X) = [f_i(X) - f_i^*]/f_i^*$  或  $f_i(X) = f_i^*[1 + Z_i(X)]$ 。 $F(X)$  与  $Z(X)$  向量关系式为

$$\begin{bmatrix} f_1(X) \\ f_2(X) \\ \vdots \\ f_p(X) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1^* \\ f_2^* \\ \vdots \\ f_p^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1^* & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & f_2^* & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & f_p^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1(X) \\ Z_2(X) \\ \vdots \\ Z_p(X) \end{bmatrix}$$

再对下面问题求最优:

$$\min \max \{Z_i(X)\} \quad i = 1, 2, \dots, p, X \in D$$

所得点  $X^*$  为所求。其意义为: 为使  $F(X)$  尽可能接近其最优点  $F^*$ , 应使得各单目标函数值  $f_i(X)$  相对其最优点  $f_i^*$  的最大增量系数为最小。

**3. 直接求非劣解的方法** 上面所介绍的方法是通过一些处理把多目标优化问题转化为求一个或一系列的单目标优化问题, 以后者的解作为多目标优化的解。这种方法在多数情况下是求到一个非劣解。对于多目标优化问题不止有一个而是有多个非劣解的情况下, 就应求到其所有非劣解, 根据工程的要求与特点去进行合适的折衷、估价与选择来确定一个好的非劣解。另外, 上述一些方法(如线性加权法)的成功在很大程度上决定于某个确定方向的凸性条件, 若缺乏此条件, 就可能失败。为解决上述两问题, 提出了一些直接求取多目标优化问题的所有非劣解的方法, 下面介绍的合适等约束法就是其中之一。

合适等约束法的基本思路是把目标向量  $F(X)$  中的  $(p-1)$  个单目标组成的向量每个给一合适常数, 则此向量变为常数向量  $A$ , 即

$$A = [a_1, a_2, \dots, a_{p-1}]^T$$

在等式约束条件  $f_i(X) = a_i$  ( $i = 1, 2, \dots, p-1$ ) 及原问题的约束条件下求第  $m$  个目标的最优解, 此解称为 PECSO 最优解(参数等约束单目标最优解), 但它不一定为非劣解, 必须在  $A$  值满足一定的条件(合适条件)时, 才可为原问题的非劣解。合适等约束法就是逐步去掉不可能成为非劣解的解, 最后留下全部非劣解。其步骤如下:

① 设原问题为

$$\max F(X) \quad X \in D, X \in E^*$$

$$D = \{X \mid g_j(X) \geq 0, j=1, 2, \dots, m\}, F(X) = [f_1(X), f_2(X), \dots, f_p(X)]^T$$

转化为参数等约束问题:

$$\max_{X \in D_\alpha} f_p(X) \quad D_\alpha = \{X \mid f_i(X) = a_i, i=1, 2, \dots, p-1, X \in D\}$$

② 确定  $X$  在  $D_\alpha$  内的上确界  $\hat{x}(\alpha)$ , 令  $f_p[\hat{x}(\alpha)] = \phi$ .

③ 确定集合  $\beta = \{\alpha \mid \phi(\alpha) < +\infty, \alpha \in G\}$

$G$  为使  $D_\alpha$  不空的  $\alpha$  的集合。

④ 根据  $A$  “合适”及“局部合适”的条件考虑, 把集合  $\beta$  中不合适及不局部合适的向量去掉, 决定最后留下来的集  $\beta^*$ , 这时, 所有非劣解集正好是所有  $A \in \beta^*$  的  $\hat{x}(\alpha)$  的全体, 对应非劣解集的目标值为所求的最优值。

此法的关键是如何选取能获得非劣解的合适向量  $A$ 。判断  $A$  “合适”的条件: 若对所有的  $A$  集合  $\in \beta$ , 当  $A \geq A^0$  时, 有  $\phi(A) > \phi(A^0)$ , 则  $A^0$  为“合适”的。当  $\phi(A^0) = +\infty$ , 且  $\phi(A)$  在  $A^0$  上是右可导的, 那么, 若  $\nabla \phi(A^0) \leq 0$  时,  $A^0$  为“局部合适”的。

总之求多目标优化问题的方法还很多, 并且不断有新的方法提出, 就一一介绍了。

#### 四、混合离散规划问题的处理方法

前面介绍的都是连续规划问题,它要求变量都是连续量,但在很多实际工程问题中,电机优化设计也是其中之一,由于制造加工等要求,有些变量只能是离散量,如定子每槽导体数必须为整数,定子铁心长有时必须以 0 或 5(单位: mm) 来圆尾;有些量又可以为连续量,如磁密  $B_{T10}$ 。这类规划问题属于既有连续量又有离散量的混合离散规划问题。很多工程优化问题都是属于此类。这种问题的设计变量除了有上、下限要求外,有些变量还增加了必须为整型量或给定尾数型的离散量的限制,这相当于给优化设计增加了新的约束条件。这样其完整的数学模型可表示为:

$$\begin{aligned} & \min f(X) && X \in E^* \\ & \text{s.t. } g_i(X) \leq 0 && i = 1, 2, \dots, m \\ & a_i \leq x_i \leq b_i && i = 1, 2, \dots, n \\ & X_k = T_k && k = 1, 2, \dots, q \end{aligned} \quad (23-56)$$

式中  $n$ —总设计变量数;  $m$ —约束条件数;  $q$ —离散变量数;  $X_k$ —其中第  $k$  个整型或给定尾数型离散变量子集;  $T_k$ —第  $k$  个整数集或给定尾数的数集;  $a_i$  及  $b_i$ —第  $i$  个设计变量  $x_i$  的上、下限。

对这种混合离散规划问题,目前还没有精确的数学解法。处理的办法有以下几种。

(1) 采用整数规划的方法。这种方法是数学规划的一个分支,适应于设计变量都取为整数的情况。

(2) 采用设计变量的分析方法。它是根据有限几种离散变量的数值找出可能形成的所有设计方案,然后再按设计指标的好坏选出最优方案。此类方法在较复杂的情况下将不适用。

(3) 先按连续量处理,得到优化方案后,再按工艺规范或标准“取整”。

这种方法得到的解肯定不是最优解,但可能是较好的方案。如电机冲片尺寸要求小数点后第二位以 0 或 5 圆尾,由于它们的圆尾对优化结果的影响很小,用这种处理方法通常是成功的。在电机优化设计时,可具体分析,对一些不必要求严格遵守离散约束的设计变量可以先近似按连续量处理,这样可简化程序并节约机时。

这种方法对有些离散变量,如槽导体数  $Z_1$ ,这种“取整”会得到不正确的结论,找不到最优解,甚至可能跳出约束边界成为不可行解。

(4) 按连续变量处理,但在计算程序中,每次迭代点都“取整”。即对离散变量先离散化再去进行优化,显然编制程序要相应复杂些。

此类方法必须增加一些环节随时保证其中的离散变量都取得各自规定的离散值。这种方法采用虎克-杰夫法作为无约束优化方法时较易实现,因为其步长及步长缩小系数可预先规定。

### 第三节 电机的优化设计

优化设计为电机设计开创了新局面,其应用日趋广泛。以上各节中介绍了优化设计

的一些基本概念及优化方法步骤等。但在电机设计中应用优化技术时，还有些具体问题应引起重视。

## 一、电机优化设计数学模型的建立

### (一) 目标函数

电机设计优化的数学模型如式(23-3)所示。在优化问题中，首先要确定目标函数(即最优化方案的标准)。这要按具体的要求来决定，但应力求使目标函数简单，能用单目标的就不要用多目标去优化，以采用较成熟的优化方法。

例如设计轻载节能电动机提出的要求有：

- ① 轻载时有最高效率，能明显节电，满载时电机效率不低于标准系列中同一规格的效率，保证定子绕组温升符合要求。
- ② 外形、安装尺寸同标准系列电动机，以便于通用及便于设备中电机的更换。
- ③ 设计中主要尺寸选择尽量与原标准系列统一，以便于制造时，模具可通用。
- ④ 可选用优质材料与适当多用材料，但因此而提高的电机成本应保证在短期内由其节电费用回收。

综合考虑以上这些要求进行优化设计时，把电机的有效材料费选作目标函数  $f(X)$ ，而其它各项指标要求则作为约束条件，于是目标函数变得十分简单，如式(23-1)所示。

选择确定目标函数是整个优化设计过程中最重要的决策之一。有时存在着明显的目标函数，如上例所示。有时出现两个或更多个应当成为目标函数的量，如冰箱压缩机配套的电机，要求体积小又要求起动转矩最大噪音最低等。这类问题可用多目标求解方法中的原则和办法去处理。在构造复合目标函数时，应注意排除量纲以及数量级的影响。有时初一看，目标函数是很明显的，实则不然，必须注意确立优化问题的真正的目标函数。例如重量最轻的设计不一定费用最少。

此外，应提出注意的一般情况下，由于设计变量和目标函数之间的高度非线性关系，在电机优化设计中，其目标函数很难用其变量的解析显式表达，更不用说求它们的导数了，在选择求优方法时，应注意这个问题。

### (二) 设计变量的确定和处理

在电机的优化设计中，决定电机性能指标的量很多，总计在 50 个以上。如前所述，电机的结构参数(外径、内径、槽形尺寸、线圈匝数、线径等)和电磁参数(磁密、电密等)以及其它有关的量，理论上都应为变量。这样似乎又严格又全面，实际上并不一定合适，有时甚至是不可能的。

在优化设计中，变量的选择对优化结果影响较大，为避免过大的计算量、简化程序、顺利地求解优化问题，变量的选择应尽量互相独立，个数应尽量少。要注意选择那些对目标函数和约束条件有明显作用的量作为变量。按照这个原则及电磁计算的内在规律，对电机的几十个设计变量加以具体分析。例如考虑到中小型异步电动机都为系列产品，并且是多与其它机械设备配套，要求有互换与通用性，故外径  $D_1$  可按标准给定作为常量；再如槽口尺寸对电机的性能影响较小也可作为常量处理，这样把一些次要的量以及特殊技术要求所能确定的量均按常量处理，变量数可大大减少。在选取电机设计变量时，还要根据

具体情况,程序的功能及配合,加工工艺要求等具体问题具体分析做出决策,一般选 10 个左右作为变量为好。一般定子内径  $D_a$ ,铁心长  $l$ ,以及每槽导线数  $Z$  都是作为设计变量的。在求优过程中若发现当作常量的量对性能影响很大时,例如深水泵电机转子的电密  $J_2$ ,也可以变其为变量处理。

在电机优化设计中,确定为变量的若干参数常常有不同的量纲,在数量级上相差也很大,虽然其对电机性能指标都有重大影响,但在优化中它们实际上处于不平等的地位,目标函数等值面将会畸变得非常厉害,对搜索精度和方向上要求苛刻,难于保证优化的顺利进行,并会使数量级较小的变量的作用被忽略。因此对这些变量应做处理,可以用放大或缩小比例尺的方法,也可以采用“电机学”中“标么值”的做法,将各让被其相应的给定值(初值、最大值或其它)除一下化为无量纲的量,然后去进行优化,最后结果再分别变换为原来的实际变量。

还应注意电机设计的变量中,由于制造加工的要求,有些变量必须是离散量,如每槽串联导体数  $Z$  必须为整型量。而直径  $D_a$ 、 $D_b$ ,及铁心长度  $l$  等必须取单位为毫米的整数,铁心长度  $l$  有时还要求以 0 或 5 为尾数,有时气隙长度  $g$  及有些槽形尺寸如  $b_{s1}$ 、 $b_{s2}$  等(见图 22-8,图 22-9)要求小数后第二位取 0 或 5 为尾数(以毫米为单位),这些属于给定尾数型的离散量。因此电机设计的优化问题属于既有连续量又有离散量的混合离散规划问题。在选择优化方法时应予以注意。

### (三) 约束条件

如前所述,电机优化设计问题中的约束条件一般都是不等式约束。

电机的性能约束是根据电机设计的性能指标而确定的约束,有几个性能指标,就有几个性能约束。异步电动机的 6 个性能指标约束条件如式(23-2)所示。

除此之外,还有一些限制变量取值范围所构成的约束,例如通常由于结构、工艺方面的限制及对电磁参量等计算值出现异常值的限制;如受强度限制的最小转子冲片内径,最小槽形尺寸,最小齿根宽;受工艺限制的最短的线圈端部长度,最高的槽满率;受饱和限制的最高齿轭磁密等。还有些根据经验法则或由于缺乏适当的计算公式或其它途径提出的限制而形成的约束:如为简化优化问题,原来做为优化标准转化而来的某些限制,以及设计变量取值必须为整型量或给定尾数型的离散量而增加的部分约束条件(称之为离散约束)等等。

电机的优化设计就是在全面满足上述多种约束条件的前提下,求出目标函数的最优值。

一般情况下,把电机的约束条件表示成设计变量的显函数形式是不太可能与不实际的。这显然左右着优化方法的选择。从简化问题与求优顺利的角度而言,约束条件的个数应尽量少。而为了突出某个或某些性能指标的重要性,可如同罚函数中权因子那样采用加权的方法。

## 二、优化方法的选择

当数学模型确定后,重要的问题是选择一合适的最优化的求解方法。

电机设计的优化问题是一种带有多个不等式约束的非线性优化问题,属于混合离散

性的规划问题,它是静态的,多半变量是确定性的一类优化问题。

就电机优化设计问题的特点而言,由于其目标函数和约束条件一般都不能表示成设计变量的显函数。电机优化设计方法最宜采用直接法,直接利用函数值的搜索方法。由表(23-4)中也可看出这一点。此表为用 SUMT 法后又调用五种不同的无约束方法对 7.5kW 四极三相异步电动机进行优化结果的比较。

