

制冷空调装置 仿真与优化

丁国良 张春霖 著

获取更多资料 微信搜索 蓝领星球



科学出版社

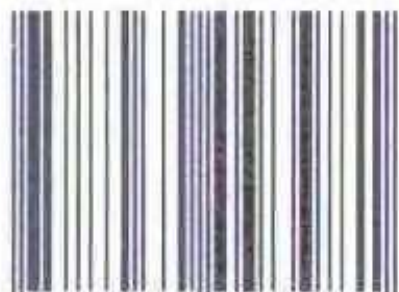
(TU-0155.0101)

责任编辑: 童安齐 刘宝莉

封面设计: 张 放

获取更多资料 微信搜索蓝领星球

ISBN 7-03-009398-4



9 787030 093981 >

ISBN 7-03-009398-4/TU·155

定价: 25.00 元

855

TB66-7
D52

制冷空调装置仿真与优化

丁国良 张春路 著

获取更多资料 微信搜索蓝领星球



A0951800

科学出版社

2001

内 容 简 介

制冷空调装置的计算机仿真与优化技术,是节省装置的设计时间与改进性能、实现制冷空调系统设计方法现代化的关键。本书内容主要为作者十余年来从事制冷空调装置仿真与优化研究的成果,并注意将作者为国内外企业开发的制冷空调装置专用设计软件中的最新方法包含进去。本书的内容包括仿真与优化的基本概念,制冷空调装置中压缩机、毛细管、冷凝器、蒸发器等部件的模型建立,装置围护结构的模型建立,仿真用制冷剂物性及空泡系数选取,以及如何在部件模型基础上实现整个装置的仿真与优化。本书最后指出了仿真与优化研究进一步发展的方向,初步介绍了智能化仿真的思路。

本书可作为制冷空调专业的大学生、研究生课程教材,也可供相关科研人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

制冷空调装置仿真与优化/丁国良等著. -北京:科学出版社,2001
ISBN 7-03-009398-4

I. 制… II. 丁… III. ①制冷-空气调节器-计算机仿真②制冷-空气调节器-设计-最佳化 N. TB657.2

中国版本图书馆CIP数据核字(2001)第22644号

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号
邮政编码:100717

新蕾印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2001年6月第 一 版 开本:787×1092 1/16
2001年6月第一次印刷 印张:11 1/2
印数:1—2 000 字数:252 000

定价: 25.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换(杨中))

前 言

制冷空调系统是世界上消耗能量最多的一种耗能系统,我国的制冷空调产业发展迅速,主要制冷空调产品产量均为世界第一。但是在制冷空调产品设计中,仍大量地依赖样机的反复制作与调试,使得产品的设计周期延长,并影响性能优化。用计算机仿真代替样机试验,在计算机上面实现产品的优化设计,是制冷空调产品设计方法现代化的发展方向。

作者在国内十余年的研究工作经历中,一直从事制冷空调装置的计算机仿真与优化工作。近年来,作者在上海交通大学给本科生开设了制冷空调装置仿真与优化课,为硕士生、博士生开设了制冷系统智能化仿真课。本书是在给本科生开设的课程教学讲义基础上进一步整理而成。本书可以作为制冷专业高年级学生、研究生教材,也可以作为制冷企业技术人员或作者开发的软件使用者学习和了解软件核心方法之用。高等院校作为本科生教材使用时,如果学生还未学过数值方法,建议在教学中将附录部分放在第二章之前讲授。

本书介绍的所有方法已用于作者开发的软件中,并在企业中得到应用与检验。本书有相应的软件可供读者索取与购买。对于在学习本书基础上需要进一步深入研究的读者,今后可以进一步学习《制冷系统智能化仿真》。

作者在制冷空调的仿真与优化研究过程中,长期得到上海交通大学制冷与低温工程研究所老师们的关心与指导,不少工作是由协助作者工作的博士生、硕士生完成的。研究工作得到了国内外基金与企业资金的支持,书中的一些实验数据是由软件应用企业提供的。作者的研究最近又得到了国家“973”计划的支持,首席科学家过增元院士关心并支持本书的整理出版,在百忙当中抽时间审阅全书,并为本书作序。作者在此一并致谢!

丁国良

2001年2月

于上海交通大学

第一章 概 论

1-1 仿真的概念与步骤

仿真就是用一个能代表所研究对象的模型去完成的某种实验，以前常称为模拟。

在进行实际系统的分析、综合与设计的过程中，人们除了对系统进行理论上的分析计算以外，常常需要对系统的特性进行实验研究。这种实验研究一般有两种：一种是在实际系统上进行，另一种则是在模型上进行。在许多情况下，如果直接用真实系统进行实验，往往不经济或不安全，有时甚至做不到或者没有意义。因此在实践中出现了用模型代替真实系统做实验的方法，发展了仿真技术。

