

机械工业出版社出版基金资助项目

# 制冷系统热动力学

等著

获取更多资料 微信搜索 蓝领星球

机械工业出版社

TB657  
C65

431232

机械工业出版社出版基金资助项目

# 制冷系统热动力学

陈芝久 阙雄才 丁国良 著



00431232

机械工业出版社

0182/15

制冷系统热动力学是一门新兴学科,它是制冷空调系统设计方法更新的基础。本书是作者在十余年来经过 20 余项科研实践积累在基础上,综合国际上的研究动向,将长期对研究生讲授的内容补充修改成书。它以动态、分布参数及参数间定量耦合的新观点,以“微元法”来考察、研究制冷装置与空调系统,建立数学模型,并对系统实现计算机动态仿真,进而对制冷装置和空调系统进行优化和计算机辅助设计分析,对“制冷系统动力学”的实验研究方法作了专门讨论。书中涉及的一些内容为制冷界的热点问题,如制冷空调系统设计方法更新,CFCs 工质替代和为节能提供一种可行的统筹解决方法。

本书可供制冷空调专业的研究生、大学生和科技人员进修,知识更新之用,也可作为选修课教材。

### 图书在版编目(CIP)数据

制冷系统热动力学/陈芝久等著. —北京:机械工业出版社,1998

ISBN 7-111-06128-4

I. 制… I. 陈… II. 制冷系统-热力学:动力学  
IV. TB657

中国版本图书馆CIP数据核字(98)第01048号

出版人:马九荣(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

责任编辑:蒋有彩 版式设计:冉晓华

封面设计:姚学峰 责任印制:路琳

中国建筑工业出版社密云印刷厂印刷·新华书店北京发行所发行

1998年5月第1版第1次印刷

850mm×1123mm  $1/32$ ·9.625印张·1插页·249千字

0 001—2500册

定价:20.00元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

# 前 言

自从德国科学家 Linde 发明第一台制冷机以来,已百余年。制冷、空调设备发展迅速,其应用已非常广泛,涉及工业、国防直到家用电器。

近十余年来,计算机技术迅猛发展,并渗透到各个工业领域。长期以来,制冷行业在设计方法上更新甚少,从大学教材、设计手册,直到企业中的工程技术人员们处理制冷、空调中的技术问题,仍用传统的“静态、集中参数”方法,基本上没有定量地考察分析制冷空调系统中各参数间的定量耦合影响。很多企业已开始将计算机辅助设计引入制冷、空调领域,但基本上是引入人们熟悉的计算机辅助绘图技术,而对于制冷、空调系统计算分析仍沿用了传统的方法,实际上仍是静态集中参数作热工循环及系统计算,只是用计算机替代了原来用的计算尺或计算器,完成了一些代数运算。

但是实际的制冷、空调系统中,却是“动态、分布参数”,参数之间是定量地耦合影响着的。如何把这些客观存在的过程应用到制冷、空调系统设计中来,以提高设计水平;如何把人们关心的热点问题,如设计方法现代化、制冷工质 CFCs 替代、节能、机电一体化等问题结合起来,寻求解决方法,这是作者和身边的研究生们十余年来为之奋斗的中心任务。

自 1984 年以来,作者获国家自然科学基金、博士课题基金、上海市经委项目基金及上海交通大学科学基金资助,完成了制冷装置动态特性(含空调特性)研究、制冷装置动态仿真优化研究、多工质制冷系统仿真优化研究、制冷装置(电冰箱)匹配特性研究、变环境参数下 HFC134a 汽车空调系统动态特性研究等科研项目,同时还完成了十余项与之相关的横向协作科研项目,增加了工业背景实践的机会。在近 20 项科研实践基础上,对本书涉及的问题有了

# 目 录

前言	
符号表	
<b>第 1 章 绪论</b>	1
1.1  引言	1
1.2  国内外研究概况与发展趋势	4
<b>第 2 章 制冷装置不稳定工况分析</b>	15
2.1  制冷装置的基本工艺流程和信号框图	15
2.2  制冷装置各参数间的相互影响与耦合	21
2.2.1  制冷装置参数间相互影响	21
2.2.2  制冷装置各参数的耦合与解耦	24
<b>第 3 章 制冷装置各设备数学模型的建立</b>	35
3.1  数学模型的形成原则	35
3.1.1  概述	35
3.1.2  建立数学模型的基本方法	37
3.1.3  数学模型建立中简化	38
3.1.4  常见的制冷装置及部件数学模型的形式	41
3.2  单相过程热交换器动态方程的建立	44
3.2.1  简化假设	44
3.2.2  动态方程式(考虑管壁和壳的比热容)	44
3.2.3  方程的线性化	46
3.3  叉流传热制冷蒸发器动态方程组推导(分布参数法)	48
3.3.1  必要的假设	48
3.3.2  流量平衡方程(连续流方程)	48
3.3.3  冲量守恒方程	50
3.3.4  能量平衡方程	51
3.3.5  二相区焓值动态方程	56
3.3.6  二相区壁温动态方程	56

# 第1章 绪 论

## 1.1 导言

“制冷系统热动力学”这个名词，首次出现在1980年挪威NTH制冷研究所提出的研究年鉴上，当时未对其内容作明确定义，但有一点是明确的：要对传统的制冷对象建立动态数学模型，进行量化分析。十多年来作者和国内外不少学者从不同的侧面作了大量研究，逐渐形成了共识：“制冷系统热动力学”主要用数学与实验手段研究制冷装置（含空调系统）的数学模型，进行动态仿真，并为自动控制提供基础。因此，本学科涉及模型、仿真、优化、控制八个字，而“控制”是指为控制提供合适的对象特性。

十多年来，从各届国际制冷大会及各专业委员会论文集分析，从IJR杂志十多年来论文分析，涉及上述侧面的论文占30%~40%，而且逐年增加，国际上各著名大学及有关制冷的大公司的研究开发部，均化大力气开展了该领域的研究工作，并视为核心商业机密。这表明“制冷系统动力学”这一新兴学科有着光明的发展前景。

80年代国际制冷界出现了一个热点问题，制冷系统（含空调）设计方法现代化。如何实现制冷系统设计方法的更新，使之现代化，这不能只是计算机技术的简单介入，而应该用制冷系统热动力学的基本观点：把传统的静态分析转到动态分析；把集中参数计算改为分布参数计算；视制冷系统中各参数间是定量耦合的观点来处理制冷系统。形成动态分布参数数学模型及系统参数的耦合关系。

制冷系统中所进行的过程是一个融合传热、传质流动的复杂

过程。它是一个动态过程，每一时刻的参数（如温度、压力、比焓等）都不同于另一时刻的参数，而每一时刻不同空间位置的参数也不同，故它又是一个具有分布参数性质的过程。传统的分析只研究静态集中参数过程，实际上只研究了制冷系统中实际过程集中的一个子集。在缺计算工具的时代，这样粗略的简化，对减少计算工作量起了积极作用。但随着科学和生产的发展，对节能、节材的要求，以及计算机技术的发展和普及，采用传统静态集中参数分析法就显得陈旧过时，有很大局限性。因为传统的分析方法不能完整地反映制冷系统内部的传热、传质的变化过程，无法定量了解系统中各参数间的内在联系（即耦合关系），而对制冷系统对象特性的研究，是制冷系统的动态仿真与优化研究的基础。

节能、节材始终是工业界开发的热点，对于制冷工程领域尤其引人注目。随着经济的发展和人民生活水平的提高，制冷、空调系统（包括家用电冰箱、空调机、汽车空调系统）消耗的能源越来越大，运行费用十分可观。如何在设计制冷、空调系统时，对各部件及系统进行优化（最佳匹配），确保节能、节材目标的实现，制冷系统热动力学将为之提供基础与方法。

80年代，国际制冷界又面临另一个热点问题，CFCs类制冷剂由于会引进大气臭氧层的破坏及温室效应而将被替代与禁止，但替代的新制冷剂往往会导致制冷系统的能效比降低（如最热门的新制冷剂HFC134a），但采用“制冷系统热动力学”中的动态仿真优化方法，将对能效比降低进行补偿，引起了人们的强烈兴趣。

将各种可能替代的新工质物性编制成物性程序，形成多种工质物性程序包，并研究确定其相应的换热器传热系数，引入制冷系统动态仿真优化程序包，就可形成多工质制冷系统动态仿真优化程序包，把制冷系统设计方法的更新问题和制冷工质的CFCs替代问题，以及节能问题找到一个良好的结合点，形成了一种以不变应万变的阵势。

制冷装置自动化的发展要求新一代制冷自控元件：电脑型制冷自控元件与计算机控制介入。机电一体化成为另一个热门，但多年来在制冷装置自动化进程上进展迟缓，主要在于缺少一个成熟的制冷数学模型作为对象特性，作为校验电脑型制冷自控元件及计算机控制的制冷系统的通用数学模型。

以上几个领域的简略分析表明，科学的发展要求各学科相互交叉渗透，也要求制冷学科借鉴其他学科的经验，吸收系统工程与控制论、计算机与计算传热学、仿真优化理论的优点，结合本学科特点，寻找新的分析方法，使制冷系统的分析计算更切合客观实际，在定量分析上求得突破，计算方法上获得更新。

要实现制冷装置的节能，关键在于提高实际制冷装置的循环热效率，就应深入研究制冷系统中各部件间的匹配关系，进行制冷系统和部件的优化设计。对各制冷设备部件之间匹配耦合关系的研究，应建立在对制冷系统的微观特性充分了解的基础上，即在一个“微元”上讨论制冷系统中的流动与传热特性。如果其数学模型以动态分布参数形式描写，若经验证，它能有效地反映制冷系统的内部过程，就可以在此基础上进行制冷系统的计算机动态仿真计算，进而作优化计算分析，这样就可在减少研究试验的盲目性，缩短研究周期，大大减少研究费用。航天技术、核反应堆技术在这方面的实践证明，这一思路是正确可行的。我们十余年来在小型制冷装置的实践证明，这一研究方法在家用制冷装置（含空调）上及汽车空调系统中应用，也是现实的并更显得有生命力。家用制冷装置的量面广，品种形式翻新快，更需要用数学模型及系统仿真优化的方法来改变传统的设计方法。这表明，我们借鉴了其他工程技术近年的发展大历程，开始把制冷原理、自控原理、传热学、流体软科学诸学科结合起来，以计算机技术为工具，重新对人们熟悉的制冷装置及各种相应设备作考察研究，并引进了计算机仿真与优化理论，形成的新学科“制冷系统热力学”是一交叉边缘学科。短短几年的研究与实践表明，其活力很大，它将把制冷装置的计算与研究从传统的静态集中参

数子集上，引到动态分布参数领域中，使节能、节材设计方法更新。自动化技术及CFCs工质替代工作在制冷技术领域上拓宽了研究阵地，并形成了新的共同结合点。

制冷系统的动态仿真与优化，是制冷系统热动力学的两个很基本的内容。

综上所述，我们从新的视角去考察制冷系统，认为实际制冷系统是一个动态的、分布参数系统，所有参数均是时间的函数，并确认制冷装置中各参数间定量耦合关系，借此充分掌握其流动特性和传热特性，并以此作为制冷系统动态仿真的优化（最佳匹配）的基础。理论和实践研究表明，“动态”、“分布参数”和“参数间定量耦合”的观点，以“微元”方法建立系统与部件模型的基本方法与思路。确实更符合客观存在的制冷系统的内部过程。制冷系统的动态仿真与优化技术，又是制冷系统计算机辅助设计（CAD）的基础手段。

制冷系统热动力学领域中的各个侧面均还十分年轻，在该领域尚待开发的处女地，工作量大但又引人入胜，有待更多同行共同为之献身出力。

## 1.2 国内外研究概况与发展趋势

“制冷系统热动力学”的问题，在20世纪70年代后期开始有人涉足，并逐渐被人们认识和重视。挪威NTH制冷研究所1980年在其研究年鉴上提出，把“制冷系统热动力学”作为80年代第一重点课题来开拓<sup>[1]</sup>；该所所长，前任国际制冷学会主席G.Lorenzen教授，还同时提出了“制冷装置热经济学”等新的研究方向。乌克兰人较早地开展了该领域的工作，以N.Г.Чумаков教授为首的敖德萨制冷及动力学院学者，1978年以来就不断有文章发表<sup>[2]</sup>。但他坦率地承认，该领域的问题尚很不成熟，他们的工作尚未触及制冷管内的二相流动及传热问题，亦未触及制冷系统的动态仿真及优化问题，但作为制冷装置动态与不稳定工况研究却是先驱者。德国在本世纪70年代末，就开始以制冷蒸发器动态特性的基

基础研究作为起步，Karlsruhe工业大学测量与控制研究所在F.Mesch教授领导下，曾以制冷蒸发器动态特性及其控制问题，开展了八轮博士论文课题研究。1981年起由作者和K.Eichelberg博士一起结束了阶段研究，并拓宽了研究方向，进而考虑联系工业实际<sup>[3, 4]</sup>。

德累斯顿工业大学的G.Heinrich教授领导的制冷空调研究所，把电网络模拟方法引入制冷装置的数学模型分析<sup>[5]</sup>，Darmstadt大学的R.Isermann教授，受德国科研协会（DFG）资助，于1982年起作压缩式热泵装置的动态特性与调节特性研究，开展了把制冷装置部件动态特性研究转到装置实用研究，受到工业界注意，但公开发表的文章十分简要<sup>[6, 7]</sup>。

荷兰Delft大学A.Stolk教授受到欧洲共同体资助，1989年起以“制冷系统动态仿真”为博士生研究课题，展开了该领域的工作，但把研究进程和结果视为机密，不作报道。

日本学者在该领域的研究起初较晚，但进展较快，投资多，他们是先从试验研究入手的。1983年10月后，日本学者开始有该领域的文章公开发表，大部分是制冷装置各部件的动态特性的试验研究文章<sup>[8, 9, 10]</sup>。但迄今理论与实验同时并举的较全面分析文章尚未见发表。

美国学者W.F.Stoecker教授是最早涉足制冷装置中各部件间匹配的必要条件是“系统稳定”的学者。可惜他除在文献[11]中提出“制冷系统稳定性研究”的重要性外，未见进一步定量研究分析。十四年后，荷兰人P.M.T.Broersen作了制冷蒸发器和热力膨胀阀间如何防止振荡，保持稳定性的研究，深化了美国Stoecker教授的工作<sup>[12]</sup>，又完善了荷兰人的研究<sup>[13]</sup>，找出了若干规律并付之工程实用。

丹麦DANFOSS公司原总工程师波兰学者Z.R.Hueller博士，在为德国高等工业学校撰写制冷技术统编教材（1983年版）自动控制部分中，指出了制冷装置动态特性与匹配性，在制冷装置自动控制及节能、节材研究中属于基础先导工作十分重要。Hueller博士在制冷系统稳定性研究中有创见性贡献，提出了最小稳定信号线

理论<sup>[14]</sup>，但DANFOSS公司忽视了这一基础研究，使这个国际上最大的制冷自控仪表跨国公司走了一段弯路，使该公司的第三代电脑型制冷自控元件的研制推迟了整整八年时间。

国际制冷界十分关注“制冷系统热动力学”领域的研究，从1983年第十六届制冷大会以来，各次会议论文集及国际制冷学会会刊上，开始较多地出现制冷系统及部件动态特性和系统仿真的论文，从1987年维也纳第十七届国际制冷大会，到1991年蒙特利尔第十八届国际制冷大会后，制冷系统（含空调）的设计方法现代化问题已成为热点问题，特别是1995年海牙第十九届国际制冷大会，论文近四分之一篇幅是关于数学模型、仿真优化、计算机辅助设计及控制方面的。

制冷空调系统中的热物理变化过程，通常都用系统中各部件的稳定流能量方程来进行数学描述。美国ASHRAE能源需求研究小组，在1971年提出了运用稳态模型仿真部件和系统的程序<sup>[25]</sup>。著名的美国CARRIER公司，至1997年还只掌握稳态计算程序包，事实上，稳态运行工况在实际系统运行中是不能绝对成立的，由于环境条件变化和系统运行控制，使得整个系统总是处于非稳定工况，因而对于系统的瞬态及非稳定工况运行过程的仿真就是必须的，而且它们更加符合制冷空调系统实际运行状况<sup>[23]</sup>。

当今全球面临的CFCs对臭氧层破坏和温室效应问题，使得CFs替代技术的发展显得非常迫切。作为解决这些问题的有效方法，就是采用计算机动态仿真和优化技术，然而这并不限制传统的稳态或准稳态设计方法的应用及其价值。用稳态集中参数方法进行系统仿真，并不考虑系统中参数的时变性、系统非稳态效应及参数分布特点，但为了深入研究基本内部过程、部件的内部质量流动及传热机理，采用动态分布参数的方法，将能建立更好地反映系统实际工作过程和动态特性的系统仿真模型。

我们运用系统动态仿真和优化方法来研究冰箱及汽车空调系统特性及仿真优化，获得成功。从现有公开发表的文献检索[26]来看，这一思路和技术成果是具有首创性的。

汽车空调系统作为制冷在汽车这一特殊运动载体上的应用，有许多不同于一般热泵、冰箱和家用空调器方面的运行条件和运行特点<sup>[29, 30]</sup>。然而借鉴制冷系统热动力学方法，大多数学者在一般制冷装置研究中的应用思路，为汽车空调系统研究开辟一个新天地。从传统的稳态参数方法过渡到系统的动态分布多数仿真和优化计算，其间有许多基础性的研究工作要做。这方面研究工作主要包括三类：

1) 致力于系统中传热和流动机理的理论和试验研究。

2) 研究部件动态特性，为部件优化及建立部件及系统动态数学模型打下基础。

3) 从系统特性研究角度出发，对部件模型作合理简化。尽管这类系统仿真通用性受较大限制，但为制冷、空调系统动态仿真和优化建立了“柔性建筑环境(FME)”，并极易应用到具体制冷装置中<sup>[23]</sup>，因而，不少研究者都是从部件特性研究着手，并逐步发展到系统装置的仿真。

德国从研究部件特性入手进行了大量的研究工作。Karlsruhe工业大学测量与控制研究所在F. Mesch教授领导下，仅以制冷系统蒸发器动态特性及控制作为项目开展了八轮博士论文课题研究。

近十几年中，采用系统仿真的方法研究制冷系统的文献发表了很多。这些系统研究者来自大学研究所等研究单位及有些著名企业，因而说明世界上对制冷系统仿研究及其重要性已有共识，研究成果直接反映了这一领域的前沿水平。

从系统仿真的要求和特点来看，系统仿真用部件模型与部件特性研究用的模型相比，具有很多不同之处。主要涉及到系统仿真时间步长、模型的简易性和准确性之间的综合平衡，以及系统仿真对部件模型间相互耦合关系所带来的系统仿真程序结构设计等问题<sup>[26, 27]</sup>。从早期发表的一些文献来看<sup>[23]</sup>，大部分的系统仿真模型均把热交换器作为集中参数处理，采用全显式的Euler法及Runge - Kutta法离散微分方程，运用连续迭代法或消元法联立求解系统方程组。这些模型主要集中于研究短时瞬态特性，因此采用

的计算时间步长都是很小的，如文献[15]中的0.005s。这类模型只能用于欠实时系统仿真，无法用于长时瞬态过程仿真和系统控制。通常模拟长时瞬态及长时运行过程要求计算时间步长较大，然而显式离散格式受时间步长限制，以保证满足计算收敛和稳定条件。对于时间步长限制问题，有些研究者<sup>[17]</sup>采用全隐或半隐离散格式来加大计算步长，并且通过尽量简化模型等方式来减少计算时间及费用。然而模型建立和简化还必须遵循精确性和简易性之间的综合平衡原则。

系统仿真研究不仅涉足制冷系统短时瞬态过程，主要在系统容量控制和系统频繁开停运行模式中遇到，而且还触及大多数的长时瞬态研究<sup>[29, 16, 10, 17, 20, 28]</sup>发生在系统初始起动和融霜运行模式。大多数的长时瞬态研究都局限于工业制冷装置、小型空调器和热泵的仿真中。

Dhar/Soedet<sup>[32]</sup>将制冷系统中发生的连续物理过程，看作是一微小离散时间步长序列，运用基本方程建立集中参数型蒸汽压缩式空调器系统模型，并运用试验进行了模型验证。

Yasuda等<sup>[16]</sup>，在1981年提出了表征试验室规模的制冷系统动态特性的模型，通过对基本质量和能量守恒方程的时间积分，运用数值方法来求解系统模型，模型仿真结果与试验结果吻合较好。

近年来，分布参数模型被广泛用于空调及热泵系统仿真中<sup>[17, 21, 28]</sup>。MacArthur<sup>[17]</sup>对热交换器进行了网格划分，研究了系统的分布参数特性，但将两相流作均相流动问题考虑，并不考虑其中滑动特性和空泡系数问题。同时，作者提出了蒸汽压缩式热泵的动态分布参数模型，并称应用全稳格式使计算时间步长达到10s。该文同时提出，使用空泡系数模型和固定控制容积型方程会产生计算上的困难，需要适当调整才能提高模型预测精度，尤其需在传热系数关系式和压降计算上作进一步改进，最好能开发可变控制容积型模型。

Kuijpers等<sup>[21]</sup>首先将空泡系数影响引入到装置仿真研究中，在他们的动态仿真研究中，运用空泡系数和可变控制容积模型，弥补

了MacArthur的不足，避免通过修正基本方程的守恒性来提高精度及达到模型内部的一致性，而且他们还结合动态仿真模型，分析了家用制冷装置的开停机损失。在计算方法上，采用全隐迎风格式避免迭代发散问题，计算步长可提到1 - 2s的数量级，在一定程度上解决了以前很多研究者采用显式Euler方法等不稳定性和发散性。在热交换器模型求解上，采用搜索压力满足前后部件间流量参数连续一致条件的方法。但由于迭代误差，会因此导致系统内制冷剂充注量计算不稳定现象，尤其在模拟较长时间工作过程时，误差会达到不可容忍程度。所以，他们的模型用于系统仿真时，需要不断人为地增加制冷剂质量，这将影响仿真模型的准确性。

最近几届的Purdue会议<sup>[33, 34, 35]</sup>，历届国际制冷大会<sup>[37, 16, 33, 34]</sup>，以及国际制冷杂志和ASHRAE杂志上，有关制冷系统仿真方面的文章很多，而建模和解法上有新意的很少。大部分的研究者都是从一个方面着眼建模，很少有从部件到系统及装置特性的系统研究，而且其中很少有包括被冷空间数学模型研究的。

国内制冷界在“制冷系统热动力学”研究领域，取得了令人瞩目的成绩。作者学科梯队从建立部件及系统动态数学模型入手，研究以冰箱、汽车空调、家用空调为代表的制冷装置的动态特性和匹配特性，起点高，并紧密结合工业实际，将成果推广到生产中，受到国内外同行及厂家的重视。

仿真能将一已知系统在计算机上进行复现。它是分析、设计系统的一种重要实验手段。但要使系统的动态性能达到最优，就需要应用优化技术来完善<sup>[38-42]</sup>。然而，要使系统动态性能最优，其优化目标函数就必然与系统动态响应有密切关系，因此在寻找最优参数过程中，就需要不断地应用仿真技术求解每一组参数相对应的系统动态响应，所以仿真技术和优化匹配技术两者关系十分密切。70年代后期，已经开始出现把两种技术结合在一起的仿真优化程序包<sup>[44]</sup>。

制冷空调系统优化问题的探讨，早在1960年就由Backstrom提出了制冷系统的经济性最优化准则，并运用能量消耗与部件结构多数之间的数学关系式进行了优化计。随着数值计算及计算机技术的发展，1970年德国学者Auracher<sup>[42]</sup>提出利用焓-焓图来进行单蒸发器制冷装置的热力优化，以用效率最大作为优化目标函数。理论最优热力参数，通过不同的过程参数的隐函来表示，在给定制冷量、蒸发温度、电动机效率及压缩机出口温度条件下，得出了理论最优热力参数。1974年，波兰学者Maczek<sup>[43]</sup>提出运用数值计算方法来模拟制冷系统的性能，并以冷水机组为对象，采用Monte-Carlo梯度法进行了系统优化。1979年印度学者Saraf<sup>[44]</sup>也以冷水机组作为研究对象，提出采用冷水机组初投资和运转费用总和作为最优化设计的目标函数，而需要最优化的设计变量与冷却器、冷凝器的参数有关，经归并为11个与冷却器和冷凝器几何尺寸有关的优化变量，对于约束条件的选择，将一些不能作为自由变量的热力参数放到约束条件中，并把局部和起作用的约束条件合并，最后得出四个等式约束和三个不等式约束。这样就构成了非线性约束的非线性优化问题，作者选用复合修正形法求解。这种算法适合于解决混合整形非线性规划问题，但不能求解等式约束条件的最优化问题，因而需要设计特别的等式约束转化为不等式约束的程序。1980年，Brendeng<sup>[45]</sup>等在进行制冷装置经济性最优化时，也以冷水机组为研究对象，作为经济性优化，目标函数包含压缩机及风机运转费用、冷媒水及设备投资总费用，以蒸发器和冷凝器的对数平均温差及冷却水温升为优化变量，并假定传热系数与温差无关。在相对较少约束条件下来用直接搜索法，并采用制冷系统部件最优组合方式，选用相近性能部件代替。直接搜索法就是小步长改变温差，比较每次的总费用并重新调整温差。其优点是可估计总费用对温差变化的敏感性，缺点是搜索速度太慢，而且无法处理多约束条件情况，因而较适合简单优化问题。Maczek等提出制冷系统的节能、节材经济性最优化准则，以设备初投资和运行费用总和全局最小作为目标函数，进行系统结构设

计参数和运行参数同时最优化。作者选取优化变量分别为蒸发器面积、冷凝器面积和压缩机理论排气量。最优化问题变成年运行总费用在一定制冷量条件下的极小化问题，并将优化问题转换为一组偏微分方程组，分别用各部件的偏增量费用表示，具体由系统内的热量和质量平衡方程表示。采用拉格朗日乘子法优化出最优冷凝器和蒸发器传热温差，并同时计算出一定制冷量下的系统结构参数。通过计算部件的偏增量费用可以评估系统投资的合理性，并且得出最优性匹配条件，即三个部件的偏增量费用相等。但文章没有考虑节流装置，且假设循环比较理想，约束条件少，并且不考虑可变环境温度及被空间温度变化及传热系数随着温差变化等因素。与前几位研究者不同之处在于，此文考虑了压缩机的初投影响及运行参数的最优化。

1987年，美国学者J.Perry<sup>[22]</sup>发表文章认为，不仅初始的最优设计能节能，在非标准工况下进行最优控制运行也同样能节能，并同时提出了制冷系统优化运行中的故障诊断问题。1982年，Cho/Norden<sup>[46]</sup>运用计算机在线辨识系统运行参数，以系统总运转费用作为目标函数，在一定运行环境、系统最小设置及最大转速条件下，满足三个约束条件，运用Nelder-Mead单纯形法极小化目标函数，使系统处于最优运行工况下，在冷量保持不变情况下，单机总能耗降低12.5%。所用仿其模型均为集中参数模型，并通过实验方法进行试验数据拟合，然后不断在线校正和修改参数。

1991年，瑞典学者Goren Wall<sup>[39]</sup>提出制冷系统的热力经济性最优化，就是热力系统的经济性评估在一定物理环境约束下的最优化。作者以热泵为研究对象，以运行中的系统总费用作为目标函数，与一般热力经济性优化研究相同，并通过假定系统中五大部件（包括压缩机、冷凝器、蒸发器、膨胀阀、电动机）的费用，与各部件结构多数之间的相关关系式，将目标函数转变成五大部件的设备投资和运行周期内电能消耗费用之和。与一般制冷装置优化不同之处在于，作者提出以压缩机、冷凝器、蒸发器和电动机的效率作为优化变量，并表示成系统热力状态参数的函数。整

个系统承受的约束条件为系统状态方程，状态方程又表示成热力状态参数及优化变量的函数，并均为等式型约束条件。采用与 Maczek 相同的部件偏增量费用，运用牛顿-拉普森迭代方法求出满足最优性条件的优化变量。由于优化目标函数为隐式，并且优化问题严重非线性，作者并没有能提出通用的全局寻优方法，作者只是进行了一些预处理，系统状态方程变换成公式以避免迭代计算，当偏增量费用之总和小于预定值时，优化过程就结束。与前述几个优化研究不同之处在于，该文包含了电动机效率的优化，而且，无论从经济性还是从热力性最优角度出发，电动机是最关键部件。在最优化过程中，电动机效率是最敏感变量，直接大幅度地影响系统性能系数。然而，文章中所需的部件偏增量费用之和的预定值，直接与系统状态方程相关，其值及优化结果在很大程度上将受系统状态方程控制。

Greco<sup>[40]</sup>等还对低温制冷系统进行了计算机优化设计，并进行了经济量优化设计和热力最优化设计的比较。经济最优化目标函数为单位质量液氮所需制冷量的费用，而热力最优化目标函数为最大循环热效率，并与四个优化变量（压缩机排气压力、高压侧进口温度、低压侧出口温度、冷凝部分热交换器的传热温差）一起组成五维优化空间。最优化方法采用单步迭代方法进行系统寻优。优化比较结果表明，热力最优化要求换热面积无限大（因换热温差为零），压缩机出口压力极低，因而设备投资费用和冷量费用变得极其大，而经济性最优化则得出相反结论，并认为最优结果是设备投资费用和运行费用之间的合理分配。这与前面所述的所有经济性热力最优化得出的结论相同。

在上海交通大学陈芝久教授领导下，已有十余位硕士生和六位博士生作了小型制冷系统领域的动态仿真和优化研究。然而，由于系统模型仿真软件结合实际换热器及制冷系统生产工艺有个完善过程，起初会影响优化计算的可靠性。但由于结合工厂实际与实验工作的加强，改善了可靠性问题，满足了生产实际需要。这些研究虽然作了很大程度的简化，却对生产实际具有很好的指导

价值。

系统仿真是近几十年中发展起来的一门新兴技术学科。它主要通过建立系统模型、进行模型实验方法来研究系统特性。早期的仿真主要是物理仿真，现代仿真技术则凭籍计算机技术及数值计算技术的发展而不断发展。50年代计算机仿真的主要工具是模拟计算机，60年代发展了混合计算机仿真系统及数字计算机仿真系统。系统仿真技术被广泛应用于航空、空间、热能工业系统及工业过程控制等许多领域，以进行系统分析、系统设计、系统性能预测和优化研究

运用系统仿真技术研究制冷空调系统，在60年代就已开始，其建模所用方法、构造系统模型和仿真模型的思路及算法也不断推陈出新，而且从系统简单设计、部件选型，逐步发展到更新传统设计方法、模拟系统动态特性，以及优化分析和优化控制系统运行等方面。

系统仿真作为一种新型系统研究工具，在制冷空调系统研究中具有重要意义。整个制冷系统必须进行系统分析、建立数学模型、运用计算机模拟仿真和最优化技术，预测系统性能、改进系统性能，并通过制冷系统最优控制，达到实际制冷系统最优运行。这方面的理论研究已形成一门新学科——制冷系统热动力学。

制冷空调技术的广泛应用，从小型制冷装置到大型机组系统，其规模及结构均趋大型化和复杂化，而且制冷设备的性能和质量需要不断提高。这些都推动了制冷系统热动力学的研究和发展。

以汽车空调系统作为研究对象，建立动态分布参数模型。针对汽车空调器特殊运行条件和运行工况，进行系统动态仿真和优化匹配研究；针对CFCs替代物R134a对R12汽车空调器性能影响，进行全性能的对比试验研究。尽管我国汽车空调工业刚刚起步，但采用动态仿真和优化方法研究汽车空调系统，将使我国汽车空调系统设计方法和CFCs替代技术水平向世界水平靠拢，因而汽车空调系统动态仿真和优化的研究课题，具有十分现实的意义和生产应用价值。

微电子和计算机技术的发展,使得运用制冷系统热动力学观点进行系统的动态仿真优化及控制成为可能,而且当今制冷行业面临着CFCs的替代和设计方法更新两大问题,使得制冷系统研究逐步转向系统仿真、优化设计、系统CAD及系统最优控制等领域。事实上,从国内外对制冷系统的研究方向和文献来看,也证明了这一点。

作为制冷系统热动力学的研究内容,制冷系统的计算机分析、建模、仿真、优化及控制在实践中得到了广泛的应用,并取得了一定的成果。

1991年11月国际制冷学会会刊发表中国陈芝久等人论文<sup>[23]</sup>,由于在制冷系统及部件建模、系统参数的耦合及优化方法与具体定量计算上,提出了一系列新观点和方法,并作了实验验证,受到了广泛的关注,并破例地以该文插图为期刊封面发表。现在,国际制冷界又逐渐将“制冷系统热动力学”研究,进一步与生产产业化结合;同时把该学科的研究与制冷工质的替代工作引起的系统效率下降带来的问题相结合;把制冷系统部件的建模研究,系统的动态仿真与优化研究引入研究新型制冷剂系统,以便获得功能与无CFCs问题的双重好处。

近年来电冰箱、冷柜、空调机(含汽车空调机)工业发展迅猛,竞争亦趋剧烈。在技术上众所关心并展开竞争的热点有二,即节能、节材型号更新快和采用非CFCs制冷工质。因此对制冷系统的动态仿真与最佳匹配(优化)的研究要求更为迫切,并在上述基础上展开制冷系统的计算机辅助设计(CAD)研究。由于上述制冷设备量大面广,涉及千家万户的利益,因此成了国际制冷界关心的设计方法更新与探索的试验田,亦是“制冷系统热动力学”应用最为活跃的领域,既有很强的实用价值,也有理论意义。

综上所述,“制冷系统热动力学”是一门在学术上正在充实发展并对实践很有指导意义的边缘交叉新学科。该领域尚待深入研究的问题很多,需要大批同行为之共同奋斗,使之逐步完善<sup>[24]</sup>。

## 第2章 制冷装置不稳定工况分析

### 2.1 制冷装置的基本工艺流程和信号框图

凡稍学习过制冷原理的人，对压缩式制冷系统的基本组成一般均有个基本认识，它由压缩机、冷凝器、节流元件（膨胀阀或毛细管）、蒸发器四个基本部件组成，有时还带中间回热装置，各部件由管路联接，传递制冷剂及能量形成一个制冷循环，其典型流程如图2-1所示。

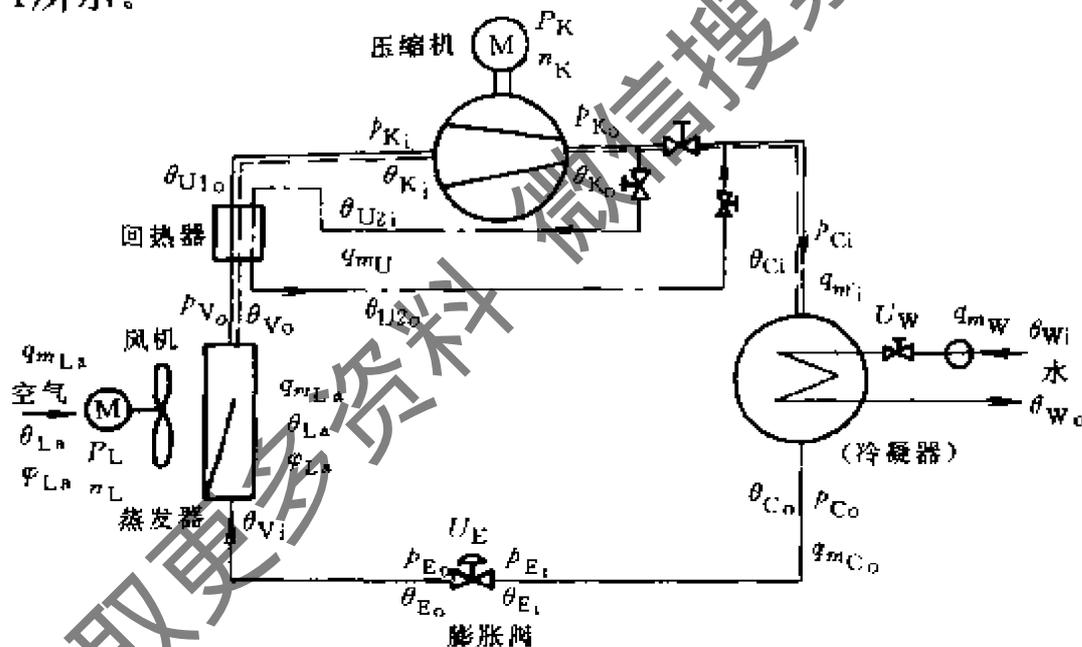


图2-1 制冷系统流程图

$q_{mL}$ —空气质量流量  $\theta_L$ —空气温度  $\phi_L$ —空气湿度  $P_L$ 、 $n_L$ —风机功率、转速  
 $\theta_{V_i}$ 、 $\theta_{V_o}$ —进、出蒸发器空气温度  $P_{V_o}$ —蒸发器出口制冷剂压力  $\theta_{U_{1o}}$ 、 $\theta_{U_{2o}}$ —出回热器  
 制冷剂温度  $\theta_{U_{2i}}$ —进回热器制冷剂温度  $q_{mU}$ —过热制冷剂流量  $P_{K_i}$ 、 $P_{K_o}$ —进、出压  
 缩机制冷剂压力  $\theta_{K_i}$ 、 $\theta_{K_o}$ —进、出压缩机制冷剂温度  $P_K$ 、 $n_K$ —压缩机功率、转速  
 $\theta_{C_i}$ 、 $\theta_{C_o}$ —进、出冷凝器制冷剂温度  $P_{C_i}$ 、 $P_{C_o}$ —进出冷凝器制冷剂压力  $q_{mC_i}$ 、 $q_{mC_o}$ —进、  
 出冷凝器制冷剂质量流量  $\theta_{W_i}$ 、 $\theta_{W_o}$ —冷却水进、出口温度  $q_{mW}$ —冷却水流量  
 $U_W$ —冷却水阀开度  $U_E$ —膨胀阀开度  $P_{E_i}$ 、 $P_{E_o}$ —进、出膨胀阀制冷剂压力  
 $\theta_{E_i}$ 、 $\theta_{E_o}$ —进、出膨胀阀制冷剂温度

但用“制冷系统热动力学”的观点来看传统的制冷系统流程图，即用动态的观点与参数间相互定量耦合的观点（此处暂不谈分布参数观点）看制冷系统，将有新的变化，就要用一种新的表达方式来分析，即利用系统工程和自控原理中常用的信号分析方法重新讨论制冷系统，形成了新的思路和结果，这是由于研究方法的改变所引出的新问题。

对任何一个制冷系统或部件，均可把它看成一个脱离体，把进出该脱离体的信号划分成三类：被调参数、调节参数与干扰参数。这样，经典的制冷装置流程图2-1，就可变为制冷系统信号分析图2-2。在下节中再分析其部件间的信号耦合关系，将可获得新的制冷系统与部件参数耦合图。

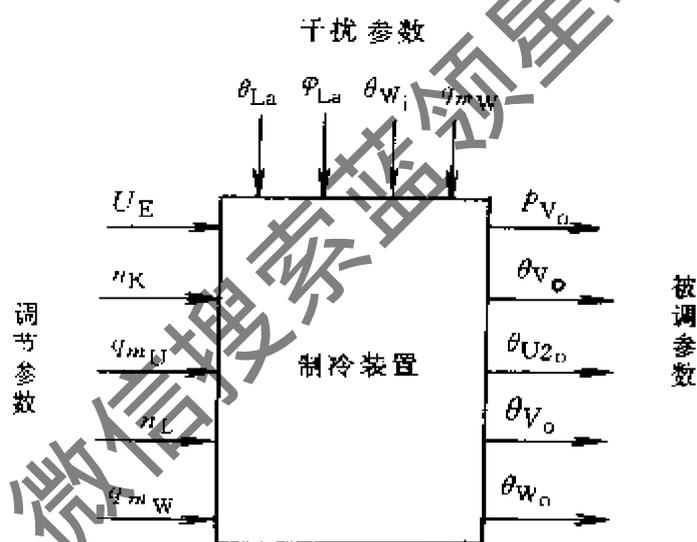


图 2-2 制冷系统信号分析图

$\theta_{La}$ —空气温度  $\phi_{La}$ —空气湿度  $\theta_{wi}$ —冷却水进口温度  $q_{mwi}$ —冷却水流量  $U_E$ —膨胀阀位置  $n_K$ —压缩机转速  $q_{mU}$ —过热制冷剂流量  $n_L$ —风机转速  $P_{Vo}$ —蒸发器出口制冷剂压力  $\theta_{Vo}$ —蒸发器出口制冷剂温度  $\theta_{U2o}$ —回热器出口制冷剂温度  $\theta_{Wo}$ —冷却水出口温度

我们把制冷系统看作为一个脱离体，分析其输出与输入信号（参数）的关系，考察加入干扰后，输出参数的变化，就便于了解制冷系统和部件间能量和流量的动态平衡关系。传统的制冷书刊均研究稳态（静态）工况，而稳（静）态工况是整个运行工况中的特殊工况，不稳定工况（动态过程）才是一般的常遇工况。动态观点的引入，使制冷系统分析时域大为扩大，更加接近实际情况，也便于今后分析制冷系统中参数的定量耦合关系，便于进一步对制冷系统进行动态仿真分析，它和制冷系统的自动控制（含计算机控制）就非常自然地接上轨。

由此出发，“制冷系统热动力学”在分析方法上，就可以吸取自控原理中已成熟的方框图信号分析方法。计算上除用差分数值解处理制冷系统的（偏）微分方程外，成熟的传递函数分析法和频率特性分析法就自然地可被引入到本学科中来了。

制冷系统及各部件参数的不稳定工况的描述及参数间的关系分析，可分二步来分析：第一步可将制冷系统及其部件按其物理参数的传递关系作分析，然后形成信号方框图，从图中对进出的信号关系作分析；第二步可对框图中的环节求出其数学模型（或传递函数），进而对数学模型求解，或对各环节的传递函数按照环节的串并联简化法则进行综合，求出其等效传递函数。如此也很快可求得制冷系统及各部件在不稳定工况下（动态）的参数解。

下面示出若干典型设备与系统的信号框图划分示例。图2-3为全封闭压缩机信号框图的二种划分法：图2-3a为较原则的划分；图2-3b为具体对全封闭压缩机参数作动态分析计算时的一种划分法，这里已注意到压缩机中各环节信号的反馈关系。

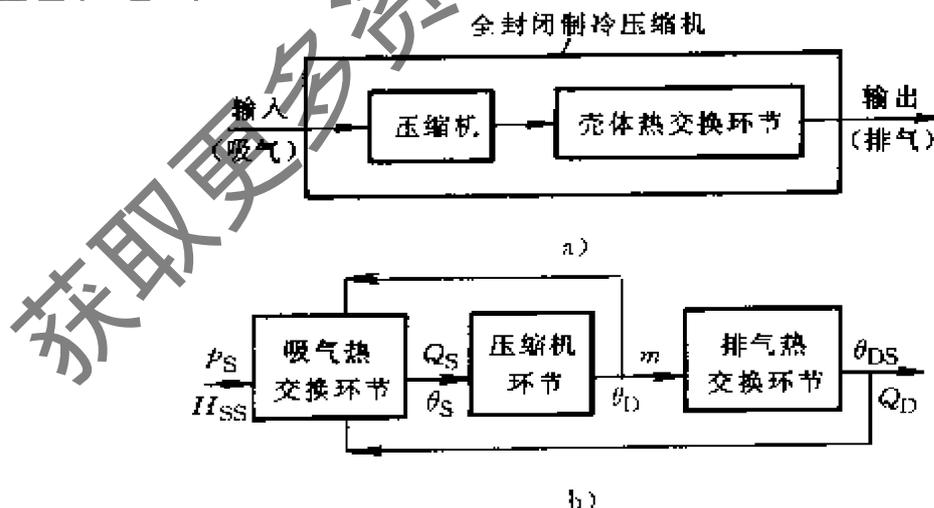


图2-3 全封闭压缩机信号框图

a) 原则划分 b) 具体划分

图2-4所示为各种冷藏库信号传递的框图。

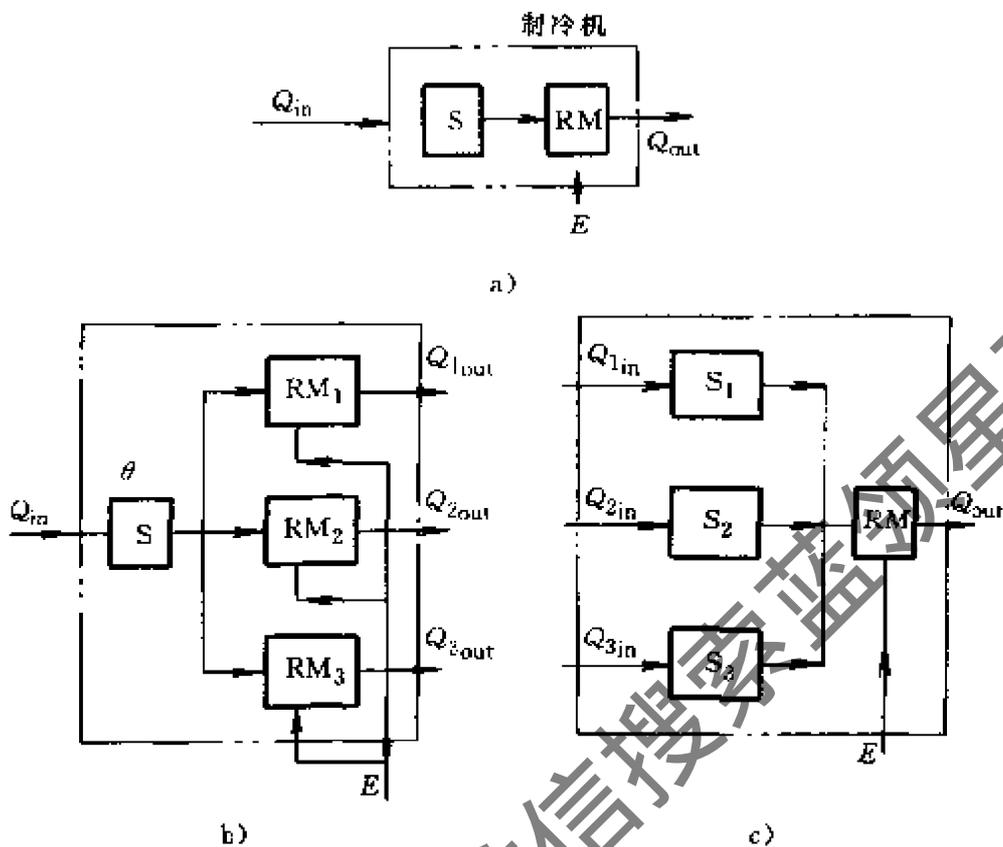


图2-4 冷藏库信号传递原则框图

a) 一机一库系统 b) 多机一库系统 c) 一机多库系统  
 $E$ —供能  $Q_{in}$ —吸热  $Q_{out}$ —排热 S—冷藏库 RM—制冷机

图2-5为制冷装置(带回热器)数学模型框图(见插页)。

作为这方面的典型例子是И. Г. Ч у а к教授在文献[2]中,把图2-1这样的带回热制冷系统改进成如图2-5(见书后插页)所示的信号传递框图。这样的框图,只要把图中每一基本环节的传递函数求出,然后按环节串并联法则,分别求出每一大块(压缩机、冷凝器、节流阀、蒸发器及中间回热器)的等效传递函数,然后就可求得整个制冷系统的函数模型与传递函数。图2-6是该系统的等效传递函数框图。若对图2-6再作一次等效简化,就可十分方便地进行系统参数仿真计算。

实际工程制冷系统形式很多,就压缩式制冷系统而言,常用制冷装置有四种。它们均可按前面介绍的方法,把工艺流程图转换成信号框图,并进而作参数分析计算。

常见的压缩式制冷装置的原理结构图有下面四种(图2-7):

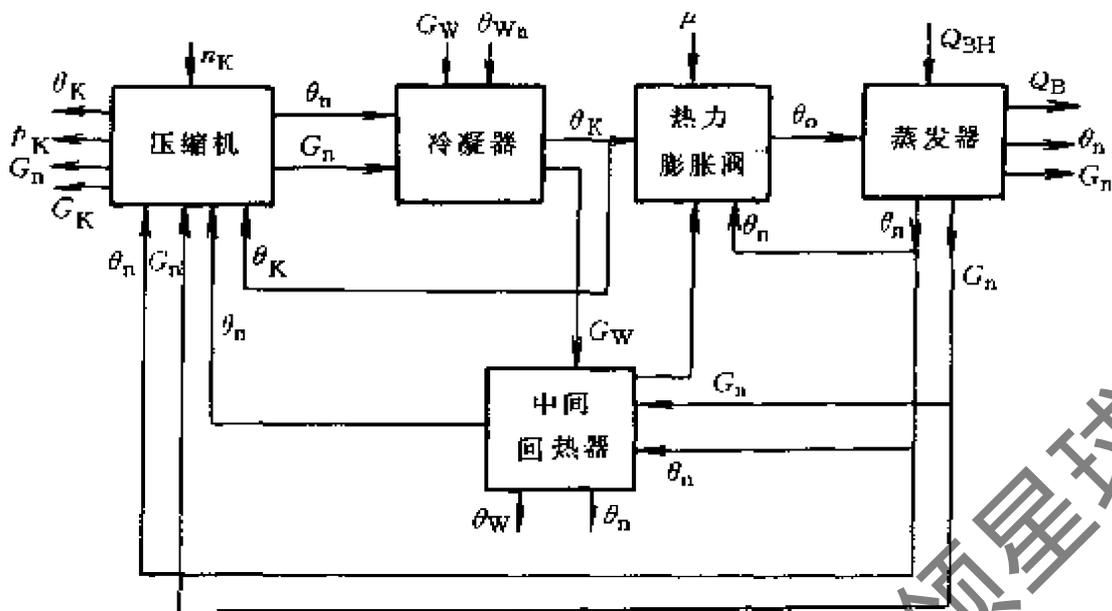


图2-6 制冷系统等效传递函数框图(等效于图2-5)

1) 单级压缩制冷系统, 常要求保持冷藏室(对象)温度  $\theta$  稳定及蒸发温度  $\theta_0$  稳定。一般调节节流阀(热力膨胀阀或电子膨胀阀开度或毛细管长度)、压缩机排量、凝压力来保持所需工况。该系统亦可按前述原则画成信号框图。其制冷系统图参阅图2-7a及图2-15。

2) 对于低于  $-25^\circ\text{C}$  库温(如常见的  $-80^\circ\text{C}$  低温箱)的制冷装置, 常用复迭式制冷系统(图2-7b), 按库温调节第一级制冷装置节流元件, 库温  $\theta$  关联着第一、二级压缩机的产冷量稳定工况时, 应有  $Q_{K1} = Q_{K2}$ ,  $Q_K$  为压缩机制冷量。

3) 对于一些中大型制冷系统, 常采用图2-7c所示的间接蒸发式制冷装置, 通常以变化压缩机制冷量方法保持冷媒水(如盐水)的温度  $\theta_p$  稳定, 改变制冷量  $Q$  来保持热交换器中冷剂温度  $\theta_n$  稳定。

4) 对于中大型冷库常采用氨泵制冷系统, 其制冷装置有异于一般直接蒸发式制冷装置, 其中气液分离器、氨泵回路等均需另作讨论。一般制冷装置及调节书上亦已叙述, 读者分析时, 应用本书观点结合该型装置特点进行分析。

本书不准备就各种形式制冷装置的工艺流程一般内容展开论述, 读者如需要可查阅相关书籍。

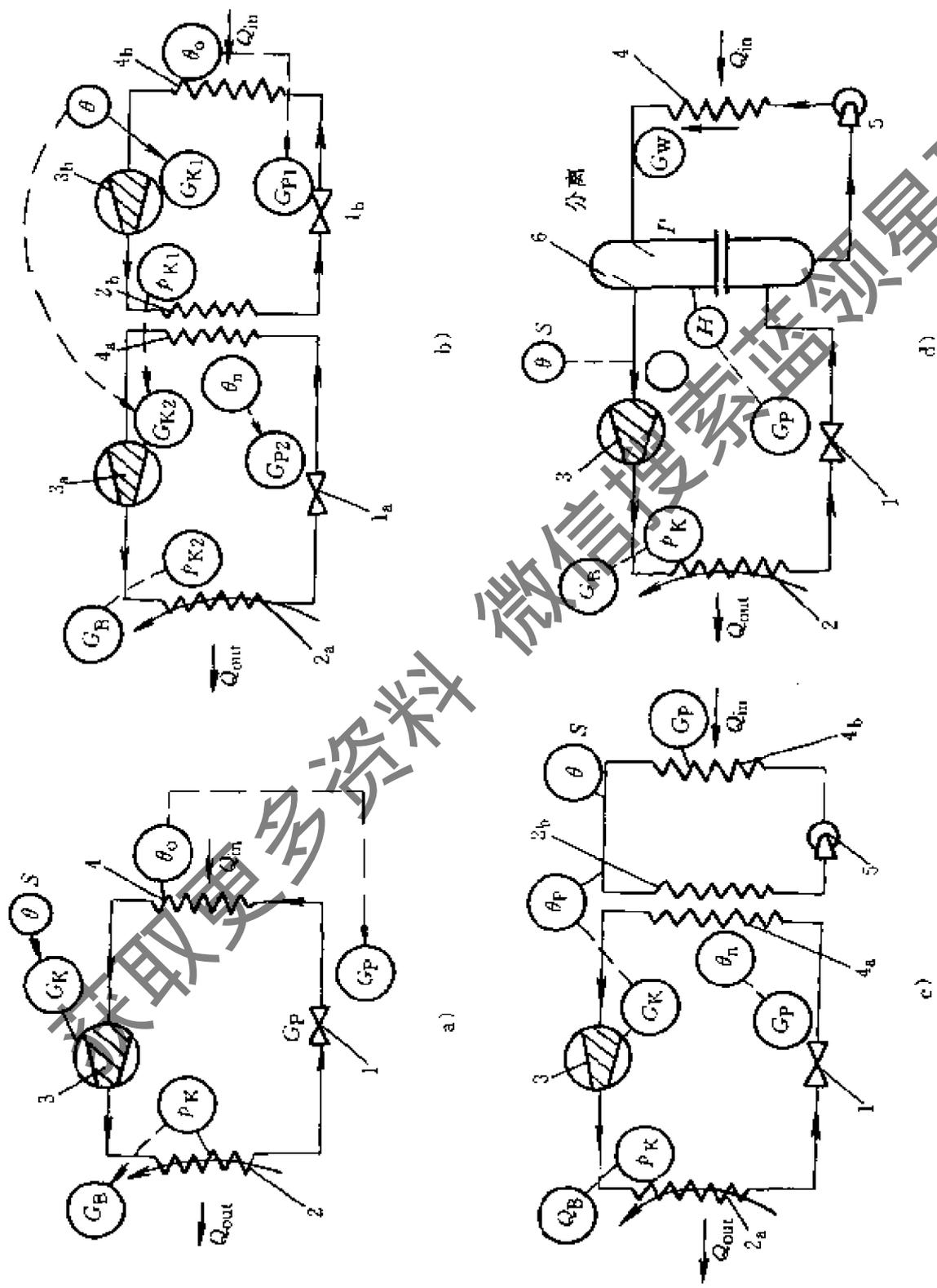


图2-7 常用制冷系统图

微信搜公众号 制冷星球

## 2.2 制冷装置各参数间的相互影响与耦合

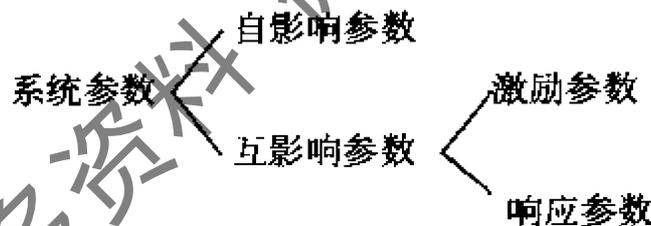
### 2.2.1 制冷装置参数间相互影响

影响制冷装置的参数很多，各部件相互影响，相互联系的参数也很多。为了今后将各部件模型连接起来，构成一个制冷系统模型，必须要众多的参数中抽出基本的、必不可少的系统化参数，并确认这些参数可以代表该部件参与系统的连接。

一般而言，系统参数的选择不是唯一的，如可选择压力、比焓作为基本参数。比焓不易直接测量，它可通过 $h=f(T,p)$ 将压力、温度作为基本参数进行计算。

系统化参数可以分成两类：一类是自影响参数，另一类是互影响参数。

自影响参数是指只直接影响一个环节的行为，对其他环节的影响是通过改变互影响参数来实现。互影响参数由直接对其他环节产生影响，并改变其他环节的行为，直接影响整个系统的运动过程。互影响参数又可分为激励参数和响应参数。其关系可示为



按照这样的分类定义，对于具体制冷系统参数可以进行分类，以便于下一步工作。系统化参数的选择要兼顾理论和实验研究两方面。

亦可从另一角度来认识本节前一段的分析，引起制冷装置各参数变化的原因在于“扰动”的加入，“扰动”可以大致分成二类：外部扰动，如环境参数变化引起的扰动；内部扰动，通过参数间的耦合关系，影响相关的参数。

制冷装置启动后，可能在各种工况下工作，外界热负荷、投入运行的压缩机台数及压缩机工作缸数、压缩机的工作系数、蒸发器的投入台数、产冷量等均可能变化。

对于蒸发器而言，负荷变化很易使它离开已匹配好的最佳工作点。例如：蒸发器负荷增加后，若制冷系统（压缩机）产冷量不足，又没有相应调节措施，则蒸发压力升高，蒸发器出口热度增大。对于冷凝器负荷的变化，可导致冷凝压力升高，压缩机工作条件恶化，产冷量减少。

一个制冷装置中，只有蒸发器制冷量、压缩机制冷量、冷凝器制冷量和节流元件制冷量四者相同时，制冷系统才处于稳定工况，表示四个制冷部件是匹配的，但不一定是最佳匹配。这里的制冷量实际上是某一工况下的制冷剂的流量，制冷系统的制冷量和各部件在一定工况下制冷量和性能有密切关系，只要一个部件在该工况下制冷量不足，使制冷剂流通能力在该处减少，系统的制冷量就被限制住。

图2-8a 为制冷系统稳定工况点从 $B$ 至 $B'$ 的变化，图2-8b为当冷凝温度 $\theta_k$ 变化时，压缩机与热力膨胀阀间的配合，各部件的制冷量（流量）在不同工况下是变化的，在设计时一般都留一点余量，以防止变工况时，某一部件的限制使整个制冷能力得不到正常发挥，这是传统的静态特性参数耦合，匹配的一般分析方法。如果要研究各主要制冷部件在变工况时的性能（动态特性），就要找出相关参数间的定量关系。

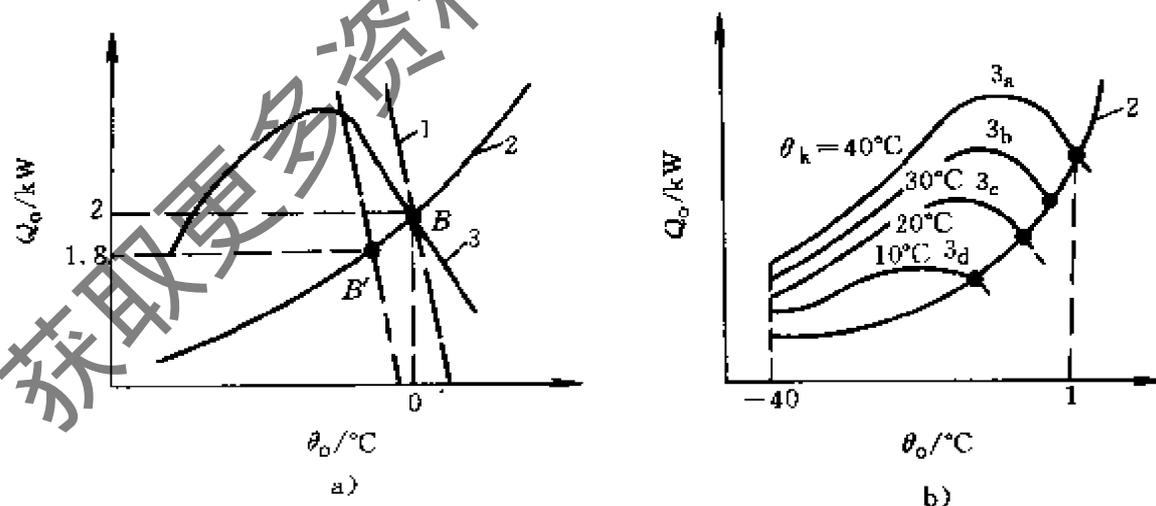


图2-8 制冷装置部件静特性匹配

1—蒸发器 2—压缩机 3—热力膨胀阀

稳态时，各制冷设备（部件）间的参数关系，可以在特性曲线上讨论，图2-8就是一例。图2-9说明了用特性曲线分析变工况时工作点的移动。如图所示，由于制冷设备间参数相互影响的结果，制冷装置的特性线变化沿点划线进行（机组特性），而不是沿某一部件的特性线变化。当蒸发温度从 $\theta_1$ 降至 $\theta_2$ 时，压缩机制冷量从A降至B。但就制冷机组而言，因压缩机排量下降比较平坦，由冷凝温度40℃下降30℃，冷凝压力相应下降，制冷量仅减少到C点。当然如控制冷凝器压力恒定，则情况又不同了。

如同一台蒸发器，当蒸发温度变化时，其静态特性左右平移。如图2-10，从A点工况转到B点工况的过程是自动进行的，不需要专门调节。A'为不稳定工况点，该点压缩机排气量大于蒸发器回气量，吸气压力将下降，蒸发温度下降，工作点只能在C点上，但库温降至 $\theta'_1$ ，传热温差加大，制冷装置产冷量大于热负荷，库温继续下降直至B点 $\theta_2$ 为止。从以上简单分析可知，变工况时，蒸发温度的确至少受蒸发器特性、压缩机和节流元件特性的影响，不能简单随意选定。其他参数的确定亦是如此（图2-10）。必须考虑参数间的定量耦合问题，这需从建立数学模型及分析耦合关系二方面入手。

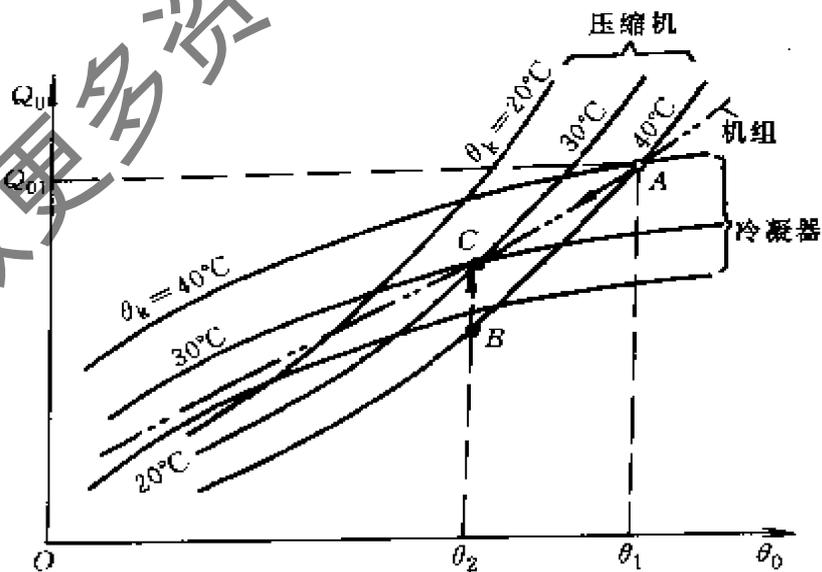


图2-9 特性曲线上工况点变化图

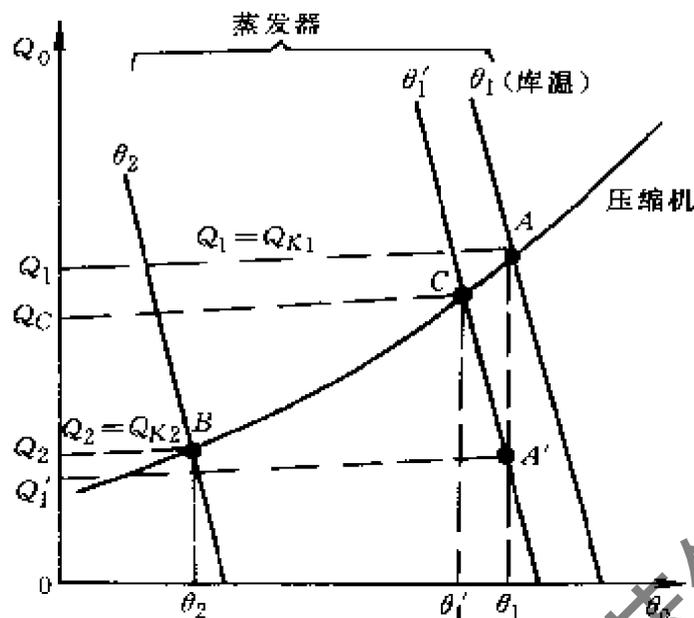


图2-10 特性曲线上工况变化

## 2.2.2 制冷装置各参数的耦合与解耦

### (1) 一般制冷换热器

为讨论方便, 先来考察一个经过简化的制冷换热器, 研究其进出口参数间的耦合关系 (图2-11)。

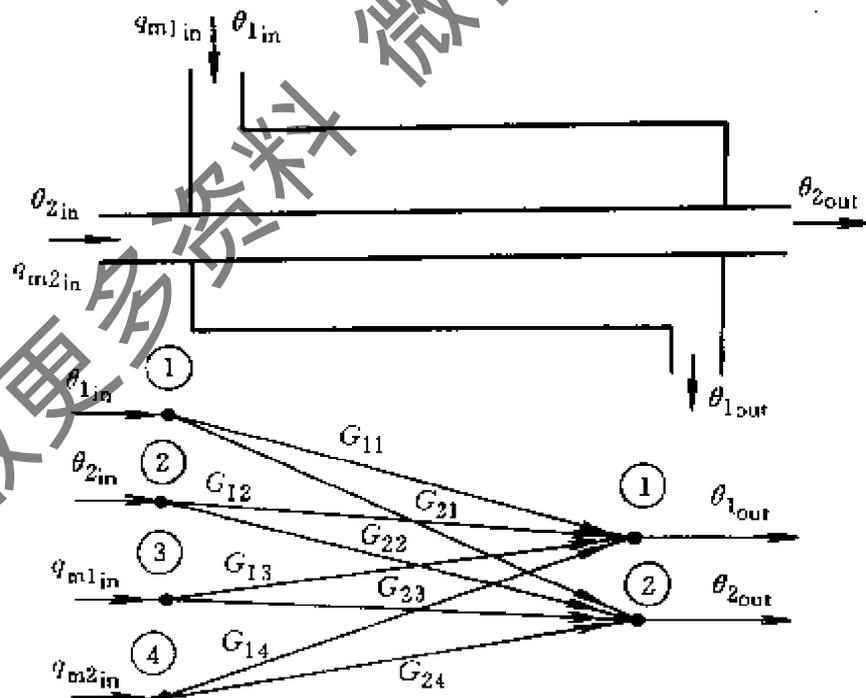


图2-11 换热器进出信号理论耦合图

$\theta_{1in}$ 、 $\theta_{2in}$ —冷却与被冷却工质进口温度  $q_{m1in}$ 、 $q_{m2in}$ —冷却与被冷却工质质量流量

$\theta_{1out}$ 、 $\theta_{2out}$ —冷却与被冷却工质出口温度  $G$ —传递系数

我们可以通过建立热交换器数学模型的方法（参阅第3章），求出其传递系数的表达形式，进而确定  $G_{11}$ 、 $G_{12}$ 、 $\dots$ 、 $G_{23}$ 、 $G_{24}$  值，从而确定参数间的定量耦合关系。传递系数  $G_{ij}$ ，是在频域中分析所得，如转化到时域中去，就是数学模型的有关系数由于在频域中分析，可把微分方程转化为代数方程分析，因此人们偏爱此法。建议初学者作为练习，实践一次，编写微分方程，求出  $G_{ij}$  的显式。

### (2) 水(风)式蒸发器<sup>[21]</sup>

在第3章将详细导出数学模型，找出其水温、壁温及制冷剂温度关系，可以发现这三种参数间亦是相互耦合的关系。

水温动态方程为

$$\frac{\partial \theta_H}{\partial t} + w_H \frac{\partial \theta_H}{\partial \eta} = \frac{1}{T_H} (\theta_H - \theta_w) \quad (2-1)$$

壁温动态方程为

$$T_w \frac{d\theta_w}{dt} = K_1 (\theta' - \theta_w) + K_{22} (\theta_H - \theta_w) \quad (2-2)$$

式中  $\theta_H$ 、 $\theta'$ 、 $\theta_w$  分别为水温、制冷剂温度、壁温。

干度动态方程为

$$\frac{\partial X}{\partial t} + w_K \frac{\partial X}{\partial \xi} = \frac{\alpha_K u_1}{\rho_K A h_v} (\theta_w - \theta') \quad (2-3)$$

从以上三方程可知，每个方程中均含二个待解参数，方程之间参数耦合，用差分数值解时，只需由消元代入法，就可分别求出各参数间的定量关系，比较方便。

亦可用传递函数法求解参数间的耦合关系，现仍以方程(2-1)、(2-2)、(2-3)为例。

若对一个“微元”作如下近似处理：

$$\frac{\Delta \theta}{2} = \theta - \theta_{in} \quad \Delta \theta = 2\theta - 2\theta_{in}$$

将此关系代入方程(2-1)，把  $\frac{\partial \theta_H}{\partial \eta}$  以  $\frac{\Delta \theta_H}{\Delta \eta}$  近似替代，对方程

(2-1)、(2-2)、(2-3)再分别作拉氏变换，可分别求出

$$G_{HH} = \frac{\theta_{out}}{\theta_{in}} = 2 \times \frac{2 + G_{H1} G_{HW}}{G_{H2}}$$

$$G_{KH} = \frac{\theta_{out}}{\theta_{in}} = G_{H1} G_{HW}$$

$$G_{HW} = \frac{\theta_w}{\theta_{win}} = \frac{2G_{W2}}{G_{H2}} \frac{1}{G_{WHK}}$$

$$G_{HH} = \frac{\theta_w}{\theta'} = \frac{2}{G_{WHK}} \frac{G_{W3}}{G_{K3}}$$

各参数之间将有下列耦合关系，写成传递函数可以有如下表达式：

$$\theta_{out} = G_{KH} \theta' + G_{HH} \theta_{Hin} \quad (2-4)$$

$$\theta_w = G_{HW} \theta_{Hin} + G_{KH} \theta' \quad (2-5)$$

完成了解耦的目的。

制冷剂温度  $\theta$ ，壁温  $\theta_w$  及冷却水（空气）温度  $\theta_H$  之间的定量关系也清晰示出。

### (3) 控制系统中解耦的方法

在制冷系统动态特性定量计算中常用以上各方法，但应用数学模型作计算机自动控制时，也需解耦，但其方法与思路却完全不同。现以常见的制冷压缩机性能试验台为例，说明压缩机性能试验中，吸气温度、吸气压力及排气压力这三个参数间存在着耦合关系。因为改变节流阀开度，不仅会影响吸气压力大小，而且将影响排气压力与吸气温度。只有研究制冷系统的动态耦合特性，才能正

确地形成解耦控制方案，形成合格的压缩机试验台。

在控制中的解耦控制，目前也是一个自动控制领域的前沿热点。对于单变量系统的解耦理论，目前已基本解决。多变量过程控制系统的解耦，是国际上各家竞相研究的侧面，我国学者刘晨晖在该领域受人注目。

为简单说明其基本思路，现以图2-12中的水温、壁温及制冷剂蒸发温度的耦合为例。在控制系统中，若要解耦，就需要设计一个专门的解耦环节（图2-13a），其运行结果，等于二个脱开的独立回路（图2-13b），形成解耦的效果。

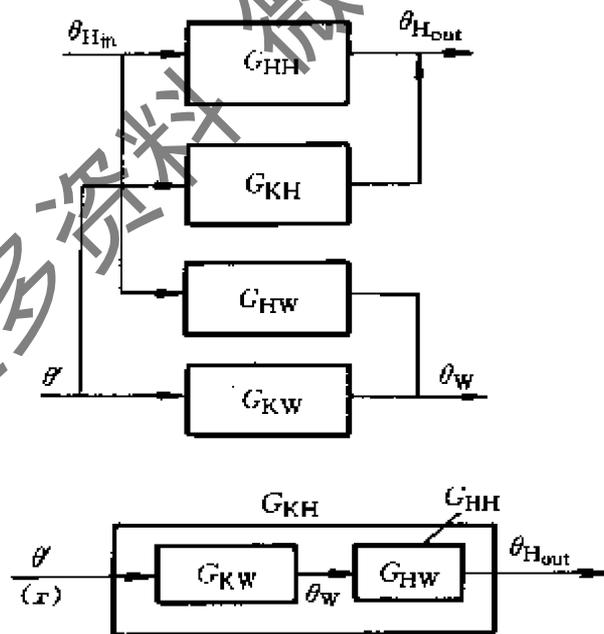


图2-12 热交换器参数间的耦合关系

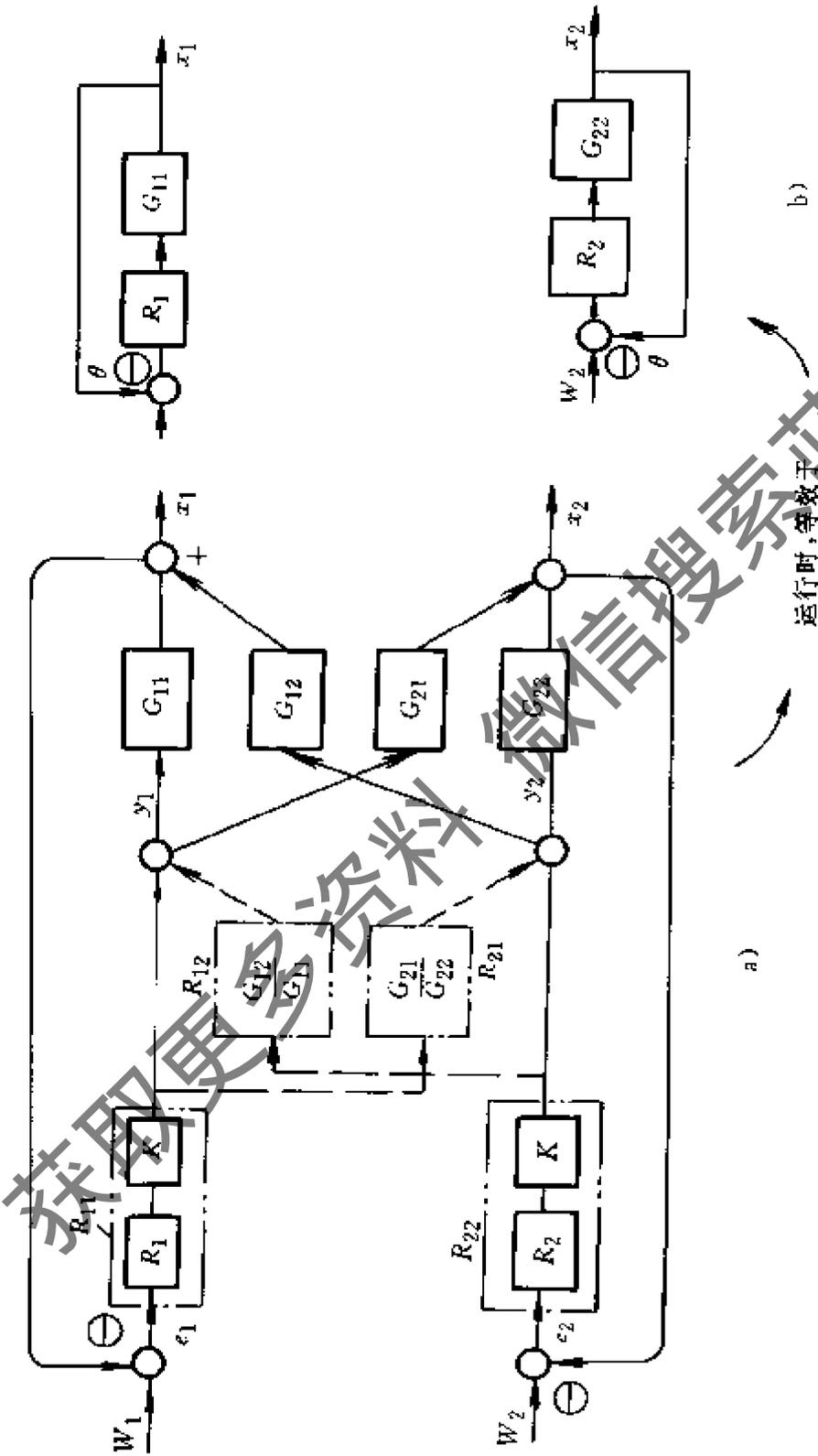


图2-13 解耦控制例

( $R_1$ 、 $R_2$  为调节器传递函数, 已知)

资料搜索引擎 蓝领星球

从图2-12知, 对象的传递函数可写成

$$G = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix}, \quad G^{-1} = \frac{1}{\det|G|} \begin{bmatrix} G_{22} & -G_{12} \\ -G_{21} & G_{11} \end{bmatrix} \quad (2-6)$$

按解耦理论

$$\begin{aligned} R &= \frac{1}{G_{11}G_{22} - G_{12}G_{21}} \begin{bmatrix} G_{22}R_1G_{11} & -G_{12}R_2G_{12} \\ -G_{21}R_1G_{11} & G_{11}R_2G_{22} \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{\det|G|} \begin{bmatrix} G_{22} & -G_{12} \\ -G_{21} & G_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1G_{11} & 0 \\ 0 & R_2G_{22} \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{1 - \frac{G_{12}G_{21}}{G_{11}G_{22}}} \begin{bmatrix} R_1 & -R_2 \frac{G_{12}}{G_{11}} \\ -R_1 \frac{G_{21}}{G_{22}} & R_2 \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} R_1 & -R_2 \frac{G_{12}}{G_{11}} \\ R_1 \frac{G_{21}}{G_{22}} & R_2 \end{bmatrix} \quad (2-7) \end{aligned}$$

则应串入系统的解耦控制环节, 可以从下列表达式求出:

$$R_{11} = KR_1 \quad R_{22} = KR_2 \quad R_{12} = -R_{22} \frac{G_{12}}{G_{11}} \quad R_{21} = -R_{11} \frac{G_{21}}{G_{22}}$$

其中 
$$K = \frac{1}{1 - \frac{G_{12}G_{21}}{G_{11}G_{22}}}$$

$R_1$ 、 $R_2$  均已知。

将耦合系数  $R_{11}$ 、 $R_{12}$ 、 $R_{21}$ 、 $R_{22}$  按图2-13a联接法串入对象, 则该对象成了图2-13b形式的二个等效的已解耦系统。

#### (4) 对制冷系统进行“热动力学”分析

按本章的分析方法, 考察制冷系统四大件及系统, 就有新的框图出现。这一框图就体现了参数间的耦合关系。以此作为制冷系统动态仿真解的基础, 就可能得到新的比较更符合实际的数值解及动态仿真结果。现以一个小型制冷系统为例(毛细管节流元件)说明。

对于压缩机, 输入参数: 吸气压力  $p_{\text{com}}^i$ , 排气压力  $p_{\text{com}}^o$ , 吸气比焓

$h_{com}^i$ 。环境干扰参数：环境温度 $T_{amb}$ ，转速 $n$ 。输出参数：排气比焓 $h_{com}^o$ 、排气量 $q_{m,com}^o$ 。示意方框图见图2-14a。

对于冷凝器，环境干扰参数： $T_{amb}$ 。输入参数：进口比焓 $h_{con}^i$ 、进口质量流量 $q_{m,con}^i$ 、出口质量流量 $q_{m,con}^o$ 。输出参数：进口压力 $p_{con}^i$ 、出口压力 $p_{con}^o$ 、出口比焓 $h_{con}^o$ 。示意方框图见图2-14b。

对于节流元件，如是毛细管，无外干扰参数；如是热力膨胀阀，外部调节——弹簧预紧度 $N_f$ 应加入。输入参数：进口压力 $p_{cap}^i$ ，出口压力 $p_{cap}^o$ ，进口比焓 $h_{cap}^i$ 。输出参数：出口比焓 $h_{cap}^o$ 、流量 $q_{m,cap}^i$ 。示意方框图见图2-14c。

对于蒸发器，外部干扰因素是环境温度 $T_0$ （实际上是指电冰箱内室内空气温度）。输入参数：进口比焓 $h_{eva}^i$ ，出口质量流量 $q_{m,eva}^o$ 、进口质量流量 $q_{m,eva}^i$ 。输出参数：进口压力 $p_{eva}^i$ 、出口压力 $p_{eva}^o$ 、出口比焓 $h_{eva}^o$ 。示意方框图见图2-14d。

比较上述四个部件的进口参数，可发现制冷设备间相互影响耦合只有三类参数，即压力、比焓、质量流量。这样的分析结果将导致系

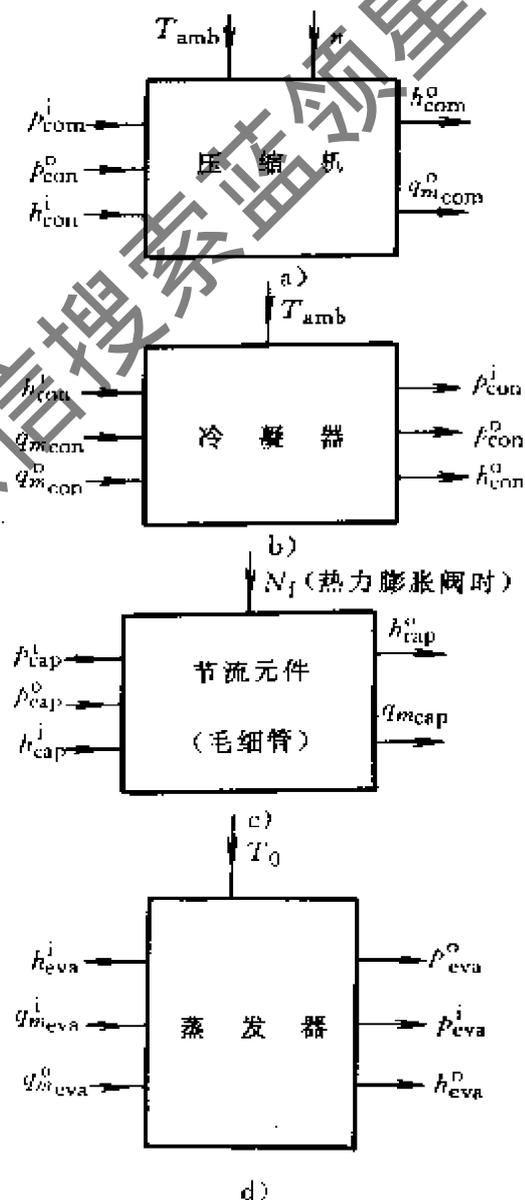


图2-14 制冷装置各部件信号图

统参数形式上的一致，对制冷系统模型的建立及其通用性、易解性和易修正性均是十分有利的。

对照实际系统的耦合关系，有

$$p_{\text{com}}^i = p_{\text{eva}}^o, p_{\text{com}}^o = p_{\text{cond}}^i, h_{\text{com}}^o = h_{\text{cond}}^i, h_{\text{com}}^i = h_{\text{eva}}^o$$

$$q_{m,\text{com}}^o = q_{m,\text{con}}^i, q_{m,\text{cap}}^i = q_{m,\text{con}}^o, h_{\text{con}}^o = h_{\text{cap}}^i, p_{\text{con}}^o = p_{\text{cap}}^i$$

$$p_{\text{cap}}^o = p_{\text{eva}}^i, q_{m,\text{cap}}^o = q_{m,\text{eva}}^i, h_{\text{cap}}^o = h_{\text{eva}}^i, h_{\text{eva}}^o = h_{\text{com}}^i$$