表 23-4

项 目	标准值	初值	优化设计的终值				
			梯度法	变尺度法 (DFP 法)	鲍威尔法	虎克- 杰夫法	随机法
目标函数值 $f(X^*)$		362.19	331.05	292.53	265.58	263.80	325.97
迭代次数			11	30	4	3	9
计算时间 $t/\text{min}$			10	5	5	1.5	3.5
性能指标 (约束)	$\bar{T}_M$	2.2 倍	3.59	3.01	2.7	3.05	3.12
	$\bar{T}_{st}$	1.5 倍	2.38	1.85	1.51	1.91	1.95
	$I_{st}/\text{A}$	64	56.7	51.7	48.5	50.9	52.0
	$\cos\varphi_N$	0.845	0.851	0.85	0.88	0.85	0.855
	$s_N$	4.0%	3.52%	3.45%	3.22%	3.61%	3.50%
	$\theta_{Cm}$	75.0°C	57.25°C	64.3°C	72.5°C	74.69°C	74.05°C

前面所介绍的各种优化方法在实际使用中都有一定的效果,它们各有特点,在选择电机的优化方法中,最应注意优化的质量与稳定性,兼顾求解的速度和精度。

目前在国内外电机优化中应用最广泛而且普遍认为有效的是 SUMT 法,直接法中的复形法,随机搜索法也较为有效,优化可靠、快速,且方法简单。常用的无约束优化方法有随机搜索法、模式搜索法、共轭方向法、单纯形法等。另外变尺度法和最速下降法也被应用,但由于这两种方法均要求导数,用起来较困难,方法繁,计算时间也长(由表 23-4 可见)。

现有的各种优化方法从原理上讲,求到的都只是与初始点“相近”的局部最优点,它不一定是全局最优点。因此各种方法的结果各不相同,即使同一种方法,初始点不同,求优的途径不同或其他条件不同,其求优的结果也会不同,带有一定的随机性。另外,各种方法在使用时都有某些改进,使用者的技巧与经验不同也会影响最后结果。

目前各种优化方法不断出现,但还没有一种在任何情况下对一切非线性规划都有效的通用方法。各种方法都有一定特点,使用时也有局限性,仅对某些类型的优化问题有效。

### 三、SUMT 法在电机优化设计中的应用

在电机优化设计中,常采用的是综合了 SUMT 法中的外点法与内点法各自优点的“混合惩罚函数法”。具体方法如下述。

采用的增广目标函数形式与外点法相同,为

$$F(X, r) = f(X) + r_i \sum_{i=1}^m \omega_i P_i(X) \quad (23-57)$$

式中  $r_i$ ——罚因子,按内点法取为递减数列,只取少数的几个值,如取  $r_0 = 1$ ,  $r_1 = 0.002 \sqrt[3]{P_N}$ ,  $P_N$  为额定功率,单位以千瓦计。也有推荐用:  $r_0 = 1$ ,  $r_1 = \frac{1}{2}$ ,  $r_2 = \frac{1}{4}$  (或  $r_2 = \frac{1}{10}$ );

$\omega_i$ ——权因子,按约束的重要程度取值;  $P_i(X)$ ——赏罚函数。常用的赏罚函数有以下几类形式,如图 23-20 所示。

1. 第一类赏罚函数(图 23-20a 所示) 电机设计中的个别指标,例如效率  $\eta$  不仅需要达到预先规定的指标,还希望它尽可能地高。这样在非可行区  $[g_i(X) > 0]$  罚函数取一个较大正值并具有斜度,以罚那些远离边界的点,而在可行区  $[g_i(X) \leq 0]$ , 罚函数取负值也具有斜度,以赏那些  $\eta$  提高的点。于是成了“赏罚函数”。以  $\eta$  为例,则赏罚函数  $P_i(X)$  为

$$P_i(X) = \begin{cases} P_{K1} + P_{K1}\delta_\eta, & g_i(X) > 0 \\ P_{M1}\delta_\eta, & g_i(X) \leq 0 \end{cases}$$

式中  $P_{K1} = |\lg \alpha|$  为非可行区内罚函数斜率,称为罚系数;

$P_{M1} = |\lg \beta|$  为可行区内赏函数的斜率,称为赏系数;

$\delta_\eta = \frac{\eta - \eta_0}{\eta_0}$  为电机效率偏离标准值  $\eta_0$  的相对大小。

赏系数的作用相当于随时根据计算结果按预定要求合理地调整对应的约束边界,使边界变成“浮动”的。而且利用赏系数可以简单地把某些双目标函数优化问题化成一个单目标优化问题。把其中一个目标函数变成用赏罚函数形式处理的约束条件。

2. 第二类赏罚函数(图 23-20 b) 电机设计中各项指标对设计变量的要求有些是互相矛盾的,如异步电动机中的  $T_{st}$  和  $I_{st}$ 。这样某些指标的过分改善必然会使其它指标受影响,象这类指标只要稍高一些即可,太高了反而不好。对于某项指标若不太重要或无特殊要求的就不要让它改善得过分,第二类赏罚函数就照此原则构造而成。在可行区内开始一段  $|\delta_i|$  赏的多,而当  $|\delta_i|$  再增加时,赏值反而按  $1/|\delta_i|$  的比例急剧减小。在非可行区,罚函数取为  $\delta_i^q (q > 1)$ 。在  $|\delta_i| = 0$  附近一个小范围内  $P_i$  取为常值,这是考虑到计算时有一定误差。这里注意最大赏值  $P_T$  不可取得太大,以免在违反其它约束时罚项失去作用,得出非可行方案。

3. 第一类罚函数(如图 23-20c) 这是第二类赏罚函数构成原则的另一种形式。如对某项指标只要求满足标准就可以,稍改善一些是可以的。但改善得太多时,就再次处以罚项。

4. 第二类罚函数(如图 23-20d) 这类罚函数,在约束违反量  $\delta_i = 0$  处有个跃变,在纵轴上截距为  $P_L$ ,相当于内点法中的“围墙”作用,若要跳出可行域就以很大的罚值将其罚回去,而满足约束时就为零值,不起作用。这里,罚因子  $r_i$  应取为递减数列。以  $\eta$  为

例, 罚函数  $P_1(X)$  为

$$P_1(X) = \begin{cases} P_{L1} + P_{K1}\delta_n & g_i(X) > 0 \\ 0 & g_i(X) \leq 0 \end{cases}$$

**5. 第三类罚函数(图 23-20e)** 与上类罚函数类似, 只在  $\delta = 0$  处没有跃变, 适用于不太重要的约束。

**6 第四类罚函数(图 23-20f)** 电机设计中存在一些非主要约束, 但也不能违反, 例如各变量都有规定的上、下限, 以及槽满率的要求等, 优化过程中也可能会超界。这种非主要约束一般采用第四类罚函数形式, 其跃变值应足够大, 使  $F(X, r)$  相应很大, 一违反, 此方案就会被自动舍弃。

以上的几种赏罚函数或罚函数, 在可行区与非可行区内是各自独立的, 可以重新组合。应用时也可根据实际需要构造出其他各种形式的赏罚函数, 不要局限于此, 原则就是提高求优效果。

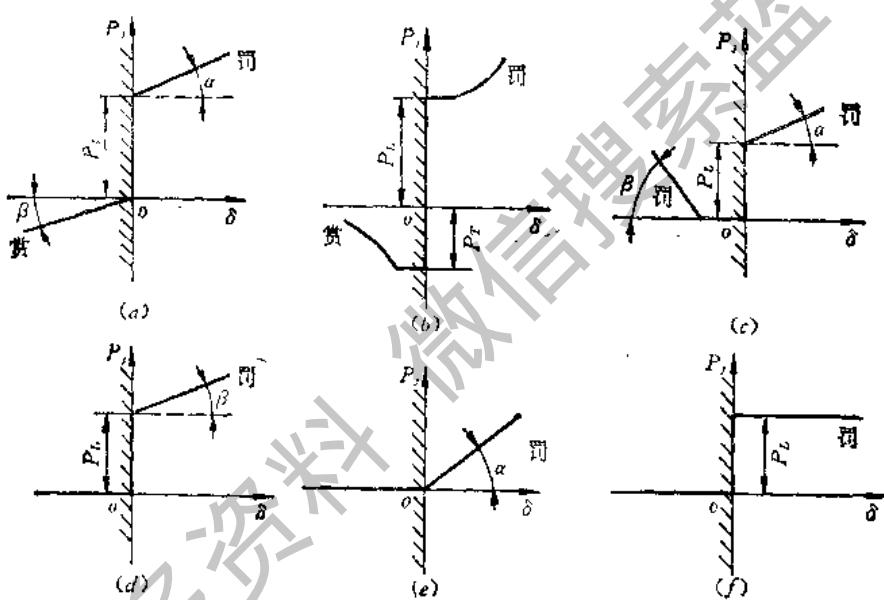


图 23-20

总之, 此方法是先用外点法迫使搜索点进入可行域, 再用内点法使之趋近最优点, 既采用罚函数又采用赏函数, 故称之为“混合赏罚函数法”。

至于程序的编制, 与前面开槽及循环程序一样, 只要在原校核计算程序基础上加入一段优化程序——按照所选定的优化方法所编成的程序, 并加上开关控制变量, 就可使程序具有双重功能。

#### 四、系列电机的优化设计

一般应用的电机总是要进行系列设计与生产。系列设计的特点是要求系列通用性(系列兼容)。例如三相异步电动机系列中同一中心高的电机要采用相同的定子外径; 极数相

同、功率等级相近的几个规格要采用同一种定、转子冲片，而铁心长不同；中心高相同，极数不同的几个规格，所用铁心长要求相近或相同。有时要求鼠笼型及绕线型要兼容，如冶金起重用电机中的 JZ<sub>2</sub> 及 JZR<sub>1</sub>。这样，在模具和结构件上可通用，在实际生产中具有很大的经济效益。

对这种系列的优化有以下几种方法。

1. 降维多次优化法 先在从需要兼容的规格中选出一个重点的规格。例如要求全系列成本最低时，可选其中生产批量最大的规格，以它的成本最低为目标，对全部设计变量进行优化设计，得到它的最优方案后，就据此定、转子冲片尺寸为已知的共同变量，再对其余的设计变量称为非共同变量，如铁心长度，匝数之类，对需要兼容的其他规格进行逐一优化，得到极数相同，铁心长度不同的优化方案。如发现有些方案不够理想，可以调整后再进行重复计算，直到全部规格满足要求为止。

若重点规格的电机必须选择设计难度大的即性能指标最难达到标准的或用户特殊要求的规格才可实现兼容要求时，实际计算时先对全部规格算一遍，就可以看出其所选的重点规格是否合适，再作出合理调整。这样经过 3~5 轮计算就能得出满足兼容要求的全部方案。

此法的优点是简单易实现，使用方便。与普通单机优化设计程序差不多，但费机时。而且重点规格与后继的其他规格在优化地位上不平等，兼容整体的优化结果与各规格优化的排列次序有关。只能粗略地考虑整体效益。

2. 并行优化法 把全部设计变量分成共同变量与非共同变量两大部分，相应地把整个优化问题分为共同优化问题与非共同优化问题，轮流进行优化。而方法可以采用 SUMT 混合赏罚函数法。

这种方法各个规格受到的重视程度是相同的，不因重点规格与非重点规格而异。例如，极数相同，功率相近的电机要求定、转子冲片通用时，作为共同变量的冲片尺寸，要在每个规格经过开槽计算后按总体最优来决定，这样就兼顾各规格的要求，并与各规格优化先后次序无关。另外也不必象降维法那样靠人工多次试算与调整。其目标函数可定为

$$f(X_c, X_{nc}) = \sum_{k=1}^p \alpha_k f_k(X_c, X_{nc}^k) \quad (23-58)$$

式中  $X_c, X_{nc}$ ——共同与非共同变量向量； $\alpha_k$ ——权因子； $f_k(X_c, X_{nc}^k)$ ——各个规格目标函数； $p$ ——规格数。

## 五、电机优化设计中的问题

电机优化在实际应用中还存在下述一些问题。

### (一) 优化结果只为局部最优解

由于电机设计的目标函数较为复杂，无法用变量的显式表示，一般只能采用数值解法。另外，从实际经验及计算结果可知，这类目标函数应属于多峰函数，但依照目前的优化理论只能求到一些局部最优点，并且无法判断这种“优点”是否全局最优以及它与全局最优解有多大差别，因而如何得到并判定全局最优解应是优化工作的目标之一。当然，目前得到的较优方案，其设计质量仍然能超过以往的经验设计，经济效益也很显著，这一点

是肯定的。

### (二) 多目标优化问题所得结果为非劣解

电机设计优劣评价的标准很多,如方案的经济指标、性能指标等等。这种优化问题往往是个多目标优化问题,但由于多目标优化问题本身的复杂性,目前求解的方法还不够完善,关于它的解没有一个通用的概念,求的所谓最优解只是一种非劣解。

### (三) 提高求优效率和程序通用性

在进行优化时,变量的选择、初始点的选择以及在优化方法中的变量变化次序对于优化结果及收敛速度都有较大的影响。无论哪一种优化方法,变量越少迭代求优的次数也越少。若在全部变量中,把对设计影响大的变量先作搜索,一般将会收敛得较快。而初始点的选择就是对最优解的一种估计,若初始点选的合适,将有利求优。

处理好以上这三条主要依靠设计者对电机本身电磁关系内在规律的分析研究程度因而掌握好物理概念将会对求优效率与效果有显著作用。

优化设计方法虽好,但编制优化设计程序工作量很大,对于不同的工程设计,优化方法与原理有很多是相同的,程序也是成熟的。校核计算也是已解决的问题,若优化程序段的前后增加适应性强的前后处理程序,使其具有更大的通用性,这将有利于优化设计方法的迅速推广。