仿真是在模型上进行的，按照模型的性质不同，可以将仿真分为物理仿真与计算机仿真。

所谓物理仿真是用一个与实际系统物理本质相同的模型去完成实验。例如利用船模去完成船舶阻力的试验，船模的水下部分与实船有相同的几何比例，船模拖曳时与实船有相似的水动力学性质。飞机模型、汽车模型等在风洞中吹风试验也是物理仿真。进行物理仿真必须遵守一些相似准则，如几何相似、雷诺数相似等。

所谓计算机仿真，是用数学形式表达实际系统的运动规律，数学形式通常是一组微分方程或差分方程，然后用计算机来解这些方程。在这里，描述实际系统运动规律的数学形式称为数学模型，用来解数学方程的计算机可以是模拟计算机，也可以是数字计算机。

物理仿真在实际应用中仍受较大的限制。对于一个比较复杂的系统来说，影响因素很多，很难用一个物理模型来进行仿真。这是因为对一个复杂系统设计制造一个模型常常要花费巨大的代价，周期相当长，同时实验的准备工作也十分可观。而另一方面，计算机软硬件都得到了迅速发展，用计算机对实际系统进行仿真就日益显示出其优越性。采用计算机仿真的好处是明显的：用一套仿真设备可以对物理性质截然不同的许多控制系统进行仿真研究，相对于复杂系统的物理模型的制作、调整、测试等工作，为了进行计算机仿真而准备模拟计算机的答题板或数字计算机的程序的工作量要小得多，周期也要短得多，所花的费用也要少得多。随着计算机的飞速发展，计算机仿真越来越多地代替了纯物理的仿真，因此现在通常所说的仿真，指的都是计算机仿真。

在计算机仿真研究的过程中，一般要经过这样四个步骤：

1) 写出实际系统的数学模型。对于不同的要求可以采用不同的模型，对于热力系统的动态仿真，较多采用偏微分方程。

2) 将它转变成能在计算机上进行运转的数学模型。比如要在数字计算机上进行仿真，应当将描述实际连续过程的方程，变成一组离散方程。

3) 编出仿真程序。

4) 对仿真模型进行修改、校验。

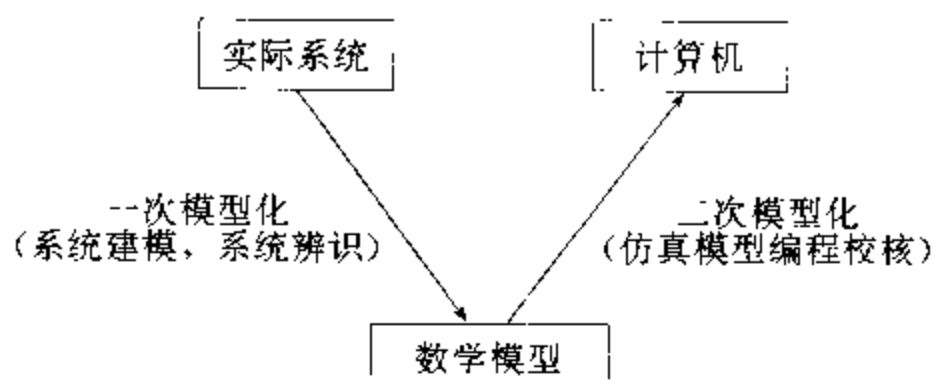


图 1-1 仿真模型建立过程

这里涉及到三个具体的部分：一是实际系统，二是数学模型，三是计算机；并且共有两次模型化：第一次是将实际系统变成数学模型，第二次是将数学模型变成计算机能够用的仿真模型。这可以用图 1-1 表示。

通常我们将一次模型化的技术称为系统建模及系统辨识技术，而将二次模型化、仿真模型编程、校核的技术称为系统仿真技术。

仿真系统按照有无实物介入来区分，可分为实时仿真系统和非实时仿真系统。

1-2 仿真用计算机

仿真按照计算机的类型不同来区分，可分为：用模拟计算机组成的仿真系统，用数字计算机组成的数字仿真系统及用混合模拟机组成的或用数字-模拟混合计算机组成的混合仿真系统，以及用微型机阵列组成的全数字式仿真系统等。

首先出现的用于仿真的计算机是模拟计算机，大约在 20 世纪 40 年代。模拟计算机由一些不同功能的模拟运算部件组成。使用时，先用导线把这些部件按照题目要求连接起来，就可进行仿真运算。

现代模拟计算机的运算部件基本上由高增益集成直流放大器和一些无源运算网络组成，可以实现不同的运算功能。常见的运算功能有加法、反相、积分、乘系数、乘法、函数的发生（包括常见的解析函数和任意函数）、某些非线性运算等。使用模拟计算机时，首先要按被仿真对象的数学模型画成排题图，然后按排题图把各运算部件用专用的导线连起来。为了实际解题的需要，模拟计算机还可设置变量的初值。在模拟计算机进行仿真运行中，还可以把某些变量的动态历程用适当的形式显示，以便观察或记录。