就可把制冷系统四个部件的框图联结及参数间相互耦合（包括反馈信号）的制冷信号，绘制成图2-15。如把毛细管以热力膨胀阀框图替代，则可获得新的制冷系统参数间耦合图。我们将以汽车空调系统的分析进行讨论。

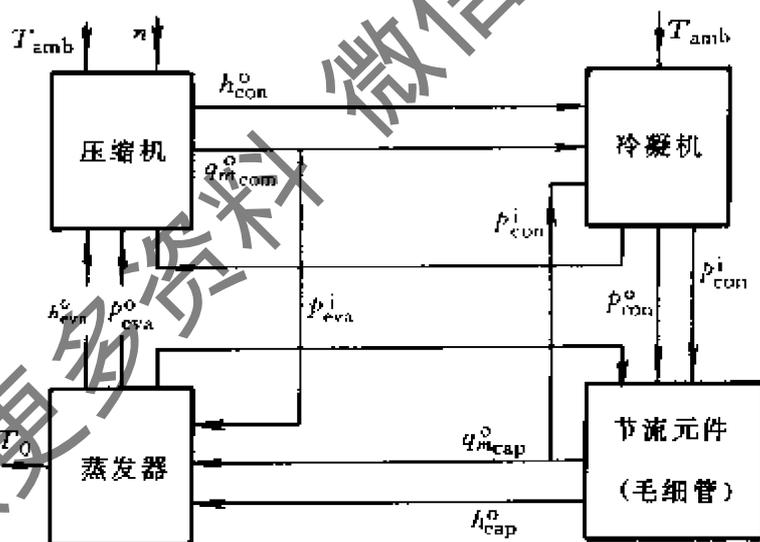


图2-15 制冷系统参数间的耦合图

制冷系统的信号耦合问题，常常包含热质传递的信号耦合。比较复杂而有代表性的是汽车空调系统的信号耦合。图2-16为汽车空调系统的结构简图。根据系统结构简图进而分析汽车空调系统的热质传递关系。由于汽车空调系统是在变车速、变环境条件下工作的，因此信号框图及信号耦合关系，以至接下去数学模型的建立，

也需考虑变环境参数的基本条件，其结果才符合实际情况。

汽车空调系统的压缩机、冷凝器、储液器和膨胀阀等没有置于空调车室中，因而这部件与车厢体的热量关系十分微弱，而与环境的能量关系却是不可忽略的。环境参数的变化，会对汽车空调系统产生较大的影响。变环境参数条件下，汽车空调系统的热质传递关系如图2-17所示。

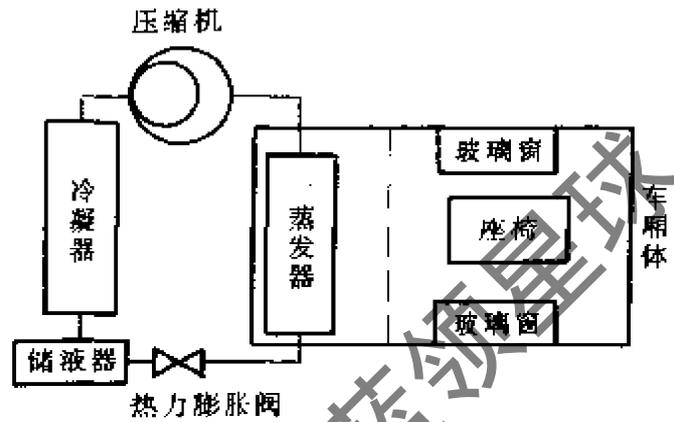


图 2-16 汽车空调系统结构简图

的热质传递关系如图2-17所示。环境参数扰量化及系统对扰量的响应，是变环境参数时汽车空调系统仿真的重要环节，所以，环境参数也被作为系统热质传递关系图的一个组成部分。

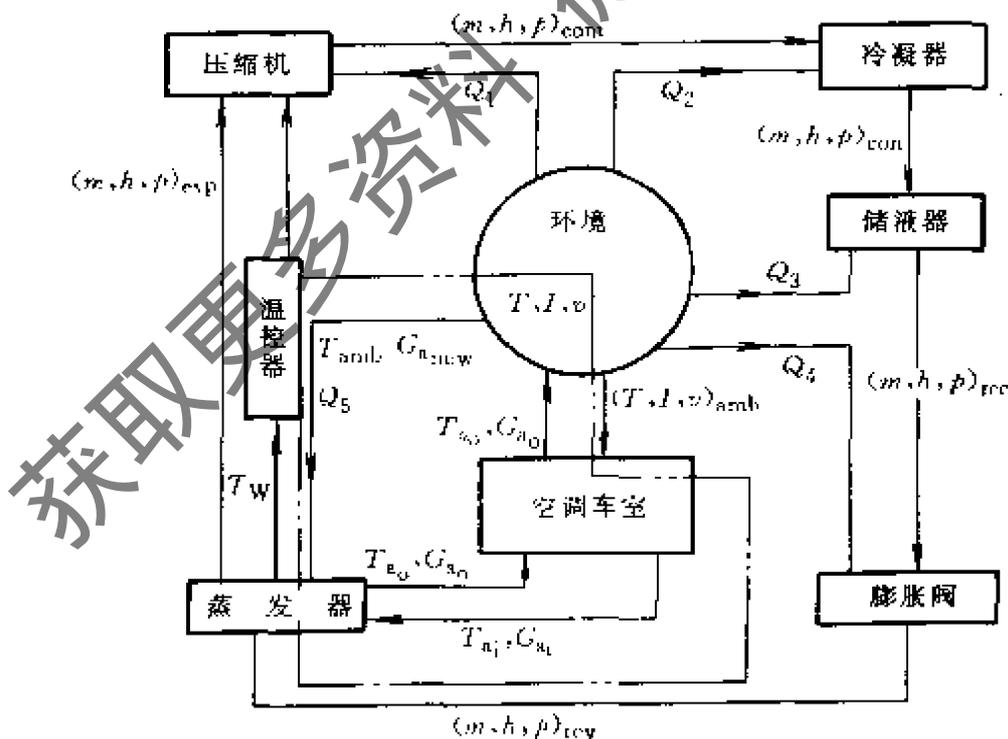


图2-17 变环境参数条件下汽车空调系统热质传递关系

由热质传递关系图可以看出，汽车空调系统由制冷剂循环回路

和空气回路组成，其中点划线框内为空气回路。汽车空调系统是一个传热、传质相融合的复杂过程，要用部件的数学模型构成系统模型，对每一个部件的数学模型必然有相应的要求。系统仿真要求各部件的模型在求解时，所用的输入参数为已知参数或其他部件的输出参数。以系统的热质传递关系图为基础，从求解系统基本参数的需要出发，可以分析得到各部件输入、输出参数之间的联系。

系统动态仿真过程中，高、低压侧的压力（温度）值应分别由冷凝器和蒸发器确定，而流量应分别通过压缩机和膨胀阀计算得出。为了得到这些基本参数，并使系统仿真顺利进行，各部件所需的输入参数和必须得出的输出参数见图2-18。根据制冷剂流动的方向，上一个部件的输出可以直接作为下一个部件的输入，于是形成了图中的信号关系。图中箭头指向部件，表示计算该部件时所需要的输入参数，箭头离开，表示计算部件所得出的输出参数。汽车空调使用的压缩机为开启式压缩机，和热力膨胀阀一样可以认为其进出口质量流量相等，因此储液器和蒸发器的进口流量，分别取膨胀阀和压缩机出口值。这里采取把储液器当作冷凝器的一部分的处理方法。这样，储液器对系统中的压力和质量脉动的缓冲作用，就不易描述和体现出来。冷凝器出口直接与储液器相连，中间没有决定质量的部件。作为两部件计算时，需要用储液器出口参数进行迭代（作者经实践发现，用储液器出口压力作为迭代计算，系统易于稳定而且收敛快），如图2-18所示。

从图2-15可以看出，系统中的各部件均受环境参数的影响。通常可以认为系统与环境间作用是单向的，即环境对系统产生影响，而系统不能改变环境参数。因而图2-16中环境与系统部件的关系是开放的，只是蒸发器和车厢体的情况较为特殊，空气循环回路的新风、排风和漏风使蒸发器、车厢体环境间不但有能量交换，而且有质量交换，但其中参数间的影响关系仍然是单向的。空气循环回路的输入输出参数关系在图2-19中详细示出。

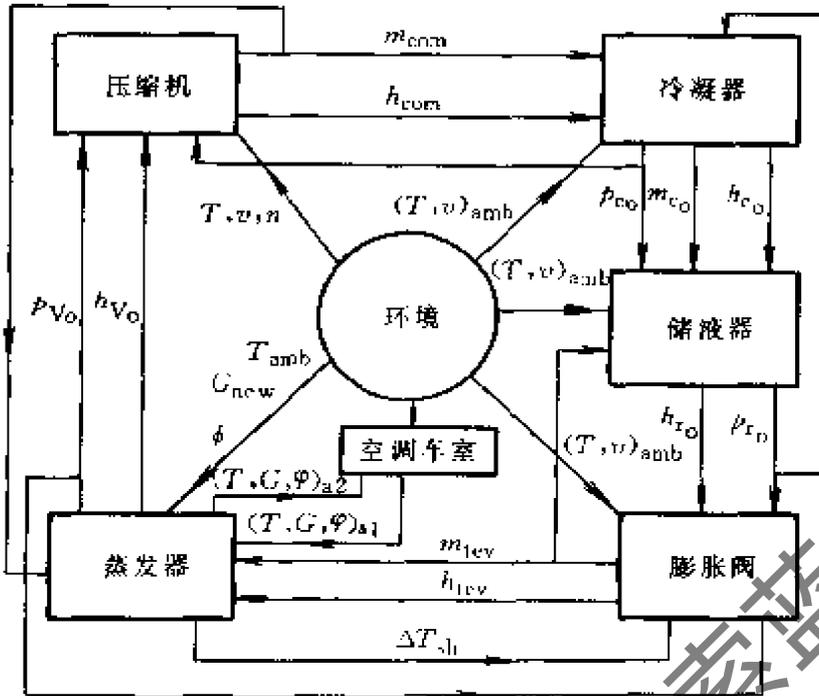


图2-18 汽车空调系统仿真计算各部件输入输出量的耦合关系

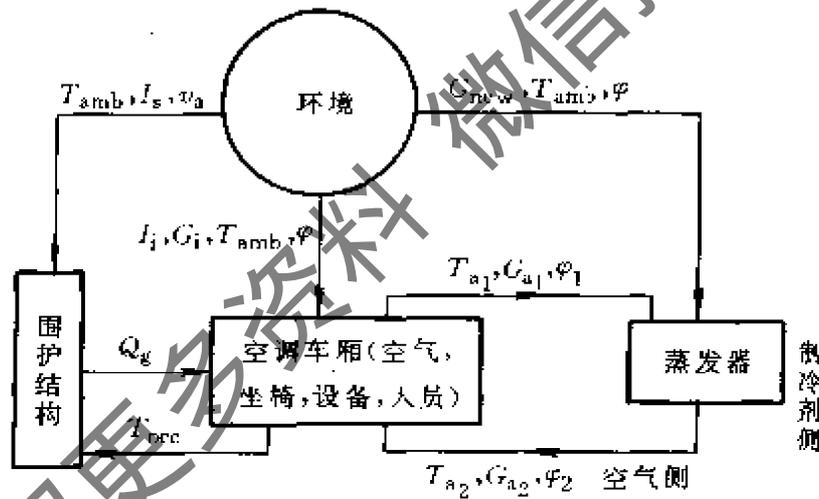


图2-19 空气循环回路中各部件输入输出参数关系

这样一个比较复杂的汽车空调系统的环境、车厢体内空气、制冷剂三部分的热质信号传递关系就基本划清，信号框图可以构成。在此基础上，就可以分别求取每个部件的数学模型，然后按信号框图中划定的信号关系，构成系统与设备的数学模型，开始系统动态仿真工作。

## 第3章 制冷装置各设备数学模型的建立

### 3.1 数学模型的形成原则

#### 3.1.1 概述

1) 静态是动态的起点与归宿。制冷系统热动力学研究的是系统和设备的动态过程。它重点研究的是制冷系统及设备中的不稳定过程，是一个稳态到另一个稳态的过渡，因此以往人们熟悉的静态特性是动态的特殊情况，即静态特性是动态特性的研究起点与归宿。制冷设备的数学模型显然应该包括静态模型和动态模型两部分。动态方程一般都是以时间为自变量的微分方程（组），与该微分方程组有关的初始条件和某些边界条件或自由项的计算就是稳态的一个方面。动态方程兼容了静态方程。例如，前述的壁温方程为

$$T_w \frac{d\theta_w}{dt} + \theta_w = K_1 \theta_0 + K_2 \theta_H \quad (3-1)$$

方程左边的第一项除外，就是其静态部分。

2) 当时间常数很小时，方程可以近似地看成是无惯性的比例环节，可以静态方程近似替代动态方程。理论上十分容易理解。如上述壁温动态方程，当时间常数 $T_w$ 很小而趋近于零时，对制冷剂温度干扰通道，该动态方程成了： $\theta_w = K_1 \theta_0$ ，是一个典型的无惯性比例环节。在制冷系统实际分析中，一般的说，当研究对象时间常数（惯性）很小时，其工作特性常用静态模型来代替。毛细管动态特性就常用稳态特性来代替，因为它的时间常数小（仅以秒计），比蒸发器与冷凝器等热交换器惯性要小得多，这样处理简便而引进的误差亦较小。因此，可以这样推理，相对小惯性的动态环节，常可做静态环节处理或并入其他大惯性

的动态环节共同考虑。

此外，制冷设备的稳态模型中还可能包括有工质热物理性的一些状态参数方程、某些传热方程（主要是热幅射及对流热）、流动阻力方程、能量转换方程等。推导制冷设备动态数学模型时，上述基本方程也必然涉及。

3) 数学模型的好坏决定了仿真优化的质量。同一对象，目的和任务不同，可以建立不同的数学模型。

动态数学模型的内容显然要比静态模型更为丰富、更为全面，要求在物质运动的过程中来分析和掌握其特性，自然其工作就比静态要复杂一些。但研究动态数学模型并非要把问题变得很复杂，为了使研究结果有实际价值，就必须对制冷系统和设备中发生的过程进行分析，进行科学的抽象，把握住事物的本质，突出其主要矛盾并适当兼顾处理其次要问题。因此动态数学模型建立过程中，总先要作简化假设，简化假设必须符合客观实际，这是正确建立数学模型的先决条件，否则就可能得到不真实结果，或者数学模型过于复杂，缺少实用价值意义。

制冷系统中各设备在运行时，包含着热量与质量的传递、相变、设备的机械运动。从停机到运行，再停机，这中间存在着不稳定过程，一般由许多传热、传质环节组成，实际上是复杂的分布参数模型的动态过程，它的动态分布参数模型，至今是世界上颇受关注的问题，存在问题甚多。因制冷系统及设备的计算机动态仿真、优化的准确与否，主要取决于其数学模型的好坏，如能做到简单而准确则是最为理想的，因此制冷设备的数学模型的正确求取，将是“制冷系统热动力学”中最为基本而重要的内容。

为了建立正确的制冷设备（对象）数学模型，总是先建立对象的物理模型。对事物进行定量和定性的分析及描述，常常有助于掌握主要特性，有助于对象的简化，并使用最少量的数学方程达到建立数学模型的目的，从而可避免许多数学处理上的繁琐手续（例如模型降阶手续），或避免得出不尽合理的数学表达形式。因此可以这么说，所得的数学模型永远不如客观对象的内容

丰富，因而不易获得到处都能适用的通用数学模型，而常常是对于同一对象，由于其任务和目的的不同，可以建立不相同的数学模型。例如蒸发数学模型，由于制冷剂一侧情况较为接近（对于不同类型的蒸发器），而另一侧由于换热形式，肋化系数等差异大，往往需要针对不同结构型式的蒸发器，另作专门的数学模型描写。又如冷凝器数学模型，按我们多年的实践表明，用于制冷系统动态仿真与优化用的冷凝器数学模型（电冰箱制冷系统），和用于冷凝器本身优化的数学模型，在其繁简程度上就明显不同<sup>[67]</sup>。又如全封闭制冷压缩机，压缩机本身优化设计用的数学模型<sup>[55]</sup>和制冷系统动态仿真用的模型<sup>[52]</sup>，其侧重点和简繁程度亦明显不同。即使是用同一目的和同一对象，由于作者的简化条件不同，也会得到不尽相同的模型。“制冷系统热动力学”的引人注意及困难之处，这也是主要原因之一。

### 3.1.2 建立数学模型的基本方法

#### (1) 理论方法

对实际过程作一定的合理的简化假设，从已成熟的定律出发，导出所求参数所满足的函数关系。

#### (2) 系统识别法

很多复杂的对象，一时无法从理论上分析得到其数学模型，如果我们不企求这类对象的通用数学模型，就可用此法。例如搞一专用设备的计算机控制，为获得其数学模型，就可用此法。实际上这是通过实测对象数据，作统计分析，找出其中各变量间的函数关系，其原理如图3-1所示：



图3-1 系统识别法原理图

输入某集合序列  $U(t)$  已知，采样测量系统规律亦应已知，输出集合序列  $Z(t)$  可知，则状态集合序列  $X(t)$  也是已知的，因为

$X(t)=Z(t)/Y(t)$ 。

未知的系统规律:

$$F(t) = \frac{Z(t)}{Y(t)U(t)} \quad (3-2)$$

要求取未知的运动系统的方程, 即  $U(t)$  与  $X(t)$  满足的函数关系式  $F(t)$  这样的问题, 统称为系统的识别。一般试验数据获得后, 可用最小二乘法回归分析, 将采样数据回归成多项式矩阵。一般更有效的做法是先凭经验数据定一个初步模型, 回归后观察其规律, 逐步改善, 达到需要的精度以后, 再加采用, 这种方法也叫“黑箱”法, 其缺点是不易得到通用规律, 所得回归方程的系数是某些常数, 故很难寻求热工几何参数变化对系数影响的规律。

### (3) 试验方法

有计划的作因子试验, 根据试验结果回归分析, 求得需要的函数。它和第2种方法有点相似, 模糊控制中求对象模型亦常用此法。

### (4) 联合法

通过理论分析, 确定数学模型的模型, 再通过试验, 确定其系数大小, 或者通过实验数据整理分析拟合, 确定各种形式制冷装置与部件数学模型的系数大小, 形成一定范围内通用的制冷装置及部件的数学模型。由于理论与实验反复修正, 此法变得比较理想, 便于推广应用。

为使数学模型有可解性与实用性, 在研究对象数学模型时, 先作必要的假设与简化, 然后再作实验验证并进行修正, 已是一条比较为本领域学者所公认的方法。制冷装置及其部件数学模型好与坏的质量标准是: 简单与准确。

## 3.1.3 数学模型建立中简化

### (1) 简化原则

制冷系统中各设备的动态过程很复杂, 描述该过程的参数不仅是时间的函数, 还是地点的函数 (可以是一维、二维及三维), 即该设备的参数具有分布特性。

在动态特性中，工质的状态参数间是非线性关系，工质与管壁的热物性和传热系数都在改变，这会导致动态方程变得很复杂，数学模型的阶数很高，给方程的解算带来很大困难，以致影响实用性。因此建立数学模型之前，对制冷设备的动态物理模型进行合理的简化，是一个必须面对而引入注目的问题。

50年代，为了简化换热器数学模型，就有学者提出，将换热器动态特性的传递函数展开成级数，计算出简化的系数，然后得到近似的传递函数。60年代，人们又提出将动态特性转换成频率特性，按高频段、低频段分开，分别以近似的方法计算对象的动态特性。70年代由于计算机技术的完善，人们开始考虑换热器动态过程的非线性因素。80年代后，国际上开始考虑把加权余量法（The Method of Weighted Residuals，简称MWR）应用于换热设备动态方程研究，将其偏微分方程简化为对时间的常微分方程。与有限差分法相比，这种方法减少了分段微元数，有效地降低了模型的阶数，并保证计算精度。

归纳地说，数学模型的简化条件是根据应用时对该模型的要求作出的。

简化的原则是：保留其主要和起支配作用的因素，忽略次要的因素，使之能用最少的参量，最简化的形式来描述对象的特点，尽可能使模型的阶数降低，并确保系统的稳定性。

按以上简化原则，开始考虑因素可全面些，按设备实际情况建立变系数、非线性、分布参数的偏微分方程，然后用常系数代替变系数，线性近似代替非线性，集中参数代替分布参数等方法中的一种或多种。数学模型简化、降阶，有的甚至可以考虑直接采用集中参数建立模型方程。很明显，这样有利于制冷设备结构设计的改进。系统设计效率的提高，也便于控制系统的设计和整定。

## （2）常用的简化方法

1)为使数学模型中的非线性因素（如热物理性参数、工质状态参数等）线性化，但仍保留模型参数的分布性，线性化的作法

是对制冷设备输入的扰动，使模型方程的变量在稳定点附近作小的改变，以差分（割线）代替微分（切线），实现线性化近似处理。数学上是对变量作台劳级数展开，略去高次项。例如，制冷工质的密度  $\rho = \rho(h, p)$  是个非线性函数，但工质密度  $\rho$  可以用比焓  $h$  和压力  $p$  的增量表示成线性关系：

$$\Delta \rho = \left( \frac{\partial \rho}{\partial h} \right)_p \Delta h + \left( \frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_h \Delta p \quad (3-3)$$

2) 采取平均值方法或采取经验拟合公式。实际动态分布参数过程中，制冷设备的工质状态参数如密度  $\rho$ ，物性参数如比热容  $C$  及放热系数  $\alpha$  均变化，导致数学模型成为变系数方程。为简化问题，使模型能类似常系数方程求解，必需对变系数加以处理，即将变系数沿换热设备长度积分所得的系数代替变系数。如以下式计算平均密度  $\bar{\rho}$

$$\bar{\rho} = \int_0^L \rho dL \quad (3-4)$$

对于  $\bar{c}$  和  $\bar{\alpha}$  亦以此类推。

当工质的热容量不是很大时，或压力温度变化不大时，如此处理精度甚好，制冷设备、换热器属于此列。在一些特殊场合，例如在换热器工况变化幅度很大，其状态参数和物性参数变化亦很大，可能出现明显非线性情况下，作动态特性计算时，就不能对模型作线性处理，此时可用经验公式或拟合公式（来自实验），或图表插值等方法来计算方程中的非线性变参数。

3) 在制冷冷凝器与蒸发器数学模型建立时，经常假设：在冷凝与蒸发管上，传热沿径向，忽略沿管轴向与周长方向传热。因此三维的传热模型可以简化成一维。

由于研究范围是在“微元体”中进行的，在该微元之上，金属表面径向不稳定传热方程为

$$\frac{\partial \theta_w}{\partial t} = a \frac{\partial^2 \theta_w}{\partial y^2} \quad (3-5)$$

若假定径向金属导热无惯性， $\lambda_y$  为金属热导率，因为金属

的热导性比制冷剂与空气的导热性要大得多，就可得出沿金属壁厚无温度梯度的结果，即壁温  $\theta_w$  沿方向无梯度。则壁温动态方程成了：

$$g_w C_w \frac{d\theta_w}{dt} = q_H - q_b \quad (3-6)$$

式中  $g_w$  —— 单位传热表面的质量；

$q_H$ 、 $q_b$  —— 加入与离开壁的热流量。

管壁越薄，上述简化后得到的数学模型越接近实际。

4) 整个冷凝器与蒸发器各参数视作分布参数（沿管长），但在单的“微分元体”内，各参数视作集中参数或是线性分布。这样采用动态分布参数分析法，在一个具体设备数学模型分析中会带来很多方便。

5) 对于有相变的热交换器，在二相区为简化问题，常认为汽液二相均匀混合，即认为是“均相模型”，认为二相间无速度差与剪切力产生，文献[4]与作者计算表明，产生的误差小于8%，但分析工作将大大简化。当然亦可作非均相模型处理<sup>[3]</sup>。在非均相模型中，如令相间切应力  $\sigma_r = 0$ ，就可直接得到均相模型，因此非均相模型更为一般，在锅炉动态特性研究中常用此法，在制冷装置中，则以均相为宜。

对单相热交换器，可以忽略工质密度与热容沿管长的变化，即  $\rho_k = \text{常数}$ ， $c_p = \text{常数}$ ，在小温降时，用此假设误差在5%以内<sup>[2]</sup>。对于过热器，温降较大时，误差不超过20%<sup>[6]</sup>。

典型简化假设还有许多，此处仅是择要举例。

### 3.1.4 常见的制冷装置及部件数学模型的形式

从自控原理中人们已熟知：对象的动态特性也叫数学模型。其表达形式很多，可以是微分方程，也可以是频率特性、传递函数，或飞升曲线。这是同一问题的几种表达形式。这里考虑到今后常求微分方程的数值解，用计算机进行数字仿真、优化来处理问题，因此讨论对象数学模型时，宜用微分（偏微分）方程的形

式。

在传热学中，描述无内热源的物体非稳态导热过程的动态方程为

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) \quad (3-7)$$

式中  $\alpha$ ——壁面材料对流换热系数。

在某些具体情况下，方程(3-7)可以简化成方程(3-5)或(3-6)的形式。对于方程(3-5)，问题就归结成如何解抛物型的二阶偏微分方程问题。它是“数理方程”中经典课题之一。某些特殊边界值条件下，亦有分析解。但求解讨论的困难在于边界条件有时随时间变化，具有随机性，解时困难大。有人提出新的解法思路：把随时间变化的边界条件，看作方程所描写系统的扰量，把方程的解看成是此扰量作用下，系统的反应。根据方程(3-5)线性和常系数这二个特点，先把时间变化的扰量曲线，分解成单个扰量，求出单个扰量作用下系统的总反应。但这样处理，就制冷装置来说，太繁琐。由于制冷装置中遇到大都是管状金属传热，因此不稳定传热方程大都可简化为

$$T_x \frac{\partial \theta}{\partial t} + X_x \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = K_1 \Delta \lambda + K \Delta M \quad (3-8)$$

此方程是典型的双曲线方程，不再是抛物方程或椭圆方程。从物理模型上分析：若认为热量（扰动）只在某一个特征方向传播，即沿特性线传播，就带来了问题的简化。

一般说，通用二阶偏微分方程的类型判别式为

$$aZ_{xx} + 2bZ_{xy} + cZ_{yy} = H(X, Y, Z, Z_x, Z_y) \quad (3-9)$$

若  $b^2 - ac < 0$  为椭圆方程，即热扰动遍及场的的所有方向。

若  $b^2 - ac = 0$  为抛物方程，即热量只发生在一个半无限大区域。

若  $b^2 - ac > 0$  为双曲线方程，即热量只沿特征线方向传递。

有了物理模型，引入简化假设后，一般利用：热平衡方程，能量平衡方程，连续流方程，动量守恒方程及状态方程等经典定律，对对象微元列方程字根相应方程，并简化系数，便于形成人们惯用的一些非线性方程：

能量平衡方程

$$T \frac{\partial h}{\partial \xi} + x \frac{\partial h}{\partial t} = q \quad (3-10)$$

热平衡方程（管温  $\theta_w$  为表征参数）

$$g_w c_w \frac{d\theta_w}{dt} = Q_H - \alpha_B F_B (\theta_w - \theta) \quad (3-11)$$

连续流方程

$$\frac{\partial q_m}{\partial \xi} + A \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (3-12)$$

状态方程

$$\rho = \rho(p, \theta) \quad h = h(p, \theta) \quad (3-13)$$

运动方程（动量平衡方程）

$$\rho \frac{\partial w}{\partial t} + \rho w \frac{\partial w}{\partial \xi} = f + \rho g \sin \beta \quad (3-14)$$

在3.3中将以蒸发器为实例推导，此处只要求了解其方程形式。

在上述方程中有二种非线性形式，函数的积以及参数与传热、传质系数的幂关系。用一般方法解方程是不可能的，只能用计算机作数值解。其好处是方程不一定要线性化。但如果微分方程用拉氏变换及频率特性（传递函数）法解，则必须先对非线性方程作线性化处理，即每个变量均写成初始值  $\theta_0$  和增量  $\Delta\theta$  的和，并代入系统方程，使系统成为线性增量方程，只要将干扰限制在小范围内，线性处理仍有足够精度。

## 3.2 单相过程热换热器动态方程的建立

这类对象数学模型(动态方程)的建立、求解相对比较简单。例如一般无相变水加热器,或制冷系统中的过热区、过冷区,其数学模型均属此类。

这里以蒸汽加热器为例(图3-1),简要讨论动态方程的建立过程,

如图3-2所示,水蒸气在加热器壳侧内流动并放热,管内流体吸热,其

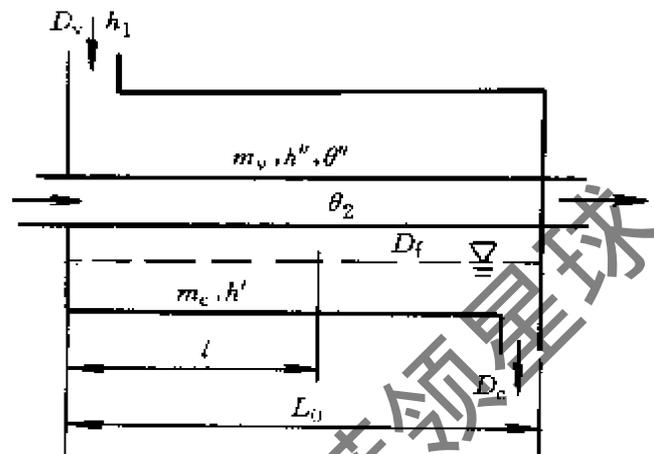


图3-2 蒸汽加热器示意图

出口温度不仅是壳侧蒸汽温度、流量的函数,而且随管侧入口温度、流量而变化。下面先建立加热器的动态方程,然后再求其传递函数。

### 3.2.1 简化假设

- 1) 壳侧流体的参数简化为集中参数。
- 2) 管内流体温度沿管长方向变化,而沿半径方向的温度分布是均匀的。
- 3) 换热系数在各处是一定的,其值只随管侧流体的流量而变化。
- 4) 壳体内凝结水位一定,传热管未浸泡在液体内。
- 5) 凝结水没有过冷度,以饱和温度向壳侧外排出。
- 6) 壳的外壁保温良好,不考虑散热损失。

### 3.2.2 动态方程式(考虑管壁和壳的比热容)

(1) 壳侧蒸汽的热平衡方程

$$\frac{d}{dt}(h''m_v + h'm_c) = h_1 D_v - h' D_c - \alpha_{sh} A_{sh} (\theta'' - \theta_{sh}) - \alpha_1 A_1 \int_0^l (\theta_1 - \theta_w) dl \quad (3-15)$$

式中  $D_V$  —— 进入壳侧的蒸汽流量;  
 $D_C$  —— 流出壳侧的凝结水流量;  
 $m_V$  —— 壳侧内储存的蒸发量;  
 $m_C$  —— 壳侧内储存的凝结水量;  
 $h_1$  —— 流入壳侧的蒸汽比焓;  
 $h''$  —— 壳侧内蒸汽的比焓;  
 $h'$  —— 壳侧内凝结水比焓;  
 $\theta$  —— 壳侧内蒸汽温度;  
 $\theta_2$  —— 管侧流体温度;  
 $\alpha$  —— 表面传热系数;  
 $A$  —— 单位长度的传热管表面积;  
 $\theta_w$  —— 传热管的温度;  
 $\theta_{sh}$  —— 壳的温度;  
 $\alpha_1$  —— 管外的放热系数;  
 $\alpha_{sh}$  —— 壳侧流体与壳的放热系数;  
 $A_{sh}$  —— 壳内侧的表面积;  
 $A_1$  —— 单管长的管外表面积。

(2) 壳的热平衡方程

$$c_{sh} \frac{d\theta_{sh}}{dt} = \alpha_{sh} A_{sh} (\theta'' - \theta_{sh}) \quad (3-16)$$

式中  $c_{sh}$  —— 壳的比热容。

(3) 管壁的热平衡方程

$$c_w \frac{\partial \theta_w}{\partial t} = \alpha_1 A_1 (\theta'' - \theta_w) - \alpha_2 A_2 (\theta_w - \theta_2) \quad (3-17)$$

式中  $c_w$  —— 传热管的比热容;  
 $\alpha_2$  —— 管内的对流换热系数;  
 $A_2$  —— 单位管长的管内表面积。

(4) 管内侧流体的热平衡方程

$$\frac{\partial \theta_2}{\partial t} + v_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial l} = \frac{\alpha_2 A_2}{c_2} (\theta_w - \theta_2) \quad (3-18)$$

(5) 壳侧流体的质量平衡方程

1) 蒸汽的质量平衡方程

$$\frac{d}{dt}(m_v) = D_v - D_f \quad (3-19)$$

2) 凝结水的质量平衡方程

$$\frac{d}{dt}(m_c) = D_f - D_c \quad (3-20)$$

3) 内容积方程

$$m_v v'' + m_c v' = V \quad (3-21)$$

4) 凝结水位方程

$$m_c v' = A_1 z \quad (3-22)$$

式中  $D_i$  —— 壳侧内凝结的蒸汽量;  
 $v''$  —— 壳侧内蒸汽的比体积;  
 $v'$  —— 壳侧内凝结水的比体积;  
 $V$  —— 壳侧内的体积(为定值);  
 $A_1$  —— 壳侧内凝结水位的面积;  
 $Z$  —— 壳侧内流体的液位(为定值)。

### 3.2.3 方程的线性化

将方程式(3-15)~(3-18)中的各变量在稳定值附近作小的变动,对方程进行线性化处理(忽略二阶以上的项)。并将壳侧蒸发比焓、凝结水比焓以及蒸汽和凝结水的比容、饱和温度等表示为压力的函数,考虑两侧流体、管壁和壳的热容,则上面的方程变为如下形式:

$$\begin{aligned}
 & h'' \frac{d}{dt}(\Delta m_v) + h' \frac{d}{dt}(\Delta m_c) + \left[ m_v \left( \frac{\partial h''}{\partial p} \right) + m_c \left( \frac{\partial h'}{\partial p} \right) \right] \frac{d}{dt}(\Delta p) \\
 & = h_1 \Delta D_v - h' \Delta D_c + \left[ D_v \left( \frac{\partial h_1}{\partial p} \right) - D_c \left( \frac{\partial h'}{\partial p} \right) \right] \Delta p \\
 & - \alpha_{sh} A_{sh} (\Delta \theta'' - \Delta \theta_{sh}) - \alpha_1 A_1 \int_0^{L_0} (\Delta \theta_1 - \Delta \theta_w) dl \quad (3-23)
 \end{aligned}$$

$$c_{sh} \frac{d}{dt}(\Delta \theta_{sh}) = \alpha_{sh} A_{sh} (\Delta \theta'' - \Delta \theta_{sh}) \quad (3-24)$$

$$\begin{aligned}
 c_w \frac{\partial}{\partial t}(\Delta \theta_w) & = \alpha_1 A_1 (\Delta \theta'' - \Delta \theta_w) - \alpha_2 A_2 (\Delta \theta_w - \Delta \theta_2) \\
 & - (\theta_w - \theta_2) A_2 \frac{\partial \alpha_2}{\partial D_2} \Delta D_2 \quad (3-25)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial}{\partial t}(\Delta \theta_2) + v_2 \frac{\partial}{\partial l}(\Delta \theta_2) + \left( \frac{\partial \theta_2}{\partial l} \right) \Delta v_2 \\
 & = \frac{\alpha_2 A_2}{c_2} (\Delta \theta_w - \Delta \theta_2) + \frac{A_2}{c_2} (\theta_w - \theta_2) \frac{\partial \alpha_2}{\partial D_2} \Delta D_2 \quad (3-26)
 \end{aligned}$$

方程(3-23)~(3-26)就是线性化后的蒸汽加热器动态方程。最值得注意的是，对于这类热交换器，虽然加热侧有蒸汽冷凝成水放出潜热的过程，但不象下一节所讨论的制冷蒸发（冷凝）器，必须考虑相变时的汽液摩擦力，方程中不会出现“动量平衡方程”，也不会有干度 $\chi$ 变化方程。本例中管内侧工质始终温度为 $\theta_2$ ，单相。

如果有相变，则动态方程须另行分析。

### 3.3 叉流传热制冷蒸发器动态方程组推导(分布参数法)

#### 3.3.1 必要的假设

在制冷蒸发器中，至少可以分成二个区域，一个液、汽共存的二相区和一个过热蒸汽区。

蒸汽干度  $\chi$ ，壁温  $\theta_w$ ，过热蒸汽温度  $\theta_s$  均应是分布参数，传热是不稳定的。因此，这参数在蒸发器中均不能简单视作一阶环节或带延迟的一阶环节。严格说来，不稳定传热的蒸发器各参数数学模型的阶数是无穷多，但这样的模型没有实用价值。因此，设法把对象划分足够小的“微元”，在“微元”内以集中参数代替分布参数是必要的，然后把适于“微元”的微分方程推广到全对象（蒸发器）。

为了使数学模型推导方便进行，作下列必要的假设：

1) 传热仅沿蒸发器径向进行而忽略轴向传热；因管壁较薄，忽略径向温度梯度。

2) 在二相区，制冷剂气泡和液体充分均匀混合。

3) 冷剂在管中，只考虑轴向运动，径向运动忽略。

4) 水平管重力场不做功。

5) 由于冷剂流速变化引起的动能和摩擦功忽略。

6) 各个“微元”中的物性参数为常数。

#### 3.3.2 流量平衡方程（连续流方程）

在二相区中，取一如图3-3所示微元，对该“微元”列出流量平衡方程。

按假设3)，只须考虑沿轴向  $\xi$  的散度，故可简化成一维方式

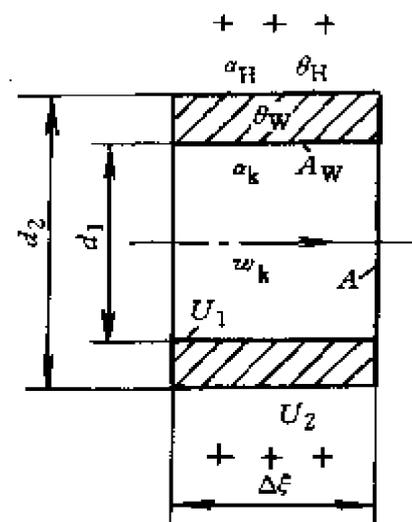


图3-3 叉流传热蒸发器微元模型

处理其流量平衡方程。按质量守恒原理， $\Delta T$  时间内， $\Delta V$  体积内的质量变化应等于流入与流出  $\Delta V$  的质量差，可导出

$$\frac{\partial \rho_k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} (\rho_k w_k) = 0 \quad (3-27)$$

这就是冷剂的连续流方程。

考虑到

$$X = X(\xi, t)$$

$$\rho_k = \rho_k(\xi, t)$$

$$w_k = w_k(\xi, t)$$

(3-28)

当  $w_k = \frac{m_k}{\rho_k A} = \text{常数}$

(3-29)

则式(3-27)可写成

$$\frac{\partial \rho_k}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial m_k}{\partial \xi} = 0 \quad (3-30)$$

由式(3-30)可推出

$$\frac{\partial \rho_k}{\partial t} + w_k \frac{\partial \rho_k}{\partial \xi} = 0 \quad (3-31)$$

式(3-31)描述了冷剂密度沿二相区的变化。式(3-31)的边界及初始条件为

$$\rho_k(\xi = 0, t) = \rho_k^*$$

$$\rho_k(\xi = L, t) = \rho_{ka}(L); \quad \left. \frac{\partial \rho_k}{\partial \xi} \right|_{\xi=L} = 0 \quad (3-32)$$

在稳定工况下 ( $\frac{\partial \rho_k}{\partial t} = 0$ )，冷剂密度沿管长的分布可用图3-2

描述。

式(3-31)的精确解不易求得，故可把式(3-31)对管长离散，按图3-4可对式(3-21)逐段求积，得积分近似值。

零阶近似  $\rho_{kai} = 0 \quad (3-33)$

一阶近似  $\rho_{kai} = a \rho_{ke} + b \rho_{ka} + C_i \quad (3-34)$

精确解可由积分式(3-35)求取。

$$\rho_{k_{ai}}(t) = \int_{\xi}^{\xi+a} \frac{\partial \rho_k(\xi, t)}{\partial \xi} d\xi \quad (3-35)$$

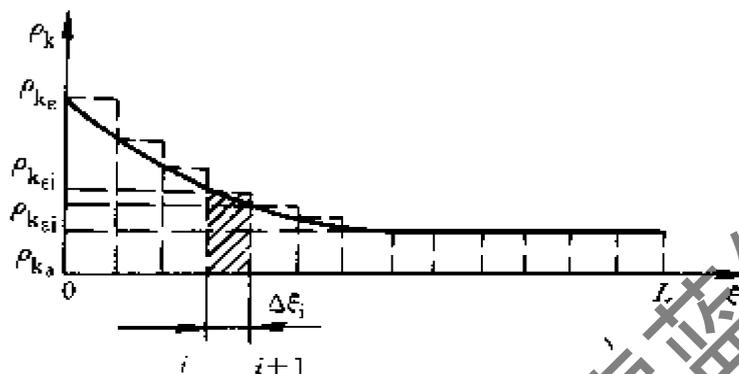


图3-4 不稳定工况下，沿管长制冷剂密度分布

### 3.3.3 冲量守恒方程

在压力降情况下的流动和流速较高并有相变的情况下，应考虑冲量平衡问题。按图3-5微元冲量平衡模型列出冲量平衡方程：

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi_k w_k) + \frac{\partial}{\partial \xi}(\rho_k w_k^2 + P') + \rho_k g \sin \beta = 0 \quad (3-36)$$

考虑到式(3-28)，故

$$\rho_k \frac{\partial w_k}{\partial t} + \rho_k w_k \frac{\partial w_k}{\partial \xi} + \frac{\partial P'}{\partial \xi} + \rho_k g \sin \beta = 0 \quad (3-37)$$

若水平管  $\sin \beta = 0$ ， $\rho_k g$  为微量元中制冷剂的质量， $P'$  为微量元中制冷剂的表面张力。设  $P'$  为微量元中制冷剂静压力， $F$  为制冷剂微量元与壁间摩擦力， $P'$  为表面压力， $-P' = P$ ，则

$$F = P + P'$$

故冲量平衡方程可写成：

$$\rho_k \left( \frac{\partial w_k}{\partial t} + w_k \frac{\partial w_k}{\partial \xi} \right) + \rho_k g \sin \beta = \frac{\partial P}{\partial \xi} \quad (3-38)$$

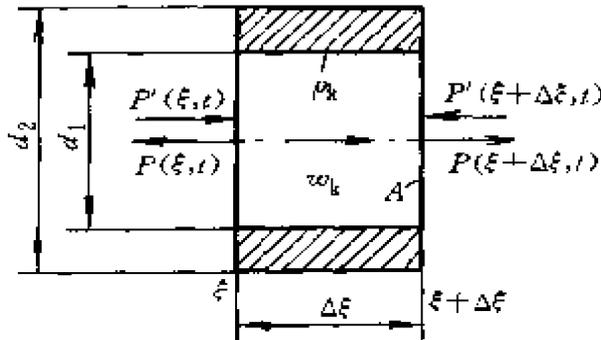


图3-5 冲量平衡微元模型

### 3.3.4 能量平衡方程

仍以图3-1所示的微元为研究对象。

设内能

$$U = h - \frac{P}{\rho_k} \quad (3-39)$$

总能量为

$$E = \frac{1}{2} w_k^2 + U \quad (3-40)$$

则有

$$\frac{\partial(\rho_k E)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \rho_k E w_k + P' w_k + q \frac{A_w}{A} \right) = 0 \quad (3-41)$$

将式(3-39)代入式(3-41)，并考虑应用式(3-28)，可得

$$\begin{aligned} \rho_k w_k \frac{\partial w_k}{\partial t} + \rho_k \frac{\partial u}{\partial t} + \rho_k w_k \frac{\partial u}{\partial \xi} + \rho_k w_k^2 \frac{\partial w_k}{\partial \xi} \\ + P \frac{\partial w_k}{\partial \xi} + w_k \frac{\partial P'}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \xi} (q) \frac{A_w}{A} = 0 \end{aligned} \quad (3-42)$$

则

$$\rho_k \frac{\partial u}{\partial t} + \rho_k w_k \frac{\partial u}{\partial \xi} + P \frac{\partial w_k}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \xi} (q) \frac{A_w}{A} = 0 \quad (3-43)$$

$$\rho_k \left( \frac{\partial h}{\partial t} + w_k \frac{\partial h}{\partial \xi} \right) = \frac{\partial p}{\partial t} + w_k \frac{\partial p}{\partial \xi} + P \frac{\partial w_k}{\partial \xi} - \frac{\partial}{\partial \xi} (q) \quad (3-44)$$

式(3-44)就是制冷剂微元的能量平衡方程的基本形式。

在二相区，我们引入蒸汽干度  $x$  作为新变量，就有可能利

用制冷剂诺膜图，计算中将比引入汽泡比 $\alpha$ 要方便。

在二相区：

$$h = h_F + \chi(h_g - h_F) = h_F + \chi h_v \quad (3-45)$$

应注意的是： $h = h(\xi, P, t)$ ,  $P = P(t, \xi)$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \left( \frac{\partial h_F}{\partial P} + \chi \frac{\partial h_v}{\partial P} \right) \frac{\partial P}{\partial t} + h_v \frac{\partial \chi}{\partial t} \quad (3-46)$$

$$\frac{\partial h}{\partial \xi} = \left( \frac{\partial h_F}{\partial P} + \chi \frac{\partial h_v}{\partial P} \right) \frac{\partial P}{\partial \xi} + h_v \frac{\partial \chi}{\partial \xi} \quad (3-47)$$

将式(3-46)、(3-47)代入式(3-44)，得

$$\rho_k h_v \left( \frac{\partial \chi}{\partial t} + w_k \frac{\partial \chi}{\partial \xi} \right) = \frac{\partial P}{\partial t} + w_k \frac{\partial P}{\partial \xi} \left[ 1 - \rho_k \left( \frac{\partial h_F}{\partial P} + \chi \frac{\partial h_v}{\partial P} \right) \right] - p \frac{\partial w_k}{\partial \xi} - \frac{\partial q}{\partial \xi} \frac{A_w}{A} \quad (3-48)$$

由  $A_w = U_1 \Delta \xi$

$$\frac{A_w}{A} \frac{\partial q}{\partial \xi} = \frac{A_w}{A} \alpha w U_1 (\theta_v - \theta_w) \quad (3-49)$$

将式(3-49)代入式(3-48)，得

$$\begin{aligned} \frac{\rho_k h_v A}{\alpha_k U_1} \frac{\partial \chi}{\partial t} + \frac{\rho_k h_v w_k A}{\alpha_k U_1} \frac{\partial \chi}{\partial \xi} = \frac{A}{\alpha_k U_1} \left[ \left( \frac{\partial p}{\partial t} + w_k \frac{\partial p}{\partial \xi} \right) \right. \\ \left. \times \left( 1 - \rho_k \left( \frac{\partial h_F}{\partial p} + \chi \frac{\partial h_v}{\partial p} \right) \right) - p \frac{\partial w_k}{\partial \xi} \right] - (\theta' - \theta_w) \end{aligned} \quad (3-50)$$

$$T_x = \frac{\rho_k h_v A}{\alpha_k U_1}$$

$$\text{令 } \chi_x = \frac{\rho_k h_v w_k A}{\alpha_k U_1} = \frac{q_{m_k} h_v}{\alpha_k U_1} = T_x w_k \quad (3-51)$$

$$D(p) = \frac{A}{\alpha_k U_1} \left[ \left( \frac{\partial p}{\partial t} + w_k \frac{\partial p}{\partial \xi} \right) \left( 1 - \rho_k \left( \frac{\partial h_F}{\partial p} + \chi \frac{\partial h_v}{\partial p} \right) \right) - p \frac{\partial w_k}{\partial \xi} \right]$$

$$T_{xx} \frac{\partial \chi}{\partial t} + \chi_k \frac{\partial \chi}{\partial \xi} = D(p) - (\theta' - \theta_w) \quad (3-52)$$

式(3-52)就是对一个微元导出的蒸汽干度动态方程,若沿管长的压力变化时,忽略传热影响,则 $D(p)$ 项可以不计。

十分有意义的是:当 $(\theta_w - \theta') > 0$ ,式(3-52)是蒸发器动态方程;当 $(\theta_w - \theta') < 0$ ,式(3-52)就是冷凝动态方程(当然这里要用冷凝器表面传热系数 $\alpha_k$ 代入)。

因为湿蒸汽可压缩,故在蒸发器热交换时,必然同时发生流量与冲量平衡问题,故分析静压力沿管长 $\xi$ 变化时,应从流量和冲量平衡方程出发。

由式(3-38)

$$\frac{\partial p}{\partial \xi} = \rho_k \left( \frac{\partial w_k}{\partial t} + w_k \frac{\partial w_k}{\partial \xi} \right) + \rho_k g \sin \beta \quad (3-53)$$

考虑到式(3-30)和式(3-27),可写成

$$\frac{\partial p}{\partial \xi} = \frac{\partial F}{\partial \xi} - \frac{\partial p'}{\partial \xi} = \frac{1}{A} \frac{\partial m_k}{\partial t} - \frac{m_k}{\rho_k A} \frac{\partial \rho_k}{\partial t}$$

$$+ \frac{m_k}{\rho_k A^2} \frac{\partial m_k}{\partial \xi} - \frac{m_k^2}{A^2 \rho_k^2} \frac{\partial \rho_k}{\partial \xi} + \rho_k g \sin \beta \quad (3-54)$$

静压力对地点的偏导数为

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial \xi} = & -\frac{1}{A} \frac{\partial m_k}{\partial t} + \frac{m_k}{\rho_k A} \frac{\partial \rho_k}{\partial t} - \frac{m_k}{\rho_k A^2} \frac{\partial m_k}{\partial \xi} \\ & + \frac{m_k^2}{A^2 \rho_k^2} \frac{\partial \rho_k}{\partial \xi} + \frac{\partial F}{\partial \xi} - \rho_k g \sin \beta \end{aligned} \quad (3-55)$$

又考虑到 
$$\frac{\partial m_k}{\partial \xi} = -\frac{1}{A} \frac{\partial \rho_k}{\partial t}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial \xi} = & \frac{\frac{\partial F}{\partial \xi} - \frac{1}{A} \left( \frac{\partial m_k}{\partial t} - 2 \frac{m_k}{\rho_k} \left( \frac{\partial \rho_k}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial \rho_k}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial t} \right) - \frac{m_k^2}{A \rho_k^2} \frac{\partial \rho_k}{\partial \xi} \frac{\partial \rho_k}{\partial t} \right)}{1 - \frac{m_k^2}{\rho_k^2 A^2} \frac{\partial \rho_k}{\partial p}} \\ & - \frac{\rho_k g \sin \beta}{1 - \frac{m_k^2}{\rho_k^2 A^2} \frac{\partial \rho_k}{\partial p}} \end{aligned} \quad (3-56)$$

由于 
$$\frac{\partial F}{\partial \xi} = -\left( \frac{\partial p}{\partial \xi} \right)_{\text{verl}}$$
 (沿管路的压力损失)

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial \xi} = & \frac{-\left( \frac{\partial p}{\partial \xi} \right)_{\text{verl}} - \frac{1}{A} \left( \frac{\partial m_k}{\partial t} - 2 \frac{m_k}{\rho_k} \left( \frac{\partial \rho_k}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial \rho_k}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial t} \right) - \frac{m_k^2}{A \rho_k^2} \frac{\partial \rho_k}{\partial \xi} \frac{\partial \rho_k}{\partial t} \right)}{1 - \frac{m_k^2}{\rho_k^2 A^2} \frac{\partial \rho_k}{\partial p}} \\ & - \frac{\rho_k g \sin \beta}{1 - \frac{m_k^2}{\rho_k^2 A^2} \frac{\partial \rho_k}{\partial p}} \end{aligned} \quad (3-57)$$

对式(3-57)的物理意义进行分析与讨论:

1) 蒸发器中制冷剂的静压力沿管长的变化,可按式(3-57)分析。此式是分析蒸发管中各物理参数对蒸发器中制冷剂干度、比焓

及温度变化规律的依据。

式中  $\left(\frac{\partial p}{\partial \xi}\right)_{\text{verl}}$  —— 制冷剂沿蒸发管长的静压力损失；

$\rho_k g \sin \beta$  —— 重力对静压力变化的影响，水平管时，该项可忽略；

$\frac{1}{A} \frac{\partial m_k}{\partial t}$  —— 流量变化对静压力影响；

$w_k \frac{\partial \rho_k}{\partial t}$ 、 $w_k^2 \frac{\partial \rho_k}{\partial \xi}$ 、 $w_k^2 \frac{\partial \rho_k}{\partial p}$  —— 分别为密度变化率，密度沿  $\xi$  方向变化梯度和密度随静压变化梯度对静压力的影响。

2) 式(3-57)在压力较小时，分母的影响显得更为重要，因为低压时， $v''/v' \gg 1$ ，若式(3-57)的分母趋于零，意味着沿蒸发器管长： $\frac{\partial p}{\partial \xi} \rightarrow \infty$ ，而  $\frac{\partial \rho_k}{\partial p}$  为常数时，

$$\frac{1}{\rho_k^2} \frac{\partial \rho_k}{\partial p} = - \left[ (1-X) \frac{\partial v'}{\partial p} + X \frac{\partial v''}{\partial p} \right] = \frac{1}{\left(\frac{m_k}{A}\right)^2} \quad (3-58)$$

将出现临界流量，对于恒定管径的蒸发器，这只能出现在管末端，这一临界的流量可以加强流量与能量平衡。

3) 影响二相流动的力有：惯性力  $\rho_k \frac{w_k^2}{2g}$ ，粘性力

$F_\eta = \frac{w_k \mu}{D}$  ( $D$  为特征长度)，重力及表面张力 ( $P = F - P'$ )，按伯努

利方程，上述各力的关系示于图3-6，在任一截面，全压为常数。

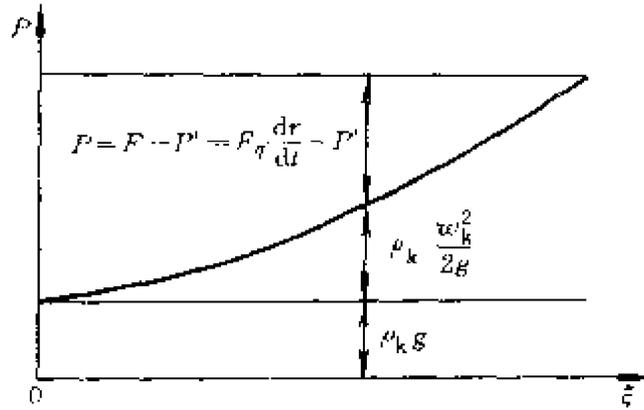


图3-6 二相流动时, 各种作用力关系图

$F$ —粘性力  $r$ —剪切角  $\frac{dr}{d\xi}$ —剪切速度

4) 计算与试验表明, 管壳式交叉流蒸发器的压力变化甚小, 计算中为了简化, 可以忽略 $D(P)$ 项。

### 3.3.5 二相区焓值动态方程

因为 
$$\frac{\partial q}{\partial \xi} = \frac{1}{A_w} \alpha_k U_1 (\theta' - \theta_w) \quad (3-59)$$

将式(3-59)代入式(3-44), 得

$$\begin{aligned} & \frac{\rho_k A}{\alpha_k U_1} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{m_k}{\alpha_k U_1} \frac{\partial h}{\partial \xi} \\ &= \frac{A}{\alpha_k U_1} \left[ \left( \frac{\partial p}{\partial t} + w_k \frac{\partial p}{\partial \xi} \right) - F \frac{\partial w_k}{\partial \xi} \right] + \theta_w - \theta' \end{aligned} \quad (3-60)$$

$$T'_x \frac{\partial h}{\partial t} + \chi'_x \frac{\partial h}{\partial \xi} = D'(p) + (\theta_w - \theta') \quad (3-61)$$

其中 
$$T'_x = \frac{\rho_k A}{\alpha_k U_1} \quad \chi'_x = \frac{q_{m_k}}{\alpha_k U_1}$$

$$D'(p) = \frac{A}{\alpha_k U_1} \left[ \left( \frac{\partial p}{\partial t} + w_k \frac{\partial p}{\partial \xi} \right) - F \frac{\partial w_k}{\partial \xi} \right] \quad (3-62)$$

### 3.3.6 二相区壁温动态方程

若把壁温视作分布参数, 则蒸发器管壁温度动态方程问题, 可以看成在沿管长 $0 < \xi < L$ ,  $t > 0$ 区域内的典型的双曲线型边值问题。但我们已假设沿管轴向无传热, 而对流换热系数 $\alpha$ 值甚

小, 可认为  $\alpha \frac{\partial^2 \theta_w}{\partial \xi^2} = 0$ ; 则按图3-1, 以管壁微元为对象, 建立

其热平衡方程, 问题尚可简化些, 这里假设管壁甚簿, 忽略管壁径向梯度, 把壁温微元视作集中容积对象。则有

$$\rho_w c_w A_w \frac{d\theta_w}{dt} = \alpha_H U_2 (\theta_H - \theta_w) - \alpha_k U_1 (\theta_w - \theta') \quad (3-63)$$

或

$$\frac{\rho_w c_w A_w}{\alpha_k U_1 + \alpha_H U_2} \frac{d\theta_w}{dt} = \frac{\alpha_H U_2}{\alpha_k U_1 + \alpha_H U_2} (\theta_H - \theta_w) - \frac{\alpha_k U_1}{\alpha_k U_1 + \alpha_H U_2} (\theta_w - \theta')$$

这里

$$A_w = U_2 \Delta \xi$$

令

$$T_w = \frac{\rho_w c_w A_w}{\alpha_k U_1 + \alpha_H U_2} \quad K_1 = \frac{\alpha_k U_1}{\alpha_k U_1 + \alpha_H U_2}$$

$$K_2 = \frac{\alpha_H U_2}{\alpha_k U_1 + \alpha_H U_2} \quad (K_1 + K_2 = 1)$$

则

$$T_w \frac{d\theta_w}{dt} = K_2 (\theta_H - \theta_w) + K_1 (\theta' - \theta_w) \quad (3-64)$$

或

$$\frac{d\theta_w}{dt} = K_2' (\theta_H - \theta_w) + K_1' (\theta' - \theta_w) \quad (3-65)$$

$$K_1' = \frac{\alpha_k U_1}{\rho_w c_w A_w} \quad K_2' = \frac{\alpha_k U_2}{\rho_w c_w A_w} \quad (K_1' + K_2' \neq 1) \quad (3-66)$$

### 3.3.7 水侧温度动态方程

按图3-3, 以水侧微元为研究对象, 对水微元建立质量与能量平衡方程, 并以水的质量与冲量方程代入其能量方程, 可以得到和冷剂蒸汽干度方程(3-37)相似的方程, 并注意到叉流时水的流

向（沿  $\eta$  向），可得

$$\rho_H \left( \frac{\partial h_H}{\partial t} + w_H \frac{\partial h_H}{\partial \eta} \right) = \frac{\partial P_H}{\partial t} + w_H \frac{\partial P_H}{\partial \eta} + \rho_H \frac{\partial w_H}{\partial \eta} - \frac{\partial j q_H}{\partial \eta} \quad (3-67)$$

考虑到水侧为单相流动，并有水泵保压，水流速  $w_H$  沿  $\eta$  向变化，可以不计，视作  $\rho_H \frac{\partial w_H}{\partial \eta} = 0$ ，而水与管壁间传热仅取决于

管子尺寸与排列：

$$\frac{\partial j q_H}{\partial \eta} = \Delta q \frac{dA_w}{dV} = \Delta q \frac{\Delta \xi F d_2}{\Delta \xi F d_2 \delta_H} = \frac{\Delta q}{\delta_H} = \frac{\alpha_H (\theta_w - \theta_H)}{\delta_H} \quad (3-68)$$

$$\text{故 } \rho_H c_{PH} \left( \frac{\partial \theta_H}{\partial t} + w_H \frac{\partial \theta_H}{\partial \eta} \right) = \frac{\partial P_H}{\partial t} + w_H \frac{\partial P_H}{\partial \eta} + \frac{\alpha_H}{\delta_H} (\theta_w - \theta_H)$$

$$\frac{\partial \theta_H}{\partial t} + w_H \frac{\partial \theta_H}{\partial \eta} = \frac{1}{\rho_H + c_{PH}} \left( \frac{\partial P_H}{\partial t} + w_H \frac{\partial P_H}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{T_H} (\theta_w - \theta_H) \quad (3-69)$$

$$T_H = \frac{\rho_H c_{PH} \delta_H}{\alpha_H}$$

式中  $\delta_H$  —— 管间水流通当量距离， $\delta_H = \frac{4a^2 - Fd_2^2}{4Fd_2}$ 。

$$\text{令 } D_H(P) = \frac{1}{\rho_H c_{PH}} \left( \frac{\partial P_H}{\partial t} + w_H \frac{\partial P_H}{\partial \eta} \right)$$

若水压稳定  $D_H(P) = 0$

$$\text{则 } \frac{\partial \theta_H}{\partial t} + w_H \frac{\partial \theta_H}{\partial \eta} = D_H(P) + \frac{1}{T_H} (\theta_w - \theta_H) \quad (3-70)$$

$$\text{或 } \frac{\partial \theta_H}{\partial t} + w_H \frac{\partial \theta_H}{\partial \eta} = \frac{1}{T_H} (\theta_w - \theta_H) \quad (3-71)$$

### 3.3.8 制冷剂过热温度动态方程

按图3-7叉流传热过热蒸汽微元模型，由于过热蒸汽只考虑轴向运动，传热只考虑径向，则参阅二相区热平衡方程(3-41)，可得过热蒸汽平衡方程为

$$\frac{\partial(\rho_s E_s)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial \xi} \left( \rho_s w_s E_s - P w_s + \frac{q A_w}{A} \right) \quad (3-72)$$

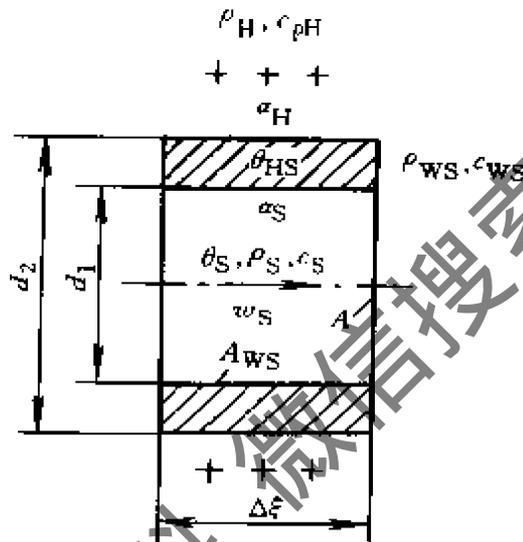


图3-7 叉流传热过热蒸汽管段微元模型

因 
$$E_s = \frac{1}{2} w_s^2 + U_s \quad U_s = h_s - \frac{P_s}{\rho_s}$$

故(3-72)可写成

$$\begin{aligned} & \rho_s w_s \frac{\partial w_s}{\partial t} + \frac{1}{2} w_s^2 \frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \rho_s \frac{\partial h_s}{\partial t} + h_s \frac{\partial \rho_s}{\partial t} - \frac{\partial P_s}{\partial t} \\ & = -\frac{3}{2} \rho_s w_s^2 \frac{\partial w_s}{\partial \xi} - \frac{1}{2} w_s^2 \frac{\partial w_s}{\partial \xi} - \rho_s w_s \frac{\partial h_s}{\partial \xi} - \rho_s h_s \frac{\partial w_s}{\partial \xi} \\ & \quad - h_s w_s \frac{\partial \rho_s}{\partial \xi} + w_s \frac{\partial \rho_s}{\partial \xi} + P_s \frac{\partial w_s}{\partial \xi} \\ & \quad - \frac{A_w}{A} \frac{\partial q}{\partial \xi} + w_s \frac{\partial P_s}{\partial \xi} + P_s \frac{\partial w_s}{\partial \xi} \end{aligned} \quad (3-73)$$

考虑到下列关系:

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial t} + w_s \frac{\partial \rho_s}{\partial \xi} + \rho_s \frac{\partial w_s}{\partial \xi} = 0 \quad (\text{过热蒸汽连续流方程})$$

$$\rho_s \left( \frac{\partial w_s}{\partial t} + w_s \frac{\partial w_s}{\partial \xi} \right) = w_s \frac{\partial \rho_s}{\partial \xi} \quad (\text{过热蒸汽冲量平衡方程})$$

$$F_s = P_s + p'_s$$

则式(3-73)可简化为

$$\begin{aligned} \rho_s \left( \frac{\partial h_s}{\partial t} + w_s \frac{\partial h_s}{\partial \xi} \right) &= \frac{\partial P_s}{\partial t} + F_s \frac{\partial w_s}{\partial \xi} + w_s \frac{\partial \rho_s}{\partial \xi} - \frac{A_w}{A} \frac{\partial q}{\partial \xi} \\ &\quad \times \frac{1}{A_w} \alpha_s U_1 (\theta_s - \theta_{ws}) \end{aligned} \quad (3-74)$$

$$\begin{aligned} \frac{r_{sps} c_{ps} A}{\alpha_s U_1} \frac{\partial \theta_w}{\partial t} + \frac{r_{sps} c_{ps} w_s A}{\alpha_s U_1} \frac{\partial \theta_s}{\partial \xi} \\ = \frac{A}{\alpha_s U_1} \left[ \left( \frac{\partial p_s}{\partial t} + w_s \frac{\partial p_s}{\partial \xi} \right) - F_s \frac{\partial w_s}{\partial \xi} \right] + \theta_{ws} - \theta_s \end{aligned} \quad (3-75)$$

$$T_s = \frac{\rho_s c_{ps} A}{\alpha_s U_1}$$

$$\chi_s = \frac{q_{ms} c_{ps}}{\alpha_s U_1}$$

$$D(p) = \frac{A}{\alpha_s U_1} \left[ \left( \frac{\partial p_s}{\partial t} + w_s \frac{\partial p_s}{\partial \xi} \right) - F_s \frac{\partial w_s}{\partial \xi} \right]$$

$$T_s \frac{\partial \theta_s}{\partial t} + \chi_s \frac{\partial \theta_s}{\partial \xi} = D_s(p) - (\theta_s - \theta_{ws}) \quad (3-76)$$

因过热区为单相流动, 通常,  $D_s(p)$  值甚小, 实用计算中, 可

以不计，但在物理热工分析时需保留。

$$\text{即} \quad T_s \frac{\partial \theta_s}{\partial t} + \chi_s \frac{\partial \theta_s}{\partial \xi} = \theta_{ws} - \theta_s \quad (3-77)$$

过热区的起点  $\chi = 1$  是运动的，它取决于蒸汽干度方程的解，若近似地把蒸发器看成是二相区、过热区组成（严格说尚有一干燥区），则其关系如图3-8。

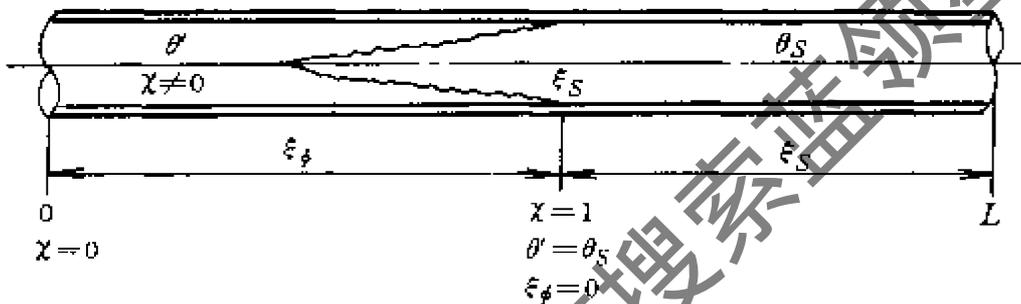


图3-8 二相区与过热区的组成

### 3.3.9 过热区管壁温度动态方程

其动态方程形式和二相区壁温方程相同，只须更改相应参数的名称。

$$T_{ws} \frac{\partial \theta_{ws}}{\partial t} = \frac{\alpha_s U_1}{\alpha_s U_1 + \alpha_H U_2} (\theta_s - \theta_{ws}) + \frac{\alpha_H U_2}{\alpha_s U_1 + \alpha_H U_2} (\theta_H - \theta_{ws}) \quad (3-78)$$

其中  $T_{ws} = \frac{\rho_{ws} c_{ws} A_{ws}}{\alpha_s U_1 + \alpha_H U_2}$        $A_{ws} = U_2 \Delta \xi$

### 3.3.10 若干系数的确定

在式(3-52)和式(3-57)中的一系列的偏导数，若要精确分析方程，需事先确定之。

1)  $\frac{\partial m_k}{\partial t}$   $m_k$  为制冷剂的质量流速(kg/s)，故  $\frac{\partial m_k}{\partial t}$  为冷剂的质

量加速度(kg/s<sup>2</sup>)，如本试验装置， $m_k = 400\text{L/h} = 0.1456 \text{ kg/s}$ 。

$$2) \left( \frac{\partial \rho_k}{\partial p} \right)_x, \left( \frac{\partial \rho_k}{\partial \chi} \right)_p$$

方法1: 从R12的 $p-h$ 图上求  $\left( \frac{\partial \rho_k}{\partial p} \right)_x$ 。在一定干度下, 查出相应的一组  $\rho_k-p$  值, 作成曲线。在该曲线上求得

$$\left( \frac{\partial \rho_k}{\partial p} \right)_x \approx \left( \frac{\Delta \rho_k}{\Delta p} \right)_x \quad (\chi = 0.0 \sim 0.9)$$

在  $p-h$  图上,  $\left( \frac{\partial \rho_k}{\partial \chi} \right)_p$  在一定压力下, 沿等压线查出一组  $\rho_k-\chi$

值, 作成曲线, 在该曲线上可求得  $\left( \frac{\partial \rho_k}{\partial \chi} \right)_p \approx \left( \frac{\Delta \rho_k}{\Delta \chi} \right)_p$  (压力范

围  $p = (2 \sim 8) \times 10^5 \text{ Pa}$ ).