### (四) 提高电机性能计算的精确度

为做到电机设计的真正优化,使理论计算的最优点与实际电机最优方案相一致,除优化理论本身的完善外,电机的物理模型及描述的数学公式也应进一步完善与精确。目前国内现有的异步电机计算公式实际上只是电磁设计的近似公式,  $T_M$ 、 $I_n$  的计算不准确,而通风发热、高次谐波作用、振动噪声、机械强度等还都只凭经验估计,并没有进行计算。在高指标优化设计中就应考虑高精度计算工具与粗糙的近似公式描述的数学模型的矛盾,否则优化结果的准确度就很难估计。对于一些大型电机,如同步电动机、汽轮发电机、水轮发电机等这方面的问题更突出一些,其优化设计发展就受影响。这就需要提出新的设计思想和应用更准确的数学模型,研制精确的计算公式和性能计算方法。

总之,电机 CAD 及优化设计是重要的发展方向也有不少优点。但是无论校核计算、开槽计算还是循环设计,优化设计都只是一种计算方法,它不能代替设计本身在原理、结构、工艺、材料等方面飞跃进步所带来的重大进展。因而这两者均不可偏废。

## 第二十四章 计算机辅助图形设计

工程图学作为表达与交流技术思想的工具在设计与生产中占有重要地位。电机工业作为机械制造工业中的一部分，在制造过程中，除有电磁计算、机械强度、通风、温升等大量的计算工作外，还要有大量的图形设计工作，如结构装配图、零件图、工装图、模具图以及各种特性曲线的绘制等，此外还有各种图表的绘制。总之有大量的绘图工作量，其中大部分是重复性的繁琐工作。随着电子技术的发展，与其它各种工程设计一样，绘图的计算机化是必然的趋势，采用计算机绘图后，工作效率以及设计质量都将大大提高。

本章将对计算机绘图的基本知识作一初步介绍，为应用计算机绘图打下基础。

### 第一节 概 述

#### 一、计算机辅助图形设计基本概念及其系统的组成

计算机辅助图形设计或计算机绘图（Computer Graphics）简称 CG 是计算机辅助设计（CAD）及计算机辅助制造（CAM）的重要组成部分之一。它是将大量的科学计算结果转换成图表、图线或图形输出，或在屏幕映象的辅助下对设计进行修改与优化，直到获得满意的结果后再输出图形。

目前，计算机绘图大致分成两类：

(1) 被动式绘图（Passive Graphics） 在输入全部绘图信息后，计算机控制自动绘图机输出图形，在绘图过程中人无法进行修改与干预。

(2) 交互式绘图（Interactive Graphics） 在绘图过程中，图形屏幕显示后，可以利用键盘、光笔、台板等输入设备输入各种命令或图形数据对图形进行删改，再进行绘图或直接复制图形。

计算机绘图系统是一个以计算机为主的系统，一般应有硬件系统和软件系统。硬件系统包括计算机、必要的外部设备及图形输入、输出设备等。软件系统包括系统软件、数据库、绘图语言及子程序库等。系统软件有支持操作系统进行科学计算用的支撑软件以及基本绘图软件（指计算机系统所具备的绘图基本功能，如抬笔移动，落笔画线、写字符等一些最基本的绘图子程序），通用绘图软件（是属于扩展绘图功能的软件如画多边形、圆弧等等子程序），此外还有功能很强的应用绘图软件（是用于不同的工程设计领域特定的设计和绘图的专用软件）。

#### 二、绘图机的主要指标与作图原理

##### (一) 主要指标

绘图机是绘图系统的主要设备，它由电子计算机控制完成各种绘图动作，常用的绘图机有滚筒式和平台式两类，如第二十二章所介绍。绘图机的主要技术指标有绘图速度、步距、绘图精度等。

(1) 绘图速度 是指绘图机画笔移动的速度。有两个指标,一是绘图速度(一般为最高速度),二是加速度。画图时,画笔作变速运动,由静止到运动再到静止,因而加速度决定了绘图速度的大小,只有当绘图速度和加速度都大时,绘图机才有高速度的性能。绘图机的速度可达  $60\sim90\text{m/min}$ , 加速度指标可达  $1\sim2g$  ( $g=9.8\text{m/s}^2$ )

(2) 步距。步距又称脉冲当量或分辨率。指计算机给驱动部件一个脉冲信号,画笔所移动的一段距离。绘图机的步距一般在  $0.1\sim0.01\text{mm}$ 。步距越小,绘图机的精度越高。

(3) 绘图机精度是指实际绘制的图线与理论图线之间的误差率。它一般包括相对精度(画笔实际移动距离与理论距离之差)、重复精度(画笔由某点移动一段距离后再回到该点时,起点与终点间的偏差)、超越量(画笔在任意方向进行直角转弯时所超过的量)及总精度(积累误差的允许值)等。

(4) 绘图机的功能是指绘图机能绘制图形的复杂程度,图幅大小、画笔数量、曲线拟合功能以及插补直线、圆、抛物线的功能等。

还有一些功能,可参见绘图机的使用说明书。

## (二) 绘图机作图原理

绘图机画图时,画笔的移动是由计算机控制驱动部件来实现的。当计算机向驱动部件(如步进电机)发出一个走步信号脉冲,步进电机就动作,带动画笔移动一个步距。一般绘图机上在X和Y两个方向上有步进电机,因而画笔只能做X和Y两方向的移动。画笔的动作有:

- ① 抬笔: 笔尖离开纸面,准备空走。
- ② 落笔: 笔尖接触纸面,准备画图。
- ③ 回机零点: 抬笔走到绘图机台面左下角固定点。
- ④ 回图形原点: 抬笔走到用户定义的坐标原点。
- ⑤ 选笔: 多笔绘图机可自动选用户规定的画笔规格(粗、细及颜色)。
- ⑥ 绘图笔走向: 绘图机画笔与纸的相对运动有八个基本方向的走步,如图 24-1 所示:  $+X, +Y, -X, -Y, +X, +Y, +X, -Y, -X, +Y, -X, -Y$ 。有些绘图机只有前四个基本方向走步。

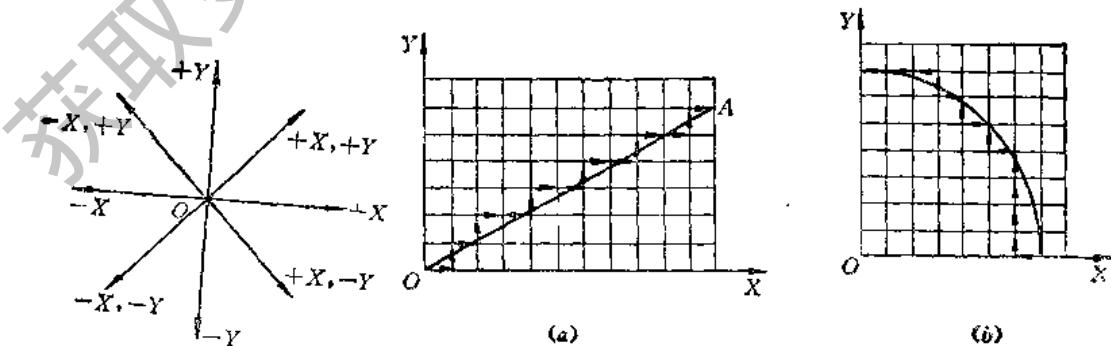


图 24-1

图 24-2

在基本方向上的直线段可以由绘图机准确地画出；不符合基本方向上的直线段和曲线是由基本方向上产生的小段直线组合逐步逼近画出。实际上这样所画的是阶梯状的折线，如图 24-2(a)、(b) 所示。当绘图机步距很小，折线的阶梯很小时，人眼分辨不出而成为相当光滑的直线或曲线了。

由图 24-2(a) 可见，绘图机在画任意方向的直线段 OA 时，必须在给定的 O 及 A 两点之间插入许多点，作为画笔每次走步的起点与终点，以逐步去逼近理想线段形状。对于画曲线段如弧、椭圆、圆等也是类似的作法。这种把线段分解并补进许多点的过程称为插补。插补法的原则是使画笔每走一步都要向理想线段逼近。因此画笔每走一步都要求计算机进行运算与判别，以决定下步的方向，才能逐步向理想线段逼近。在一般图形中，绝大多数的图是由直线和圆弧组合而成，因此直线和圆弧的插补运算方法是最基本的方法，其方法很多，如逐点比较法、正负法、数字积分法和微分分析法等。一般绘图机都有此功能软件，只要调用即可。这里不再介绍具体的方法了，但是应注意，绘图的精度主要决定于绘图机的步距和所采用的插补方法的好坏。为了提高计算机的使用效率，有的绘图机采用了专门的插补机（器）来进行插补运算工作。以上是图形生成的原理。

字符在图形中是一项重要内容，必不可少。计算机生成字符的方法有多种，大致可分成两类，一类是以硬件实现，通过字符发生器输出字符。另一类是软件方法，如把字符看成是由一些基本线段组成的图，输出一个字符就相当于输出一张图，这是子图形法；另一种是编码法，它也是用直线段和圆弧来逼近所要求的字符，但每一种线段都是以描述该线段所需的数据用一组代码来表示，一个字符就可用一个代码串来表示，画笔将按照每个字符的编码要求移动，写出每个字符来。

### 三、绘图软件功能简介

一般绘图机都配有一套能绘制直线、圆或圆弧、数字、字母等功能的基本绘图软件。每个绘图的功能都是以子程序形式提供。用户只要用计算机语言（FORTRAN、ALGOL、BASIC、C 等）编制程序来调用这些子程序就可实现绘图。在基本绘图软件基础上，把一些常用的图形如多边形、椭圆、圆、抛物线以及坐标轴、尺寸标注等编成子程序存入计算机内，供绘图时调用。这类子程序是在基本绘图软件的基础上编写的既有特定的功能又有很大的通用性，称之为功能软件。还可以根据各专业需要，编制专业性更强的应用程序，如轴侧图、透视图、电路图等的绘制程序，这类软件称为应用软件。

绘图软件的种类很多，应注意不同的计算机和绘图机应用不同的绘图软件。

以下介绍几种常用的软件功能，供使用时参考。

1. **CALCOMP 绘图软件** 此软件是美国 CALCOMP 公司推出，采用 FORTRAN 语言编写。它有软件启动程序，即调入 CALCOMP 绘图软件，还有画直线、写各种高度字符串的功能，以及关闭子程序即关闭绘图文件并使画笔退回到坐标原点的功能。

2. **QDS84 绘图软件** 该软件系统是二维绘图软件系统，可采用 C 语言和 FORTRAN77。

其功能很多，能画直线、折线、各种形式的圆弧及圆、椭圆、螺旋线以及写字符及专用符号（光洁度、斜度、锥度、形位公差等）、汉字。还可画波浪线、剖面线并进行尺寸标注，以

及进行二维图形变换(变比例,旋转、平移)等。比较适用于机械行业。

**3. Auto CAD 绘图软件** 此软件是目前在微型机上使用较广泛的一种绘图软件,其功能很强,由 1982 年推出后,不断更新版本,已有 Auto CAD2.6 版本。

Auto CAD 是一个通用的二维(三维)交互式绘图软件包。它能绘制基本的二维实体图形如点、线、圆、圆弧、椭圆、字符串等,并能对图形进行编辑、显示、查询及硬拷贝输出。

Auto CAD 采用屏幕显示器代替图纸,可以方便迅速地修改图形,复制图形的任一部分,调整图形的位置和角度,有显示、控制、移动和缩放的功能。

Auto CAD 可采用 FORTRAN、BASIC 等语言及其它实用程序(如 dBASE III 等)。其硬件运行环境较为通用,可以支持多种输入/输出外部设备。

## 第二节 绘图程序设计

### 一、概述

绘图程序的结构与一般计算程序类似,只要在程序的计算语句之后,增加一些绘图的操作指令就可构成绘图程序。

绘图程序的设计也与一般程序设计的编制方法及要求类似,有很多相同的地方,例如要求占用的内存少、调用方便,便于扩充与移植等,但绘图软件都与几何问题相关,需要几何计算与分析;由绘图精度的角度考虑,还要求不因软件产生新的绘图误差;另外不同的计算机对于不同的编程语言的可用性不同,而不同的绘图机也有不同的绘图指令系统,在编程时应注意查找有关的使用说明及要求。

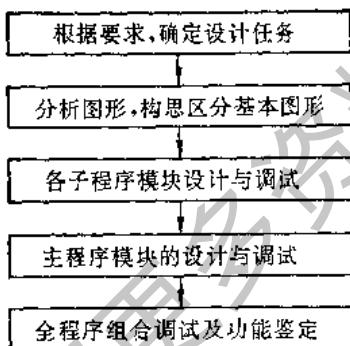


图 24-3

绘图程序的编制方法有两种:一种是用机器语言或汇编语言编写程序,称之为手工编程。这种方法要人为地把所画的图形分解成各种标准图形或直线、圆弧等基本线段,计算各连接点坐标,再用绘图机的指令编写。这种方法对于较复杂的图形的编程是很繁琐费时的。另一种是计算机辅助编程,鉴于一般计算机中都配备有高级语言或绘图软件系统,可供直接调用,这就使编程工作大为简化。但这种方法要由系统的功能来确定,其功能越强,应用越方便,编程工作越简单、越高效。