在计算机仿真中，有时需要把一些实物与计算机连接，构成一个仿真系统。例如由计算机仿真控制对象，而与实际的控制器相连，构成自动控制系统。这种情况下计算机的运算速度必须跟上这些实物的响应速度，否则就会发生仿真的严重失真。有时仿真系统中要有人介入，例如轮机员的仿真训练器，则计算机的仿真计算速度应与实际轮机系统的响应速度一致，否则人就感到不像是实际的轮机在运行，这类情况下就要求实时仿真。有时要求仿真计算速度比实际对象的响应速度更高，因此实际对象的动态过程在计算机仿真时只要用短得多的时间去完成，这样就可以在较短时间内完成很多次的仿真运行，以便能很快地比较仿真对象各种不同方案的动态特性，从而实现优化。这种情况称为超实时仿真。对于响应速度较快的对象，计算机的运算速度必须相当快才能实现实时仿真与超实时仿真。模拟计算机各运算部件是并行工作的，与串行运算的普通数字计算机相比，运算速度要高很多，因此用于实时与超实时仿真就十分有利。

模拟计算机上进行的运算是“连续”的，因而更接近实际的连续系统，模拟机仿真较为直观。

模拟机是依靠模拟电路工作的,它的运算精度不可能太高,一般为千分之几;模拟机的逻辑判断能力弱,又无记忆功能,对一些特殊环节如纯迟延,或较为复杂的非线性环节及当系统中有比较多的逻辑判断环节时,用模拟机来进行仿真比较困难,仿真的自动化程度较低。

数字仿真是随着数字计算机的发展和推广使用而发展起来的。20世纪60年代后数字仿真得到了长足的发展。数字计算机对于模拟机来讲,一个突出的优点是精度较高。对于现在使用的普通微机,运算精度也可达到6位有效数字以上,精度上远高于模拟机。另外,对于一些模拟机较难实现的特殊环节,用数字机来仿真则很容易,至于仿真具有逻辑判断环节的系统则更是数字计算机的独特功能;另外用数字计算机来对控制系统进行仿真,整个“被仿真系统”都包含在一组程序之中,所以使用起来十分方便,修改参数也很容易,仿真的自动化程度相当高。

当然,数字机的精度也是有限制的。首先实际数字计算机数据的有效位数不可能是无限的,因此总存在舍入误差。另外在仿真中采用的很多算法是近似算法,总带有一定误差。

由于键盘和CRT使仿真的操作人员和计算机间建立起联系,因此数字计算机有利于提高仿真的交互性,操作者不仅可在键盘输入题目的数据,并在CRT上看到解答,还可以根据早期的仿真结果修改模型和对仿真运行的要求,以在新的仿真运行中实验新的设想。

数字机同模拟机的主要差距在于运算速度要慢一些,在一些要求反应较快的系统中,不如模拟机效果好。

由于模拟计算机与数字计算机在系统仿真中各有优缺点,所以就产生了将两种机器结合起来进行仿真的混合仿真系统。它的基本结构有两种,一种是在模拟机的基础上增加一些数字逻辑功能,称为混合模拟机;另一种是由模拟机、数字机及混合界面三者联合起来构成一个模拟-混合计算系统。在混合仿真机中,模拟机完成高速运算,而数字机则可实现对模拟机的自动管理、监督和控制,并完成一些高精度的运算。这样混合仿真机既具有模拟机的高速度,又具有数字机的高精度、存储能力大和逻辑功能强的优点。

从发展趋势看,数字仿真大有后来居上之势。现代计算机中,数字计算机占了主要成分,在没有专门说明的情况下,通常所说的计算机指的都是数字计算机。近年来,数字计算机的软硬件飞速发展,运算速度已不再成为主要问题,全数字实时仿真已成为现实。预料今后系统仿真技术将向着全数字方向发展,特别是将来随着智能机的问世,数字仿真也必将发展到一个相应的新阶段。在没有特别说明的情况下,现在通常所说的仿真指的是计算机数字仿真。本书的仿真研究,也是在这个范围中进行的。

1-3 仿真在制冷空调中的应用

(1) 仿真用于制冷空调装置的设计

对于制冷空调装置的仿真研究,主要是为产品开发服务。通过仿真实现装置的最优设计具有很多优点,为了对此有较多的了解,可以将其与常规的设计方法进行比较。

在常规的设计中,是先定下产品的性能目标,然后推断其工作状况,最后确定产品的结构。而对于仿真而言,是先定下产品的结构,然后看其具体的工作过程是如何的,在算出

其工作过程的基础上,得到最后的性能。从这个过程可以看出,常规的设计方法,目标很明确,更有可操作性,所以容易被广大工程技术人员理解。而仿真到底有什么优点,为什么要大力推广,如何应用该项技术,则还未被普遍了解。