方法2: 可从一组方程中, 找出系数  $\left( \frac{\partial \rho_k}{\partial p} \right)_x, \left( \frac{\partial \rho_k}{\partial \chi} \right)_p$ 。

$$v_k = v' + \chi(v'' - v') \quad (3-79)$$

$$\rho_k = \frac{1}{v_k} = \frac{1}{v' + \chi(v'' - v')} = \frac{1}{v' + \chi v''_D} = \frac{1}{K} \quad (3-80)$$

$$\left( \frac{\partial \rho_k}{\partial p} \right)_x = -\frac{1}{K} \left( \frac{\partial v'}{\partial p} + \chi \frac{\partial v''_D}{\partial p} \right)$$

$$= -\frac{1}{v' + 2\chi v'(v'' - v') + \chi^2(v'' - v')^2} \left( \frac{\partial v'}{\partial p} + \chi \left( \frac{\partial v''}{\partial p} - \frac{\partial v'}{\partial p} \right) \right)$$

因为  $v' \ll v''$ ,  $\frac{\partial v'}{\partial p} \approx 0$ ,  $2v'v'' \ll \chi v''^2$

$$\text{所以 } \left( \frac{\partial p_k}{\partial p} \right)_x = \frac{1}{2\chi v'v'' + \chi^2 v''^2} \chi \frac{\partial v''}{\partial p} = - \frac{\frac{\partial v''}{\partial p}}{\chi v''} \quad (3-81)$$

( $\chi = \text{常数}$ )

$\frac{\partial v''}{\partial p}$  可以从R12的  $p-h$  图上求得 ( $\chi = 1$ )。  $v''-p$  图见图3-9。

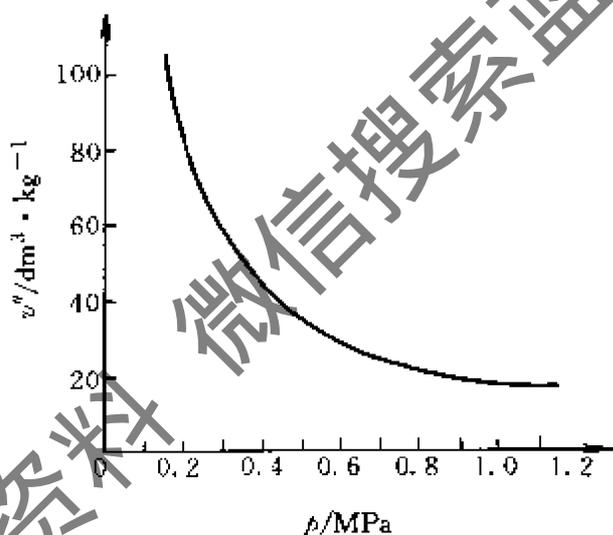


图3-9 制冷剂  $v''-p$  图

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial p_k}{\partial p} \right)_p &= - \frac{1}{K^2} \left( \frac{\partial v'}{\partial \chi} + \chi(v''-v') \right) \\ &= \frac{1}{v'^2 + 2\chi v'(v''-v') + \chi^2(v''-v')^2} \left( \frac{\partial v'}{\partial \chi} + \chi(v''-v') \right) \\ &= \frac{-(v''-v')\chi}{2\chi v'(v''-v') + \chi(v''-v')^2} = - \frac{1}{2v' + (v''-v')\chi} \end{aligned} \quad (3-82)$$

( $p = \text{常数}$ )

3)  $\left(\frac{\partial h_F}{\partial p}\right)_T$ 、 $\left(\frac{\partial h_v}{\partial p}\right)_T$  为定温下，制冷剂液体比焓对压力的

导数和制冷剂气液焓差对压力的导数。

$$h = h(T, p)$$

故 
$$dh = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T dp \quad (3-83)$$

$$\left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p = c_p(T, p), \text{ 小温差范围, } c_p \approx \text{常数。}$$

$$\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T = v_k - T \left(\frac{\partial v_k}{\partial T}\right)_p = \frac{1}{\rho_k} \left[ 1 - \frac{T}{\rho_k} \left(\frac{\partial \rho_k}{\partial T}\right)_p \right] \quad (3-84)$$

$$\left(\frac{\partial v_s}{\partial T}\right)_p$$
 值可按方法2求出，则  $\left(\frac{\partial h_F}{\partial p}\right)_T$ 、 $\left(\frac{\partial h_v}{\partial p}\right)_T$  值可求。

以上是一种比较理论的叉换热制冷蒸发器数学模型的推导方法。实际应用中，通过大量计算、实验比较，将这些数学模型又简化不少。特别是结合工程实用中，象板翅式、吹胀式、翅片式制冷蒸发器的有效传热面积 $F$ 及传热系数 $K$ （含管内外放热系数，导热系数）均需结合实际对象，结合实验来最后确定。再结合具体蒸发器结构来确定数学模型计算中的边界条件，而各系数（偏导数）亦可用工质物性程序差分值解决。

因此本节中的制冷蒸发器的数学模型属基模型，实际工程应用中，根据需要与条件，还可在局部系数与次要项上有所调整。

### 3.4 节流元件数学模型的建立

制冷装置的节流元件种类甚多，如热力膨胀阀、毛细管、浮球阀及电子膨胀阀等。但作为节流元件的数学模型，最有代表性应推热力膨胀阀与毛细管。

#### 3.4.1 热力膨胀阀的数学模型

##### (1) 综述

热力膨胀阀数学模型根据需要不同，其繁简程度差异甚大。本节先按基本理论推导出其数学模型，各种应用场合可根据基本数学模型再作简化。热力膨胀阀数学模型研究，必需结合制冷蒸发器数学模型一起讨论。因为实际上热力膨胀阀与制冷蒸发器组成了闭合的调节回路。

##### (2) 研究目的

- 1) 为制冷装置动态仿真与优化提供节流元件数学模型。
- 2) 为分析、解决蒸发器、过热器过热温度调节回路的稳定性和调节质量提供基础模型。
- 3) 为改建热力膨胀阀的自身工作特性与设计方法的完善提供数学模型。

##### (3) 热力膨胀阀与制冷蒸发器的稳定工作条件

稳定而不发生振荡是制冷系统正常运行的必要条件。制冷系统运行不稳定，以致产生蒸发压力不稳定，制冷系统供液规律紊乱，在蒸发器中蒸发完全点发生剧烈的周期性来回振荡，严重地导致压缩机冲缸。这一现象人们称之为振荡（Hunting），近年来国际上已有多位学者开始研究该现象。寻求解决与避免“振荡”的办法。

制冷系统一旦产生振荡，对运行经济性与安全性均很不利。过去由于对制冷系统的稳定性缺少理论与定量研究，许多生产工厂与运行单位为确保稳定运行工况，往往片面地增加蒸发器和热力膨胀阀的运行过热度，这就大大降低了蒸发器的利用率。因为过热区的

制冷剂放热系数还不到两相区最大放热系数的1/5，适当减少蒸发器的运行过热度，可获得10%的节能效益。但又不能盲目地减少过热度。只有对制冷蒸发器和热力膨胀阀本身的静、动态特性作出定量分析，并找出调节系统的临界稳定区与条件，找出影响制冷系统稳定性的各种因素，给出其定量关系，将能指导热力膨胀阀的设计与生产；指导制冷系统运行工况的现场调整，以期实现保证制冷系统稳定性前提下，最大限度地利用蒸发面积，取得最高的经济性。

1) 制冷蒸发器的自身最小稳定信号线 制冷蒸发器的几何尺寸与热工参数确定以后，在运行中存在一条固有的最小稳定信号线（图3-10）（它取决于各个制冷量下的蒸发器出口过热度值大小）。在最小稳定信号线（MSS线）以左，蒸发器属不稳定工作区，MSS线以右为稳定工作区，在MSS线以上则是临界值，理论上说，此时蒸发器工作最小（零）过热度，经济性最高。

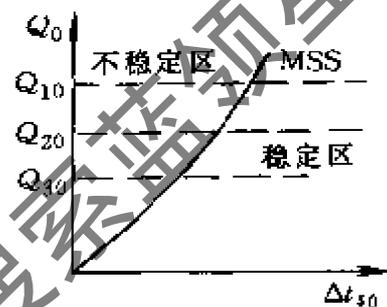


图3-10 制冷蒸发器的最小稳定信号线(MSS)

2) 热力膨胀阀与蒸发器的最佳匹配稳定条件 热力膨胀阀本身是一只直接作用式比例调节器，给定值（过热度）通过弹簧预紧度调整。当它和蒸发器的过热温度对象组成调节回路时，就有稳定性条件问题存在。前面已提到，加大蒸发器出口过热度，调节回路总是稳定的，但却牺牲了经济性条件，故保证稳定条件下达到最高蒸发器利用率的要求，在这里是一个一定约束条件下的优化问题。

图3-11a为蒸发器MSS线与热力膨胀阀静态特性线图。理论上工作于A点时，制冷系统处于最佳稳定工作点，蒸发器处于零过热度工作，因处于稳定边缘状态，实际上除热力膨胀阀可接近此工作点外，常规热力膨胀阀与蒸发器的最佳稳定工作点均应加上1~2℃过热度裕度。为定量地进行分析计算，我们分别导出了蒸

蒸发器制冷剂过热蒸发温度动态方程及热力膨胀阀动态方程组成的调节回路，求出调节系统频率特性在复平面上的轨迹。利用经典的频率稳定性判据，可定量地分析制冷蒸发器与热力膨胀阀的工作稳定性，图 3-11b 中的  $(-1, 0)$  点实际上是稳定临界点，和图 3-11a 中的 MSS 线是对应的，物理分析与定量计算均证实了此点。

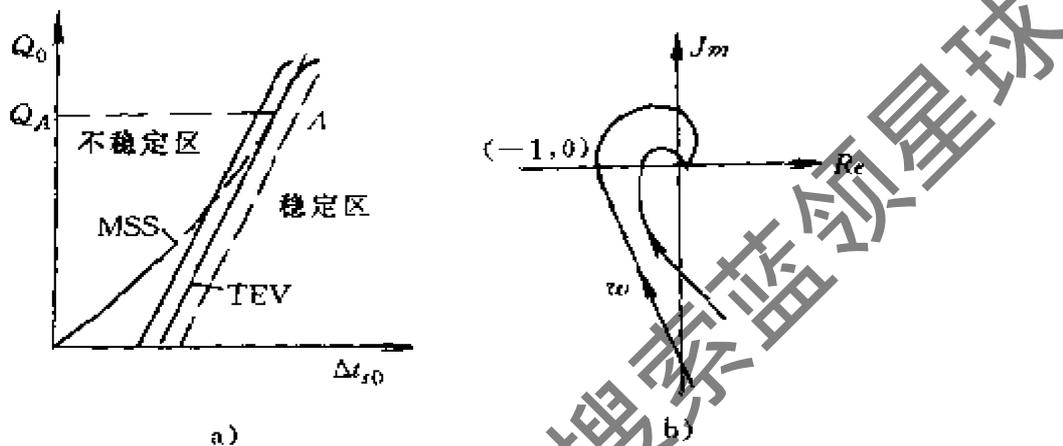


图3-11 热力膨胀阀与蒸发器的稳定匹配图

#### (4) 热力膨胀阀与蒸发器的调节回路框图分析

热力膨胀阀与蒸发器的调节回路框图，近年文献中有多人提出，但作者经多年研究，建议较合理的框图如图3-12。该调节回路为正反馈作用，温包温度升高，膨胀阀开度增大。信号力包括弹簧力  $K_0/A_m$ ，蒸发压力产生的负反馈力  $P_e$ ，温包产生的正反馈力  $P_b$ 。

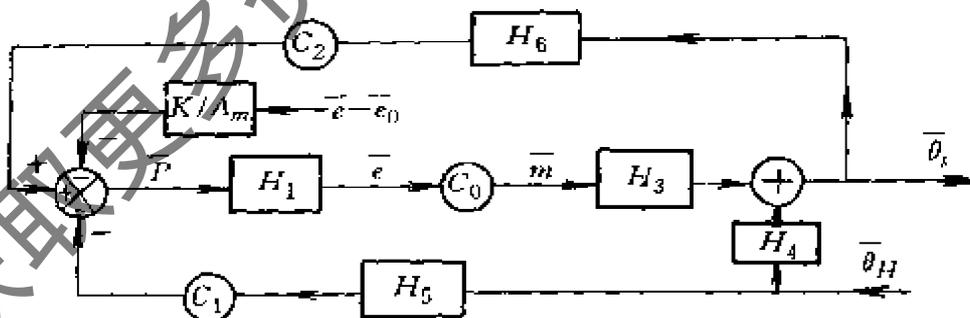


图3-12 热力膨胀阀与蒸发器调回路调节框图

$H_0$ —感温包环节传递函数  $H_1$ —温包信号力总和和阀位移动间传递函数  $H_2$ —制冷剂从膨胀阀进入后至过热温度变化通道传递函数  $H_3$ —制冷剂从膨胀阀进入后至过热温度变化通道传递函数  $H_4$ 、 $H_5$ —外界负荷（水温或风温  $T_H$ ）引起的过热温度变化及蒸发温度引起的过热温度变化环节的传递函数  $C_0$ —膨胀阀开度流量系数  $C_1$ —制冷剂压力温度系数  $C_2$ —温包充注工质的压力温度系数  $\alpha$ —制冷剂过热温度  $L_0$ —热力膨胀阀初始位置  $K$ —弹簧系数  $A_m$ —热力膨胀阀膜片有效面积  $l$ —热力膨胀阀位移  $\theta_H$ —水温或风温

由图3-10可写出（符号上加“—”表示该参数的拉氏变换）

$$\bar{P} = \frac{-K}{A_m}(L - L_0) - \bar{\theta}_H H_5 C_1 + \bar{\theta}_S H_b C_2 \quad (3-85)$$

又有 
$$\bar{\theta}_S = \bar{P} H_1 C_0 H_3 + \bar{\theta}_H H_4 \quad (3-86)$$

又因为 
$$L = P H_1 \quad (3-87)$$

由式(3-85)、(3-86)、(3-87)可得

$$\left(1 + H_1 \frac{K}{A_m}\right) \frac{\theta_S - \theta_H H_4}{C_0 H_1 H_3} = \frac{K}{A_m} L_0 - C_1 H_6 \theta_H + \theta_S H_b C_2 \quad (3-88)$$

由冷媒水（或空气）扰动 $T_H$ 引起的过热温度变化环节的传递函数为

$$W(S) = \frac{\theta_S}{\theta_H} = \frac{H_4 - C_1 C_2 H_1 H_3 H_5}{1 - \frac{C_0 C_2 H_1 H_3 H_6}{1 + H_1 \frac{K}{A_m}}} \quad (3-89)$$

$W(S)$ 的特性方程为

$$1 - \frac{C_0 C_2 H_1 H_3 H_6}{1 + H_1 \frac{K}{A_m}} = 0 \quad (3-90)$$

设

$$H_0 = -\frac{C_0 C_2 H_1 H_3 H_6}{1 + H_1 \frac{K}{A_m}}$$

则式(3-90)可写成 
$$1 + H_0 = 0 \quad (3-91)$$

冷媒水（或空气）温度干扰引起的系统稳定性分析，就可转化为用根轨迹图对环节 $H_0$ 进行讨论。当 $H_0$ 的根轨迹经过点 $(-1, 0)$ 时，系统处于临界稳定状态； $H_0$ 的根轨迹不绕过点 $(-1, 0)$

时，系统是稳定的；当 $H_0$ 的根轨迹包围点 $(-1, 0)$ 时，系统是不稳定的（图3-11）。还可以根轨迹点离开点 $(-1, 0)$ 的距离分析定裕度。

### (5) 热力膨胀阀与蒸发器的动态数学模型推导

图3-12中涉及一系列传递函数 $H_1$ 、 $H_3$ 、 $H_4$ 、 $H_5$ 、 $H_6$ 。这些传递函数的确定，必须借助于热力膨胀阀与蒸发器的动态数学模型的推导。

1) 热力膨胀阀动部件传递函数 $H_1$  热力膨胀阀运动部件简图见图3-13a，按牛顿第二定律可得

$$P_b A_m - P_e A_m - K(L - L_0) = 2m \frac{d^2 L}{dt^2} \quad (3-92)$$

这里按常用双杆，故顶杆质量以 $2m$ 计算。对式(3-92)作拉氏变换，得

$$\bar{P}_b - \bar{P}_e \frac{K}{A_m} (\bar{L} - \bar{L}_0) = \frac{2m}{A_m} - S^2 \bar{L} \quad (3-93)$$

或 
$$P = \frac{2m}{A_m} S^2 \bar{L} \quad (3-94)$$

故 
$$H_1 = \frac{\bar{L}}{\bar{P}} = \frac{2m}{A_m} \frac{1}{S} \quad (3-95)$$

2) 感温包传递数 $H_b$  按图3-13b，由温包能量守恒方程：  
蒸发器壁传给温包的热量 = 温包热量增量 + 温包工质蒸发吸热

即 
$$Q = P_b C_b V_b \frac{d\theta_b}{dt} + r m_b \quad (3-96)$$

温包与蒸发器接触管段热平衡方程

$$\alpha_s F d_i a (\theta_s - \theta_{ws}) \rho_w C_w A_w a \frac{d\theta_w}{dt} + Q \quad (3-97)$$

管壁与温包接触处传热方程

$$Q = \frac{\theta_{ws} - \theta_b}{\frac{r_b}{A_{bw}}} \quad (3-98)$$

式中  $r_d$  —— 为接触热阻;

$A_{bw}$ 、 $a$  —— 温包与管壁接触面积与长度。

由式(3-96)、(3-97)、(3-98)可得温包动态方程

$$\frac{(\rho_w C_w A_w a)(\rho_b C V_b) r_d}{\alpha_s F d a A_{bw}} \frac{d\theta_b^2}{dt^2} + \frac{(\rho_w C_w A_w a + \rho_b C V_b)}{\alpha_s F d a} \frac{d\theta_b}{dt} + \frac{r_d}{A_{bw}} \rho_b C V_b \theta_b + \frac{1}{\alpha_s F d a} + \frac{r_a}{A_{bw} r_{mb}} = \theta_s \quad (3-99)$$

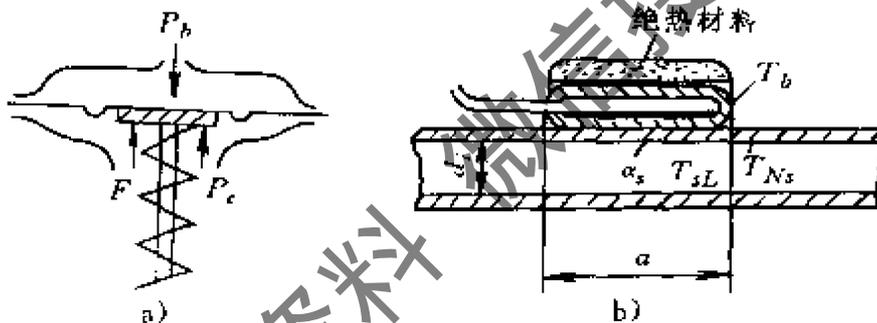


图3-13 热力膨胀阀运动部件及温包传热分析图

由于感温包中工质蒸发率  $q_{m_b}$  项及接触热阻  $r_d$  项绝对值均很

小, 故  $\frac{r_d q_{m_b}}{\alpha_s F d a}$  项及  $\frac{r_d r_d q_{m_b}}{A_{bw}}$  项可略去。把简化后的式(3-99)作拉氏变换, 可得

$$\left( \frac{\rho_w C_w A_w C V_b r_d}{\alpha_s F d a A_{bw}} S^2 + \left( \frac{\rho_w C_w A_w a + \rho_b C V_b}{\alpha_s F d a} + \frac{r_d}{A_{bw}} \rho_b C V_b \right) S + 1 \right) \theta_b = \theta_s \quad (3-100)$$

故感温包传递 $H_b$ 为

$$H_b = \frac{\bar{\theta}_b}{\theta_s} = \left( \frac{\rho_w C_w A_w C_b V_b r_d}{\alpha_s F d_i A_{bw}} S^2 + \frac{\rho_w C_w A_w a + \rho_b C_b V_b}{\alpha_s F d_i a} + \frac{r_d}{A_{bw}} \rho_b C_b V_b \right) S + 1 \quad (3-101)$$

由感温包传递函数 $H_b$ 和运动部件传递函数 $H_1$ ，串接在一，起将仍是一个二阶环节，因为运动部件是个无惯性的比例环节；后再考虑到热力膨胀阀的阀头流量环节：

$$q_{m_{tev}} = C_f A_v \sqrt{\Delta P / \nu} \quad (3-102)$$

就组成了热力膨胀阀的数学模型组。可看出仍属于二阶环节。这是一种比较详细的数学模型。

由于3.3节中已详细推导、分析了制冷蒸发器各参数的动态方程，我们引用过热区管壁温度及过蒸汽温度动态，并把它们改写成下列形式。

过热区管壁温度动态方程

$$\begin{aligned} & \rho_w C_w \frac{F}{4} (d_2^2 - d_1^2) \frac{d\theta_{ws}}{dt} \\ & = \alpha_H F d_2 (\theta_H - \theta_{ws}) - \alpha_K F d_1 (\theta_{ws} - \theta_0) \end{aligned} \quad (3-103)$$

过热蒸汽温度动态方程

$$\rho_s C_{Ps} \frac{d\theta_s}{dt} + \rho_s C_{Ps} w_s \frac{d\theta_s}{d\xi} = \frac{4\alpha_s}{d_1} (\theta_{ws} - \theta_s) \quad (3-104)$$

令

$$B_1 = \frac{\alpha_H \rho_s C_{Ps}}{4\alpha_s} \quad B_2 = \frac{C_{Ps}}{F d_1 \alpha_s}$$

$$B_3 = \frac{\rho_w C_w \frac{F}{4} (d_2^2 - d_1^2)}{F d_2 \alpha_H + F d_1 \alpha_s} \quad B_4 = \frac{F d_1 \alpha_s}{F d_2 \alpha_H + F d_1 \alpha_s}$$

$$B_8 = \frac{Fd_1}{\rho_w C_w \frac{F}{4}(d_2^2 - d_1^2)} \quad B_9 = \frac{\alpha_H Fd_2}{\rho_w C_w \frac{F}{4}(d_2^2 - d_1^2)}$$

可解得

$$\theta_s = (\theta_0 - \theta_{H0}) e^{-\frac{1-B_4}{B_2 q_{m_0}} \xi_s} + \theta_{H0} \quad (3-105)$$

(6) 制冷剂流量干扰引起的过热温度变化环节传递函数 $H_3$

由过热度方程(3-104)及壁温方程(3-103), 不计外负荷通道干扰 $\Delta T_{H1}$ , 并将其线性化可得:

$$B_1 \frac{\partial \Delta \theta}{\partial t} + B_2 q_{m_0} \frac{\partial \Delta \theta_s(\xi, t)}{\partial \xi} + B_2 \frac{\partial \theta_s(\xi)}{\partial \xi} \Delta q_m = \Delta \theta_{ws} - \Delta \theta_s \quad (3-106)$$

处理方程(3-103)、(3-106), 并作拉氏变换, 以 $\frac{\Delta \bar{\theta}_s}{\Delta \xi}$ 近似代替

$\frac{d\Delta \bar{\theta}_s}{d\xi}$ , 可得

$$(1 + B_1 S + \frac{B_2 q_{m_0}}{\Delta \xi} \frac{B_4}{1 + B_3 S}) \Delta \bar{\theta}_s = \frac{1 - B_4}{q_{m_0}} (\theta_{H0} - \theta_0) e^{-\frac{1 - B_4}{B_2 q_{m_0}} \xi} \Delta \bar{q}_m \quad (3-107)$$

将式中 $\xi$ 以过热区长度 $\xi_E$ 代入, 便可得传递函数 $H_3$ 。

$$H_3 = \frac{\Delta \bar{\theta}_s}{\Delta \bar{q}_m} = \frac{\frac{1 - B_4}{q_{m_0}} (\theta_{H0} - \theta_0) e^{-\frac{1 - B_4}{B_2 q_{m_0}} \xi_E}}{1 + B_1 S + \frac{B_2 q_{m_0}}{\Delta \xi} \frac{B_4}{1 + B_3 S}} \quad (3-108)$$

由式(3-108)可知

$$\frac{dT_s}{d\xi} = \frac{(1-B_4)}{B_2 q_{m_0}} (\theta_H - \theta_0) e^{-\frac{1-B_4}{B_2 q_{m_0}} \xi} \quad (3-109)$$

以上是比较详细的热力膨胀阀数学模型的推导与分析。

### (7) 简化热力膨胀阀数学模型

在实际工程计算中，特别是制冷装置动态仿真计算，总感到热力膨胀阀数学模型还可简化。较为合理与有效的简化，是我们用于汽车空调系统动态仿真关于热力膨胀阀的简化。即认为热力膨胀阀通过调整阀孔开启度，调节蒸发器的制冷剂流量，使蒸发器出口过热度稳定在一定范围内。因此，阀孔开启度的变化，主要取决于热力膨胀阀对蒸发器过热度的响应和蒸发压力的变化。热力膨胀阀的工作过程可用控制环节和流量环节来描述。

1) 温包感受过热度  $\theta_b$  与蒸发器出口过热度  $\theta_s$  的关系 可用一阶惯性延迟环节描述。

$$\theta_b(s) = \frac{K_1}{1+T_1 S} e^{-\tau_1 S} \theta_s(s) \quad (3-110)$$

式中  $K_1$ 、 $T_1$ 、 $\tau_1$  常数，通常通过实验确定。

过热度信号通过温度温包的充注特性转化为压力信号，与作用在膜片上的弹簧力、蒸发压力等达到平衡，得到阀针升程和膨胀开启度。

$$\Delta q_m = f(f_k, P_e, P_c, P_b) \quad (3-111)$$

$$P_b = f_2(\Delta T_{sh}, T_e)$$

式中  $f_k$  —— 弹簧力。

2) 膨胀阀的流量计算 采用如下计算方式：

$$q_{m_{tev}} = C_f A_v \sqrt{\Delta P / v} \quad (3-112)$$

式中  $C_f$  —— 常数，通常通过实验确定。

显然，这样的简化给系统仿真带来很多方便。至于有的文献中干脆把热力膨胀阀简化成一个比例环节则是过分简化，以至会影响计算精度了。

(8) 一个值得注意的研究结果

作者的研究表明：温包与壁间接触热阻  $r_d$  与系统稳定性间有着特殊的非线性关系。当  $r_d = 0$  时，系统始终稳定，这为电脑型热力膨胀阀的发展提供了基础。当  $r_d = 0.015 \sim 0.01$  kW 时，系统将失去稳定。 $r_d$  继续增加，系统又恢复

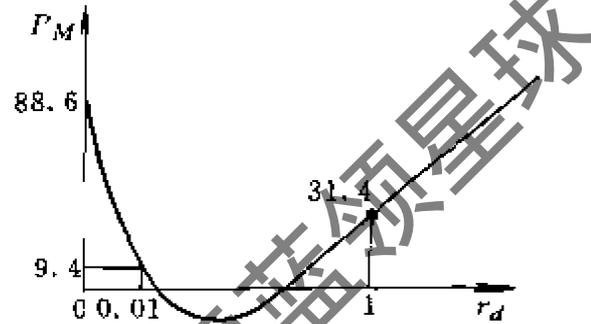


图3-14 热阻  $r_d$  与稳定性  
的非线性关系

稳定。这给现场调整制冷系统的振荡问题，提供了一个有实用的办法。

图3-14中  $P_M$  为热力膨胀阀与制冷蒸发器调节回路的幅稳定裕度。为确保制冷系统稳定工作，幅稳定裕度  $P_M$  必需大于零。

### 3.4.2 毛细管的数学模型

#### (1) 概述

毛细管由于其结构简单，价格低廉，有利于降低制冷空调产品的成本，提高可靠性，因此被广泛用作小型制冷装置的节流元件。

以往工程上毛细管的计算，大都采用查图法，人们常采用ASHRAE的手册中的毛细管诺膜图。工厂中则常用特定的毛细管压差试验台，当直径  $d$  一定，为确保某一确定的压差  $\Delta P$ ，测定流量  $q_m$ ，这一过程是通过修正毛细管长度来达到的。以上这些简便的方法，均不能适应制冷系统动态仿真的需要，而查图法则往往误差较大。

按“制冷系统热动力学”的观点，就应从建立数学模型入手，

根据毛细管的实际应用情况（绝热，非绝热等），再进行分段定量计算其相关参数。

制冷剂流过毛细管的流动特性研究开始于40年代。近年来由于小型制冷装置的迅速发展，毛细管的使用日益广泛，理论研究日趋成熟。尽管现在的毛细管研究已深入到探讨分相流动，考虑亚稳态特性，但这些都是为了单独部件的研究，并不是为了制冷装置的动态仿真与优化，因此不宜直接照搬用于系统仿真与优化。

作为单独部件研究的毛细管模型，一般都注重于模型的计算精度。由于只是对特定几个工况进行计算，对计算的时间限制和稳定性要求都比较低。而作为系统仿真与优化用的毛细管模型，要求有很高的计算稳定性与计算速度，尽管这样可能不得不使用模型的精度受到一些影响。

国外的一些制冷系统动态仿真论文中，所采用的毛细管模型往往是比较简单的。Melo<sup>[68]</sup>在研究中假设毛细管为绝热，出口处不发生阻塞流，不存在亚稳态，得到一个直接计算毛细管流量的公式。Philips 研究实验室在其论文中<sup>[71]</sup>指出，直接将比较先进的毛细管数学模型用于系统仿真，会大大增加计算时间。他们的解决方法是先用原复杂的毛细管模型计算，得到大量的结果，并回归成多项式<sup>[68-69]</sup>。在系统仿真中，采用多项式形式的毛细管模型。

我们以往的研究中，曾直接将分布参数的毛细管模型用于装置的仿真与优化，计算速度较慢。从小型制冷装置动态与优化计算的要求出发，我们进一步改进了毛细管模型。为兼顾模型的精度与速度，我们首先建立一个分布的数学模型，并在此基础上简化模型。简化后的模型以原模型作为对照和修正的依据。

## （2）分布参数模型

1) 模型的简化假设 毛细管直径很细，制冷剂在其中的流速是相当高的，远远高于制冷剂在蒸发器与冷凝器中的流速，不仅对流项所起作用远超过扩散项的影响，甚至可以不计初始状态对其特性的影响，可将毛细管作为一个无记忆系统。因此在毛细管模型

中，其时间常数要比蒸发器与冷凝器的时间常数小二个数量级，故忽略扩散项，即假定所有变量对  $t$  的偏导项为零。

毛细管的直径与表面粗糙度对于计算结果有明显影响。实际毛细管表面粗糙度难以一致，管子直径也不可能很均匀。为简便起见，不考虑内径不一致与表面粗糙度不均匀的影响。

毛细管中因为制冷剂的流速很高，因此混合均匀，本章研究中不考虑相间滑动，采用均相模型，这样可以大大简化模型，计算结果与分相模型的差别又不大<sup>[59]</sup>。

2) 模型的数学表达 在蒸发器数学模型中用到的制冷剂质量、动量、能量守恒方程，同样适用于毛细管。由前面的假设，忽略对  $t$  的偏导项，得到下列方程：

$$\text{质量方程} \quad \frac{\partial(\rho u)}{\partial \xi} = 0 \quad (3-113)$$

$$\text{动量方程} \quad \frac{\partial P}{\partial \xi} = f + \rho g \cos \theta - \rho u \frac{\partial u}{\partial \xi} \quad (3-114)$$

$$\text{能量方程} \quad \rho u \frac{\partial h}{\partial \xi} = q + u \left( \frac{\partial P}{\partial \xi} + f \right) \quad (3-115)$$

式中各变量意义同蒸发器模型。

$$\text{令} \quad G = \rho u \quad (3-116)$$

$$\text{得} \quad \frac{\partial P}{\partial \xi} = f + \rho g \cos \theta - G^2 \frac{\partial v}{\partial \xi} \quad (3-117)$$

$$\frac{\partial h}{\partial \xi} = \frac{q}{G} + v \left( \frac{\partial P}{\partial \xi} + f \right) \quad (3-118)$$

式中  $v$  —— 制冷剂比体积。

3) 摩擦系数的确定 毛细管的计算中, 摩擦系数产生的影响是很大的。历年各种文献中, 毛细管的摩擦系数差别往往是关键。迄今为止, 国内外发表的文献中所采用的摩擦系数公式亦不尽相同。如采用均相模型, 气、液混合物的比体积和粘度的表达式亦不一致。作者经比较, 在这里引用的是李瑞阳博士的研究结果<sup>[59]</sup>。

4) 模型求解 上述毛细管模型的基本解法为: 在假定流量下,

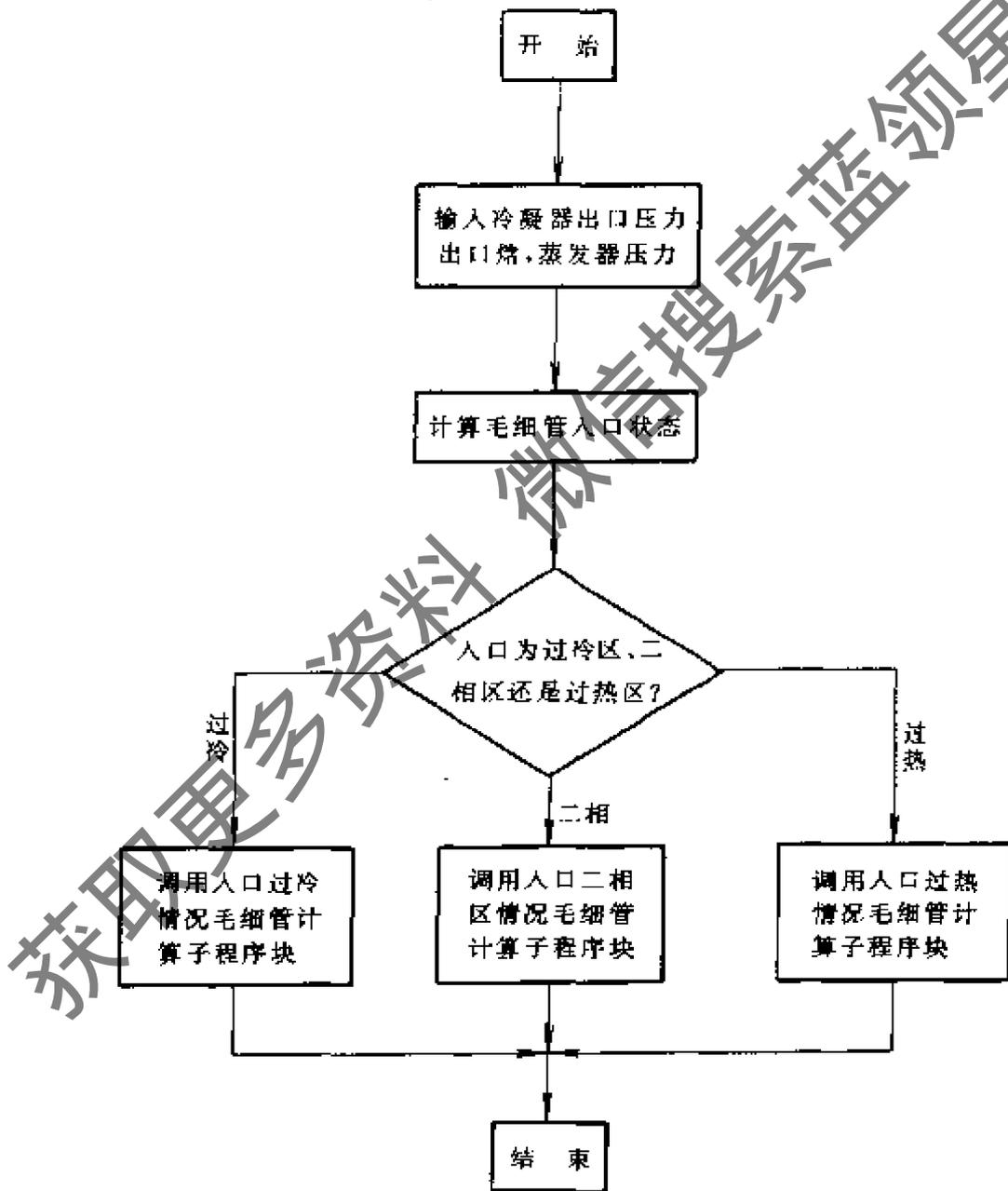


图3-15 毛细管计算框图

计算出口达到背压或者出现阻塞流的管子长度，此长度和实际毛细管长度进行比较，如果符合得不好，则修正流量继续计算，这个过程直到计算毛细管同实际管长足够接近为止。

制冷系统运行中，毛细管的进口可能为过热气体、二相或过冷状态中的一种，因此编的程序需要分别处理不同的进口状态，见框图3-15。过热、二相、过冷每种进口条件下的计算，分别另编详细框图。

### (3) 简化模型-

在对制冷系统动态仿真的研究中，一些作者已经认识到采用很繁复的模型是不合适的，并提出了各种的解决方法。

Melo<sup>[68]</sup>在其对压缩式制冷系统进行动态仿真时，采用的毛细管流量计算公式为

$$q_{m_y} = A \left\{ \rho (P_d - P_b) / (\ln(\rho_d - \rho_b) + 2) \sqrt{\frac{L}{D}} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (3-119)$$

这样的公式用于系统仿真固然有利于节省时间，但实际毛细管的进口条件有过冷、二相、过热三种情况，进出口的压差也有显著变化，要想使用这样一个简单的公式进行准确的计算，是非常困难的。

Philips 研究实验室曾用复杂但精确的毛细管模型计算出大量结果，并回归成简单的公式，用于系统仿真。这样既不至于因为毛细管模型的复杂性而使系统仿真难以有效进行，又能保证精度<sup>[71]</sup>。他们回归成的公式形式为<sup>[68]</sup>：

$$q_{m_{cap}} = \left( \sum_{i=0}^2 a_i T_c^i + \sum_{i=0}^2 b_i T_e^i + \sum_{i=0}^2 c_i T_{subc}^i \right) \sum_{i=0}^2 d_i D_{cap}^i \quad (3-120)$$

即把毛细管的流量整理成冷凝温度、蒸发温度、进口过冷度、毛细管直径的函数。该形式不包括毛细管长度的影响，因此对于优化计算是不合适的。即使是在定管长的情况下，要想回归成上面的形式，同时又能有稍宽的适用范围，也是较困难的。作者曾经采用上述思路进行回归，发现不同工况下得到公式中，系数的值差甚

大；如果试图将工况变化较大情况下得到的数据回归成同一公式，则除了在回归数据点上吻合较好外，其它位置的计算值偏离实际情况会很远，得到的公式并不能反映物理上各参数的影响关系。

这里采用如下的简化方法：先假定一个简单的公式，使得其能定性反映各变量之间的关系，而后再加以修正，使其足够精确。修正参数可以通过简化模型和原模型进行比较，并经过回归得到。

对于毛细管的动量方程，忽略重力影响，得

$$\frac{\partial p}{\partial x} = f - G^2 \frac{\partial v}{\partial x} \quad (3-121)$$

$$f = -\frac{\lambda}{D} \frac{1}{2} G^2 v \quad (3-122)$$

将式(3-122)代入式(3-121)，得

$$G^2 = \frac{p_1 - p_2}{\frac{\int_1^2 \lambda v dx}{2D} + (v_2 - v_1)} = \frac{p_1 - p_2}{\frac{\bar{\lambda} \bar{v} L}{2D} + (v_2 - v_1)} \quad (3-123)$$

式中  $p_1$ 、 $p_2$  —— 进、出口的压力；

$v_1$ 、 $v_2$  —— 进、出口的比体积；

$\bar{\lambda}$ 、 $\bar{v}$  —— 进、出口平均摩擦系数和平均比体积。

1) 当进口为饱和液体时

$$G_1 = \left[ \frac{p_1 - p_2}{\frac{C_1 \lambda_L (v_1 + v_2) L}{4D} + (v_2 - v_1)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3-124)$$

式中  $\lambda_L$  —— 单相液体的摩擦系数。

2) 进口为过冷液体时 设过冷度为  $\Delta t$ ，则

$$G_2 = G_1 (1 + C_2 \Delta t) \quad (3-125)$$

3) 进口为过热气体时

$$G_3 = \left[ \frac{P_1 - P_2}{\frac{C_3 \lambda_s (v_1 + v_2) L}{4D} + (v_2 - v_1)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3-126)$$

式中  $\lambda_s$ ——对应进口态过热气体的摩阻系数。

(4) 进口为二相区时

$$G_4 = C_4 G_3 + (1 - C_4) G_1 \quad (3-127)$$

上面方程中  $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$ 、 $C_4$  的确定，要根据上面四个公式的计算和原分布参数毛细管模型计算结果比较而定。

采用本节的简化模型，可大大减少时间，模型又有较好的光滑性，每次回归得到的公式又有一定的适用范围。

### 3.5 制冷压缩机的动态特性（数学模型）

制冷压缩机本体的数学模拟，近年来国内外研究较多，公开发表的文献亦不少<sup>[46, 47, 51]</sup>。最近几届国际压缩机工程学术会议（美国普渡大学作东道主）的论文集中，反映亦不少，计算机仿真及压缩机部件设计的优化文章也较活跃。所有上述论文及国内西安交通大学和上海机械学院等院校开展的若干很有成效的研究工作，就其总体目的来说，都是改进和提高压缩机及其有关部件的设计，以提高其各项性能指标。

本节所要分析的则是从制冷装置及系统的角度出发，以制冷系统热力学的观点，探讨制冷系统在压缩机环节中的状态变化（当然是动态的），从制冷系统优化，提高制冷系统效率角度出发，讨论制冷剂在进、排气通道参数的要求；分析压缩机环节参数和蒸发器、冷凝器热工参数和结构参数的影响。显然要求不同，讨论的方法亦有差异。这是一个较新的领域，从这一角度研究，公开发表的文献还比较少，值得深化<sup>[49]</sup>。

#### 3.5.1 文献简述

以制冷压缩机为对象，以系统仿真优化的需要为目的，对压缩

机动态特性（数学模型）进行描述的文献较少，F.W.Ahrens<sup>[47]</sup>从系统仿真的角度，粗线条地提出了热泵的模拟和设计问题，对制冷压缩机通道作静态模拟分析，其概念十分清晰，只是准确性与计算精度未作交代，作为入门了解倒是一分好材料。很重要的一点，他指出了实际模型应考虑油在压缩机不同工况时对模型的影响<sup>[48]</sup>亦是一个静态模型，借助于若干经验常数，其模型比较简单。作者还引用Maclaren.J.F.1974年发表的若干结果，较为陈旧文献[15]亦是蒸汽压缩式热泵模拟的论文，其压缩机为全封闭型，认为进、排气前后压差与吸气量成正比。这样的简化，完全忽略了压缩机工作过程的影响，不利于过程分析。但作为一个大系统模型分析，到是个大胆而可参考的处理，其总体结果有试验验证，因此常被认为是系统仿真的初期代表性论文。文献[17]是美国Honeywell公司研究开发部的研究报告，虽是理论研究热系统动态特性，但却用静态试验数据作了模型验证，加强了模型的可信程度。它以热质流量 $\rho_v$ 、传热系数 $K$ 、压缩效率 $\eta$ 、活塞排量 $P_D$ 及输气系数 $C$ 作为被调参数（需解参数）建立模型，求出了压缩机排气温度和气缸温度动态方程，质流量动态方程。这是迄今为止，国外从制冷系统角度研究压缩机数学模型（动态特性）较新代表性的文献。

供压缩机本体设计优化数学模型的论文及专著较多，本节文献中亦列出一些，较有代表性的如韩国人Sang-Tai.Kin<sup>[49]</sup>，其模拟结果为质量流量、循环功、容积效率、 $P-V$ 图、传热量等，对象为全封闭往复式压缩机。文献[51]是丹麦DANFOSS公司对固定滑片式回转式压缩机的数学模拟，发表于1984年普渡大学论文集，其分析方法，特别是进气质量流量，进气管中的压力降及温升的分析很有参考价值。文章有试验结果验证。文献[53]则为以静态集中参数描述全封闭制冷压缩机数学模型，但必需以实验确定其中的关键系数 $A$ 与 $B$ ，否则很难采用，属于半经验模拟，实际上是日本日立公司所专用的，旁人只能了解有这么个方程，很难参阅借用。

文献[55]是西安交通大学吴业正教授的专著，总结了前一阶段

压缩机数学模型的研究成果，并介绍了作者从事活塞式压缩机数学模型及计算机仿真的研究成果，偏重于压缩机气阀、压缩机本体的优化设计，作为研究生教材用。

### 3.5.2 采用计算机仿真作压缩机研究的优越性

概括地说有以下优越性：

1) 可回答压缩机在设计阶段发生的许多问题，减少以至避免昂贵而费时的样机和试验，避免不合理的结构，使系统设计及早优化。

2) 扩大了分析范围，可用数学模型检验实际试验不能实现的工况，如压缩机加速条件下自动阀的性能分析等。

3) 减少试验研究时必须的环境条件与设备消耗，如热带和北极条件下压缩机的工作，并可缩短机器的试验时间，只要计算机运算速度足够高。在90年代已根本没有问题。

4) 计算机仿真可以排除实验中不可排除的附加影响，真正获得所研究干扰通道下所反映的信息。

5) 为预测压缩机的性能，根据所建立的模型，可预测出实际试验结果。借助于仿真块模型，在实际机器上所得数据，可推广转换到其他机器上去。

6) 可以从制冷装置动态仿真结果中，看压缩机性能参数对制冷装置总体性能的影响，有助于压缩机的正确选型。

### 3.5.3 制冷压缩机制冷剂通道数学模型的建立步骤

我们拟先给出一个原则思想，然后通过实例来深化认识。

#### (1) 模型的构思分析

首先要确定对象（例如全封闭、半封闭、开式压缩机、活塞式还是回转式等），收集原始资料，提出为简化物理模型所需的基本假设及其分析理由；确定参数与变量，并检查与解决有关的物理模型的正确性，拟定在计算机上数值计算的规划。

#### (2) 模型的建立

画出简化对象的逻辑框图，通过基本定律（如质量与能量守恒

定律)把物理模型转变为对象的显式数学方程,选择合理的程序语言和计算机,编制程序并上机调试运算。

### (3) 结果分析与验证

在计算机上作试验,很重要的一点是注意正确地组织人工试验及试验的逻辑结构、试验计划与程序的编制。

人工试验包括:①选择用计算机计算的参数值;②选择这些参数的组合,这些参数组合应在推导计算中实现。

在实际对象上试验时,物理模型或数学模型研究是多因素(多变量)影响的。在这种情况下,一般采用两种方法:

1)取一个可变因素,其他因素不变方案进行试验,可用阶跃干扰或用正常起动至稳定工况后,改变工况,测定参数。

2)多因素分析法,若干因素同时变化来进行试验。它可在较少试验次数下,获得较多资料,结果分析时,不如前者方便。

#### 3.5.4 基本假设处理与参数的选择

这是一个很关键的问题,从制冷系统热动力学分析制冷压缩机数学模型,与前人的差异多半在这一点上体现,读者从大量文献阅读中亦多少可体会这一点。

从制冷系统仿真优化目的出发研究压缩机,就参数来说,应以压缩机的外部参数为主,假设条件上应抓主要矛盾,有些在研究压缩机本体优化的不允许忽略的问题,在此却不得不从简以至忽略。例如,实际上制冷剂在进气通道、压缩机内、排气通道中各参数(如温度、密度)为三维不均匀分布参数,但这会给计算带来很大的麻烦。在压缩机气缸、活塞、气阀优化等专题研究分析中,上述三维分布观点是可考虑的,但在系统动态特性分析,系统仿真优化计算研究压缩机,就宜采用气缸进、排气道中气体温度与密度均匀分布,即缸内工质热力参数均匀的假设。详细可参阅下例。

参数的选择视人们对数学模型的要求不同,其差异甚大。从所列文献中可看出,用于压缩机结构优化设计的数学模型参数,与制冷系统动态特性研究及系统仿真优化的压缩机模型有明显差别。

在文献[46]中,以压缩机优化设计为目的,就以循环功、容积效率、各种损失、质量流量及 $P-V$ 图为选择的参数。而文献[17]的目的是研究系统动态特性,选择的参数相应为吸气温度、比焓、压缩机壳体温度、排气温度和比焓、质量流量。

在压缩机动态特性研究中,必然会用到制冷剂的物性。如何正确使用各种制冷剂的物性程序,亦是一个涉及压缩机数学模型有无实用价值的重要问题,各种制冷剂物性程序包制备好,可作为子程序模块调用,关键在于不宜在计算中调用全程序在整个 $\lg p-h$ 图上搜索,这样大大增加该程序的运算时间,而应按工况要求,分段取用。

### 3.5.5 压缩机数学模型实例

由于测试技术和计算手段等限制,人们对制冷系统的动态过程了解甚少,工作仅限于静态的和集中参数的研究。而计算机技术的发展,使制冷系统的计算机动态仿真和自动控制成为必然的趋势。

研究压缩机动态特性,对建立整个制冷系统的数学模型、系统的匹配和优化控制具有重要意义。本节拟从制冷系统热动力学出发,探讨制冷剂在压缩机环节的状态变化,分析压缩机环节参数和蒸发器出口参数、冷凝器进口参数之间的相互影响。通过实例了解压缩机数学模型的建立和分析方法。

#### (1) 基本分析

从动态的 $\lg p-h$ 图(图3-16)上看出,要对整个系统进行仿真,在压缩机环节就要解决状态点2对状态点1的动态响应,即要解决过程 $1-a-b-2$ 。由此产生制冷剂在压缩机流道内的三个过程:① $1-a$ 的温升过程;② $a-b$ 的压缩过程;③ $b-2$ 温降过程。这三个过程是互相影响的。从压缩机的工作过程可知,这三个过程组成了一个带反馈通道的串联系统(图3-17)。输入参数是蒸发器的出口制冷剂状态,输出是冷凝器入口的工质温度及输气量、耗功等。

为了建立压缩机的物理模型,进行一些简化假设,忽略次要因

素的影响是必要的。主要假设如下：

1) 任一时刻气缸内工质的状态是均匀的。

2) 吸、排气阀是双位的，只有开和闭两种状态。

3) 通过气阀的气体流动是绝热等熵的。

4) 气缸无漏泄。

5) 压缩机各部件自身的温度分布是均匀的。

6) 从外壳进口到气缸吸气口无压力降，排气管内无压力降。

7) 润滑油对工质性质无影响。

由于数学模型十分复杂，加之使用了实际气体状态方程，因此模型的数值求解耗时很多，为此使用了以哈明法为主体的计算方法，兼顾求解的精度和速度。

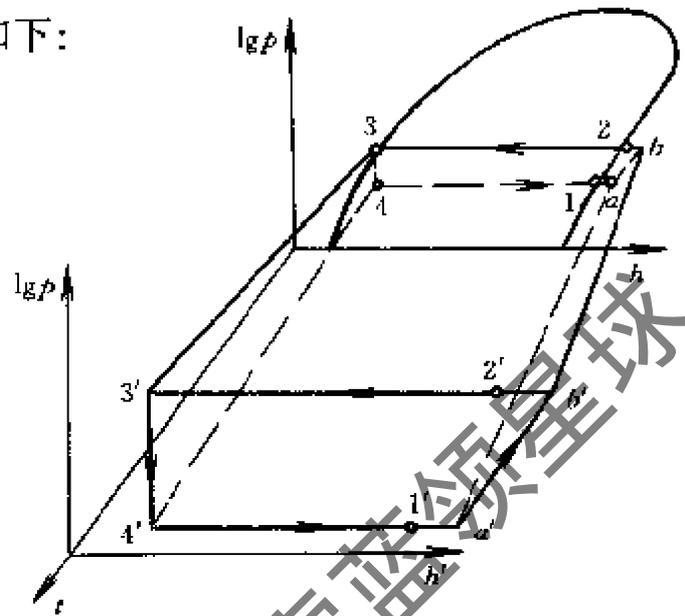


图 3-16 系统动态  $\lg p-h$  图

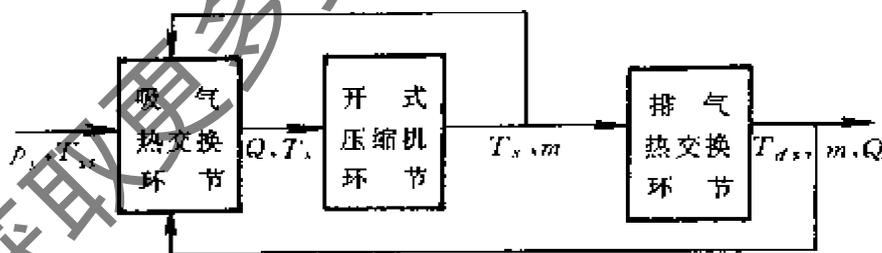


图3-17 全封闭压缩机流道系统框图

## (2) 全封闭压缩机数学模型

1) 开式压缩机模型 以气缸、活塞和吸、排气阀为边界，建立控制体（图3-18）。

能量守恒方程

$$d(mu) = dQ - pdV + dE \quad (3-128)$$

$$\text{其中 } dE = \begin{cases} h_s dm & p < p_s \\ 0 & p_s \leq p \leq p_D \\ h dm & p > p_D \end{cases}$$

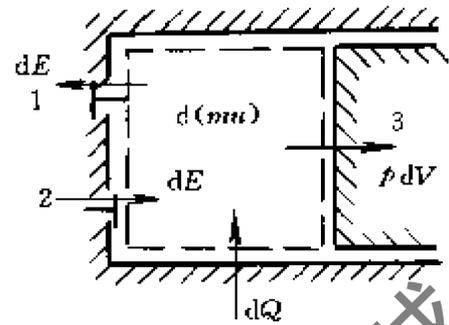


图 3-18 开式压缩机物理模型

代入式(3-128), 化简得

$$\text{吸气过程} \quad m du = dQ - pdV + (h_s - u)dm \quad (3-129)$$

$$\text{压缩过程} \quad m du = dQ - pdV \quad (3-130)$$

$$\text{排气过程} \quad m du = dQ - pdV + pVdm \quad (3-131)$$

$$\text{再膨胀过程} \quad m du = dQ - pdV \quad (3-132)$$

由上述方程和辅助方程(状态方程)  $f_1(T, p, V) = 0$ ,  $f_2(T, V, h) = 0$ ,  $f_3(T, V, u) = 0$ , 即可解出气缸内制冷剂质量  $m$  和比内能  $u$ 。并通过  $h = u + pV$  决定过程比焓的变化。

在上述基本的能量守恒方程中, 有  $dV$ ,  $dQ$  和  $dm$  项要分别予以确定。

① 气缸内气体体积变化率  $dV/dt$ 。

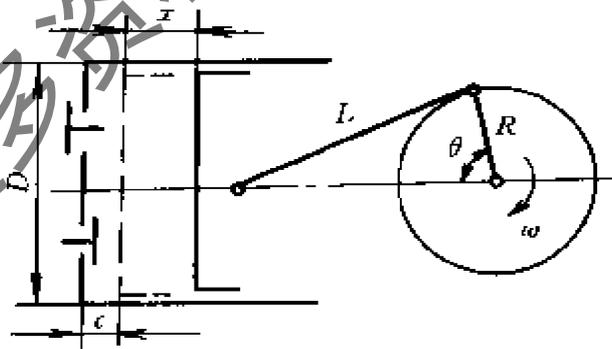


图3-19 气缸几何关系图

由图3-19

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{4} FD^2 \omega L \left( \lambda \sin \theta + \frac{\lambda^2 \sin \theta \cos \theta}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \theta}} \right) \quad (3-133)$$

其中  $\lambda = D/L$

② 气缸内传热量 $dQ/dt$

$$\frac{dQ}{dt} = \int_A \alpha(\theta_w - \theta) dA \quad (3-134)$$

尽管气缸壁温三维不均匀分布，然而，从系统角度考察，上述过程过于复杂，简化得

$$dQ/dt = \alpha A_c (\theta_w - \theta) \quad (3-135)$$

③ 通过气阀的质量流量 $dm/dt$

$$dm/dt = \alpha_v A_v \sqrt{2(h_2 - h_1) / V_2} \quad (3-136)$$

式中  $h_1$ 、 $h_2$ ——分别是气阀前后气体的比焓。

2) 机体和壳体及壳体和环境之间的传热模型 适用于全封闭压缩机（见图3-20）。

① 以气缸为对象建立模型。由于气缸外壁形状和传热情况的复杂性，难以用分布参数观点对气缸建立数学模型。好在制造气缸用的材料有较大的热导率，而气缸和气体间的表面传热系数较小，因此仍可用集中参数来建立模型。

由能量守恒定律

$$(c_p \rho V)_{CLN} \frac{d\theta}{dt} = W_m - Q_3 - Q_2 + Q_1 \quad (3-137)$$

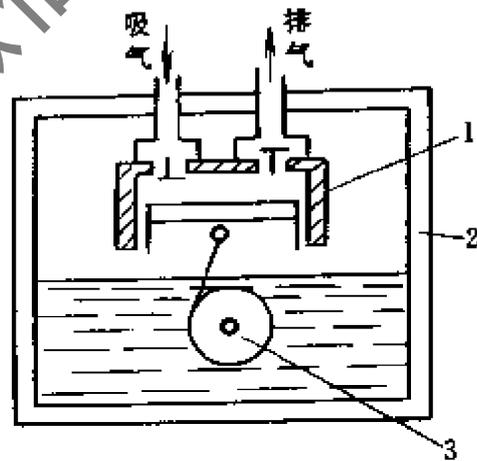


图 3-20 全封闭压缩机示意图  
1—气缸 2—机壳 3—电动机

式中  $W_m$  —— 摩擦功,  $W_m = \sum \left( \frac{\mu u^2}{\delta} \pi DB \right)$

$Q_b$  —— 电动机热量,  $Q_b = W \eta$  ( $\eta$  是电动机效率)。

② 以电动机、机壳、润滑油等为对象建立模型。电动机浸在油中将热量传给外壳, 油被剧烈搅拌, 传热迅速, 因此可以认为电动机、机壳和润滑油具有相同温度, 能量方程为

$$\left( \sum c_p V \right) \frac{d\theta}{dt}^{\text{MOS}} = Q_3 + Q_5 + Q_6 - Q_1 - Q_4 \quad (3-138)$$

### (3) 计算与程序

#### 1) 开式压缩机环节的计算

① 初始条件。现代压缩机转速都很高, 在假定吸排气腔无压力波动下, 可以认为一个循环过程中外界参数 (吸气温度与压力、排气压力、气缸壁温) 无变化。初始时刻定在活塞下止点 (气缸容积最大), 因为此时气缸内气体的状态就是吸气腔内气体的状态。由于吸气时有压力降, 假定的状态和真实情况有一定误差, 这个误差可以通过预循环来消除。即在假定的初始条件下进行一次循环, 在循环结束时就得到下一次循环的初始值, 该值和真实值若十分接近, 就可将其作为初始条件。

② 微分方程解法说明。使用四阶龙格库塔法解微分方程组, 以保证必要的精度。物性的计算采用预先编好子程序以备调用。不能直接求得的物性参数使用牛顿法迭代求解。计算框图见图3-21。

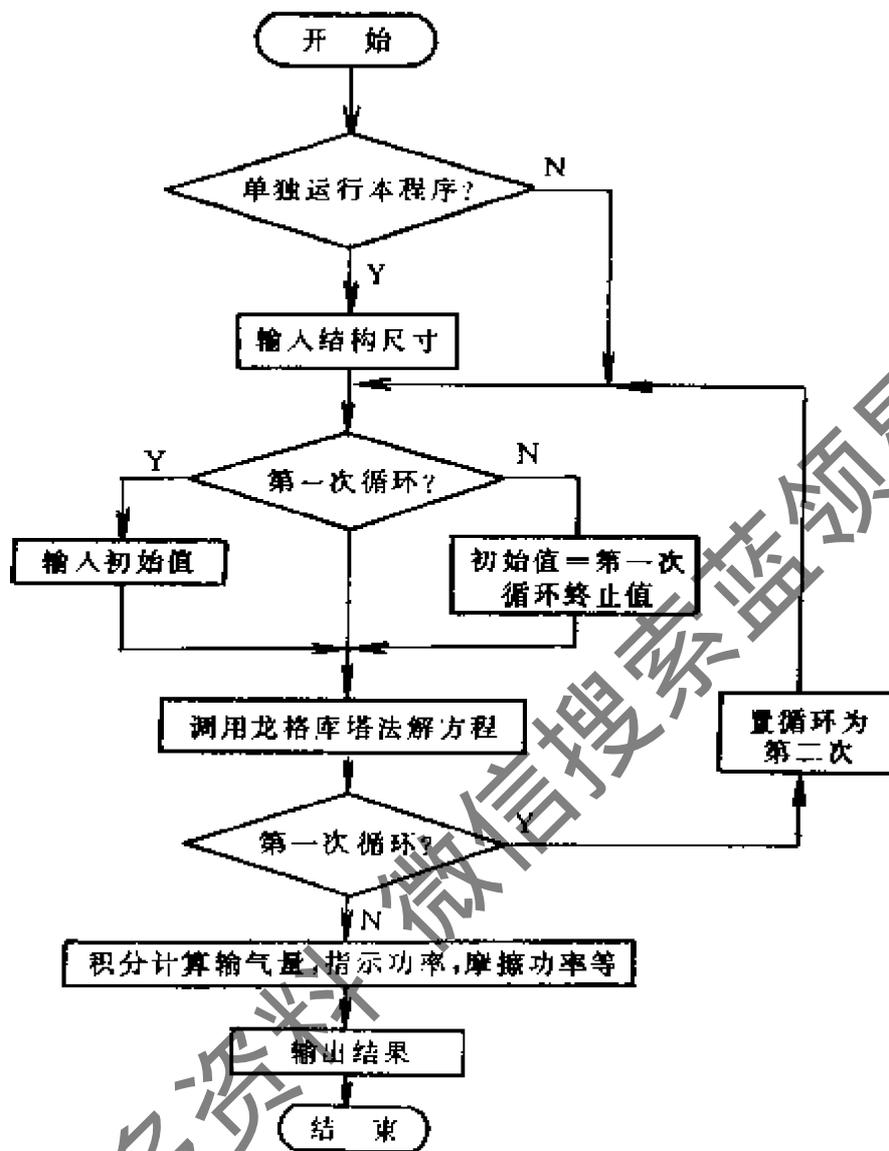


图3-21 开式压缩机计算框图。

## 2) 传热环节的计算

① 初始条件。为了试验验证方便起见，对压缩机的启动过程进行仿真。假定在初始状态，压缩机处于热平衡，各部分温度同环境温度相同。压缩机一启动就吸入一定温度、压力的工质，并假定吸气压力、温度和吸排气压力在整个仿真过程中不变。这个假定和实际过程不尽相同，但根据一般的经验，压力差的建立时间很短，一般只有几分钟。因此在其后的时间里，随着时间的推移，启动开始时的误差逐渐被消除。

② 微分方程解析。由前所述，开式压缩机环节和传热环节组

成了一个带有反馈的串系统，组成了全封闭压缩机流道环节。因此，在计算时要用到开式压缩机环节的输出值。压缩机循环一次的时间（几十分之一秒），相对于全封闭压缩机各部分温度上升的时间常数（大于10min）是一个无穷小量。可以认为在计算传热环节时，开式压缩机环节的输出值对其输入值无任何形式的迟延，即此时把开式压缩环节看作是一个代数环节。

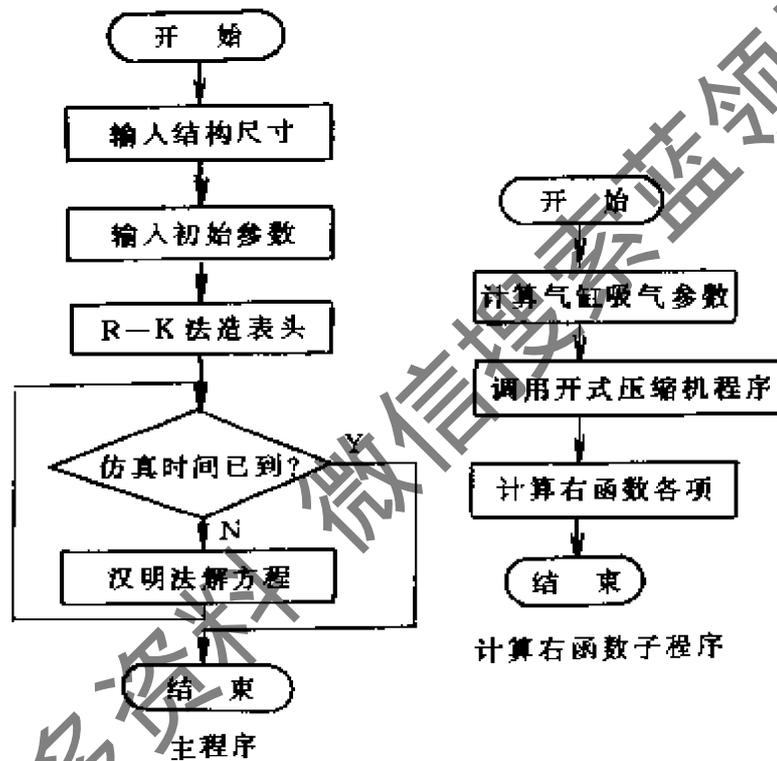


图3-22 传热环节计算框图

为了节省运算时间和保证精度，用哈明法解方程，并用四阶龙格—库塔法造表头。一般压缩机的时间常数小于30min，取其十分之一即3min作为计算步长，就可保证精度。计算程序框图见图3-22。

#### (4) 计算结果

1) 开式压缩机 开式压缩环节作为一个仿真对象进行数学仿真，其结果用 $p-V$ 图表示（图3-23）。

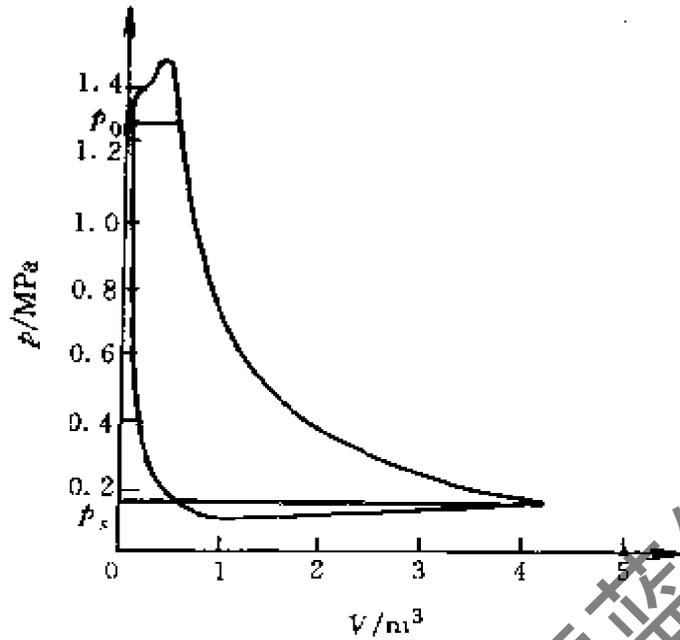


图3-23 开式压缩  $p-V$  图

2) 全封闭压缩机 全封闭压缩机的仿真结果图3-24中示出，图中显示了各参数随时间的动态变化过程。在动态  $\lg p-h$  图上得到。

至此，解决了制冷过程中，全封闭压缩机流道环节的制冷剂  $\lg p-h$  动态过程仿真分析，为整个制冷系统的动态仿真创造了条件。

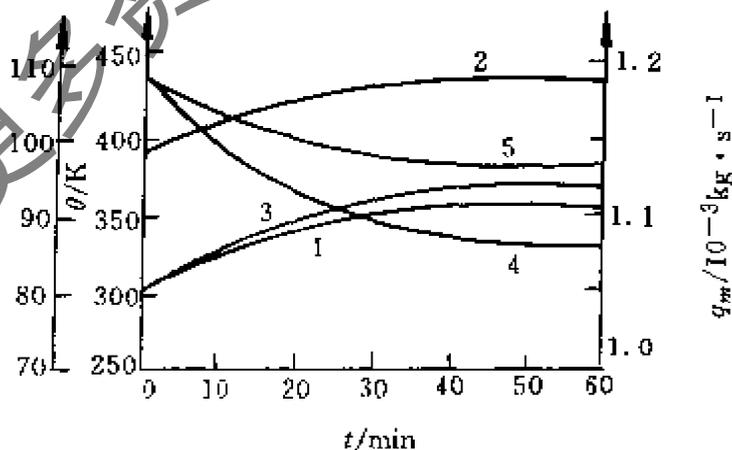


图3-24 全封闭压缩机动态过程计算结果

(工况:  $p_0=140\text{kPa}$ ,  $p_c=1401\text{kPa}$ ,  $\theta_{\text{amb}}=25\text{ }^\circ\text{C}$ )

1—机壳温度 2—气缸排气温度 3—机壳排气温度 4—流量 5—功耗

### (5) 试验简介

装置简图见图3-25。试验中使用了先进的HP3054A带3026计算

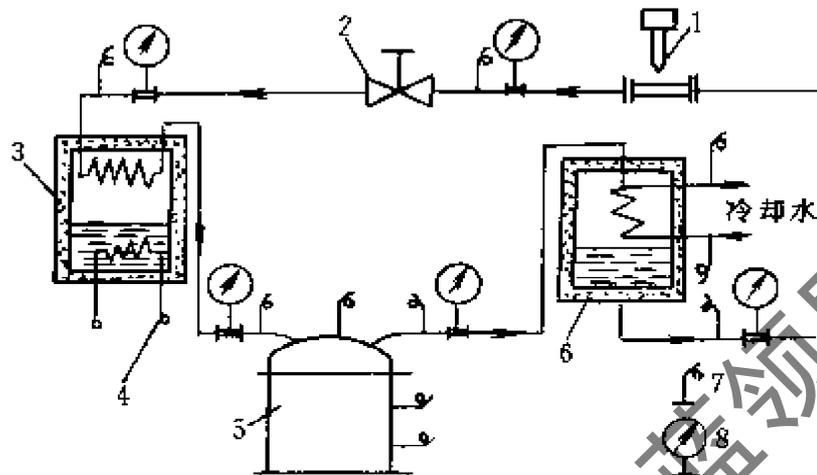


图 3-25 匹配试验台简图

1—激光测速仪 2—手动膨胀阀 3—蒸发器 4—电加热 5—压缩机  
6—冷凝器 7—热电偶 8—压力发信器

机的数据采集与控制系统，使对温度、压力等模拟量的动态连续在线测量得以实现。被测量的参数有吸、排气压力、温度、机壳温度和消耗功率，系统循环量。压力和温度分别使用经校验标定的压电晶体压力变送器和铜-康铜热电偶测量。为了准确测量压缩机吸、排气的温度，使用了自制的带有热电偶的管内测头。制冷剂流量测量一直是个较困难问题，特别是小型氟利昂系统。我们在制冷系统过冷段装了密封玻璃管，首次采用多普勒激光测速仪测量，测定过冷段制冷剂最大流速 $v_{\max}$ （管中心），则制冷冷剂循环量为

$$G = 1/2 \rho A v_{\max}$$

式中  $\rho$  —— 制冷剂密度；  
 $A$  —— 管子流通面积。

当然亦可采用质量流量计测定。

我们对95W、105W等四种全封闭制冷压缩机进行开机试验，测量其主要参数变化。其结果与计算结果比较相当吻合，证实了数学模型的可靠性。试验结果示于图3-26至图3-28。

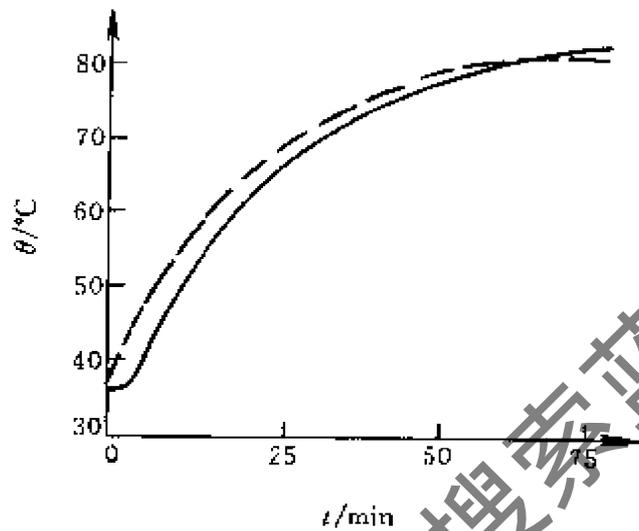


图3-26 机壳温升

----- 计算值    —— 试验值

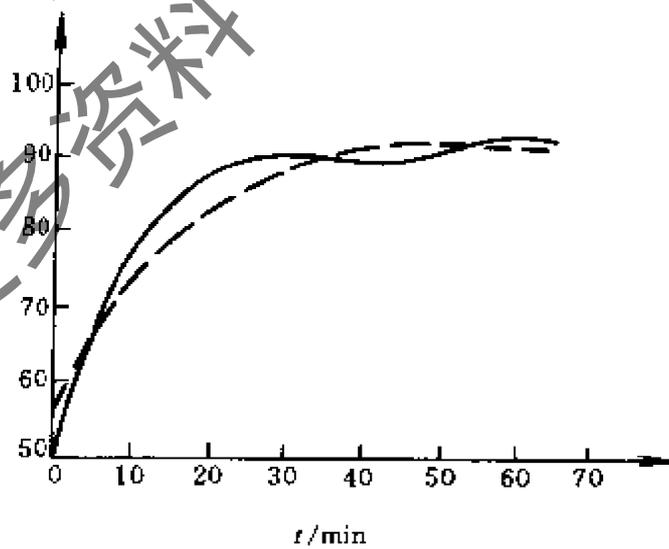


图3-27 排气温升

----- 计算值    —— 试验值

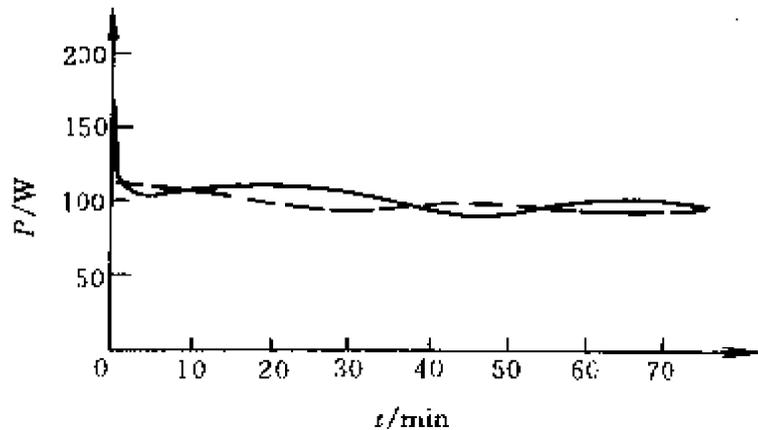


图3-28 功率曲线

----- 计算值    —— 试验值

综上所述:

1) 将压缩机进、排气流道(开式或全封闭)作为制冷系统的一个环节,建立数学模型,可为整个系统的仿真、最佳匹配和计算机控制提供了条件。

2) 对压缩机流道的数学模型编制程序,进行动态仿真,得出动态过程在 $\lg p-h$ 图上的表示,解决了压缩环节输入参数和输出参数间的关系,并对压缩机内部工质状态的变化作了定量分析,为改进压缩机性能提供良好的动态数据,对变工况分析更为有用。

3) 对动态数学模型进行了试验验证,其结果和计算值相当吻合,证实了模型的准确性,可供作实用模型。应用电冰箱制冷系统仿真及其匹配特性分析,与实验相吻合。

另外,在实际制冷装置动态仿真计算中,还可对数学模型酌情简化。

## 第4章 制冷装置数学模型的分析方法

制冷装置各部件的数学模型建立以后，将要进行制冷系统的动态仿真，还要进行优化计算，都涉及对数学模型进行分析、求解问题。本章介绍目前用于制冷装置数学模型与分析计算的几种基本方法中的共性问题作。

### 4.1 传递函数分析法

#### 4.1.1 概述

制冷装置各部件的数学模型，大都可以简化为线性偏微分方程或二阶以下的常微分方程。这些经过线性化处理的偏微分方程，经过拉普拉斯变换，变为代数方程。代数方程中的输出量与输入量之比，就是传递函数。这样就可以将传递函数视为  $S$  域（频域）中的算子，避免求解复杂的时域微分方程，使求解的线性数学模型大为简化，因此传递函数法曾获得广泛应用。

这种方法特别适合在模拟计算机上进行求解，也可以将传递函数进行  $Z$  变换，使之成为脉冲传递函数，然后编制程序在数字计算机上求解。

一个复杂的制冷装置及部件的数学模型写成传递函数后，可能传递函数的结构十分复杂，方框图也很复杂（如图 2-5），但可以简化成等效传递函数，问题就很快地简化。于是一套成熟的传递函数、频率特性分析方法，可以自然地引用到制冷装置性能分析上来，因此传递函数法是目前分析制冷装置及其部件动态特性最普遍的方法之一。乌克兰傲德萨制冷学院院长 Ч у м а к 教授在其专著制冷装置不稳定工况特性分析<sup>[2]</sup>中就采用传递函数法来纵贯全书。

#### 4.1.2 传递函数法解制冷装置动态方程

用传递函数法解制冷装置动态方程的先决条件是：所讨论的微

分方程线性化，只有满足此条件，才有可能进行拉普拉斯变换；其次，若要求解具体设备的动态方程，必须有足够的边界条件与初始条件。为了充分地利用拉普拉斯变换表来求取原函数，必要的数学运算亦十分需要，以便有效地应用拉普拉斯变换表。

(1) 传递函数法解动态方程的基本方法

例 设某线性系统动态方程为

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_0 x(t) \quad (4-1)$$

( $a_1$ 、 $a_0$ 、 $b_0$  为实常数)

求解该系统的微分方程式。

解 先找出该微分方程式各项的拉氏变换式。

因为 
$$L[y(t)] = \int_0^{\infty} y(t)e^{-st} dt = Y(S)$$

$$L[x(t)] = \int_0^{\infty} x(t)e^{-st} dt = X(S)$$

$$L[y'(t)] = SY(S) - Y(0)$$

$$L[y''(t)] = S^2Y(S) - Sy(0) - y'(0)$$

对式(4-1)各项求其拉氏变换，按上面所列的拉氏变换式可得

$$(S^2 + a_1S + a_0)Y(S) = b_0X(S) + (S + a_1)y(0) + y'(0) \quad (4-2)$$

故式(4-2)的拉氏变换式可写成

$$Y(S) = \frac{b_0}{S^2 + a_1S + a_0} X(S) + \frac{(S + a_1)y(0) + y'(0)}{S^2 + a_1S + a_0} \quad (4-3)$$

由初始条件： $t=0$ ， $y(0)=0$ ， $y'(0)=0$

式(4-3)可写成

$$Y(S) = \frac{b_0}{S^2 + a_1S + a_0} X(S) = W(S)X(S) \quad (4-4)$$

即 
$$W(S) = \frac{Y(S)}{X(S)} = \frac{b_0}{S^2 + a_1 S + a_0}$$

若输入量  $x(t)$  的函数形式为

$$x(t) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ A & x \geq 0 \end{cases} \quad (4-5)$$

则输入量  $x(t)$  的拉氏变换

$$L[x(t)] = \frac{A}{S} \quad (4-6)$$

代入式(4-4), 可得

$$Y(S) = \frac{b_0}{S^2 + a_1 S + a_0} \frac{A}{S} = \frac{b_0 A}{S(S^2 + a_1 S + a_0)} \quad (4-7)$$

解式(4-7)这一代数方程式, 然后进行拉氏反变换, 可解出  $y(t)$ 。由于式(4-7)在拉氏变换表中没有, 故需作下列变换。

设式(4-7)分母的二次三项式的二个根都是实数, 即

$$S^2 + a_1 S + a_0 = (S + \alpha)(S + \beta) \quad (4-8)$$

$$a_1 = \alpha + \beta \quad a_0 = \alpha \beta \quad (4-9)$$

所以 
$$Y(S) = \frac{b_0 A}{S(S + \alpha)(S + \beta)} = \frac{C_1}{S} + \frac{C_2}{S + \alpha} + \frac{C_3}{S + \beta} \quad (4-10)$$

查拉氏变换表, 找出式(4-10)各项的原函数, 得

$$y(t) = C_1 + C_2 e^{-\alpha t} + C_3 e^{-\beta t} \quad (4-11)$$

式中  $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$  一一分别为待定系数。

系数  $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$  的确定如下:

式(4-10)两边乘  $S$ , 并令  $S=0$ , 可得 
$$C_1 = \frac{b_0 A}{\alpha \beta} = \frac{b_0 A}{a_0}$$

式(4-10)两边乘  $(S + \alpha)$ , 并令  $S = -\alpha$ , 可得

$$C_2 = \frac{b_0 A}{-\alpha(\beta - \alpha)} = \frac{b_0 A}{\alpha(\alpha - \beta)} = \frac{b_0 \beta A}{a_0(\alpha - \beta)}$$

式(4-10)两边乘 $(S + \beta)$ ，并令 $S = -\beta$ ，可得

$$C_3 = \frac{b_0 A}{-\beta(-\beta + \alpha)} = \frac{b_0 A}{\beta(\alpha - \beta)} = \frac{b_0 \alpha A}{a_0(\alpha - \beta)}$$

将所得的 $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$ 代入式(4-11)，可得

$$y(t) = \frac{b_0 A}{a_0} + \frac{b_0 \beta A}{a_0(\alpha - \beta)} e^{-\beta t} - \frac{b_0 \alpha A}{a_0(\alpha - \beta)} e^{-\beta t} \quad (4-12)$$

式(4-12)即为方程式(4-1)在输入量为阶跃干扰时的解。

从上面分析可知，应用拉氏变换解微分方程式时，把对微分方程式求解过程，变成了对代数方程式求解的过程，而且一次就把所有初始条件考虑进去，不必再以该初始条件来决定积分常数。

(2) 单相顺流和逆流换热器（如盐水制冷热交换器）动态方程的解

逆流换热器线图如图 4-1a，并可简化成图 4-1b 形式。

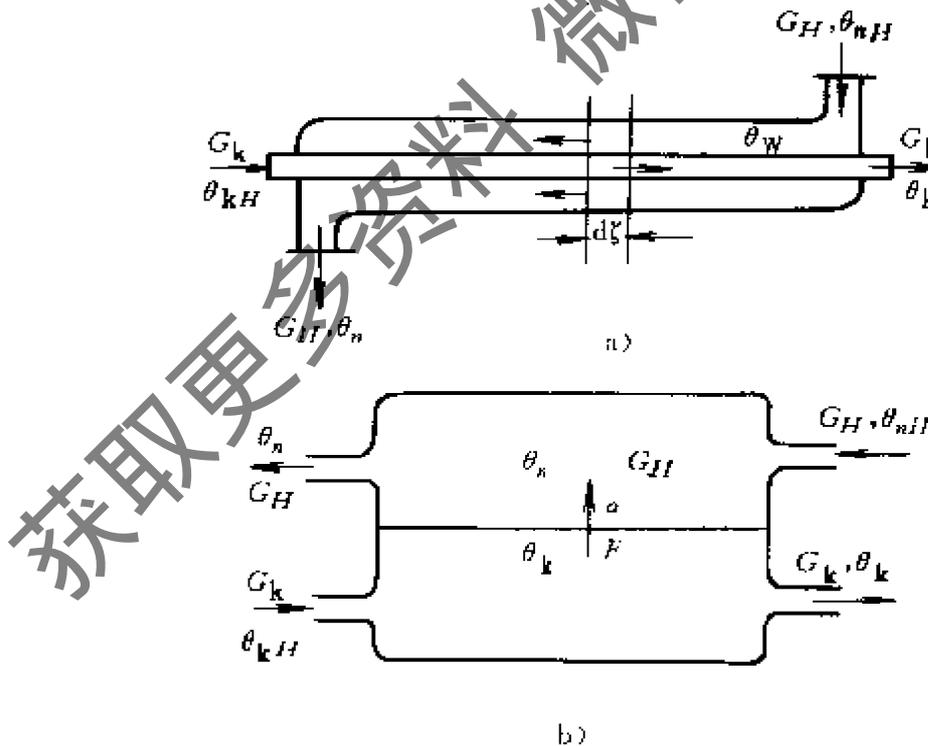


图 4-1 逆流换热器示意图

a) 线图 b) 简化图

顺流换热器与此相似（但顺流换热器管内外工质流向相同）。目前常用的套管式冷凝器即盐水冷却器均属此类。其动态方程如下：

对  $\xi$  微元可得冷却工质热平衡方程

$$-q_{m_k} C_k \frac{\partial \theta_k}{\partial t} + l G_k C_k \frac{\partial \theta_k}{\partial \xi} = \alpha_k F_k (\theta_k - \theta_w) \quad (4-13)$$

对管壁温度则有

$$q_{m_w} C_w \frac{\partial \theta_w}{\partial t} = \alpha_k F_k (\theta_k - \theta_w) - \alpha_n F_n (\theta_w - \theta_n) \quad (4-14)$$

对管外侧流体则有

$$q_{m_n} C_n \frac{\partial \theta_n}{\partial t} + l_2 G_n C_n \frac{\partial \theta_n}{\partial \xi} = \alpha_n F_n (\theta_w - \theta_n) \quad (4-15)$$

由于是单相热交换器，不会出现冲量（动量）平衡方程，当然也不会有干度变化方程。

为了采用传递函数法分析方程(4-13)~(4-15)，故需对上述方程线性化处理。很明显，方程系数中传热系数  $\alpha_k$ 、 $\alpha_n$  为非线性处理的，现认为管径不变，传热系数是介质流速的函数，则有

$$\begin{cases} \alpha_k = \alpha_{k_0} + \left( \frac{\partial \alpha_k}{\partial G_k} \right)_0 \Delta G_k \\ \alpha_n = \alpha_{n_0} + \left( \frac{\partial \alpha_n}{\partial G_n} \right)_0 \Delta G_n \end{cases} \quad (4-16)$$

周围空气(水)对换热器动态特性的影响取决于  $\frac{\alpha_{nH} D}{\alpha_{nB} d}$ 。  $\alpha_{nH}$

为外侧介质对套管外壁的传热系数；  $\alpha_{nB}$  为介质对内管壁的传热系数；  $D$ 、 $d$  分别为外壳内径和内管外径。

若内壳中有几根管，则此值采用  $\frac{\alpha_{nH} D}{n\alpha_{nB} d}$ 。若  $\frac{\alpha_{nH} D}{\alpha_{nB} d} \ll 0.25$ ，

管外壳热容量对热交换动态特性的影响可以忽略。方程(4-13)~(4-15)对于逆流与顺流换热器来说，在形式上是相同的。仅仅是  $\frac{\partial \theta_k}{\partial \xi}$  相的符号相反（顺流时为“-”，逆流时为“+”）。

按方程(4-16)要求，可对方程组实行线性化（泰勒级数展开，忽略高次项），可得

$$-q_{m_k} C_k \frac{\partial \Delta \theta_k}{\partial t} + l_1 G_k C_k \frac{\partial \Delta \theta_k}{\partial \xi} = \alpha_{k_0} A_k (\Delta \theta_k - \Delta \theta_w) - \left[ A_k (\theta_k - \theta_w)_0 \left( \frac{\partial \alpha_k}{\partial G_k} \right)_0 - C_k l_1 \frac{\partial \theta_k}{\partial \xi} \right] \Delta G_k \quad (4-17)$$

$$q_{m_w} C_w \frac{\partial \theta_w}{\partial t} = \alpha_{k_0} A_k (\Delta \theta_k - \Delta \theta_w) + F_k (\theta_k - \theta_w)_0 \left( \frac{\partial \alpha_k}{\partial G_k} \right)_0 \Delta G_k - A_n (\theta_w - \theta_n)_0 \left( \frac{\partial \alpha_n}{\partial G_n} \right)_0 \Delta G_n - \alpha_{n_0} A_n (\Delta \theta_w - \Delta \theta_n) \quad (4-18)$$

$$q_{m_n} C_n \frac{\partial \Delta \theta_n}{\partial t} + l_2 G_n C_n \frac{\partial \Delta \theta_n}{\partial \xi} = \alpha_{n_0} A_n (\Delta \theta_w - \Delta \theta_n) - \left[ (\theta_w - \theta_n)_0 \left( \frac{\partial \alpha_n}{\partial G_n} \right)_0 - C_n l_2 \frac{\partial \theta_n}{\partial \xi} \right] \Delta G_n \quad (4-19)$$

方程式(4-17)~(4-19)变为线性常系数方程，可以利用拉氏变换，传递函数法来求解。

拉氏变换时，积分上限为“ $\infty$ ”。这个条件对于时间坐标是

满足的，因为对制冷换热器的动态过程是扰动加入瞬间( $t = 0$ )到达新稳定状态( $t = \infty$ )。对于空间坐标，这一条件同样满足。所讨论空间是半无穷射线传热，只沿特征线方向传播。其另一物理意义表示：在输出侧没有外作用加入。

对式(4-17)~(4-19)，首先对时间坐标  $t$  作拉氏变换，可得

$$\begin{aligned} & -(T_1 S + 1)\Delta\theta_k(\xi, S) + a_1 \frac{\partial \Delta\theta_k(\xi, S)}{\partial \xi} \\ & = -\Delta\theta_w(0, S) + a_2 \Delta G_k(0, S) \end{aligned} \quad (4-20)$$

$$\begin{aligned} & -(T_2 S + 1)\Delta\theta_n(\xi, S) + b_1 \frac{\partial \Delta\theta_n(\xi, S)}{\partial \xi} \\ & = -\Delta\theta_w(0, S) + b_2 \Delta G_n(0, S) \end{aligned} \quad (4-21)$$

$$\begin{aligned} \Delta\theta_w(0, S) &= \frac{1}{T_w S + C_1} \Delta\theta_k(\xi, S) + \frac{C_2}{T_w S + C_1} \Delta G_k(0, S) \\ &+ \frac{C_3}{T_w S + C_1} \Delta\theta_n(\xi, S) - \frac{C_4}{T_w S + C_1} \Delta G_n(0, S) \end{aligned} \quad (4-22)$$

其中  $T_1 = \frac{q_{m_k} C_k}{\alpha_{k_0} F_k}$ ;  $a_1 = \frac{G_k C_k}{\alpha_{k_0} F_k}$ ;  $b_1 = \frac{G_n C_n}{\alpha_{n_0} F_n}$ ;  $T_2 = \frac{q_{m_n} C_n}{\alpha_{n_0} F_n}$ ;

$$\alpha_2 = \frac{F_k(\theta_k - \theta_w)_0 \left( \frac{\partial \alpha_k}{\partial G_k} \right)_0 - C_k \frac{\partial \theta_{k_0}}{\partial \xi}}{\alpha_{k_0} F_k}; \quad C_1 = 1 + C_3; \quad C_3 = \frac{\alpha_{n_0} F_n}{\alpha_{k_0} F_k};$$

$$T_w = \frac{q_{m_w} C_w}{\alpha_{k_0} F_k}; \quad b_2 = \frac{F_n(\theta_w - \theta_n)_0 \left( \frac{\partial \alpha_n}{\partial G_n} \right)_0 - C_n \frac{\partial \theta_{n_0}}{\partial \xi}}{\alpha_{n_0} F_n};$$

$$C_2 = \frac{(\theta_k - \theta_w)_0 \left( \frac{\partial \alpha_k}{\partial G_k} \right)_0}{\alpha_{k_0}}; \quad C_4 = \frac{F_n (\theta_n - \theta_w)_0 \left( \frac{\partial \alpha_n}{\partial G_n} \right)_0}{\alpha_{k_0} F_k}$$

式中  $T_1$ 、 $T_2$ 、 $T_w$  —— 分别为换热器冷却工质、被冷却介质及金属壁的时间常数。

然后要考虑对  $\xi$  空间坐标的方程进行第二次拉氏变换。即对式 (4-20) ~ (4-22) 在零初始条件下，就空间变量  $\xi$  进行拉氏变换。如此，在零初始条件下，考虑加入输入端的扰动作用与参数的偏差。可知，加在输入端的扰动与空间坐标  $\xi$  应无关，则对于工质通道的边界条件具体可表示如下：

$$\left. \begin{aligned} \Delta \theta_k(\xi, S) &\approx \Delta \theta_k(p, S) \\ \Delta G_n(0, S) &\approx \frac{1}{p} \Delta G_n(0, S) \\ \Delta \theta_n(\xi, S) &\approx \Delta \theta_n(p, S) \\ \Delta G_k(0, S) &\approx \frac{1}{p} \Delta G_k(0, S) \\ \Delta \theta_{nh}(\xi, S) &\approx \Delta \theta_{nh}(l, S) \\ \Delta \theta_{kh}(\xi, S) &\approx \Delta \theta_{kh}(0, S) \end{aligned} \right\} \quad (4-23)$$

考虑边界条件式 (4-23)，除去壁温方程 (4-18)，我们就可以实现方程 (4-17)、(4-19) 的空间坐标  $\xi$  的拉氏变换：

$$\begin{aligned} [a_1 p - A(S)] \Delta \theta_k(p, S) &= a_1(S) \Delta \theta_n(p, S) + \frac{a_2(S)}{p} \Delta G_n(0, S) \\ &+ \frac{a_3(S)}{p} \Delta G_k(0, S) + \Delta \theta_{kh}(0, S) \end{aligned} \quad (4-24)$$

$$\begin{aligned} [b_1 p + B(S)] \Delta \theta_n(p, S) &= b_4(S) \Delta \theta_k(p, S) + \frac{b_5(S)}{p} \Delta G_k(0, S) \\ &+ \frac{b_6(S)}{p} \Delta G_n(0, S) + \Delta \theta_{nh}(1, S) \end{aligned} \quad (4-25)$$