绘图程序的编制过程如图 24-3。

### 二、基本软件的程序设计

基本绘图软件对绘图机的依赖性很大,绘图系统不同,软件的编写方法也不同。在编程序时要详细了解所用绘图机的特性与绘图命令。如对 SR6602 型单笔绘图机,其绘图面积为 385mm × 270mm, 编程步距为 0.1mm, 最大绘图速度为 200mm/s, 坐标单位为 0.1mm。基本功能(如直线型、画线等)有 27 个, 每个功能用两个大写字母控制等。再如对 WX4675 型绘图机,它有 6 支画笔,作图面积为 345mm × 260mm, 编程步距为

0.1mm，绘图速度为 50mm/s，基本绘图功能有 13 个，每个命令以一个大写字母来控制，坐标单位为 0.1mm。

画图时，可直接调用绘图命令进行编程。例如，采用 WX4675 型绘图机，从现行笔的位置画一虚线到点(20.5,15.7)，虚线段长为 4mm，这时，命令语句为：

L1 B40 D205,157

这里，L 表示线型，1 表示虚线，B 虚线段长，40 为 4mm 长。D 为画直线，D205,157 表示从现在笔的位置画线到点(205,157)的位置，单位为 0.1mm。

当图形比较复杂时，画图所用各点坐标都必须由人预先计算出来，使得编程的效率较低。这可以预先编成各种子程序，例如经常用到的画各种直线的子程序 PLOT(X,Y,IP)，画圆弧的子程序 ARC(X0,Y0,XS,YS,XE,YE,IR) 等，在编程时予以调用。这种软件的积累将会使编程工作大为简化。

上面两个子程序是用 FORTRAN 语言编写的，其参数的意义如下：

X、Y 为画笔要到达的终点坐标；  
IP 为笔运动方式和线型的选择变量；  
XS、YS 为圆弧起点坐标；  
X0、Y0 为圆心坐标；  
XE、YE 为圆弧终点坐标；  
IR 为控制圆弧走向及线型的参数。

### 三、功能软件的程序设计

此类软件是在基本软件基础上编制的具有各种特定绘图功能的子程序，对硬件的依赖性较小，便于移植。在编写此类软件时应先明确子程序的功能，按功能范围进行几何分析，求出计算公式，确定参数，再编写程序。在可能条件下，软件功能越多越好，而参数越少越好。

例如，用 FORTRAN 语言编写画长方形（见图 24-4 a）的子程序如下：

```
SUBROUTINE RECT (X0,Y0,B,H)
  X1 = X0 + B
  Y1 = Y0 + H
  CALL PLOT (X0,Y0,3)
  CALL PLOT (X1,Y0,2)
  CALL PLOT (X1,Y1,2)
  CALL PLOT (X0,Y1,2)
  CALL PLOT (X0,Y0,2)
  CALL PLOT (X0,Y0,3)
  RETURN
END
```

程序中 PLOT(X0,Y0,IP) 为画直线子程序。当 IP = 3，为抬笔到 X0、Y0 点，IP = 2 为画线到 X0、Y0 点。B 为长方形的宽度，H 为长方形的长度。

有些功能子程序可以反复地调用画一些实用的图形，如工程制图中 3# 图程，它由

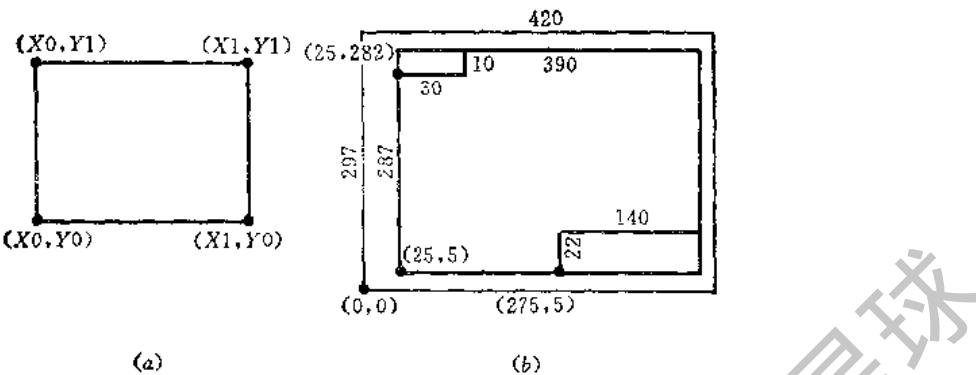


图 24-4

四个大小与位置不同的长方形组成,如图 24-4(b) 所示。这个绘图程序可编成:

```

SUBROUTINE FRAME3
CALL RECT (0.,0.,420.,297.)
CALL RECT (25.,5.,390.,287.)
CALL RECT (275.,5.,140.,22.)
CALL RECT (25.,282.,30.,10.)
STOP
END

```

若选定一些形参,如参考点  $(X_0, Y_0)$ ,图框的高度,距边框距离等作为带参子程序,可以画出各种图框。

#### 四、应用软件的程序设计

应用软件的专业性很强,不同的专业不能互相通用,应根据需要分别编写。对于电机生产中应用最多的工程制图而言,它们虽然比较复杂,但是具有一定的规律性,特别是系列化电机,图形形状相同,只是公称尺寸不同,规律性更强,便于应用计算机绘图。

工程制图包括零件图和装配图两大类,每一类的每张图纸都应具备有图框、标题栏及图号栏,还有满足要求的各个视图以及按需要的尺寸、公差、加工符号、剖切符号,剖面线和波浪线的标注与绘制,用汉字填写标题栏、明细表及技术条件等。由此可见,要编一张图纸的完整的绘图软件并不是容易的事情,因而要编制一整套生产图纸的绘图软件的工作量是可想而知的。

但是,不论一张图纸多么复杂,它总是由一些基本图形组成。在编制这类工程制图的应用软件的程序时一般是先将这些组成的基本图形的结构,进行归纳,分类,分别编制子程序,最后再组合而成。

对于图形中的标准件,例如各种连接件(螺钉、螺母等)、轴承、弹簧、齿轮、密封装置及联轴节等都是标准化、系列化的产品,其结构形状都已定型只是尺寸大小不同。对这类零件的处理是编制一个画标准件图形的子程序,把确定各尺寸的量做为形参,画图时,只要给出相应的公称尺寸、由计算机计算出各结构尺寸,最后输出所需要的图形。

对于非标准件图形，可采用几何图形的拼接法，这与二十二章中所述积木法类似。

基本图形(直线、圆弧等)→二维基本几何图形→组成零件结构要素图形→零件图→装配图。

下面以电机生产中常用的轴类零件为例，说明应用软件的设计方法。

### (一) 转轴的主视图绘图程序设计

转轴的主视图如图 24-5(a) 所示。

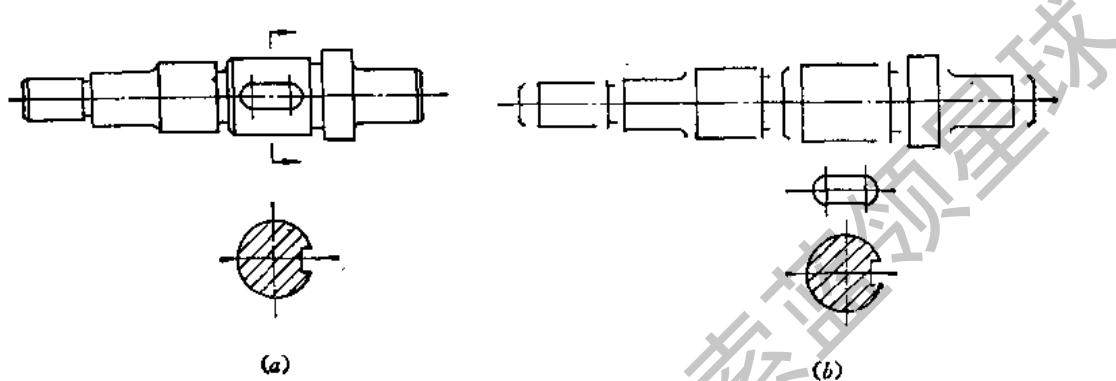


图 24-5

编制轴的绘图程序时，可先把它分解成如图 24-5(b) 所示的基本几何图形：倒角段，□形轴段、矩形轴段、退刀槽段、键槽等。分别编制画这些图形的子程序，按坐标基准点和相应参数调用各子程序，就组成画轴的程序。下面具体介绍这些图形的程序编制。

#### (1) 画倒角的子程序 CUTAN(X0,Y0,D,C,K)

倒角如图 24-6(a) 所示，程序如下：

```
SUBROUTINE CUTA (X0,Y0,D,C,K)
DIMENSION X(4),Y(4)
Y(1) = Y0 - D/2.0
Y(2) = Y(1) + C
Y(4) = Y0 + D/2.0
Y(3) = Y(4) - C
X(2) = X0
X(3) = X0
X(4) = X0 + K*C
X(1) = X(4)
CALL PLOT (X(1),Y(1),3)
DO 10 I = 2,4
10 CALL PLOT (X(I),Y(I),2)
RETURN
END
```

程序中各参数意义是， $X_0, Y_0$  定位基准点的坐标； $D$  轴段直径； $C$  倒角宽度； $K$  控制变量， $K = 1$  为左端倒角， $K = -1$  为右端倒角。

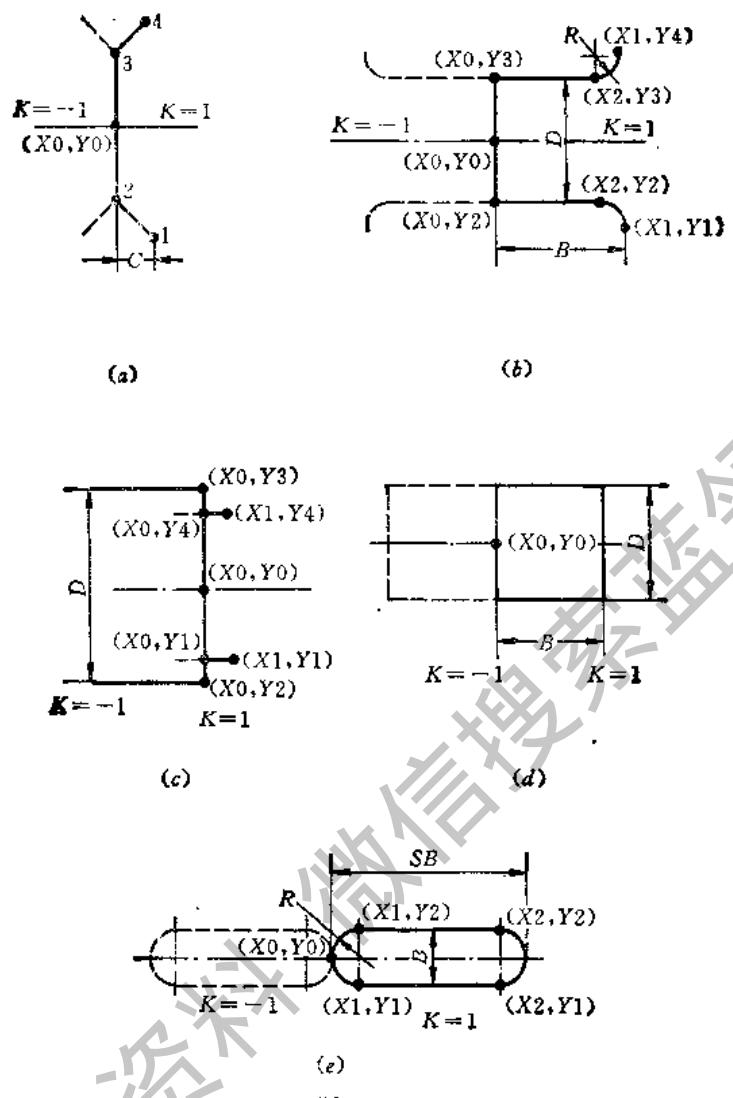


图 24-6

(2) 画□形轴段子程序 AXPAR( $X_0, Y_0, D, B, R, K$ )。□形轴段如图 24-6(b) 所示, 程序如下:

```

SUBROUTINE AXPAR (X0,Y0,D,B,R,K)
Y2 = Y0 - D/2.0
Y1 = Y2 - R
Y3 = Y0 + D/2.0
Y4 = Y3 + R
X1 = X0 + K*B
X2 = X1 - K*R
IR = 3*K
CALL PLOT (X1,Y1,3)
IF (R.LE.0.01) GOTO 5
CALL ARC (X2,Y1,X1,Y1,X2,Y2,IR)

```

```

5 CALL PLOT (X0,Y2,2)
CALL PLOT (X0,Y3,2)
IF (R.LE.0.01) GOTO 10
CALL PLOT (X2,Y3,2)
CALL ARC (X2,Y4,X2,Y3,X1,Y4,IR)
GOTO 20
10 CALL PLOT (X1,Y4,2)
20 RETURN
END

```

程序中各参数意义是， $X_0, Y_0$  为定位基准点坐标； $D$  为轴段直径； $B$  为轴段长度； $R$  为圆角半径， $R = 0.0$  时，无过渡圆角； $K$  为控制变量， $K = 1$  为左轴段， $K = -1$  为右轴段。

(3) 画退刀槽子程序 AXCUT( $X_0, Y_0, D, A, B, K$ ) 退刀槽段如图 24-6(c) 示，程序如下：

```

SUBROUTINE AXCUT (X0,Y0,D,A,B,K)
Y2 = Y0 - D/2.0
Y1 = Y2 + B
Y3 = Y0 + D/2.0
Y4 = Y3 - B
X1 = X0 + K*A
CALL PLOT (X1,Y1,3)
CALL PLOT (X0,Y1,2)
CALL PLOT (X0,Y2,3)
CALL PLOT (X0,Y3,2)
CALL PLOT (X0,Y4,3)
CALL PLOT (X1,Y4,2)
RETURN
END