常规的设计方法中没有一套完整描述整个系统特性的模型,它所包含的仅是部分经过高度简化,能反映系统部分特性的模型。由于其先天的不足,使得它的发展受到较大的限制。以常规冰箱设计方法为例,总是先定下产品的性能要求,如耗电量、储藏温度,再推断运行参数,如制冷剂的蒸发压力、冷凝压力等,最后得到作为设计目标的结构参数,如压缩机容量、蒸发器面积、毛细管长度与直径等。如果仅仅按照这样一套设计过程进行工作的话,即便设计方法绝对准确,仍然有许多不尽人意的地方。比如说按某一环境参数进行设计,至多能保证在这一条件下的产品性能达到要求。如果需要同时满足几个环境参数下的要求,而分别按照不同的环境条件去设计,会得到不同的设计结果,最后只能在其中进行折中,但是最后的性能会怎样呢,却不能直接得出。从这样一个简单的例子可以看出,仅有从性能定结构这样一个步骤是不够的。在实践中,人们已经认识到这个问题,所以在设计时,都有一个校核过程,即在产品结构定了以后,再计算一下各种性能,这个过程其实已经是仿真的过程了。也就是说,人们已经认识到常规设计方法的不足之处,体会到仿真的重要性了。要真正对系统进行正确仿真,需要建立准确的模型,而现在所常用的简单模型难以反映复杂的实际过程,因此这方面的研究仍然是相当欠缺的。

由于计算机仿真的落后,所以现在在制冷产品设计中,往往要制作大量的样机进行实验,即通过在这种最接近批量生产的实际产品的模型上进行物理仿真,以弥补设计的不足。不断制作样机并做实验的过程是相当费时费力的,所以发展制冷装置的计算机数字仿真已成为很急迫的任务。

仿真是确定结构参数后检测性能的过程。通过仿真,可以知道多项性能,从而对所确定的结构参数是否合理作出较好的评价。为了寻求一组合理的结构参数,需要作不断的调整,不断的仿真,这是优化过程,它可以通过配置优化程序完成,或者直接根据经验与要求,由操作者来完成。为了能较快地寻到一组较好的结果,希望初始的结构参数尽量要好,用常规设计的方法确定初始参数是一种比较好的方法。所以应该把常规设计的方法和计算机仿真的方法相结合,以使工作更有效。

(2) 仿真用于制冷空调装置的控制

为了保证制冷空调装置的正常运行,必须要有一定的控制手段。在一些先进的装置中,还采用了较为复杂的控制手段。先进的控制手段能否取得良好的控制效果,还取决于被控制对象的特性。通过仿真,可了解被控对象采用控制手段后的性能,为选择与修正控制方案提供依据。

以最常见的家用冰箱采用双位控制为例。在冰箱中,是通过压缩机的开与停来实现对于箱内温度的控制的,但是如何选择好控制参数,直接关系到控制效果。如果开停机的差动范围很大,则冰箱箱内空气温度变化就会过大;但是如果这个差动范围过小,则可能使压缩机过于频繁地启停,从而使耗电量增加。如果能建立有效的仿真模型,对于各种控制参数下装置工作过程进行仿真,就可以确定合适的控制参数。

现在一些新的控制手段,所能达到的控制效果可以更好,但需要的被控对象的信息也会要求更多。在这种情况下,更需要建立一个较好的系统仿真模型。

1-4 优化的含义

优化就是根据人们期望的目标,使装置的性能达到最佳。制冷空调装置的优化首先要使装置设计最佳,其次要保证系统能够工作在最优的工作状态下,因此制冷空调装置的优化包括最优设计与最优控制。

制冷装置优化设计,首先要建立研究对象的目标函数 $f(x)$,使它在一组设计变量 (x_1, x_2, \dots, x_n) 时达到最大值 $\max f(x)$,比如制冷装置的效率;或达到最小值 $\min f(x)$,比如制冷装置的能耗。由于对于函数最大值的求解可以转化为对于函数最小值的求解,如 $\max f(x)$ 即相当于 $\min [-f(x)]$,因此优化中一般统一归结为函数最小值的求取。

目标函数 $f(x)$ 中的设计变量 (x_1, x_2, \dots, x_n) 是不能任意选取的,它们必须满足一定的关系和要求,描述这些关系和要求的方程称为约束方程。这些方程可以为等式,也可以为不等式。采用小于号的不等式,通过两边加上负号,可以转化为采用大于号的不等式,因此不等式约束统一为采用大于号的不等式。

上面讨论的数学问题总是可以采用如下的数学形式来描述:

目标函数 $\min f(x)$

约束条件 $h_i(x) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m$

$g_j(x) \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n$

上面方程是通过数学模型的建立而得到的,按照要求不同,可以采用简易程度不同、形式相差很大的方程。如对于制冷装置动态过程性能进行综合优化,就需要建立系统仿真模型,这时 $f(x)$ 实际上是一组很复杂的微分方程。约束条件有时也不能用简单的代数方程写出。这些需在具体的对象研究中确定。