线性代数方程组(4-24)、(4-25)的解，取决于变量 $\Delta \theta_k(p, S)$ 和 $\Delta \theta_n(p, S)$ ，利用 Kramepa 规则

$$\Delta \theta_w(p, S), \Delta \theta_n(p, S) = \frac{\Delta_{jk}}{\Delta} \quad (4-26)$$

式中  $\Delta$  —— 特征行列式，它决定于系统的根。

$$\Delta \equiv \begin{vmatrix} (a_1 p - A(S)) & a_1(S) \\ -b_4(S) & (b_1 p + B(S)) \end{vmatrix}$$

$$p_{1,2} = -\frac{a_1 B(S) + b_4 A(S)}{2a_1 b_1} \pm \sqrt{\left( \frac{a_1 B(S) - b_4 A(S)}{2a_1 b_1} \right)^2 + \left( \frac{A(S)B(S) - a_1(S)b_4(S)}{a_1 b_1} \right)} \quad (4-27)$$

假如行指数 $k=1, 2$ ，扰动作用 $(\Delta G_n, \Delta G_k, \Delta \theta_{kh}, \Delta \theta_{nh})$ 示作为 $j$ ， $\Delta_{jk}$  相应的子行列式为

$$\Delta_{\Delta \theta_k}^{\Delta \theta_n} \equiv \begin{vmatrix} 1 & a_1(S) \\ 0 & (b_1 p + B(S)) \end{vmatrix} = b_1 p + B(S) \quad (4-28)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{\Delta G_k}^{\Delta \theta_k} &\equiv \begin{vmatrix} a_3(S) & a_1(S) \\ b_5(S)/p & (b_1 p + B(S)) \end{vmatrix} \\ &= a_3(S)b_1 + \frac{1}{p} [a_3(p)B(S) - a_1(S)b_5(S)] \end{aligned} \quad (4-29)$$

所以要确定的子行列式取决于扰动作用和冷却工质温度，对于进一步深入的转换，需分析特征方程(4-27)的根。

最后，方程(4-24)和(4-25)在时间  $t$  变化时，可以获得下列形式的传递函数：

$$\frac{\Delta\theta_k(\xi, S)\Delta\theta_n(\xi, S)}{j} = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n K_{jki}(S) e^{-p_i(S)\xi} \quad (4-30)$$

其中  $k = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ \Delta\theta_k & \Delta\theta_n \end{vmatrix}; \quad i = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ p_1(S) & p_2(S) \end{vmatrix};$

$$j = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \Delta G_n & \Delta G_k & \Delta\theta_{nh} & \Delta\theta_{kh} \end{vmatrix}$$

解式(4-30)的形式，取决于作用在换热器设备上的扰动  $\Delta\theta_k(\xi, S)$  和  $\Delta\theta_n(\xi, S)$ 。当  $\xi=1$ ，式(4-30)可以写成

$$\frac{\Delta\theta_k(1, S)\Delta\theta_n(1, S)}{j} = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n K_{jki}(S) e^{-p_i(S)} \quad (4-31)$$

它表示各扰动变化和微分方程各有关通道参数间的关系，实际上由此可获得微分方程的解。所得热交换器各有关传递函数列于表 4-1。

表中  $A(S) = T_1 S + 1 - \frac{1}{T_w S + c_1}; \quad B(S) = T_2 S + 1 - \frac{c_3}{T_w S + c_1};$   
 $a_1(S) = \frac{c_3}{T_w S + c_1}; a_2(S) = \frac{c_4}{T_w + c_1}; a_3(S) = a_2 - \frac{c_2}{T_w S + c_1}$   
 $b_4(S) = \frac{1}{T_w S + c_1}; b_5(S) = \frac{c_2}{T_w S + c_1}; b_6(S) = b_2 - \frac{c_4}{T_w S + c_1}$

在计算中还必须确定稳定工况下，数值  $\frac{\partial\theta_{k_0}}{\partial\xi}$  和  $\frac{\partial\theta_{n_0}}{\partial\xi}$ 。在稳

定工况时( $S=0$ )，考虑到表 4-1 中式①、④、⑤、⑧，可以得到下式：

表 4-1 热交换器各有关传递函数

通道	标记	传递函数值
管内液体温度通道	$\frac{\Delta\theta_n(s,s)}{\Delta\theta_{th}(0,s)}$ ①	$\frac{1}{P_2(s) - P_1(s)} \left\{ [-P_1(s)b_1 + B(s)]e^{-P_1(s)\xi} - [-P_2(s)b_1 + B(s)]e^{-P_2(s)\xi} \right\}$
	$\frac{\Delta\theta_n(s,s)}{\Delta\theta_n(0,s)}$ ②	$\frac{a_2(s)B(s) - a_1(s)b_2(s)}{P_1(s)P_2(s)} + \frac{1}{P_2(s) - P_1(s)} \times \left[ \frac{a_2(s)B(s) - a_1(s)b_2(s)}{-P_1(s)} e^{-P_1(s)\xi} + a_2(s)b_1 e^{-P_2(s)\xi} - \frac{a_2(s)B(s) - a_1(s)b_2(s)}{-P_2(s)} + a_2(s)b_1 e^{-P_2(s)\xi} \right]$
	$\frac{\Delta\theta_n(s,s)}{\Delta G_1(0,s)}$ ③	$\frac{a_1(s)B(s) - a_1(s)b_5(s)}{P_1(s)P_2(s)} + \frac{1}{P_2(s) - P_1(s)} \times \left[ \frac{a_1(s)B(s) - a_1(s)b_5(s)}{P_1(s)} e^{-P_1(s)\xi} + a_1(s)b_1 e^{-P_2(s)\xi} - \frac{a_1(s)B(s) - a_1(s)b_5(s)}{-P_2(s)} + a_1(s)b_1 e^{-P_2(s)\xi} \right]$
	$\frac{\Delta\theta_n(s,s)}{\Delta\theta_{mh}(0,s)}$ ④	$\frac{a_1(s)}{P_2(s) - P_1(s)} [e^{-P_1(s)\xi} - e^{-P_2(s)\xi}]$
管外侧温度通道	$\frac{\Delta\theta_n(s,s)}{\Delta\theta_{mh}(0,s)}$ ⑤	$\frac{1}{P_2(s) - P_1(s)} \left\{ [-P_1(s)a_1 - A(s)]e^{-P_1(s)\xi} - [-P_2(s)a_1 - A(s)]e^{-P_2(s)\xi} \right\}$
	$\frac{\Delta\theta_n(s,s)}{\Delta G_1(0,s)}$ ⑥	$\frac{a_2(s)b_4(s) - A(s)b_6(s)}{P_1(s)P_2(s)} + \frac{1}{P_2(s) - P_1(s)} \times \left[ \frac{a_2(s)b_4(s) - A(s)b_6(s)}{-P_1(s)} e^{-P_1(s)\xi} + a_2(s)b_1 e^{-P_2(s)\xi} - \frac{a_2(s)b_4(s) - A(s)b_6(s)}{-P_2(s)} + a_2(s)b_1 e^{-P_2(s)\xi} \right]$
	$\frac{\Delta\theta_n(s,s)}{\Delta G_4(0,s)}$ ⑦	$\frac{a_3(s)b_4(s) - A(s)b_5(s)}{P_1(s)P_2(s)} + \frac{1}{P_2(s) - P_1(s)} \times \left[ \frac{a_3(s)b_4(s) - A(s)b_5(s)}{-P_1(s)} e^{-P_1(s)\xi} + a_3(s)b_1 e^{-P_2(s)\xi} - \frac{a_3(s)b_4(s) - A(s)b_5(s)}{-P_2(s)} + a_3(s)b_1 e^{-P_2(s)\xi} \right]$
	$\frac{\Delta\theta_n(s,s)}{\Delta\theta_{th}(0,s)}$ ⑧	$\frac{b_4(s)}{P_2(s) - P_1(s)} [e^{-P_1(s)\xi} - e^{-P_2(s)\xi}]$

$$\begin{cases} \theta_{k_0} = \frac{\Delta\theta_k(\xi, 0)}{\Delta\theta_{kh}(0)} \theta_{kh_0} + \frac{\Delta\theta_k(\xi, 0)}{\Delta\theta_{nh}(0)} \theta_{nh_0} \\ \theta_{n_0} = \frac{\Delta\theta_n(\xi, 0)}{\Delta\theta_{kh}(0)} \theta_{kh_0} + \frac{\Delta\theta_n(\xi, 0)}{\Delta\theta_{nh}(0)} \theta_{nh_0} \end{cases} \quad (4-32)$$

利用稳定工况平衡方程，可以有

$$\begin{cases} \frac{\partial\theta_{k_0}}{\partial\xi} = \frac{1}{a_1} (\theta_k - \theta_w)_0 \\ \frac{\partial\theta_{n_0}}{\partial\xi} = \frac{1}{b_1} (\theta_w - \theta_n)_0 \end{cases} \quad (4-33)$$

考虑到  $\theta_k$  和  $\theta_n$  可利用式(4-32)计算，对于  $\xi=1$  时，还可确定壁温式为

$$\begin{aligned} \theta_w(\xi, 0) = & \frac{a_1}{c_1[\bar{p}_2(0) - \bar{p}_1(0)]} \left\{ [1 - b_1 \bar{p}_1(0)] e^{-\bar{p}_1(0)\xi} \right. \\ & \left. - [1 - b_1 \bar{p}_2(0)] e^{-\bar{p}_2(0)\xi} \right\} \theta_{kh}(0) - \frac{b_1 c_3}{c_1[\bar{p}_2(0) - \bar{p}_1(0)]} \\ & \times \left\{ [1 - a_1 \bar{p}_1(0)] e^{-\bar{p}_1(0)\xi} - [1 - a_1 \bar{p}_2(0)] e^{-\bar{p}_2(0)\xi} \right\} \theta_{nh}(0) \quad (4-34) \end{aligned}$$

其中  $\bar{p}_{1,2}(0) = \frac{(a-b_1) + \frac{b_1}{c_1} - \frac{a_1 c_3}{c_4}}{2a_1 b_1}$

$$\pm \sqrt{\left[ \frac{(a-b_1) + \frac{b_1}{c_1} - \frac{a_1 c_3}{c_4}}{2a_1 b_1} \right]^2 + \frac{\left(1 - \frac{1}{c_1} - \frac{c_3}{c_1}\right)}{a_1 b_1}}$$

用传递函数法解数学模型，对于模拟计算机分析和偏自动控制的制冷空调系统定量动态解比较方便，亦常被采用。其最大的限制则是数学模型必须线性化。对于制冷空调对象的数学模型来说，由于传热、流动中种种非线性因素客观地存在，因此，一定要线性化处理，带来诸多不便；其数学模型的解更多地采用了差分数值方法。

## 4.2 差分数值解及特征线法的应用

本节并不想对差分数值解作系统的叙述，因为在这领域已有不少专著。作为工程热物理、制冷、能源、动力领域的学生，特别是研究生，一般均把计算传热学、计算流体力学作为必修的课程。本节是想根据作者的经验，对差分数值解中若干体会，以备忘录性质和读者交流。

### 4.2.1 差分数值解的若干问题讨论

#### (1) 差分数值解的物理意义理解

由于我们在本书的第1章就提出了“制冷系统热动力学”的三个观点。其中第一和第二观点是：动态、分布参数的数学模型很自然地出现了微分与偏微分方程，而偏微分方程绝大多数是双曲方程，它反映了参数随时间与地点而变化的客观现象。用差分数值解这类偏微分方程，首先是要对偏微分方程按照选定的网格形式进行离散，简化成差分方程（代数方程），这就是一个重要的近似过程，这是众所周知的。当然，我们自然会想到差分网格步长的大小，会影响计算精度及收敛性、稳定性等一系列问题。但平时不大接触差分数值解的读者会问：从物理意义上讲，这个计算过程究竟表示了什么？作者通过十余年来的教学、科研实践，作如下的讨论。

制冷剂在管内的放热系数为  $\alpha = \alpha(\chi, q_{m_c})$ ，而对流换热系数  $\alpha$  是随着制冷剂干度  $\chi$  和质量流量的大小而变化，有时亦写成  $\alpha = \alpha(\chi, l)$ ，说明管内放热系数随制冷剂干度（反映了管长  $\xi$ ）与时

间变化，这一点早已被证实。我们在计算  $\alpha(\chi, q_{m_k})$  时，利用了差分数值离散了的  $\alpha(\chi, q_{m_k})$  方程。利用差分网格  $\alpha(\chi, q_{m_k})$ ，形成图 4-2。

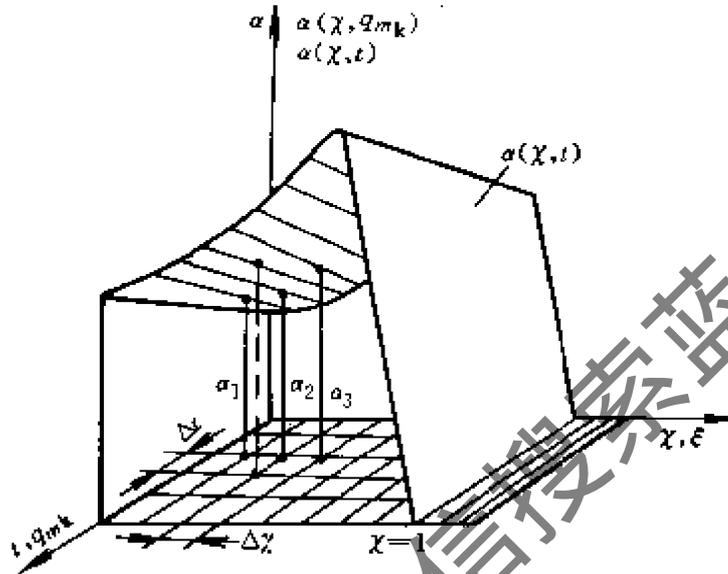


图 4-2 差分数值解的物理意义

它表明  $\alpha(\chi, q_{m_k})$  或  $\alpha(\chi, t)$  是一个曲面。在  $q_{m_k} - \chi$  网格上，选定网格，进行差分计算，每个节点上可以算出一个  $\alpha_i$  (如  $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$ 、 $\alpha_3$ )，网格步长愈小，则所选得  $\alpha_i$  愈密。最终可形成  $\alpha(\chi, q_{m_k})$  曲面。当  $t = t_i$ ， $q_{m_k} = q_{m_k}$  值这一平面上，可得  $\alpha(\chi)$  曲线，当  $\chi = 0.85 - 0.9$  时， $\alpha(\chi) = \alpha_{\max}$ ；当  $\chi \geq 1$  时， $\alpha(\chi)$  值最小，此时制冷蒸发器处于过热区，管内放热系数最小，该区域蒸发器利用率最低。

纵观近年来数值计算的众多书刊，作者认为：V. 帕坦卡所著“传热与流体流动的数值方法”一书，重视物理概念与物理现象，避免了烦琐的数学处理，读后使人对抽象的概念有了比较形象的认识。本书亦试图加深这一认识。

我们以往学习各种数值计算方法，概括起来看不外乎是：把

计算区域内的有限个节点上的因变量，作为它的基本未知数来处理。数值计算方法的任务，就是对这些未知数给出一组代数方程组及说明求解它的算法。

(2) 差分格式的选择与依赖条件

差分格式的选择必须考虑计算结果的稳定性与收敛性，也要考虑所具备的初始条件和边界条件的合理运用。

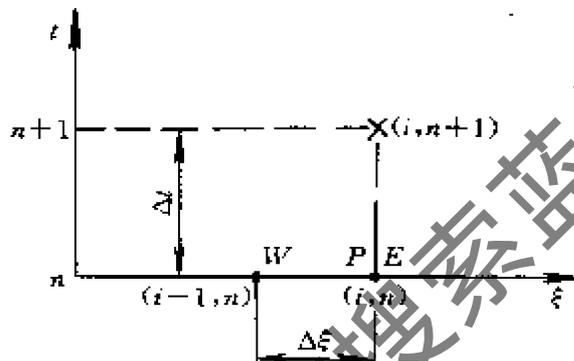


图 4-3 迎风格式

如果选用显式格式（例如：图 4-3 所示的迎风格式，  
 $\begin{matrix} \times & & \times \\ \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\ \times & & \times \end{matrix}$ ），它是属于条件稳定、收敛格式。在采用显式格式计算时，要注意检查其依赖条件，因为它是有依赖条件才稳定收敛的。如果采用无条件稳定收敛的隐式格式：  
 $\begin{matrix} \times & \times & \times \\ \circ & & \\ \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\ \times & & \times \end{matrix}$ ，

等，则就没有上述问题的讨论。这里：“○”表示已知节点，“×”表示未知节点值。

例 求解制冷蒸发器干度方程（参阅 3.3 节）：

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} = \frac{\alpha_k u_1}{\rho_k A h_v} (\theta_w - \theta') - w_k \frac{\partial \chi}{\partial \xi} \quad (4-35)$$

解 选用迎风格式离散蒸汽干度方程（双曲方程），使微元长度

$\Delta \xi$  正好等于差分格式中  $\xi$  向步长；时间步长  $\Delta t$  等于差分格式中  $t$  步长，按下列迎风格式离散蒸汽干度微分方程：

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial \chi}{\partial t}\right)_{i,n+1} \approx \frac{\chi_{i,n+1} - \chi_{i,n}}{\Delta t} \\ \left(\frac{\partial \chi}{\partial \xi}\right)_{i,n+1} \approx \frac{\chi_{i,n} - \chi_{i-1,n}}{\Delta \xi} \end{cases} \quad (4-36)$$

作迎风格式下的差分计算，实际上是在进行下列积分运算。

$$\int_W^E \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \frac{\partial \chi}{\partial t} dt d\xi = \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \int_W^E \left[ \frac{\alpha_k u_l}{\rho A h_v} (\theta_w - \theta_i) - w_k \frac{\partial \chi}{\partial \xi} \right] d\xi dt \quad (4-37)$$

这里，如果计算的中心节点若是  $P$  点，则左侧相邻节点为  $W$ ，左侧相邻节点为  $E$ 。如迎风网格，则  $P$  与  $E$  点重合。

计算分析表明，用式(4-36)离散蒸汽干度方程(4-35)和计算积分方程(4-37)的结果是相容的，一致的；式(4-37)是一通用表达式。

方程(4-35)用迎风格式(4-36)离散后的差分方程为

$$\frac{1}{\Delta t} (\chi_{i,n+1} - \chi_{i,n}) + w_k \frac{1}{\Delta \xi} (\chi_{i,n} - \chi_{i-1,n}) = \frac{1}{T_x} (\theta_{w,n} - \theta_{i,n}) \quad (4-38)$$

并分析蒸汽干度的初始、边界条件。

初始条件： $\chi(\xi, t=0)$  按制冷剂蒸汽干度静态特性结果给出。基本上  $\chi(\xi)$  是呈线性状态（近似）。

边界条件： $\chi(\xi=l, 0)$ ，应按  $\chi(\xi=l, 0)=0$  计算为合理。

按显式迎风格式形成的差分方程(4-38)收敛稳定的必要条件是：差分格式的依赖区包括偏微分方程的依赖区，即满足柯朗条件（图 4-4）。

当制冷剂流速  $w$ ，过点  $P$  点的特征线性方程为：

$$\xi - w_k t = \bar{\xi} + w_k \bar{t} \quad (4-39)$$

特征线和直线  $t=0$  的交点为  $D$ 。如  $D$  点落在  $(i-n)\xi$  与  $(i+n)\xi$  范

围之内，柯朗条件成立。

$D$  点的向的坐标为  $\bar{\xi} + w_k \bar{t}$ ；则差分方程(4-38)的柯朗条件为

$$(i-n)\Delta\xi \leq \xi - w_k t \leq (i+n)\Delta\xi \quad (4-40)$$

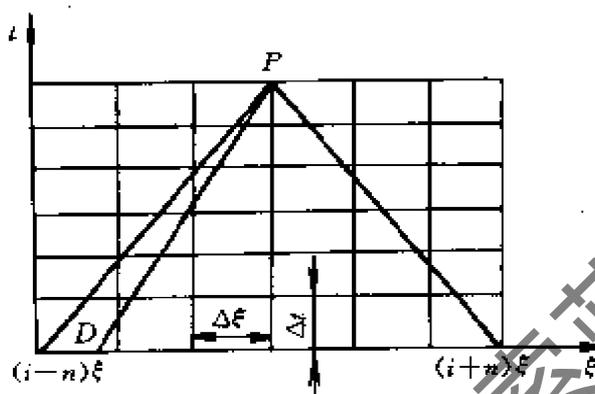


图 4-4 差分格式与偏微分方程的依赖区

其中

$$\xi = i\Delta t \quad t = n\Delta t$$

所以

$$w_k \frac{\Delta t}{\Delta \xi} \leq 1 \quad (4-41)$$

式(4-41)是根据差分方程稳定收敛必须满足柯朗条件推出的很有实际意义的结果。因为，制冷蒸发器要稳定运行，制冷剂流速  $w_k$  必须大于零  $w_k > 0$ ，即所有特征线向右倾斜。

根据式(4-41)，再适当选择步长  $\Delta t$  和  $\Delta \xi$ ，使之满足步长条件式(4-41)，则该差分方程的解必然收敛稳定，即迎风网格往上游取差分，就能获得稳定的计算结果。

当蒸发器产生震荡时，制冷剂流速  $w_k$  剧变，甚至出现倒流，则柯朗条件不能满足，制冷蒸发器处于不稳定运行。

#### 4.2.2 特征线法在制冷系统热动力学中的应用

有数值计算经验的读者都有这样的感受：常常是微妙的细节决定了计算工作的成就。我们通过实践获得的经验很少出现在书上，结果很多研究者不是经过旷日持久无效的研究而放弃了计

算，就是用一个效能差的计算程序。在数学模型的解法问题上，确实有窍门和经验，在本书第 5 章上将介绍一点我们的心得。这里谈点特征线法的思路与方法，它确实可以带来许多方便。

在前面各章节中读者会发现，在“制冷系统热动力学”所列的数学模型中，常常遇到双曲型偏微分方程，它一般是从一维不定常运动中导出的。例如方程(4-35)，我们可以用差分法求解，获得解  $\chi(\xi, t)$ ，但这个解不是唯一的。为了使得解是唯一的常常给定  $t=0$  时  $\chi(\xi, t)$  的初值，而求  $t>0$  时的  $\chi(\xi, t)$ ，这样的问题叫初值问题，即在  $t \geq 0$  时求函数  $\chi(\xi, t)$ ，在  $t > 0$  时它适合方程(4-35)，在  $t=0$  时满足初值条件

$$\chi(\xi, 0) = \phi(\xi) \quad (4-42)$$

式中  $\phi(\xi)$  给定的充分光滑的函数，对于制冷剂，蒸汽干度方程  $\phi(\xi)$  近于线性方程。

制冷系统中，制冷剂干度动态方程：比焓，冷却水（或空气）温度，过热蒸汽温度动态方程等，均属双曲型偏微分方程。大型制冷系统中压缩机排气管压力波动动态方程亦属此型。如果能用特征线法解将十分简便。

一个典型双曲型偏微分方程为

$$A(\xi, t, u) \frac{\partial u}{\partial t} + B(\xi, t, u) \frac{\partial u}{\partial \xi} = C(\xi, t, u) \quad (4-43)$$

这个偏微分方程的  $\xi$  和  $t$  两个方向的导数，如果我们能在  $\xi, t$  平面上找到一个方向，使方程(4-43)仅含有沿该方向的导数，也就是说沿这个方向（特征方向），方程(4-43)就可以变为成微分方程。

为便于讲清基本概念，先讨论一个最简单例子。令方程(4-43)中的  $A(\xi, t, u) = 1$ ,  $B(\xi, t, u) = \text{常数}$ ,  $C(\xi, t, u) = 0$ 。

则 
$$\frac{\partial u}{\partial t} + B \frac{\partial u}{\partial \xi} = 0 \quad (4-44)$$

现在考虑该方程的初值问题，即柯西问题

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + B \frac{\partial u}{\partial \xi} = 0 & (t > 0, 0 < \xi < \infty) \\ u(\xi, 0) = \varphi(\xi) & (0 < \xi < \infty) \end{cases} \quad (4-45)$$

方程(4-44)的解  $U(\xi, 0)$ ，可看作是以  $(\xi, t, u)$  为直角坐标的积分平面，而  $U(\xi, t)$  为自变量平面。

在  $(\xi, t)$  平面上，方向为  $\frac{d\xi}{dt} = B$  的直线为： $\xi - Bt = k$ ，其

中  $k$  为任一常数，在这些直线上， $U$  对于  $t$  的变化为零，即

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial t} + B \frac{\partial u}{\partial \xi} = 0 \quad n = k \quad (4-46)$$

所以， $U$  在  $\xi, t$  平面上任何一条件率为  $1/B$  的直线  $\xi - Bt = k$  上，其值为常数。当然， $k$  的值不同， $U$  的值可以不一样，这族直线覆盖了整个  $\xi, t$  平面，他可以刻画初值问题(4-45)的某些特性，称之为特征线，方程(4-46)为式(4-44)的特征方程。

利用特征方程与特征线，将偏微分方程归结为常微分方程的特征关系式的求解方法，称之为特征线法。

从上面分析可知，式(4-44)沿特征线有  $U=k$  的关系式，因此，在给定初值条件下就可以得到式(4-44)的解。

求式(4-45)的解，就是求出  $U(\xi, t)$  在  $\xi-t$  平面上的任意点  $(\xi_0, t_0)$  上的  $U(\xi_0, t_0)$  的值。

为此，可过  $(\xi_0, t_0)$  点作特征线  $\xi - Bt = R_0 = \xi_0 - Bt$ ，它和初值线  $t=0$  的交点是  $(R_0, 0)$ 。参阅图 4-5。

$U(\xi, t)$  沿特征线为常数，即

$$U(\xi_0, t_0) = U(\xi_0, 0) = U(\xi_0 - Bt_0, 0) = \phi(\xi_0 - Bt_0)$$

由于  $(\xi_0, t_0)$  为任意点, 故可写为

$$U(\xi, t) = \phi(\xi - Bt) \quad (4-47)$$

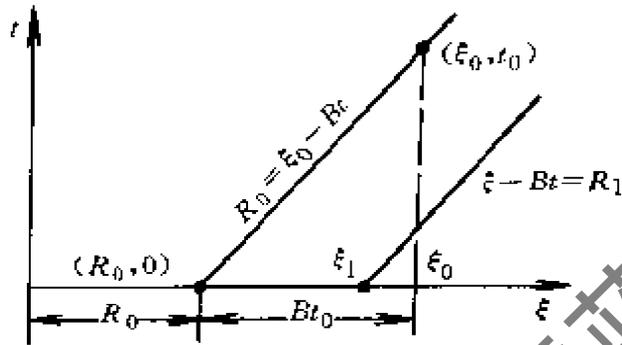


图 4-5 初值问题特征线

这就是初值问题式(4-45)的解。

从物理意义上讲, 当  $B > 0$  时, 式(4-47)可看作为一个向右传播的波; 当  $B < 0$  时向左传播。从图 4-6 可知,  $B$  为压力波或制冷剂的传递速度。

这说明初值问题式(4-45)的解式(4-47), 可以形成一个向右面传播的“波”,  $U(\xi, t)$  在  $t=t_1$  时的剖面, 只不过是  $U(\xi, t)$  在  $t=0$  时的剖面  $U(\xi, 0) = \phi(\xi)$  向右以速度  $B$  移动了  $Bt_1$  这么长一段距离而已。

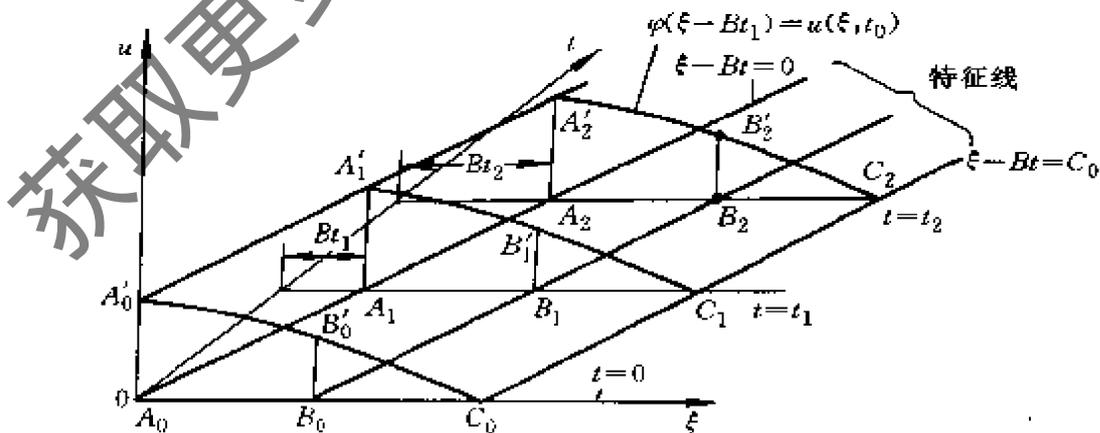


图 4-6 压力波的传递图

由于解  $U(\xi, t)$  在点  $(\xi_0, t_0)$  的值，依赖于解  $U(\xi, t)$  在点  $(\xi_0 - Bt_0, 0)$  的值，后一点就称之为这解在点  $(\xi_0, t_0)$  的依赖区域。

从流体力学可知，特征线是小扰动波（或弱间断波）在  $\xi-t$  平面上传播的轨迹线。沿着此线，其流体参量  $U$ （可视作压力、密度、干度、速度参量）是完全正确的，但沿着此特征线  $\frac{\partial u}{\partial t}$ 、 $\frac{\partial u}{\partial \xi}$  等偏导数是不能唯一确定的，因为该特征线上所对应的变量的偏导数都发生间断，这一特征为我们寻找其特征线提供了方法。从下面简短分析便可以进一步看清。

双曲型方程（4-43）可以改写成为

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial \xi} \frac{B}{A} = \frac{C}{A} \quad (4-48)$$

若引进 
$$\frac{d\xi}{dt} = \frac{B}{A} \quad (4-49)$$

则(4-48)可写成

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial \xi} \frac{d\xi}{dt} = \frac{C}{A}$$

所以 
$$\frac{du}{dt} = \frac{C}{A} \quad (4-50)$$

对于偏微分方程(4-43)来说，它沿着  $\xi-t$  平面，由式(4-49)表示的方向上，则变为常微分方程(4-50)。

通过引进方向式(4-49)，使偏微分方程(4-43)变为常微分方程(4-50)，从而可解出  $U(\xi, t)$  沿着该方向所决定的曲线上的变化情况，即沿此曲线可唯一确定出函数  $U(\xi, t)$ ，而不能唯一确定出  $\frac{\partial u}{\partial \xi}$  与  $\frac{\partial u}{\partial t}$ 。在该曲线上所对应的变量的偏导数都发生间断，正是这种性质为我们寻找其特征线提供了方法。

## 第5章 制冷装置仿真

### 5.1 概述

#### 5.1.1 仿真技术简介

在进行实际系统的分析、综合与设计的过程中人们除了对系统进行理论上的分析计算以外，常常需要对系统的特性进行实验研究。这种实验研究一般有两种：一种是在实际系统上进行，另一种则是在模型上进行。在许多情况下，如果直接用真实系统进行实验，往往不经济或不安全，有时甚至做不到或者没有意义。因此，在实践中出现了用模型代替真实系统做实验的方法，发展了仿真技术。如现在研究船舶航行情况时，通常用一缩小的船舶模型在船池中做实验；研究飞机的飞行性能时，也用飞机模型在风洞中的实验。这种用一个物理模型来仿真实际系统，通常称为物理仿真。

物理仿真在实际应用中仍然受到较大的限制。对于一个比较复杂的系统来说，影响因素很多，很难用一个物理模型来进行仿真。这是因为对一个复杂系统设计制造一个模型，常常要花费巨大的代价，周期也相当长，同时进行一次实验准备工作也十分可观。另一方面，计算机软硬件都得到了迅速发展，用计算机对实际系统进行仿真就日益显示其优越性。在计算机仿真中，实际系统的运动规律是用数学形式表达出来。它们通常是一组微分方程或差分方程，然后用计算机来解这些这些方程。在这里，描述实际系统运动规律的数学形式称为数学模型。用来解数学方程的计算机可以是模拟计算机，也可以是数字计算机。采用计算机仿真的好处是明显的：用一套仿真设备可以对物理性质截然不同的许多控制系统进行仿真研究，相对于复杂系统的物理模型的制作、

调整、测试等工作而言，计算机仿真的工作量要小得多，周期也要短得多，所花的费用也要少得多。随着计算机的飞速发展，计算机仿真越来越多地代替了纯物理的仿真，因此现在通常所说的仿真，指的都是计算机仿真。

在计算机仿真研究的过程中，一般要经过这样四个步骤：

1) 写出实际系统的数学模型。对于不同的要求可以采用不同的模型，对于热力系统的动态仿真，较多采用偏微分方程。

2) 将它转变成能在计算机上进行运转的数学模型。比如要在数字计算机上进行仿真，应当将描述实际连续过程的方程，变成一组离散方程。

3) 编出仿真程序。

4) 对仿真模型进行修改、校验。

这里涉及到三个具体的部分：一是实际系统，二是数学模型，三是计算机，并且共有两次模型化。第一次是将实际系统变成数学模型，第二次是将数学模型变成仿真模型，这可以用图5-1表示。

通常我们将一次模型化的技术称为系统建模及系统辨识技术，将二次模型化、仿真模型编程、校核的技术称为系统仿真技术。

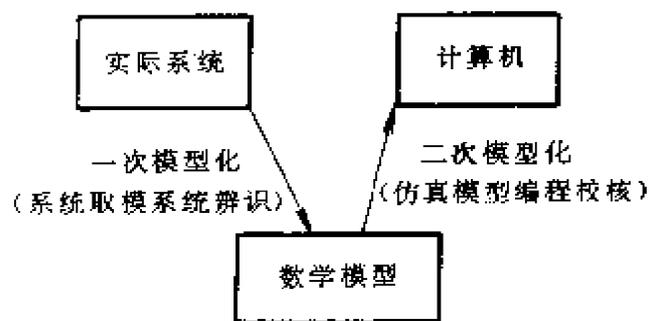


图 5-1 仿真模型建立过程

仿真系统按照有无

实物介入来区分，可分为实时仿真系统及非实时仿真系统。按照计算机的类型不同来区分，则可分为用模拟计算机组成的仿真系统，用数字计算机组成的数字仿真系统及用混合模拟机组成的或用数字-模拟混合计算机组成的混合仿真系统，以及用微型机阵列组成的全数字式仿真系统等等。

用模拟计算机来进行系统仿真的优点是：在模拟计算机上进行的计算是“并行的”，因此运算速度快，同时在模拟计算机上进行的运算是“连续”的，因而更接近实际的连续系统。这两点使得模拟机在快速、实时仿真方面至今仍保持有一定的长处。它们的缺点是：计算精度比较低，一般为千分之几；对一些特殊环节如纯迟延，或较为复杂的非线性环节及当系统中有比较多的逻辑判断环节时，用模拟机来进行仿真比较困难；仿真的自动化程度较低。

用数字机进行仿真能很好地解决上述困难。对于现在使用的普通微机，运算精度也可达到6位有效数字以上，精度上远高于模拟机。对于一些特殊环节，用数字机来仿真也很容易。至于仿真采样系统具有逻辑判断环节的系统，则更是数字计算机的独特功能。另外用数字计算机来对控制系统进行仿真，整个“被仿真系统”都包含在一组程序之中，所以使用起来十分方便，修改参数也很容易，仿真的自动化程度相当高。数字机在运算速度上同模拟机仍有差距，在一些要求反应较快的系统，不如模拟机效果好。

由于模拟计算机与数字计算机在系统仿真中各有优缺点，所以就产生了将两种机器结合起来进行仿真的混合仿真系统。它的基本结构有两种：一种是在模拟机的基础上增加一些数字逻辑功能，称为混合模拟机；另一种是由模拟机、数字机及混合界面三者联合起来，构成一个模拟-混合计算系统。

从发展趋势看，数字仿真大有后来居上之势。现代计算机成分中，数字计算机占了主要成分，在没有专门说明的情况下，通常所说的计算机指的都是数字计算机。近年来，数字计算机的软硬件飞速发展，运算速度已不再成为主要问题，全数字实时仿真已成为现实。预料今后系统仿真技术将向着全数字方向发展，特别是将来随着智能机的问世，数字仿真也必将发展到一个相应的新阶段。在没有特别说明的情况下，现在通常所说的仿真，指的

是计算机数字仿真。本书的仿真研究，也是在这个范围中进行的。

### 5.1.2 仿真与常规设计的比较

工程技术界的仿真研究，主要是为产品开发服务。在仿真技术没有应用之前，技术人员已经成功地开发了许多产品，那么仿真与常规设计方法的关系又如何呢？

常规的设计中，是先定下产品的性能目标，然后推断其工作状况，最后确定产品的结构。仿真是先定产品的结构，然后看其具体的工作过程是如何的，在算出其工作过程的基础上，得到最后的性能。从这个过程可以看出，常规的设计方法，目标很明确，更具有可操作性，所以容易被广大工程技术人员理解。而仿真到底有什么优点，为什么要大力推广，如何应用该项技术，则还未被普遍了解。

常规的设计方法中，没有一套完整描述整个系统特性的模型，它所包含的仅是部分经过高度简化，能反映系统部分特性的模型。由于其先天的不足，使得它的发展受到较大的限制。以常规冰箱设计方法为例，总是先定下产品的性能要求，如耗电量、储藏温度，再推断运行参数，如制冷剂的蒸发压力、冷凝压力等，最后得到作为设计目标的结构参数，如压缩机容量、蒸发器面积、毛细管长度与直径等。如果仅仅按照这样一套设计过程进行工作的话，即便设计方法绝对准确，仍然有许多不尽人意的地方。比如说按某一环境参数进行设计，至多能保证在这一条件下的产品性能达到要求。如果需要同时满足几个环境参数下的要求，而分别按照不同的环境条件去设计，会得到不同的设计结果，最后只能在其中进行折中。但是最后的性能会怎样呢？却不能直接得出。从这样一个简单的例子可以看出，仅有从性能定结构这样一个步骤是不够的。在实践中，人们已经认识到这个问题，所以在设计时，都有一个校核过程，即在产品结构定了以后，再计算一下各种性能。这个过程其实已经是仿真的过程了。

也就是说，人们已经认识到常规设计方法的不足之处，体会到仿真的重要性了。要真正对系统进行正确仿真，需要建立准确的模型，而现在所常用的简单模型难以反映复杂的实际过程，因此这方面的研究仍然是相当欠缺的。由于计算机仿真的落后，所以现在制冷产品设计中，往往要制作大量的样机进行实验，即通过在这种最接近批量生产的实际产品的模型上进行物理仿真，弥补设计的不足。不断制作样机并做实验的过程是相当费时费力的，所以发展制冷装置的计算机数字仿真已成为很急迫的任务。

仿真是定结构参数后检测性能的过程。通过仿真，可以知道多项性能，从而对所确定的结构参数是否合理作出较好的评价。为了寻求一组合理的结构参数，需要作不断的调整，不断的仿真，这是优化过程，可以通过配置优化程序完成，或者直接根据经验与要求，由操作者来完成。为了能较快地寻到一组较好的结果，希望初始的结构参数尽量要好，用常规设计的方法确定初始参数是一种比较好的方法。所以应该把常规设计的方法和计算机仿真的方法相结合，可使工作更有效。

### 5.1.3 制冷装置仿真的基本现状

在过去的二十年左右时间里，随着工业界重视程度的提高和计算机及其相关学科的飞速发展，制冷装置的仿真与优化研究从产生到发展，经历了从单纯的部件模型研究，到适合系统仿真要求的部件模型和系统模型研究；从稳态、集中参数，到动态、分布参数；从瞬态特性研究，到长期运行过程的仿真，并与优化与控制结合这样一条发展途径。尽管许多研究者力图通过对某一具体对象的深入研究而创立一套普遍适用的理论。然而迄今为止作为这一领域研究的基础和重点的系统动态仿真技术，还有待进一步深入和扩展，因此，特别需要总结与继承前人的研究成果，在此基础上作进一步的拓展。

从公开发表的文献来看，虽然从70年代末开始，就已有开展制冷系统动态特性的研究工作，但到目前为止，研究得最多、

应用得最广的仍属稳态仿真。稳态仿真技术的逐步成熟及其所暴露的一些明显不足，刺激并推动了动态仿真技术的发展。

早期的系统动态仿真研究，主要集中于大扰动下的制冷系统的开机瞬态特性。同样的思路，后来又被平行地用于停机瞬态特性的研究。这样做，一方面是由于开/停机的瞬态特性与稳态过程的区别最为显著，在动态特性研究中最先受到重视是很自然的；而且瞬态过程的时间很短，而围护结构等制冷系统的外部环境的时间常数较大，所以可以认为它们不受制冷系统瞬态过程的影响。这样一来，许多原本不能忽略的参数耦合关系也就不需要考虑了。在计算方法上，当时的研究者为了简单起见，多采用全显式 Euler 法，并对整个系统模型所包含的方程（多达数十个）进行联立求解，导致计算时间步长必须相当小（如文献[15]的最佳步长为 0.005s）。由于瞬态特性并不能全面反映系统的动态特性，为了能仿真系统长期运行过程，J. W. MacArthur 和 E. W. Grald<sup>[72]</sup>，S. M. Sami 和 T. Duong<sup>[73]</sup>等，开始采用全隐差分格式，将时间步长提高到秒的数量级（这也是迄今被认为很大的数量级），但由于需要迭代，引出了另外一些数值计算问题。

系统动态仿真所用的部件模型，不同于单独研究部件所用的模型，简单而又有着相当的精度是对前者的基本要求。集中参数模型（又称单结点模型）目前仍为大多数研究者所采用，主要原因是能较好地满足上述基本要求。近年来不少研究者为了提高精度，纷纷提出目前看来还相当复杂的分布参数模型<sup>[10,11,12,20,21]</sup>。由此带来的直接后果是计算所需的 CPU 时间骤增，故目前所能达到的只是粗网格实现。此外，均匀网格的划分也带来了其它一些问题，如活动相边界的处理等。尽管理论上多结点模型的精度要优于单结点模型，但迄今尚未见到系统而具体地比较两者优劣的文献发表。所见到的基本上都是计算结果与实验数据的直接比较，而且几乎所有文献都表明两者很好地吻合，从中根本无法辨别系统模型的优劣。由于分布参数模型的实现条件还不成熟，单结点

模型又过于简单化，因此目前更多的研究者倾向于采用改进的分块集中模型<sup>[8,13,14]</sup>。可以预见，算法与模型之间的相互制约作用，将从根本上决定今后模型的发展方向。

随着研究工作的不断深入，一些早期被忽略的问题在后来的研究中或被发现、或被重新提起，并得到深入的研究。例子之一是空泡系数概念的引入和空泡系数模型的研究。在 80 年代中后期，研究者发现没有空泡系数模型将导致质量分布的不准确，而在这方面进行深入研究的并不多，主要代表有 Philips 研究实验室<sup>[11,16,17]</sup>和美国人 C. K. Rice<sup>[18]</sup>。前者通过大量实验，比较了两种被认为是比较适合小型制冷装置的空泡系数模型：Premoli 模型和 Hughmark 模型。后者指出空泡系数模型的选择对充注量至关重要，而热负荷假设的选择则是次要的。他们的结论现已被普遍接受。在他们之后，H. Wang<sup>[13]</sup>又引入了数值计算结合实验的方法，替代以前的纯实验研究方法。丁国良博士等<sup>[31]</sup>对多种工质进行了空泡系数模型和充注量研究，结果表明系统性能对充注量在最佳值附近的较大范围内并不敏感，从而为空泡系数模型引起的误差的可控性提供了依据。M. Farzad 和 D. L. O'Neal<sup>[19]</sup>对空调系统进行研究之后，推荐使用 Hughmark 模型。例子之二是一般研究者在计算机实现时都采用压力修正法完成迭代，由此引出质量计算误差被不断积累，为保证迭代能进行下去，需不断补充质量的奇特现象<sup>[14]</sup>，国外研究者为解决这一问题采取了多种措施<sup>[13]</sup>，但效果不理想。丁国良博士在深入分析了其物理机理的基础上，提出反常思路——质量引导法，不仅圆满解决了上述问题，还从物理意义上保障了大时间步长（20 ~ 50s）仿真的稳定性，这对于国外认为秒的数量级是动态仿真的巨大数量级的观念是一个冲击。由于国外对于制冷系统及其围护结构之间的相互作用关系仍然缺乏足够研究，尤其对于围护结构的模型与算法没有合适的办法，因此难以真正开发很实用和有较广适用范围的动态仿真软件。丁国良博士首次采用反应系数法等方法，处理制冷装置的围

护结构的计算问题，并开发成功能在微机上快速运行的、对于小型制冷装置长时间的工作过程进行动态仿真与优化计算的软件，可以说国内在此领域的研究已大大地走在国际前列，因此许多著名的跨国公司纷纷来购买软件与寻求技术合作。

前人的研究工作尽管取得了可喜的成果，但仍有一些明显的不足。如最近几年中，有关的学术论文在量上飞速增加，但是借鉴别人的多，解决遗留问题的少，有较大创新的更少。一些论文过于偏重对模型的研究，而忽视了算法上的创新。真正要做好仿真优化工作，还有很多工作需要跟一些基础性的研究相结合，如结霜的模拟、油的影响等。所以，机会与挑战并存。

#### 5.1.4 系统的分析与分解

制冷装置动态仿真与优化软件开发步骤中，首先要做的工作是系统的分析与分解工作，而不是着手建立模型。无论从制冷装置的研究角度，还是从软件开发角度，都应该在进行充分的系统分析基础上，把实际的复杂系统分解成各自独立的多个子系统，而原系统可视为这些子系统的相互关系中产生的整体。对于每一个子系统，又可以继续分解，直到最后所得到的子系统足够简单为止。

按研究工作不同阶段的需要，有不同的分解系统的方法。如在建模阶段，主要是了解系统的工作机理，所以需要按照系统的传热、传质关系，将实际装置分成若干个大的部件，了解这些部件各参数之间的相互耦合关系，并继续对这些部件进行分解，直到能比较方便地建立合乎要求的模型为止。制冷剂流动回路中，主要是依靠制冷剂的质量流动，使各子系统的参数联系起来。对于制冷系统和围护结构之间的相互作用，则主要是通过热量的传递而发生联系。对于软件开发而言，掌握数据的流动则是关键性的，所以主要按照系统所处工作过程划分子系统。如对于采用毛细管节流的小型制冷装置，一般可分为长期停机后开机至第一次停机的第一打冷过程、停机后高低压不平衡过程、停机后高低压

平衡过程和再开机至停机过程（四个过程），并以串联的方式从时间坐标上连成系统。由于实际制冷装置动态仿真与优化软件开发中，先是建立合适的模型，然后又要想法编制成一个优秀的软件，所以以上两个过程是不可缺少的，两种分解方法都有用处，并且相互交叉。

在系统的分析阶段，很重要的是要了解清楚各参数之间的相互耦合关系，正确处理参数耦合问题是仿真成败的决定性因素之一。如果以整个系统为对象进行参数耦合分析，则会将问题引向复杂化，这是我们不希望发生的。既要考虑到系统的整体特性，又要考虑尽可能简捷地分而治之，首先容易想到的方法是以子系统为分析对象。这样就形成了两类参数耦合方式：一类是内部耦合，即子系统内部参数之间的耦合；另一类是外部耦合，即子系统内部参数与外部参数之间的耦合。内部耦合又可分为三类：第一类是同侧（如制冷剂侧）热力状态参数之间的耦合（如温度与压力），这是强度最高的一类耦合关系；第二类是同侧热力参数与其它参数之间的耦合（如温度场与流场），在一定的条件下，此类耦合可以解耦，从而在较大程度上降低问题求解的难度；第三类是异侧参数耦合，即制冷剂侧、壁面及空气侧参数之间的耦合，此类耦合是通过热量传递实现的。外部耦合则是指子系统之间的接口参数的耦合，这是一类形式上可调的耦合，采用适当的组合形式，可以大大改善接口性能，从而为程序的编制和调试带来极大的便利，也可在一定程度上保证仿真的速度和稳定性。

分析参数耦合的另一类方法，是从线性与非线性的角度入手，即将参数耦合分为线性耦合和非线性耦合两类。线性耦合可表示为线性方程组或矩阵的形式，问题也就简单地化为求解线性方程组或矩阵运算。在制冷装置实际系统中，能在大范围内看作线性系统而不致引起明显误差的只有保温层、试验包和管（壳）壁，而其它部分作线性近似会导致很大的误差，甚至物理上的失真，这是我们不希望见到的。非线性耦合是系统复杂性的根源所

在，也是进行仿真和优化的难点所在。

对系统的分解，可以更深入细致地了解所研究的对象，为建模打下基础。对参数耦合的分析，除了进一步加深对系统的了解之外，也为算法的选取和程序的编制提供了依据。

### 5.1.5 模型、算法的选择策略

数字仿真涉及三要素：真实系统、数学模型和数字计算机。它不但涉及这三个要素本身，而且还要处理它们之间的关系。仿真模型的正确建立，应在计算机水平允许的条件下，根据研究对象的要求来进行，在易理解、保证精度与简便之间达到一种平衡。数学模型的建立，不仅仅是要求正确反映真实系统，而且很大程度上取决于计算时间方面的限制（实用化的要求），在模型的求解上，更要考虑计算时间的限制。如对一个制冷装置进行动态仿真用的各个部件的模型，同单独部件优化所用的模型应该是有所区别的。前者所用的模型可以比后者简单些。如果在装置的仿真中，对任何部件都采用很细致模型的话，很可能使得最后的模型没法有效求解。系统仿真的精度取决于模型精度、算法精度、有关的计算所需参数的精度。有些计算所需参数，如换热系数、换热效率，很难精确知道，所以一味追求模型与算法的精度，并不总是能达到希望的效果。

模型、算法与计算机性能的平衡关系，是我们必须考虑的问题。当计算机性能提高时，对模型和算法的限制要求就有所放宽。但是计算机因素相对于模型和算法而言，是一个比较客观和稳定的因素，故在本书中我们主要论述模型与算法的因素。分析两者的制衡关系可知：模型简化，则对算法的要求下降；算法研究有进展，则模型的限制条件可放宽，通用性更强。因此，我们面临两大课题：一是在现有（已知）算法的基础上，获取最佳模型；二是顺应模型改进的需要，研究新的算法。当然这些研究都要按照系统仿真的要求来进行。

系统动态仿真的要求主要有三类：

1) 整体要求。系统动态仿真的整体要求可归纳为八个字：“稳定、准确、快速、通用”（stable, accurate, fast, flexible）。数值稳定是系统仿真的首要前提；仿真结果准确与否是用户最为关心的问题；快速是优化可行性和软件实用化的关键技术之一；通用性包括理论建模与软件开发规范化两个方面，提高通用性是每个研究者的目标。对于不同的对象（如研究者、同行、用户等），由于目的的差异，整体要求的重点可能有所变化，但内容大抵如此。

2) 对部件模型的要求。除了整体要求之外，对部件模型还有一些特殊要求：要注意区分一般研究用部件模型和系统仿真用部件模型。尽管系统仿真用部件模型比较简单，但其建模难度却要高于一般研究用部件模型，这是因为合理的简化是一种体现创造性的活动，需要对系统有广泛而深刻的认识。另外，注意与其它部件模型之间的协调也很重要。

3) 对算法的要求。对算法的要求往往是要与模型和计算机性能相平衡后才能决定，但是需要预先明确的一点是，如果一开始就缺乏较高的算法修养，则建模的水平必然受到影响。因此，若要在高起点上求发展，就必须不断提高自身的算法修养。

按照上面的系统仿真要求，我们可以确定以下的模型的选择策略：

1) 动态与稳态。既然是系统动态仿真，自然首先应考虑动态模型。但是，由于对象特性的差异，有的子系统的时间常数与其它子系统相比要小得多，比如压缩机的压缩过程、毛细管以及风扇的时间常数，要远小于冷凝器、蒸发器等的时间常数。在这种情况下，完全可以将压缩机中气体压缩过程等视作稳态系统（或无记忆系统），从而大大简化模型，提高仿真的速度，而由此产生的误差，对于整个系统而言可忽略不计。

2) 分布参数与集中参数。为了改善仿真效果，分布参数取代集中参数是一种必然的手段。但是就目前的算法水平和计算机运

算速度而言，全分布参数不仅要花费大量 CPU 时间，而且会带来更多的数值困难。目前对集中参数模型的研究日趋成熟，而且已取得较好的仿真效果，但在某些情况下不能满足要求。在系统仿真中不能简单地摒弃某一类型模型，而应根据实际情况，选取最佳模型。

3) 线性、非线性与解耦。非线性耦合是自然界的普遍现象，线性耦合是相对的，非线性耦合是绝对的，非线性耦合是导致系统复杂化的根源。我们建立的数学模型，非线性越强，耦合程度越高，则数值计算的难度就越大。因此，早期的研究者就采用大范围线性化和解耦的方法来建立系统仿真用数学模型。这样的模型用于稳态仿真，就可能有较大的静态偏差，用于动态仿真则可能造成更大的误差。在一般的非线性系统（模型）中，往往存在着线性相关性很强或耦合薄弱的环节，这就给我们采用局部线性化和局部解耦创造了有利条件。而某一步的线性化或解耦，可能导致计算速度和稳定性的实质性提高。因此，问题的关键就在于我们如何发现所研究系统的线性相关性很强的部分或耦合薄弱的环节。经验分析、稳态计算和数量级分析是三种常见的分析手段。

4) (半)经验拟合。(半)经验拟合是文献中常见的一种研究和建模手段，可以说迄今为止尚未出现一套完全没有(半)经验拟合的成功制冷装置系统动态仿真理论和软件。(半)经验拟合既是一种妥协，又是一种必要的简化手段。我们更提倡物理意义明确的半经验拟合公式。将复杂的一般模型的主要矛盾或矛盾的主要方面抓住，而忽略次要矛盾或矛盾的次要方面，代之以修正系数（序列），可以大大提高建模效率。

算法的选择可以作以下的考虑：

1) 偏微分方程（组）的离散。在计算传热中，数值求解偏微分方程最常见也是最成熟的方法是有限差分法。有限差分又有全差分 and 半差分之分。全差分法被普遍应用和深入研究，而半差分

法却被人所忽视。半差分是一种介于偏微分方程（组）与全差分方程（组）之间的一种差分方法，可以根据不同的需要将偏微分方程（组）离散成一阶常微分方程组或一阶常微分方程差分混合方程组。目前，半差分法的使用范围虽不如全差分法广泛，但其近似程度高、计算稳定性好的优点，使其成为一种值得优先考虑的方法。

2) 迭代算法与技巧。迭代无可争议是系统动态仿真的主要计算手段。迭代算法众多，迭代的使用技巧也种类繁多，合理地取舍对仿真的稳定性和速度都有重大影响。目前相当多的研究者都采用松弛因子法，而且为了保证稳定性一般都采用欠松弛。松弛因子的选择有时成为成败的关键因素。但是松弛因子的选择往往全凭经验，而这类经验又往往不具有普遍性，这就阻碍了它在系统动态仿真与优化中应用。迭代的技巧很多，比较通用的有：迭代格式的选择、迭代范围的选择、迭代方向的选择、基于物理意义的修正等。迭代格式的选择直接影响到计算的稳定性与快速性，简单的显式或隐式差分格式都具有明显的缺陷，如何针对实际问题构造新的更有效的迭代格式，是一个值得研究的问题。迭代范围的选择，要求合理地将大范围的迭代分解成多个较小范围的迭代，这样做虽然要损失一定的计算时间，但能提高整体的稳定性和程序调试的效率。迭代方向的选择，要求迭代朝着误差可以控制的方向进行，从而提高迭代计算的稳定性。基于物理意义的修正，是提高稳定性的又一重要手段。我们知道绝大多数情况下的数值不稳定，都是由于物理失真造成的。因此，在临界地带进行一定物理意义上的修正，是一种值得提倡的做法。

3) 非线性算法选择。从经典的线性理论研究转向非线性理论研究，是目前科学界的一个热点，新的理论和方法不断涌现，如神经算法、混沌算法等。这对于我们工程类学科而言是一件好事。但同时应该注意到两个问题：一是如何看待新的计算方法的问题。新的计算方法以其通用性和有效性而广为应用，甚至成为

一种时髦。但是事物总是辩证的，通用性和有效性的获得，是以牺牲计算速度为代价的（某种程度上或很大程度上，视具体问题而定），因此盲目地引用是不合适的。二是如何使用新的计算方法的问题。正确、全面、深刻地认识我们所研究的对象是“使用”的前提。“使用”包含两层涵义：引用和吸收。合理的引用是解决问题的一条途径，有时也是高效、甚至是唯一的出路。但我们更提倡吸收，吸收新算法的一些新思路，揉合到传统的方法之中。这样做的目的是改进计算速度和稳定性，至于通用性，则不是我们所要特别考虑的。

4) 变步长算法研究。变步长算法的研究对仿真速度的提高具有重要意义。变步长不仅表现在时间坐标上，而且表现在空间坐标上（由于我们所处理的问题基本上都能简化成一维，故空间坐标实际上就是距离坐标）。空间坐标一般要受限于部件结构、制冷剂（有时包括载冷剂）的状态和计算精度。时间步长则主要考虑计算的稳定性和精度。变步长的目的主要是在顾全主要矛盾的前提下提高仿真速度。目前的变步长实现大都停留在经验的基础上，如何提高其自适应能力是我们所关心的。

5) 混合法则。每种算法都有其长处和短处，而且在处理不同问题时也会有不同的表现。我们所研究的是相当复杂的系统，经验表明靠单一的方法往往难以取得十分满意的效果。目前处理（偏）微分方程的半解析方法和数值解法很多，在应用数学领域中一直是相当活跃的一个分支，比较成熟并已在传热传质领域获得应用的就有有限差分法、摄动法、变分法、加权余量法、有限元法等<sup>[27]</sup>，此外还有其它领域（如控制工程）引入的处理非线性问题的方法，这就给我们提供了丰富的处理实际问题的手段。因此，学习各种算法的长处，以用于所研究的对象，是完全有可能取得比以往单一方法更好的效果。但是这样做需要花费大量时间来了解和掌握各种算法，而且完全可能收效甚微，故实际工作中需权衡利弊而后行。

## 5.2 换热器模型与解法

### 5.2.1 换热器的基本考虑

部件模型中换热器（蒸发器和冷凝器）模型历来是研究者的工作重点。在系统仿真开展之前，就已有相当多的研究者从事于蒸发器动态特性的研究工作。对于制冷系统动态仿真来说，换热器的动态特性相比其它部件更加复杂，对系统性能的影响也更为显著。因此，换热器模型的优劣，已成为衡量制冷系统动态仿真水平高低的一个重要标志。

作为一个重要的部件，其模型研究应当在整个装置分析的基础上进行，才能保证最后所确定的模型能够符合系统动态仿真的要求。对于换热器建模来说，首先需要知道的是，在整个系统的动态工作过程中，换热器的工作机理如何，该部件与其它部件相互之间的参数耦合关系如何。如对于蒸发器来讲，在系统的动态工作中，是由于进出蒸发器的制冷剂流量的不等，使得蒸发压力发生变化，从而造成蒸发温度与外界温度的差别，因而有制冷量产生。如果在所建立的模型中，取蒸发压力为定值，则这样的模型当然是不能用于系统动态仿真。对于动态换热器模型，一般来讲取进出口制冷剂流量为已知值，进口的焓值也作为输入参数，而其主要的输出参数之一则是制冷剂的压力变化。

系统动态仿真用换热器模型可分为三类：

1) 单结点模型，或称集中参数模型、水箱模型。这类模型曾为早期研究者所普遍采用，但由于过于简单化，精度较难保证。

2) 多结点模型，又称全分布参数模型。这类模型虽在理论上可以获得理想的精度，但实际上由于数值实现上的困难，导致了一些原本不难处理的问题的复杂化，如空泡系数模型的使用和活动相边界的处理等，甚至于不得不牺牲某些细节，这在一定程度上对模型精度的提高起了反作用。

3) 改进的分块集中模型。这类模型是单结点模型向多结点模

型过渡的桥梁,如果处理得当,既可保留单结点模型简单、容易理解的特点,又能获得较好的精度,同时也避免了多结点模型所遇到的一些麻烦。

总的来说,全分布参数是换热器模型的发展趋势,但在目前的条件下并不总是最佳的。

### 5.2.2 换热器基本方程

#### (1) 模型的简化假设

从系统动态仿真目的出发,在建立模型时,应作一定的简化假设。

1) 制冷剂的管内流动是沿轴向的一维流动。从原则上讲,管内流动应是三维流动,但对于制冷装置用的热交换器,径向速度和切向速度一般可忽略不计。

2) 气相和液相处于热力平衡,即气相和液相有相同的饱和压力和温度,不存在亚稳态。

3) 制冷剂在垂直于流动方向的截面上,各点的物性参数和运动参数是一致的,气相和液相充分混合。

4) 管壁对制冷剂的传热可以立即传到管中央,无任何形式的迟延。

5) 制冷剂在轴向没有质扩散。

#### (2) 管内制冷剂方程

制冷剂管内流动遵守质量守恒、动量守恒和能量守恒,可以推导出以下方程。

$$\text{质量方程} \quad \frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{\partial u}{\partial \xi} = 0 \quad (5-1)$$

$$\text{动量方程} \quad \rho \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial \xi} = f + \rho g \sin \beta \quad (5-2)$$

$$\text{能量方程} \quad \rho \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{dP}{dt} = q \quad (5-3)$$

式中  $f$  —— 单位体积制冷剂受到的摩擦力；

$$f = \frac{\lambda}{D} \times \frac{1}{2} \rho u^2 \quad (5-4)$$

$q$  —— 单位体积制冷剂吸收的热量。

$$q = \frac{4}{D} \alpha (T_w - T) \quad (5-5)$$

### (3) 管壁温度方程

换热器通常用铜、铝等高热导率的材料制成，而管壁较薄，因此可以假定在同一截面上，各点的温度相同。根据能量守恒有

$$C_w A_w \rho_w \frac{dT_w}{dt} = Q_w \quad (5-6)$$

式中  $Q_w$  —— 单位长度流道所对应的管壁吸热量；

$A_w$  —— 管壁截面积。

换热器与其外部介质温度之间的相互关系，同具体结构联系紧密，在此不作展开。

### 5.2.3 水箱模型(Stirred tank model)

若侧重于用比较简单的方法求得换热器的动态特性，分布参数特性研究并不重要的情况下，可采用水箱模型。

把蒸发器抽象成一个水箱，一端流进制冷剂，另一端流出制冷剂，边界同其它介质进行热交换。压力的沿程变化忽略不计，其值基本上由里面制冷剂气体量决定。

典型的制冷剂为二相情况时的方程如下：

$$\text{液相质量方程} \quad \frac{dm_l}{dt} = m_{l_{in}} - m_{lg} - m_{l_{out}} \quad (5-7)$$

$$\text{气相质量方程} \quad \frac{dm_g}{dt} = m_{g_{in}} + m_{lg} - m_{g_{out}} \quad (5-8)$$

能量方程 
$$\frac{d(mU)}{dt} = m_{in} h_{in} - m_{out} h_{out} + q \quad (5-9)$$

质能联系方程 
$$q = r m_{lg} \quad (5-10)$$

假定在热交换器中的干度线性分布，通过上述方程及必要的物性关系式，可求出换热器气液二相的质量以及各自所占的容积，求出气相的比体积。由于为饱和状态，气体比体积与压力一一对应，这样可求出压力值。

国外很多文献中多采用了上面所述的思路。尽管很多人称其提出的模型是新的，但不少只是在上面基础上稍加变形或扩展。

水箱模型提出来的时候，没有考虑二相间的滑动问题，而直接由干度求质量，这样所造成的误差是较大的。以前的模型由于采用干度线性分布假设，对于象冰箱蒸发器常分成F蒸发器和R蒸发器，二者的工作环境不一样的情况，则不能适用。

由于原模型存在以上的问题，所以应该作如下改进：

1) 考虑空泡系数影响。空泡系数同干度密切相关， $\alpha = \alpha(x)$ 。里面的制冷剂质量为

$$m = \int_0^V [\alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_l] dV$$

2) 对于换热器分成几段的情况，根据总的进出口质流量和两段容积线性插值，确定中间的质流量，各段内仍假定干度线性分布。依次求得各段的气体质量、容积及总的气体体积与容积，并进而求出比体积、压力等参数。

改进后的模型计算量增加不大，但精度提高明显，适用范围扩大，特别适用于系统动态仿真计算。

#### 5.2.4 动态分布参数模型求解方法

由于使用要求不同，对动态分布参数模型在求解时可以作相应的简化。作者认为有必要进行以下的工作：提出不同

的方案，分析其优势与不足，并指出其合适的应用情况。

### (1) 方案 I：变换微分方程

制冷剂方程包括质量守恒、动量守恒、能量守恒三个微分方程，以及相关的制冷剂物性之间的相互关系式。求解中的难点在于如何计算三个微分方程。在方程(5-1)、(5-2)、(5-3)这三个方程的偏微分项中，包括四个参数  $\rho$ 、 $u$ 、 $h$ 、 $P$ ，因此我们想办法变换方程，使偏微分方程组中只包括对三个变量的偏微分计算。

经过推导，可以得到如下的偏微分方程组：

$$\frac{\partial P}{\partial t} - ru \frac{\partial P}{\partial \xi} + rG \frac{\partial h}{\partial \xi} + c^2 \frac{\partial G}{\partial \xi} = rq \quad (5-11)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} - svu \frac{\partial P}{\partial \xi} + su \frac{\partial h}{\partial \xi} + c^2 u \frac{\partial G}{\partial \xi} = svq \quad (5-12)$$

$$\frac{\partial G}{\partial t} + (1 - s \frac{u^2}{c^2}) \frac{\partial P}{\partial \xi} + \frac{r u^2}{v c^2} \frac{\partial h}{\partial \xi} + 2u \frac{\partial G}{\partial \xi} = f + \rho g \sin \beta \quad (5-13)$$

$$\text{其中 } G = \rho u \quad r = \frac{c^2}{v} \frac{\partial v}{\partial h} \quad s = - \frac{c^2}{v^2} \frac{\partial v}{\partial P}$$

式中  $c$  —— 音速。

上面方程(5-11)、(5-12)、(5-13)只对  $P$ 、 $h$ 、 $G$  这三个变量有偏导计算。对这三个方程差分，转化成三个三元一次非线性方程组，可以求解。

### (2) 方案 II：首先估计流量的解法

令  $G = \rho u$ ，方程(5-1)、(5-2)、(5-3)就变换成下面形式：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial \xi} = 0 \quad (5-14)$$

$$\rho \frac{\partial w}{\partial t} - G \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\partial P}{\partial \xi} = f + \rho g \sin \beta \quad (5-15)$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + G \frac{\partial h}{\partial \xi} - \frac{\partial P}{\partial t} = q \quad (5-16)$$

对于数值计算来说,将边界条件尽快引入。对于计算速度的提高是很重要的。由于  $G$  的进出口点值是已知的,因此首先估计一个包含进出口已知值的  $G$  的分布。由  $G$  的分布,结合式(5-14)求得  $\rho$ 。由  $\rho$  和  $G$ ,从方程(5-16)中求  $h$  ( $dh/dt$  对  $h$  的影响很小),并由式(5-15)求  $P$ 。由于由  $h$  和  $\rho$  亦可求出  $P$ ,两个  $P$  值的差异是由  $G$  的估计不准所导致的。通过两个压力场的比较,不断修正  $G$  的分布,最后可求得准确值。

### (3) 方案III: 质量引导法求解热交换器动态方程

对于一般系统动态仿真的情况,并不要求对管内制冷剂流动场作精确的计算,而关心的是传热、压力特性计算足够准确条件下,提高计算的稳定性,减少计算时间。质量引导法在求解热交换器动态模型中有其独特的优点。

将方程(5-1)积分,得

$$m_2 - m_1 = (q_{m_{in}} - q_{m_{out}}) \Delta t \quad (5-17)$$

式中  $m_2$  —— 当前时刻贮存在蒸发器中的制冷剂质量;

$m_1$  —— 上个时刻的值,  $\Delta t$  为计算时间步长;

$q_{m_{in}}$ 、 $q_{m_{out}}$  —— 分别为进、出口质量流量。

计算时,先估计进口点的压力,然后通过方程(5-15)、(5-16)求出各位置点的  $h$  和  $P$ ,尽管此时  $G$  的分布仍是估计的,但并不严重影响最后计算结果。其它物性参数均可以由  $h$  和  $P$  求得。当各位置点的密度求得后,可求出贮存在换热器件的制冷剂质量。这样求出的质量和式(5-17)的计算值往往不等。改变进口压力估计值,直到两个质量值足够吻合为止,此时的结果即为所要求的解。采用这种计算方法,可以大大增加计算时采用的时间步长,可较方便地同时求出压力沿流道分布情况。稳定性很好,克服了用出口质流量引导压力搜索

出现质量不平衡问题。如果不需要计算压力沿程变化，则计算时间可更少。此方法对于蒸发器分成好几部分，各部分工作于不同工作环境下的情况尤为合适。

#### (4) 各方案的适用情况

不同的方案均有其自己的优势和弱点，适合于不同的场合。对这方面研究，尤其是弱点的分析，往往是方案最初提出时没有足够深入的地方，但对于用好这些方案并加以完善却是必要的。

方案 I 比较严格，精度又高，但却是最费时间的一种方法，方程(5-11)、(5-12)、(5-13)组成的方程组，其各项系数的计算就费时间，计算需要大量迭代，因此模型的可靠性较差。即便是在中间参数的计算中，都要求有较高的精度，否则最后的结果可能出现明显误差。为了使计算能够稳定进行，时间步长必须取得很小，一般为 $10^{-3}$ s的数量级。

由于该方案精度好但费时间，因此适宜于作为单独部件研究时，热交换器瞬态分布参数特性分析，作为系统动态仿真与优化则不太合适。

方案 II 在计算的方便与稳定方面较方案 I 有了明显的进步，但计算时间仍然是较多的。采用该方案，当进出口流量相差不大时具有较高的收敛速度，但是当进出口流量变化很大时，由  $G$  的估计不准马上引起  $\rho$  的误差。由  $\rho$  和  $h$  计算的压强场，就可能出现压力沿程损失为负值，或者出现锯齿形的结果，导致计算不收敛。当时间步长取得大时，有时由方程(5-14)会得到负的密度值，使得程序运行终止。这种情况主要发生在靠近相变点的二相区。为了使得计算能够顺利进行，不得不缩短时间步长，增加计算时间。因此，方案 II 适宜于作为单独部件研究时，热交换器动态特性研究，以在对计算时间和稳定性有一定要求时取代方案 I。

方案 III 是目前比较先进的方案。质量引导法求解热交换

器动态模型稳定性极好，精度虽比前述两方案稍差些，但比一般系统动态仿真所用的水箱模型高得多，能够满足装置动态仿真与优化计算的要求。作为系统动态仿真与优化计算用热交换器模型的一般解法，方案Ⅲ是较好的。

### 5.2.5 家用冰箱动态仿真与优化计算用蒸发器数学模型

对于不同的实际工作对象，换热器模型可以作一定的简化。下面以简化的家用冰箱蒸发器数学模型为例，加以论述。

对于制冷装置动态仿真基础上进行优化计算，需调用部件模型计算的次数是相当多的，模型计算的快速性是决定软件开发成功与否的关键。尽管程序的长度总是短一些好，但在我们所研究的情况下，这不是主要问题。

蒸发器作为热交换器中的一种，上面论述的一般的换热器的模型与解法完全适用，但如果能紧密结合具体的装置及计算要求，在上面所述的一般性模型与解法上加以改进，则可以得到能更有效地解决特定问题的模型与解法。

如果不管蒸发器处于何种工况，都采用同样形式的方程，这样固然使描述蒸发器的方程数量减少了，程序长度减短了，但计算的时间却难以降低。若能根据不同的工作状况，采用不同的模型，则可以大大简化模型而又满足精度要求，这样有利于系统仿真优化程序实用化。

#### (1) 第一打冷过程

冰箱长期停机后再开机，压缩机的排量大于毛细管的流量，使得低压部分质量迅速下降。蒸发器的内容积较小，由原贮存在里面的制冷剂降压所产生的制冷量可忽略不计，而冰箱蒸发器壁面热容产生的传热迟延较大。计算冰箱的制冷量时可以采用静态形式的传热方程，即将能量方程写成

$$G \frac{\partial h}{\partial \xi} - u \frac{\partial p}{\partial \xi} = q \quad (5-18)$$

制冷系统低压部分的质量方程为

$$m_2 = m_1 + (q_{m_{\text{cap}}} - q_{m_{\text{com}}}) \Delta t \quad (5-19)$$

求解蒸发器模型的基本方法，仍为前面已提到的质量引导法。首先估计蒸发压力，根据传热方程(5-18)求出制冷剂的物性及质量，并和方程(5-19)计算质量进行比较。不断修正压力，直至两个压力值足够吻合。

### (2) 停机过程

停机时采用的质量方程为：

$$m_2 = m_1 + q_{m_{\text{in}}} \Delta t \quad (5-20)$$

进口流量  $q_{m_{\text{in}}}$  逐渐减少，直至压力平衡时该值减为零。

气液二相的质量可分别求得：

$$m_{2l} = m_{1l} + G_{\text{inl}} \Delta t - (Q/r) \Delta t \quad (5-21)$$

$$m_{2g} = m_2 - m_{2l} \quad (5-22)$$

式中  $r$  —— 汽化潜热；

$Q$  —— 蒸发器的传热量。

由  $m_{2g}$  采用质量引导法搜索压力，计算出各参数。

### (3) 再开机过程

再开机时的情况同第一次开机时有所不同。此时蒸发器中已经积聚了很多制冷剂液体，这对再开机特性有较大影响。第一次开机时，由于都是制冷剂气体，在较短的时间内被抽走的制冷剂质量占原有质量的比例较高，使得压力马上就能降下来。而再开机时，压力开始值比第一次来得低，而压力的降低速度则较慢。在这个过程中，不能象第一次开机过程忽略里面残存制冷剂产生的制冷量，能量守恒方程仍需采用动态方程，直至系统基本平衡。

压力搜索仍采用质量引导法，开始时用里面的制冷剂气体量来指导搜索，待进出口的流量差别不是很大时，用内存的总的制冷剂量来指导搜索。这样有利于快速求得稳定的

解。

根据这个模型计算得到的液体质量，小于采用第一打冷过程模型所得的计算值，则采用后者继续计算。

实际计算表明，采用专用模型可以大大减少计算时间。

## 5.3 制冷剂充注与空泡系数模型

### 5.3.1 概述

制冷剂在制冷循环中所起的作用是不言而喻的，对制冷剂进行的研究工作也是大量的，主要是针对其本身的热力学特性和物理化学性质，如压力、温度、比体积、可燃性、毒性等，但对其在系统中应用的其它一些问题，如怎样精确计算制冷剂充注量及充注量的变化与系统其它特性之间的定量关系，则相对研究得较少。

制冷剂充注量与制冷装置的工作特性是紧密相关的，尤其对于小型压缩式制冷装置，由于采用毛细管作为节流元件，调节能力比热力膨胀阀要差，充注量的变化明显影响系统的工作特性。如果充注量过大，将引起蒸发温度、冷凝温度上升，蒸发器不能将冷量充分发出来，制冷剂以二相态出蒸发器，造成冷量损失，而此时压缩机的电机功率却是增加了，系统的工作特性明显恶化，在某些情况下，甚至不能正常工作。当制冷剂充注量过小时，蒸发、冷凝压力都下降，蒸发器的传热温差增加了，而制冷剂的制冷量却减少了，系统工作特性也不符合要求。对于一机多蒸发器的装置，如冷藏冷冻箱，各间室的温度将严重偏离要求，在某些极端情况下，还会产生其它严重问题。因此，对于制冷装置，适宜的制冷剂充注量是非常重要的。

每一种制冷装置的设计，都存在如何准确确定充注量的问题，但目前这方面的研究不多，缺少成熟的理论计算方法，各生产厂家往往依靠试验手段，在经验估计值左右不断进行

试验调试，以最终确定最佳充注量。这种重复的工作不仅花钱，也花去大量的时间和人力，因此迫切需要有可靠的理论计算方法。

制冷装置动态仿真与优化研究，要求能够准确模拟实际工作状况，定量反映充注量对系统特性的影响，故需要对充注量进行深入研究。充注量计算的难点在于二相区制冷剂量的确定，其关键是二相区空泡系数的正确计算。空泡系数同制冷剂物性、制冷系统结构等许多因素有关，需要作深入探讨，弄清它们之间的定量关系。

国内外已有学者在制冷剂充注量与空泡系数研究等方面进行了一定的研究工作。有些学者采用基于实验基础上的经验公式计算制冷剂的充注量，对常规的设计有一定的指导作用。但这类公式一般不能反映充注量与其它热力参数的关系，适用范围也较窄。相间的滑动有时也被忽略，如 Daniels 等。根据制冷剂与冷媒的热平衡，求制冷剂的比体积并最终求出制冷剂质量，这是一种静态集中参数模型。小型制冷装置中使用干式蒸发器，滑动比的忽略对于制冷剂质量计算带来的影响相当大，该方法不适合小型制冷装置动态仿真的要求。

近年来的研究比较重视相间滑动对二相区质量计算的影响，在空泡系数的研究上，注意利用前人总结的公式，并加以分析、评估和检验，寻求适合其使用要求的公式。

在对二相流动问题进行研究的过程中，一些学者提出了具有一定实用价值的空泡系数正模型。根据这些分相模型，可以求出流体的局部空泡系数、局部密度等参数。其中较为著名的有 L-M, Baroczy, Zivi, Tandon, Premoli, Hughmark 模型。这些模型成为求取两相区制冷剂密度分布的重要工具。

Rice 对前人有关空泡系数的研究进行了很好的总结，对十种空泡系数修正模型和四种热负荷假设对制冷剂量计算的

影响作了分析和评价，并在典型热泵工作范围内，就蒸发器和冷凝器中制冷剂量的计算进行了比较。结果表明：空泡系数模型的选择对充注量计算至关重要，而热负荷假设的选择则是次要的。

空泡系数的应用效果，最终要通过实验才能确定其正确性。国外已有学者进行了有关实验工作，大多在热泵、空调器上进行，Philips 实验室则在家用冰箱上进行了试验，将实验数据和各种空泡系数模型的计算结果进行了比较。总体来说，这是一个尚需在理论和实验两方面进行扎实的工作领域。

### 5.3.2 空泡系数(空隙率)模型

空泡系数是两相混合物在任一流动截面内气相所占的总面积份额，又称为截面含气率或真实含气率，其表达式为

$$\alpha = A_g / A \quad (5-23)$$

式中  $A$ 、 $A_g$  —— 分别表示流道面积与气体流通面积。

需要注意的是空泡系数与干度这两个概念之间的区别。

干度也叫质量含气率，是指单位时间内流过流道截面的两相流总质量中，气相质量所占的份额，其定义式为

$$x = q_{m_g} / q_m = q_{m_g} / (q_{m_g} + q_{m_l}) \quad (5-24)$$

式中  $q_m$ 、 $q_{m_g}$ 、 $q_{m_l}$  —— 分别表示总的两相流质量流量以及气相、液相的质量流量。

在传热计算中，我们首先得到的是制冷剂的干度。制冷剂质量的计算却不能直接利用干度来进行，而需要由空泡系数来确定。二相区制冷剂的密度可用下式来表示

$$\rho = \alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_l \quad (5-25)$$

如果希望通过干度来计算二相区空泡系数，则还需要知道气相和液相之间的滑动比，这三者之间存在以下的关系：

$$\alpha = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{\chi} - 1\right) S \frac{\rho_g}{\rho_l}} \quad (5-26)$$

式中  $S$  —— 滑动比。

现有的空泡系数模型，按美国 C.K.Rice 的分法，可分为四种类型：均相模型、滑动比修正、 $X_{ii}$  修正、考虑质流率的模型。

### (1) 均相模型

均相模型是最简单的一种，它认为两相均匀混合，滑动比为 1，则

$$\alpha = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{\chi} - 1\right) \frac{\rho_g}{\rho_l}} \quad (5-27)$$

这一公式曾被 Daniels, Dhar, MacArthur 等人使用过。

### (2) 滑动比模型

滑动比模型中，关键是滑动比的确定。对此不同的学者提出了不同的计算公式，其中以 Zivi 和 Smith 的公式比较有影响。

Zivi 提出

$$S = [P.I._1]^{-\frac{1}{3}} \quad (5-28)$$

其中

$$P.I._1 = \frac{\rho_g}{\rho_l} \quad (5-29)$$

这一关系式是对无流体夹带的环状流，在管壁摩擦为零，熵增为零的原则下得出的。

Smith 基于均匀混合物核心与环状液相具有相等的速度头的假设，提出了滑动比修正模型如下：

$$S = K + (1 - K) \left[ \frac{1/P.I._1 + K \left[ \frac{1 - \chi}{\chi} \right]}{1 + K \left[ \frac{1 - \chi}{\chi} \right]} \right]^{1/2} \quad (5-30)$$

式中  $K$ ——夹带系数，推荐值为 0.64。

### (3) $X_{tt}$ 修正

本方案采用 L-M(Lockhart-Martinelli)的修正参数  $X_{tt}$ 。

$$X_{tt} = \left[ \frac{1 - \chi}{\chi} \right]^{0.9} P.I._2^{0.5} \quad (5-31)$$

$$P.I._2 = \left[ \frac{\mu_l}{\mu_g} \right]^{0.2} \frac{\rho_g}{\rho_l} \quad (5-32)$$

Wallis 提出了这类空泡系数公式，Baroczy 和 Didion 又加以改进。这些方程为

$$\alpha = (1 - X_{tt}^{0.8})^{-0.375} \quad (X_{tt} \leq 10) \quad (5-33)$$

$$\alpha = 0.823 - 0.157 \ln X_{tt} \quad (X_{tt} \leq 10) \quad (5-34)$$

### (4) 考虑质流率的修正模型

这类模型中主要有 Tandon、Hughmark 和 Premoli 模型。

1) Tandon 模型是在 Zivi 模型基础上计及管壁摩擦之后的一种改进，它计算空泡系数还考虑了质流量的影响。其数学形式为

$$\begin{cases} \alpha = 1 - 1.928 Re_l^{-0.315} / F(X_{tt}) + 0.9293 Re_l^{-0.63} / F(X_{tt})^2 \\ \quad (50 < Re_l < 1125) \\ \alpha = 1 - 0.38 Re_l^{-0.088} / F(X_{tt}) + 0.0361 Re_l^{-0.176} / F(X_{tt})^2 \\ \quad (Re_l > 1125) \end{cases} \quad (5-35)$$