```

程序中各参数的意义是， $X_0, Y_0$  为定位基准点坐标； $D$  为轴段直径； $B$  为退刀槽深； $A$  为退刀槽宽； $K$  为控制变量， $K = 1$ ，右端切槽， $K = -1$ ，左端切槽。

(4) 画矩形封闭轴段子程序 AXREC( $X_0, Y_0, D, B, K$ ) 矩形封闭轴段如图 24-6(d) 所示。其程序与图 24-4(a) 对应程序大致相同，这里不详述。程序中，各参数意义是， $X_0, Y_0$  为定位基准点的坐标； $D$  为轴段直径； $B$  为轴段长度； $K$  为控制变量， $K = 1$  是左端面定位， $K = -1$ ，为右端面定位。

(5) 画键槽子程序 AXKEY ( $X_0, Y_0, SB, B, K$ )

其键槽如图 24-6(e) 所示。程序如下：

```

SUBROUTINE AXKEY(X0,Y0,SB,B,K)
R = B/2.0
Y1 = Y0 - R
Y2 = Y0 + R
X1 = X0 + K*R
X2 = X0 + K*(SB - R)

```

```

IR = K
CALL PLOT(X1,Y1,3)
CALL ARC(X1,Y0,X1,Y1,X1,Y2,IR)
CALL PLOT(X2,Y2,2)
CALL ARC(X2,Y0,X2,Y1,X2,Y1,IR)
CALL PLOT(X1,Y1,2)
RETURN
END

```

程序中各参数意义是， $X_0, Y_0$  为定位基准点的坐标； $SB$  为键槽长； $B$  为键槽宽； $K$  为控制变量， $K = 1$  为左端定位， $K = -1$  为右端定位。

## (二) 剖面线条子程序的设计

剖面线是在一个封闭图形内绘制的，剖面线应间隔相等，方向相同且与水平线成 $\pm 45^\circ$ 夹角。因此，一个剖面上的剖面线是一组画在剖面轮廓内的等距平行线，而一条剖面线的起点和终点即是剖面线与轮廓线的交点。另外，假如将一条剖面线与轮廓线的各交点按 $X$ 坐标的大小排序，那么当其剖面线被分成几段时，画笔的抬落方式是相同的。即由奇数点到偶数点落笔画线，由偶数点到奇数点抬笔空走。以上几点是画剖面线的一些规律。

采用计算机画剖面线的步骤如下：

- ① 定义剖面线方程(直线方程)；
- ② 求剖面线与剖面内、外轮廓线的交点；
- ③ 判别交点连线，把交点按剖面线经过的路径排序；
- ④ 由排序的交点坐标，绘图笔按抬、落相间的方式画一条剖面线；
- ⑤ 按规定间距求下条剖面线方程；
- ⑥ 重复②~⑤，画全部剖面线。

如图 24-7(a) 所示轴键槽段的剖面，其中  $D$  为轴径， $B$  为键槽宽， $T$  为剖面线间距， $X_0, Y_0$  为剖面圆心坐标， $Q$  为图示部位尺寸。

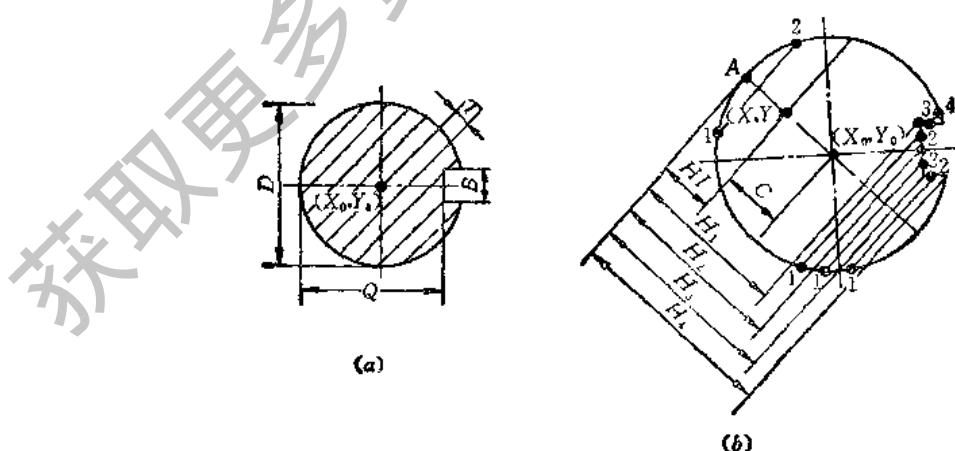


图 24-7

利用前面所介绍的方法，此图的外形轮廓及中心线可容易地画出，不再详述。下面主

介绍剖面线方程及剖面线起、终点坐标计算。为方便计算，将坐标原点移到剖面的圆心，圆的方程为：

$$X^2 + Y^2 = \frac{1}{4} D^2$$

共画  $N$  条剖面线， $N = \text{IF}(X(D/T - 0.1))$  画第  $I$  条剖面线时， $HI = TI, HI$  如图 24-7(b) 所示。令  $C = \frac{D}{2} - HI$ ，则

$$\begin{aligned} X &= -\frac{\sqrt{2}}{2} C, \\ Y &= \frac{\sqrt{2}}{2} C \end{aligned}$$

剖面线方程为

$$Y = X + \sqrt{2} C$$

剖面线与圆的交点由联立方程为

$$\begin{cases} Y = X + \sqrt{2} C \\ X^2 + Y^2 = \frac{1}{4} D^2 \end{cases}$$

求出为

$$X = -G \pm F, Y = G \pm F$$

$$\text{其中 } G = \frac{\sqrt{2}}{2} C, F = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{4} D^2 - 2C^2}.$$

由图 24-7(b) 可看出，整个剖面分为四种情况，交点各有不同。

(1) 当  $HI \leq H_1, HI \geq H_4$  时，剖面线的起、终点坐标如下：

$$\text{点 1} \begin{cases} X_1 = -G - F \\ Y_1 = G - F \end{cases}, \quad \text{点 2} \begin{cases} X_2 = -G + F \\ Y_2 = G + F \end{cases}$$

(2) 当  $H_1 < HI < H_2$  时，剖面线分成两段，与轮廓线有四个交点，各点坐标如下：

$$\text{点 1} \begin{cases} X_1 = -G - F \\ Y_1 = G - F \end{cases}, \quad \text{点 2} \begin{cases} X_2 = Q - \frac{D}{2} \\ Y_2 = Q - \frac{D}{2} + 2G \end{cases}$$

$$\text{点 3} \begin{cases} X_3 = \frac{1}{2} B - 2G \\ Y_3 = \frac{B}{2} \end{cases}, \quad \text{点 4} \begin{cases} X_4 = -G + F \\ Y_4 = G + F \end{cases}$$

(3) 当  $H_2 \leq HI < H_3$  时，剖面线起、终点坐标如下：

$$\text{点 1} \begin{cases} X_1 = -G - F \\ Y_1 = G - F \end{cases}, \quad \text{点 2} \begin{cases} X_2 = Q - \frac{1}{2} D \\ Y_2 = Q - \frac{1}{2} D + 2G \end{cases}$$

(4) 当  $H_3 \leq HI < H_4$  时, 剖面线的起、终点坐标如下:

$$\text{点 } 1 \begin{cases} X_1 = -G - F, \\ Y_1 = G - F \end{cases}, \quad \text{点 } 2 \begin{cases} X_2 = -\frac{1}{2}B - 2G \\ Y_2 = -\frac{1}{2}B \end{cases}$$

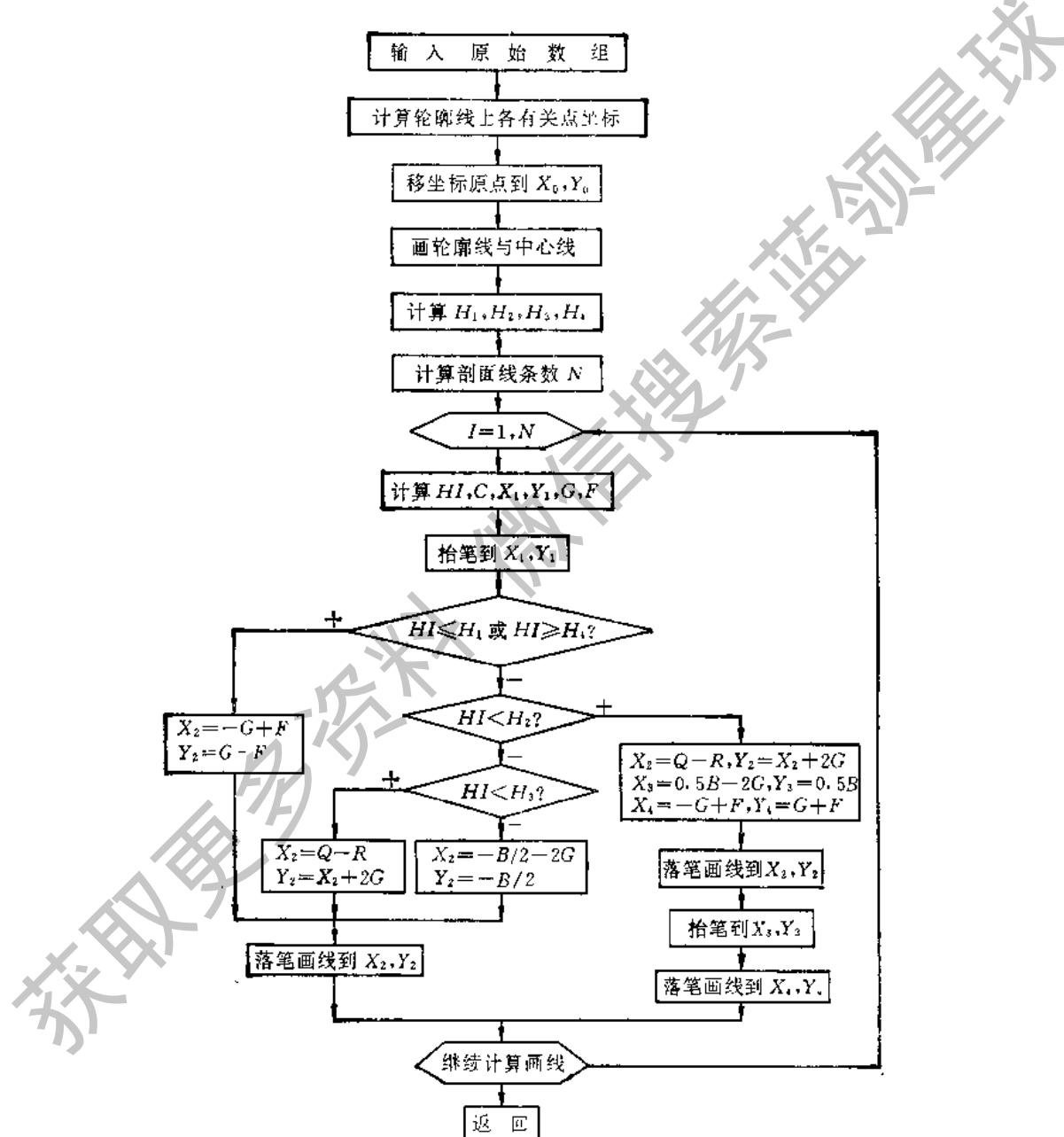


图 24-8

以上各式中

$$H_1 = \frac{1}{4}\sqrt{2}(2Q - D - B) + \frac{1}{2}D$$

$$H_2 = \frac{1}{4}\sqrt{2}(\sqrt{D^2 - B^2} - B) + \frac{1}{2}D$$

$$H_3 = \frac{1}{4}\sqrt{2}(2Q - D + B) + \frac{1}{2}D$$

$$H_4 = \frac{1}{4}\sqrt{2}(\sqrt{D^2 - B^2} + B) + \frac{1}{2}D$$

上述各交点1、2或1、2、3、4如图 24-7(b) 所示。

求出各根剖面线的起点、终点坐标后，调用画直线子程序 PLOT 便可画出各剖面线。

画剖面线条子程序的框图如图 24-8 所示，据此不难写出其程序。

### (三) 尺寸标注子程序设计

尺寸标注是工程图样的基本组成部分之一，图样上的尺寸标注形式是多种多样的，大致可分为：直线尺寸、圆弧尺寸、角度尺寸标注，每种尺寸的配置又随其位置和倾斜方向的不同而变化，同时尺寸数字的标注也随之而变化。从尺寸线和尺寸界线的组合来分，有以下四种情况：

- ① 各种方向的带单箭头或双箭头的直线尺寸，如图 24-9(a) 所示。
- ② 各种方向带有尺寸界线的直线尺寸，如图 24-9(b) 所示。
- ③ 各种情况的圆和圆弧尺寸，如图 24-9(c) 所示。
- ④ 各种情况倒角尺寸及角度尺寸，如图 24-9(d) 所示。

标注尺寸的要素是尺寸界线、尺寸线、箭头和尺寸数字，它们的图示位置是相互有关的一些点的坐标，其值由参考点和有关形式参数确定。尺寸标注的基本思路是：先赋予规定的初值、确定参考点和形参，由它们计算出各点坐标值，最后用循环语句将各点按一定顺序连接起来就标出了尺寸线、尺寸界线、箭头等等。考虑到程序的通用性和简便性及适应尺寸标注的多样化要求，必须恰当地选择形式参数和参考点的位置。如标注直线尺寸，可以选择某一端点为参考点；标注圆弧直径，可选择尺寸线的中点为参考点；标注圆角半径则可选择圆心为参考点等。至于尺寸数字的注写，由于其随尺寸线的位置和方向变化，可结合数字的处理和判别，应用条件转向语句来实现。下面以画单箭头尺寸为例说明尺寸标注的程序设计。单箭头尺寸如图 24-10 所示。编写时，首先是参考点和形参的选择。考虑到画箭头可有多种形式，如可指向参考点，也可背离参考点；而数字可以注写在尺寸线方向上，也可以注写在水平引出线上。所以，可以选择箭头尺寸线的起点为参考点（图 24-10(a)），也可以选择箭头的端点为参考点（图 24-10(b) 所示）。形式参数应有 7 个：