优化过程就是在上面这些方程确定后,通过合适的优化算法,求得目标函数最小值,以及此时的设计变量值。

1-5 制冷装置计算机辅助设计入门

1. 计算机辅助设计的基本概念

计算机辅助设计(Computer Aided Design)——CAD技术是近年来得到迅速发展的科技新领域。从广义讲,计算机辅助设计的概念包含了计算机在工程设计、产品设计等所有领域中的应用。设计包含有分析、计算、绘图等。实际上计算机问世后不久即在设计中用于计算和分析,而计算机绘图则经历了一段较长的探索过程,计算机辅助设计——CAD的概念是伴随着计算机绘图技术的发展才产生,并广为传播。1962年美国麻省理工学院首先实现了把屏幕显示和光笔技术应用于计算机图形输入/输出和命令指点,为实现人机协同工作打下基础。1963年春,在美国计算机大会上,他们发表了有关计算机辅助设计的五篇论文,首先提出了计算机辅助设计——CAD的概念,震动了工程技术界。这些研究现在看来,似乎很粗糙,但在当时却是划时代的。现在的CAD技术是计算机在工程

设计方面的综合应用技术,它充分体现了计算机硬件和软件的最新成就,特别是计算机图形技术、数据库技术、智能模拟技术等重大成果,把工程设计所需要的设计理论、方法、数据和设计者的经验、智慧与计算机的强大功能有机地结合起来,从而成为强有力的工程设计工具。进入20世纪80年代,国外许多咨询公司和工程公司都开始普遍采用CAD技术。CAD技术已经成为衡量一个咨询公司或工程公司技术水平的重要标志和竞争投标的有力手段。

一个CAD系统一般应该包括有专业计算、分析、优化程序、数据库系统,以及自动化绘图系统。计算机辅助绘图(Computer Aided Drawing)是CAD系统的一个很重要的组成部分,也是影响最大的部分,它可以是一个独立的应用系统,直接为工程设计服务,而且也常常被称为CAD系统。包括我国日前进口的许多CAD系统实际上仅是计算机绘图系统,从高一级的应用水平来看,这只是计算机辅助设计系统的一部分。在开发和应用CAD技术的初期,往往首先从解决计算机辅助绘图问题开始,即用计算机代替传统的手工画法绘制工程设计图纸,但这仅是计算机辅助设计的第一阶段,在这基础上应再实现专业计算与专业绘图的连接,向设计全过程发展。

2. 计算机辅助设计系统的组成及基本功能

一个完整的计算机辅助设计系统是由一系列硬件系统和软件系统组成的,硬件系统是由计算机及外围设备构成,软件系统是针对不同的硬件系统而设置的操作、支撑和应用系统。

1)硬件环境。应该有带有高分辨率显示器的计算机主机、宽行打印机、数字化仪或图形扫描仪、绘图仪等。

2)软件环境。计算机辅助设计系统,不仅需要完善的硬件设备,还要选配与硬件设备相适应的软件环境,主要包括:所选机型的系统软件,如操作系统,各种高级语言的编译程序以及其他有关系统软件;图形支撑软件,这实际上是计算机辅助设计中所需要的绘图系统。目前在国内最常见的计算机辅助绘图软件为AutoCAD。

作为一个计算机辅助设计系统应包括以下几个功能:

1)计算功能。这是任何计算机系统中最基本的功能。对于工程设计中的计算机辅助设计实际上包含有设计、计算、绘图三个方面,其中任何一个内容均有大量的计算,因此对所选择的硬件设备,其主机应有足够的运算速度。

2)存储功能。

3)输入功能。除了一般利用键盘输入数据外,对于图形数据尚需配备有图形输入设备,如数字化仪、图形扫描仪等。

4)输出功能。计算机辅助设计系统,应能在显示屏幕上显示出设计过程的当前状态,并能反应出图形编辑过程(如增加、删除、修改等)的结果,如果已得出满意的设计并要求输出时,可以通过绘图仪、打印机等设备实现硬拷贝输出,以便长期保存。

3. 制冷装置计算机辅助设计的内容

一个完整的制冷装置计算机辅助设计系统应该包括从初步规划到最后图纸输出的这样一个功能强大的系统,大致可以分为结构规划、系统初步分析计算、仿真与优化、自动

图纸绘制这样四个部分。

1)结构规划。这是工程或产品设计的第一步,不是单纯的机械设计或制冷设计,而是以机械设计为主体,涉及到电子学、制冷、工艺学、材料学、美学等多学科的综合设计技术。如在冷库设计中,首先要考虑的是如何通过冷库整体设计的合理性来保证提高冷库的综合性能和技术指标,包括如何布置承重结构、围护结构,如何防潮,如何尽可能减少冷桥等。在家用冰箱设计中,是先根据市场的要求确定冰箱的大致规格,并初步确定结构,在这个过程中,要充分顾及到产品的美观,造价便宜,制冷系统与其他必要的配件容易布置等。