其中  $F(X_{II}) = 0.15(1/X_{II} + 2.85/X_{II}^{0.476})$  (5-36)

### 2) Premoli 模型

这是一个经验修正模型，它是通过滑动比的计算进行的。滑动比的计算过程如下：

$$S = 1 + F_1 \left[ \frac{y}{1 + yF_2} - yF_2 \right]^{1/2} \quad (5-37)$$

其中  $F_1 = 1.578 Re_l^{-0.19} (\rho_l / \rho_g)^{0.22}$  (5-38)

$$F_2 = 0.0273 We_l Re_l^{-0.51} (\rho_l / \rho_g)^{-0.08} \quad (5-39)$$

$$y = \frac{x\rho_f}{(1-x)\rho_g} \quad (5-40)$$

液相雷诺数

$$Re_l = \frac{GD}{\mu_f}$$

液相韦伯数

$$We_l = \frac{G^2 D_i}{\sigma \rho_l}$$

式中  $\sigma$  —— 表面张力。

### 3) Hughmark 模型

这是 Hughmark 在 Bankoff 的实验工作基础上加以整理而得到的经验模型。其数学形式为

$$\alpha = \frac{K_H}{1 + \left( \frac{1-x}{x} \right) \frac{\rho_g}{\rho_l}} \quad (5-41)$$

式中  $K_H = f(Z)$ ，其具体关系式见表 5-1 所列。

$$Z = \frac{Re^{1/6} Fr^{1/8}}{y_L^{1/4}} \quad (5-42)$$

其中 
$$Re_\alpha = \frac{D_i G}{\mu_l + \alpha(\mu_g - \mu_l)} \quad (5-43)$$

弗劳德数 
$$Fr = \frac{V^2}{gD_i} \quad (5-44)$$

$$y_L = \frac{1}{1 + \left( \frac{\chi}{1 - \chi} \right) \frac{\rho_l}{\rho_g}} \quad (5-45)$$

系数  $Z$  计算中包含  $\alpha$ ，所以此模型在计算空泡系数  $\alpha$  时，必须经过迭代，计算量较大。

表 5-1 Hughmark 流动参数  $K_H$  与  $Z$  关系

$Z$	1.3	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	8.0	10	15	20	40	70	130
$K_H$	0.185	0.225	0.325	0.49	0.605	0.675	0.72	0.767	0.78	0.808	0.83	0.88	0.93	0.98

### 5.3.3 制冷装置充注量的计算

选择合适的空泡系数公式后，两相区中的制冷剂质量可结合具体结构参数等来计算。

$$m_l = \int_0^L [\alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_l] A d\xi \quad (5-46)$$

式中  $A$  —— 流道内截面积；

$L$  —— 两相区长度。

单相区的制冷剂质量的计算相对容易些。实际制冷装置中制冷剂量的计算，需要根据具体的结构，确定包含制冷剂的各部件中制冷剂的状态。对于一个典型的小型制冷装置，制冷剂量可一般地表示成如下形式：

$$m = m_{te} + \int_0^{V_{sube}} \rho(T_V) dV + m_{tc} + \int_0^{V_{subc}} \rho(T_V) dV + \int_0^{V_{subc}} \rho_l(T_V) dV + \rho(T_{com}) V_{com} + m_{fil} + m_{oil} \quad (5-47)$$

式(5-47)中, 等式右边各项分别对应蒸发器二相区、蒸发器过热区(包括回气管)、冷凝器二相区、冷凝器过热区、冷凝器过冷区、压缩机空腔、干燥过滤器和润滑油。

蒸发器、冷凝器中各相所占的体积, 对于计算结果影响很大, 而这是通过传热计算确定相变点进行的, 故系统中传热计算的准确性, 对充注量的计算是很重要的。

根据我们的实验结果, 压缩机壳体空腔中制冷剂气体的温度分布较为均匀, 而气缸、吸排气腔及缓冲腔的内容积很小, 可忽略, 故压缩机中的制冷剂量计算采用壳中气体平均温度。

干燥过滤器虽然体积不大, 但由于其中一般为过冷液体, 故贮存在里面的制冷剂量不少, 需要准确计算。干燥过滤器空腔值的准确与否对结果影响较大, 为此我们对所使用的干燥过滤器的内腔空隙进行实际测量, 制冷剂在干燥过滤器中的温度变化不大, 可以采用平均温度。

#### 5.3.4 结合试验工作选择合适的空泡系数模型

不同的空泡系数模型都是在一定的条件下提出来的, 对于使用者来讲, 为了达到较好的精度, 需要注意原公式的使用条件。为了能选择好空泡系数模型, 最好能做一定的试验工作, 了解不同的空泡系数模型在所需要应用场合的计算精度, 并作出一定的修正。

充注量计算方法的验证, 最简单的方法为将整机充注量的理论值和试验值进行比较, 检验理论计算的正确性, 修正空泡系数模型。但这样做存在着各部件的计算误差相互抵消的可能。对某个装置, 如果几个部件的计算误差相互抵消了较大部分, 那末计算求得的整机充注量可能较准, 但实际上计算公式并不准确, 这样的公式缺少推广价值。即使根据某台装置的结果修正了计算公式, 但用于其它的装置仍不准确。为使计算公式准确, 理想的情况是将各个部件单独实验, 而这是难以成功的。空泡系数公式等都有一定的适用条件, 在某种工况下运用得很好的公式, 在另一种状况下可能有明

显误差，在实验时应尽可能合乎本来装置的一般工作状况。对小型制冷装置，如家用冰箱，要对里面的蒸发器测量制冷剂量等比较困难，因这样做必须对装置作比较大的改动，使工作状况有很大的变化，而对外置式冷凝器这一部件做实验，则相对比较简单。系统充注量计算中，若空泡系数在高、低压的误差正负号相反，只进行整机充注量试验，就难以正确评价空泡系数公式，难以修正公式。现在另外加上单独部件实验，可使这种不利因素大大减少。

对冰箱来讲，外置式冷凝器中的制冷剂质量是可以测定的，这可以通过二种方式进行：一是将外置式冷凝器与制冷系统的刚性连接，改成用两根密封、耐压橡皮管的软性连接。橡皮管须为制冷剂专用管，能耐受较高的压力和温度，并有良好的挠性，接头处有良好的密封性。通过将冷凝器吊挂于数字电子秤上，可以读得数值。另外一种方法是将外置式冷凝器的两端加上电磁阀等，这样可以在任意一个运行时刻，将冷凝器的两端截止，并拆下来测定质量。由于原来充进去的制冷剂量是已知的，这样就有两个数值可以同时作为计算的对照值。

影响试验结果精确性的一个重要因素是质量测量的准确性。一般量程小的秤分度小，量程大的秤分度亦大。在现有的仪器中，较难得到同时达到精度和量程要求的秤。如对于量程 15kg 的电子秤，通常的分度为 5g。为了提高精度，可以采用精密砝码修正的方法，使测量分度达到 1g。具体做法为：每测量一个值后，逐次加 1g 或 2g 的砝码，观察电子秤读数有否变化，将读数变化时所加砝码总质量记下；然后逐次减少砝码，观察电子秤读数变化，并注意相应减少的砝码质量。如此可提高测量分辨率，其值可通过电子秤读数与砝码质量的比较得出。

在选择计算用的空泡系数公式时，应充分利用前人的应用研究成果。现有的研究结果表明，Premoli 模型和 Hughmark 模型准确度较好。

## 5.4 围护结构模型与解法

### 5.4.1 概述

制冷装置的性能不仅取决于制冷系统的特性，而且还跟围护结构的性能密切相关。对于冰箱、冷柜这类小型装置，其围护结构即是其箱体，是产品整体的不可分割的部分，撇开箱体研究装置的动态仿真显然是有问题的。即便对空调系统、冷库这类大型装置，其工作过程中的降温变化直接受制于围护结构，这反过来又影响制冷系统的工作特性。因此围护结构动态模型与算法的研究，是制冷装置动态仿真不可缺少的一个环节。

制冷装置围护结构动态模型的研究，目前仍是一个薄弱环节。广大工程技术人员在实际工作中，基本上采用静态传热的计算方法，这就造成在设计阶段无法准确计算出许多同动态传热有关的参数。对于冰箱来讲，其打冷速度、负载温度回升时间、压缩机的开停时间是很重要的。对于汽车空调，在多少时间内使车室内温度从环境温度降到设定的温度，是衡量舒适性的重要指标。所有这些参数的计算，都离不开围护结构的动态模型，但遗憾的是，由于工程实际中只采用静态模型，这些参数没法计算，需要的时候只好根据已掌握的实验数据进行推断。

制冷装置动态仿真研究初期，只研究制冷系统的瞬态特性，由于所研究的工作时间相对于围护结构的时间常数来讲是很小的，所以在这种情况下，可以撇开围护结构的模型，认为跟围护结构特性有关的制冷系统的外部工作环境为恒定。但是现在动态仿真的发展已要求能解决实际问题，这就需要对实际的较长时间的工作过程进行动态仿真，此时围护结构的动态模型成为不可缺少的部分。目前小型制冷装置动态仿真的有些论文中，已引入围护结构(箱体)模型，但往往只是简单地列出传热微分方程，并说明是和描述系统的其它方程结合在一起求解。采用这种方法就遇到一个难题：箱体的动态传热计算要准确的话，必然将箱体分成

很多层，并且每个时刻都要求解动态方程，这样箱体在整个仿真计算中所占的计算量就很大。如果分层很少，则箱体计算精度较差，会降低系统仿真的精度。从装置的动态仿真与优化计算角度考虑箱体模型，应使进入仿真迭代的箱体计算部分少费计算时间，尽量使大部分的计算在系统仿真以前完成。所以采用直接差分求解的方法处理围护结构的模型，对于装置的快速仿真是不利的。

空调研究较早地涉及到动态传热的计算问题，按照制冷装置动态仿真的要求，对这方面的成果进行筛选并加以发展，对于形成一套制冷装置围护结构的动态模型与解法是很有利的。

空调动态负荷计算中所用的方法，是在平壁热力系统传递函数研究的基础上发展起来的。与不同的传递函数相对应，得到以下三类方法：反应系数法(与S传递函数相对应)、传递系数法(与Z传递函数相对应)、谐波法(与正弦传递函数相对应)。这些方法都把扰量和围护结构本身的传递特性分开处理，先求出反映围护结构本身特性的有关参数，最后计算系统的动态响应时，只需要将这些已经计算求得的参数同扰量进行合成。由于对围护结构只计算一次，所以计算量可以大大减少，这些方法对于制冷装置快速动态仿真是很有价值的。

谐波法可以建立在墙体导热方程经典求解的基础上，早在40年代已经提出。对于墙体，可以预先求出其对于各阶谐波的衰减和延迟，当输入量为各阶谐波的合成时，就很容易求出响应来。谐波法所引进的有关平壁不稳定传热的概念，如传热的衰减和延迟、蓄热特性等，物理意义比较明确、直观，已为大家所熟悉。谐波法有周期扰量的前提，空调中经常有以24h为周期变化的量，所以该方法最先得到应用。60年代后出现的反应系数法，已摆脱了周期扰量的限制，因此更适合于一般的情况。由于反应系数法中所需记忆的反应系数项数较多，后来出现了收敛更快的Z传递系数法。空调界实际应用的这些方法，基本上局限于经典控

制理论方法，所涉及的数学推导比较复杂，给理解和使用以及计算机实现带来了一定的困难，而用现代控制理论中的一些方法来加以改进则刚起步。

由于周期扰量的限制对于制冷装置仿真会造成不方便，所以在本书中主要介绍反应系数法与Z传递系数法，而对于谐波法，只在介绍用状态空间法进行计算时作简要的说明。

#### 5.4.2 单层和多层平壁热力系统

对于制冷装置的围护结构，由于我们所要得到的只是它的内外壁面的温度和热量之间的相互关系，对层中间的温度、热流变化是无需关心的。采用经典控制理论方法建立这四个量之间的传递函数，并通过一定方式转换到时域求取反应系数与Z传递函数系数是一种有效的方法。对于实际结构的处理是建立在典型平壁研究基础上的。

凡能把热量从一个物体传递到另一个物体的系统叫热力系统。制冷装置中的围护结构(或称保温层，在很多小型制冷装置中为箱体)就是一个热力系统。围护结构的各层都由各向同性的均质材料构成，有关的物性参数和热工参数在一定的温度范围内均可取作常数，因此是一个线性定常系统。

##### (1) 单层平壁热力系统

一个单层均质平壁热力系统的描述如图5-2，除导热方程外，还有与热流有关的导热定律

$$q(x,t) = -l \frac{\partial q(x,t)}{\partial x} \quad (5-48)$$

平壁两侧表面上有四个时间函数：

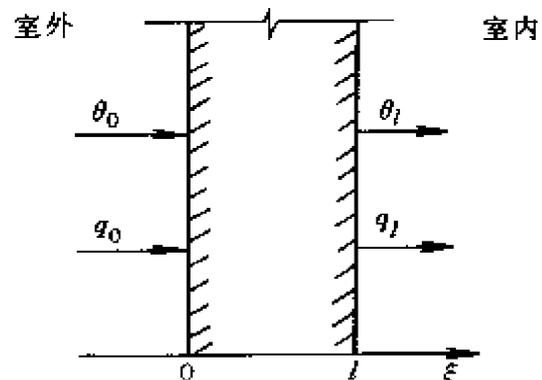


图 5-2 平壁热力系统

内表面温度	$\theta(\xi, t) _{\xi=l} = \theta_l(t)$
内表面热流	$q(\xi, t) _{\xi=l} = q_l(t)$
外表面温度	$\theta(\xi, t) _{\xi=0} = \theta_0(t)$
外表面热流	$q(\xi, t) _{\xi=0} = q_0(t)$

其中两个量给定，另两个量为等待求的。如果假定外侧表面上的温度和热流为已知，内侧两个为未知，采用过剩温度表示，初始状态设为零，这样墙体热力系统是一个有两个输入  $\theta_0(t)$ 、 $q_0(t)$  和两个输出  $\theta_l(t)$ 、 $q_l(t)$  的二元线性系统，它的数学模型为

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta(\xi, t)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 \theta(\xi, t)}{\partial \xi^2} \\ q(\xi, t) = -\lambda \frac{\partial \theta(\xi, t)}{\partial \xi} \\ \theta(\xi, t)|_{\xi=0} = 0 \\ \theta(\xi, t)|_{\xi=l} = \theta_l(t) \\ q(\xi, t)|_{\xi=l} = q_l(t) \end{cases} \quad (5-49)$$

用拉氏变换求解上式，可得

$$\begin{cases} \bar{\theta}(\xi, s) = \bar{\theta}_0(s) \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} \xi - \bar{q}_0(s) \frac{\operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{a}} \xi}{\lambda \sqrt{\frac{s}{a}}} \\ \bar{q}(\xi, s) = -\bar{\theta}_0(s) \lambda \sqrt{\frac{s}{a}} \operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{a}} \xi + \bar{q}_0(s) \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} \xi \end{cases} \quad (5-50)$$

代入  $x=l$  就求出系统的反应，用矩阵表示为

$$\begin{bmatrix} \bar{\theta}_l(s) \\ \bar{q}_l(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(s) & B(s) \\ C(s) & D(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\theta}_0(s) \\ \bar{q}_0(s) \end{bmatrix} \quad (5-51)$$

式中的二阶方阵记为  $G(s)$ ，它是这个墙体热力系统的传递函数矩阵。矩阵元素表示为

$$\begin{cases} A(s) = D(s) = \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} l \\ B(s) = -\frac{\operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{a}} l}{\lambda \sqrt{\frac{s}{a}}} \\ C(s) = -\lambda \sqrt{\frac{s}{a}} \operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{a}} l \end{cases} \quad (5-52)$$

## (2) 对多层平壁热力系统的推广

假定多层均质平壁中，两种材料层的接合非常紧密，对某一界面  $x = L_i$  (见图5-3)，它既是前一层的内侧表面，又是后一层的外侧表面。当在这  $n$  层墙的外侧，作用一对扰量  $\theta_0$ 、 $q_0$  时，在界面  $L_i$  处有第  $i$  层的反应  $\theta_i$ 、 $q_i$ 。这两个反应又是第  $i+1$  层的扰量。因此，每一材料层都构成一个单层平壁的小系统，它的传递函数矩阵为  $G_i(s)$ 。总的  $n$  层平壁系统，便由这  $n$  个小系统以串联方式耦合而成，因此总的传递矩阵为

$$G(s) = G_n(s) G_{n-1}(s) \cdots G_1(s) \quad (5-53)$$

矩阵  $G_i(s)$  的元素为  $A_i$ 、 $B_i$ 、 $C_i$ 、 $D_i$ ，具体表达式如式(5-54)，只要对式中的  $\lambda$ 、 $a$ 、 $l$  各量加下标  $i$  即可。仍把多层平壁热力系统的传递矩阵记为

$$G(s) = \begin{bmatrix} A(s) & B(s) \\ C(s) & D(s) \end{bmatrix} \quad (5-54)$$

但是式中的四个元素不再具有式(5-52)那样的简单形式，而且不再有  $A(s) = D(s)$ ，它们都是  $\sqrt{\frac{s}{a_i}} l_i$  的双曲函数的代数组合，只要多层壁确定， $G(s)$  便可求。

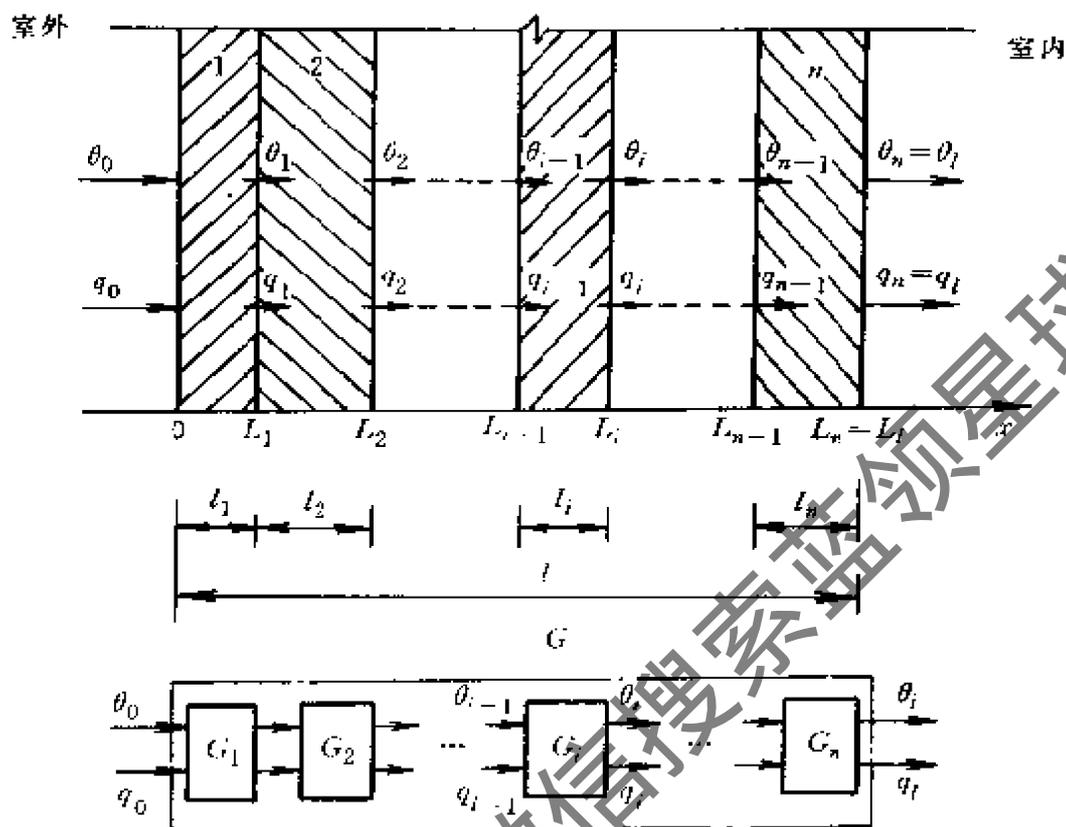


图5-3 多层均质平壁系统

### (3) 几种主要的反应传递函数

上面的论述中，都是把平壁外侧的温度和热流作为输入，内侧的温度和热流作为输出来研究平壁热力系统。但实际上这四个特殊量中任意两个都可作为输入，而另外两个则作为输出，这样共有六种情况。下面选最常用的进行论述。

空调动态负荷计算中，通常都取外界温度和室内温度作为已知量，室内外的热流作为输出量。

$$\begin{bmatrix} \bar{q}_0(s) \\ \bar{q}_i(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{A}{B} & \frac{1}{B} \\ \frac{1}{B} & \frac{D}{B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\theta}_0(s) \\ \bar{\theta}_i(s) \end{bmatrix} \quad (5-55)$$

通常可以认为空调房间室温恒定，并取  $\bar{\theta}_i = 0$ ，因此有

$$\begin{bmatrix} \bar{q}_0 \\ \bar{q}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{A}{B} \\ 1 \\ -\frac{1}{B} \end{bmatrix} \bar{\theta}_0 \quad (5-56)$$

此时实际变化的扰量只有一个  $\theta_0(t)$ ，而反应却有两个： $q_0(t)$  和  $q_i(t)$ 。前者称为吸热反应，后者便是传热反应。 $-\frac{A}{B}$  和  $-\frac{1}{B}$  便是在内侧温度恒定为0的条件下，以外侧温度为扰量时的传递函数。前者称为外表面的吸热反应传递函数，后者称为传热(由外向内)反应的传递函数。

类似的可以取  $\bar{\theta}_0 = 0$ ，即外侧温度恒定，而把内侧温度  $\bar{\theta}_i$  当作实际的扰量，那么容易得到

$$\begin{bmatrix} \bar{q}_0 \\ \bar{q}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{B}{D} \\ \frac{1}{B} \end{bmatrix} \bar{\theta}_i \quad (5-57)$$

此时实际变化的扰量只有一个  $\theta_i(t)$ ，而  $q_0(t)$  为传热反应， $q_i(t)$  为吸热反应， $\frac{D}{B}$  叫作内表面吸热反应的传递函数。

制冷装置的动态仿真中，经常碰到的情况为室内的热流总量或热流已知，而室内的温度变化则是重要的输出参数。取外界温度和室内的热流作为已知量，外界热流温度和室内温度作为输出量。

$$\begin{bmatrix} \bar{\theta}_i(s) \\ \bar{q}_0(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{D} & \frac{B}{D} \\ -\frac{C}{D} & \frac{1}{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\theta}_0(s) \\ \bar{q}_i(s) \end{bmatrix} \quad (5-58)$$

当外表面温度恒定，即  $\bar{\theta}_0 = 0$ ，则有

$$\begin{bmatrix} \bar{\theta}_i \\ \bar{q}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B \\ D \\ 1 \\ D \end{bmatrix} \bar{q}_i \quad (5-59)$$

定义  $\frac{B}{D}$  叫作内表面变温反应的传递函数。有关该函数的计算对于制冷装置温度变化过程的仿真是很重要的。

#### (4) 时域中解的求取

前面已经介绍了几种主要的传递函数，但我们最后关心的是时域中的解。根据传递函数求时域中解的最一般方法，求传递函数的反变换并和输入函数进行卷积。下面以单层平壁热力系统，已知室外温度和室内热流，求室内温度和室外热流为例，对这个过程进行论述。

对式(5-58)，写传递矩阵为如下形式：

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \quad (5-60)$$

$$\begin{cases} G_{11} = G_{22} = \frac{1}{\operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} l} \\ G_{12} = -\frac{\operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{a}} l}{\lambda \sqrt{\frac{s}{a}} \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} l} \\ G_{21} = \frac{\lambda \sqrt{\frac{s}{a}} \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} l}{\operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} l} \end{cases} \quad (5-61)$$

传递函数  $G_{11}$ 、 $G_{12}$ 、 $G_{21}$ 、 $G_{22}$  分母均含  $\text{ch}\sqrt{\frac{s}{a}} l$ 。

令  $\text{ch}\sqrt{\frac{s}{a}} = 0$ ，得传递函数的极点为

$$s_k = -\left[\frac{(k-0.5)\pi}{l}\right]^2 a \quad (k=1,2,3,\dots) \quad (5-62)$$

根据海维赛展开式，

$$\begin{aligned} G_{11}(t) = G_{22}(t) &= \sum_{s=s_k} \frac{1}{(\text{ch}\sqrt{\frac{s}{a}})'} e^{st} \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\pi a}{l^2} (-1)^k (2k-1) e^{-[(k-0.5)\pi/l]^2 at} \end{aligned} \quad (5-63)$$

对于  $G_{12}$ ， $s=0$  是可去极点。

$$G_{12}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2a}{\lambda l} e^{-[(k-0.5)\pi/l]^2 at} \quad (5-64)$$

$$\begin{aligned} G_{21}(t) &= \sum_{s=s_k} \frac{\lambda \sqrt{\frac{s}{a}} \text{sh}\sqrt{\frac{s}{a}} l}{(\text{ch}\sqrt{\frac{s}{a}})'} e^{st} \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2\lambda}{l} \{ -[(k-0.5)\pi/l]^2 a \} e^{-[(k-0.5)\pi/l]^2 at} \end{aligned} \quad (5-65)$$

这样就可进行时域中  $q_0$  和  $\theta_1$  的求解。

$$\begin{aligned} \theta_1(t) &= G_{11}(t) * \theta_0(t) + G_{12}(t) * q_1(t) \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} G_{11}(\tau) * \theta_0(t-\tau) d\tau + \int_{-\infty}^{+\infty} G_{12}(\tau) * q_1(t-\tau) d\tau \end{aligned} \quad (5-66)$$

$$\begin{aligned}
 q_0(t) &= G_{21}(t) * \theta_0(t) + G_{22}(t) * q_1(t) \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} G_{21}(\tau) * \theta_0(t - \tau) d\tau + \int_{-\infty}^{+\infty} G_{22}(\tau) * q_1(t - \tau) d\tau \quad (5-67)
 \end{aligned}$$

对实际的平壁，可认为是  $t=0$  时松弛的因果系统，故有

$$\theta_1(t) = \int_0^{+\infty} \bar{G}_{11}(\tau) * \theta_0(t - \tau) d\tau + \int_0^{+\infty} \bar{G}_{12}(\tau) * q_1(t - \tau) d\tau \quad (5-68)$$

$$q_0(t) = \int_0^{+\infty} \bar{G}_{21}(\tau) * \theta_0(t - \tau) d\tau + \int_0^{+\infty} \bar{G}_{22}(\tau) * q_1(t - \tau) d\tau \quad (5-69)$$

### (5) 当量单层平壁

对于单层均质平壁，可以较为方便地写出传递函数，并进行拉氏反变换。但实际装置的围护结构，都是多层平壁组成的，即便对于确实只有一种材料组成的墙体，通常还要考虑空气换热层，也会使得实际的传递函数复杂，难以进行变换。工程实际中，有一种常用的处理方法，即把实际的多层平壁热力系统，用一当量单层平壁系统来代替，要求在相同的输入条件下，此单层平壁具有和原系统尽可能接近的输出。下面介绍求取该当量平壁的参数的一种有效方法。

令当量单层平壁的热阻、热容与原多层平壁相等，厚度为原来的总厚度，即

$$\frac{l'}{\lambda'} = \sum_{i=1}^n \frac{l_i}{\lambda_i} \quad (5-70)$$

$$l'(\rho c)' = \sum_{i=1}^n l_i(\rho c)_i \quad (5-71)$$

$$l' = \sum_{i=1}^n l_i \quad (5-72)$$

由上面三个方程联立，得当量导温系数为

$$a' = \frac{\lambda'}{(\rho c)'} = \frac{(\sum_{i=1}^n l_i)^2}{(\sum_{i=1}^n \frac{l_i}{\lambda_i}) [\sum_{i=1}^n l_i (\rho c)_i]} \quad (5-73)$$

对于空气边界层, 取  $l=0$ 、 $\frac{\lambda}{l}=\alpha$ , 求得当量单层平壁的参数, 就可以利用单层平壁热力系统的算法处理实际多层平壁系统。

### 5.4.3 反应系数法

#### (1) 基本原理

反应系数法是加拿大人 D.G. Stephenson 和 G.P. Mitalas 在 60 年代末提出的, 他们把平壁作为一个线性热力系统, 利用系统传递函数, 得出某种扰量下的各种反应系数, 再利用反应系数求传热量等。

前面用传递函数和输入函数进行卷积求输出函数, 此时输入函数必须是连续函数。但实际系统仿真中, 输入函数是离散的, 不能直接卷积。而在反应系数法中, 所需要的是输入函数的离散值。反应系数可根据传递函数求得。对于式(5-68)和式(5-69)的各传递函数  $G_{11}$ 、 $G_{12}$ 、 $G_{21}$ 、 $G_{22}$ , 设其所对应的反应系数分别为  $h_{11}$ 、 $h_{12}$ 、 $h_{21}$ 、 $h_{22}$ , 计算的时间步长为  $\Delta$ , 则在第  $n\Delta$  时刻的输出值为

$$\theta_1(n) = \sum_{i=0}^n h_{11}(i) \theta_0(n-i) + \sum_{i=0}^n h_{12}(i) q_1(n-i) \quad (5-74)$$

$$q_0(n) = \sum_{i=0}^n h_{21}(i) \theta_0(n-i) + \sum_{i=0}^n h_{22}(i) q_1(n-i) \quad (5-75)$$

反应系数法对扰量的分解, 主要采用单位三角波函数或单位矩形波函数。这两种波形的函数都可以由单位阶跃函数来构成, 所以单位阶跃函数是更基本的扰量形式, 另两种扰量可以看作是它的导出形式。

## (2) 单位阶跃扰量反应

求得了各个传递函数，就可导出系统单位阶跃反应函数的拉普拉斯变换。

前面已经提到了四个主要的反应传递函数，即传热反应传递函数、内表面吸热反应传递函数、外表面吸热反应传递函数、内表面变温反应的传递函数。由这些不同的反应传递函数求取相应的单位阶跃扰量反应的步骤相类似，所以选制冷装置动态仿真中，最常用的传热反应传递函数和内表面变温反应的传递函数，求其相应的单位阶跃扰量反应。

单位阶跃扰量的拉氏变换式为  $1/s$ ，则

$$\text{传热反应函数} \quad \bar{y}_u(s) = -\frac{1}{sB(s)} \quad (5-76)$$

$$\text{变温反应函数} \quad \bar{w}_u(s) = \frac{B(s)}{sD(s)} \quad (5-77)$$

现在的问题是如何求取它们的拉普拉斯反变换。这些象函数都是半纯函数(两个整函数的比，因为  $A, B, C, D$  都是双曲正余弦的组合)。根据展开定理求拉普拉斯反变换时，首先要求得分母的根。

对于传热反应， $s=0$  是其一阶极点，令  $s_i$  是  $B(s)=0$  的根，则

$$y_u(t) = \frac{-1}{B(0)} + \sum_{i=1}^{\infty} K_{y_i} e^{s_i t} \quad (5-78)$$

其中

$$K_{y_i} = \frac{-1}{s \frac{dB(s)}{ds}} \Big|_{s=s_i} \quad (5-79)$$

对于单层均质平壁，在第一类边界条件下，式 (5-52) 给出了  $B(s)$  的表达式

$$B(s) = -\frac{\text{sh}\sqrt{\frac{s}{a}}l}{\lambda\sqrt{\frac{s}{a}}}$$

由于

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\frac{s}{a}}l}{\text{sh}\sqrt{\frac{s}{a}}l} = 1 \quad (5-80)$$

所以

$$B(0) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{-\text{sh}\sqrt{\frac{s}{a}}l}{\lambda\sqrt{\frac{s}{a}}} = -\frac{l}{\lambda} \lim_{s \rightarrow 0} \frac{-\text{sh}\sqrt{\frac{s}{a}}l}{\sqrt{\frac{s}{a}}l} = \frac{l}{\lambda} \quad (5-81)$$

令

$$B(s) = 0$$

则

$$\text{sh}\sqrt{\frac{s}{a}}l = 0$$

即

$$\frac{1}{2}(e^{\sqrt{\frac{s}{a}}l} - e^{-\sqrt{\frac{s}{a}}l}) = 0$$

有

$$e^{2\sqrt{\frac{s}{a}}l} = 1 = e^{2k\pi j}$$

$$s_i = -\frac{ai^2\pi^2}{l^2} \quad (i = 1, 2, 3, \dots) \quad (5-82)$$

$$s \frac{dB(s)}{ds} \Big|_{s=s_i} = -s \frac{\frac{l}{2\sqrt{as}} \text{ch}\sqrt{\frac{s}{a}}l \lambda\sqrt{\frac{s}{a}} - \text{sh}\sqrt{\frac{s}{a}}l \lambda \frac{1}{2\sqrt{as}}}{(\lambda\sqrt{\frac{s}{a}})^2} \Big|_{s=s_i}$$

$$= \frac{l \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} l}{2\lambda} \Big|_{s=s_i} = -\frac{l}{2\lambda} (-1)^i \quad (5-83)$$

故

$$y_u(t) = \frac{\lambda}{l} + \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i \frac{2\lambda}{l} e^{-(i\pi/l)^2 at} \quad (5-84)$$

对于变温反应， $s=0$  是其一阶极点，令  $s_i$  是  $D(s)=0$  的根，则

$$w_u(t) = \frac{B(0)}{D(0)} + \sum_{i=1}^{\infty} K_{w_i} e^{s_i t} \quad (5-85)$$

其中

$$K_{w_i} = \frac{B(s)}{\frac{dD(s)}{ds}} \Big|_{s=s_i} \quad (5-86)$$

对于单层均质平壁，在第一类边界条件下为

$$D(s) = \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} l$$

$$\frac{B(0)}{D(0)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{-\operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{a}} l}{\lambda \sqrt{\frac{s}{a}} \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} l} = -\frac{l}{\lambda} \quad (5-87)$$

令  $D(s) = 0$

则  $s_i = -\frac{a(i-0.5)^2 \pi^2}{l^2} \quad (i=1, 2, 3, \dots) \quad (5-88)$

$$K_{v_i} = \left. \frac{B(s)}{s \frac{dD(s)}{ds}} \right|_{s=s_i} = \frac{-\operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{a}} l}{\lambda \sqrt{\frac{s}{a}} \frac{sl}{2\sqrt{as}} \operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{a}} l} \bigg|_{s=s_i}$$

$$= -\frac{2a}{\lambda s} \bigg|_{s=s_i} = \frac{2l}{\lambda \pi^2 (i-0.5)^2} \quad (5-89)$$

故  $w_u(t) = -\frac{l}{\lambda} + \frac{2l}{\lambda \pi^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{(i-0.5)^2} e^{-[(i-0.5)\pi/l]^2 at}$  (5-90)

### (3) 传递矩阵内元素的根的求取

由前所述，用海维赛展开式进行拉氏反变换必须求取根。对于单层平壁系统，在第一类边界条件下，可以通过推导求得根的表达式。在一般情况下，由于传递函数复杂，特别在组成围护结构的层数很多时，无法精确求传递函数分母的根，这时只能数值解。采用牛顿法搜索根速度较快，可用下山法保证收敛。

由于所要求的根不止一个，为使根不重复求取，应采用劈根法，把已求得的根的影响消除掉。

对于需要求根的函数  $f(\chi)$ ，如已求得其前  $n$  个根  $a_i (i=1, 2, \dots, n)$ ，构造函数

$$g(\chi) = \frac{f(\chi)}{\prod_{i=1}^n (\chi - a_i)} \quad (5-91)$$

$$\frac{g'(\chi)}{g(\chi)} = \frac{d[\ln g(\chi)]}{d\chi} = \frac{f'(\chi)}{f(\chi)} - \sum_{i=1}^n \frac{1}{(\chi - a_i)} \quad (5-92)$$

在已求得第  $n$  个根，求第  $n+1$  个根的基本公式为

$$\chi_{k+1} = \chi_k - \frac{g(\chi_k)}{g'(\chi_k)} = \chi_k - \frac{1}{\frac{f'(\chi)}{f(\chi)} - \sum_{i=1}^n \frac{1}{(\chi - a_i)}} \quad (5-93)$$

如果  $g(\chi_{k+1}) \leq g(\chi_k)$ ，则用式(5-94)不断迭代，直到满足精度为止。否则取

$$\chi_{k+2} = \lambda \chi_{k+1} + (1 - \lambda) \chi_k$$

其中  $\lambda (0 \leq \lambda \leq 1)$  称为下山因子。删选  $\lambda$  使迭代过程中单调性成立。下山因子的确定是一个逐步搜索过程，设从  $\lambda = 1$  开始，反复减半  $\lambda$  进行试算，直到满足单调性。若经过规定的次数后，仍找不到满足单调性的  $\lambda$ ，称“下山失败”，另选初值进行计算。

牛顿法的收敛性同初始点的选取有很大的关系，每个根求解时，都应该利用已有的信息，以获得尽可能接近所求的根的初始点。

#### (4) 反应系数的求取

对应于扰量的三角波分解与矩形波分解，得到相应的反应系数。三角波反应系数的物理意义为：输入发生在时刻  $-\Delta$  到  $\Delta$  之间的以时刻0为中心，高度为1的一个等腰三角形波脉冲时，输出量在时间步长  $\Delta$  整数倍时刻的值。矩形波反应系数的物理意义为：输入发生在时刻0到  $\Delta$  之间，高度为1的一个矩形波脉冲，输出量在时间步长  $\Delta$  整数倍时刻的值。

反应系数可根据单位阶跃扰量反应来求得。各种不同的单位阶跃扰量反应，均可写成如下的形式：

$$H(t) = K + \sum_{i=1}^{\infty} K_i e^{s_i \Delta} \quad (5-94)$$

其对应的三角波反应系数为

$$\begin{cases} h_T(0) = K - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{K_i}{s_i \Delta} (1 - e^{s_i \Delta}) \\ h_T(1) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{K_i}{s_i \Delta} (1 - e^{s_i \Delta})^2 \\ h_T(j) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{K_i}{s_i \Delta} (1 - e^{s_i \Delta})^2 e^{(j-1)s_i \Delta} \quad (j \geq 2) \end{cases} \quad (5-95)$$

其对应的矩形波反应系数为

$$\begin{cases} h_s(0) = 0 \\ h_s(j) = \sum_{i=1}^{\infty} K_i (1 - e^{-s_i \Delta}) e^{j s_i \Delta} \quad (j \geq 1) \end{cases} \quad (5-96)$$

#### 5.4.4 Z传递系数法

反应系数法进行计算时，如果所计算的时刻很多的话，则需要计算相当多的反应系数，这从实际应用反应系数的公式(5-74)、(5-75)中可以得到反映，对于长时间的工作状况的仿真是不利的。后来提出的采用公比的反应系数，使得计算项数得到控制，但更加有效的方法则是Z传递系数法。

##### (1) Z传递函数系数的计算方法

对一个连续系统引入采样器和保持器，可得一采样数据系统。通常考虑输入和输出的采样是同步的，即采样周期和采样时间都相同。保持器作为一个环节，加入到原来的系统中去，与原系统串联。对于这样一个串联后的系统，其Z传递函数定义为输出和输入函数的Z变换之比，常把它表示为两个 $z^{-1}$ 多项式之比。如对于平壁热力系统，其Z传递函数记作

$$G_y(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_n z^{-n} + \dots}{d_0 + d_1 z^{-1} + \dots + d_m z^{-m} + \dots} = \frac{N_y(z)}{D(z)} \quad (5-97)$$

为保证分子、分母的系数唯一，取定分母多项式的首项恒为

$$d_0 = 1.$$

三角脉冲保持器的输入为一单位脉冲，输出为一单位三角波，由此得出三角脉冲保持器的传递函数为

$$G_T(s) = \frac{e^{s\Delta} (1 - e^{-s\Delta})^2}{s^2 \Delta} \quad (5-98)$$

引入三角波保持器后的系统传递函数，为该传递函数与原传递函数之积，以传热反应为例，其传递函数为

$$G_{Ty}(s) = \frac{e^{s\Delta} (1 - e^{-s\Delta})^2}{s^2 \Delta} \left( -\frac{1}{B(s)} \right) \quad (5-99)$$

$$\begin{aligned} \text{则 } G_y(z) &= Z \left\{ L^{-1} \left[ \frac{e^{s\Delta} (1 - e^{-s\Delta})^2}{s^2 \Delta} \left( -\frac{1}{B(s)} \right) \right] \right\} \\ &= \frac{z(1 - z^{-1})^2}{\Delta} Z \left\{ L^{-1} \left[ \frac{-1}{s^2 B(s)} \right] \right\} \end{aligned} \quad (5-100)$$

同本章前面的约定，令  $s_i$  为  $B(s) = 0$  的根，则

$$\frac{-1}{s^2 B(s)} = \frac{h''}{s^2} + \frac{h'}{s^2} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{h_i}{s - s_i} \quad (5-101)$$

式中的系数可确定为 
$$h'' = \frac{-1}{B(0)}$$

$$h_i = \frac{-1}{s^2} \left. \frac{dB(s)}{ds} \right|_{s=s_i}$$

$$\text{由此 } Z \left\{ L^{-1} \left[ \frac{-1}{s^2 B(s)} \right] \right\} = \frac{P(z)}{z(1 - z^{-1})^2 \prod_{i=1}^{\infty} (1 - e^{s_i \Delta} z^{-1})} \quad (5-102)$$

式中的分子多项式为

$$P(z) = [h''\Delta + h'z(1-z^{-1})] \prod_{i=1}^{\infty} (1 - e^{s_i\Delta} z^{-1})$$

$$+ z(1-z^{-1})^2 \sum_{i=1}^{\infty} \left[ h_i \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{\infty} (1 - e^{s_j\Delta} z^{-1}) \right] \quad (5-103)$$

所以

$$G_y(z) = \frac{\frac{1}{\Delta} P(z)}{\prod_{i=1}^{\infty} (1 - e^{s_i\Delta} z^{-1})} \quad (5-104)$$

与式(5-97)相对应, 则有

$$d_0 + d_1 z^{-1} + \dots + d_m z^{-m} + \dots = \prod_{i=1}^{\infty} (1 - e^{s_i\Delta} z^{-1}) \quad (5-105)$$

如果将上式右边展开, 利用等式两边同次幂项系数相等的原则, 可得

$$\begin{cases} d_0 = 1 \\ d_1 = -(e^{s_1\Delta} + e^{s_2\Delta} + e^{s_3\Delta} + \dots) \\ d_2 = e^{(s_1+s_2)\Delta} + e^{(s_1+s_3)\Delta} + \dots \\ \vdots \\ d_m = (-1)^m \sum_{1 \leq j_1 < j_2 < \dots < j_m} \exp\left(\sum_{i=1}^m s_{j_i} \Delta\right) \end{cases} \quad (5-106)$$

实际编制程序时, 可根据式(5-105), 通过多项式连乘确定各个系数。还可以由分子多项式  $P(z)$  来求系数  $b_i$ , 但这样比较麻烦。为更简洁明了, 令

$$L^{-1} \left[ \frac{-1}{s^2 B(s)} \right] = R(t)$$

从式(5-101)求取拉氏逆变换为

$$R(t) = h''t + h'u(t) + \sum_{i=1}^{\infty} h_i e^{s_i t} \quad (5-107)$$

由 Z 变换的定义  $Z[R(t)] = \sum_{i=0}^{\infty} r_i z^{-i}$

式中  $r_i$  ——  $i\Delta$  (第  $i$  个步长) 时刻函数  $R(t)$  的采样值, 它可以由式(5-107)求得。

将以上结果和式(5-97)结合, 得

$$N_y(z) = \frac{z(1-z^{-1})^2}{\Delta} \left( \sum_{i=0}^{\infty} r_i z^{-i} \right) D(z) \\ b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_n z^{-n} + \dots = \left( \frac{1}{\Delta} - \frac{2}{\Delta} z^{-1} + \frac{1}{\Delta} z^{-2} \right) \\ \times (r_0 z + r_1 z^{-1} + r_2 z^{-2} + \dots) \times (1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} + \dots) \quad (5-108)$$

将上式右边展开, 利用等式两边同次幂项系数相等的原则, 可得

$$\begin{cases} b_0 = \frac{1}{\Delta} d_0 r_1 \\ b_1 = \frac{1}{\Delta} (d_0 r_2 + d_1 r_1 - 2d_2 r_0) \\ b_2 = \frac{1}{\Delta} (d_0 r_3 + d_1 r_2 + d_2 r_1 + d_3 r_0 - 2d_0 r_2 + 2d_1 r_1) \end{cases} \quad (5-109)$$

在计算机上用式(5-108)编制两个多项式直接相乘的程序, 比用式(5-109)来得方便。其他传递函数相应的 Z 传递系数的计算完全可以采用类似步骤。

## (2) Z 传递函数系数和反应系数的关系

对于任意一个热力系统的传递函数, 如果其 Z 传递函数的分子和分母的系数分别是  $b_i$  和  $d_i$ , 而相应的反应系数为  $h_i$ , 则有

$$\sum_{i=0}^{\infty} h_i z^{-i} = \left( \sum_{i=0}^{\infty} b_i z^{-i} \right) / \left( \sum_{i=0}^{\infty} d_i z^{-i} \right) \quad (5-110)$$

故

$$b_n = \sum_{i=0}^{\infty} h_i d_{n-i} \quad (5-111)$$

(3) Z 传递系数使用公式

以传热反应为例,

$$\frac{Z[q_i(t)]}{Z[\theta_0(t)]} = \frac{\sum_{i=0}^{\infty} b_i z^{-i}}{\sum_{i=0}^{\infty} d_i z^{-i}} \quad (5-112)$$

则

$$q(n) = \sum_{i=0}^n b_i \theta(n-i) - \sum_{i=1}^n d_i q(n-i) \quad (5-113)$$

之所以采用 Z 传递系数, 是因为其收敛速度比反应系数快得多。在许多算例中, 要用上百个反应系数才能达到某个精度要求, 而要相同精度下, 所取 Z 传递函数中分子和分母的传递系数, 一般不超过 6 个。

Z 传递系数比反应系数收敛快的原因, 可以从两方面来解释。从反应系数的计算式中可以看出, 它们趋于零快慢主要取决于  $[e^{s_i}]^n$ , 而 Z 传递系数趋于零快慢取决于  $e^{s_1 + \dots + s_n}$ 。由于  $s_i$  均是负值, 且  $|s_1| < |s_2| < \dots < |s_i| < \dots$ , 故当  $n \rightarrow \infty$  时,  $e^{s_1 + \dots + s_n}$  的趋零速度要比  $[e^{s_1}]^n$  快得多, 因经传递系数的收敛速度要比反应系数快得多。另外从式(5-113)中可以看出, 利用传递系数进行计算时, 不仅需要知道输入扰量, 而且需要知道输出量在计算时刻以前的值, 所包含的信息量较多, 因此达到同样精度需要取的计算项数当然会少一些。

#### 5.4.5 状态空间法求反应系数

前面的方法是在经典控制理论上得出的, 现代控制理论的发展为这些方法的改进提供了新的基础。同传统方法比较, 现代

控制理论的状态空间法具有其自己的优点，概括起来，主要有以下几点：

1) 推导过程简单。拉氏变换法将时域问题变换到频域（或称复域），求得结果后再反变换到时域，先后两次变换，使得整个推导过程很繁复。状态空间法就在时域中解决问题，整个推导过程简捷、易懂。而且许多方面可直接利用物理意义求解，显得非常直接、迅速。

2) 推导的结果易于计算机实现。拉氏变换法要编程实现复杂函数的导数、极点（或根）的求取等，需要较高的编程技巧，初学者难以胜任。状态空间法推导的结果，只是一些较简单的矩阵加法和乘法运算，计算机编程十分方便，而且在大多数情况下，计算量比拉氏变换法为小。

3) 能方便地体现平壁内部温度和热流随时间的变化。S 传递函数模型属于外部模型，即每次只能求得系统的输出温度、热流随时间的变化。状态空间模型属于内部模型，可以方便地知道各状态点上的温度、热流变化，从而可以勾勒出平壁内部温度、热流随时间的变化情况。

4) 利用状态模型，可以将矩阵理论中的一些方法，用于分析平壁热力系统的结构特性，从而容易发现和导出一些传统模型难以发现或导出的规律或特性，用于解决实际应用中碰到的一些问题。

当然，状态空间法也有一些较之传统不足的地方。比如，由于状态空间法实质上是一种半差分方法，故精度略低于拉氏变换法，但实例计算表明，其精度已足以满足实际工程应用的需要。

### (1) 状态空间的建立

在状态空间法中，使用标准形式的状态方程和输出方程。

$$\text{状态方程} \quad \dot{X}(t) = AX(t) + BU(t) \quad (5-114)$$

$$\text{输出方程} \quad Y(t) = CX(t) + DU(t) \quad (5-115)$$

对于平壁热力结构，为了建立状态空间，将平壁适当分层，分为一个  $n$  层的集中热容系统处理（见图 5-4），从而可建立起一个  $m$  维（ $m = n + 1$ ）的状态空间。

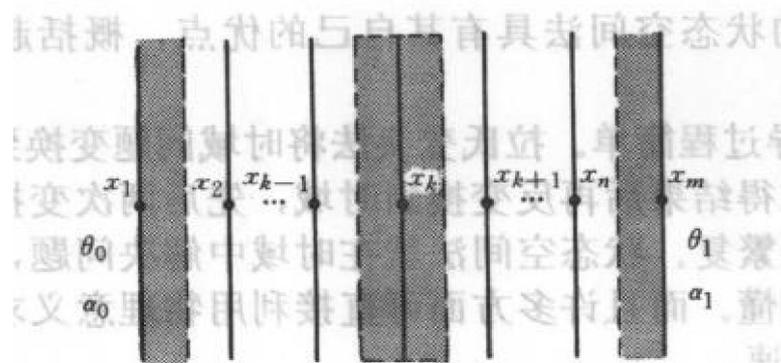


图 5-4 平壁分层

在图 5-4 中，阴影部分分别表示内外边界及内部的控制体，其余符号同式。由能量守恒知控制体的内能变化，等于进出控制体的热流量的代数和，由此可以列出一组常微分方程，即状态方程为

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} c_1 \frac{dx_1}{dt} = \alpha_0 (\theta_0 - x_1) - \frac{x_1 - x_2}{R_1} \\ \frac{1}{2} (c_1 + c_2) \frac{dx_1}{dt} = \frac{x_1 - x_2}{R_1} - \frac{x_2 - x_3}{R_2} \\ \vdots \\ \frac{1}{2} (c_{i-1} + c_i) \frac{dx_i}{dt} = \frac{x_{i-1} - x_i}{R_{i-1}} - \frac{x_i - x_{i+1}}{R_i} \\ \vdots \\ \frac{1}{2} c_n \frac{dx_{n+1}}{dt} = \frac{x_n - x_{n+1}}{R_n} - \alpha_1 (x_{n+1} - \theta_1) \end{array} \right. \quad (5-116)$$

式中  $c_i$  —— 比热容， $c_i = l_i \rho_i c_{pi}$ ；

$c_{pi}$  —— 比定压热容；

$R_i$  —— 热阻， $R_i = l_i / \lambda_i$ ；

$l_i$  —— 厚度；



的响应系数列  $Y(i)$ ，根据线性迭加原理，即可求出三角波反应系数  $h(i)$ 。

$$\begin{cases} h(i) = [Y(i-1) - 2Y(i) + Y(i+1)] / \Delta \\ h(0) = Y(1) / \Delta \end{cases} \quad (5-118)$$

现在的问题是如何求得斜坡反应的解。对于状态方程(5-116)，其解的一般形式为

$$X(t) = e^{At} X(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)} BU(\tau) d\tau \quad (5-119)$$

式中， $e^{At}$  称为矩阵指数，与其相关的积分在本文中统称为矩阵指数的积分。若设  $\Delta$  为离散化时间步长，并在上式中分别令  $t = k\Delta$ ,  $t = (k+1)\Delta$ ，则可以求得

$$X(k+1) = e^{A\Delta} X(k) + \int_{k\Delta}^{(k+1)\Delta} e^{A[(k+1)\Delta-\tau]} BU(\tau) d\tau \quad (5-120)$$

上面的解中既有自由项，又有强制项，计算复杂。如能把控制量  $U(t)$  增广到状态量中去，使状态方程变成齐次的，求解就简便多了。对于  $U(t)$  为斜坡函数的情况，增广是能够实现的。令

$$X_{m+1} = U(t) = t \quad (5-121)$$

$$X_{m+2} = X_{m+1} = 1 \quad (5-122)$$

从而构成齐次的增广状态方程

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{x}_{m+1} \\ \dot{x}_{m+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B & 0 \\ 0 & 0 & -\omega \\ 0 & \omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ x_{m+1} \\ x_{m+2} \end{bmatrix} \quad (5-123)$$

可简记为  $\dot{\tilde{X}} = \tilde{A}\tilde{X} \quad (5-124)$

### (3) 齐次状态方程的求解

对于齐次状态方程

$$\dot{X}(t) = AX(t) \quad (5-125)$$

其解的形式为

$$X(t) = e^{At} X(0) \quad (5-126)$$

取时间步长为  $\Delta$ ，可得如下的递推方程：

$$X[(n+1)\Delta] = e^{A\Delta} X[n\Delta] \quad (5-127)$$

矩阵指数及其积分的计算方法有很多，其中直接级数展开法原理及程序实现均比较简单，是目前应用得最广泛的一种矩阵指数及其积分的实用算法。矩阵指数为

$$F = e^{A\Delta} = I + A\Delta + \frac{A^2\Delta^2}{2} + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{A^k \Delta^k}{k!} \quad (5-128)$$

式中  $I$  为单矩阵。

对于式 (5-128) 的计算，需要解决两个问题：① 确证式 (5-128) 右边的级数是收敛的；② 确定级数求和时所需要的项数。

式(5-128)可以写成下式

$$F = e^{A\Delta} = \sum_{k=0}^N \frac{A^k \Delta^k}{k!} + \sum_{k=N+1}^{\infty} \frac{A^k \Delta^k}{k!} \quad (5-129)$$

$$\text{令 } R = \sum_{k=N+1}^{\infty} \frac{A^k \Delta^k}{k!} \quad (5-130)$$

式中  $R$  为级数展开式的截断误差。

对式(5-130)两边取范数，得

$$\|R\| = \left\| \sum_{k=N+1}^{\infty} \frac{A^k \Delta^k}{k!} \right\| < \sum_{k=N+1}^{\infty} \frac{\|A\Delta\|^k}{k!} \quad (5-131)$$

$$\text{令 } M = \sum_{k=N+1}^{\infty} \frac{\|A\Delta\|^k}{k!} = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\|A\Delta\|^{N+j}}{(N+j)!} = \sum_{k=+1}^{\infty} M_j \quad (5-132)$$

$$q = \frac{M_2}{M_1} = \frac{\|A\Delta\|}{N+2} \quad (5-133)$$

由式(5-132)中  $M_j$  的定义，有下述关系：

$$\frac{M_{j+1}}{M_j} = \frac{\|A\Delta\|}{N+j+1} \quad (5-134)$$

所以

$$\frac{M_{j+1}}{M_j} < \frac{M_j}{M_{j-1}} < \dots < \frac{M_2}{M_1} = q \quad (5-135)$$

$$M = M_1 + M_2 + M_3 + \dots < M_1(1+q+q^2+q^3+\dots) = \frac{M_1}{1-q} \quad (5-136)$$

只要当 $N$ 大到一定程度,使得 $q < 1$ ,则截断误差上限可用上式计算,若达到要求的精度,则说明所取的项数足够,否则加大级数的求和项。从上面的推导中看出,此级数当 $N$ 大到一定值时,收敛性好于公比 $q < 1$ 的一等比数列,因此级数必定收敛。

除了上述直接计算误差上限的方法外,Paynter方法亦是确定级数项数的有效方法。设 $\Delta$ 小于系统中最小时间常数,考虑 $|a_{ij}\Delta|$ , $a_{ij}$ 为矩阵 $A$ 的一个元素。设 $\max|a_{ij}\Delta| = q$ ,级数项为 $p$ ,则有

$$\frac{1}{p!} (nq)^p e^{nq} = 0.001 \quad (5-137)$$

其中 $n$ 为系统阶数,已知 $n$ 和 $q$ ,则可解出 $p$ 值来。实际计算级数时,要求至少取 $p$ 项。

上面已经论证,矩阵指数 $e^{A\Delta}$ 的级数总是收敛的。因而从理论上讲,只要计算足够多的项数,便可以获得足够高的计算精度。实际上由于计算机字长的限制,数值计算上仍会遇到一些困难。如果时间步长 $\Delta$ 太大,或者 $A$ 的特征值分布很散,可能会导致 $\|A\Delta\|$ 很大,在级数的求和过程中,中间某些项的绝对值很大,最后的计算结果值不大,却是由一系列大数相减得到,这样计算精度很差,有时甚至会因为中间项的绝对值太大出现计算溢出,中断程序运行。

为了避免直接计算 $e^{A\Delta}$ 由于 $\|A\Delta\|$ 太大而出现上述计算上的困

难, 可先计算  $e^{A\Delta/2^k}$ , 其中  $k$  称为折半因子, 以后连续  $k$  次应用加倍公式可求得  $e^{A\Delta}$ 。一般有

$$e^{A\Delta/2^{i-1}} = e^{A\Delta/2^i} e^{A\Delta/2^i}$$

分别令  $i = k, k-1, k-2, \dots, 1$ , 反复应用上式, 即可计算出  $e^{A\Delta}$ 。

实际计算中, 应合理地选择折半因子  $k$ 。当  $k$  选择很大时, 虽然级数求和有较快的收敛速度, 但需多次应用加倍公式, 因而总的计算量并不节省, 精度也未必高。同时如果  $k$  选择过大, 容易使矩阵  $A$  原来较小的数在运算过程中出现下溢。为了避免在计算中出现上溢和下溢, 并兼顾计算量和计算精度这两方面的要求, 折半因子可按下式求取:

$$p = \max \left\{ \text{int} \left[ \log_2 \frac{\|A\Delta\|}{5} \right] + 1, 0 \right\} \quad (5-138)$$

应该指出的是, 使用折半加倍措施, 有助于解决病态矩阵运算时出现的不稳定以及溢出等问题, 但对病态系数较大的矩阵计算时, 所得结果不可避免地会出现一定的误差, 所以建立状态空间时就应注意这个问题。

#### 5.4.6 状态空间法求 $Z$ 传递系数

$Z$  传递函数与其系数的概念及其经典解法, 已经在前面作了论述。用状态空间法同样可以求  $Z$  传递系数, 并且在很多方面更为优越。

对于方程(5-114), 其解的离散形式为式(5-120)。但是除了一些特殊输入函数外, 该式无法直接用于计算。因此, 有必要在保证一定精度的条件下, 采取一些近似方法。常用的近似方法有两类: 一是保持器法; 二是数值积分法。

保持器法中零阶保持和一阶保持比较简单, 高阶保持比较复杂, 而且对于不同的扰量输入, 精度并不与保持器的阶数成正比, 因此常用零阶保持和一阶保持。对于零阶保持, 数学上表述为

$$U(\tau) = U(k\Delta) = U(k) \quad k\Delta \leq \tau < (k+1)\Delta \quad (5-139)$$

代入式(5-120), 可得

$$X(k+1) = FX(k) + GU(k) \quad (5-140)$$

其中  $F = e^{A\Delta}$        $G = \int_0^{\Delta} e^{At} dt B$

对于一阶保持, 数学上可表示为

$$U(\tau) = U(k) + \frac{U(k+1) - U(k)}{\Delta} (\tau - k\Delta) \quad (5-141)$$

$$k\Delta \leq \tau < (k+1)\Delta$$

代入式(5-120), 可得

$$X(k+1) = FX(k) + G_a U(k) + G_b U(k+1) \quad (5-142)$$

其中  $G_a = \int_0^{\Delta} \frac{t}{\Delta} e^{At} dt B$        $G_b = G - G_a$

数值积分法就是对式(5-122)右边第二项直接进行数值积分。从数学上讲, 该项只是关于  $\tau$  的积分, 因此任何有关的数值积分公式都可以应用在这里。同样, 出于避免复杂化以及对后文求  $Z$  传递函数的考虑, 这里只给出梯形公式的结果:

$$X(k+1) = FX(k) + \Phi_1 U(k) + \Phi_2 U(k+1) \quad (5-143)$$

其中  $\Phi_1 = \frac{\Delta}{2} FB$        $\Phi_2 = \frac{\Delta}{2} B$

式(5-142)与式(5-143)形式相同, 只是  $U(k)$  和  $U(k+1)$  的系数矩阵不同, 后者的精度稍差, 但计算量要小得多。

要完成上面的计算, 下面三个矩阵指数及其积分的计算是很关键的。

$$F = e^{A\Delta} = I + A\Delta + \frac{A^2 \Delta^2}{2} + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{A^k \Delta^k}{k!} \quad (5-144)$$

$$G = \int_0^{\Delta} e^{At} dt B = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{A^k \Delta^{k+1}}{(k+1)!} B = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{A^{k-1} \Delta^k}{k!} B \quad (5-145)$$

$$G_a = \int_0^{\Delta} \frac{t}{\Delta} e^{A\Delta} dt B = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{kA^{k-1} \Delta^k}{(k+1)!} B \quad (5-146)$$

类似问题的处理，在用状态空间法计算反应系数时同样碰到，可采样同样的方法，这里不再重复。

在完成了状态方程的求解后，结合输出方程的离散化形式，可得平壁的离散状态空间模型：

$$\begin{cases} X(k+1) = FX(k) + GU(k) \\ Y(k) = CX(k) + DU(k) \end{cases} \quad (5-147)$$

$$\begin{cases} X(k+1) = FX(k) + G_a U(k) + G_b U(k+1) \\ Y(k) = CX(k) + DU(k) \end{cases} \quad (5-148)$$

$$\begin{cases} X(k+1) = FX(k) + \Phi_1 U(k) + \Phi_2 U(k+1) \\ Y(k) = CX(k) + DU(k) \end{cases} \quad (5-149)$$

式(5-148)和(5-149)可以通过线性变换，转化为式(5-147)的形式。现以式(5-148)为例说明如下。

$$\text{令新的状态} \quad \bar{X}(k) = X(k) - G_b U(k) \quad (5-150)$$

代入式(5-148)，整理后得

$$\begin{cases} \bar{X}(k+1) = F\bar{X}(k) + \bar{G}U(k) \\ Y(k) = C\bar{X}(k) + DU(k) \end{cases} \quad (5-151)$$

$$\text{其中} \quad \bar{G} = FG_b + G_a \quad \bar{D} = CG_b + D$$

形如式(5-147)的离散状态空间模型，称为标准的离散状态空间模型。由上可知，式(5-148)和式(5-149)皆可转化为标准的离散状态空间模型，故下面以标准的离散状态空间模型为对象进行讨论。

对于一个 $n+1$ 阶的系统， $Z$ 传递函数 $H(z)$ 的形式如下：

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_{n+1} z^{-(n+1)}}{1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} + \dots + d_{n+1} z^{-(n+1)}} \quad (5-152)$$

问题归结为如何确定分子与分母中的系数 $b_i$ 与 $d_i$ 。以标准离散状态空间模型(5-147)为例，取 $Z$ 变换，

$$\begin{cases} zX(z) = FX(z) + GU(z) \\ Y(z) = CX(z) + DU(z) \end{cases} \quad (5-153)$$

整理得  $H(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = z^{-1}C(I - z^{-1}F)^{-1}G + D$

$$= z^{-1}C \frac{\text{adj}(I - z^{-1}F)}{\det(I - z^{-1}F)} G + D \quad (5-154)$$

矩阵行列式  $\det(I - z^{-1}F) = 1 + d_1z^{-1} + \dots + d_{n+1}z^{-(n+1)}$

伴随矩阵  $\text{adj}(I - z^{-1}F) = B_1 + B_2z^{-1} + \dots + B_{n+1}z^{-n}$

$B_i$  为  $(n+1) \times (n+1)$  阶常数阵,  $B_i$  及  $d_i$  由 Leverrier-Faddeeva 算法确定, 这样  $b_i$  也就确定了。具体计算按式(5-155)、(5-156)。

$$\begin{cases} B_0 = 0, d_0 = 1 \\ B_i = FB_{i-1} + d_{i-1}I \\ d_i = -\text{tr}(FB_i)/i \quad (i = 1, \dots, n+1) \end{cases} \quad (5-155)$$

$$\begin{cases} b_0 = D \\ b_i = CB_iG + Dd_i \quad (i = 1, \dots, n+1) \end{cases} \quad (5-156)$$

如果已知反应系数序列  $Y(i)$ , 则  $b_i$  亦可由下述关系简捷地求得。

$$b_i = \sum_{k=0}^i Y(i-k)d_k \quad (i = 0, \dots, n+1) \quad (5-157)$$

#### 5.4.7 基于状态空间的谐波法

谐波法的基本思想为是: 对于一个线性系统, 若输入为

$$f_{\text{in}} = \sum_{i=0}^{\infty} A_i e^{(\omega_i t - \phi_i)j} \quad (5-158)$$

则输出可表示为

$$f_{\text{out}} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{A_i}{v_i} e^{(\omega_i t - \phi_i - \eta_i)j} \quad (5-159)$$

式中  $\omega_i$  —— 第*i*阶谐波的频率,  $\frac{2i\pi}{T}$  ( $T$  为周期);

$\varphi_i$  —— 第*i*阶谐波的初始相位;

$\nu_i$  —— 第*i*阶谐波的衰减度;

$\eta_i$  —— 第*i*阶谐波的延迟时间。

上面二式中,  $\omega_0 = 0$  对应于零阶谐波  $A_0 e^{-\varphi_0 j}$ , 它是一个常数且等于扰量的均值。

只要求得衰减度与延迟时间, 即可由输入函数求得输出函数。衰减度与延迟时间同样可用状态空间法进行计算。下面介绍计算方法。

对于一个线性系统的标准状态方程与输出方程 (5-114)、(5-115), 取输入扰量

$$U = f_{in} = \cos \omega t \quad (5-160)$$

则输出响应为  $Y(t) = f_{out} = \nu^{-1} \cos(\omega t - \eta) \times 7 \quad (5-161)$

通过求解状态方程与输出方程, 可以确定  $\nu$  和  $\eta$ , 步骤如下。按增广矩阵法, 令  $x_{m+1} = U = \cos \omega t$ ,  $x_{m+2} = \sin \omega t$ , 则

$$\dot{x}_{m+1} = -\omega x_{m+2}, \quad \dot{x}_{m+2} = \omega x_{m+1}$$

得 
$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ x_{m+1} \\ x_{m+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B & 0 \\ 0 & 0 & -\omega \\ 0 & \omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ x_{m+1} \\ x_{m+2} \end{bmatrix} \quad (5-162)$$

$$Y = \begin{bmatrix} C & D & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ x_{m+1} \\ x_{m+2} \end{bmatrix} \quad (5-163)$$

简记为 
$$\begin{cases} \dot{X} = \bar{A}X \\ Y = \bar{C}X \end{cases} \quad (5-164)$$

解之得

$$\begin{cases} \tilde{X}(n+1) = e^{\tilde{A}\Delta} \tilde{X}(n) \\ Y(n) = \tilde{C}\tilde{X}(n) \end{cases} \quad (5-165)$$

谐波法通常用于空调的传热计算。在那种情况下，一天24h为一基本周期。为了清楚起见，这里取时间单位为小时，则频率  $\omega = 2i\pi/24$ ， $i$ 为谐波的阶数，时间步长为  $\Delta = 2\pi/(24\omega)$ 。由于计算时设初值  $X(0) = 0$ ，为了消除初始条件的影响，设至少需计算  $k$ 个周期。由式(5-161)得

$$Y[(24k+6)\Delta] = v^{-1} \sin \eta \quad (5-166)$$

$$Y[(24k+12)\Delta] = -v^{-1} \cos \eta \quad (5-167)$$

联解上面二式，可得

$$v = \frac{1}{\sqrt{Y^2[(24k+6)\Delta] + Y^2[(24k+12)\Delta]}} \quad (5-168)$$

$$\eta = g - \arctan \frac{Y[(24k+6)\Delta]}{Y[(24k+12)\Delta]} \quad (5-169)$$

$$\text{其中 } g = \begin{cases} \pi, & Y[(24k+12)\Delta] \geq 0; \\ 0, & Y[(24k+12)\Delta] < 0, Y[(24k+6)\Delta] \geq 0; \\ 2\pi, & Y[(24k+12)\Delta] < 0, Y[(24k+6)\Delta] < 0. \end{cases}$$

计算周期  $k$  的确定，要满足计算所得的衰减度和延迟时间，随  $k$  的增加而变化的量达到所设定的精度要求。对于任意周期扰量下的计算，可以仿照本过程。状态方程的求解方法在5.4.5节已有介绍。

谐波法原来只用于墙体传热计算，所以衰减度与延迟时间都是从温度波在墙体内沿厚度方向的变化得出的。后来提出的从得热计算房间负荷的谐波反应法，已经突破了以上的限制。本文的计算方法完全可以适用于一般的输入与输出函数情况，所计算的衰减度可为任意周期性外扰的波幅与其响应的波幅之比，延迟时间为此响应对其周期性外扰的相位滞后。随着频率的增加，谐波的衰减度急剧增加。对于扰量只需要取前三阶谐波，就能满足工

程计算的精度要求。对于每一阶谐波来讲，只需要求取衰减度和延迟时间这两个量，所以在动态传热计算中，所需记忆的量是较少的，使得该方法的计算量大大减少，对于周期扰量作用情况的快速计算特别有利。状态空间法求解平壁热力系统的频率响应，避免了传统解法繁琐的推导过程，充分利用了谐波法具有的明确的物理意义，便于编程计算。

#### 5.4.8 反应系数与传递系数的合成与室温变化计算

室温的动态计算在很多场合下是十分重要的。人们往往很希望计算空调的间歇期有多长，对于汽车空调来讲，预冷时间更是一个重要指标，对于冰箱等小型制冷装置动态仿真来讲，计算箱内的温度变化是不可缺少的部分。

目前最常用的室温变化计算的基本方法为：根据当前时刻的室内温度，确定内表面吸热反应和传热反应，并结合室内的总热(冷)量，确定有多少热(冷)量被室内的热容环节所吸收，再根据室内的热容量，确定下一时刻的温度。这样逐个时刻计算，可以得到各时刻的温度值。该方法的有效性又如何呢？根据现在时刻的室内吸热量确定下一个时刻的温度，采用的是全显式欧拉方法，精度较差。为了保证一定精度，应该进行迭代计算。只有在室内热容量明显大于墙体的热容量情况下，才有很好的迭代收敛性。在一般的情况下，收敛性就不总是那么好了。当室内热容量明显小于墙体时，以上的迭代步骤就可能发散。在某些情况下，如计算小冰箱的空箱降温速度，可以认为室内热容量值为零，则以上方法根本就无法使用。由于上述方法中所依靠的各种反应，都是在内表面温度不变这个静态限制条件下求得的，对动态计算就不那么有效，因此需要研究计算室温变化的有效方法。

在室温计算时，我们要知道的是室内总的热量如何确定室温的变化情况。如能直接求取室温对于室内总的热量的响应规律，在室温变化计算时，就可以由现在及以前时刻的室内热量，确定

现在及以前时刻的各温度，计算过程中不需要迭代，计算精度高，速度快。

组成实际围护结构的各个面的情况不同，其对抗量的响应也不同，而我们所求得最终室温对室内总的热量的响应，是由各围护结构面的响应与室内热容环节的响应所确定的，所以需要研究各围护面与室内热容环节的响应如何确定室温响应，即要研究动态响应的合成。反应系数法与Z传递函数法是广为采用的动态传热计算方法，所以以下研究反应系数与传递系数的合成，以及如何最终计算室温动态变化。

### (1) 室温反应系数的合成

此处的“室温”，指多壁面围护结构内侧空气平均温度。“室温反应（传递）系数”，指各壁面由内侧单位热流密度引起内侧空气平均温度变化的反应（传递）系数。室温反应系数与传递系数的合成，即是把各个面热流密度引起响应的反应（传递）系数，转化到跟总的热流量对应的反应（传递）系数。

设室温为 $\theta_{in}$ ，各面面积为 $A_i$ ，内侧各面单位面积热流量为 $q_i$ ，各个面总的热流量为 $Q$ ，以 $q_i$ 为输入、 $\theta_{in}$ 为输出的室温传递函数为 $G_i(z)$ ，面数为 $m$ ，则

$$\theta_{in}(z) = G_i(z)q_i(z) \quad (i=1,2,\dots,m) \quad (5-170)$$

$$Q(z) = \sum_{i=1}^m A_i q_i(z) \quad (5-171)$$

为了能直接由各个面的热流量 $Q$ 求室温 $\theta_{in}$ ，需要将室温传递函数进行合成，合成后的传递函数 $G(z)$ 定义为

$$G(z) = \frac{\theta_{in}}{Q(z)} \quad (5-172)$$

联解上面三式，得

$$G(z) = \left[ \sum_{i=1}^m \frac{A_i}{G_i(z)} \right]^{-1} \quad (5-173)$$

将上式改写为

$$\frac{1}{G(z)} = \sum_{i=1}^m \frac{A_i}{G_i(z)} = \sum_{i=1}^m \frac{1}{g_i(z)} \quad (5-174)$$

写成反应系数的形式，得

$$g_1(z) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i z^{-i} \quad (5-175)$$

$$g_2(z) = \sum_{i=0}^{\infty} b_i z^{-i} \quad (5-176)$$

$$g_{12}(z) = \left[ \frac{1}{g_1(z)} + \frac{1}{g_2(z)} \right]^{-1} = \sum_{i=0}^{\infty} c_i z^{-i} \quad (5-177)$$

可推得

$$\begin{cases} c_0 = a_0 b_0 / (a_0 + b_0) \\ c_k = \left[ \sum_{i=0}^k a_i b_{k-i} - \sum_{i=1}^k (a_i + b_i) c_{k-i} \right] / (a_0 + b_0) \\ (k = 1, 2, 3, \dots) \end{cases} \quad (5-178)$$

对式(5-174)，每次将最前面两项相加，循环 $m-1$ 次，即可求得 $G(Z)$ 的表达式。上面的 $a_i, b_i$ 是各个面的单位热流量引起室温变化的反应系数除以其面积得到的值，其物理意义是各个面的总热流量引起室温变化的反应系数。循环 $m-1$ 次后，式(5-178)得到的 $c_i$ 值为跟室内总的热流量对应的反应系数，即合成的室温反应系数。

## (2) 室温传递系数的合成

Z传递函数的表达式中的各系数(传递系数)收敛快，计算项数少，现在得到了广泛的应用。理论上式(5-173)可以用于传递系数的合成，但实际计算会碰到一些问题。Z传递函数的表达式为两个关于Z的多项式相除，一般两个这样的分式相加，其分母为两分母

相乘，分子为其中一项的分子与另一项的分母相乘后再相加。这样得到的分式无论是分子还是分母，项数都大大增加。如果需要相加的分式很多，则最后得到的式子的分子和分母表达式都会很长。因此若直接按(5-173)式合成 $G(z)$ ，得到的项数可能非常巨大，即室温传递系数的个数很多，这样既失去了传递系数本身的优越性，又难以获得有效的计算结果。以下提出一个利用合成的反应系数，求取合成的传递系数的方法。

对于一个多层平壁热力系统，可以证明

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{Y(k+1)}{Y(k)} = e^{s_1 \Delta} = c_1 < 1 \quad (5-179)$$

式中  $Y(k)$ ——反应系数序列；

$s_1$ ——平壁热力系统的最大特征根。

可以进一步证明，用第一公比 $e^{s_1 \Delta}$ 改进后的反应系数序列 $Y_1(k)$ 满足

$$\begin{cases} Y_1(0) = Y(0) \\ Y_1(j) = Y(j) - c_1 Y(j-1), j \geq 1 \end{cases} \quad (5-180)$$

且有 
$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{Y_1(k+1)}{Y_1(k)} = e^{s_2 \Delta} = c_2 < 1 \quad (5-181)$$

式中  $s_2$ ——壁面热力系统的次大特征值。

依理类推，可获取任意第 $i$ 个公比 $c_i = e^{s_i \Delta}$  ( $s_i$ 是平壁热力系统的第 $i$ 个特征值)。比较公比与传递系数的计算公式，可求得 $Z$ 传递函数分母中各系数为

$$\begin{cases} d_0 = 1 \\ d_1 = -(e^{s_1 \Delta} + e^{s_2 \Delta} + e^{s_3 \Delta} + \dots) = -(c_1 + c_2 + c_3 + \dots) \\ d_2 = e^{(s_1 + s_2) \Delta} + e^{(s_1 + s_3) \Delta} + \dots = c_1 c_2 + c_1 c_3 + c_2 c_3 + \dots \\ \vdots \\ d_n = (-1)^n \sum_{1 < j_1 < j_2 < \dots < j_n} \exp\left(\sum_{i=1}^n s_{j_i} \Delta\right) = (-1)^n \sum_{1 < j_1 < j_2 < \dots < j_n} \left(\prod_{i=1}^n c_{j_i}\right) \end{cases} \quad (5-182)$$

根据反应系数与传递系数的关系可，进一步确定Z传递函数分子中的各系数。实际计算时，由于构造反应系数得到的公比数列 $c_i$ 快速趋零，使得 $d_i$ 快速收敛，计算效果相当好。

### (3) 室温的计算

对于由 $m$ 个面组成的墙体结构，设由内侧总的热流量 $Q$ 引起室温变化的反应系数为 $Y_1(i)$ ，传递系数为 $b_i$ 和 $d_i$ ；外侧温度变化 $\theta_{out,k}$ 引起内侧热流密度变化的反应系数为 $Y_{2,k}(i)$ ，传递系数为 $c_{ki}, d_{ki}$ ；各面面积为 $A_k$ ，则平均室温 $\theta_{in}$ 可根据反应系数按式(5-183)计算，或根据传递系数按式(5-184)计算。

$$\theta_{in}(n) = \sum_{i=0}^n Y_1(i) [Q(n-i) + \sum_{k=1}^m \sum_{j=0}^{n-i} A_k Y_{2,k}(j) \theta_{out,k}(n-i-j)] \quad (5-183)$$

$$\theta_{in}(n) = \sum_{i=0}^n b_i \left\{ Q(n-i) + \sum_{k=1}^m \left[ \sum_{j=0}^{n-i} A_k c_{kj} \theta_{out,k}(n-i-j) - \sum_{j=1}^{n-i} A_k d_{kj} q_{kj}(n-i-j) \right] \right\} - \sum_{i=1}^n d_i \theta_{in}(n-i) \quad (5-184)$$

### (4) 几点说明

1) 前面方法同样适合于考虑室内热容环节的情况。这时也需要先求得其表面热流与其表面温度的响应关系，整理成同各个壁面的响应关系一样的表达形式，即可参与合成。这样得到的最后的响应关系，当然是各个壁面与室内热容环节共同作用的结果。至于如何确定各个壁单位热流引起室温变化响应，可以采用类似于求以前在室温一定情况下的各个动态响应的方法，只是输入输出参数有所不同而已，这里不再重复。

2) 式(5-178)对于三角波室温反应系数合成是很有效的。在其它情况下，可能出现被合成项的前面几个反应系数为零或者绝对值近似为零。设前面可视作零的项数为 $l-1$ 项，这时宜采用如下的

公式:

$$\begin{cases} a_i = 0, b_i = 0, c_i = 0 & (i = 0, 1, \dots, l-1) \\ c_k = \left[ \sum_{j=l}^k a_j b_{k+l-j} - \sum_{i=l+1}^k (a_i + b_i) c_{k+l-i} \right] / (a_l + b_l) & (5-185) \\ & (k = l, l+1, l+2, \dots) \end{cases}$$

3) 当各壁面结构相近, 反映到壁面系统的状态空间模型上, 为各壁面的系统矩阵具有相似的特征根系, 对应于式 (5-175) 和 (5-176), 近似有

$$a_0 : a_1 : a_2 : \dots \approx b_0 : b_1 : b_2 : \dots \quad (5-186)$$

这时反应系数合成可以采用以面积比为权进行加权调和平均的算法, 如下式

$$Y_1 = 1 / \sum_{i=1}^m (A_i / h_{1i}) \quad (5-187)$$

式中  $h_{1i}$  —— 各面由内侧单位面积热流量引起室温变化的反应系数;

$Y_1$  —— 合成的反应系数。

## 5.5 制冷装置的稳态仿真

本节所说的制冷装置稳态仿真, 指制冷装置的稳态分布参数仿真。它把外界对制冷装置和制冷装置内部的传热过程, 都假定为稳态传热过程, 同时把制冷循环的实际热力过程, 也假定为到达稳定工况后某一时刻的热力过程。在描述制冷装置动态特性的仿真数学模型中, 当所有变量对时间的偏导项都假定为零时, 就成为制冷装置稳态分布参数仿真的数学模型。因此, 制冷装置的稳态仿真, 是制冷装置动态仿真的一个特例。

### 5.5.1 何谓制冷装置的稳态仿真

制冷装置在制冷系统稳定运行工况下的主要运行参数(如制冷剂的蒸发压力、蒸发温度、冷凝压力、冷凝温度等)及性能指标(如

储藏温度、冷却速度、冷冻能力、耗电量、负载温度回升时间等),通过建立数学模型,寻求计算方法,编制计算程序等环节,由计算机运算获得,并且有关计算结果经过实验反复验证,当实践证明这些数学模型在同一类型制冷装置中具有通用性,计算结果与实验结果的误差在允许范围时,即认为可以用计算机的数值仿真来代替制冷装置的实验。上述由计算机运算来模拟制冷装置试验,获得其稳定运行工况下主要运行参数及性能指标的方法,就是制冷装置的稳态仿真。它与真实系统的实验研究一样,也是制冷装置工作特性研究的一种研究手段。

### 5.5.2 为何要进行制冷装置的稳态仿真

从上节可知,制冷装置的系统仿真研究起源于其实验研究又高于其实验研究。可靠性好的真实系统实验研究,不但是检验系统和部件性能的最终手段,而且是验证和评判仿真结果的标准,也是许多仿真参数的直接来源。但真实系统的实验研究往往耗时、耗费较大,甚至有时实验手段有限而无法实现。光靠真实系统实验研究也会使新型制冷装置的开发周期延长,不利于系统的优化设计。用经真实系统实验检验过的模型,代替真实系统在计算机上进行实验,则可以克服单靠真实系统实验研究的缺陷,能满足设计方法现代化和系统 CAD 的需要。因此,制冷装置的系统仿真,已发展成制冷装置动态特性研究的一种有效手段,它可以部分替代真实系统的实验,缩短新系统的研制和开发周期及费用。