X0, Y0 为参考点的坐标；	CL 为尺寸线长度；
A 为尺寸线与 X 轴正方向夹角；	BL 为引出线长度；
AL 为箭头长度( AL = 0，则不画箭头)；	J 为参考点位置选择。

然后可编写出画单箭头尺寸的子程序如下：

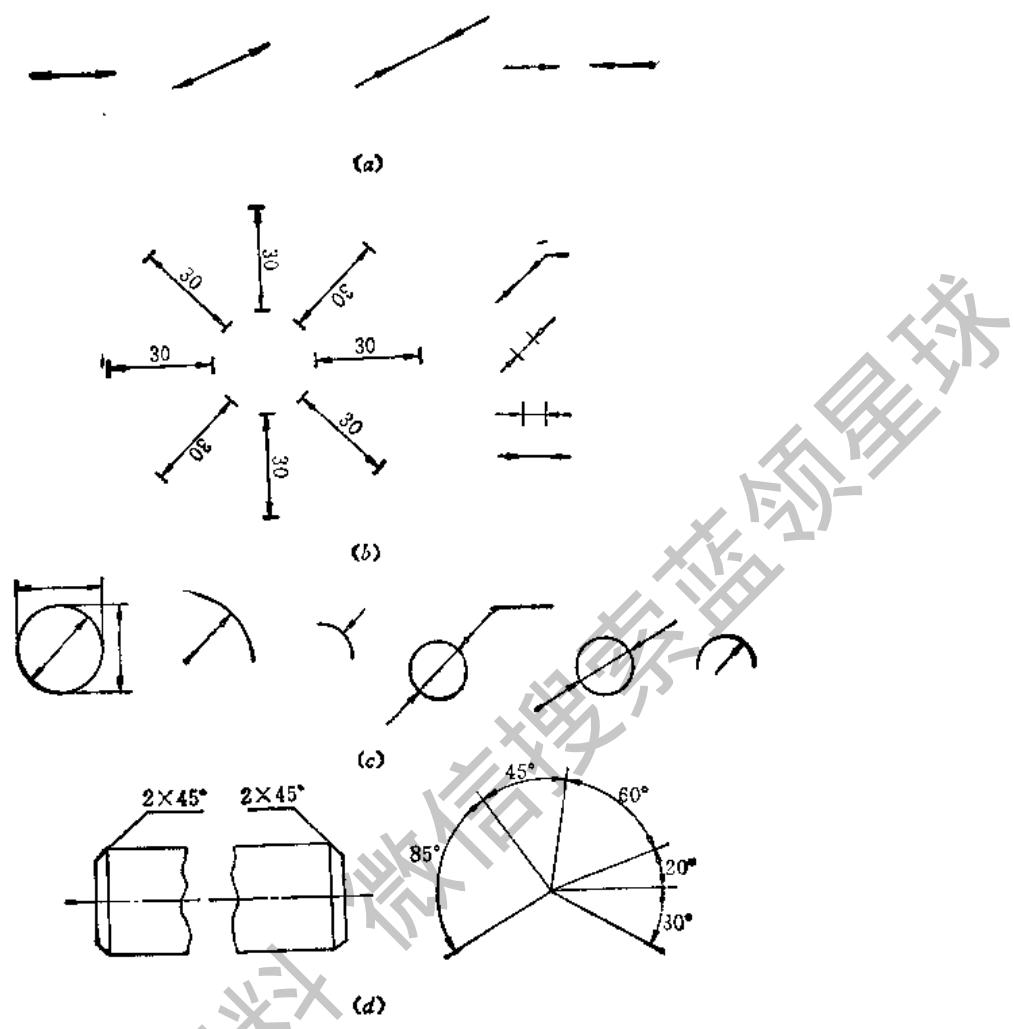


图 24-9

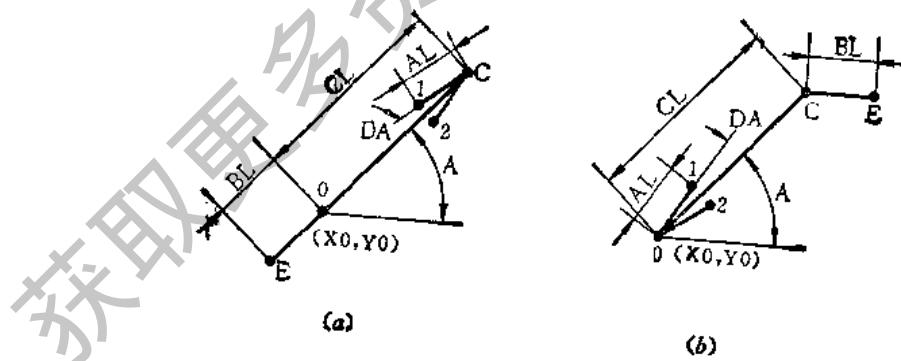


图 24-10

SUBROUTINE ARROW (X0,Y0,AL,BL,CL,J)

CR = 3.14159/180

A = A \* CR

```

DA = DA * CR
XC = X0 + CL * COSA
YC = X0 + CL * SINA
IF (BL, EQ, 0) GOTO 20
XE = XC + BL
YE = YC
IF (AL, EQ, 0) GOTO 50
20 IF (J, EQ, 1) GOTO 30
A1 = A - DA
X1 = XC - AL * COSA1
Y1 = YC - AL * SINA1
A2 = A + DA
X2 = XC - AL * COSA2
Y2 = YC - AL * SINA2
GOTO 50
30 A1 = A + DA
X1 = X0 + AL * COSA1
Y1 = Y0 + AL * SINA1
A2 = A - DA
X2 = X0 + AL * COSA2
Y2 = X0 + AL * SINA2
50 CALL PLOT (X0, Y0, 3)
CALL PLOT (XC, YC, 2)
IF (J, EQ, 1) GOTO 70
CALL PLOT (XE, YE, 2)
IF (AL) 90, 90, 60
60 XM = X0
YM = Y0
GOTO 80
70 XM = XC
YM = YC
80 CALL PLOT (XM, YM, 3)
CALL PLOT (X1, Y1, 2)
CALL PLOT (XM, YM, 3)
CALL PLOT (X2, Y2, 2)
90 CALL PLOT (X0, Y0, 3)
RETURN
END

```

程序中，DA 为箭头角度；如图 24-10 中所示。PLOT(X,Y,2(或 3))为画线子程序，前面已说明；BL 和 J 的组合可以画出多种形式的单箭头尺寸形式，如图 24-11 所示。

图样中的尺寸标注还有多种形式，如图 24-9 所示的带界线的双箭头尺寸标注，角度

尺寸的标注等都可按上述思路编写,这里不一一说明了。

#### (四) 加工符号程序的设计

一张完整的图样,除图形和尺寸外,还应包括技术要求,这些技术要求包括表面光洁度、公差符号以及文字说明等。下面以表面光洁度为例,说明这些图形符号的程序设计方法。

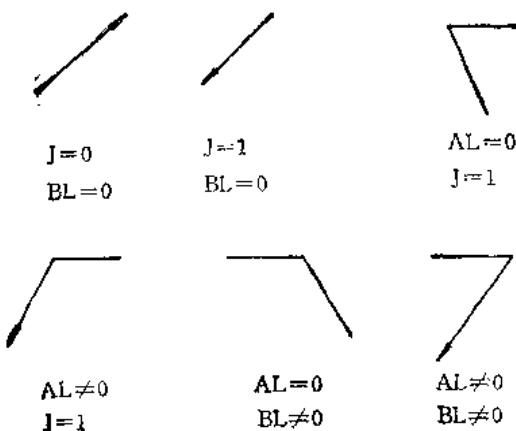


图 24-11

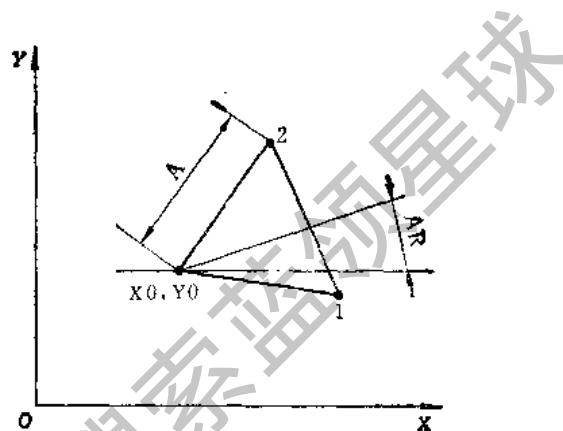


图 24-12

表面光洁度用正三角符号和数字配合来表示,它在图样中的标注随表面位置和方向而变化,在标注时三角形符号要指向被加工表面,另外,数字要符合尺寸注写规定,在编程时要考虑这些特定要求。如图 24-12 所示。参数应有 4 个(光洁度等级数字除外):

X0, Y0 光洁度标注点坐标;

A 为三角形边长;

AR 为标注方位角,位置如图 24-12 所示。

SUBROUTINE (X0, Y0, A, AR)

DR = 3.14159/180

R1 = (AR - 30.) \* DR

R2 = (AR + 30.) \* DR

X1 = X0 + A \* COSR1

Y1 = Y0 + A \* SINR1

X2 = X0 + A \* COSR2

Y2 = Y0 + A \* SINR2

CALL PLOT (X0, Y0, 3)

CALL PLOT (X1, Y1, 2)

CALL PLOT (X2, Y2, 2)

CALL PLOT (X0, Y0, 2)

RETURN

END

以上,初步介绍了工程图样程序的思路和设计方法。

## 五、绘图软件编制中的几个问题

(1) 不同的计算机对不同语言的可用性不同,不同的绘图机有不同的绘图指令系统,在编制程序前要注意了解有关的要求与指令,以免编完后不能运行。

(2) 注意绘图软件的通用性。绘图软件是计算机和绘图机的中间连接者,随计算机、绘图机的不同而不同。绘图软件的一个重要指标是其能否适用于多种计算机和绘图机。通用性越强,受硬件的限制越小,移植起来就越方便。

(3) 绘图软件的语言采用。绘图软件采用什么语言编写也是应注意的问题。如果采用机器语言或汇编语言编写,则由于这两种语言对机器的依赖性大而给软件的应用和移植带来困难;应尽可能采用在多种机器上均可使用的高级语言,使软件与设备无关。

(4) 在进行软件设计时要注意节省主机的运行时间和减少占用的内存空间,注意选择算法和程序设计方法。插补器可以节省运行时间和减少内存,可考虑使用。

(5) 子程序的命名及参数的选择。绘图软件系统中各子程序的命名、参数个数及功能应尽量标准化,以便于使用。参数的多少直接影响其功能,一般参数个数多功能较强但使用时不方便,在保证特定功能的要求下参数应越少越好。

## 第三节 几何变换与交互式绘图的基本概念

以上两节简要地介绍了计算机绘图及其软件编制的基本概念和方法并给出了部分程序。由于电机的工程图样一般是由直线、圆弧、圆、矩形及三角形组成,应用这些基本方法,大部分生产图纸不难绘出。但是对于一些较复杂的图形,如截交线、相贯线及其展开、表面展开图以及空间立体感强的轴侧图、透视图等的绘制以及在计算机绘图的广泛运用中,几何造型问题,浓淡和阴影问题,隐藏线和隐藏面的处理问题,交互式绘图的开窗和剪裁问题等都还要求掌握很多概念和处理方法。此外在计算机绘图中总有大量的图形信息如构成物体的点、线、面的位置、相互关系和几何尺寸等;还有大量的非图形信息,如图形的线型、颜色、亮度等,它们都要以数值来表示,如何组织它们,使存储的空间省,而存取、处理的速度快这是计算机绘图中的数据结构问题,这也有一定的方法和措施。由于篇幅有限,本节仅对几何变换和交互式绘图的基本概念做简要介绍,为计算机绘图在电机上的广泛应用打下基础。

### 一、几何变换

在用计算机辅助绘图设计时,往往要对一个图形进行各种变换,如平移、旋转、缩放、投影、透视等。这些变换实质上是改变组成图形的各个点的坐标。而图形的坐标在数学上可与一个矩阵相对应,因此图形的坐标变换可以通过对相应矩阵的变换来实现。就是说以矩阵的形式来建立二维空间或三维空间图形的数学模型,通过不同的变换矩阵而产生各种变换。这样,图形的变换就转化成矩阵之间的数学运算。矩阵的运算又便于以计算机实现,因此图形的矩阵变换就成为计算机绘图与图形显示的数学基础之一。以下简要介绍这些变换。

**1. 平移** 利用平移可以把显示在屏幕上的图形移至一个新的位置。如图 24-13 所示，把一个正方形  $ABCD$  移至一个新的位置  $A'B'C'D'$ 。设  $X_r, Y_r, Z_r$  (图中未标出) 分别表示在  $X, Y, Z$  方向上的平移量。在新位置上正方形各顶点可用向量加法求出，即

$$\begin{vmatrix} X'_A \\ Y'_A \\ Z'_A \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} X_r \\ Y_r \\ Z_r \end{vmatrix}$$