2)系统初步分析计算。对于制冷设备,专业工程师们都积累了一套基本的设计计算方法,即便对于全新的装置,也可以按照基本的传热传质关系进行初步的设计计算。把原来所用的方法编成计算机程序,并没有太多的困难,而这样做的好处是明显的,首先计算机的高速度可以大大提高工作效率,减少计算时间;第二,通过把原来各人所用的方法,编成互相之间可以很方便地共同享用的程序,有利于方法的积累、交流与完善。通过初步的设计分析计算,可以大致确定装置的基本结构尺寸。如对于冷库,通过估计冷库的负荷,可以初步确定压缩机、蒸发器、冷凝器、分油器、高压储液器等各种部件的尺寸及布置方式。对于家用冰箱来讲,通过热负荷的估算,可初定供最后选用的几种压缩机,确定可能的蒸发器的布置方式与尺寸、冷凝器的类型与尺寸等。

3)仿真与优化。把原来所用的方法用计算机来实现仅仅是计算机应用的最基本的方面,系统初步分析计算是装置设计中的一个重要环节,而不应该是最后的结果。装置的很多性能不能通过简单的计算得到,人们在制冷装置的设计中所常用的方法是静态集中参数的方法,而实际过程是一个动态分布参数的过程,用静态集中参数的方法只能在一定程度上估算实际装置的性能,但却难以减少计算的误差,因此最后不得不依靠大量的实验来检验计算的效果,进一步改进系统,而这是很浪费时间和金钱的。如何借用计算机这个有效的计算工具,开发有效的精确进行装置计算的动态仿真与优化软件,是计算机辅助设计的难点。通过系统的仿真与优化,可以检验初步设计的效果,同时可以改进系统,并最终确定设计方案。

4)自动图纸绘制。根据计算结果,通过绘图软件自动绘制图纸。由于基本绘图软件的成熟,降低了这一步工作的难度。各个专门的领域通常根据自己的需要建立专门的图库,或对基本绘图软件作一定的改进,以提高自动绘图的速度。

第二章 压缩机模型

从本章开始,将陆续介绍制冷空调装置仿真用的部件数学模型,分别有压缩机模型、毛细管、冷凝器模型、蒸发器模型、围护结构动态负荷模型和制冷剂热力性质模型。

需要指出的是,我们在这里强调“制冷空调装置仿真用的部件数学模型”,这是因为它们与专门研究部件特性所采用的数学模型是有差异的。专门用于部件特性研究的数学模型需要全面考虑部件的细节,如部件具体结构对部件性能的影响、换热器来流的不均匀性对部件性能的影响、以及部件性能的优化设计等等,研究侧重于微观结构对宏观性能的影响、以及流动换热的机理性问题;而装置仿真用的部件模型侧重于从整体上考虑部件的热力性能,不涉及或只涉及到少量的部件结构变化。因此,装置仿真用的部件数学模型的复杂程度要远低于部件特性研究专用的数学模型。从另一方面来看,由于装置仿真涉及到部件模型之间的耦合计算,因此采用过于复杂的部件模型将难以在常规概念下完成仿真和优化计算。

2-1 装置仿真用压缩机模型的要求

压缩机是压缩式制冷空调装置的“心脏”,对于压缩机特性的研究、压缩机结构的优化、压缩机与装置各部件的匹配历来是制冷空调装置研究的一个重要方面。对压缩机建立数学模型,进行计算机仿真是目前广泛采用的研究方法。从1972年开始,每两年在美国普度大学举办一次国际压缩工程学术会议,会上集各国研究之新成就、新思想,进行交流并出版论文集,对压缩机技术的发展起到了推动作用。

现在使用的压缩机种类较多,如全封闭、半封闭、开启式,活塞式、回转式、涡旋式,建模时必须按不同的种类分别处理。应根据具体的对象,收集原始资料,提出为简化模型所需的假设及其理由;确定参数与变量,并检查模型的正确性,拟定在计算机上数值计算的规划。

模型的建立还直接取决于使用模型的目的。由于各研究者建立模型时出发点不同,某一状况下先进的模型在另一种应用场合未必就是最佳模型。数学模型的形式不仅取决于实际对象的性质,还取决于待解决的问题以及求解数学模型的条件。数学模型太简单,不足以充分反映问题的物理本质,使问题不能得到很好的解决,但过分复杂的数学模型又不能用于解决实际问题。

目前对压缩机的数学模型研究,大多是把压缩机作为单独一个装置,为其结构优化服务。在这些模型中,需要准确反映压缩机中各种结构参数对于压缩机性能的影响,因此模型比较复杂。

从系统仿真优化角度研究压缩机数学模型,并不要求准确反映压缩机内部的工作过程,但需要能够准确计算对系统性能和其他部件有影响的参数,并尽可能减少计算时间。对于以装置仿真为目的的压缩机模型,侧重于反映对于系统性能有影响的参数,目的在于

选用合适的压缩机,并使之与装置的其他部件匹配好。因此建模时,如果对压缩机内部各种部件的结构参数的影响也进行较详细描述的话,虽然可能可使压缩机模型较为全面,精度也有可能略有提高,但总体上带来的问题是,模型过分复杂,计算时间变长,程序可靠性降低。注意精度与速度的平衡、注意可靠性的保证是仿真时需要非常注意的地方。