在制冷装置真实系统运行时,无论制冷剂还是冷却介质,在其流道内循环流动过程中,每一点的状态参数都是变化的,亦即是分布参数性质的,并非传统方法所认为的那样是集中参数性质的;而每一点状态参数也是随着运行时间而变化的,亦即是动态的,并非传统方法所认为的那样是静态的。如果要对制冷装置真实系统各部件中的运行特性进行动态和分布参数的描述,则要建立许多的微分方程,还要分析制冷系统各部件有关运行参数之间

的耦合关系，进行解耦。因此，通常计算工作量都比较大。如果采用稳态分布参数方法进行仿真，则只要通过代数方程及少量一阶微分方程来描述制冷系统中所有设备的工作特性和质量平衡、能量平衡、动量平衡以及制冷剂的热力状态和流动状态，计算工作量将会减少，从而节省时间，又可以较传统的静态集中参数计算方法有较好的准确性，且便于推广应用。这是因为稳态分布参数仿真只是动态分布参数仿真的一个特例。也正因为此，制冷装置稳态仿真的结果，可用作通过动态仿真进行优化时的初始条件。制冷装置稳态分布参数仿真之所以较传统的静态集中参数设计计算有较好的准确性，就在于它是根据制冷系统各部件间的内在联系，按照系统运行的内在规律，用数学方法通过运算，来判断制冷系统是否达到稳定运行工况和获得该工况下的主要运行参数，如蒸发温度和冷凝温度等。并非象传统方法那样，根据经验人为地事先设定这些运行参数，不管这些参数是否处于稳定运行工况。传统的静态集中参数设计计算，还无法正确计算制冷系统中各部分流道中制冷剂的贮存量，也不考虑制冷装置用冷空间结构件的热容量，而这些都是制冷装置稳态分布参数仿真时，认为影响计算结果准确性不容忽视的因素。

系统的优化是系统仿真的主要目的之一。稳态分布参数仿真的着眼点，在于研究制冷系统运行达到稳定工况时，整个制冷装置各部件(包括制冷压缩机、冷凝器、节流元件、蒸发器和用冷场合的绝热结构件等)相互之间的匹配关系，它是建立在“制冷系统工况稳定是制冷装置各部件匹配的必要条件”<sup>[2]</sup>这一理论观点基础上的。制冷装置设计方法的更新，体现在通过计算机的快速运算，找出在确定目标函数和一定约束条件下制冷装置各组成部件相互间的最佳匹配关系，提出最佳设计方案。当把制冷装置的能耗作为优化目标函数时，通过稳态分布参数仿真与优化，也可实现制冷装置节能设计的目的。当更换制冷剂和绝热结构层的发泡剂时，只要调整制冷装置稳态分布参数仿真计算中，有关制冷剂热

物性与热力性质的计算子程序和与制冷剂发泡剂有关的传热系数、导热系数计算模型，就可以使原有的制冷装置稳态分布参数仿真计算程序，适用于应用新工质的制冷装置稳态分布参数仿真，并以此系统仿真为基础，通过系统的优化，使应用新工质可能造成的制冷装置系统性能下降得以补偿。因此，制冷装置的稳态分布参数仿真，与制冷装置动态仿真一样，也是制冷装置设计方法现代化、节能和 CFC 替代后的系统匹配，三大热点课题有机结合起来一起解决的研究手段之一。

### 5.5.3 制冷装置的制冷系统分析及制冷装置稳态仿真成败的关键

制冷系统的仿真不同于其组成部件的仿真。在建立其仿真数学模型时，不仅希望能获得符合实际的仿真结果，力求仿真模型精确，尽量缩小与实际装置实验结果的误差范围；更希望其仿真模型简单，尽量减少仿真计算时间。因为在制冷系统优化计算时，需要反复进行多次仿真计算，才能获得制冷系统各部件之间最佳匹配的结果。减少仿真计算时间，可以实现在一般微机上的制冷装置优化设计计算。这就有必要对制冷装置中制冷系统各组成部件在稳定运行工况时，给制冷系统仿真造成的影响作出科学的分析。

制冷系统中制冷压缩机、冷凝器、节流元件和蒸发器四大部件，从制冷系统仿真角度分析可分为两类热力模型：一类是制冷压缩机和节流元件，另一类是冷凝器和蒸发器。制冷压缩机和节流元件的相互匹配情况，决定着整个制冷系统中制冷剂流量的大小和制冷剂的冷凝压力与蒸发压力。制冷装置稳态仿真时，制冷剂流量、冷凝压力和蒸发压力仿真的精确程度，是其仿真成败的关键之一。这类部件的另一特点是：其中制冷剂贮存量仿真结果精确与否，对整个制冷系统贮存量的仿真计算结果影响不大。这是由于节流元件的内容积相对整个系统来说一般都很小，制冷压缩机的内容积虽然较大，但在稳定运行时贮存的基本上都是密度非常小的过热蒸气的缘故。由此可知，对这一类部件建立仿真模

型时，应重点考察其制冷剂流量、冷凝压力和蒸发压力仿真结果的精度。

冷凝器和蒸发器都是热交换器，制冷剂在其中都要产生相变。在制冷系统稳定运行过程中，大部分制冷剂都是分布在这两部件中。因此，这两大换热器仿真的精度，直接影响制冷系统中制冷剂贮存量分配的计算结果，也直接关系到整个制冷系统仿真的成败，而对系统的制冷剂流量没有直接影响。根据这一特点，对这类部件建立仿真模型时，应重点考察影响制冷剂贮存量分配情况的两相区换热的仿真精确度。

除上述建立仿真模型的分析外，所采用的仿真计算方法能否快速收敛，也是关系到系统仿真成败的重要问题。

#### 5.5.4 制冷系统稳态仿真数学模型的建立

典型的制冷装置由制冷压缩机、冷凝器、节流元件、蒸发器和装置的绝热围护结构所组成。制冷系统运行过程中，组成该系统的各个部件同时在运行，都对系统的状态产生影响，每一个部件的运行参数与其它部件的运行参数都是相互影响、相互关联的。用于制冷装置系统仿真的数学模型，也必然要由各部件的数学模型所构成，并且要能反映出运行参数的相互耦合关系。

现以直冷式冷藏冷冻箱这一小型制冷装置为例，它由制冷系统的四大件(全封闭制冷压缩机、冷凝器、毛细管、蒸发器)和箱体及其箱内结构件所构成。制冷装置稳态仿真数学模型也应由四大部件和箱体构件五大部分构成。

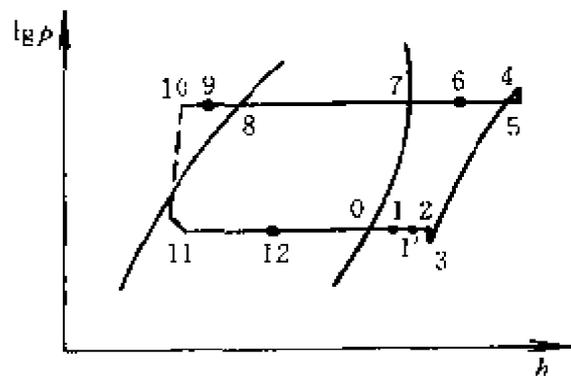


图 5-5 直冷式冷藏冷冻箱制冷系统的制冷循环原理图

首先根据制冷系统中制冷剂在四大件中循环的工作状态作一些分析，以确定四大部件运行参数间的关联关系。

从图 5-5 可以看到，在一定的冷凝压力（温度）和蒸发压力（温度）下，只要能求出压缩机的制冷剂质量流量和每个部件的制冷剂出口比焓（ $h_6$ 、 $h_{10}$ 、 $h_{11}$ 、 $h_1$ ），并把每个部件的制冷剂出口状态作为下一个部件制冷剂的进口状态，而各部件中制冷剂的质量流量在稳定运行工况都视为跟压缩机的排量一样，就可以分别建立四大部件的仿真数学模型。

### (1) 全封闭制冷压缩机的稳态仿真数学模型

全封闭制冷压缩机在结构上可认为由开启式压缩机及其机体和电动机、壳体、润滑油等部分构成，制冷剂在其中的流动与运行状态参数变化，结合图 5-5 可认为由吸气热交换环节、开启式压缩机压缩环节和排气热交换环节三个带反馈的环节组成，如图 5-6 所示。

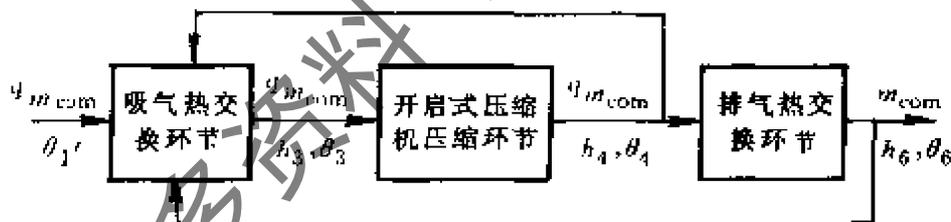


图 5-6 全封闭制冷压缩机流道中制冷剂状态变化环节示意图

由前述可知，就制冷系统仿真而言，全封闭制冷压缩机稳态仿真模型，主要是建立吸排气压力以后该部件制冷剂出口质量流量、出口比焓与贮存量的计算以及输入功率的计算。

1) 压缩机吸气口制冷剂状态的确定 考虑到压缩机吸气管有一部分裸露于压缩机周围的空气中，在稳定运行后，压缩机吸气管内的吸气温度  $\theta_1$  假定与其周围的环境温度  $\theta_{amb}$  可以达到平

衡，因此，计算时就认为压缩机吸气管内的吸气温度  $\theta_1$  与压缩机周围的环境温度  $\theta_{amb}$  一致。必须指出的是，压缩机周围的环境温度与箱体周围其他地方的环境温度是不一致的。又考虑到处于稳定运行阶段后，全封闭压缩机吸气腔内制冷剂气体高速紊流，在壳体和吸气腔内的过热气体温度  $\theta_3$  就可假定都比较均匀，并且与压缩机壳体温度  $\theta_{shcl}$  一致。而压缩机壳体的温度对系统仿真的影响，比压缩机的排气量的影响要小，对压缩机壳体温度就不考虑其温度分布情况，只求其平均温度。又由于是处于稳定运行工况，还可以认为压缩机壳体温度与其周围环境的温度有关。由此，就制冷剂温度而言，整个制冷循环在稳态仿真时，可从压缩机进口处作开环处理。但在制冷剂质量流量计算时，不能用全封闭压缩机吸气管吸气口状态（图 5-5 中状态点 1'）作为其里面开启式压缩机环节的吸入口状态（图 5-5 中状态点 3）。根据这一分析，就有关系式

$$\theta_1 = \theta_{amb} \quad (5-188)$$

$$\theta_3 = \theta_{shcl} = f(\theta_{amb}) \quad (5-189)$$

$$v_3 = f(\theta_3 + 273.15, p_0 - \Delta p_0) \quad (5-190)$$

$$h_3 = f(\theta_3 + 273.15, p_0 - \Delta p_0, v_3) \quad (5-191)$$

式中  $p_0$ 、 $\Delta p_0$  分别为制冷剂的蒸发压力和吸气压力损失。

2) 压缩机出口的制冷剂质量流量计算 压缩机出口的制冷剂质量流量  $q_{m\ com}$  (kg/s) 与压缩机的输系数  $\lambda$ 、理论排气量  $V_h$  ( $m^3/s$ ) 及吸气阀处制冷剂过热气体的比体积  $v_3$  ( $m^3/kg$ ) 有关，即

$$q_{m\ com} = \frac{\lambda V_h}{v_3} \quad (5-192)$$

压缩机的输气系数可由下式求出：

$$\lambda = \lambda_v \lambda_R \lambda_T \lambda_D \quad (5-193)$$

式中  $\lambda_v$ 、 $\lambda_p$ 、 $\lambda_T$ 、 $\lambda_D$  ——分别为容积系数、压力系数、温度系数、泄漏系数。

$$\lambda_v = 1 - c \left[ \left( \frac{p_k + \Delta p_k}{p_0} \right)^{1/n} - 1 \right] \quad (5-194)$$

$$\lambda_p = 1 - \frac{1 + c}{\lambda_v} \frac{\Delta p_0}{p_0} \quad (5-195)$$

$$\lambda_T = \frac{(\theta_3 + 273.15)}{a(\theta_k + 273.15) + b(\theta_3 - \theta_0)} \quad (5-196)$$

$$\lambda_D = 0.98 - 5.62 \varepsilon \left( \frac{\delta}{L} \right) \quad (5-197)$$

式中  $p_k$ 、 $p_0$  ——分别为冷凝压力、蒸发压力；  
 $\Delta p_k$ 、 $\Delta p_0$  ——分别为排气和吸气压力损失；  
 $n$  ——多变指数；  
 $c$  ——压缩机的相对余隙容积；  
 $\theta_k$ 、 $\theta_0$  ——分别为冷凝温度、蒸发温度；  
 $\delta$  ——活塞与气缸之间的径向间隙；  
 $L$  ——活塞环有效密封长度；  
 $\varepsilon$  ——压缩比。

压缩机的理论排气量为

$$V_h = \frac{V_g n i}{60} \quad (5-198)$$

式中  $V_g$  ——压缩机的气缸工作容积 ( $m^3$ )；  
 $n$  ——压缩机的转速 ( $r/min$ )；  
 $i$  ——为气缸数。

### 3) 压缩机中制冷剂的贮存量计算 压缩机中制冷剂的贮存量

为

$$m_{\text{com}} = \frac{\lambda V_{\text{com}}}{v_3} \quad (5-199)$$

式中  $V_{\text{com}}$  —— 压缩机制冷剂流道的内容积 ( $\text{m}^3$ )。

4) 压缩机出口制冷剂比焓计算 压缩机压缩终了(状态点 4)的制冷剂气体比焓为

$$h_4 = f(\theta_4 + 273.15, p_k + \Delta p_k, v_4) \quad (5-200)$$

其中  $v_4 = f(\theta_4 + 273.15, p_k + \Delta p_k)$  (5-201)

$$\theta_4 = (\theta_3 + 273.15) \left[ \frac{(p_k + \Delta p_k)}{(p_0 - \Delta p_0)} \right]^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} + 273.15 \quad (5-202)$$

式中  $\kappa$  —— 制冷剂气体的等熵指数。

由图 5-6 可知,全封闭压缩机压缩终了的制冷剂气体,在其流出压缩机壳体以前,还有一个排气热交换的环节,其热交换的情况与壳体内吸气温度、机体温度、电动机和润滑油以及壳体的温度有关。在稳定运行工况,假定这些温度即反映在压缩机壳体的温度水平上,于是全封闭压缩机外壳排气管处制冷剂的温度,可认为与压缩机壳体温度有关,即

$$\theta_6 = f(\theta_{\text{shell}}) \quad (5-203)$$

$$v_6 = f(\theta_6, p_k) \quad (5-204)$$

$$h_6 = f(\theta_6, p_k, v_6) \quad (5-205)$$

5) 压缩机的功率计算

$$\text{理论功率} \quad P_{\text{th}} = q_{m, \text{com}} (h_4 - h_3) \quad (5-206)$$

$$\text{指示效率} \quad \eta_i = \lambda_T + 0.0025 \theta_0 \quad (5-207)$$

$$\text{指示功率} \quad P_i = \frac{P_{th}}{\eta_i} \quad (5-208)$$

$$\text{摩擦功率} \quad P_m = p_m V_h 10^{-3} \quad (5-209)$$

式中  $p_m$  —— 平均摩擦压力(Pa)。

$$\text{输入功率} \quad P_{in} = \frac{(P_i + P_m)}{\eta_{mo}} \quad (5-210)$$

式中  $\eta_{mo}$  —— 电动机效率。

## (2) 冷凝器和蒸发器的稳态仿真数学模型

直冷式冷藏冷冻箱的冷凝器和蒸发器都是一种热交换器，只不过是它们之间结构型式、换热条件、传热型式不同而已。

### 1) 简化假设

① 相对压缩机与毛细管流道中的制冷剂压力变化来说，在换热器流道中的制冷剂压力假定沿程无变化。

② 处于稳定工况时，制冷剂在换热器管内的流动沿轴向已充分发展，假定换热器管内的制冷剂流动为一维流动，并假定其质量流量与压缩机流道内的质量流量相等。

③ 由于在换热器内，不论是冷凝器还是蒸发器，制冷剂均要发生相变。为精确计算其运行状态参数与换热量，根据换热器的结构情况和制冷剂的相变状态，沿制冷剂一维流动方向将换热器分成若干个微元段进行分布参数稳态仿真计算。

④ 换热器管内制冷剂的两相流采用分相模型而不用均相模型来描述。

### 2) 换热器各微元段出口的比焓计算 由能量方程可知

$$Q = q_{m \text{ com}} \Delta h = q_{m \text{ com}} (h_o - h_i) \quad (5-211)$$

当对换热器的各个微元控制段进行分布参数计算时，只要已知每一微元段的制冷剂换热量  $Q$ 、质量流量  $q_{m \text{ com}}$  和进口比焓  $h_i$ ，就

可以求出这一微元段的出口比焓  $h_o$ ，即

$$h_o = h_i + \frac{Q}{q_{m \text{ com}}} \quad (5-212)$$

对于冷凝器的第一微元段  $h_i = h_g$ ，对于蒸发器的第一微元段  $h_i = h_l$ ，而每一微元段的换热量  $Q$  在稳定工况可表达为

$$Q = KF(\theta_a - \theta_\infty) = KU d\xi (\theta_a - \theta_\infty) \quad (5-213)$$

$Q$  的正值为吸热，负值为放热。

当微元段在两相区时，由于制冷剂沿流道流动时主流温度  $\theta_\infty$  维持不变，是其对应压力下的饱和温度。对于冷凝器， $\theta_\infty = \theta_k$ ，两相区最初一个微元段的进口比焓就等于该冷凝压力下的饱和气体比焓，即  $h_i = h_{sg}$ ，最后一个微元段的出口比焓，就等于该冷凝压力下的饱和液体比焓，即  $h_o = h_{sl}$ 。对于蒸发器， $\theta_\infty = \theta_o$ ，两相区最后一个微元段的出口比焓就等于该蒸发压力下的饱和气体比焓，即  $h_o = h_{sg}$ 。联合式(5-212)和式(5-213)，可得两相区微元段的长度  $d\xi$  为

$$d\xi = \frac{-q_{m \text{ com}} (h_o - h_i)}{KU (\theta_a - \theta_\infty)} \quad (5-214)$$

在冷凝器的单相液体微元段，由于  $h = c_{pi} \theta_\infty$ ，其换热量可表达为

$$Q = q_{m \text{ com}} \Delta h = q_{m \text{ com}} c_{pi} d\theta_\infty$$

与式(5-214)联立，便有关系式

$$\frac{d\theta_\infty}{d\xi} = \frac{KU}{q_{m \text{ com}} c_{pi}} (\theta_a - \theta_\infty)$$

变换后积分，可得

$$\theta_{\infty} = \theta_a - C_1 \exp\left(\frac{K U \xi}{q_{m, \text{com}} c_{pi}}\right)$$

系数  $C_1$  可由边界条件(即冷凝器中制冷剂沿流道流动时, 从两相区段进入单相区起点的相变条件)确定, 在  $\chi=0$  处,  $\theta_{\infty} = \theta_{sl}$ , 则  $C_1 = \theta_a - \theta_{sl}$ , 于是

$$\theta_{\infty} = \theta_a - (\theta_a - \theta_{sl}) \exp\left(\frac{K U \xi}{q_{m, \text{com}} c_{pi}}\right) \quad (5-215)$$

通常在稳定工况时, 冷凝器出口处的制冷剂均为单相液体, 由式(5-215), 根据冷凝器两相区段出口以后的剩余管长  $\xi$ , 便可求出冷凝器出口处的液体制冷剂温度  $\theta_g = \theta_{\infty}$ 。

同理, 根据干燥过滤器的结构参数  $U$  和  $\xi$  及其制冷剂对周围空气的传热系数  $K$ , 也可求出干燥过滤器出口(即毛细管进口)处液体制冷剂的温度  $\theta_{10}$ , 即

$$\theta_{10} = \theta_a - (\theta_a - \theta_{sl}) \exp\left(\frac{K U \xi}{q_{m, \text{com}} c_{pi}}\right) \quad (5-216)$$

根据  $\theta_{10}$ ,  $p_k$  即可计算出该处的比焓  $h_{10}$ 。

$$h_{10} = f(p_k, \theta_{10}) \quad (5-217)$$

在换热器的单相气体段, 由于  $h = f(\theta_{\infty})$  没有一个直接的函数表达式, 只有通过数值迭代求解的方法进行以上的积分过程。设想将整个过程区段划分为几个微元, 并假定每个微元内制冷剂的温度为集中参数, 均等于该微元的进口温度(即前一微元计算出的出口温度)。当划分的微元数足够多时, 近似解可逼近真实解。

在一个微元内, 由

$$Q = q_{m \text{ com}} \Delta h = q_{m \text{ com}} (h_0 - h_i) = K U (\theta_a - \theta_\infty) \Delta \xi$$

$$\text{可知} \quad h_0 = h_i + \frac{K U (\theta_a - \theta_\infty)}{q_{m \text{ com}}} \Delta \xi \quad (5-218)$$

每取一步长  $\Delta \xi$ , 即可求得一出口比焓  $h_0$ , 再根据  $\theta = \theta(h, p)$ , 求得该微元的出口温度, 并把它作为下一步长的进口条件。

对于冷凝器, 在过热区段第一个微元的进口比焓即为  $h_i = h_g$ , 最后一个微元的出口比焓即为在冷凝压力  $p_c$  下的饱和蒸汽比焓  $h_{s,g}$ ,  $h_0 = h_{s,g}$ , 由此计算可以求出冷凝管的过热区段长度。

对于蒸发器, 在过热区段第一个微元的进口比焓即为在蒸发压力  $p_0$  下的饱和蒸汽比焓  $h_{s,g}$ ,  $h_i = h_{s,g}$ , 由蒸发管两相区段出口后的剩余管长  $\xi$ , 可求出蒸发器过热区段最后一个微元出口处过热气体的比焓  $h_0 = h_1$ , 再根据  $v_1 = f(h_1, p_0)$ ,  $\theta_1 = f(h_1, p_0, v_1)$  可求出蒸发器出口制冷剂的温度  $\theta_1$ 。

3) 换热器中制冷剂贮存量的计算 上节已述, 在制冷系统稳定运行过程中, 大部分制冷剂都是分布在换热器之中, 对冷凝器和蒸发器中制冷剂贮存量计算准确与否, 直接关系到整个制冷系统仿真的成败。由于单相的过热蒸汽密度较小, 两种换热器中制冷剂的贮存量, 关键还是取决于两相区段的制冷剂密度和单相过冷液体区段的内容积是否计算得准确。

在稳定工况下, 两个换热器中大部分管内制冷剂流动均处于两相区。实验证明, 对两相区各分布参数点两相流密度, 采用分相模型求解, 比均相模型更有利于准确计算出换热器中制冷剂的贮存量。

在分相模型中, 用以表征两相混合物在任一流体截面上气相所占总面积的份额的特性参数是空泡系数  $\alpha$ , 或称为截面含气

率、真实含气率，它与干度 $\chi$ 之间存在关系式

$$\alpha = \frac{1}{1 + S \left( \frac{1 - \chi}{\chi} \right) \left( \frac{\rho_g}{\rho_l} \right)} \quad (5-219)$$

$S$ 为滑动比， $S$ 的计算采用 Premoli 模型，经实验验证，该模型对直冷式冷藏冷冻箱这类小型制冷装置具有较好的准确性。于是，换热管某一截面处的两相流密度 $\rho_{tp}$ 可由空泡系数 $\alpha$ 求得

$$\rho_{tp} = \alpha \rho_l + (1 - \alpha) \rho_g \quad (5-220)$$

沿着两相区段的管长 $L_{tp}$ 积分，便可求得整个两相段的制冷剂贮存量 $m_{tp}$ 。

$$m_{tp} = \int_0^{L_{tp}} \rho_{tp} F d\xi \quad (5-221)$$

单相区段的制冷剂贮存量，可在小步长计算换热时，直接采用该步长内的密度与微元体积相乘而后各微元叠加求得。

对于冷凝器，其制冷剂的贮存量为

$$m_{con} = m_{sh} + m_{tp} + m_{sc} \quad (5-222)$$

对于蒸发器，其制冷剂的贮存量为

$$m_{eva} = m_{tp} + m_{sh} \quad (5-223)$$

### (3) 毛细管的稳态仿真数学模型

对毛细管的数学模型，作为系统仿真用和作为单独部件研究用，在要求的侧重点上不一样。前者要求有很高的计算稳定性和计算速度，而不得不使模型的精确度受到某些影响，后者则较注重其计算精度，而对计算的时间限制和稳定性要求就比较低，因为后者往往只对特定的几个工况进行计算。为兼顾系统仿真用毛细管数学模型的计算精度和速度，可先建立一个毛细管的分布参数数学模型，而后在此基础上简化模型，并以原模型作为简化后模型的对照和修正依据。

## 1) 简化假设

①作为稳态仿真，在毛细管的仿真数学模型中，有关制冷剂质量、动量和能量方程的所有变量对时间的偏导项都假定为零。由于毛细管直径一般都很细，制冷剂在其中的流速相当高，这一假定对模型的精度不会造成很大影响。

②毛细管内径不一致和内表面粗糙度不均匀，对仿真计算结果造成的影响不予考虑。

③由于制冷剂在毛细管中的流速很高，两相间混合较均匀，假定不考虑相间的滑动，采用均相模型建模。

## 2) 基本数学模型

$$\text{质量方程} \quad \frac{\partial(\rho w)}{\partial \xi} = 0 \quad (5-224)$$

$$\text{动量方程} \quad \frac{\partial p}{\partial \xi} = f + \rho g \cos \beta - \rho w \frac{\partial w}{\partial \xi} \quad (5-225)$$

$$\text{能量方程} \quad \rho w \frac{\partial h}{\partial \xi} = q + w \left( \frac{\partial p}{\partial \xi} + f \right) \quad (5-226)$$

式中  $w$  —— 制冷剂流速；

$f$  —— 单位体积制冷剂受到的摩擦阻力；

$q$  —— 单位体积制冷剂吸收的热量， $q = \frac{4}{d_i} \alpha (\theta_w - \theta_\infty)$ ；

$\beta$  —— 流动轴向与竖直线的夹角；

$\xi$  —— 沿长度方向的坐标；

$d_i$  —— 毛细管内径。

令  $G = \rho w$ ，得

$$\frac{\partial p}{\partial \xi} = f + \rho g \cos \beta - G^2 \frac{\partial v}{\partial \xi} \quad (5-227)$$

$$\frac{\partial h}{\partial \xi} = \frac{q}{G} + v \left( \frac{\partial p}{\partial \xi} + f \right) \quad (5-228)$$

式中  $v$ ——制冷剂的比体积。

3) 简化模型 忽略动量方程(5-227)中的重力影响, 可得

$$\frac{\partial p}{\partial \xi} = f - G^2 \frac{\partial v}{\partial \xi} \quad (5-229)$$

其中 
$$f = -\frac{\lambda}{d_i} \frac{1}{2} G^2 v \quad (5-230)$$

式中  $\lambda$ ——摩阻系数。

将式(5-230)代入式(5-229)得

$$G^2 = \frac{p_i - p_0}{\frac{\int_i^0 \lambda v d\xi}{2 d_i} + (v_0 - v_i)} = \frac{p_i - p_0}{\frac{\bar{\lambda} \bar{v} L}{2 d_i} + (v_0 - v_i)} \quad (5-231)$$

式中  $p_i$ 、 $p_0$ ——毛细管进、出口的压力;

$v_i$ 、 $v_0$ ——对应的比体积;

$\lambda$ 、 $\bar{v}$ ——进、出口平均摩阻系数和平均比体积;

$L$ ——毛细管长度。

在稳定工况下, 毛细管进口处的制冷剂通常都处于饱和液体和过冷液体状态。当为饱和液体时,

$$G_1 = \left[ \frac{p_i - p_0}{\frac{C_1 \lambda_1 (v_0 + v_i) L}{4 d_i} + (v_0 - v_i)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5-232)$$

式中  $\lambda_1$ ——单相液体的摩阻系数。

当为过冷液体时 
$$G_2 = G_1 (1 + C_2 \Delta\theta) \quad (5-233)$$

式中  $\Delta\theta$ ——过冷度。

两式中的系数  $C_1$ 、 $C_2$  可根据式(5-232)和式(5-233)的计算, 和

原分布参数毛细管计算结果的比较而定，其表达式为

$$C_1 = a_0 + a_1 d_i + a_2 (p_i - p_0) \quad (5-234)$$

$$C_2 = b_0 + b_1 d_i + b_2 \Delta \theta \quad (5-235)$$

4) 摩阻系数的确定 在单相区，摩阻系数按下式确定：

$$\lambda_1 = 8 \left[ \left( \frac{\delta}{Re} \right)^{12} + \frac{1}{(A+B)^{\frac{3}{2}}} \right]^{\frac{1}{12}} \quad (5-236)$$

其中

$$A = \left\{ 2.457 \ln \left[ \frac{1}{\left( \frac{7}{Re} \right)^{0.9} + 0.27 \frac{\epsilon_i}{d_i}} \right] \right\}^{16} \quad (5-237)$$

$$B = \left( \frac{37530}{Re} \right)^{16} \quad (5-238)$$

上述公式适用于所有雷诺数的情况。

在气液两相区，将两相流摩阻的全液相折算系数  $\phi_{lo}^2$  定义为

$$\phi_{lo}^2 = \frac{\left( \frac{dp}{d\xi} \right)_{tp}}{\left( \frac{dp}{d\xi} \right)_{lo}} \quad (5-239)$$

式中  $\left( \frac{dp}{d\xi} \right)_{tp}$  —— 两相区摩阻压降梯度；

$\left( \frac{dp}{d\xi} \right)_{lo}$  —— 液相质量流量与两相流总质量流量相同时的

液相摩阻梯度，即全液相摩阻梯度。

$$\left(\frac{dp}{d\xi}\right)_{l_0} = \frac{\lambda_{l_0}}{d_i} \frac{G^2}{2} v_{sl} \quad (5-240)$$

$$\text{其计算式 } \phi_{l_0}^2 = \left(\frac{A_{l_0} + B_{l_0}}{A_{tp} + B_{tp}}\right)^{\frac{1}{8}} \left[1 + x \left(\frac{v_{sg}}{v_{sl}} - 1\right)\right] \quad (5-241)$$

其中  $A_{l_0}$ 、 $A_{tp}$ 、 $B_{l_0}$ 、 $B_{tp}$  按式(5-237)、式(5-238)计算。当量粘度为

$$\mu_{tp} = \frac{\mu_l \mu_g}{\mu_g + \chi^n (\mu_l - \mu_g)} \quad (5-242)$$

式中  $\chi$  —— 制冷剂干度；  
 $\mu_l$  —— 制冷剂液体粘度；  
 $\mu_g$  —— 制冷剂气体粘度；  
 $v_{sg}$  —— 饱和气体比体积；  
 $v_{sl}$  —— 饱和液体比体积。

5) 模型的求解 上述毛细管模型的求解方法为：第一步假定一流量，用分布参数法先计算在该流量和毛细管的其他进口条件下，毛细管进口微元的压降，然后逐个微元计算其压降，最后以毛细管出口的约束条件(出口压力不低于背压或出口处流速不超过音速)来判断出口微元所在的微元数。由微元步长与微元数的乘积，求得毛细管在该假定流量下的计算长度；第二步将假定流量下的毛细管计算长度与毛细管的实际长度进行比较，若符合较好，此假定流量即为毛细管实际长度在进口条件下的毛细管流量；第三步是当毛细管计算长度与实际长度符合得不好时，修正假定的流量，重新进行第一步计算，直到计算长度同实际长度足够接近时为止。

#### (4) 用冷场合维护结构的传热计算

对于双门直冷式冷藏冷冻箱来说，其用冷场合就是上部间室和下部间室。一般上部间室的维护结构包括箱体与门体在内有六个传热面，下部间室的维护结构则有八个传热面。这些传热面由于传热结构不同，通常应当分别计算周围环境通过各传热面渗入到间室内的渗入热量。作为稳态计算，不论哪一个传热面均适用常用传热公式进行计算，即

$$Q_i = K_i A_i \Delta\theta_i \quad (5-243)$$

此外，各间室的渗入热量还应包括通过门封结构的渗入热。由于这部分渗入热受门封条的密封性及其结构形状，粘接工艺因素的影响，很难建立能精确计算的数学模型，通常都是根据统计数据经验估算。估算的方法很多，有的按门封条的长度进行估算，也有的按门封条的气囊结构进行估算。

各间室的总渗入热，根据以上分析可用下式表示：

$$Q_{\text{perm}} = C_1 \sum_{i=1}^n K_i A_i \Delta\theta_i \quad (5-244)$$

式中  $C_1$  —— 门封结构对渗入热影响的修正系数，单气囊结构门封取  $C_1 = 1.20$ ，双气囊结构门封取  $C_1 = 1.15$ ，三气囊结构门封取  $C_1 = 1.10$ ；

$n$  —— 传热面的数目；

$K_i$  —— 传热系数；

$A_i$  —— 渗入热传热面积；

$\Delta\theta_i$  —— 传热温差。

1) 传热系数  $K_i$  的计算

$$K_i = \left( \frac{1}{\alpha_i} + \sum \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_o} \right)^{-1} \quad (5-245)$$

式中  $\alpha_i$  —— 内表面一侧的空气换热系数(包括对流换热与辐射换热两部分)或蒸发器管内表面的制冷剂对流

换热系数;

$\alpha_o$ ——外表面一侧的空气包括对流换热与辐射换热两部分的换热系数;

$\sum \frac{\delta}{\lambda}$ ——包括绝热层在内的维护结构多层壁导热热阻。

对于冷冻室 
$$\alpha_i = C_2 \left( \frac{\theta_{aF} - \theta_{wF}}{B_1} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (5-246)$$

对于冷藏室 
$$\alpha_i = C_3 \left( \frac{\theta_{aR} - \theta_{wR}}{B_2} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (5-247)$$

对于蒸发器的传热面,  $\alpha_i$  取制冷剂侧对流换热系数。

对于有内藏式冷凝器所在的那部分传热面, 取  $\alpha_o = \infty$ 。

### 2) 传热面积 $A_i$ 的确定

对于无蒸发器布置的传热面,  $A_i$  取该传热面绝热层中间层的面积。

对于布置蒸发器的传热面,  $A_i$  取该传热面蒸发管的内表面积。

对于布置无蒸发管的蒸发器传热面,  $A_i$  取该蒸发器蒸发板的内表面积。

### 3) 传热温差 $\Delta\theta_i$

传热温差是指传热面外侧空气计算温度或壁面温度跟内侧空气计算温度, 或壁面温度, 或制冷剂蒸发温度之间的温度差, 视各传热面的具体情况而定。例如, 具有四面制冷盘管蒸发器和内藏式冷凝器的冰箱冷冻室, 其门体壁面的传热温差, 是指门外侧环境空气计算温度跟门内侧近壁面处空气计算温度之间的温度差。其左、右两侧壁面的传热温差, 是指外侧壁面温度跟内侧蒸发器管内制冷剂的蒸发温度之间的温度差。

### (5) 各用冷场合结构件的热容量计算

制冷装置运行的许多性能指标，诸如压缩机的开机与停机时间、各用冷场合的冷却速度及负载温度回升时间等，都与用冷场合内主要结构件的热容量有密切关系。在稳态计算时，必须在确定制冷系统的蒸发温度、用冷场合的贮藏温度的同时，将用冷场合的热容量计算好，才有可能准确计算出其性能指标。

在计算热容量时，双门直冷式冷藏冷冻箱的用冷场合主要是冷冻室、冷藏室和冷却室三部分，各间室的结构件不尽相同。

1) 对于冷冻室，所有构件都是按环境温度与冷冻室的贮藏温度之间的传热温差，来考虑其对热容量的影响的，因此对于其中的冷冻蒸发器构件，必须进行传热温差修正。对于绝热层的质量，则认为只有一半才对冷冻室热容量有影响。各构件的热容量叠加即为冷冻室的热容量。

$$(mc)_F = m_{\text{eva}} c_{\text{eva}} \frac{\theta_a - \theta_a}{\theta_a - \theta_{aF}} + \frac{1}{2} m_{\text{insu}} c_{\text{insu}} + \sum_{i=1}^n m_i c_i \quad (5-248)$$

式中  $m_{\text{eva}}$ 、 $m_{\text{insu}}$  ——分别为蒸发器和绝热层的质量(kg)；

$c_{\text{eva}}$ 、 $c_{\text{insu}}$  ——分别为蒸发器和绝热层的比热容[J/(kg·K)]；

$\theta_a$  ——环境温度；

$\theta_{aF}$  ——蒸发温度；

$\theta_{aF}$  ——冷冻室贮藏温度；

$n$  ——除冷冻蒸发器和绝热层以外的冷冻室其它构件件数。

2) 对于冷藏室,指的是玻璃隔板以上部分的间室,所有构件都按环境温度与冷藏室贮藏温度之间的传热温差来考虑其对热容量的影响。同样对于其中的冷藏蒸发器构件,也必须进行传热温差修正。对于这部分间室的绝热层质量,也认为只有一半会对冷藏室热容量有影响。同理,冷藏室的热容量可按下式计算:

$$(mc)_R = m_{\text{eva}} c_{\text{eva}} \frac{\theta_a - \theta_o}{\theta_a - \theta_{aR}} + \frac{1}{2} m_{\text{insu}} c_{\text{insu}} + \sum_{i=1}^n m_i c_i \quad (5-249)$$

式中  $\theta_{aR}$  —— 冷藏室贮藏温度;

$n$  —— 除冷藏蒸发器和绝热层以外的冷藏室其它构件数。

其它同式(5-59)。

3) 对于冷却室, 指的是在冷藏室玻璃隔板以下部分贮藏果蔬的间室。由于所有构件都按环境温度与冷藏室贮藏温度之间的传热温差来考虑其对热容量的影响, 而该室的构件又都处于冷却室贮藏温度下, 也必须进行传热温差修正。计算式为

$$(mc)_c = m_{\text{glas}} c_{\text{glas}} \frac{(\theta_a - \theta_{aR}) + (\theta_a - \theta_{ac})}{2(\theta_a - \theta_{aR})} + \sum_{i=1}^n m_i c_i \frac{\theta_a - \theta_{ac}}{\theta_a - \theta_{aR}} \quad (5-250)$$

式中  $m_{\text{glas}}$ 、 $c_{\text{glas}}$  —— 分别为冷藏室中玻璃隔板的质量和比热容;

$\theta_{ac}$  —— 冷却室的贮藏温度;

$n$  —— 除玻璃板外冷却室其它构件的件数。

### 5.5.5 制冷装置的稳态仿真思路

制冷装置稳态仿真是指在制冷系统稳定运行工况下, 主要运行参数和性能指标的仿真。进行系统仿真时, 一定要寻求制冷系统的状态平衡点, 在该平衡点按照稳态计算的观点, 各部件的制冷剂流量应当相等, 而各部件仿真计算时的制冷剂冷凝温度(压力)和蒸发温度(压力), 就应当是形成这一状态平衡时的制冷剂冷凝温度(压力)和蒸发温度(压力)。因此, 核心问题是如何根据各部件的计算结果, 用数学方法提出一工况稳定的判断函数, 以判断是否达到稳态计算工况。

从数学分析的角度来考虑，寻求制冷系统状态平衡点的问题，是一个有两个自由度 $(\theta_k, \theta_0)$ 又同时包含两个约束条件 $(m_{\text{cal}} = m_{\text{real}}, L_{\text{cal}} = L_{\text{real}})$ 的非线性规划问题，化为无约束最优化问题，即为

$$M_{\text{in}} f = (m_{\text{cal}} - m_{\text{real}})^2 + (L_{\text{cal}} - L_{\text{real}})^2 \quad (5-251)$$

式中  $f$  —— 工况稳定的判别函数。当  $f$  足够小(例如  $f < 10^{-4}$ )

时，就认为制冷系统运行处于状态平衡点。

进行制冷系统稳态仿真时，先输入箱体和制冷系统各部件的结构参数或技术参数，并给一些变量赋值；然后假定初始的冷凝温度 $\theta_k$ 和蒸发温度 $\theta_0$ ，并根据这一初始温度进行制冷系统各部件的仿真计算。第一步是调用压缩机仿真计算子程序，求出压缩机中制冷剂质量流量和贮存量。第二步调用冷凝器和蒸发器仿真计算子程序，由已知的进口状态参数求得其出口状态参数值、换热量和制冷的贮存量。第三步是调用毛细管的仿真计算子程序，由计算所得压缩机的制冷剂质量流量，求出在该假定的初始冷凝温度和蒸发温度下的毛细管所需管长。根据计算结果计算目标函数 $f$ 。若 $f$ 足够小，就认为计算工况达到了状态平衡点所假定的冷凝温度和蒸发温，与制冷系统运行的实际值吻合。若 $f > 10^{-4}$ ，则重新设定冷凝温度和蒸发温度，用最优化方法(如单纯形法或牛顿下山法)进行迭代，直到满足 $f < 10^{-4}$ 的条件为止。

稳态仿真的基本思路可参见图 5-7 直冷式冷藏冷冻箱制冷系统稳态仿真计算框图。

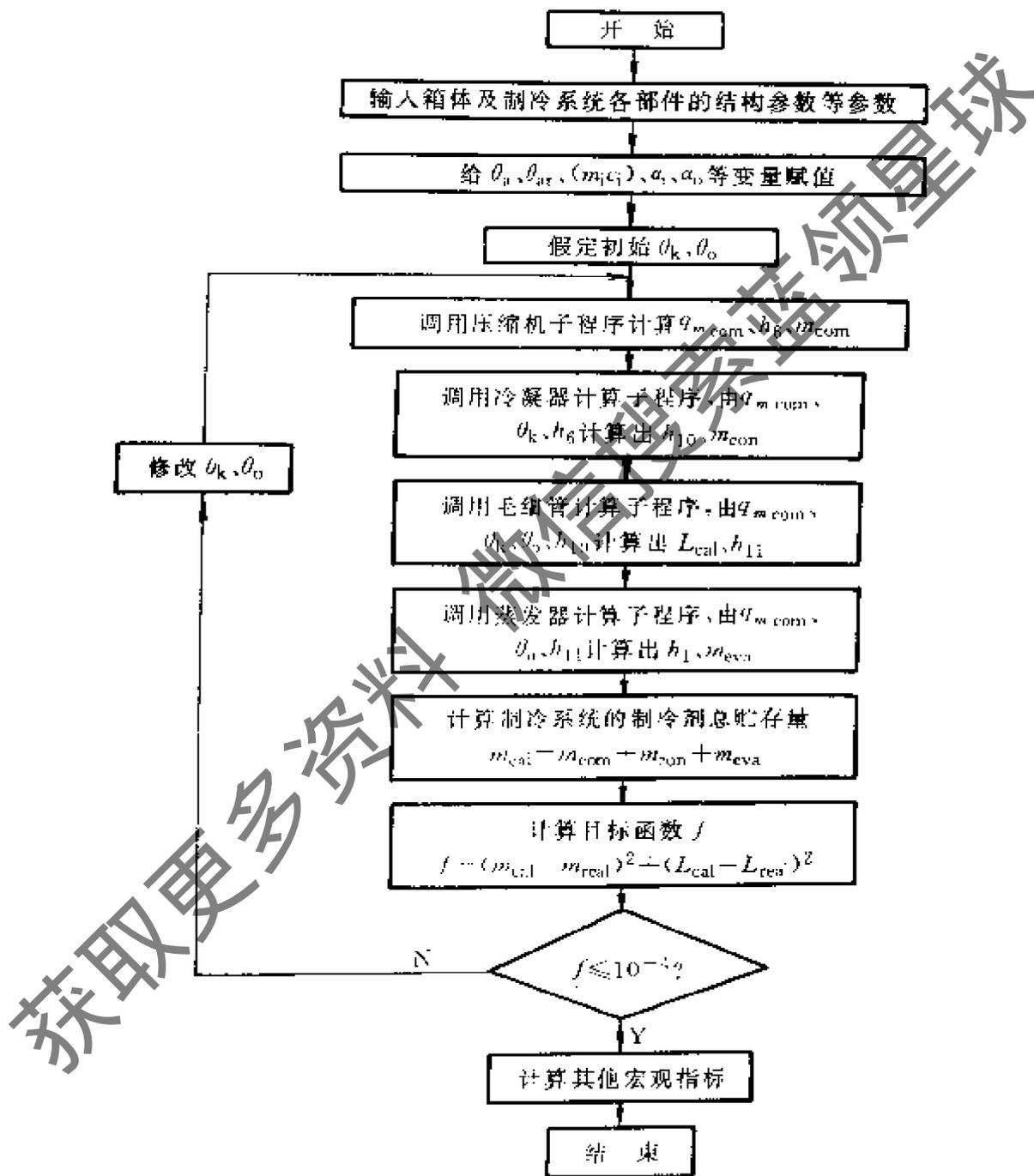


图 5-7 直冷式冷藏冷冻箱制冷系统稳态仿真计算框图

## 5.6 制冷装置动态仿真的实现

早先有关制冷装置动态仿真的研究，主要是针对工作时间较短，工作状况比较单一的情况，或仅仅研究开机或停机的瞬态特性，研究从开机到停机再开机这样进行下去的很长时间工作过程的仿真的论文则很少。对于短时间工作过程的仿真，可取较小的时间步长，以保证计算稳定。长时间工作过程仿真，则不宜采用此类简单方法，与短时间工作过程仿真相比，有许多新的难点，需要加以研究。

### 5.6.1 闭环系统的开环处理

影响制冷系统的参数很多，各部件间相互影响，相互联系参数也很多，为了将部件模型连接构成系统模型，必须在众多的参数中抽取基本的，必不可少的系统化参数，并确认这些参数可以代表该部件参与系统的连接。

系统化参数又分为自影响参数和互影响参数。自影响参数只影响一个环节的行为，对其他环节的影响是通过改变互影响参数来实现的。互影响参数直接对其他环节产生影响，并改变其它环节的行为，影响整个系统的运行过程。在各部件模型中，自影响参数的作用已能较好地得到反映，而互影响参数的相互作用，需要在系统仿真中定量研究。

系统中互影响参数的联系，通过一定的路径构成一个闭环回路。对于数值计算来说，必定要有一个开始、一个结尾，故需要通过一定的方式，将闭环系统用开环系统的计算方法来处理，然后通过循环迭代，使得开环计算能逼近闭环回路。

系统的互影响参数分析按两类联系方式进行：①通过质量流动发生的各部件间的参数联系；②通过热量的传递发生的各部件参数的联系。这两种作用方式有较大的区别，形成的闭环回路，应分别进行研究。

对于一般通过反馈形成的闭环系统，可将估计的反馈值作用

于输入端，在割断反馈回路的情况下计算输出，然后根据开环计算出的反馈值和原估计值的差别修正反馈值输入，重新进行开环计算，直到新的反馈计算值和原估计值足够接近。

部件进出口参数联结形成的闭环回路较为复杂，但仍可用对闭环回路的一般处理方法。按照闭环系统的计算方法，必须在某一环节断开，从估计反馈值开始进行开环计算。经过比较，从压缩机进口断开较好。这样做有以下的优点：

1)易于获得初始值。压缩机的输入值是压力和比焓，无需流量方面的信息，在压缩机启动或运行过程中都较易获得。

2)有利于得到稳定的解。进出口参数联系的内在原因是制冷剂的流动，压缩机是流动的动力。压缩机排气量这一最重要的循环参数，可通过压缩机程序模块算出，故首先从压缩机入手，有利于迅速得到稳定的解。

具体的计算过程如下：在压缩机入口处将循环断开。在已知  $t$  时刻系统状态的情况下， $t+\Delta t$  时刻的参数可以  $t$  时刻的值作为开始迭代的估计值。以  $t$  时刻的压缩机激励参数作为  $t+\Delta t$  时刻估计的激励参数，开环计算后所得的参数来修正原估计值，计算次序见图 5-8。



图 5-8 制冷系统仿真开环连接图

计算中采用松弛法，设第  $n$  次计算时，此时刻的计算值为  $X_n$ ，而原估计值为  $X_{n-1}$ ，则下一次的估计值为

$$X_{n+1} = X_n + R (X_{n-1} - X_n) \quad (5-252)$$

式中  $R$  —— 松弛因子。

热量传递形成的闭环回路计算，是在上述的质量流动形成的闭环回路计算中间进行的。

对于由热传递形成的闭环回路，中心参数是围护结构内空气

温度。在系统仿真中，通过围护结构的渗入热是决定内部空气温度的重要参数。在计算热传递闭环回路时，可首先估计内部空气温度。根据此值，结合制冷系统的计算，可得到蒸发器的制冷量，再由此值决定内部货物热，决定围护结构内侧的热流量，并通过围护结构模型求出里面的空气温度。根据现在的计算值和原估计值的差别不断修正，直到两者吻合得足够好。

## 5.6.2 仿真时间步长研究

### (1) 时间步长大小的确定

计算时间步长的选择，对于仿真速度的影响是很显然的。大的时间步长，一般有利于快速仿真，但会使计算精度降低，甚至引起计算不收敛，程序运行中出现数值溢出等问题。因此，必须慎重对待时间步长的选择。

影响时间步长的首要原因是模型及解法的限制。兼顾计算精度和速度，应该根据工况变化情况的不同，采用可变的时间步长。当参数变化慢时，采用大的时间步长，反之则采用小的时间步长。以小型制冷装置为例，对于打冷工况，开始时参数变化很大，逐渐趋向稳定。在时间步长的选择上，开始时取得很小，然后逐渐增大，直至一个合理的较大的值为止。对于停机而压力未平衡时，参数的变化一直是较大的，所以时间步长亦不能太大。而当高低压平衡后，温度压力的上升比较平缓，所以时间步长又可取得大一点。

### (2) 变时间步长对围护结构内空气温度计算的影响

反应系数与 Z 传递函数系数，都是对应于恒定的时间步长。在此时间步长整数倍上的点，可以直接利用级数相加求取温度。现在系统仿真采用可变时间步长，使得系统仿真中所计算温度变化的时刻同反应系数所允许直接计算的时刻不能重合，因此必须作适当的变换。根据情况不同，可以有不同的方法，只要能够保持连续和足够的精度即可。下面举一个反应系数的例子加以说明。

设计算时刻的时间为  $T_{ime}$ ，而反应系数的计算时间步长为  $\Delta t$ 。

$$T_{coe} = T_{ime} / \Delta t \quad (5-253)$$

1) 若  $T_{coe} < 1$ ，则

$$Z(T_{ime}) = Y(0) T_{coe} X(0) \quad (5-254)$$

式中  $X(0)$  —— 初始时刻输入值；

$Y(0)$  —— 初始反应系数；

$Z(T_{ime})$  —— 该时刻的输出。

2) 若  $T_{coe} > 1$ ，则

$$Z(T_{ime}) = \left[ \sum_{i=0}^I Y(i)X(I-i) \right] + Y(I+1)X(T_{coe}) \cdot (T_{coe} - I) \quad (5-255)$$

式中  $Z$ 、 $Y$ 、 $X$  —— 分别为任意一种输出参数变化值、反应系数和输入参数的变化值；

$I$  ——  $T_{coe}$  的整数部分。

### 5.6.3 内部温度计算方法研究

讨论围护结构的动态模型时，其两侧的热量通常为单位面积的热流量。在实际装置的动态仿真中，往往只知道内侧总的热流量，因此需要结合各传热面积大小的影响，把热流密度引起响应的反应系数与  $Z$  传递函数系数等，转化到与总的热量相对应。具体的变化方法，在 5.4.8 节中已作了介绍，这里不再重复。

如果仅仅是根据围护结构的参数进行反应系数与  $Z$  传递系数的合成，所对应的内部总热量，是指围护结构内侧壁面热量之和，这同蒸发器外侧壁面的传热量有直接的对应关系。对于蒸发器来讲，需要由其内侧的传热量和管壁的动态蓄热量来确定外侧的传热量，如果能用蒸发器内侧的传热量直接计算围护结构内侧的空气温度当然更为方便。这种要求在某些情况下是可以实现的。

当蒸发器本身热容量较小，对温度动态响应的影响就较小，此时可以直接利用内侧的制冷剂制冷量，而把蒸发器热容的影响并到箱体围护结构反应系数的改变上去。在无货物负载情况下，制冷剂侧单位阶跃热量扰动引起箱内空气温度的响应  $t(j)$  可如下

计算:

$$\begin{cases} t(0) = Y(0) / [1 + aY(0)] \\ t(1) = \{[1.0 - at(0)] Y(1) + [1.0 + at(0)] Y(0)\} / [1 + aY(0)] \\ \vdots \\ t(j) = \left\{ \sum_{i=0}^{j-1} [1.0 - at(i) + at(i-1)] Y(j-1) \right. \\ \quad \left. + [1.0 - at(0)] Y(j) + [1.0 + at(j-1)] Y(0) \right\} / [1 + aY(0)] \end{cases} \quad (5-256)$$

其中  $a = C/\Delta t$

式中  $C$  —— 蒸发器的热容;

$\Delta t$  —— 反应系数计算时间步长;

$Y$  —— 围护结构原来的反应系数。

简单取单位矩形波反应系数, 则得到跟蒸发器制冷剂热量直接对应的反应系数。

$$\begin{cases} G(0) = t(0) \\ G(1) = t(1) - t(0) \\ \vdots \\ G(j) = t(j) - t(j-1) \end{cases} \quad (5-257)$$

这样用反应系数法计算围护结构内侧空气温度时, 可以直接用制冷剂侧的换热量作为输入, 反应系数则用上面求得的  $G$ 。

对于一般的制冷装置, 在其正常工作时, 其围护结构所围空间中是有货物负载的, 各部分的传热关系比较复杂, 在温度计算时, 亦需要处理一定的耦合关系, 需要进行迭代。最后仿真能否有效进行, 还同程序的实现手段有很大的关系, 所有这些都是互相联系, 需要一道考虑。这在下面的动态仿真例子中将会得到反映。

#### 5.6.4 制冷装置动态仿真

以较为典型的带标准货物负载——试验包时的冰箱内传热情况为例, 其各参数的联系用图 5-9 表示。 $t_o$  为箱内空气温度,  $t_b$  为箱外侧温度,  $Q_f$  为制冷剂侧的制冷量,  $Q_e$  为蒸发器外侧放出来

的制冷量,  $Q_m$  为试验包的制冷量,  $t_m$ 、 $t_e$  分别为试验包和蒸发器壁面的温度。将上述问题进一步简化成图 5-10, 归结为求某一输入  $x$ , 使得  $y=x$ , 即求出函数  $y=y(x)$  与  $y=x$  的交点。

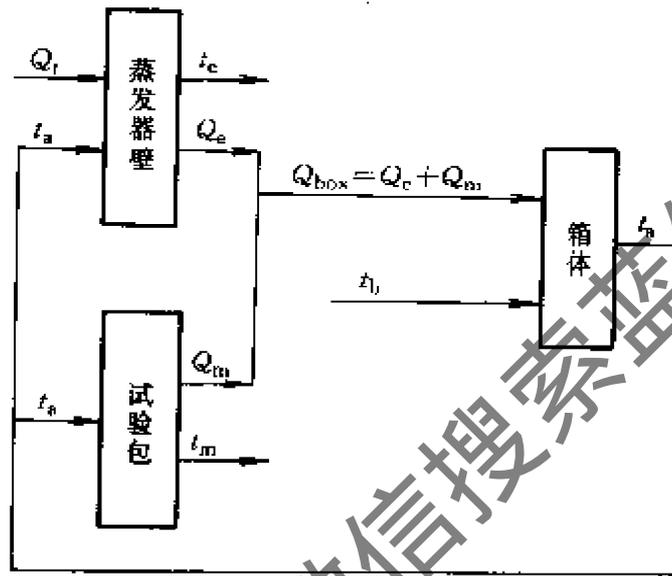


图 5-9 箱内参数联系图



图 5-10 简化图

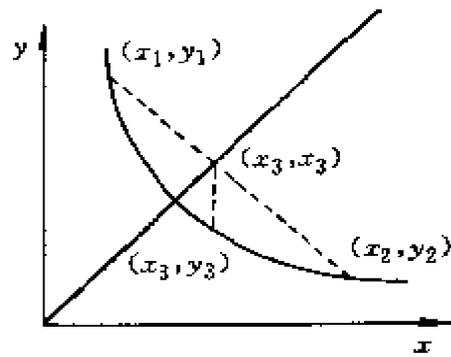


图 5-11 寻解过程

当已知两点  $(x_1, y_1)$ 、 $(x_2, y_2)$  时, 根据线性插值, 可得图 5-11 中的  $x_3$  值。

$$x_3 = (x_2 y_1 - x_1 y_2) / (y_1 - y_2 + x_2 - x_1) \quad (5-258)$$

当已知三点后, 可以通过拉格朗日插值公式, 确定一条二次

曲线, 用它和  $y=x$  的交点作为新的估计值, 经过推导得到该点为

$$x_4 = x_3 + \lambda(x_3 - x_2) \quad (5-259)$$

其中

$$\lambda = 2c_1 / [-b_1(1 + \sqrt{1 - 4a_1c_1/b_1^2})]$$

$$a_1 = f_1\lambda_3^2 - f_2\lambda_3\delta_3 + f_3\lambda_3$$

$$b_1 = f_1\lambda_3^2 - f_2\delta_3^2 + f_3(\lambda_3 + \delta_3) - \delta_3(x_3 - x_2)$$

$$c_1 = f_3\delta_3 - x_3\delta_3$$

$$\lambda_3 = (x_3 - x_2)/(x_2 - x_1)$$

$$\delta_3 = 1 + \lambda_3$$

程序框图见图 5-12。实际使用时,  $x$  为估计的箱内空气温度值,  $y$  为在此估计值下经过蒸发器、试验包、箱体这几部分计算后, 所得的箱内空气温度值。当用程序求得  $Y=X$  的点时, 则找到了正确的箱内空气温度值。

在建立正确的模型, 确定合适的求解方法后, 还应当考虑编制出恰当的程序。系统的动态仿真要将各部件串接, 需处理不少参数的耦合问题。这会使得程序结构比较复杂, 篇幅较长, 编制与调试均有一定的难度。为便于推广应用, 软件的开发应当按照规范化的要求。采用结构化分析方法, 将系统层层分解。首先将动态工作过程分为第一打冷工况, 压力不平衡停机工况, 压力平衡的停机工况和再开机工况, 在各工况模拟中, 再去调用不同部件计算模块。程序的编制全部采用结构化编程技术, 各模块按照功能性划分, 做到功能明确, 篇幅适中, 便于阅读和调试。所编制的小型制冷装置动态仿真程序主要模块的联系如图 5-13 所示。上层模块往往要调用好几个下层模块, 而有些下层模块则同时为好几个上层模块服务。

各模块的主要功能及代号介绍如下:

SYS —— 多种工况小型制冷装置动态仿真;

SYSDAT —— 系统结构参数输入与运算;

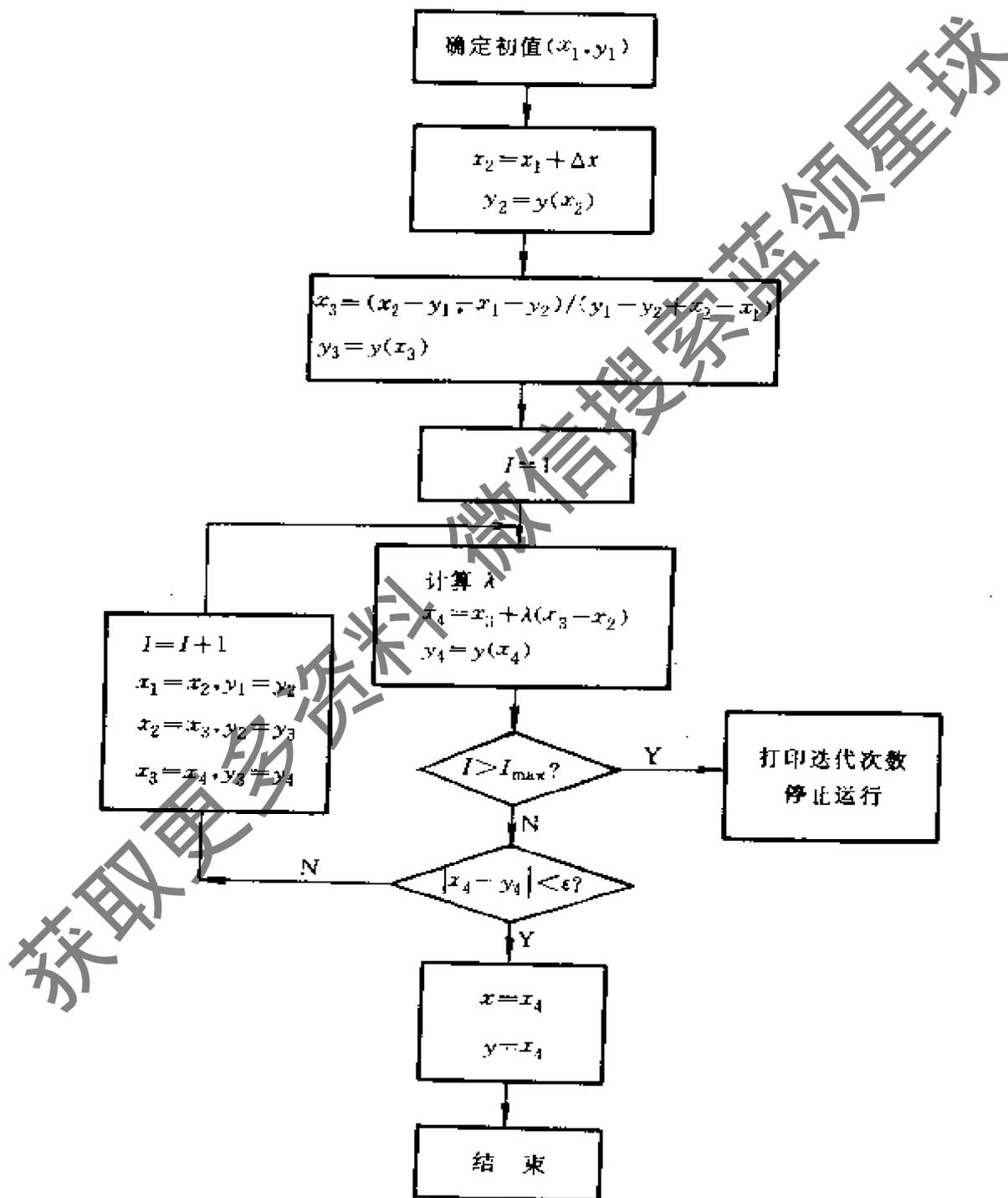


图 5-12 程序框图

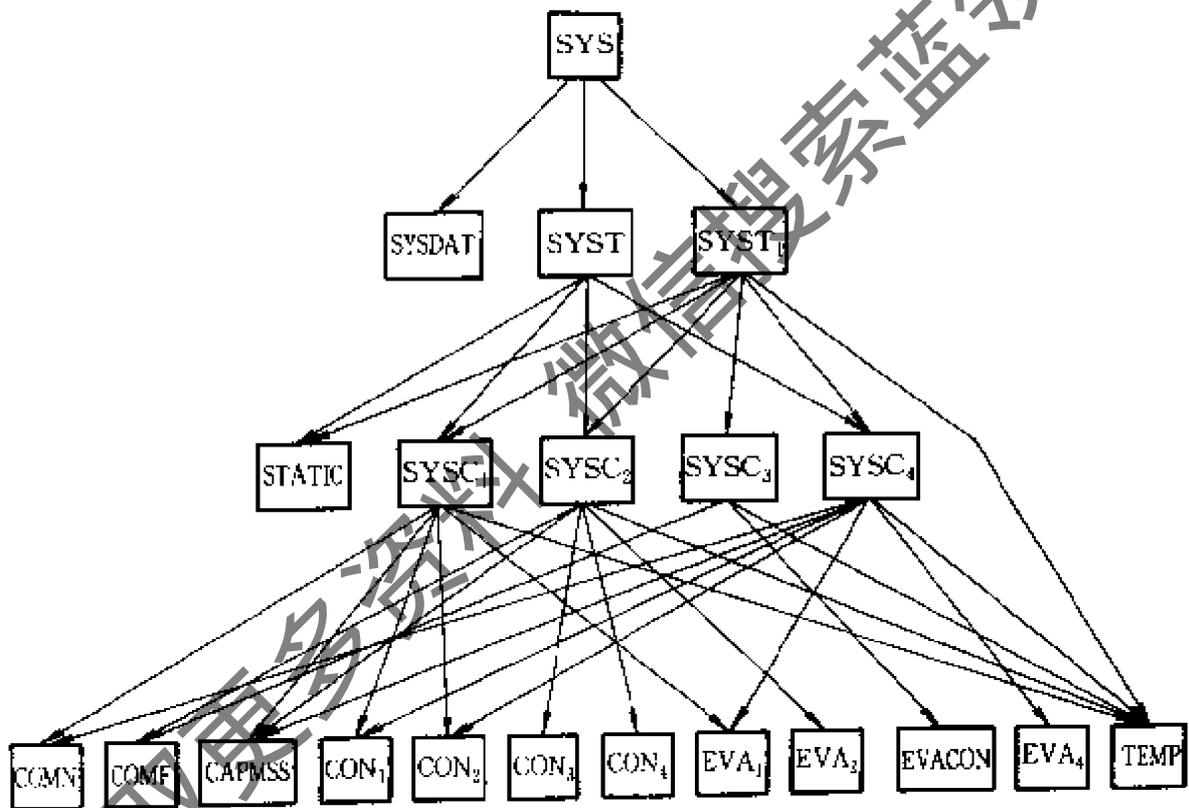


图 5-13 小型制冷装置动态仿真模块图

- SYST——一般开停机工况动态仿真；
- SYST1——需计算负载温度回升的装置动态仿真；
- STATIC——系统初始参数计算；
- SYSC1——从与环境平衡的初始状态打冷到停机的过程仿真；
- SYSC2——刚停机到高低压正好平衡这当中的过程仿真；
- SYSC3——高低压平衡到重新开机的过程仿真；
- SYSC4——重新开机到停机这段过程仿真；
- COMN——压缩机开机计算；
- COMF——压缩机停机计算；
- CAPMSS——毛细管计算；
- CON1、CON2——分别为压缩机开机时，冷凝器全为过热气体及有液体冷凝时的计算；
- CON3、CON4——在压缩机停机工况，冷凝器有液体及全为过热气体时的计算；
- EVA1、EVA2、EVA4——分别为第一打冷工况，停机压力不平衡及刚重新开机时蒸发器的计算；
- EVACON——用于高低压平衡时蒸发器和冷凝器的计算；
- TEMP——箱内温度计算模块。

在动态仿真时，首先依次调用 SYSC1、SYSC2、SYSC3 进行第一个开停周期仿真，以后各个周期的仿真均依次调用 SYSC4、SYSC2、SYSC3。

主程序计算框图见图 5-14。

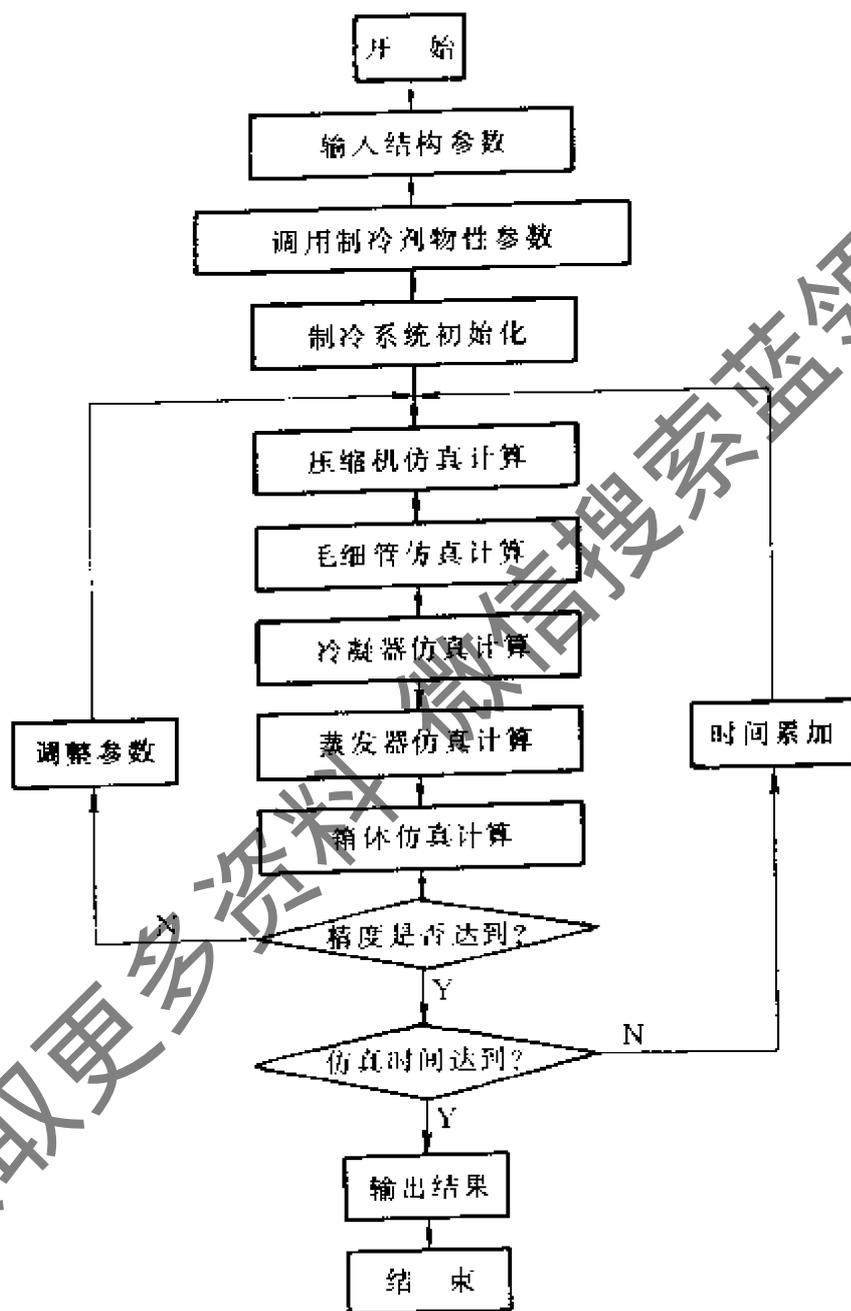


图 5-14 制冷系统仿真程序框图

## 第6章 制冷系统热动力学的试验研究方法

### 6.1 概述

上章已述，制冷装置的动态特性研究离不开其试验研究。这是因为不仅许多仿真参数需要直接从制冷装置的试验中获得，而且准确、可靠的试验研究结果，还是验证和评判仿真计算结果的唯一标准。应用制冷装置动态特性研究成果所开发或改造的新型制冷装置，其系统和部件性能如何，最终也可用有代表性的新型制冷装置的试验研究来检验。制冷装置的试验研究结果是否准确、可靠，与其试验研究方法是否科学、合理又是密不可分的。譬如，试验前测量点如何布置？采用何种试验数据采集手段？其精度如何？测量元件如何选择？试验时扰动信号如何形成与加入？工况如何选择？……等等，均是直接关系到试验分析和数据整理准确性的关键问题。试验研究方法的取舍，在很大程度上取决于动态特性分析时分析计算方法的选择：如果用传递函数方法、频率特性方法分析，宜采用制冷装置及相应设备的频率测取方法；如果用一般的动态方程分析，则采用飞升特性测取方法。由此可知，为了更好地开展制冷装置动态特性研究，对制冷系统热动力学的试验研究方法进行探讨是很有必要的。

对于制冷装置试验通常所涉及的热工与制冷测试技术及原理，本章不展开讨论，其内容可参见有关的参考书或教材。本章只讨论制冷系统动态特性试验研究中应注意的几个特殊问题及试验结果的分析方法。所讨论的主要问题是：测量元件选择的原则；制冷系统被测参数测量点布置的原则和方法；扰动信号加入方法的选择等。

### 6.2 测量元件选择的原则

由于制冷装置的动态特性试验研究通常都要求布置较多的测量点，计算机技术在测试技术中的发展和普及也较快。目前制冷与空调系统的研究，大多采用计算机数据采集与控制系统进行测试数据的采集工作。这就要求所有测量的物理量（如温度、压力、流量、湿度、功率、转速等），都能转换成电信号（如电压、电流或脉冲等）输出。本章所讨论的测量元件，都是指能与计算机配套使用的常用物理量的传感器。

### 6.2.1 温度传感器选择的原则

能与计算机测试系统匹配的温度传感器，因为都要能输出电量信号，那么可供选择的温度传感器就只有热电偶、热电阻（或热敏电阻）以及晶体管等几种。对于制冷装置动态特性试验研究，这些温度传感器的选择应当遵循下列原则：

1) 感温元件的体积和热容量应尽可能小，不致于破坏被测介质的温度场。特别是当被测物体很小时，更应注意这一点，否则将导致比较大的误差。

2) 感温元件的时间常数应当小，以便降低测量的动态误差。

3) 感温元件的材料应与所使用的测温范围相适应，在所使用的测温范围内，不能受被测介质(如制冷剂)氧化和腐蚀，化学稳定性要好。

4) 感温元件的物理稳定性要高，其物理性质在使用的测温范围内不随时间而变化。

5) 感温元件材料的复现性（即同种成分的材料制成的感温元件具有相同的物理性质）要好。这不仅不必单独地测试单个感温元件的性能，同时使同种材料制成的感温元件具有互换性。

### 6.2.2 压力传感器和差压变送器选择的原则

与温度传感器一样，能与计算机数据采集系统匹配的压力传感器和差压变送器，也都应当能把被测压力或压力差转换成电信号(4 ~ 20 mA, 或 DC 0 ~ 5 V, 或 DC 0 ~ 10 V)输出。在制冷装置动态特性试验时，选用压力传感器和差压变送器，还应考虑如下

技术指标和电气特性:

1) 传感器的精确度(包括非线性度、迟滞、不重复性)在所测压力(或压力差)及工作温度范围内,应当小于 $\pm 0.25\%$ 。常用的电阻式压力传感器的输出,一般都有较确好的线性度,如果需要更好的精度,可以通过进一步标定,回归出输入输出函数关系式。

2) 在传感器的温度补偿方面:零点漂移和量程漂移应当小于 $\pm 0.04\%$ 。

3) 传感器的量程应与被测压力(或压力差)相适应,并具有过压力保护功能。一般量程的上限应选在被测压力(或压力差)的1.3 ~ 1.5 倍左右,不论何种情况都不宜超过被测压力(或压力差)的3 倍。

4) 传感器的压力形式应以真空为宜。

5) 传感器输出形式应为4 芯防水型电缆。

### 6.2.3 流量计的选择原则

能够输出电信号、与计算机数据采集系统匹配的流量计,主要是电远传转子流量计、涡轮流量计、质量流量计、差压式孔板流量计,以及差压式喷嘴流量计等几种。选用何种流量计测试,必须根据被测流体的条件、对仪表准确度和量程比的要求,以及仪表安装的条件来确定。

如果要求被测流体在流过管道时的质量流量不受流体的温度、压力、密度、粘度等参数变化的影响,仪表的精确度要求也较高时,以选择质量流量计为宜。选择质量流量计时,需同时考虑与其配套的变送器如何与其他外围设备相连接。

如果被测流体的流量较小,又要求流体压力损失小,有条件垂直安装仪表,对仪表的准确度要求较低时,可选用大量程比的电远传转子流量计。

如果要求仪表的准确度较高,时间常数小于50 ms,使用温度范围和可测量范围较大、量程比也较大,又有足够的水平安装

位置，介质比较洁净，其密度与粘度随温度变化较小时，可选用涡轮流量变送器。

如果被测流体均匀单相，在仪表内不产生相变，且是圆管流，在节流件前后有足够长的圆直管段使流束与管道轴线平行，则考虑选用差压式孔板流量计或差压式喷嘴流量计。其中若被测介质容易使节流装置弄脏、磨损，又具有侵蚀性或者需要的节流件前后管段较短的话，以选差压式喷嘴流量计为妥。

在制冷装置中，当测量制冷剂流量时，通常都存在一个流体相变的问题。有条件的话首先应选择质量流量计，其次可考虑选用电远传转子流量计，因其精度比质量流量计差。只有在压缩机的吸气与蒸发器出口之间的管道上才可安置差压式孔板流量计。当测量冷却水流量时，不存在流体相变问题，可选用涡轮流量变送器，因其时间常数较小，阶跃响应特性较好，准确度相对也较高。当测量空气流道内的空气流量时，可选用差压式喷嘴流量计，因该流量计可通过差压变送器，把取压口测取的压力差信号转换成电信号输送到采集器中去。

上述所有流量计选择时，务必使被测量的流量值都在仪表量程和刻度范围的  $2/3$  左右为宜。

#### 6.2.4 湿度传感器选择的原则

能够输出电信号、与计算机数据采集系统匹配的湿度传感器，目前以高分子薄膜作为感湿材料，用微电子加工技术制成的湿度传感器较为理想。其他如自动干湿球湿度计、氯化锂电湿度计、自动记录式毛发湿度计的技术特性都不如它。选择时应遵循下列原则：

1) 湿度传感器的电信号输出，在测湿范围内应随环境相对湿度的改变呈线性变化，线性度要好，且随环境温度变化也较小。

2) 应选使用湿度范围在  $0 \sim 100\%RH$  内的宽湿度范围传感器。

3) 在使用湿度范围内测试精度要高，误差应  $\leq \pm 2\%RH$ 。

4) 在 20 ℃ 时带薄膜过滤器的湿度传感器响应时间应  $<15$  s。

5) 灵敏度要好，电容式湿度传感器的灵敏度应在  $0.13 \pm 0.03$  左右。

6) 使用温度范围要宽，可在  $-40 \sim 60$  ℃ 范围内，甚至短时间可在  $-40 \sim 80$  ℃ 范围内使用。

7) 使用寿命要长，应达 5 ~ 10 年左右。

### 6.2.5 功率计选择的原则

1) 功率计的测量范围应与制冷装置的输入功率变化范围相适应。

2) 所选择的功率计除具有功率、电耗、电流、电压或功率因子等的显示功能以外，还应具备电压模拟量和频率模拟量的输出。

3) 所选择的功率计应当配备有 RS232 接口，以便一般的微机或数据采集系统能根据采样程序（该采样程序一般需自行编制），采集到功率、电耗、电流、电压等数据。

## 6.3 制冷系统被测参数测量点布置的原则和方法

### 6.3.1 测量点布置的原则

制冷系统的被测参数通常都是温度、压力和流量，有时还有空气的湿度、制冷压缩机的输入功率等参数。布置这些参数的测量点应当依据的原则如下：

1) 测量点的布置应当依据试验目的的不同而有所不同。总的来说，制冷装置动态特性试验的目的，一是为制冷系统的最佳匹配，为制冷装置的节能、节材提供第一手的设计数据；二是为所建立的制冷系统动态特性数学模型提供验证和评判的依据；三是为制冷系统仿真计算确定边界条件和初始条件。比如，在研究制冷系统匹配特性时，应当在制冷系统各组成部件的进出口处均布置温度、压力的测量点，在不易产生相变的特征点上布置流量测量点，在制冷装置的冷却空间布置温度和湿度测量点，在制冷压

缩机的电动机电源输入端布置电功率及电能测试点。又如，在验证蒸发器或冷凝器的动态分布参数数学模型时，应当在其两相区的制冷剂一侧布置温度测量点。条件许可时，在过热区与两相区及两相区与过冷区的过渡区域内，沿制冷剂流道的制冷剂侧或流道壁面处，均匀密布与地点步长相同数目的温度测量点，以确定某时刻的相变点位置，判断制冷剂状态变化情况。再如，在用贴体坐标处理边界条件研究制冷装置冷却空间的温度场和流场时，若以制冷装置的壁面（外壁面或内壁面）作为边界条件处理的话，其温度测量点应当布置在各相应的壁面上；若以冷却空间维护结构外部环境空气的边界层作为边界条件处理的话，其温度测量点应当布置在相应的边界层空气中。

2) 测量点的布置应当依据仿真对象的不同而有所不同。比如，在进行制冷系统仿真时，验证系统中某一部件（如毛细管）压力参数仿真计算结果的试验，只需在其进、出口处各布置一个压力测量点即可。因为作为系统仿真，各部件之间压力参数的耦合关系，反映在部件流道的进出口。但是，当把毛细管作为单独部件进行部件仿真研究时，为了验证部件仿真模型的准确性，就不能不考虑压力参数和温度参数沿毛细管长度方向上的分布变化特性，此时就应当根据仿真计算时地点步长的数目，布置相应数目的压力参数和温度参数测量点。

3) 测量点的布置应当依据被测参数的不同而有所不同。对于温度参数，因为所研究的对象都与热力状态和传热特性分不开，加上温度测量元件容易制作精细，相对来说又布置方便，一般测量点可随试验的要求多布置一些，即使做分布参数特性的布置也困难不大。因此，在布置温度测量点时，应考虑其动态响应特性和沿制冷剂及冷却介质流道的分布变化特性。对于压力参数，在布置测量点时主要是考虑其动态响应特性，而对其沿流道的分布变化特性，在小型制冷装置中一般不作重点考虑。这是因为作为系统仿真，各部件之间压力参数的耦合关系反映在部件流道的进

出口。最能代表系统性能的特征点，通常就是压缩机的吸气口与排气口，以这两点的测量结果作分析，最能反映小型制冷装置制冷系统的性能。只有对某一部件进行部件仿真研究时，才考虑沿流道做压力分布特性的布置。而流量和湿度等参数，一般只作特征点的布置。流量测量点大多布置在冷凝器出口至节流前的过冷区，或蒸发器出口至压缩机吸气口之间的过热区。采用质量流量计时，虽然也可把测量点布置在两相区，但布置在单相区时测试精度较高。一旦需要布置在两相区时，应尽可能不布置在干度较小的区域。因为当制冷剂两相流中有气泡爆裂时，质量流量计中的速度传感器会受到强烈的扰动，以致不能平稳地反映实际的质量流速。湿度测量点一般布置在被测对象空气流道的进口与出口和系统中空气湿度的控制点。这种布置原则主要是由制冷循环的特性和传感器的结构特性与价格因素所决定的。