写成向量形式为

$$P(A') = P(A) + V_r$$

这样，对正方形  $A, B, C, D$  四个顶点分别施加平移向量  $V_r$ ，就可得到新的位置

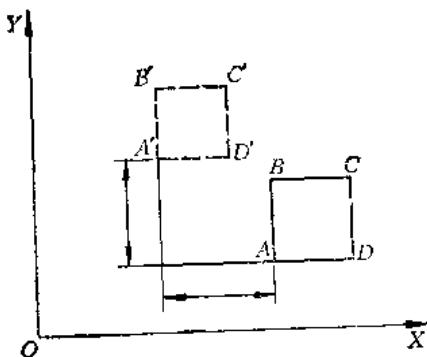


图 24-13

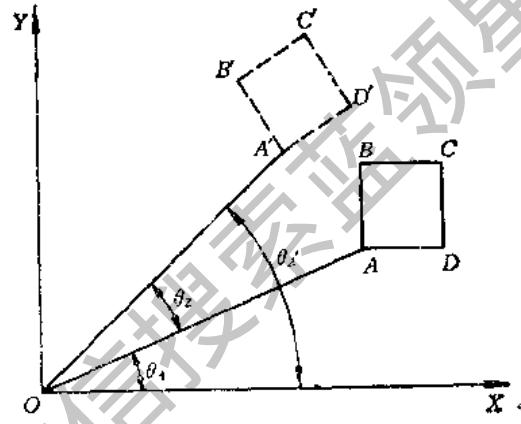


图 24-14

$A'B'C'D'$ 。

**2. 旋转** 例如为把一个齿轮的齿全部绘制出来，应使第一个画出来的齿旋转，重新定位，这样，就可画出全部图形。这就是图形的旋转变换。

如图 24-14 中的正方形  $ABCD$  绕  $Z$  轴旋转  $\theta_z$  角到新位置  $A'B'C'D'$ ，旋转的顶点为  $O$  点，而长度  $OA = OA'$ 。根据正方形与极坐标的关系，可得：

$$X'_A = OA' \cos \theta'_A = OA \cos(\theta_A + \theta_z) = X_A \cos \theta_z - Y_A \sin \theta_z$$

$$Y'_A = OA' \sin \theta'_A = OA \sin(\theta_A + \theta_z) = X_A \sin \theta_z + Y_A \cos \theta_z$$

用矩阵表示为

$$\begin{vmatrix} X'_A \\ Y'_A \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \theta_z & -\sin \theta_z \\ \sin \theta_z & \cos \theta_z \end{vmatrix} \begin{vmatrix} X_A \\ Y_A \end{vmatrix}$$

写成向量形式为

$$P(A') = R(\theta_z)P(A)$$

扩展到三维空间，可得到

$$P(A') = R(\theta_z)P(A)$$

$$P(A') = R(\theta_y)P(A)$$

$$P(A') = R(\theta_x)P(A)$$

**3. 比例变换** 在绘图中也常需要对显示的图形进行扩展或压缩，这就需要用到比例

变换的方法,如图 24-15 所示在 X-Y 平面内的比例变换。图 24-15 中点 A 的坐标 ( $X_A$ ,  $Y_A$ ,  $Z_A$ ) 乘上一个比例因子 ( $S_x$ ,  $S_y$ ,  $S_z$ )

可使点 A 搬到新位置 A',其坐标为  $S_x X_A$ ,  $S_y Y_A$ ,  $S_z Z_A$ (图中未画出点 A 及点 A' 的 Z 坐标)。用矩阵表示时,点的比例变换可写成:

$$\begin{vmatrix} X'_A \\ Y'_A \\ Z'_A \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & S_z \end{vmatrix} \begin{vmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{vmatrix}$$

写成向量形式为

$$P(A') = SP(A)$$

式中,  $S$  是一个对角矩阵,  $S < 1$ , 是缩小的比例变换;  $S > 1$  是放大的比例变换。当齐次比例变换时,  $a = S_x = S_y = S_z$ ,  $a$  为一个具体的数则向量形式可写成

$$P(A') = aP(A)$$

有了这些矩阵变换关系,不难写出相应的程序,在绘图时根据具体情况调用。

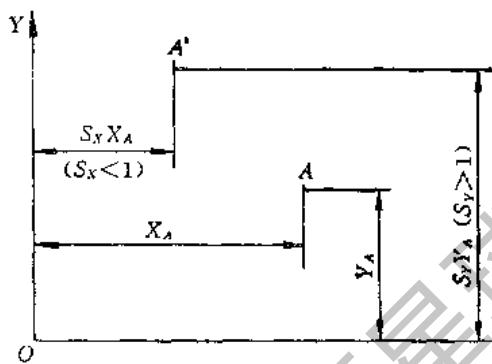


图 24-15

## 二、交互式绘图简介

交互式计算机绘图 (Interactive Computer Graphics) 指的是人们在操纵计算机系统进行绘图时,使用者与计算机之间可以即时交换信息,而且这种信息的反馈可为双向的。通常称为人-机对话。交互式功能对于计算机绘图和计算机辅助设计是十分重要的,它把人的智力与计算机的高速处理能力有机地结合起来,变被动为主动,使之具有更强的生命力,目前已飞速发展起来。

### (一) 交互式计算机绘图的实现

要实现交互式绘图就需要有交互式绘图系统,此系统应具有可进行交互式绘图功能的软件和硬件设备。

1. 硬件设备 常用的输入设备有图形输入板、光笔、数字化仪、鼠标器、操纵杆、图形显示终端上定位指轮等,它们可执行图形输入功能。可定位一个点或选择一个子图。

常用的输出设备有各种型号绘图机、硬拷贝机、图形点阵打印机、图形显示器等。

交互式绘图可以由操纵控制杆、功能键、光笔或数码旋钮等硬件来实现。

### 2. 软件的编写 交互式软件应由以下三方面的恰当结合而实现。

(1) 读写语句。它起到交互式信息的输入与输出作用,例如 READ 语句、WRITE 语句等。最普遍的输入方式就是在字盘上打人一串字符,最普遍的输出方式是显示在终端屏幕上或打印机打印的一串字符。

在设置人-机对话时,读与写语句经常是连在一起应用的。

(2) 条件语句。它用以设置应满足的特定条件,如 IF 语句。

(3) 转移语句。来进行规定的转移,如转语句 (GOTO 语句),也可用计算赋值语

句和赋值转语句。

例如输入数据点的交互式设计，画试验数据曲线时，数据点是由用户用键盘输入的，在设计交互式绘图时应考虑：总共输入多少个数据点？什么时候开始输入？输入的是第几个点的X和Y的坐标？输入后在屏幕上反应如何？按以上要求构思如下：

- ① 设计一组读写语句，从键盘上打入一个整型数M，M为需要输入的数据点总数。
- ② 设计一句话，表示此时可开始输入数据。
- ③ 设计循环语句，在循环体中应标明显示当前输入的是第几个点。
- ④ 输入数据点坐标后，在屏幕上显示一个反馈信息，表达该数据点的位置。

此段的程序如下：

```
      WRITE(7,10)
10  FORMAT('HOW MANY DATA, POINTS NEED TO ENTER?')
      READ(7,20) M
20  FORMAT(13)
      WRITE(7,30)
30  FORMAT('PLEASE INPUT POINT NO., X-CD, Y-CD')
      DO 40 I = 1,M
      WRITE(7,50) I
50  FORMAT('POINT NO.',12)
      READ(7,60) X(I),Y(I)
60  FORMAT(2F8.3)
      CALL DOT(X(I),Y(I))
40  CONTINUE
```

以上是实现人-机对话的基本方法，应当指出交互式的设置只是程序设计中的一个组成部分，把它恰当地加入到程序中就可以增加信息反馈，增加程序的设计质量和使用效果。

### (二) 建立图形程序库

在进行交互式计算机绘图时，对于复杂图形的绘制，不能逐条线段一条一条地画，因为这样不能充分发挥利用计算机快速处理图形的优点。一般方法是把一个复杂的图形分成若干个小图，称为子图形。子图形可以为一个零件或几个零件结合组成的部件。编制这样的子图形程序，称之为子图形程序段，并给其以唯一的程序段编号，把这些子程序段存入图形库中（存放在磁盘上）；也可以做为“菜单”或定义为功能键盘上某个键所表示的内容；还可以文件形式存放在图形库中，成为公共的可供调用的部分。这样，就可以在屏幕上用这些已存在的子图形程序段号或文件名，来拼装成一个复杂的图样；也可从一个图中删去某个子图形，而不影响该图的其余部分；也可以对单个子图形进行平移、旋转、缩放、拷贝等处理；经过处理后的子图形还可做为另一子图形的一部分来使用。

### (三) 几个概念

1. **菜单** 有些交互式绘图程序在运行时要求做出多种选择，这时屏幕上先出现一张表格，通常称之为菜单(Menu)，使用者可按表格中所列出的项进行点“菜”做出选择转移。在设计交互式程序中，应考虑将菜单布置在屏幕上适当区内，尽量使它不要覆盖主要的

图形显示。当用户已完成选择任务,不需要点菜时,菜单应能自动消去;而当再次需要点菜时,它又能在屏幕上出现。

菜单实际上是显示屏幕上的一列字符串,可以用调用特定子程序来实现。菜单的使用提供了多种的选择转移,它为交互式绘图提供了方便。

## 2. 常用的几种坐标系 为了便于图形处理,要用多种不同的坐标系,常用的有三种:

① 用户坐标系。它是一个符合右手定则的笛卡儿坐标系,这是最常用的一种坐标系。一般在用户坐标系中定义三维立体的位置、形状和大小。

② 观察坐标系。在用户坐标系中定义的物体,观察者从不同的位置沿不同的方向去看可以得到不同的形象,这个形象是要在绘图机或显示屏上输出的图样。即输出图样的点的坐标是在确定了观察点(又叫视点)和观察方向(视向)后观察物体上某点的坐标。这样,就要建立观察坐标系,它的原点就是视点。观察坐标系是左手的笛卡儿坐标系,它的Z轴指向观察方向,一般定义观察方向指向用户坐标系的原点。

③ 设备坐标系。它是一个二维平面坐标系,因为图形只能在二维平面上输出。其度量单位是绘图机的步长或显示器的光栅单位。它的定义域是不连续的整数域,又是有界的,这是因为绘图机的输出范围及显示器的屏幕尺寸均是有限的。这与用户坐标系及观察坐标系不同,它们的度量单位可以是任意的长度单位,定义域是无限连续的整个实数域,且都属于三维的空间坐标系。

在应用计算机绘图时应注意坐标系的选择与转换。

3. 视区 在显示屏上都有一个由二维尺寸限定的区域用来绘图,绘曲线及写字,这就是视区。该区域可以定义为  $0 \leq X \leq X_{\max}, 0 \leq Y \leq Y_{\max}$ , 一般情况下,原点定于左下角,坐标用显示器的图形显示单位表示。各种微型计算机设置视区的方法不尽相同,屏幕上显示的X及Y的最大值  $X_{\max}$  及  $Y_{\max}$  取决于计算机的型号及所用的图形支持软件。即视区是用户在屏幕上定义的一个小于或等于屏幕的区域,由系统的限定值和用户规定的参数确定。

定义小于显示器屏幕的视区通常是很用的,因为这样可在同一屏幕上定义多个视区图用来同时显示不同的图形信息,例如透视图和三视区。视区一般定义为矩形区域,以该矩形的左下角点或右上角点为原点的坐标来定义。

4. 窗口与剪裁 如前述,用户坐标系的定义域从理论上讲是连续无限的,而设备坐标系是有界的,为在图形输出设备上容纳更多的图象,这可以通过把图形缩小后再输出,但有时使用者并不需要整个图形而仅需要其中的某部分或要求把某一细节的图形放大后输出,以求清楚。因此当把图形数据送去显示之前,应考虑是显示全部图形或是显示部分图形,是显示于全屏幕还是在屏幕的某个区域。这可通过开窗口的方法,直接在用户坐标系定义的图象中确定感兴趣的区域,用定义视区的方法在屏幕上指定图形的输出范围和位置。

开窗口就是在用户坐标系中定义一个子域,该子域为窗口。凡是落在窗口内的图形信息将在图形设备上以设备坐标的形式输出。为处理的方便,在二维图形中,窗口一般设计为矩形区域,也可用该矩形的左下角点或右上角点为原点的坐标系来定义。

窗口和视区是在不同的坐标系中定义的,在把窗口内的图形信息拿到视区去输出之

前,必须进行坐标变换,这就是窗口-视区变换。

窗口把一幅完整的图形分成两部分,窗口内部分和窗口外部分,落在窗口内部分是要求输出的,而窗口外的所有图形信息则是不需要输出的。把需要输出的图形信息和不需要输出的图形信息分开来的方法叫“剪裁”。剪裁的过程是把图形的每一个元素都分成可见部分及不可见部分,留下可见部分,去掉不可见部分。