由于压缩机对于制冷空调装置的作用是通过制冷剂的迁移来实现的,因此对于通过压缩机的制冷剂流量的计算是压缩机模型的最主要的参数计算,流经压缩机的制冷剂状态关系对于反映压缩机与蒸发器及冷凝器之间的作用也是很重要的。由于系统的能耗是装置优化的主要目标,而压缩机是装置耗能的主要部件,因此对于压缩机功率的计算也应当是模型的重要功能。

因此,对于装置仿真用压缩机模型,主要是要建立压缩机的流量与功率、蒸发器和冷凝器的关系,以及计算出其他影响装置性能的参数,如排气温度。

在目前的小型制冷装置中,全封闭的活塞式压缩机和滚动转子式压缩机得到了广泛应用,而涡旋式压缩机等新型压缩机因其优越的性能亦逐渐受到青睐。本节主要介绍活塞式压缩机和滚动转子式压缩机的建模,而其他类型压缩机的建模可以在结合其自身特点的基础上按相似的步骤进行。

2-2 小型全封闭活塞式压缩机数学模型

2-2-1 小型全封闭活塞式压缩机建模特点

小型全封闭活塞式压缩机被广泛用于小型制冷装置,全封闭压缩机在结构上可认为由开启式压缩机加上电机、机体、机壳和润滑油组成,如图 2-1 所示。制冷剂在压缩机中的流动可分为吸气温升过程、气缸中压缩过程和排气时降温过程。

对于定转速的小型全封闭压缩机,电机的转速大约在 2800r/min 左右。在每一转中,气缸存在吸气和排气过程,而且活塞的位移速度不仅取决于电机转速,还同其在气缸中的

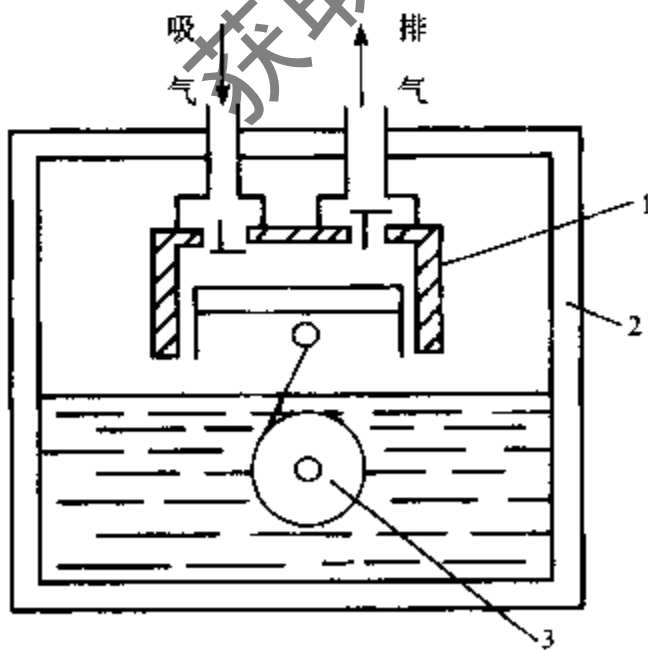


图 2-1 全封闭往复式压缩机示意图

1. 气缸; 2. 机壳; 3. 电动机

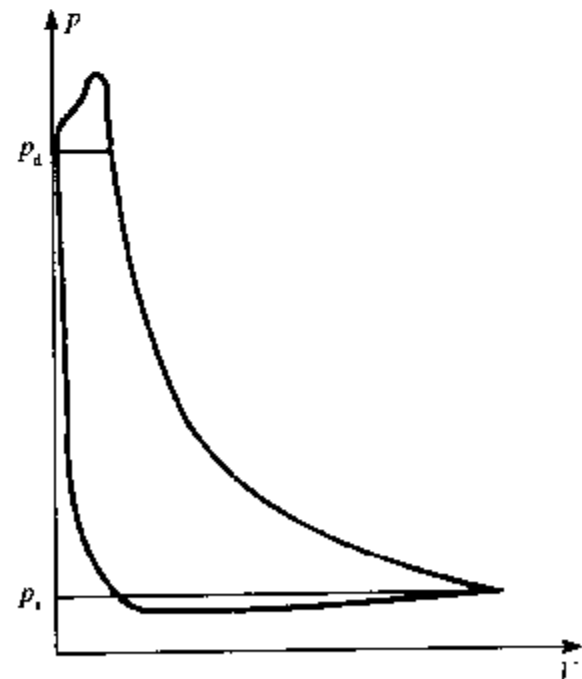


图 2-2 开式压缩 p - V 图

位置有关,这就决定了在每一转中的吸气与排气流量都是不相等的。如果要对于压缩机进行深入分析,优化其内部结构的话,必须要能准确反映各种结构参数对于这些动态性能的影响。

但从装置的性能角度出发,所关心的主要还是制冷量所产生的用冷效果。相对于制冷系统需要数分钟才能基本建立压程,空气侧需要数十分钟才能接近达到所需要的温度效果,压缩机每转所需要的约0.02s的时间实在是太短了。因此压缩机每转中存在的流量非连续性这种脉动对于装置整体制冷性能的影响可以忽略,只要计算压缩机每一转的平均流量即可。