### 6.3.2 测量点布置的方法

#### (1) 温度测量点布置的方法

在布置温度测量点时要注意以下几点：

1) 感温元件应与被测介质（或壁面）有良好的接触，增大感温元件测量端与被测介质的接触面积（注意只能仅仅增大测量端的面积而不增大它的体积），且应采取措施，使感温元件能够比较真实地反映被测温度值。譬如，测量管壁面温度时，除应使感温元件与管壁面有良好的接触之外，在未跟管壁面接触的另一侧，对感温元件应用隔热材料使其与周围介质隔开。有可能的话，尽可能采用薄膜型铜—康铜热电偶测量壁面温度。

2) 测量制冷剂和冷却水温度时，推荐采用铠装热电偶。因其直径可做得很细、结构紧凑、体积小、热容量和时间常数均小，且力学性能好，结构牢靠，耐振动和冲击，还可做成各种形状，以适应结构复杂对象的温度测量。

3) 应选用比热容小、导热性能好的材料做测温元件的保护套管，并在保证机械强度的前提下，尽可能减小套管的壁厚，以降

低测温元件与被测介质之间的热阻。

4) 应使感温元件在被测介质中有一定的插入深度。在气体介质中, 金属保护套的插入深度, 应达到保护套(管)直径的 10 ~ 20 倍; 非金属保护套(管)插入深度, 应为保护套(管)直径的 10 ~ 15 倍。制冷剂侧的温度测量装置可参照图 6-1 所示结构布置。

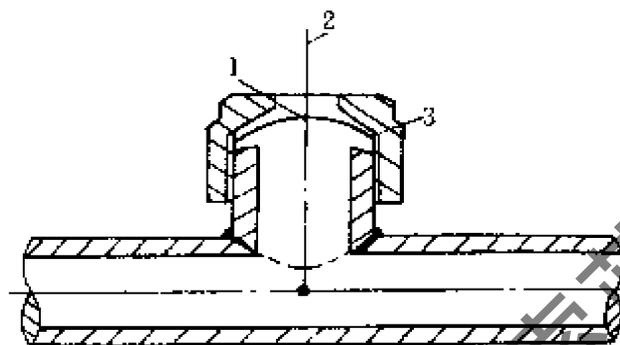


图 6-1 热电偶管内测量装置

1—锡焊 2—热电偶 3—铜体

5) 若采用热电偶作为感温元件的话, 在二次仪表接口板上连接热电偶自由端时, 应当注意它的极性。譬如, 制冷系统中常用的铜—康铜热电偶, 在测量  $0^{\circ}\text{C}$  以上温度时, 铜为正极, 康铜为负极; 在测量  $0^{\circ}\text{C}$  以下低温时, 由于工作端的温度低于自由端, 其正、负极要对换。

6) 当采用热电偶作为感温元件时, 对其冷端温度应进行补偿。补偿方法可参照有关的热工与制冷的测试技术参考书。

7) 在布置热电偶时, 应注意两热电极以及它们和大地之间均应有良好的绝缘, 不然会有热电势损耗而影响测量的精确性。

8) 当采用热电阻作为感温元件时, 宜用精度较高的四线法进行测量。此时, 若数据采集系统没有产生标准电流的功能, 可通过外接  $1\text{ mA}$  的恒流源进行测试。

## (2) 压力测量点布置的方法

制冷系统内制冷剂的压力, 通常都是在制冷剂流道的壁面上, 沿垂直于制冷剂流动的方向直接开测压孔, 通过连接其上的

压力传感器，感受流道内表面制冷剂的静压来测取的。因此，在布置测量点时应注意以下几点：

1) 取压孔的孔轴必须与壁面垂直，如偏差  $\gt \pm 5^\circ$  时，造成的测量误差将很显著。

2) 取压孔的周围应尽量光滑而不应有毛刺、焊缝等，否则误差较大。

3) 取压孔的孔径应尽可能小，以减少对流体主流的干扰，但也不能过小，否则易堵塞，且增加响应时间。对于一般的制冷剂管道，推荐取压孔孔径为  $0.5 \sim 1.0 \text{ mm}$ 。对于毛细管，由于其外径较小，取压孔孔径推荐在  $0.15 \text{ mm}$  以内。这可先采用激光加工方法打孔，然后在显微镜下反复观察，检查取压口是否符合上述要求。

4) 对于一般的制冷剂管道，取压管可直接焊接在管道上，但要求取压孔的中心必须处于取压管的轴线上。对于毛细管上的取压管，可用如图 6-2 所示接头予以连接。

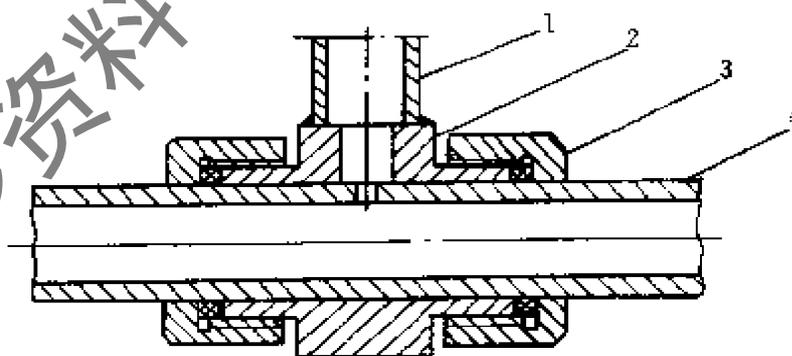


图 6-2 毛细管取压管接头结构示意图

1—取压管 2—接头 3—聚四氟乙烯密封圈 4—毛细管

5) 取压管的连接头，必须与压力传感器的接头相匹配。

6) 电阻式压力传感器，要求输入的电压必须能稳定在某一固定值，因为传感器输出的精确度，直接与加在其电桥两端的工作电压有关。实际的压阻传感器的接线方法，在其产品说明书中均

有介绍，只要按照说明的步骤接线即可。

7) 当数据采集器可以直接采集电压信号而不能直接采集电流信号时，对输出信号为电压值的压力传感器，采集器可以直接采样，并根据原先确定的（实际测定回归或原产品介绍中给出的）压力—输出电压关系式，计算所测压力的大小。对输出信号为电流值（一般为4 ~ 20mA）的压力传感器，虽然输出电流值与过程压力成正比，但采集器不能直接测试电流，需在原传感器输出回路中串接一电阻，并通过采集器测定电阻两端的电压，由测得的电压值确定电流的大小，并结合电流—压力关系式，确定被测工作压力的大小。

8) 差压传感器安装时，应远离振动的环境，并应避免与变送器底板相垂直的轴处于最大振动方向上，但取压的插接管不宜过长。为防止差压变送器意外过压，在将取压管联至差压变送器之前，先不要过压。

### (3) 流量测量点布置的方法

制冷剂流量测量点通常都是采用串联的方法，布置在制冷系统的单相流道中。布置时应当注意以下几点：

1) 流量计的量程范围应当与制冷系统中制冷剂流量的动态变化范围相适应。

2) 制冷剂流道与流量计接口之间的连接管路要尺寸相宜，能够密封，且管路不宜过长，但要符合流量计对其前后管路尺寸、形状及安装位置（水平或是垂直）、安装尺寸的要求。

3) 管路连接时要注意流量计的进、出口方向不能颠倒。

4) 当采用质量流量计时，它的传感器部分与变送器部分之间的连接方法，可参照产品资料中的详细说明。变送器与它外围设备的连接方法，则视数据采集方法的不同而不同：若用能测定频率或电流的数据采集器采集，则变送器的输出可由信号线直接与数据采集器连接，输出的电流信号（4 ~ 20mA）可反映流量及被测点密度与温度的变化，输出的频率信号可反映质量流量的变

化；若用普通微机采集，则需购买专门的 RS232 接口与变送器连接。Fisher-Rosemount 质量流量计中的 RFT9712 型变送器，可直接在其配置的数据显示屏上同时显示出被测介质的瞬时流量、流量积算及被测点介质的温度与密度。

5) 对于制冷装置中强迫对流空气流量，可参照热工与制冷测试技术参考书中有关用气流法测定流量的方法进行布置和测量。

#### (4) 湿度测量点布置的方法

制冷装置的空气流道中布置湿度测量点，一般都是先在流道的壁面上开一个能安置高分子薄膜湿度传感器探头的孔，然后将传感器探头垂直于壁面固定在流道壁外侧。布置时应当注意以下几点：

1) 湿度传感器探头在去除保护盖后，应当使它的测量部分（可加薄膜过滤器）全部暴露在被测气流中，并垂直于气流方向安置。

2) 湿度传感器探头安置后，不宜过多地占用空气流通截面积，从而影响空气的流动阻力。

3) 湿度传感器的信号输出电缆采用 pt 100 四线连接，连接方法可参见产品说明书。

制冷装置的冷却空间较大时，湿度传感器的探头可直接固定在冷却空间内的测量处，不需象空气流道中那样在冷却空间壁面上开孔，而信号输出电缆可引出冷却空间与采集器进行连接。

制冷装置的冷却空间较小时，仍采用空气流道中布置湿度传感器的办法布置湿度测量点。否则，湿度传感器在冷却空间的放置，会影响其流场和温度场的分布。

#### (5) 功率测量点布置的方法

测量制冷装置消耗的电功率，可以将制冷装置的电源线接到功率计的负载接口上，再用电线将总电源接到功率计的电源接口上，而功率计的仪表电源则通过另外的电线插头插到总电源的插座上，功率计信号输出电缆的一端通过 RS232 接口与功率计相

连，另一端与采集器相接。

## 6.4 干扰信号输入方法的选择

由于压缩式制冷系统主要是由制冷压缩机、冷凝器、节流机构和蒸发器四大件设备组成的，在制冷系统运行过程中，任何一个组成部件（设备）所受的扰量发生变化时，都会对整个制冷系统运行造成影响，即无论是单个制冷设备的动态响应，还是整个制冷装置的动态响应，都会产生变化。对制冷装置或单个制冷设备进行动态特性试验时，通常用得较多的试验方法有三种，即反应曲线（或称飞升曲线）法、频率特性法和脉冲（矩形波）反应曲线法。试验方法不同，干扰信号输入的方法也不同，这在很大程度上取决于动态特性分析时，分析计算方法的选择。当采用一般动态方程进行动态特性分析时，应选择阶跃干扰信号  $\Delta f$  输入法，测取各被调参数动态变化的飞升特性，如图 6-3 所示。当采用传递函数、频率特性法进行动态特性分析时，可选择谐波（如

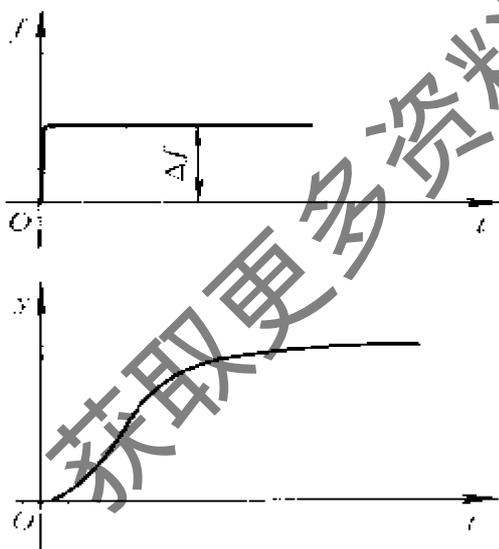


图 6-3 阶跃干扰信号  
输入的反应曲线

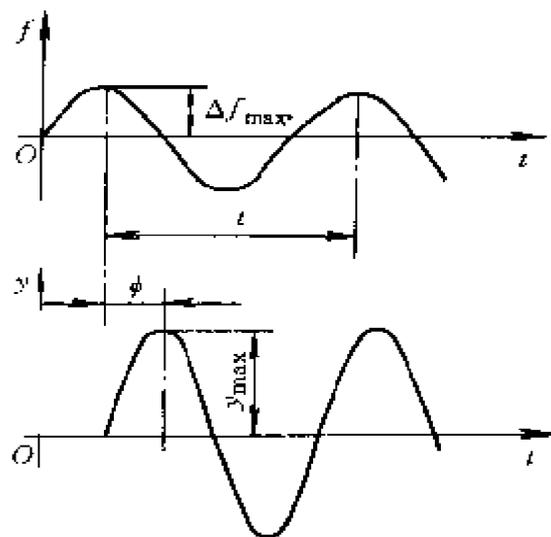


图 6-4 谐波干扰信号  
输入的频率特性

正弦波)干扰信号  $\Delta f$  加入法, 测取各被调参数动态变化的频率特性, 如图 6-4 所示。而脉冲(矩形波)反应曲线试验方法的矩形波干扰信号输入则可看作是由  $t = 0$  时刻的正阶跃干扰作用和  $t = t_a$  时刻的负阶跃干扰作用组合而成的, 整个被调参数的动态响应曲线亦可通过  $0 \rightarrow t_a$  及  $t_a \rightarrow \infty$  等各个时间段内两种阶跃干扰作用的反应曲线逐段叠加而成, 如图 6-5 所示。

为了更具体了解干扰信号输入方法的选择问题, 本节将结合一些制冷装置动态特性试验的实例展开讨论。

#### 6.4.1 输入阶跃干扰信号

采用阶跃干扰信号输入的飞升曲线试验法, 进行制冷装置及其设备动态特性试验的制冷装置, 必须具备如下条件:

- 1) 蒸发器负荷可调节。
- 2) 冷凝温度(压力)可调节。
- 3) 制冷压缩机转速可调节。
- 4) 进节流机构前的制冷剂过冷度可调节, 或进制冷压缩机前的制冷剂过热度可调节。

为实现上述调节, 在制冷装置各设备中必须采用如下措施:

- 1) 在蒸发器的制冷空间安装热卡机, 通过热卡机的加热量(由冷热水混合考克控制)调节蒸发器的负荷的近似阶跃变化。

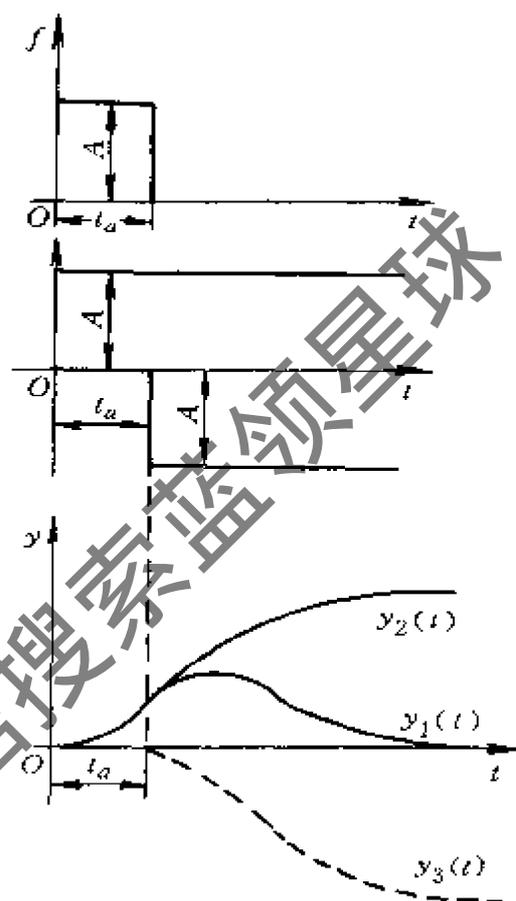


图 6-5 矩形波干扰信号输入的反应曲线

2) 在冷凝器中安装冷凝压力调节阀, 通过调整冷凝压力调节阀定值器来实现冷凝压力的阶跃变化。

3) 选用可以调整转速档次的制冷压缩机或安装有变频调节器可以变频调速的制冷压缩机。

4) 在冷凝器出口与节流机构进口之间的制冷剂管路上安装制冷剂过冷换热器并可以调节其冷源的温度, 或流量, 或换热面积。

5) 在自动膨胀阀旁并联安装一手动膨胀阀。

图 6-6 是一运用飞升曲线试验法, 通过阶跃干扰信号输入进行制冷装置动态特性试验的主要测量点布置图。在该制冷装置

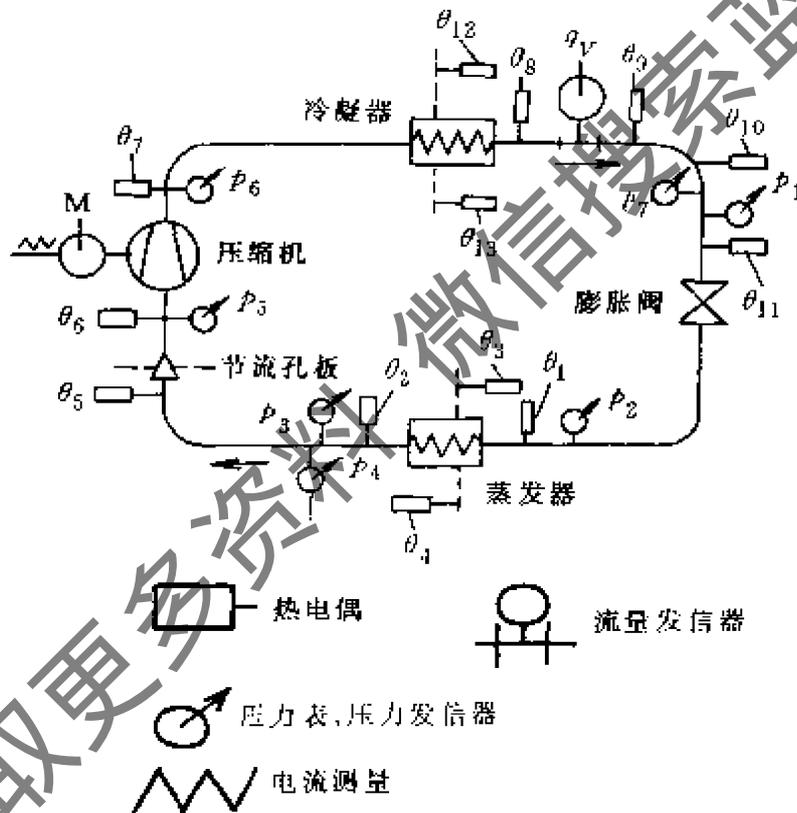


图 6-6 制冷装置动态特性试验主要测量点布置示意图

中, 选用制冷量为 27.91kW/h 的双缸可变速制冷机组, 压缩机转速有 450r/min、750r/min、1250r/min 三档调节。蒸发器选用管壳式换热器, 载冷剂为水, 水温可调节。冷凝器为水冷式换热器。测试仪表除安装有常规温度计、压力表、孔板流量计外, 还安装

有  $p_1$ 、 $p_3$ 、 $p_5$  三只压力发信器（Honeywell 公司的压电晶体式产品），12 只 Cr-Al 电热偶，及一只精度为 2% 的可电感发信的转子流量计。数据采集与处理采用 16 位字长容量为 128K 的 PDP-11/54 型计算机的一个终端，它具备有通用接口。

试验前，信号输出电缆长度一定的压电晶体发信器，经压力表校正仪标定，其压力/电压校正曲线斜率为  $m=0.51 \times 10^{-5} \text{V/Pa}$  或  $c=2.016 \times 10^5 \text{Pa/V}$ 。直径为  $\phi 1.5\text{mm}$  的铠装 Cr-Al 热电偶自身惯性较小，时间常数为 1s，对慢速大惯性热工对象——制冷装置而言，几乎可以视作无惯性环节，提高了测量精度，其输出信号的校正曲线完全线性，斜率为  $c=26.25 \text{ }^\circ\text{C/mV}$ ，所有热电偶的冷端同置于冰水浴内。所测得之 mV 信号均接入通用的 1000 倍电压放大器，然后把信号接至模数转换器前的多路传输装置（如图 6-7 所示）。亦可放大器输出直接接至温度自动记录仪，作为与计算机采样数据比较用。

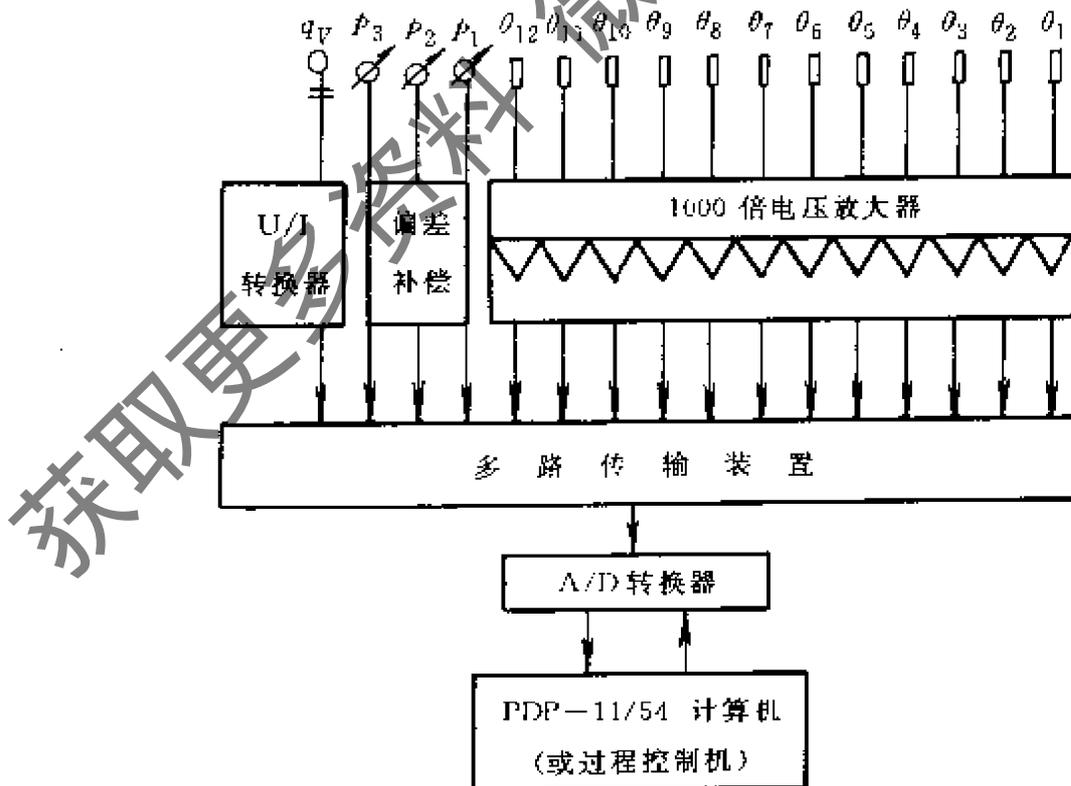


图 6-7 试验台测量参数的采集与转换系统

采样周期问题，实质上是一个时间的数字化问题。从试验系统设计的角度考虑，希望输入输出数字化尽量粗糙，采样周期尽量长，这样就可以降低对模数转换与数模转换精度的要求，并可以降低对中央处理器计算速度的要求。不同的量，所需的采样周期也不一样。但是从测量系统的稳定性考虑，采样周期又不允许太长。根据文献，制冷系统中主要被测系统的采样周期推荐值是：流量以 1s 为宜，压力以 5s 为宜，温度以 20s 为宜。为便于对同瞬间的温度、压力、流量等参数作比较，本试验中各参数均取相同的采样周期，且都选为 30s。试验结果未见不稳定情况。

为了既能保持制冷装置的连续安全运行，又能测得所需的动态特性数据，本试验选择下列 7 种试验工况输入阶跃干扰信号：

- 1) 阶跃增加蒸发器的热负荷。
- 2) 阶跃减小蒸发器的热负荷。
- 3) 阶跃增加冷凝压力。
- 4) 阶跃减小冷凝压力。
- 5) 继续减小冷凝压力，直至制冷剂流量、蒸发温度、蒸发压力、过热温度产生振荡。
- 6) 蒸发器热负荷短时间（8 ~ 10s）切断。
- 7) 改变压缩机转速，作上述工况重复试验。

利用本试验采用的数据采集与处理计算机终端，可将所采集的上述工况试验数据分别整理成 42 组试验曲线图。图 6-8 至图 6-18 即是其中的一部分。这些试验曲线图将在 6.5 节中进一步分析。

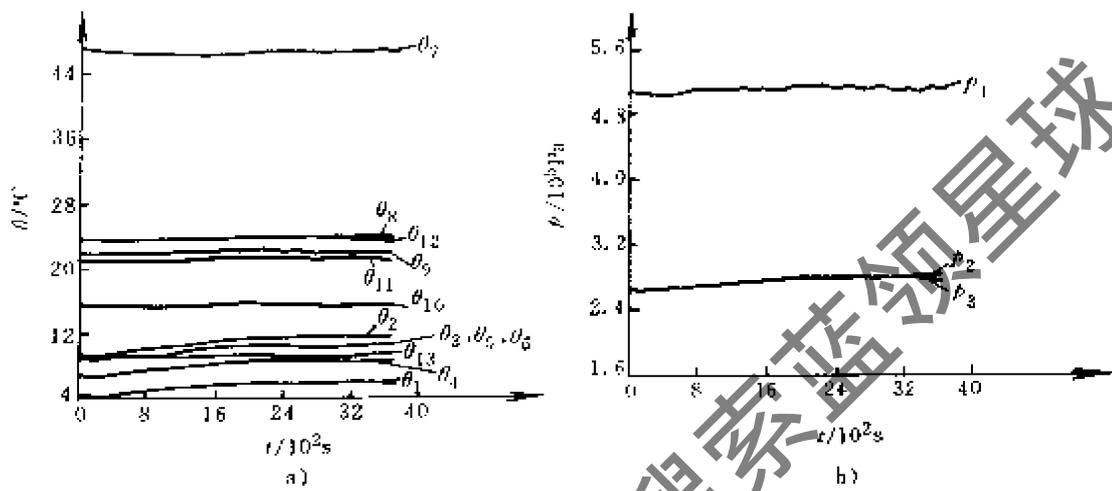


图 6-8 阶跃增加蒸发器负荷

a) 各点温度变化 b) 压力变化

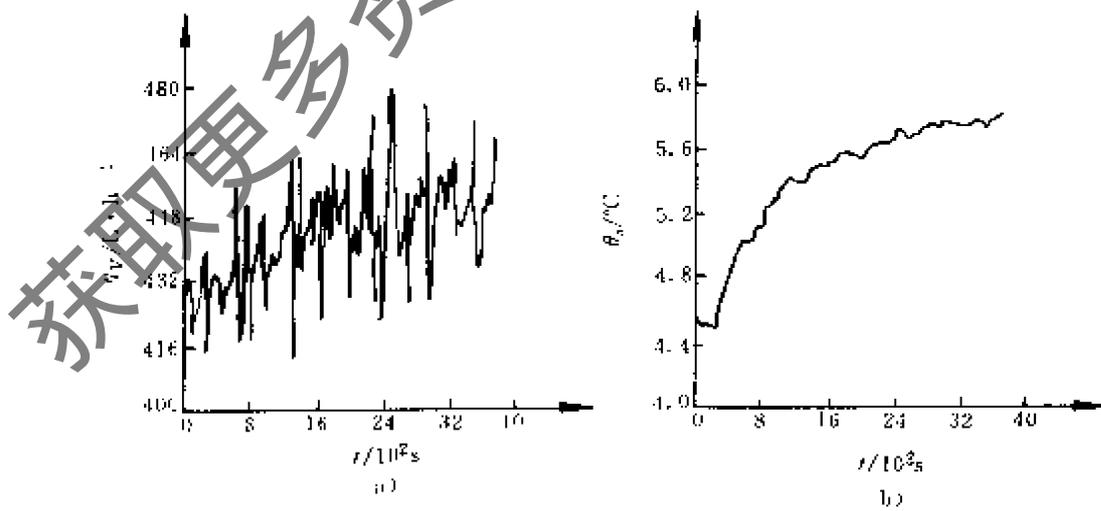


图 6-9 阶跃增加蒸发器负荷

a) 制冷剂流量 b) 过热度

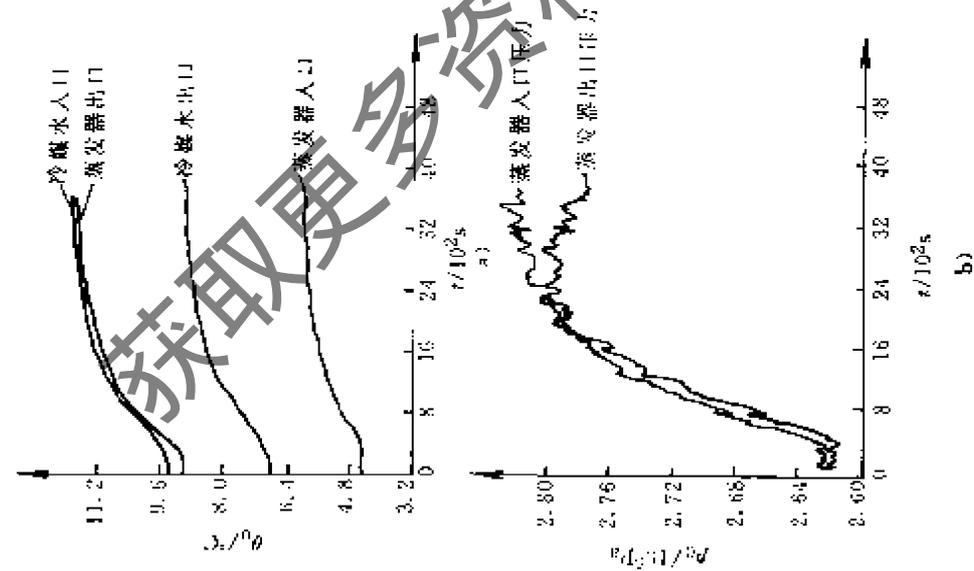


图 6-10 阶跃增加蒸发器负荷

a) 蒸发温度 b) 蒸发压力

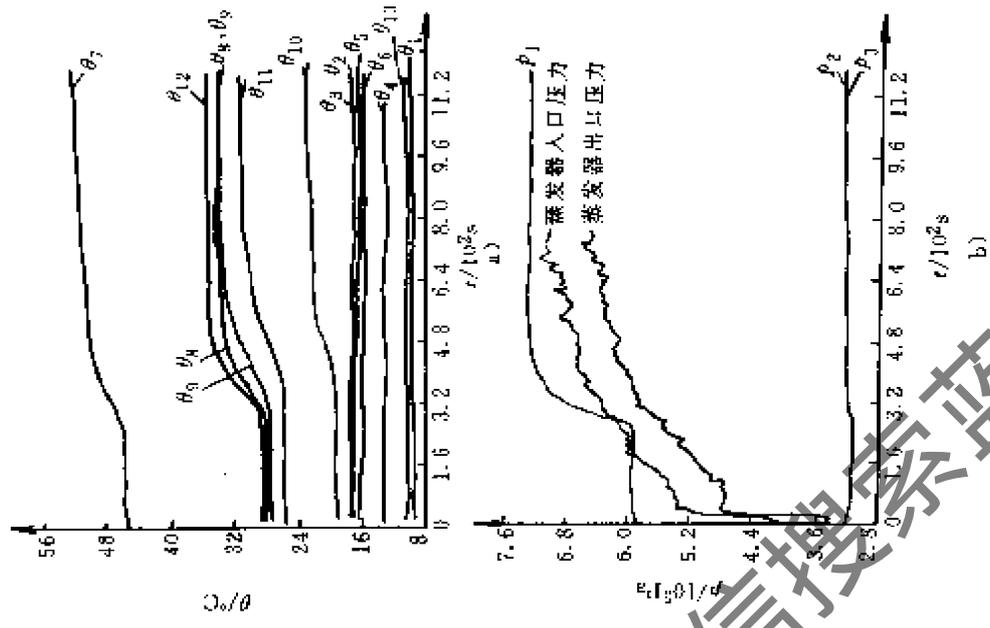


图 6-11 冷凝压力跃增

a) 各温度参数值变化 b) 各压力测量值变化

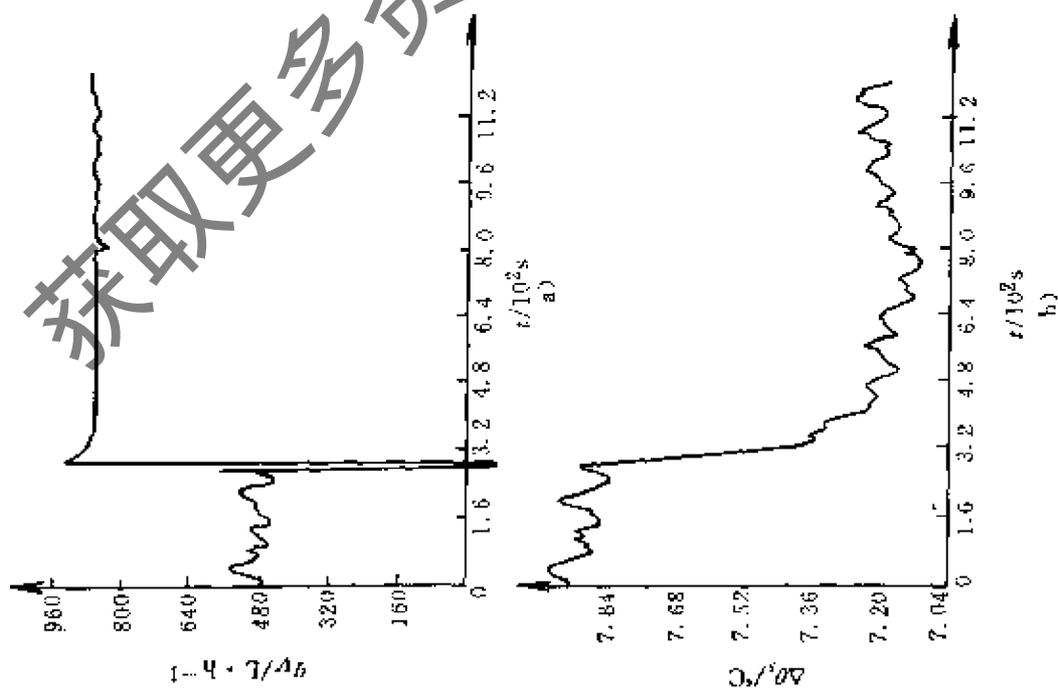


图 6-12 冷凝压力跃增

a) 制冷剂流量 b) 过热度

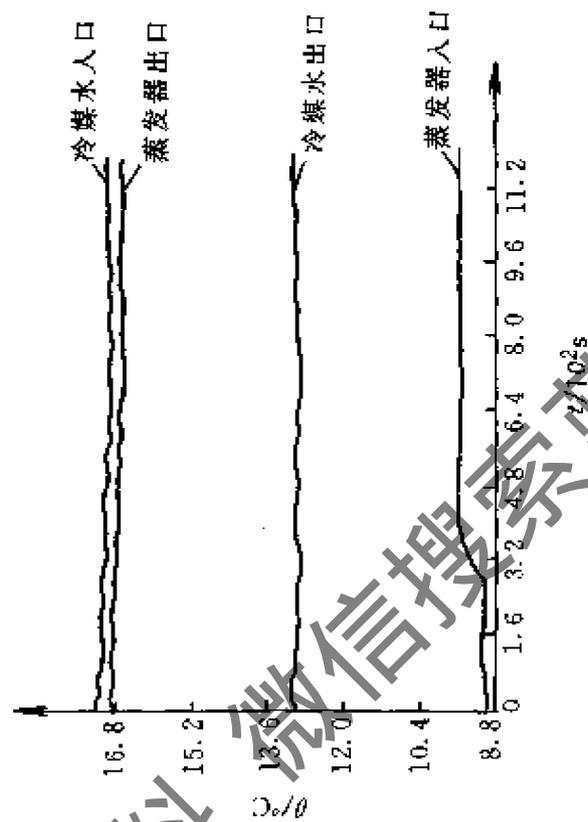


图 6-13 冷凝压力跃增

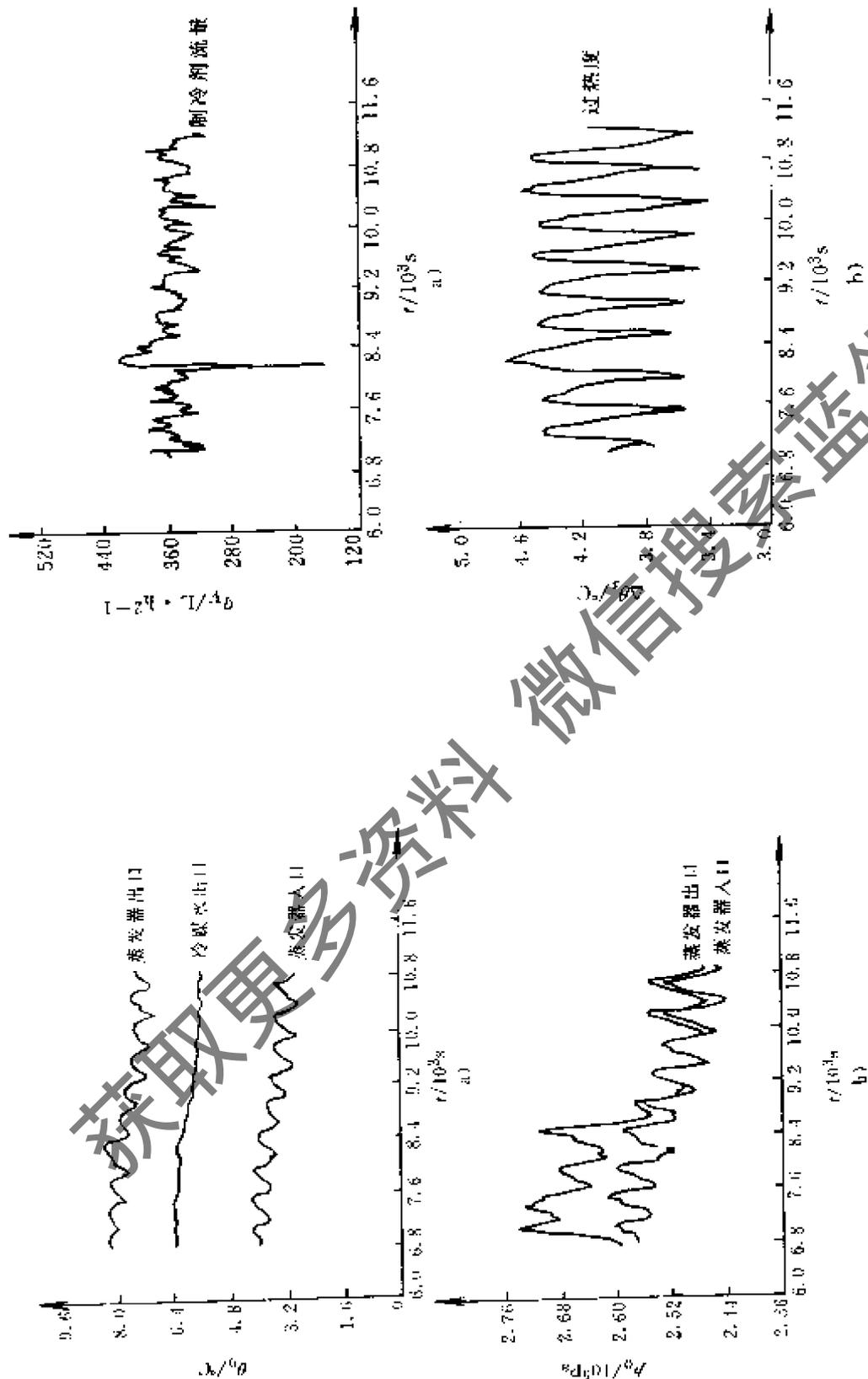


图 6-14 冷凝压力过分下降引起的振荡

a) 蒸发压力 b) 蒸发温度

图 6-15 冷凝压力过分下降引起的振荡

a) 制冷剂流量 b) 过热度

微信搜索 索蓝领星球

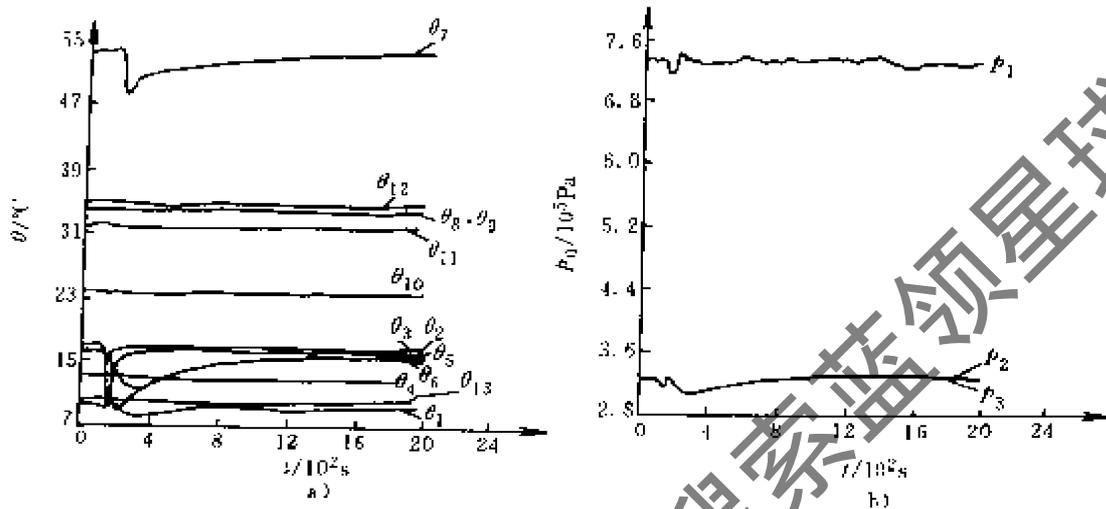


图 6-16 负荷瞬时切断又恢复

a) 温度变化 b) 压力变化

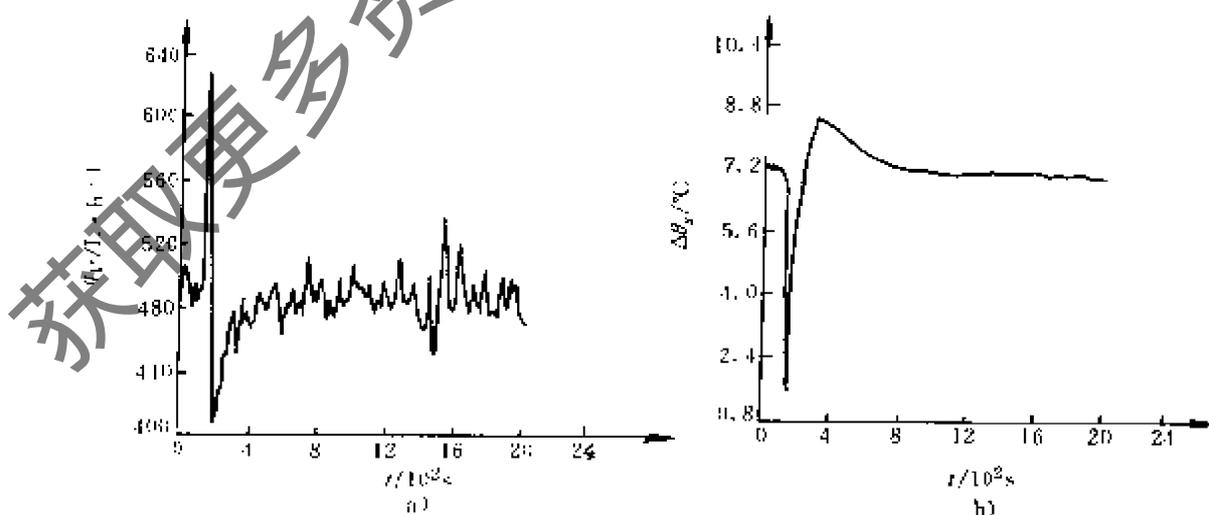


图 6-17 负荷瞬时切断又恢复

a) 制冷剂流量 b) 过热度

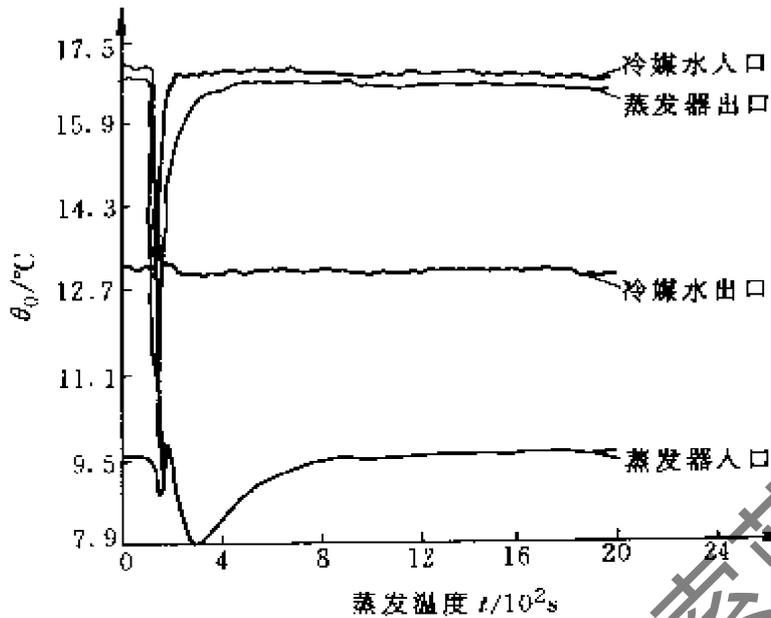


图 6-18 负荷瞬时切断又恢复

图 6-19 是图 6-6 所示制冷装置作适当改造后，专做蒸发器动态特性测试用的试验台示意图。其中，冷凝器改为风冷式换热器，

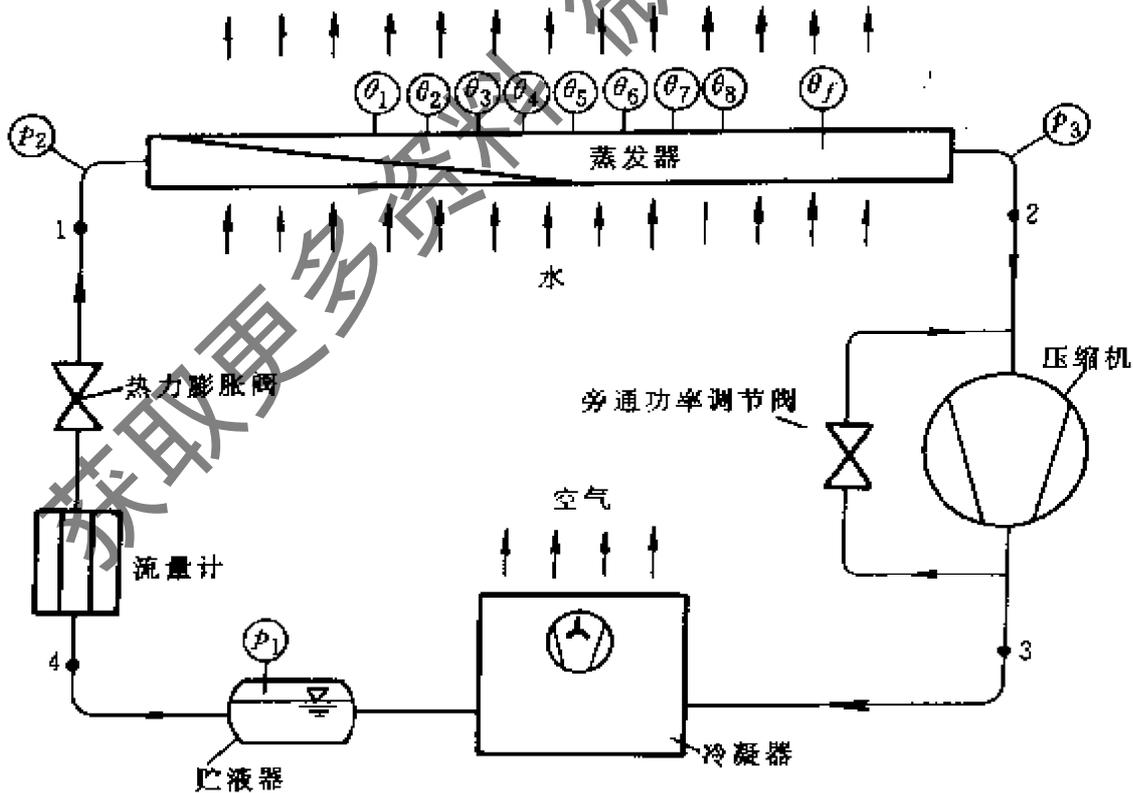


图 6-19 蒸发器动态特性试验台

蒸发器改为叉流型水冷换热器。设计时，应使蒸发器制冷剂侧内有足够的可调节容积，保证变工况时不会导致压缩机液击，从而使它与压缩机形成脱耦关系。试验前，在蒸发器制冷剂管路上，沿管长布置 8 个温度测量点，以形成分布参数特性测试。其他参数（压力、流量）测量及数据处理和图 6-6 相同。通过试验，可测得该蒸发器内制冷剂温度的分布参数特性，通过计算机模拟，可获得该蒸发器的动态特性。由此即可在 Bode 图上分析该蒸发器的幅频与相频特性。其试验结果及有关分析可参见文献[3]。

图 6-20 是一开启压缩式制冷系统动态特性试验台示意图。这一试验台与图 6-6 所示试验台一样，均用转子流量计测量制冷剂的流量。所不同的是，在水冷蒸发器的管路上，为适应蒸发器负荷调节，并联安装了 10 只转子流量计，用以测量蒸发器中作为载冷剂的水的流量。

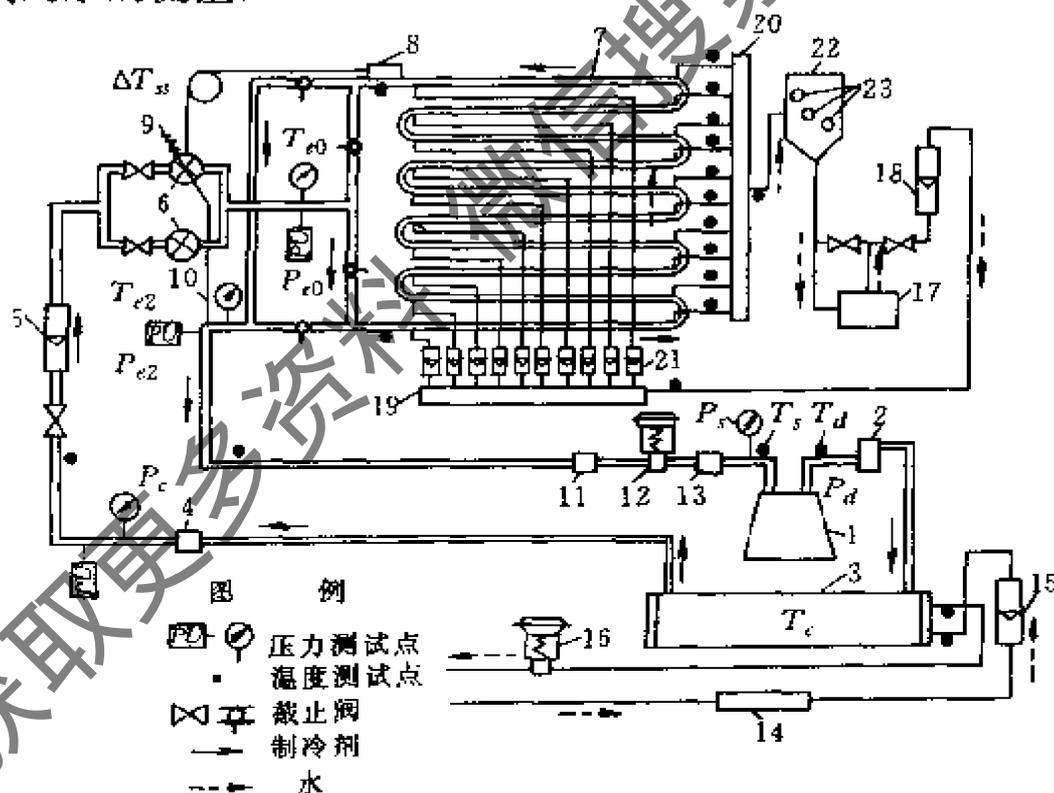


图 6-20 开启压缩式制冷系统动态特性试验台

- 1—压缩机 2—油分离器 3—冷凝器 4—孔板式液体流量计 5—浮子式液体流量计 6—膨胀阀 7—蒸发器 8—感温包 9—校正螺丝 10—平衡管 11—孔板式气体流量计 12—吸气节流阀 13—干燥器 14—加热器 15—水流量计 16—冷凝压力调节阀 17—循环水泵 18—水流量计 19—进水加热器 20—出水加热器 21—水流量计 22—水箱 23—加热器

图 6-21 是一冷凝器和蒸发器均为风冷式换热器的制冷装置动态特性试验台。由图中可知，膨胀阀中制冷剂流量、冷凝器中的风量和压缩机的转速均可调节。蒸发器的负荷由带量热器和喷嘴流量计的风洞予以测量。

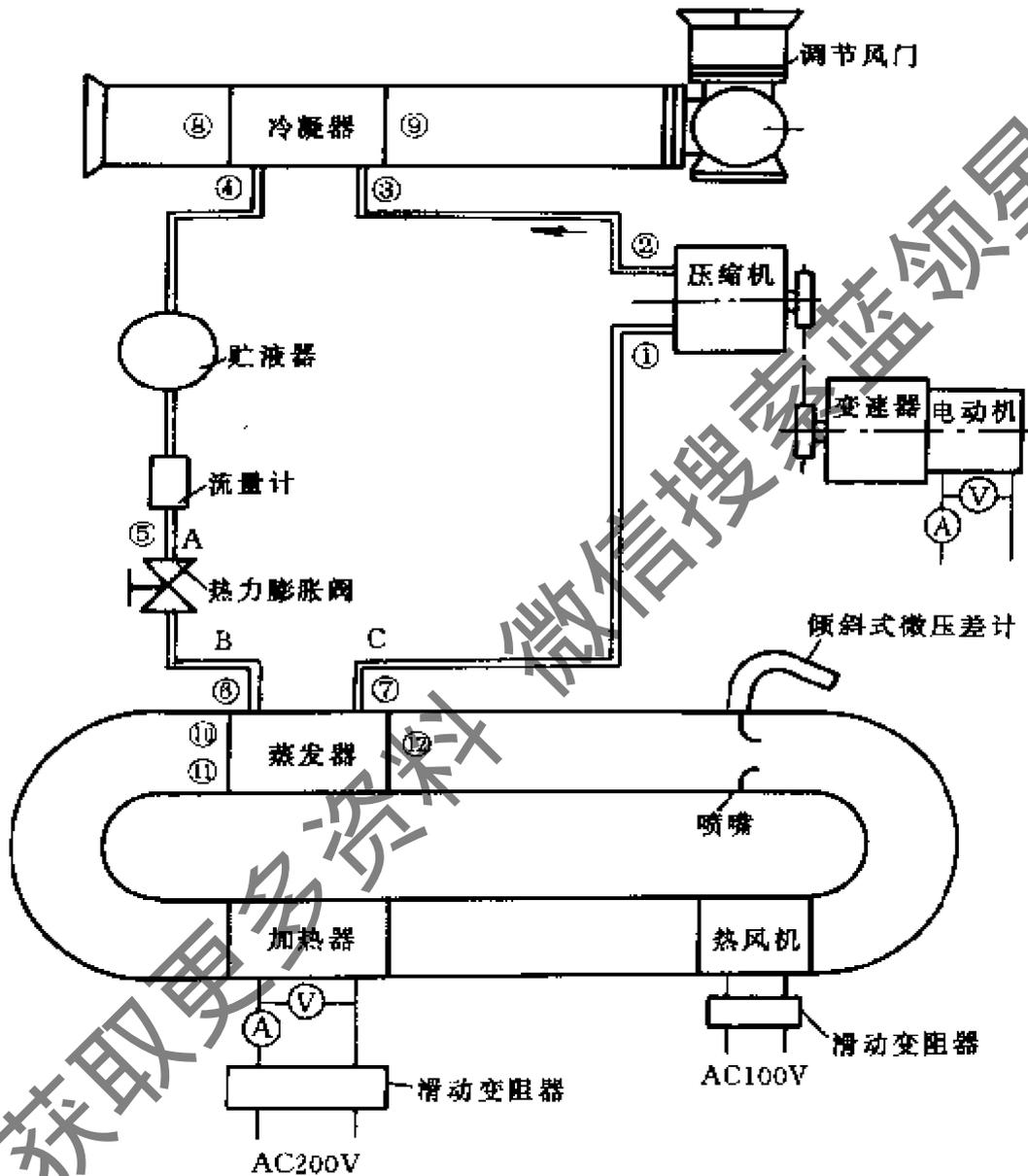


图 6-21 风冷式冷凝器与蒸发器的压缩式制冷系统  
动态特性试验台示意图

图 6-22 是用以测量小型制冷装置（直冷式冷藏冷冻冰箱）动态特性的试验台。该试验台中，在冷凝器、蒸发器和回气管的制冷剂流道管壁面，沿制冷剂流动方向，按分布参数特性分别布置

了 120 个、57 个和 5 个温度测量点。在干燥过滤器和毛细管流道壁面上，按分布参数特性，分别布置了 2 个和 52 个温度测量点。在冷冻室和冷藏室内壁面、门封及冷却空间，也都布置了 38 个温度测量点。在压缩机进、出口管路上，制冷剂侧各布置了一个温度测量点。在压缩机外壳上布置了 4 个温度测点。总共布置了 280 个温度测量点。在压缩机进、出口管路上，还布置了一个压力测量点。在压缩机进口管路的单相区，安装了一个质量流量测量点（采用 Fisher-Rosemount 质量流量计）。各点温度、压力和流量传感器输出电信号，由 HP3054A 数据采集系统采样，经过 HP9836C 计算机将采样值输入硬盘存储器或转换成各自的试验数据，通过打印或绘图仪输出。图 6-23 和图 6-24 分别是直冷式冷藏冷冻箱冷冻室贮藏温度和全封闭制冷压缩机吸、排气管压力的动态响应特性曲线。

以上所举试验台，均是输入阶跃干扰信号测取被调参数飞升特性曲线的动态特性试验台。

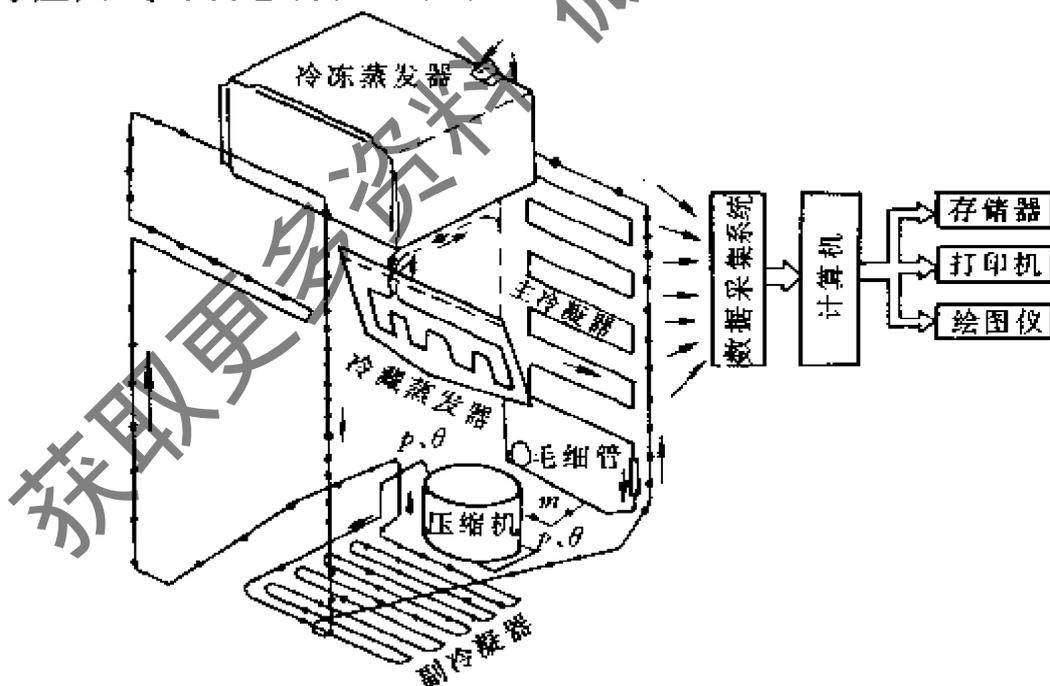


图 6-22 小型制冷装置（直冷式冷藏冷冻箱）动态特性试验台示意图

注：来自 283 个测量点（2 个压力测量点，280 个温度测量点，1 个质量流量测量点）的信号输入数据采集系统。

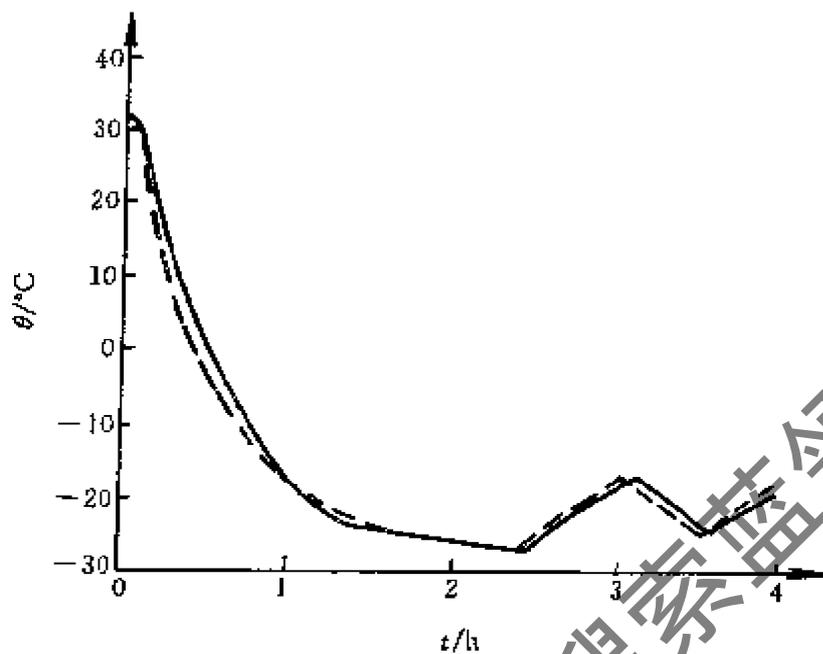


图 6-23 直冷式冷藏冷冻箱冷冻室储藏温度动态响应特性曲线

----- 试验值      ———— 计算值

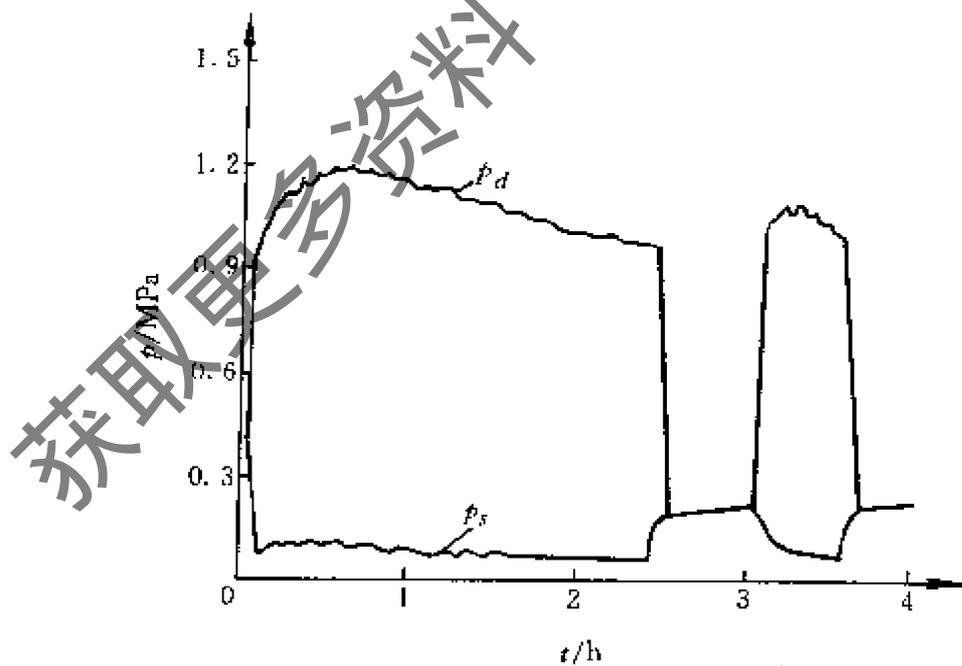


图 6-24 直冷式冷藏冷冻箱全封闭压缩机吸排气管  
压力动态响应特性曲线

### 6.4.2 输入谐波干扰信号

图 6-25 是一输入谐波干扰信号测取制冷装置频率特性的制冷装置动态特性试验台。试验台中制冷剂的流量、过冷度和蒸发器负荷均可调节。其干扰信号输入的方法是在热电膨胀阀 2 的直流电源上，安装直流电压调节装置 1，通过电压调节装置使热电膨胀阀的输入电压作正弦变化，促使调节阀动作，把正弦波信号输入到制冷系统中去，从而可以通过记录仪 7 测取制冷装置有关制冷剂流量、压力和温度动态变化的频率特性。

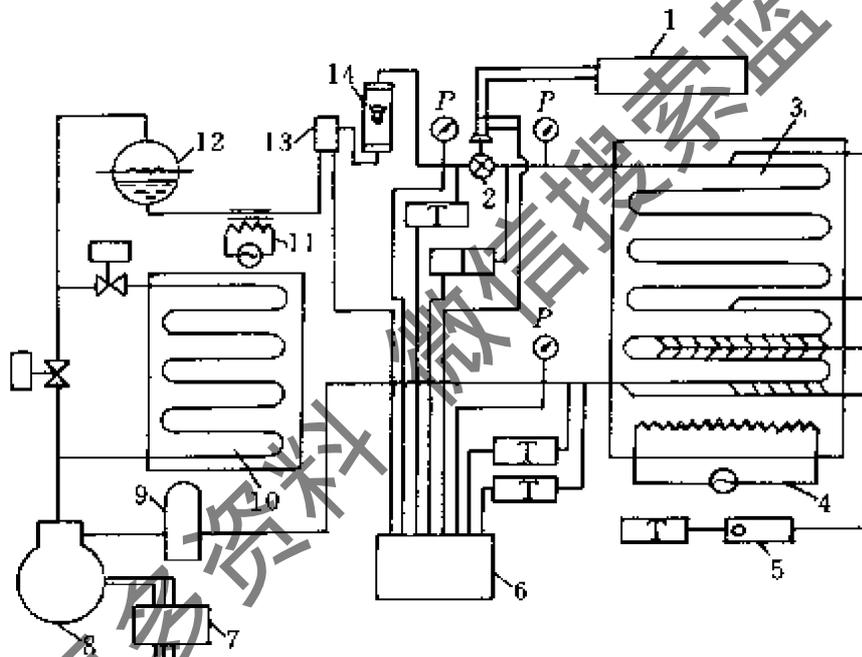


图 6-25 直接测取实验对象频率特性的制冷装置动态特性试验台示意图

- 1—电压调节装置 2—热电膨胀阀 3—翅片式盘管蒸发器 4—加热器 I  
 5—多通道扫描器 6—转换器 7—记录仪 8—压缩机 9—储液器  
 10—空气式冷凝器 11—加热器 2 12—水冷式过冷器  
 13—模拟量流量计 14—转子流量计 P—压力计 T—温度计

图 6-26 则是一输入谐波（或阶跃）干扰信号测取常规热力膨胀阀频率特性的试验台。在该试验台中，干扰信号输入的方法，是将热力膨胀阀的温包（感温元件）贴在一小型半导体制冷器的冷端，通过控制热电堆的电流，使温包感受的温度呈正弦波状或

阶跃状变化，从而推动热力膨胀阀的阀头随输入信号的变化作相应的运动，达到将谐波（或阶跃）信号输入试验对象的目的。

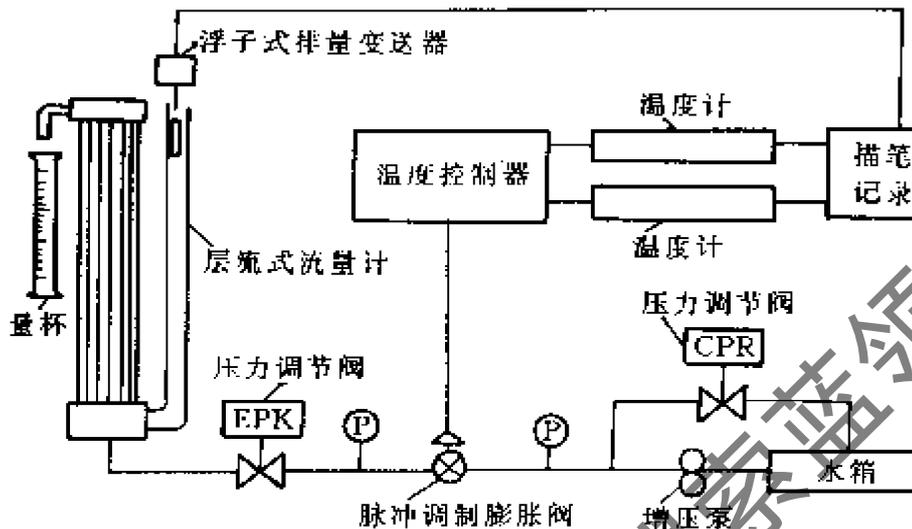


图 6-26 测取热力膨胀频率特性的试验台示意图

### 6.4.3 输入矩形波干扰信号

在如图 6-6 所示的输入阶跃干扰信号测取被调参数飞升曲线的制冷装置动态特性试验台中，如果调节蒸发器热负荷的冷热水混合考克，使它瞬时关闭又开启，让蒸发器热负荷瞬时切断又恢复的话，就可以形成矩形波干扰输入，获得蒸发器负荷的脉冲反应曲线（见图 6-16 至图 6-18）。

## 6.5 制冷系统动态特性试验结果分析方法

前面已述，制冷系统动态特性试验是为了获取必要的仿真数据和验证与评判制冷系统或其部件的仿真计算结果，因而试验结果的分析方法也就与仿真计算的方法密切相关。这从对图 6-8 至图 6-18 所表明的试验结果分析中可以进一步了解。

从图 6-8 至图 6-13 中，所有阶跃干扰（近似）输入后各被调参数（温度、压力）的飞升曲线可以看出，制冷装置中各温度、压力参数的传递函数，均可考虑由一阶环节加延迟或二阶环节加延迟来拟合。在建立板翅式盘管蒸发器的动态方程时，由于考虑

温度参数为分布参数，所得动态特性为一阶双曲型偏微分方程的理论分析是合理的。

从图 6-17a 和图 6-15a 可以看出，当蒸发器负荷和冷凝压力跃变时，制冷剂的流量反应十分灵敏，总是围绕某一规律在波动。这个结果与文献[74]中 WedeKind 的试验结果是一致的。即使是稳定工况时，流量仍是围绕某一定值波动。这表明，对于制冷剂流动，尚有许多规律不明的参数耦合信号和干扰信号存在，有待进一步分析。

图 6-14 和图 6-15 表明，过大地减小冷凝压力，会引起蒸发器进口、出口温度与压力、过热温度、制冷剂流量下降趋势的振荡。这是由于此时膨胀阀上压降不足，导致供液不足而引起的。由此可知，当冷凝器的冷却水温降低时，必须作冷却水温的调节，以防止冷凝压力的过分下降。

图 6-8 至图 6-11 的试验曲线还表明，各温度、压力参数均具自平衡能力。

从图 6-8b、图 6-11b，图 6-16b 还可看出，管壳式蒸发器沿管长的制冷剂压降很小，对于管长为 1.8m，内径为 20mm 的试验用蒸发器蒸发管，制冷剂流动压降小于 10kPa，可以忽略不计。这表明，在文献[3]的理论计算中提出的，对于管壳式蒸发器，由于压降 $\Delta p$ 值小，由压降引起的对制冷剂蒸气干度的影响可以忽略，这一结论是可行的，计算结果与试验结果是一致的。

从图 6-16 至图 6-18 的脉冲反应曲线可以看出，制冷装置中各压力、温度参数受瞬时负荷变化扰动（矩形波干扰）后，各参数的复原性很好。这表明制冷循环中各参数的飞升特性有很好的可逆性。这是一般空调对象的温度参数飞升特性所不具备的。

从图 6-23 的温度动态响应曲线可以看出，在直冷式冷藏冷冻箱在 32℃ 环境温度下，长期停机后的开始运行阶段（第一阶段），冷冻室蒸发器的动态负荷随着制冷系统的运行逐步减小，而制冷系统的冷冻室蒸发器动态制冷量，总比在同一时刻的蒸发器动态

负荷大，冷冻室贮藏温度是这两者的综合结果，因此在第一阶段，冷冻室贮藏温度的反应曲线呈逐渐下降的趋势，且下降速度愈来愈慢。当冷冻室贮藏温度下降到温度控制器在冷藏室布置的温包感受的温度达到运行工况温控的下限值时，温控器即切断压缩机的电源，制冷系统停止运行，冷冻室贮藏温度达到整个动态降温过程的最低点。随后，由于制冷循环停止，冷冻蒸发器中动态制冷量，只能靠逗留在其中的制冷剂吸热蒸发而产生，这又远远不及外界环境由于温差产生的渗入热负荷（动态），于是冷冻室贮藏温度的反应曲线便随时间变化而逐步回升。直到温控器温包感受的温度，达到运行工况温度的上限值时，温控器又重新接通压缩机的电源，制冷系统重新启动运行，冷冻蒸发器的动态制冷量又逐渐增大，且大于同一时刻的蒸发器动态热负荷，因而冷冻室贮藏温度反应曲线再度逐渐下降，这是第二阶段的降温过程。这一过程中贮藏温度下降速度也是愈来愈慢，直到温控器温包感受的温度达到运行工况温控的下限值时，温控器切断压缩机的电源，制冷系统又停止运行，冷冻室贮藏温度达到这一降温过程的最低点，但不是冷冻室贮藏温度整个动态变化过程的最低点，它比长期停机后第一次降温过程的最低点要高一些。此后又重复上述冷冻室贮藏温度的逐步回升和降温的过程。从图 6-23 中还可看出，仿真计算的结果与试验曲线基本接近。这表明对该冰箱动态仿真所建立的蒸发器、箱体、货物负载等数学模型和箱内温度的计算方法是合理的、正确的。

从图 6-24 直冷式冷藏冷冻箱全封闭压缩机在 32℃ 环境温度下的吸、排气管压力动态响应特性曲线可以看出，在长期停机后一开机时，压缩机排气管内的压力即从平衡压力（约 0.4MPa）立刻（约 330s）升到 1.0MPa，然后有波动地缓慢升高，在开机 1800s 后，达到 1.2MPa 的最高值。而后，随着压缩机的运行，排气管内压力有波动地缓慢下降，直到开机后 8870s，该压力下降到 0.97MPa 时，由于温控器开关的作用，压缩机电源被切断，排气管内压力

在 330s 内骤然从 0.97MPa 下降至 0.19MPa,成为吸、排气管内压力通过冷凝器管、毛细管和蒸发器管达到新的平衡时的压力。与上述过程同时,相应地吸气管内压力,也是在长期停机后开机 330s 时下降到 0.063MPa,而后再略有回升,并有波动地下降到开机 8870s 后的 0.079MPa。当压缩机电源被切断时,吸气管内压力在 330s 内骤升至 0.19MPa 的新平衡压力。再后,随着停机时间的延长,0.19MPa 的新平衡压力略有回升。直到停机后 2134s,压缩机重新启动时,新平衡压力可回升到 0.215MPa。这时排气管内压力又立刻升高,吸气管内压力也立刻下降,再次开机后约 160s,排气管内压力可达到 1.0MPa,吸气管内压力可达到 0.17MPa。随后排气管内压力继续升高,再次开机后约 690s,达到最高值 1.10MPa。再后,吸、排气管内压力均缓慢下降,在再次开机后 1813s,吸、排气管内压力分别达到 0.076MPa 和 1.00MPa 时,温控开关又切断压缩机的电源,排气管内压力骤降,吸气管内压力骤升。这一过程持续 533s,直到达到又一新平衡压力 0.21MPa。显然,这一新平衡压力比前一平衡压力要高些。然后又重复第一次停机后的平衡与开机、停机过程。上述压缩机吸、排气管内压力随时间的动态变化过程说明,当接通或切断压缩机电源,即对压缩机加入一阶跃干扰信号后,压缩机吸、排气管内压力变化,均呈现出时间常数较小的飞升曲线特性。因而,压缩机吸、排气压力的传递函数,可考虑由一阶环节加延迟或二阶环节加延迟来拟合。

从图 6-24 中还可看出,该压缩机每一正常开停机运行周期的时间及其开机率(或称开停比),其稳定运行时的运行周期是 4213s,开机运行时间是 2027s,开机率即为 48.1%。根据这一开机率可以预计,在 32℃ 的环境温度下,该直冷式冷藏冷冻箱的能耗是比较低的。

## 第7章 制冷装置的优化及计算机辅助设计入门

装置的优化是人们希望达到的目标。从设计者到使用者尽管都有这个要求，但各人所指的内容可能不一样，当然达到目的的手段也就不可能完全相同。计算机的飞速发展，为装置的优化设计提供了新的手段，计算机辅助设计的概念已广为人识，本章将结合制冷装置的实际情况，对优化与计算机辅助设计的基本概念与内容进行介绍。

### 7.1 制冷装置的优化原则

对制冷装置进行优化，首先要确定优化的原则，即要确定优化目标、优化参数、优化计算的约束条件，然后才是优化的方法的确定。

#### 7.1.1 优化目标的确定

对制冷装置进行优化，首先要明确优化目标。对于不同的装置、不同的人员，所选择的优化目标都会有所不同，但一般来讲，优化的目标应该包括以下两项：

- 1) 装置能够正常工作，达到其功能要求。
- 2) 效率与经济性最高。

对任何装置来讲，第一点要求都是最基本的要求。对于制冷装置来讲，该项要求中还包含了机组的稳定性要求。如果机组运行中出现振荡，则装置就无法正常工作，当然也就谈不上效率与经济性。

效率与经济性的考虑，体现在运行费用和制造费用的降低。通过提高装置的运行效率，可以节约能量，这对于我国这样一个能源紧缺的国家特别重要。降低制造成本，是市场的必然要求。运行费用和制造费用的降低，这两者之间通常是矛盾的，两者如

何综合考虑，达到总体最优，往往是实际工作中最常碰到的优化问题。

### 7.1.2 优化参数的选择

优化参数是指优化计算中的可变量。改变这些参数，寻找其最佳组合，即是优化计算过程。对制冷装置来讲，压缩机的容量大小，冷凝器与蒸发器的管径与外表面的面积等许多参数，都可以成为优化参数。这些参数有些是允许在设计过程中连续取值的，如毛细管的管长，管板式换热器的散热面积，但还有相当多的参数是不能连续变化的，如在系统设计时选择压缩机，一般只能在有限个类型中进行选择，通常膨胀阀的选择也是这样。由于优化程序一般只对连续参数进行计算，所以包括非连续变量的优化问题比较复杂。影响制冷装置的因素很多，如果选择太多的参数作为优化参数，必然使得计算十分复杂，所以在参数的选择上，要兼顾各种因素。

### 7.1.3 约束条件的选取

适当选择约束有三个作用：

1) 实际装置各参数值的优化都必须在一定范围内进行，超过这个范围得到的优化值是毫无意义的。所以优化计算必须要加一定的约束。

2) 当参数可变化范围增大时，可能出现多个极值，寻优过程在不为最值的某一极值处停止。数学模型的准确性都是在一定范围内有效的，如超出适用范围，模型的精确度就要降低。因此在优化计算时，有时还需要人为地定一些约束条件，以使优化计算更有效地搜索到实际的最佳点，这类约束条件的选择就要有相当的经验。

对于第 1)类约束条件，它的存在会使得计算时间变大、迭代次序增加。而第 2)类约束条件则是有利的。

## 7.2 制冷装置的优化方法

### 7.2.1 概述

本书所讨论的优化方法，主要是在制冷装置动态仿真基础上如何进行优化，但并不能否认，已经得到广泛应用的静态优化方法仍然有其合理之处，而且新发展的一些静态优化方法，已比原来的方法有了较大的改进。

以前没法对实际装置的动态过程进行准确的描述，因此在设计过程的优化中，主要考虑稳态工况。在实际装置的工作过程中，存在一个有代表性的工况点，装置在较大部分工作中，运行于该工作状况点的附近。如果近似考虑，则可以认为装置在这主要的工作时间内就运行于这个静态点。因此如何使系统在这个静止的工作点中运行时，达到最优，即对装置进行最佳匹配，成为传统优化的目标。

静态特性曲线是一种工程上已在应用的匹配方法。其基本方法是：通过试验或热力计算，画出制冷机组中各部件（压缩机、冷凝器、热力膨胀阀、蒸发器等）的静态特性曲线，当两个制冷机组部件一起工作时，其工作点必然落在该两部件的静态特性的交点上。通过选择不同的部件参数，可以使静态特性的交点发生改变，使最后得到的交点处于一种比较高的效率点上。

静态特性曲线对于两部件的静态匹配较有实效，已经有了较长的应用历史，但是如果考虑更多的部件可变，则该方法就很难应用。从长远来讲，建立在动态仿真基础上的优化是发展方向。

### 7.2.2 建立在动态仿真基础上的制冷装置优化对优化方法的要求

寻求目标函数  $f(x)$  的无约束极值点的方法，可以分为间接法和直接法两种。

#### (1) 间接法(也称解析法)

通过求  $\nabla f(x)$ ，求出驻点，再根据充分条件或者问题的物理意义进行判别，间接地求出函数极值点。但是一般说来，方程组  $\nabla f(x)$

是非线性的，求解相当困难，很难实现。对于目标函数 $f(x)$ 比较复杂，甚至无明确的数学表达式的情况下，很难求出或求不出 $\nabla f(x)$ ，此时就不太好使用此法。

## (2) 直接法

直接法又可分为消去法和逼近法两类。

1) 消去法也称收缩法，基本思想是逐步缩小极值点的存在范围，直至满足精度为止。消去法主要用于单变量函数，但也常常作为一些多变量函数寻优的基础。

2) 逼近法是利用目标函数在一些已知点的性态，找出使目标函数值下降的方向，并沿此方向到达下一点，再在该点继续寻找目标函数的下降方向……，这样得到一系列点，逐步逼近目标函数的极小值。这种方法类似于瞎子下坡，也称为下坡法。

制冷装置的优化计算应对上述方法进行分析，加以选择。一般说来，由于间接法利用了函数的梯度向量，故寻优速度较快。但前已述，此法的应用有一定的限制，如果以功耗最小为目标，虽然有许多用差分代替微分，近似采用解析法的优化方法，但对于实际优化对象来说，未必能收到好的效果。下面来分析其原因。