剪裁分为二维和三维剪裁两种,目前剪裁的过程有很多成功的算法,这里不再介绍。

获取更多资料 微信搜索蓝领星球

## 习 题

1. 两台电机定、转子铁心完全一样。一台做成 220V 额定电压，容量为  $P_1$ ，转速为  $n$ ，线负荷为  $A$ ，气隙磁密  $B_g$ ，定子电密  $J_1$ 。今将另一台电机额定电压变为 110V，并维持  $n$ 、 $A$ 、 $B_g$  及  $J_1$  不变。问应如何设计定子每相串联匝数？电机容量有何变化？
2. 两台电机定、转子铁心完全一样，一台做成两极电机，容量为  $P_2$ ，欲将另一台做成四极电机，并维持  $A$ 、 $B_g$ 、 $J_1$  与两极电机相同，问定子每相串联匝数如何设计？电机容量有何变化？
3. 利用原来铁心冲片，今欲扩大容量至 1.5 倍，并维持  $A$ 、 $B_g$ 、 $J_1$  不变，问如何设计定子每相串联匝数  $W_1$ ？
4. 欲提高电机容量 16 倍，原电机冲片槽形已知，重新设计铁心冲片。铁心内径  $D_{th}$  与铁心长  $l$  之比例不变，假定  $A$  正比于  $l$  变化，问若保持  $B_g$ 、 $J_1$  不变时， $D_{th}$ 、 $l$ 、 $W_1$  应如何变化？热负荷  $\sigma$  如何变化？
5. 一台电机“人”接法已设计好，今欲改成“△”接法，并维持  $A$ 、 $B_g$ 、 $J_1$  不变，如何设计新绕组  $W_2$ ？
6. 一电机原设计槽满率  $k_p$  过于紧张，利用原铁心冲片，将  $k_p$  降至原设计之一半，维持容量、 $B_g$ 、热负荷不变。问电机铁心长  $l$  及每相串联匝数  $W_3$ 、导线截面积如何变化？
7. 一台 1kW 电机，有效材料重  $G = 1\text{kg}$ ，成本  $C_f = 100$  元，效率为  $\eta = 0.83$ ，总损耗  $\Sigma p = 20\%$ ，今做成一台一万 kW 电机以代替一万台 1kW 电机，问可节约  $G$  多少公斤？成本  $C_f$  多少元？损耗能量多少千瓦？（按几何相似定律  $A$  正比于  $l$  考虑计算）。
8.  $B_g$  为正弦分布时，轭部磁密如何分布？ $B_g$  为矩形波分布时，轭部磁密如何分布？
9. 条件同第一题，问齿磁密  $B_t$ ，轭部磁密  $B_c$  如何变化？激磁电流安培值  $I_m$  及标么值  $I_m'$  如何变化？
10. 条件同第二题，问  $B_t$ 、 $B_c$  如何变化？若磁路不饱和，问  $I_m$ 、 $I_m'$  如何变化？
11. 条件同第三题，问  $B_t$ 、 $B_c$ 、 $I_m$ 、 $I_m'$  如何变化？
12. 条件同第四题，问  $B_t$ 、 $B_c$ 、 $I_m$ 、 $I_m'$  如何变化？
13. 条件同第五题，问  $B_t$ 、 $B_c$ 、 $I_m$ 、 $I_m'$  如何变化？
14. 电机容量越大，电机定子电阻欧姆值也越大，电机定子电阻  $r_1$  的标么值  $r_1'$  也越大。此结论正确吗？
15. 容量增加 1000 倍，按几何相似定律  $A$  正比于  $l$ ，问定子电阻  $r_1$  变化多少倍？ $r_1'$  变化多少倍？从这个结论出发，大电机效率有何变化趋势？
16. 由第一题，问定子电阻标么值  $r_1$ ，转子电阻标么值  $r_2$ ，定子漏电抗标么值  $x_1$ ，转子漏电抗标么值  $x_2$ ，激磁电抗标么值  $x_m$  如何变化？
17. 由第二题，问定子槽漏抗及差漏抗标么值  $x_{11}$ 、 $x_{d1}$  变化如何？且由于转子导条电阻不变，则折合到定子边的转子导条欧姆值也不变。此结论正确吗？
18. 由第三题计算定子电阻标么值  $r_1$  的变化倍数（假设原来电机直线部分电阻等于端接部分电阻）。计算  $x_{11}$ 、 $x_{d1}$  的变化？计算定子端部漏电抗  $x_{e1}$  的变化倍数？
19. 由第四题计算  $r_1$ 、 $x_{11}$ 、 $x_{d1}$ 、 $x_{e1}$  的变化倍数？
20. 双层短距绕组，每个槽的  $A$  相导体的槽漏磁感应电动势均与  $A$  相电流相位差  $90^\circ$  吗？
21. 一根导体放在槽中，不管放在什么位置其槽漏抗大小都一样吗？
22. 在谐波漏抗中不应包括 5 次谐波等  $2mq - 1$  次谐波的漏磁链感应作用，因为它们是反转的，在

定子绕组中产生负序电压，若考虑它们，则破坏了三相电机的对称性。此结论正确吗？

23. 一电机将转子槽数增加一倍，槽宽减少一半，槽高不变，则转子导条电阻欧姆值增加一倍，因而  $r_2$  也增加一倍。此结论正确吗？转子槽漏电抗  $x_{2s}$  此时如何变化？转子谐波漏抗  $x_{2d}$  大约变化多少倍？

24. 一电机定子齿数为  $Q_1 = 24$ ，转子齿数为  $Q_2 = 28$ ，极数为  $p = 4$ ，有无同步附加转矩？产生同步附加转矩的谐波次数是多少？卡在什么转速上？

25. 上题中， $Q_1 = 24, Q_2 = 20, p = 4$ ，电机有无同步附加转矩？是多少次谐波？卡在什么转速上？

26. 产生附加同步转矩的条件为定、转子双边的谐波次数及转速相同，产生附加异步转矩的条件也是这样吗？两者产生原因的差异是什么？

27. 一个电动机有多少条磁路，我们应计算哪一条磁路最好，为什么？

28. 增加定子槽开口尺寸，气隙系数如何变化？闭口槽气隙系数如何？若将槽楔靠气隙边表面附上一层薄铁皮，气隙系数如何变化？

29. 在压制绝缘槽楔时，在绝缘材料中混合进铁粉形成磁形槽楔，其对气隙系数有何影响？对定子槽漏抗有何影响？

30. 齿部饱和后，要考虑槽部面积的分流作用，以计算齿部实际磁密。轭部磁路饱和，有没有类似的问题要考虑？考虑轭部磁密饱和的分流作用效应时，是应在轭部全部磁路长度上都考虑分流效应吗？

31. 考虑轭部磁路有分流效应时，问激磁电流是增加还是减少；封闭式电机座轭部的分流效应是经过铸铁件而分流的吗？此时轭部铁耗是增加还是减少？

32. 一电机转子槽的总面积为  $S$ ，极数为  $p$ ，若希望导条电密与端环电密相等，端环截面积与  $S$  有什么关系？

33. 维持槽满率不变时， $W_1$  上升 10%，定子铜耗变化多少？

34. 电机的无功电流全部是激磁电流吗？

35. 铁心附加铁耗中脉振铁耗与表面损耗总是同时存在吗？定子采用磁性槽楔时对这两部损耗有何影响？

36. 封闭式电机硅钢片铁心外圆全被铸铁机座所短路，这样是否相当于铁心硅钢片已变厚了，会产生附加铁损耗吗？

37. 一台电机铁心长 10cm， $W_1 = 240$  匝，额定电压为 220V，请简略估计相邻两片硅钢片层间电压为多少伏？

38. 一鼠笼电机转子矩形槽，槽高为  $h$ ，槽宽为  $b$ ，起动时电流密度沿槽高分布函数为： $\Delta = \Delta(z)$ ，转子导条电流安培值是  $I_2 = \int_0^h b\Delta(z)dz$  此方程式正确吗？

39. 同一题，将铝条改为铜条， $r_\infty$  表示考虑挤流效应后的导条交流电阻， $r_\infty$  表示导条直流电阻，问铜条和铝条的  $r_\infty/r_\infty$  数值相同吗？哪个较大一些？

40. 当转子槽形采用闭口槽时，漏磁通很大，漏电抗增加，导条电阻限制电流作用减少，是否挤流效应要减弱，即使  $h$  比较高时， $r_\infty/r_\infty$  趋近于 1 吗？

41. 由第一题，问两种不同电压之电机  $T_{S1}$  有何变化？

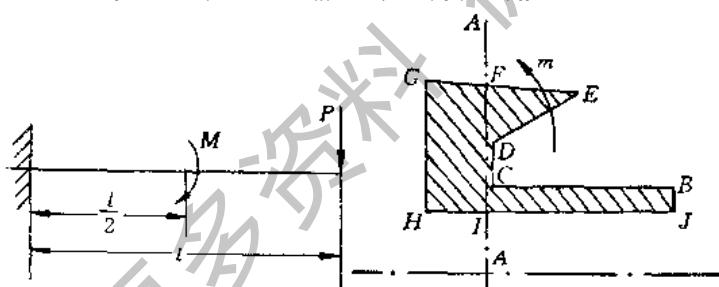
42. 由第五题，问两种不同接线方式之电机  $T_{S1}, T_M$ （最大转矩）、 $\eta, \cos \varphi$  有何变化？

43. 定子边串联一个三相对称的电抗器，问此时电机运行性能、 $T_{S1}, T_M, \cos \varphi, \eta$  有何变化？

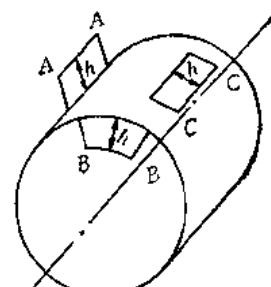
44. 若上题中串联一个三相对称的电容器，电机性能又如何变化？

45. 对水冷电机，若有一冷却介质与水比重相同，在空心绕组中，流速相同，但是热容量是水的一半，此时绕组温升与水冷时相同吗？

46. 等值热路图有一个热压的参考零点有什么物理概念(相当于等值电路接地点)?
47. 风扇在风路中串联时,总风压、风量与每个风扇的风压、风量满足什么关系?在风路中若风扇并联又如何?
48. 离心式风扇,高风压区、低风压区分别对应风扇的什么部位?与风扇的转向有关吗?轴流式风扇高、低压风区对应风扇的什么部位?与风扇的转向有关吗?
49. 一台 48 槽两极电机,设计成三相正弦绕组联接每槽安排哪一相绕组。(只画出绕组上层所属相带)?
50. 一台单相电机两极 12 槽欲安排成正弦绕组有几种方案?每种方案的匝数分配如何?各方案之绕组系数  $K_{dp1}, K_{dp2}, K_{dp3}, K_{dp4}$  为多少?齿谐波为多少次?其绕组系数为多少?每个方案最大槽满率在第几槽?
51. 一台三相 48 槽两极电机其绕组欲安排成 2-4 极双速电机之绕组,其绕组应如何安排?每个槽应安排哪一个相带的绕组?
52. 上题欲安排成 4-6 极双速电机,每槽应安排哪一个相带的绕组?其  $K_{dp1}$  如何计算?画出星形向量图。
53. 上题若安排成 6-8 极双速电机,每槽应安排哪一相带之绕组(画出向量图)?
54. 上题安排成 8-10 极双速电机,每槽应安排哪一相带绕组(画向量图)?
55. 一悬臂梁如习图-1所示,长为  $l$ ,抗弯截面系数为  $I$ ,端点作用集中力  $P$ ,梁中部作用集中弯矩  $M$ 。求在  $M, P$  共同作用下端点下沉位移。求  $P$  力单独作用下在  $M$  作用点处之梁的转角。求  $M$  单独作用下在  $P$  作用点产生的下沉位移。证明上述两项变形符合互易定理。利用能量法求变形时忽略剪切应变能。
56. 一换向器锥形压圈截面图如习图-2所示。受均匀扭矩  $m$  作用。图中  $A-A$  中性线为压圈截面抗弯中性线。图中具有代表性的点为  $B, C, D, E, F, G, H, I, J$ 。这些点各为什么内应力?最大压应力在哪一点?最大拉应力在哪一点?危险应力在哪点?



习图-1



习图-2

57. 一根轴,轴长度中心负荷之转子重量不变,忽略转轴重量,欲提高临界转速一倍,轴跨度不变,直径应如何变化?若直径不变只改变轴跨度时,轴跨度应如何变化?
58. 一个两轮一轴系统,转动惯量不变,欲提高临界扭振频率一倍,轴长不变轴径应如何变化?若轴径不变只改变轴长时轴长应如何变化?
59. 一机座欲提高其振动固有频率,要放置几块高为  $b$  的筋板,问这些筋板沿轴向放置是否有利?(如习图-3 中之  $AA$  筋板)。还是将此筋板作成扇形放在切向位置上,如图中  $BB$  筋板所示。还是将此筋板平贴在机座表面上,相当于增加了机座外壳厚度。如图中  $CC$  筋板所示。

369825



## 参 考 书

- [1] 陈世坤,电机设计,上、下册,机械工业出版社,1982。
- [2] 李隆年、朱东起、胡元德,单相电机原理与设计,清华大学出版社,1984。
- [3] 龚炳,电机制造工艺学,机械工业出版社,1983。
- [4] 电机工程手册编委会,电机工程手册,7、8、9、10 篇,机械工业出版社,1979。
- [5] 第一机械工业部上海电器科学研究所,中小型三相异步电动机电磁计算程序,技术标准出版社,1971。
- [6] 第一机械工业部哈尔滨大电机研究所,凸极同步电机电磁计算公式,技术标准出版社,1965。
- [7] 第一机械工业部哈尔滨大电机研究所,大型电机机械计算公式,技术标准出版社,1965。
- [8] Красовская. Б.Н. 关力更译,电机强度问题,机械工业出版社,1959。
- [9] Veinott. C.G.,Performance Calculations on L and T Connected Winding Capacitor Motors, IEEE. PAS. No. 4, pp.1137—44, 1977.
- [10] 黎宣三,最优化与最优控制,清华大学出版社,1982。
- [11] 余俊、廖遵训,最优方法及其应用,华中工学院出版社,1983。
- [12] 俞鑫昌,电机、电器优化设计,机械工业出版社,1988。
- [13] 李全松,异步电动机计算机辅助设计中几条图表和曲线的处理,微特电机,第4期,p29—31,1987。
- [14] 许隆文,计算机绘图,机械工业出版社,1989。
- [15] Pao. Y.C.,许耀昌译,计算机辅助设计与制造(CAD/CAM)基础,电子工业出版社,1986。