假定某个参数 $x$ 的增加，使压缩机的开机时间增加，而功率略有下降，打冷到同样时刻的功耗增加。这时功耗对 $x$ 的偏导数是正值。但在仿真时，如果 $x$ 的变化很小，开机时间的变化小于计算时间步长，很可能使数值仿真得到的开机时间不变。这样由于功率变小，使得功耗对 $x$ 的偏导数为负值，同实际情况相反。如果要用差分代替微分，则必须减小仿真计算时间步长，这足以抵消间接法优化方法的好处，而且还必须使差分的步长取得较大，以至在极值点附近收敛很慢，通过以上分析，说明建立在制冷装置动态数值仿真基础上的优化计算，用间接法是要很慎重的。

### 7.2.3 多维寻优方法的选择

在直接法优化方法中，坐标轮换法最简易。但是坐标轮换法的效能，很大程度上取决于目标函数的性质。当目标函数的等值

线为圆形或长短轴都平行于坐标轴的椭圆形时，这种方法很有效，两次迭代即可达到极值点。但当目标函数的等值线类似狭长的椭圆，长短轴又是倾斜时，用坐标轮换法必须多次迭代才能曲折地达到最优点。此时，方法的效能很低。

另一种较为简单的方法是模式搜索法。其搜索移动可分成二类：一类是探测有利的(下降)方向，称为探测性移动；另一类是按一定的模式，朝着有利的方向加速前进，称为模式性移动。两类移动交替进行。模式搜索法的应用范围很广，对变量的极值问题分析是较有效的，程序也较方便，算法收敛速度同步长选择有较大的关系。

步长加速法在寻优开始阶段应用，可获得较快的逼近速度，但在后期搜索中的收敛速度不是最理想。

Powell 方法是目前多变量寻优直接法中最有效的方法之一。在逐次产生方向组  $S_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) 中，为了避免  $n$  个搜索方向的相关性，在每次求得共轭方向  $S_{n+1}$  后，若不等式

$$f_3 < f_1 \quad \text{与} \quad (f_1 - 2f_2 + f_3)(f_1 - f_2 - \Delta m)^2 < 0.5\Delta m(f_1 - f_3)^2$$

式中  $f_1$  —— 初始点  $X_0$  的函数值；

$f_2$  —— 沿  $S_n$  方向搜索点  $X_n$  的函数值；

$f_3$  —— 沿共轭方向  $S_{n+1}$  上反射点  $X_{n+1}$  ( $=2X_n - X_0$ ) 的函数值；

$\Delta m$  ——  $S_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) 方向搜索中最大的函数值差。

同时成立，则用  $S_{n+1}$  代替  $S_m$  方向，否则仍用原方向组进行迭代求解。

无约束极小化的收敛准则为

$$\|X(k) - X(k-1)\| \leq \varepsilon$$

#### 7.2.4 一维优化方法的选择

在多维寻优过程中，每一维的计算都要求快速有效。因此需要采用先进的一维优化方法。

二次插值法比较简单，被广泛用于一维寻优计算。它在最优

点附近收敛速度很快，其最大的限制是要求初始知道高-低-高三点。成功失败法虽然最后的收敛速度不是太高，但在最优点所在区间的寻找上却是有效的。把这两种方法结合在一起，先用成功失败法寻找高-低-高三点，然后用二次插值法找出最优解，可使寻优快速可靠。

### 7.2.5 约束条件的处理

对不同的约束类型，可以用不同的处理方法。通常对不等式约束，用内点法构造惩罚项，而对等式约束，用外点法构造惩罚项。对于一般同时有等式与不等式约束的优化问题，可以用混合惩罚函数法，其惩罚函数具体形式为

$$P(x,r) = f(x) + r \sum_{i=1}^n \frac{1}{g_i(x)} + \frac{1}{\sqrt{r}} \sum_{j=1}^p [h_j(x)]^2 \quad (7-1)$$

式中  $g_i(x)$  —— 不等式约束；

$h_j(x)$  —— 等式约束；

$r$  —— 惩罚因子，是一个递减的无穷正数数列。

若  $r=r^{(k)}$ ，极小化惩罚函数  $P(x, r^{(k)})$ ，则可求得相应的极值点  $X(r^{(k)})$ 。对于一序列惩罚因子  $\{r^{(k)}\}$ ，当  $k \rightarrow \infty$  时， $r^{(k)} \rightarrow 0$ ，在适当的条件下，求其相应的极小点  $X(r^{(k)})$ ，使

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \left\{ r^{(k)} \sum_{i=1}^n \frac{1}{g_i(x)} \right\} = 0 \quad (7-2)$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{\sqrt{r}} \sum_{j=1}^p [h_j(x)]^2 \right\} = 0 \quad (7-3)$$

于是 
$$\lim_{k \rightarrow \infty} P(x(r^{(k)})) = f(x) \quad (7-4)$$

当  $k$  充分大时， $x(r^{(k)})$  点可取为近似最优解。程序中的判断为

$$\left| \frac{P(x(r^{(k)})) - P(x(r^{(k-1)}))}{P(x(r^{(k-1)}))} \right| \leq \varepsilon \quad (7-5)$$

尽管混合惩罚函数法是一种比较成熟的方法，但在实际使用中仍有一些需要注意的地方。在式(7-1)中，必须保证  $1/g_i(x)$  为正，否则，不等式惩罚项所起的作用正好远离最优点，因此在每一维的寻优中，都必须检验不等式约束是否满足要求，也就是说，使用混合惩罚函数法时，不等式约束作用需要在程序中两次体现。在没用等式约束的情况下，完全有可能取消优化程序中惩罚函数循环收敛这一层次，借用无约束的多维优化方法，求解有不等式约束的问题，不等式约束的作用在一维寻优中体现。循环减少一个层次，计算时间可大大减少。

### 7.3 电冰箱优化计算

#### 7.3.1 优化目标

对于冰箱这样的家电，在性能可靠的前提下，要求制造成本低，使用费用即耗电量低，而且在激烈的市场竞争形势下，冰箱的性能优劣已成为至关重要的因素。由于制造成本的考虑，在初步设计方案的制订时就已定框架，所以在设计时，主要是尽可能提高性能，而耗电量指标则是性能比较的一个重要指标。

小型制冷装置工作过程，可分为初始打冷工况和常规开停工况，装置的绝大多数时间工作于开停工况(图 7-1)，所以选择此工作状况的耗电量最小为优化目标比较合理，这也符合家用冰箱的耗电量测试国家标准。

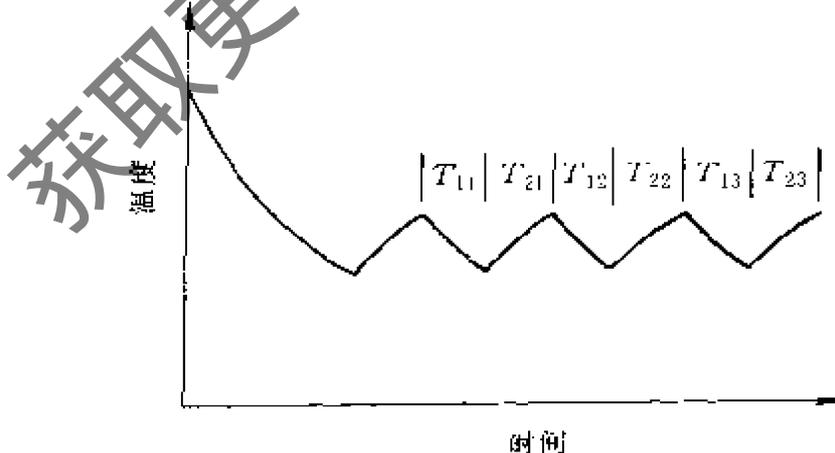


图 7-1 制冷装置工作过程

从理论上讲，当环境条件不变、系统工作完全稳定时，每一个周期的工作过程都应该相等，实际状况有些偏差，数值仿真是一定的步长进行的，每个周期都有些差异，因此不宜仅以一个周期的平均功耗最小，作为最后的优化目标，而适当多取几个周期。写成数学表达式为

$$f = \frac{1}{\sum_{i=1}^n (T_{1i} + T_{2i})} \sum_{i=1}^n \left[ \int_{T_{1i}} W dt \right] = \text{最小} \quad (7-6)$$

一般来说  $n$  取 3 或 4 就够了。

### 7.3.2 优化参数

对家用冰箱进行优化计算，可选择以下四个可连续变化参数作为优化参数：

1) 系统充注量 制冷剂充注量对系统的特性影响是很大的，但是对这些方面的研究则很不深入。由于它不仅影响蒸发、冷凝压力，还同停机损失密切相关，故把它作为一个重要的优化参数。

2) 冷凝管的长度 冷凝管的长度是连续可变的，而其管径、结构型式则是不可连续变化的。如果要对型式都要优化的话，可以采用这种方式：选定一种型式，优化计算得到结果后，再改变结构型式，优化得到另一结果。比较结果的优劣，就可以确定何种型式为好。对其他所有不连续变化的变量的优化，也同样采用这种方式。

3) 毛细管的管长 毛细管的管径则视为不连续变量。

4) 冷藏室蒸发器的传热面积或当肋化系数一定时的流道长度 由于工艺限制，冷冻室蒸发器是不能连续改变的，它只能取一定的面数。在优化时，此参数的优化是作为不连续变量处理的。对于压缩机，一般以功率为参数分档形成系列。对于使用者来说，其结构参数难以改变，能改变的只有型号和容量，而且种类有限。

箱壁结构参数尽管是非常重要的参数，但对于生产者来说，

也是不容易变的参数。它的选择可以通过改变尺寸，然后调用仿真程序检验效果来实现，即宜把它作为非连续变量处理。这样在计算上，可以把比较费时间的箱体反应系数，计算在仿真及优化计算的叠代过程之前完成，大大降低计算时间。

### 7.3.3 约束条件

在冰箱优化计算中选择的几个主要约束条件为：

- 1) 毛细管的长度应大于最小布置长度。
- 2) 冷藏室蒸发器应该小于最大可布置的面积。
- 3) 冷凝器的传热面积应小于最大可能布置面积。
- 4) 冷冻室空气温度应该达到国标要求。

### 7.3.4 优化方法

这是一个约束优化问题。在上面这些约束条件中，既有结构参数的约束、又有非结构参数的约束。如果把这些优化的约束条件同等对待，会使计算与收敛都很困难。因此把它们分别处理，把约束条件 4) 这类非结构参数的约束条件，通过修改仿真部分的程序，使其作用在仿真程序中体现出来。这样，在优化部分的约束中，都是清一色的结构参数，可以用相近的方法处理，带来许多方便之处。

由于上面的几个约束条件均为不等式约束，按照前面的论述，可以取消优化程序中惩罚函数循环收敛这一层次，借用无约束优化的计算方法，来解决此类有约束的优化问题，只要在一维寻优过程中，检验不等式约束条件是否满足，这样可使计算时间大大减少。采用这种方法时，计算函数离约束边界的靠近程度，是程序中经常处理的事务，边界计算的精度是否合适，程序能否在恰当的时候从边界计算返回来，是影响优化计算有效性的的重要因素。

多维无约束优化采用 POWELL 方法，计算过程见图 7-2。一维优化采用成功失败法寻找高-低-高三点，再用二次插值法找出最优解。



### 7.3.5 优化设计步骤

前面所述的冰箱优化计算，是在系统结构基本定下来的情况下，以耗电量最小作为优化目标的。实际设计过程中，光有这样一个过程是不够的。首先需要初定箱体结构与制冷系统，然后才能调用优化设计程序计算，以耗电量最小作为优化目标的最佳结构参数。由于在这个过程中，只能使部分的性能指标达到要求，另外还有许多要求无法全部体现。如在一个工况下优化的结果，在另一个工况下是否也能保证性能较好等，这些都需要通过对优化结果作进一步验证才能得知。所以实际设计过程中，还有一个反复对优化结果作进一步检验，修改参数并再一次调用优化设计程序，不断修改参数的过程，如图 7-3 所示。下面举两个应用仿真优化软件于家用冰箱的实例。

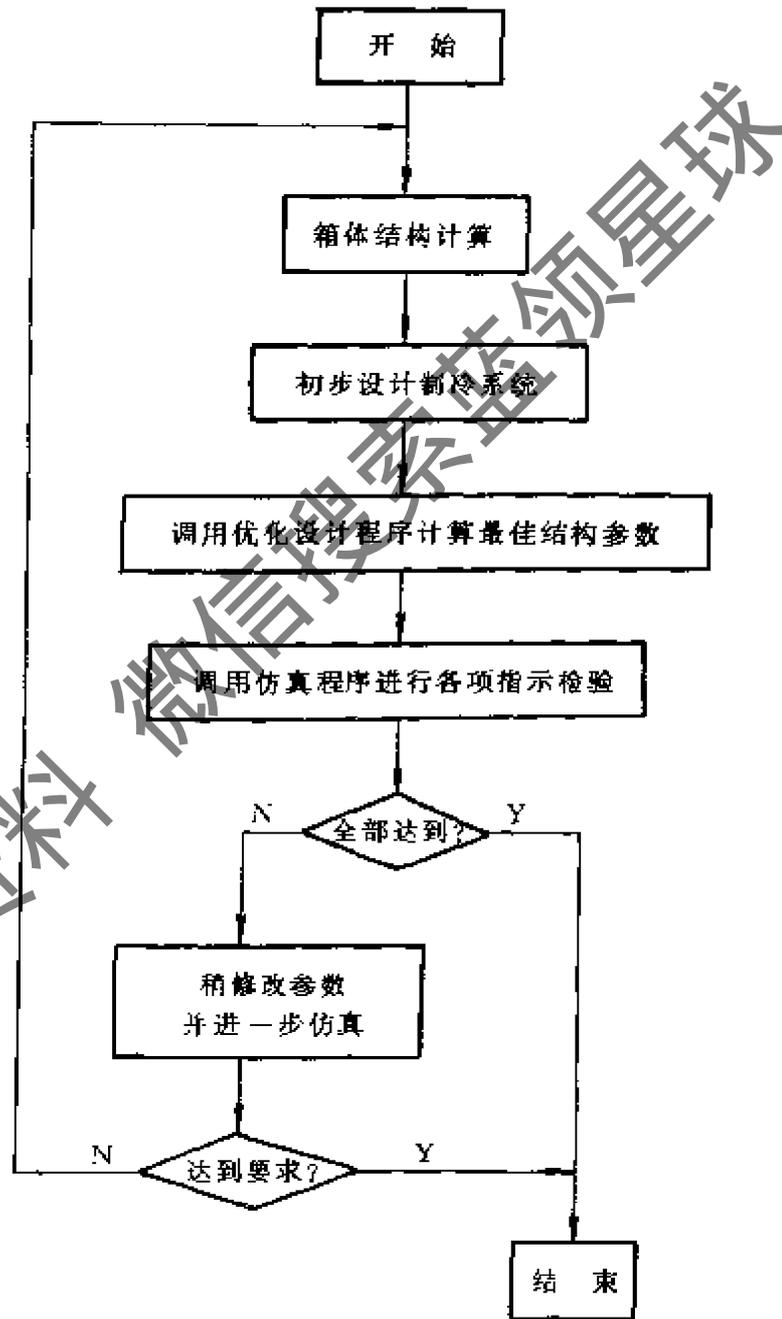


图 7-3 优化设计步骤

**例 1** 对某冰箱进行改进设计。该冰箱的各项性能指标都已比较先进，进行优化计算的目的是检验是否还存在较方便的改进方

案，因此允许改变的参数都是在制造中很容易做到的有限参数，具体为冷藏室蒸发器传热面积、毛细管长度、充注量可以变化，压缩机只有两种可以选择的型号。优化的目标是按国标测试的耗电量最小。

解 对上面的问题，实际上只要把参数整理代入优化程序即可。其中连续可变的优化参数有三个，即冷藏室蒸发器传热面积、毛细管长度、充注量。压缩机则是唯一的不可连续变化的优化参数。程序实现中是每次选一个压缩机参数，然后对三个连续参数进行优化，最后对两个优化结果进行比较，得到最后的优化结果见表 7-1。

表 7-1 主要优化结果比较

	压缩机	冷藏蒸发器 面积/cm <sup>2</sup>	毛细管长 度/mm	充注量 /g	耗电量 /(kWh/24h)
方案 I	1/8 HP	621	2.3	123	0.72
方案 II	1/6 HP	680	2.8	135	0.74

计算结果表明，采用方案 I，即采用 1/8HP 压缩机较好。

将优化计算程序用于新产品的开发，同老产品改进比较，需要另外加些辅助程序，如根据内容积确定外形尺寸等。但作为核心部分的优化计算程序同例 1。

例 2 设计 ST 型 BCD-188 单回路制冷系统直冷式冷藏冷冻箱，具体要求如下：

- 1) 电冰箱冷冻室的有效容积为 57L，冷藏室的有效容积为 133L。
- 2) 冷冻室的贮藏温度为四星级，冷藏室为 3℃。
- 3) 冰箱整机耗电量 < 0.95kW/24h。
- 4) 冷冻能力不小于 3.5kg/24h

- 5) 冷藏室的冷却速度要求小于 110 ~ 130min。
- 6) 负载温度回升时间大于 1000min。
- 7) 38℃环境条件下，冰箱工作时间系数小于 80%。

解 对这样一个设计例子，首先根据要求进行箱体结构设计。设计的一些基本限制，如压缩机室的大小，外形的宽度等，厂家已根据生产线的模具条件作出了限制。设计中需要做的是确定箱体各面的厚度，然后根据容积要求，确定箱体的高度与最后结构尺寸。从经济性考虑，箱体薄一些可以节省制造费用，因此我们首先选定一个较薄的尺寸，并确定箱体的具体结构。在初步设计制冷系统后，以耗电量最小为目标，调用优化程序进行计算。得到的最优结果是耗电量 1.0kW·h/24h，这个结果没有达到原设计要求，所对应的优化参数的值也就没有作用了。逐渐增加箱体厚度，重复上面的步骤，使得最后的耗电量达到设计要求，同时箱体也尽可能较薄。在某一个箱体结构尺寸下，得到耗电量为 0.90kW·h/24h 的优化结果，同时得到该耗电量情况下的制冷系统参数。耗电量指标已达到设计要求，这时就要调用仿真程序检验该结构下其他性能是否满足设计要求。经计算，在 38℃环境条件下，冰箱工作时间系数为 81%，其他性能满足要求。经过调整，增加 10g 的充注量，结果耗电量为 0.92kW·h/24h，38℃环境条件下的工作时间系数为 78%，其他指标仍满足要求。这样就得到了设计结果。如果经反复调整，仍有个别性能不能满足要求，那就需要进一步改变箱体结构，重复上面的过程，直到得到满意的结果。

## 7.4 汽车空调系统运行性能的优化计算

### 7.4.1 优化目标函数

面向汽车空调系统特性的优化计算，目的是提高系统的运行性能，使系统达到节材、节能运行的目的。空调系统平均运行COP能效比，是衡量空调系统运行特性的主要参数，因此将其作为汽车空调系统优化目标函数。

$$\min_{K \in R} f_1(X) = \frac{1}{\text{COP}} \quad (7-7)$$

### 7.4.2 设计变量与约束条件

汽车空调系统由多个部件组成，各部件的结构参数皆影响系统的动态特性。确定压缩机和节流部件的结构参数不变，将换热器(蒸发器、冷凝器)的结构参数作为优化设计变量。汽车空调系统中使用的换热器型式很多，管带式蒸发器与冷凝器是现在应用较为广泛的一种换热器型式。换热器结构参数影响流体(制冷剂侧和空气侧)传热特性，从而影响汽车空调系统动态特性。分别选择管带式冷凝器、蒸发器的长度，冷凝器和蒸发器空气侧肋片高度作为连续设计变量，则

$$X = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T = [L_c, L_e, B_c, B_e]^T \quad (7-8)$$

汽车空气系统优化需满足两方面的约束条件：由于受到安装空间的限制，冷凝器和蒸发器的迎风面积和体积均需满足空间约束条件；同时为了保证空调系统安全运行，系统运行参数也需满足运行要求。其约束条件分别为

$$g_1(X) = V_{c_{\max}} - V_c \geq 0 \quad (7-9)$$

$$g_2(X) = V_{e_{\max}} - V_e \geq 0 \quad (7-10)$$

$$g_3(X) = P_{c_{\max}} - P_c \geq 0 \quad (7-11)$$

$$g_4(X) = P_{e_{\max}} - P_e \geq 0 \quad (7-12)$$

$$g_5(X) = T_c - T_a > 0 \quad (7-13)$$

$$g_6(X) = T_a - T_e > 0 \quad (7-14)$$

### 7.4.3 优化算法

汽车空调系统优化是多维设计变量、多约束条件、非线性优化问题，并且约束条件皆为不等式约束，选择内点惩罚函数法将非线性约束优化转化为无约束优化问题。

$$P(X, r^{(k)}) = f(X) + r^{(k)} \sum_{i=1}^6 \frac{1}{g_i(X)} \quad (7-15)$$

式中  $P(X, r^{(k)})$  —— 障碍函数；

$r$  —— 惩罚因子(障碍因子)，为一严格单调递减且趋于零的无穷数列。

$$r^{(k)} = cr^{(k-1)} \quad (7-16)$$

递减率  $c = 0.01 \sim 0.1$ ，惩罚因子初值  $r^{(0)}$  由以下公式计算：

$$r^{(0)} = \frac{f(X^{(0)})}{c_j R(X^{(0)})} \quad (7-17)$$

式中  $c_j$  —— 比例系数， $c_j = 1$ 。

由于障碍函数中加入了约束条件，在可行域边界形成“围墙”，优化解必定在可行域内部。

优化目标函数与设计变量间没有明确的函数关系式，目标函数随设计变量的变化，通过系统仿真程序体现，对无约束优化  $P(X, r^{(k)})$ ，采用不求导数的直接搜索优化算法。常用的直接优化计算方法多种，本章采用改进的Powell方法进行优化计算。

Powell方法的基本思想为：把整个计算过程分为若干个阶段，每一阶段（一轮迭代）由 $n+1$ 次一维搜索构成，每一轮探索皆是从前一轮求得的最优点出发，并依次沿着已知的 $n$ 个有序的线性独立方向 $S_1^{(k)}, S_2^{(k)}, \dots, S_n^{(k)}$ 进行一维搜索，得到一个最好点，然后沿本阶段的初点与该最好点连线方向搜索，求得这一阶段的最好点，再用最后的搜索方向取代前 $n$ 个方向之一，开始下一阶段的迭代。一轮搜索可由任意一点出发，即取

$$X_0^{(1)} = X^{(0)} \quad (7-18)$$

方向可取为 $n$ 个坐标轴的方向，即

$$S_i^{(1)} = e_i = [0 \ \dots \ 0 \ 1 \ 0 \ \dots \ 0]^T \quad (7-19)$$

式中第 $i$ 个单位坐标方向取1，其余取为零。第一轮搜索亦可任意取 $n$ 个线性独立方向组成方向组。

Powell方法的优化计算步骤如下：

1) 给定初始点 $x^{(0)}$ ，线性无关的方向 $S_1^{(k)}, S_2^{(k)}, \dots, S_n^{(k)}$ ，允许误差 $\varepsilon > 0$ ，置 $k=1$ 。

2) 取前一轮迭代最后沿 $S_{n+1}^{(k-1)}$ 方向求得的最优点 $X^*$ ，然后由初始点 $X_0^{(k)}$ 出发，沿 $S_1^{(k)}$ 方向进行一维最优化搜索，使函数 $f(X_0^{(k)} + \alpha S_1^{(k)})$ 为最小，求得 $\alpha_1^{(k)}$ ，并令 $X_1^{(k)} = X_0^{(k)} + \alpha_1^{(k)} S_1^{(k)}$ 。再由 $X_1^{(k)}$ 出发，沿 $S_2^{(k)}$ 方向使 $f(X_1^{(k)} + \alpha_2 S_2^{(k)})$ 最小，求得 $\alpha_2^{(k)}$ ，并令 $X_2^{(k)} = X_1^{(k)} + \alpha_2^{(k)} S_2^{(k)}$ 。如此依次沿每个方向进行一维搜索，直至求得全部的 $\alpha_i^{(k)}$  ( $i=1, 2, \dots, n$ )。每次令 $X_i^{(k)} = X_{i-1}^{(k)} + \alpha_i^{(k)} S_i^{(k)}$ 。

3) 取共轭方向 $S_{n+1}^{(k)} = X_n^{(k)} - X_0^{(k)}$ ，计算反映点 $S_{n+1}^{(k)} =$

$$2X_n^{(k)} - X_0^{(k)}.$$

$$\text{令 } f_1 = f(X_0^{(k)}) \quad (7-20)$$

$$f_2 = f(X_n^{(k)}) \quad (7-21)$$

$$f_3 = f(X_{n+1}^{(k)}) = f(2X_n^{(k)} - X_0^{(k)}) \quad (7-22)$$

$$\text{其中 } X_0^{(k)} = X_{n+1}^{(k-1)} \quad (7-23)$$

$$X_n^{(k)} = S_{n-1}^{(k)} + \alpha_n^{(k)} S_n^{(k)} = X_0^{(k)} + \sum_{i=1}^n \alpha_i^{(k)} S_i^{(k)} \quad (7-24)$$

4) 计算第 $k$ 轮迭代各方向上目标函数的下降值  $f(X_{i-1}^{(k)}) - f(X_i^{(k)})$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ), 并找出其中的最大值  $\Delta_m^{(k)}$ , 即

$$\Delta_m^{(k)} = \max_{i=1,2,\dots,n} \left\{ X_{i-1}^{(k)} - X_i^{(k)} \right\} \quad (7-25)$$

$$\Delta_m^{(k)} \text{ 相应的方向 } S_m^{(k)} = X_{i-1}^{(k)} - X_i^{(k)} \quad (7-26)$$

$$5) \text{ 若 } f_2 < f_1 \quad (7-27)$$

$$\text{与 } (f_1 - 2f_2 + f_3)(f_1 - f_2 - \Delta_m^{(k)})^2 < 0.5\Delta_m^{(k)}(f_1 - f_3)^2 \quad (7-28)$$

同时成立, 则转入下一步, 否则在第 $k+1$ 轮迭代中仍用第 $k$ 轮迭代用的同一方向组, 即  $S_i^{(k+1)} = S_i^{(k)}$  ( $i=1, 2, \dots, n$ )。关于出事迭代点, 当  $f_2 < f_3$  时, 取第 $k+1$ 轮迭代的初始点  $X_0^{(k+1)} = X_n^{(k)}$ , 否则取  $X_0^{(k+1)} = X_{n+1}^{(k)}$ , 然后转回第1步。

6) 如果上一步中两个不等式同时得到满足, 则从  $X_n^{(k)}$  出发, 沿  $S_{n+1}^{(k)}$  方向进行一维最优化搜索, 求得  $\alpha^{(k)}$ , 得  $S_{n+1}^{(k)}$  方向的最优点为

$$X = X_n^{(k)} + \alpha^{(k)} S_{n+1}^{(k)} \quad (7-29)$$

取第 $k+1$ 轮迭代的方向组为

$$[S_1^{(k+1)}, S_2^{(k+1)}, \dots, S_n^{(k+1)}] = [S_1^{(k)}, S_2^{(k)}, \dots, S_{m-1}^{(k)}, S_{m+1}^{(k)}, \dots, S_n^{(k)}, S_{n+1}^{(k)}] \quad (7-30)$$

即在新方向中，去掉原方向组中具有最大下降值的方向  $S_m^{(k)}$ ，并且将方向  $S_{n+1}^{(k)}$  作为新方向组中第 $n$ 个方向，即取  $S_n^{(k+1)} = S_{n+1}^{(k)}$ ，初始点为  $X_0^{(k+1)} = X$ ，然后转回第1步继续运算。

7) 每轮迭代结束时，按收敛条件进行检验，若满足收敛条件，则迭代计算结束，否则进行下一轮迭代。收敛条件为

$$\|x_i^{(k)} - x_i^{(k-1)}\| \leq \varepsilon_1 \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (7-31)$$

$$\left[ \frac{f(x^{(k)}) - f(x^{(k-1)})}{f(x^{(k-1)})} \right] \leq \varepsilon_2 \quad (7-32)$$

计算流程图从略。

综合上述分析，利用系统动态仿真技术进行汽车空调系统各单目标优化计算的主要步骤如下：

1) 确定设计变量初始值  $X^{(0)}$ ，惩罚因子 $r$ 初值，收敛精度  $\varepsilon$ 。

2) 调用汽车空调系统动态仿真程序，分别计算空调系统动态特性参数和空调车室内空气参数以及约束函数。

3) 采用改进的Powell算法，求无约束优化函数  $P(X, r^{(k)})$  的最优解。

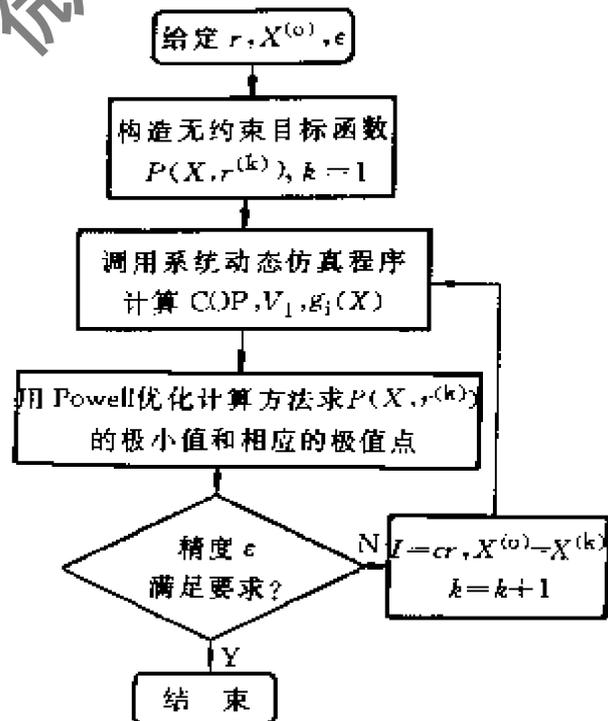


图7-4 汽车空调系统单目标优化计算流程图

4) 若满足收敛条件, 计算结束。否则将现在的极值点作为优化计算的初始点, 返回步骤1重新计算, 计算流程图见图7-4。

在利用系统仿真程序进行系统优化计算过程中, 会出现仿真程序陷于“死点”的情况, 即在优化子程序搜索的某一可行点, 仿真程序无法正常运行。为了解决这一问题, 在仿真程序中设置多个陷阱扑捉“死点”。当仿真程序出现“死点”时, 设置的陷阱使优化搜索尽快跳出“死点”, 继续进行优化搜索, 从而保证系统优化安全快速运行。

## 7.5 面向空调车室热舒适性的系统优化

汽车空调是舒适性空调, 以向车室内乘坐者提供舒适的内部环境作为最终目标。汽车空调系统运行特性, 对车室内的空气参数有很大影响, 而车室空气参数是人体热舒适性的主要影响因素, 因此车室内人体的热舒适性, 应该在汽车空调系统优化中得到体现。汽车空调系统的动态运行过程中, 车室内空气的初始降温速度与降温幅度, 是衡量非稳态工况下人体热舒适性的重要指标。本章提出了基于空调车室热微气候的优化目标函数: 空调车室空气初始降温速度 $v_i$ 和空气降温幅度 $T_L$ , 以空调车室空气初始降温速度 $v_i$ 和空气降温幅度 $T_L$ 作为优化设计目标, 其优化目标函数分别为:

$$\text{空气初始降温速度} \quad \min_{X \in R} f_2(X) = \frac{1}{v_i} \quad (7-33)$$

$$\text{空气降温幅度} \quad \min_{X \in R} f_3(X) = T_L \quad (7-34)$$

同样选取管带式蒸发器和冷凝器长度和空气侧肋片高度作为优化设计变量, 优化过程中亦需满足式(7-9)至式(7-14)的约束条件。采用上述优化方法对R134a汽车空调系统进行优化计算, 优化计算流程见图7-2, 优化结果见表7-2。

表7-2 单目标优化计算结果

优化目标	$L_c$ /mm	$L_e$ /mm	$B_c$ /mm	$B_e$ /mm	COP	$v_t$ /(°C/min.)	$T_l$ /°C
最佳能效比	8556	2180	18	20	2.21	4.55	20.3
降温速度	9580	2485	14	12	1.83	5.15	19.7
降温幅度	8638	2242	18	11	1.84	4.51	18.5

从优化计算结果可见，对不同的优化目标，部件结构参数和系统运行性能差别很大。单纯考虑空调系统运行特性时，优化结果显示系统动态性能，优于以车室热舒适性为优化目标函数的优化结果，同样，基于非稳态车室内人体热舒适性的优化计算结果说明，车室内空气的初始降温速度与降温幅度，皆好于仅以系统动态特性为优化目标的计算结果。这就证明了对不同的优化目标函数，系统部件结构参数互不兼容，并且优化结果显示车室内人体热舒适性的提高，是以降低汽车空调系统平均能效比COP作为代价。

由单目标优化计算可见，对不同的优化目标，冷凝器和蒸发器的结构参数相差很大，空调系统运行特性和车室内动态特性亦有很大的不同。对不同车型，汽车空调系统优化设计要求各不相同。当车用发动机功率较小时，为保证车的安全行使，汽车空调系统的平均能效比COP就显得非常重要，是空调系统优化设计的重要设计参数，对豪华型轿车，由于车用发动机功率很大，空调系统运行性能参数COP便不再是系统设计的主要参数，此时车室内空气动态特性成为系统优化设计的重要指标。这两种情况都可通过上述单目标优化，实现汽车空调系统的优化设计。

汽车空调系统的设计要求不是单一的，大多数情况下要求空调系统运行过程中，既使系统高效节能运行，同时车室内空气动态特性还得满足人体的热舒适性要求，这时上述单目标优化已不能满足设计要求，为了同时满足汽车空调系统设计的各种要求，需综合考虑各优化目标，进行系统的多目标优化计算。

## 7.6 汽车空调系统的多目标优化

考虑最一般情况，汽车空调系统设计需同时满足上述三个优化目标的设计要求。综合上述各单目标优化函数，系统的多目标优化函数为

$$f(X) = [f_1(X), f_2(X), f_3(X)] \quad (7-35)$$

在上述汽车空调系统的单目标优化计算中，已采用优化方法得到各单目标优化结果，设各单目标优化解为

$$\min_{X \in R} f_i(X) = f_i^*(X^i) \quad i=1,2,3 \quad (7-36)$$

式中  $X^i$  —— 相应的各单目标优化设计变量的最优值。

多目标优化方法是将各单目标优化函数综合成一个优化目标函数，然后利用单目标优化方法进行计算。处理多目标优化问题有多种方法，本章采用平方和加权法将多目标优化函数转化为单目标优化函数。

$$\min_{X \in R} f(X) = \sum_{i=1}^3 \lambda_i [f_i(X) - f_i^*(X)]^2 \quad \lambda_i \geq 0 \quad (7-37)$$

式中  $\lambda_i$  —— 各优化目标函数的权系数。

权系数的值表示对应的优化目标在优化设计中的重要程度，当权系数为1时，多目标优化便转化为对应的单目标优化。在具体的汽车空调系统优化设计过程中，可根据设计要求确定各单目标优化函数对应的权系数。在这里同样考虑一般情况，采用  $\alpha$  方法确定各权系数值。已知各单目标优化函数的最优值及相应的极值点为

$$\min_{X \in R} f_i(X) = f_i^*(X^i) \quad i=1,2,3$$

记  $f_i(X^j) = f_i^j \quad i, j=1,2,3 \quad (7-38)$

求解权系数转化为解形式为式(7-39)的线性规划问题。

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \alpha \\ \text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^3 \lambda_i f_i^j \leq \alpha \quad j=1,2,3 \\ \sum_{i=1}^3 \lambda_i = 1 \\ \lambda_i \geq 0 \quad i=1,2,3 \end{array} \right. \quad (7-39)$$

求解式(7-39)，得到最优解 $[\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \alpha]$ ，则 $[\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3]$ 便是所求的权系数。将权系数代入式(7-37)，便将多目标优化问题转化为单目标优化问题。利用单目标优化方法进行优化计算，计算步骤如下：

- 1) 分别进行各单目标优化计算。
- 2) 利用 $\alpha$ 方法确定各单目标函数的权系数 $\lambda_i$ 。
- 3) 利用平方和加权法，将多目标优化问题转化为单目标优化问题进行优化计算。

可以证明，利用上述多目标优化方法所得到的优化结果为多目标优化问题的有效解。系统多目标优化计算框图和优化结果分别见图7-5和表7-3。

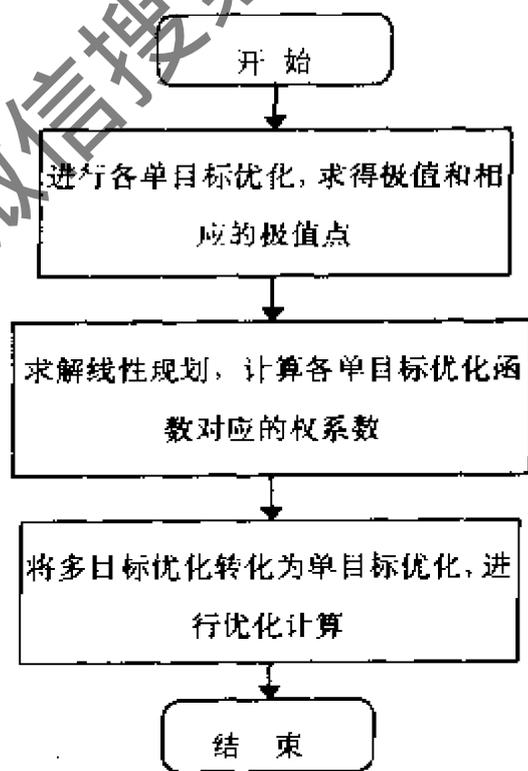


图 7-5 系统多目标优化计算框图

表7-3 汽车空调系统多目标优化结果

优化方法	$L_c$ /mm	$L_e$ /mm	$B_c$ /mm	$B_e$ /mm	COP	$v_t$ /( $^{\circ}\text{C}/\text{min.}$ )	$T_L$ / $^{\circ}\text{C}$
多目标优化	9620	2380	13	12	2.01	4.72	19.2

多目标优化结果（表7-3）与各单目标优化结果(表7-2)相比，空调系统平均能效比COP，比只以系统能效比作为优化目标的相应优化结果有所降低，但明显好于以人体热舒适性作为优化目标的相应优化结果，空调车室内人体热舒适性得到改善，车室内初始降温速度和降温幅度，皆优于仅以系统运行性能作为优化目标的优化结果，由此可见，多目标优化是汽车空调系统各种优化目标的综合。

各单优化目标函数在系统多目标优化中的作用程度，通过对应的权系数体现。在具体的系统设计过程中，可以根据设计要求调节各单优化目标函数对应的权系数，以满足系统优化设计的不同要求。因此，汽车空调系统的多目标优化，在具体的系统优化设计中具有更大的通用性。

需要指出的是，空调车室人体动态热舒适性参数初始降温速度和降温幅度，在一定的范围内才满足人体的热舒适性要求，需对此进行深入研究才能确定其范围，并在具体优化过程中加以约束。由于空调车室的热容量大，就现有的汽车空调系统制冷能力而言，将车室空气降温速度和降温幅度作为优化目标是合适的，随着以后对人体热舒适性研究的深入，可对此优化目标加以约束，使其在规定的范围内寻优，以更好地进行汽车空调系统的优化设计。

上述优化结果，分别给出了不同优化目标函数时的汽车空调系统换热器的结构匹配参数，当换热器结构参数变化时，空调系统动态特性和车室空气动态特性也将随之发生变化。本节只研究了冷凝器结构参数变化时，空调系统的运行性能和车室空气的动态特性，分别见图7-6和图7-7。

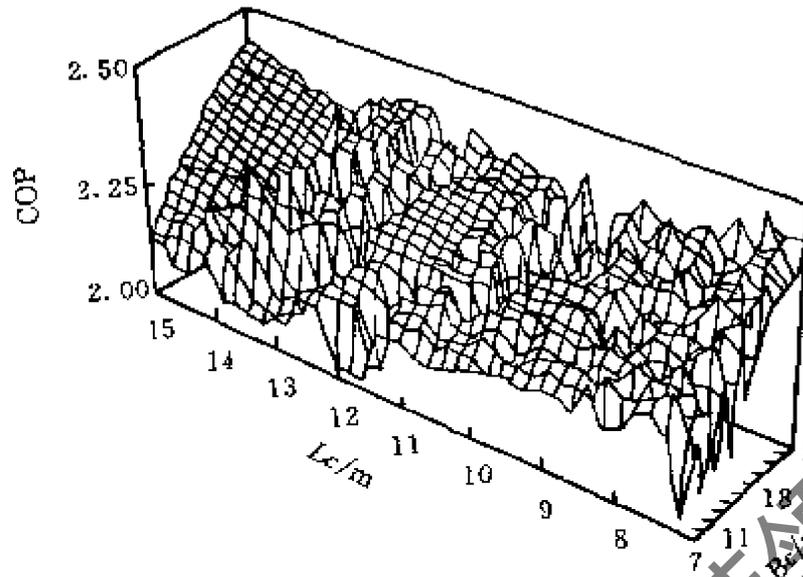


图7-6 汽车空调系统COP与冷凝器结构参数的关系曲面

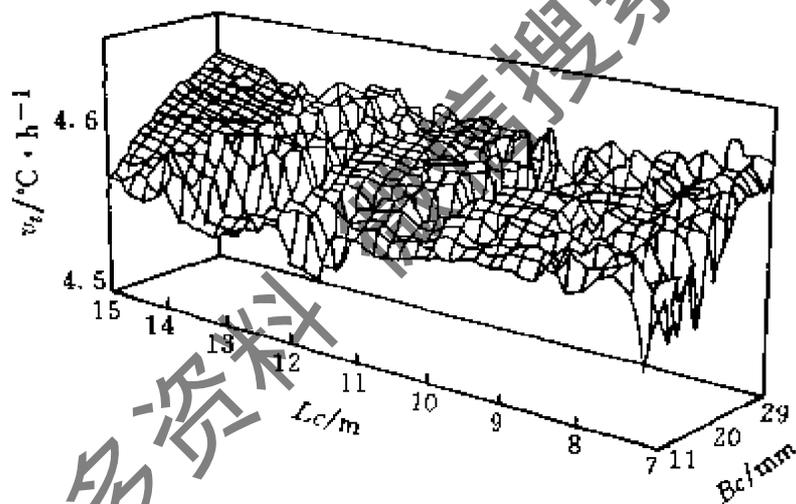


图7-7 车室空气降温速度 $v_t$ 与冷凝器结构参数的关系曲面

关系曲面说明了冷凝器结构参数对相应的特性参数的影响程度。由图可见，汽车空调系统运行性能和车室空气动态特性参数与冷凝器结构参数的关系，为一复杂的多极值函数。对多极值关系函数，采用本节的传统优化算法，容易陷于局部极值点，不一定能求得全局最优解。本章将在下一节中采用新型优化算法解决这一问题。

## 7.7 基于模拟退火算法的汽车空调系统混合离散变量优化

### 7.7.1 概述

汽车空调系统是由多个部件组成的复杂传热传质系统。上一节的系统换热器结构参数优化说明：换热器结构参数优化，可使系统运行性能和车室动态特性得到改善，但是改善程度有时不能满足系统设计的要求，因此需对空调系统所有部件进行结构参数优化。汽车空调系统部件结构参数既有连续型，也有离散型和整型，因此汽车空调系统的优化是混合离散变量优化问题。非连续变量极大地增加了优化问题的复杂性。利用模拟退火算法求解混合离散型优化问题，是一个崭新的课题。另外，上一节中部件结构参数影响分析已经指出，空调系统特性和车室动态特性与系统部件结构参数为一复杂的多极值函数关系，采用常规优化算法会使系统优化陷于局部极值点，无法求得系统的全局最优解。本章采用新型优化方法解决这两个问题，以实现汽车空调系统的最佳匹配。

常规优化算法是一种“贪心式”搜索方法。由于其算法固有的缺陷，最终的优化结果容易陷于局部最优值，不能保证解的全局最优性。研究者进行了新型优化方法的探索，基于神经网络理论的模拟退火算法，将优化方法与统计热力学中的热平衡问题相类比，通过模拟退火过程，寻求全局最优解。模拟退火算法(Simulated Annealing)是基于Monte-Carlo迭代求解法的一种全新的优化算法。与以往的优化算法相比，SA算法具有描述简单、使用灵活、运用广泛、运行效率高和较少受初始条件限制等特点，而且特别适合并行计算，因此具有很高的实用价值。

模拟退火算法最初用于大规模组合优化问题，近年来其应用范围拓展到所有的优化领域。林焰(1993)曾对船舶主尺度的优化计算采用了神经优化方法。Coranam 等(1987)对连续性非线性优化问

题分别用SA算法、Nelder - Mead单纯形算法，以及随机搜索算法进行了计算与测试。Lee和Wang(1992)成功地运用SA算法进行凸轮优化设计。但是将系统仿真技术与模拟退火算法相结合，进行系统混合离散变量优化的研究未见报道。

本节将模拟退火优化算法与系统动态仿真技术相结合，进行汽车空调系统的优化计算。建立不同优化设计变量可行域的搜索方法，利用模拟退火算法，求解系统的混合离散变量优化问题，并与常规优化算法进行比较。

### 7.7.2 模拟退火方法数学描述

模拟退火算法是最近发展起来的一种新型优化方法。本节先简要阐述其基本原理。模拟退火(简称SA)算法模拟固体物质的退火过程，这一基本思想由N.Metropolis于1953年提出，1982年Kirkpatrick等人意识到固体退火过程与优化问题之间存在的类似性，提出用SA算法进行优化计算。SA算法用于优化问题计算的基本原理，源于物理中固体物质的退火过程与一般优化问题的相似性。对固体物质进行退火处理时，先将固体加热熔化，固体能量随之增大，在冷却过程中，固体能量逐渐降低，退火过程速度足够慢，以保证系统在每一温度下都达到平衡状态。固体退火过程遵循封闭系统自由能减少定律：当自由能达到最小值时，系统达到平衡态。对优化问题，寻找解空间的最优点就是求解目标函数的极值问题，解空间的每一点都代表一个解。由此可见，退火过程与求解优化问题相类似。SA算法将优化问题与统计热力学中的热平衡问题相类比，开辟了优化计算的新方法。通过SA优化算法，可求得优化问题的全局最优解。

设  $X = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$  为所有可能解的组合构成的集合， $F(X)$  为非负目标函数，则优化问题可表示为

$$F(X) = \min F(X_i) \quad X_i \in X \quad (7-40)$$

模拟退火方法，把解空间的每个点  $X_i$  看作某一物质体系的微观状态，将  $F(X_i)$  看成这一物质体系在状态  $X_i$  下的内能，用控制参数  $T$  类比温度，让  $T$  从足够高的值慢慢下降。对每个  $T$ ，用Metropolis抽样法模拟该体系在此温度下的热平衡状态，即对当前状态  $X$  作随机扰动产生一个新状态  $X'$ ，计算增量：

$$\Delta F = F(X') - F(X_i) \quad (7-41)$$

并以概率  $\exp(-\frac{\Delta F}{KT})$  接受  $X'$  作为新的当前状态。当这一随机振动重复次数足够多时，状态  $X_i$  作为当前状态的概率，将服从Boltzman分布，即

$$f = Z(T) \exp(-\frac{F(X_i)}{KT}) \quad (7-42)$$

其中 
$$Z(T) = \frac{1}{\sum_i \exp(-\frac{F(X_i)}{KT})} \quad (7-43)$$

式中  $K$ —— Boltzman常数。

若  $T$  足够慢，当  $T \rightarrow 0$  时，由上式可见，当前状态将具有最小  $F(X_i)$  状态。

模拟退火算法由三部分组成：生成函数(generating function)、容忍函数(acceptance function)、冷却速度或退火率。本章采用快速模拟退火算法，其生成函数为柯西型生成函数：

$$\dot{G}_c(X) = \frac{T(t)}{[T^2(t) + X^2]^{(d+1)/2}} \quad (7-44)$$

退火率 
$$T(t) / T_0 \propto 1/t \quad (7-45)$$

式中  $d$ —— 维数；  
 $T_0$ —— 初始温度。

模拟退火优化算法的实现，包括模拟退火和Metropolis抽样算法。计算过程为：从一个随机的状态出发，依据生成概率在每一步产生一个新的状态，如果这个新状态的能量(即目标函数)比原来的状态低，则令它为系统的新状态；如果它比原状态的能量高，则它成为新状态的概率由容忍函数确定。若系统不进入新状态，则保持原状态，生成函数和容忍函数皆按照规定的方式变化。

### 7.7.3 空调系统混合离散设计变量的可行域搜索

汽车空调系统是由多个部件组成的复杂传热传质系统。部件结构参数既有连续型，也有整型和离散型，因此系统优化设计变量是连续型、离散型和整型变量的组合

$$X = [X^c, X^i, X^d] \quad (7-46)$$

构成了混合离散变量优化问题。SA在不同类型设计变量优化问题中应用的根本差别，是设计变量区域搜索的方式。对组合优化问题，其区域搜索为在可行域内从一点到另一点，而没有两点之间的解。对连续型变量优化问题，区域搜索类似于带有偏差的无序移动，即区域搜索包括移动方向的选择和新的可行点与当前点之差的步长大小的确定。

在汽车空调系统混合离散变量优化过程中，对各种类型的设计变量的区域搜索作如下描述：

1) 整型设计变量 区域搜索为从一个整型值到另一个整型值随机步长大小的变化。

$$x'_i = x_i + \text{INT} [2(\text{RN} - 1)\text{IST}_i] \quad (7-47)$$

式中 RN——随机数；

IST<sub>i</sub> ——整型变量变化步长。

2) 离散型设计变量 区域搜索为从一预置的离散值到另一离散值，如果  $x_i = d_i$ ，则

$$x'_i = d \left\{ l + \text{INT} \left[ 2(\text{RN} - 1) \text{DST}_i \right] \right\} \quad (7-48)$$

式中  $\text{DST}_i$  —— 离散型设计变量的变化步长。

3) 连续型设计变量。区域搜索为设计变量的随机变化。

$$x'_i = x_i + (2\text{RN} - 1) \text{CST}_i \quad (7-49)$$

式中  $\text{CST}_i$  —— 连续型设计变量的变化步长。

对汽车空调系统混合离散(变量优化的多设计变量优化问题, 其区域搜索可通过两种方式实现: 每次只改变一个设计变量(正交移动)或同时改变所有设计变量(复合移动)。对不同类型的问题, 以上两种方法对计算效率有不同的影响。对约束优化问题, 第二种方法的移动距离比第一种方式大, 但是有可能导致在不可行域的移动, 若当前解接近约束边界或接近全局最优解, 当SA算法接近最终结果时, 对每一次迭代需要更多的计算时间。在优化的初始阶段, 复合移动方法趋于最优解的速度, 大于第一种邻域移动方法, 这是由于复合移动方法的步长大于第一种方法。对同一类约束优化问题, 正交移动方法达到收敛的时间, 小于复合移动优化方法, 而在求解质量上没有明显的差别。对无约束优化问题, 计算实验表明, 复合移动方法的收敛速度比正交移动方法快, 所以, 正交移动方法适用于约束优化问题, 而复合移动方法用于无约束优化问题。

#### 7.7.4 汽车空调系统SA优化数学模型

汽车空调系统由冷凝器、蒸发器、压缩机、节流装置等部件组成。部件结构参数既有连续型, 也有整型和离散型。选取换热器(蒸发器、冷凝器)的管内换热面积为连续型设计变量, 换热器空气侧肋片高度为整型设计变量, 压缩机排气量和热力膨胀阀制冷容量为离散型设计变量。则系统设计变量为

$$X = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6]^T = [A_c^C, A_e^C, B_c^I, B_e^I, V^D, RT^D]^T \quad (7-50)$$

同样，对空调系统先分别进行以式(6-28)、式(6-54)和式(6-55)为优化目标函数的优化，然后综合各优化目标函数，进行多目标优化，并且根据空调系统具体设计要求，增加车室内空气动态特性优化目标函数的权系数，多目标优化函数形式同式(7-37)。

汽车空调系统混合离散优化中，除了换热器结构参数要满足式(7-11)至式(7-16)的约束外，为使汽车安全正常运行，压缩机功耗需小于规定值。

$$W \leq W_{\max} \quad (7-51)$$

式(7-11)至式(7-16)与式(2-51)结合，构成空调系统混合离散变量优化的约束条件。

在汽车空调系统的SA优化过程中，有两种约束条件的处理方法：第一种方法是将可行域限定在约束条件允许的范围内；第二种方法是允许可行域超出约束范围，而用适当的罚函数为代价。第一种方法称为变量限制法，第二种方法称为罚函数法。在变量限制法中，第一次邻域移动是随机产生的，然后检验解是否在约束范围内。如果解符合约束，则解是可行的，否则其邻域移动作废，并进行新的区域搜索与检验。因此，这种方法有一部分邻域搜索无用，增加了计算时间，而在惩罚函数法中，所有邻域移动皆可用，移动是否被接受，依赖于目标函数值的大小。违反约束条件的移动，通过其罚函数值的大小被排斥，邻域移动违反约束越大，其移动被排斥的可能性也越大。这种惩罚函数方法使得邻域移动简单而且形成光滑拓扑结构。但是，坏的惩罚函数会导致错误的最终解，甚至使得SA算法无法收敛。对一个特定问题需要经验和计算实验确定合适的惩罚函数。对汽车空调系统优化问题，不仅要满足结构参数的限制，还要满足运行参数的要求，因此，本章采用对结构参数约束条件，采用变量限制法，而对系统运行参数约束条件，采用惩罚函数法的约束条件处理方法。

汽车空调系统SA优化过程中，控制参数 $T$ 调节设计变量的变化步长，当 $T$ 衰减到很小时，变化步长随之减小，会使解无法跳出局

部最优的“陷阱”。为此采用回火退火算法，即在退火过程中提高控制参数 $T$ (回火)，然后再继续退火。这种方法有两方面的优越性：第一， $T$ 值增大，接受概率 $\exp(-\Delta F/T)$ 增加，有利于跳出局部最优的“陷阱”，同时设计变量步长增大，可以越过局部最小区域；第二，减少计算时间，提高算法效率。

综上所述，汽车空调系统混合离散变量的SA优化计算步骤如下：

1) 任选一初始状态 $X_0$ ，设初始最优解为 $X = X_0$ ，调用系统仿真程序计算 $F(X_0)$ 。

2) 在规定区间中取随机数，根据生成函数计算设计变量步长 $\Delta X_i$ 与设计变量 $X_i$ 。

3) 若设计变量满足结构参数约束条件，继续进行，否则回到步骤2)重新计算。

4) 调用系统仿真程序计算 $F(X_i)$ ，若 $F(X_i) - F(X_0) < 0$ ，则接受 $X_i$ 点为新状态点， $X_0 = X_i$ ， $F(X_0) = F(X_i)$ ，转步骤6。

5) 若 $F(X_i) - F(X_0) > 0$ ，由容忍函数判断是否接受新状态，若容忍函数容忍 $\Delta X_i$ 的增加，则接受新状态点， $X_0 = X_i$ ， $F(X_0) = F(X_i)$ ，转步骤6)。

6) 若容忍函数不接受 $\Delta X_i$ 的增加，则保持原来的状态点和目标函数值不变。

7) 根据规定的退火率降温，若温度高于设定的阈值温度，转第二步；若温度低于阈值温度，且优化结果 $F(X) <$ 设定值，则当前状态点为最优解 $X$ ，计算结束；否则将优化结果作为新的初始最优解，重新设定温度 $T$ 值，返回步骤2)，继续计算。系统优化流程图见图7-8，表7-4表示空调系统最终优化结果。

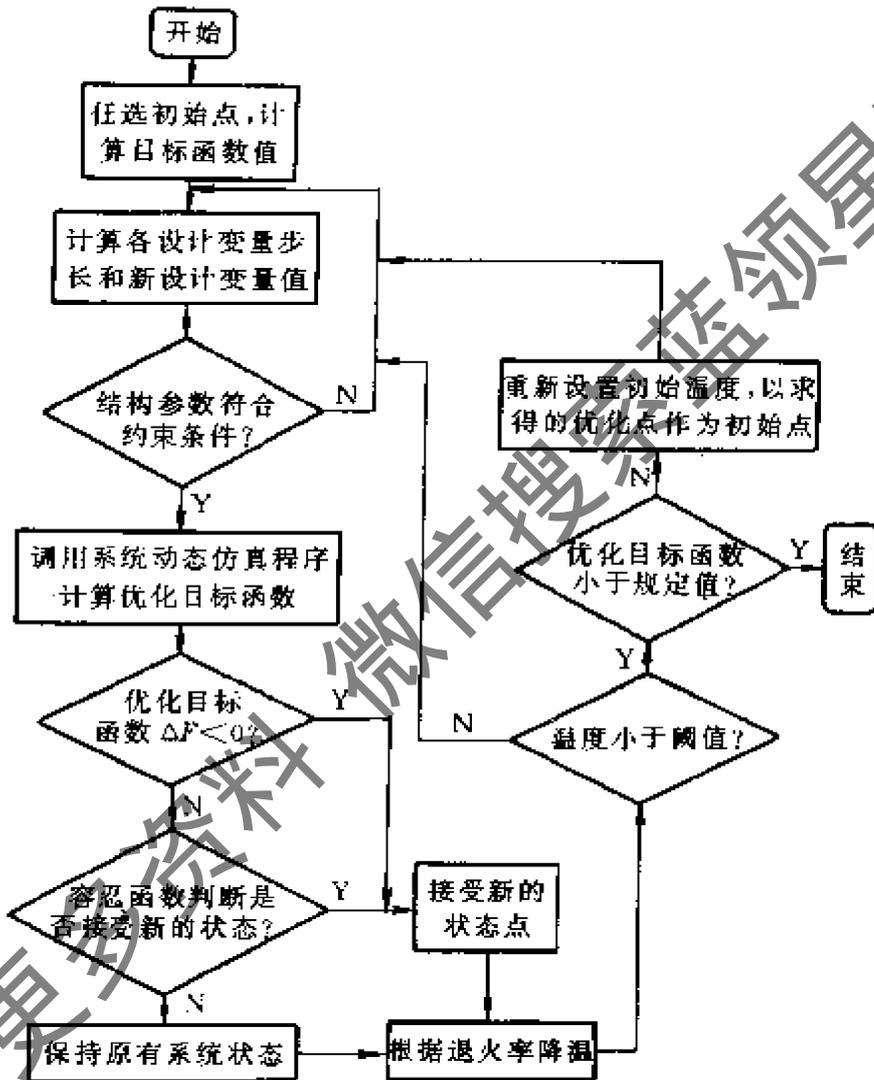


图7-8 系统混合离散优化计算流程图

表7-4 汽车空调系统混合离散优化结果

优化方法	$A_c$ /m <sup>2</sup>	$A_e$ /m <sup>2</sup>	$B_c$ /mm	$B_e$ /mm	压缩机排气量 /(cm <sup>3</sup> /r)	膨胀阀容量 RT	COP	降温速度 $v_t$ /(°C/min)	$T_L$ /°C
SA方法	5.11	3.61	20	21	138	2	1.91	5.11	18.8

### 7.8.5 实验验证与结果分析

为了验证汽车空调系统混合离散变量的优化结果，在汽车空调环境模拟实验室中，对上述结构参数的汽车空调系统进行了实验。实验环境工况与计算环境工况相同，日照辐射强度为 $550\text{W}/\text{m}^2$ ，环境温度 $39^\circ\text{C}$ ，相对湿度50%，车室内空气初始温度 $50^\circ\text{C}$ 。表7-5表示采用SA方法优化的部件结构参数构成的汽车空调系统运行性能和车室空气动态特性的实验结果。

表7-5 汽车空调系统实验结果

$A_c$ / $\text{m}^2$	$A_e$ / $\text{m}^2$	$B_c$ / $\text{mm}$	$B_e$ / $\text{mm}$	压缩机排 气量 $v_c$ /( $\text{cm}^3/\text{r}$ )	膨胀阀 容量 RT	COP	降温速度 /( $^\circ\text{C}/\text{min}$ ) ( $50\sim 30^\circ\text{C}$ 时间)	$T_L$ / $^\circ\text{C}$
5.11	3.61	20	21	138	2	1.81	5.01	18.4

汽车空调系统的优化结果与相同环境参数条件下空调系统实验结果相比，系统运行性能参数和空调车室空气动态特性参数基本吻合，说明SA方法的可行性和可靠性。采用系统混合离散变量的SA优化方法能很好地实现汽车空调系统的优化设计。

为了比较SA算法与常规优化方法的特点，并与上一节的常规优化结果相比较，固定压缩机和热力膨胀阀的结构参数不变，将换热器的结构参数作为设计变量，进行汽车空调系统的SA优化计算。表7-6表示以系统COP为优化目标函数时采用常规优化方法(内点罚函数法)和SA优化方法的优化计算结果。

表7-6 优化结果比较

优化方法	$L_c$ / $\text{mm}$	$l_e$ / $\text{mm}$	$B_c$ / $\text{mm}$	$B_e$ / $\text{mm}$	COP
常规优化方法	8556	2180	18	20	2.21
SA优化方法	8724	2134	23	24	2.37

两种优化算法可从两个方面进行比较：优化计算时间，系统优化结果是否达到全局最优点。对于优化算法与系统动态仿真相结合的优化计算问题，每次优化搜索都要调用仿真程序，整个优化计算过程需要大量的计算时间，因此优化计算时间反映了一种优化方法的计算效率。常规优化算法要进行多次搜索才得到优化结果，所需时间很长，而SA优化方法由于本身算法的特点，搜索次数相对减少很多便可搜索出全局最优点。由此可见，在优化速度方面，SA优化方法优于常规优化计算方法。

SA优化方法与常规优化计算的主要区别在于：常规优化方法在每次搜索后便计算目标函数值，以目标函数值是否减小确定下次搜索方向，并通过各种方法改进搜索次数，加速收敛。但这种使能量减小的“贪心”式搜索算法，经常导致局部最优解，而不是全局最优解。而且当目标函数有多个极小值时，常规优化计算结果取决于优化初始点的选择。如图7-9所示，只有当搜索初始变量在 $[b, c]$ 区间范围内时，才能找到全局最优解。对于汽车空调系统优化问题，目标函数为多维空间的复杂函数，在优化过程中凭经验选择初始搜索点，不能保证求得全局最优解。而SA优化算法的搜索方向与初始点的选择是随机的，在使优化目标函数减小的总趋势过程中，允许搜索向目标函数增加的方向走。这样，当搜索至某一局部最小点时，通过随机扰动，使搜索跳出局部最小点，最终求得全局最小点(图7-10)。由此可见，常规优化方法的搜索方式简单且是非智能式的，而SA优化算法是智能式的。两种优化方法的计算结果也证明了这一点。

利用基于神经网络理论的模拟退火算法进行汽车空调系统的优化设计，将新型优化方法引入汽车空调系统研究领域，为汽车空调系统的优化设计提供了新的研究方法。

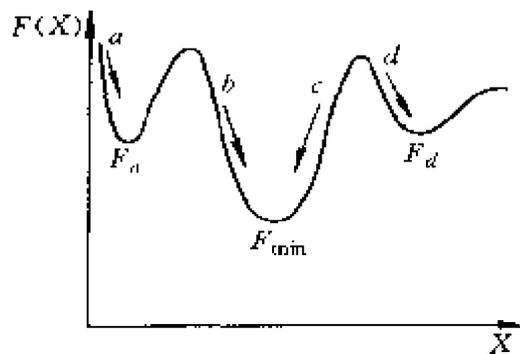


图7-9 常规优化计算方法

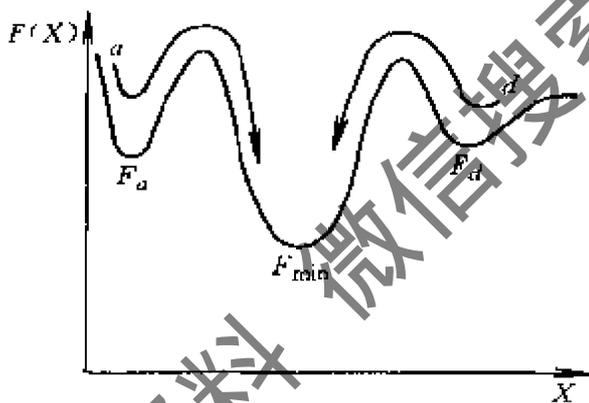


图7-10 SA优化方法

## 7.8 制冷装置计算机辅助设计入门

### 7.8.1 计算机辅助设计的基本概念

计算机辅助设计(Computer Aided Design)——CAD技术是近年来得到迅速发展的科技新领域。从广义讲,计算机辅助设计的概念包含了计算机在工程设计,产品设计等所有领域中的应用。设计包含有分析、计算、绘图等。实际上计算机问世不久,即在设计中用于计算和分析。而计算机绘图则经历了一段较长的探索过程。计算机辅助设计——CAD的概念,是伴随计算机绘图技术的发展才产生,并为广泛熟悉。1962年,美国麻省理工学院首先

实现了把屏幕显示和光笔技术，应用于计算机图形输入/输出和命令指点，为实现人机协同工作打下基础。1963年春，在美国计算机大会上，他们发表了有关计算机辅助设计的五篇论文，首先提出了计算机辅助设计——CAD的概念，震动了工程技术界。这些研究现在看来似乎很粗糙，但当时却是划时代的。现在的CAD技术是计算机在工程设计方面的综合应用技术。它充分体现了计算机硬件和软件的最新成就，特别是计算机图形技术、数据库技术、智能模拟技术等重大成果，把工程设计所需要的设计理论、方法和数据和设计者的经验、智慧与计算机的强大功能有机地结合起来，从而成为强有力的工程设计工具。进入80年代，国外许多咨询公司和工程都开始普遍采用CAD技术，CAD技术已经成为衡量一个咨询公司或工程公司技术水平的重要标志和竞争投标的有力手段。一个CAD系统，一般应该包括有专业计算、分析、优化程序、数据库系统以及自动化绘图系统。计算机辅助绘图（Computer Aided Drawing）是CAD系统的一个很重要的组成部分，也是影响最大的部分。它可以是一个独立的应用系统，直接为工程设计服务，而且也常常被称为CAD系统。包括我国目前进口的许多CAD系统，实际上仅是计算机绘图系统，从高一级应用水平来看，这只是计算机辅助设计系统的一部分。在开发和应用CAD技术的初期，往往首先从解决计算机辅助绘图问题开始，即用计算机代替传统的手工画法绘制工程设计图样，但这仅是计算机辅助设计的第一阶段。在这基础上应再实现专业计算与专业绘图的连接，向设计全过程发展。

### 7.8.2 计算机辅助设计系统的组成及基本功能

一个完整的计算机辅助设计系统，是由一系列硬件系统和软件系统组成的。硬件系统是由计算机及外围设备构成，软件系统是针对不同的硬件系统而设置的操作、支撑和应用系统。

#### (1) 硬件环境

应该有带有高分辨率显示器的计算机主机、宽行打印机、数

数字化仪或图形扫描仪、绘图仪等。

## (2) 软件环境

计算机辅助设计系统，不仅需要完善的硬件设备，还要选配与硬件设备相适应的软件环境，主要包括：所选机型的系统软件，如操作系统，各种高级语言的编译程序以及其他有关系统软件；图形支撑软件，这实际上是计算机辅助设计中所需要的绘图系统。目前国内最常见的计算机辅助绘图软件为 AutoCAD。

计算机辅助设计系统应包括以下几个功能：

1) 计算功能。这是任何计算机系统中最基本功能。对于工程设计中的计算机辅助设计，实际上包含有设计、计算、绘图三个方面。其中任何一个内容均有大量的计算，因此对所选择的硬件设备，其主机应有足够的运算速度。

2) 存储功能。

3) 输入功能。除了一般利用键盘输入数据外，对于图形数据，尚需配备有图形输入设备，如数字化仪、图形扫描仪等。

4) 输出功能。计算机辅助设计系统，应能在显示屏幕上显示出设计过程的当前状态，并能反应出图形编辑过程(如增加、删除、修改等)的结果，如果已得出满意的设计并要求输出时，可以通过绘图仪、打印机等设备实现硬拷贝输出，以便长期保存。

### 7.8.3 制冷装置计算机辅助设计的内容

一个完整的制冷装置计算机辅助设计系统，应该包括从初步规划到最后图样输出的这样一个功能强大的系统。大致可以分为结构规划、系统初步分析计算、仿真与优化、自动图纸绘制这样四个部分。

#### (1) 结构规划

这是工程或产品设计的第一步，不是单纯的机械设计或制冷设计，而是以机械设计为主体，涉及到电子学、制冷、工艺学、材料学、美学等多学科的综合设计技术。如在冷库设计中，首先要考虑的是如何通过冷库整体设计的合理性，来保证提高冷库的

综合性能和技术指标，包括如何布置承重结构、围护结构，如何防潮，如何尽可能减少冷桥等。在家用冰箱设计中，是先根据市场的要求确定冰箱的大致规格，并初步确定结构。在这个过程中，要充分顾及到产品的美观，造价便宜，制冷系统与其他必要的配件容易布置等。

### (2) 系统初步分析计算

对于制冷设备，专业工程师们都积累了一套基本的设计计算方法。即便对于全新的装置，也可以按照基本的传热传质关系进行初步的设计计算。把原来所用的方法编成计算机程序，并没有太多的困难。这样做的好处是很明显的：首先计算机的高速度可以大大提高工作效率，减少计算时间；其次，通过把原来各人所用的方法，编成互相之间可以很方便地共同享用的程序，有利于方法的积累、交流与完善。通过初步的设计分析计算，可以大致确定装置的基本结构尺寸。如对于冷库，通过估计冷库的负荷，可以初步确定压缩机、蒸发器、冷凝器、分油器、高压贮液器等各种的尺寸及布置方式。对于家用冰箱来讲，通过热负荷的估算，可初定供最后选用的几种压缩机，确定可能的蒸发器的布置方式与尺寸，冷凝器的类型与尺寸等。

### (3) 仿真与优化

把原来所用的方法用计算机来实现，仅仅是计算机应用的最基本的方面。系统初步分析计算是装置设计中的一个重要环节，而不应该是最后的结果。装置的很多性能不能通过简单的计算得到。人们在制冷装置的设计中所常用的方法是静态集中参数的方法，而实际过程是一个动态分布参数的过程。用静态集中参数的方法，只能在一定程度上估算实际装置的性能，但却难以减少计算的误差，因此最后不得不依靠大量的实验来检验计算的效果，进一步改进系统，而这是很浪费时间与金钱的。如何借用计算机这个有效的计算工具，开发有效的、精确进行装置计算的动态仿

真与优化软件，这对于每个工程专业都是重要的研究领域，也成为各专业计算机辅助设计的难点与重点。通过系统的仿真与优化，可以检验初步设计的效果，同时可以改进系统，并最终确定方案。

#### (4) 自动图样绘制

根据计算结果，通过绘图软件自动绘制图样。由于基本绘图软件的成熟，降低了这一工作的难度。各个专门的领域通常根据自己的需要建立专门的图库，或对基本绘图软件作一定的改进，以提高自动绘图的速度。

获取更多资料 微信搜索蓝球

## 参考文献

- 1 联合编写组. 国外机械工业基本情况. 北京:机械工业出版社,1982
- 2 Чумаки Г, Коханский А И. динамические режимы работы холодильных установок из паров. Машиностроение. Москва, 1978(3)
- 3 Chen Zhi-jiu. Untersuchung des Dynamischen Verhaltens bei Krenzstromverdampfern Von Kaelteanlagen. Karlsruhe, Karlsruhe Universitaet (TH) . AV3/83.1983.6. Chen Zhi-jiu. Dynamic Characteristic of Crossflow Heat Transfer in Evaporator for Refrigeration. Shanghai. Building Services Conference. 1984 Refrigeration,1984.4
- 4 Eichelfeiger K. Das Dynanische Verhalten des Zwangsdurchlauferdampfers in Kaelte Maschinen(Dissertation). Karlsruhe Universitaet(TH), 1985.8
- 5 Heinrich G, Krug W. Modellierung Luft-und Kaelte technischer Prozesse, Berlin. Verlag Technik,1978
- 6 Isermann R, Tolle H. 25Jahr Institut Für. Regelungstechnik an der Technischen Hochschule Darmstadt. Darmstadt Universität, Regelungstechnik 31 Jahrgang,1983.Heft4
- 7 Isermann R, Gruhl W. D. Modeling and Control of a Refrigerant Evaporator. American Control Conference,1985
- 8 木通口金次郎. 1) Frequency Responses of Plate-Fin Coil Type Evaporator Outlet Temperature to Refrigerant Flow Rate Change. 冷凍, 昭和58年,58(672). 木通口金次郎. 2) Dynamic Simulation of a Suction Line Accumulator Used in the Refrigeration Cycles. 冷凍,昭和58年,58(673)
- 9 内出秀雄等. Dynamic Characteristics of Vapor Compression Refrigeration Equipment. 冷凍. 昭和45年,46(529)
- 10 松国文雄. Dynamic Characteristic of a Refrigerating Cycle. 冷凍. 昭和59年,59(676)
- 11 Stoecker W F. Stability of an Evaporator-Expansion Valve Control Loop. Trans. IV. 1966.3
- 12 Broersen P M T. Hunting of Evaporator Controlled by a Thermostatic Expansion Valve. ASHRAE. Trans, 1980,130
- 13 陈芝久, 蒋文强. 制冷蒸发器与热力膨胀阀回路稳定性研究. 上海交通大学学报, 1990.2
- 14 Hueller Z R. Matching of the Evaporator and Thermostatic Expansion

- Value by Using a Digital Computer. Proceeding of XIII.I.C.R. 1982,2:751~758
- 15 Chi J and Didion D. Simulation Model of the Transient Performance of a Heat Pump 22. July 1981 International Journal
  - 16 Yasuda H, Toufer S. Simulation Model of a Vapor Compression Refrigeration System. ASRAE Trans, 1993
  - 17 Macarthur J W. Transient Heat Pump Behaviour. A Theoretical Investigation. 2 Mars 1984
  - 18 Chi J, Didion D. A Simulation Model Of the Transient Performance of a Heat Pump. International Journal Refrigeration. 1982,5(2)
  - 19 Yasuda H et al. Simulation Model of a Vapor Compression Refrigeration System. ASHRAE Trans. 1993(2787)
  - 20 Macarthur J W. Transient Heatpump Behavior a Theoretical Investigation. International Journal Refrigeration 1984,7(2)
  - 21 Janssen. M. I. P. Kuijpers, de Wit. J. A. Theoretical and Experimental Investigation of a Dynamic Model for Small Refrigeration System. Proc. IIR Meeting at Purdue, West Lafayette, 1988, 245-257.
  - 22 Perry E I. Refrigeration System Optimization International Journal Refrigeration. 1987, 10:217-223
  - 23 Chen Zhi-Jiu, Lin Wei-han. Dynamic Simulation and Matching of a Small-scale Refrigeration System. International Journal Refrigeration. 1991.11,14
  - 24 陈芝久. 新学科“制冷系统热动力学”初探. 制冷学报. 1987,4(34)
  - 25 Siocker W F. A Generalized Program For steady-state System Simulation, ASHRAE Trans. US, 1971,77
  - 26 黄国强. 制冷空调系统仿真和优化的国际 DIALOG 联机检索报告. 1991.12
  - 27 吴宝志主编. 汽车空调. 北京: 宇航出版社, 1991
  - 28 Wright J A. The Optimised Design Design of HVAC Systems. [Ph.D thesis]. DAI 51/02B, 1986
  - 29 黄国强, 陈芝久. 汽车空调制冷系统的仿真和优化初探. 制冷学报. 1993,3:41~47
  - 30 陈芝久, 刘维华. HFC134 汽车空调系统动态仿真. 制冷学报. 1994, 3:1~5
  - 31 丁国良. 小型制冷装置动态仿真与优化研究. [博士学位论文]. 上海: 交通大学, 1993
  - 32 Dhar M, Soedel W. Transient Analysis of a Vapor Compression Refrigeration System, Proc. 15th IIR Conf. Commission B2, Venice, 1979
  - 33 Green R H, Vinnicombe G A et al. Refrigeration control With Varying

- Condensing Pressures, Proc. Int. Refrig. Conf., Energy Effic. New Refrig., Purdue Univ, US, 1992,2:14~17
- 34 Rajendran N, Pate M B. A Computer Model of the Start up Transient in a Vapor-compression Refrigeration System. IIR Meeting. Purdue University, 1990
- 35 Claudio Melo et al. Dynamic Behaviour of a Vapor Compression Refrigerator: a Theoretical and Experimental Analysis, IIR Meeting, Purdue University, USA, 1988
- 36 Colding L et al. Dynamic Model of Refrigeration Systems Using Air-cooled Condensers, Proc. 18th Int. Congr. Refrig, Montreal, Canada, 1991, 3:10~17
- 37 Pettersen J, Rekstad H. The Practical Performance of R134a in Moist Air Conditioning, Proc. 18th Int. Congr. Refrig, Montreal, Canada, 1991, 3: 10~17
- 38 Darrow J B, Lovatt S J, Cleland A C. Assessment of a Simple Mathematical Model for Predicting the Transient Behavior of a Refrigeration System Proc. 18th Int. Congr. Refrig., Montreal, Canada, 1991.8
- 39 Goran Wall, Optimization of Refrigeration Machinery, Int. J. Refrig., 1991,14
- 40 Green M A. Computer Design and Optimization of Cryogenic Refrigeration Systems, Cryogenics, 1979,19(2):81~85
- 41 Stoecker W F. Design of Thermal System, 2nd Edition. Newyork: McGraw-Hill, 1980
- 42 Auracher H. Die Thermo Dynamicsche Optimierung Eine Verdampfung-skaelt Anlag ein Kaskadenschaltung Mit Hilfe Von Energie Diagrammen, Kaltetechnik-Klimatisierung , 1970,22(9)
- 43 Maczek K et al. Some Aspects of the Optimization of Liquid Chilling System With Use of a Computer Applying the Moniecarlo Gradient Procedure, IIR-Comission B2, D3, Tokyo, 1974
- 44 Saraf G R. Optimization of Refrigeration System, Proc. of 15th IIR Congress, Venice, 1979
- 45 Brendeng E, Aflekt K. Economi Optimization of Refrigeration Plants, Int. J. Refrig., 1980,3(5):289~294
- 46 Cho C H, Norden N. Computer Optimization of Rfrigeration Systems in a Textile Plant: a Case History, Automatica, 1982,18(6):675~683
- 47 Ahrens F W. Heatpump Modeling Simulation and Design.1981 Wisconsin. U.S.A.
- 48 James R W. Refrigeration and Air Conditioning System (Modeling of Dynamical System) .1980

- 49 (朝鲜)Sung-Tai Kin 等. 小型全封闭压缩机的计算机模拟. 制冷技术. 1985,4
- 50 缪道平. 活塞式制冷压缩机. 北京: 机械工业出版社, 1991
- 52 (丹麦) Gyserg F, Stentoft H, Nissen. DANFOSS 使用实际气体参数的固定滑片回转压缩模拟模型. 制冷技术. 1986,5
- 51 陈芝久, 林伟汉, 杭玲. 小型制冷压缩机制冷剂流道的数学模型研究. 流体工程. 1988,3
- 53 福岛敏彦等. 空调用冷冻装置. 冷冻. Vol.52, No. 593
- 54 Downing R C. Refrigeration Equations. ASHRAE, 1994
- 55 吴业正. 往复式压缩机数学模型应用. 西安: 西安交通大学出版社, 1989
- 56 于兵, 阙雄才, 丁国良, 陈芝久. 电冰箱制冷系统稳态热力参数的一种新型仿真方法. 制冷学报. 1994,3:27
- 57 宋承龄, 王德章. 系统仿真. 北京: 国防工业出版社, 1989
- 58 沈幼庭, 何锦英. 热力系统及设备最优化. 北京: 机械工业出版社, 1988
- 59 李瑞阳. 制冷剂通过毛细管时热力学非平衡两相流的研究.[博士论文]. 上海: 上海机械学院, 1984.4
- 60 石家泰, 陈芝久, 朱寅生. 制冷空调的自动调节. 北京: 国防工业出版社, 1980
- 61 谈庆财. 活塞式压缩机测试技术. 北京: 机械工业出版社, 1981
- 62 Higuchi K and Haynamic M. Characteristics of Thermostatic Expansion Values, International Journal of Refrigeration. 1982,5(4)
- 63 Higuchi K. Frequency Responses of Plate-Fin Coil Type Evaporator Outlet Temperature to Refrigerant Flow Rate Change. 冷冻. Vol.58, NO.672
- 64 Stoecker W F. Dynamic Response of a Finned-coil Refrigerant Evaporator to Step Changes in Refrigerant Flow Rate, August 1971. Research Report.
- 65 于兵, 阙雄才, 丁国良, 陈芝久. 翅片管式蒸发器结霜特性模拟. 流体机械. 1995, 23
- 66 于兵, 阙雄才, 丁国良, 陈芝久. 热力膨胀阀流体过程的实验与数值研究. 流体机械. 1995,23(10)
- 67 阙雄才, 陈芝久等. 毛细管节能制冷装置内藏式冷凝器动态特性研究. 上海交通大学学报. 1989.1
- 68 Claudio Melo et al. Dynamic Behavior of a Vapor Compression Refrigerator a Theoretical Analysis, IIR Meeting, Commissions B1, B2, E1, E2, Purdue (USA), 1988.2

- 69 Janssen M J P, Kuijpers L J M, de Wit J A. Theoretical and Experimental Investigation of a Dynamic Model for Small Refrigerating System, Proc.IIR Meeting at Purdue ( USA ) ,1988,2:245~257
- 70 Janssen M J P, Kuijpers L J M, de Wit J A. Refrigerant Charge in Small Appliances; Influence of the Capillary/suction Line Heat Exchanger, Proc.XVII IIR-Cong., 1987,B:555~563
- 71 Kuijpers L J M, Janssen M J P, Verboven P J M. The Influence of the Refrigerant Charge on the Functioning of Small Refrigerating Appliances, ASHRAE Trans., 1988,94:813~828
- 72 MacArthur J W and Grald E W. Prediction of Cycle Heat Pump Performance With a Fully Distributed Model and a Comparison With Experimental Data, ASHRAE Trans.1987,93:2
- 73 Sami S M, Duong T. An Improved Model for Predicting Refrigerant Flow Characteristics in Capillary Tubes, AHRAE Trans. 1987, 93:2
- 74 Wedekind G L. An Experimental Investigation Into the Oscillatory Motion of the Mixture-Vapor Transition Point in Horizontal Evaporating Flow. Journal of Heat Transfer, Feb. 1971

获取更多资料 微信搜一搜 制冷技术