2-2-2 制冷剂流量计算

根据上面的分析,对于系统仿真用的压缩机模型,只需要计算出每转的平均流量即可,因此对于流量的计算可以借鉴已有的压缩机流量计算模型,用下式计算:

$$m_{\text{com}} = \lambda \frac{V_{\text{th}}}{v_{\text{suc}}} \quad (2-1)$$

式中, V_{th} 为压缩机的理论容积输气量, v_{suc} 为开式压缩机环节吸气口的制冷剂气体比容, λ 为输气系数。

对于活塞式压缩机,有

$$V_{\text{th}} = i \frac{\pi D^2}{4} S \cdot n \quad (2-2)$$

式中, D 为缸径, S 为活塞行程, n 为转速; i 为气缸数,对于小型全封闭压缩机,一般有*i*=1。

输气系数可以用如下公式计算:

$$\lambda = \lambda_v \cdot \lambda_p \cdot \lambda_T \cdot \lambda_D \quad (2-3)$$

λ_v 、 λ_p 、 λ_T 、 λ_D 分别为容积系数、压力系数、温度系数、泄漏系数。

$$\lambda_v = 1 - c \left[\left(\frac{p_c + \Delta p_c}{p_c} \right)^{\frac{1}{m}} - 1 \right] \quad (2-4)$$

$$\lambda_p = 1 - \frac{1+c}{\lambda_v} \frac{\Delta p_c}{p_c} \quad (2-5)$$

$$\lambda_T = \frac{T_{\text{suc}}}{aT_c + b\theta} \quad (2-6)$$

$$\lambda_D = 0.98 - 5.62\epsilon \left(\frac{\delta}{L} \right) \quad (2-7)$$

式(2-4)~式(2-7)中, p_c 、 p_e 分别为冷凝压力与蒸发压力, Δp_c 、 Δp_e 为排气和吸气压力损失, θ 为过热度, δ 为活塞与气缸的径向间隙, L 为活塞有效密封长度, ϵ 为压缩比, m 为多变指数。

2-2-3 功率计算

压缩机的理论功率为

$$N_{\text{th}} = V_1 \cdot \lambda \cdot \frac{p_c \cdot m}{m-1} \left[\left(\frac{p_c}{p_e} \right)^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right] \quad (2-8)$$

指示效率可取

$$\eta_i = \lambda_T + 0.0025(T_c - 273.15) \quad (2-9)$$

有效功率为

$$N_{ef} = \frac{N_{th}}{\eta_i} - N_m \quad (2-10)$$

式中, N_m 为摩擦功率。

最终的输入功率为

$$N_{in} = \frac{N_{ef}}{\eta_{mo}} \quad (2-11)$$

式中, η_{mo} 为电机效率。

2-2-4 温度计算

压缩机流量计算时,吸气状态是以开式压缩机气缸吸入口的状态所计算的,直接计算得到的排气温度也是离开气缸时的排气温度。对于装置来讲,其实并不要求精确知道压缩机内部的状态,但要确定全封闭压缩机进出口状态之间的关系,因为这些参数才直接与蒸发器与冷凝器这几个部件发生关系。

为了确定开式压缩机的吸气状态,需要计算压缩机内部与外界传热的关系,为了简化起见,将全封闭压缩机的传热部分划成两大部分:第一部分为气缸,第二部分为除气缸外的压缩机其他部件。

气缸所用的材料有较大的导热系数,而气缸与气体间的换热系数则较小,因此可以认为气缸的温度是均匀的。

$$(c\rho V)_{CLN} \frac{dT_{CLN}}{dt} = N_m + Q_1 - Q_2 \quad (2-12)$$

电机浸在油中将热量传给外壳,而油因为受到搅拌,传热迅速,因此近似认为电机、机壳、润滑油以及壳腔中的制冷剂气体都达到同样的温度。将这些部分作为一个整体,来计算其温度的动态变化。

$$\sum c\rho V \frac{dT_s}{dt} = Q_2 - Q_3 + Q_{mo} + Q_d - Q_s \quad (2-13)$$

在式(2-12)、(2-13)中, N_m 是活塞所作的摩擦功率, Q_1 为气缸内气体传给气缸壁的热量, Q_2 为气缸壁传给压缩机壳腔内制冷剂的热量; $(c\rho V)_{CLN}$ 为压缩机气缸的热容, T_{CLN} 为气缸壁的温度; $\sum c\rho V$ 为全封闭压缩机除气缸以外其余部分热容之和, T_s 为压缩机外壳的温度, Q_3 为压缩机向周围环境的散热量, Q_{mo} 为压缩机电机产生的热量, Q_d 为排气管向壳腔中的散热,而 Q_s 则是进气在壳体中温升所吸收的热量。

2-3 小型全封闭滚动转子式压缩机数学模型

2-3-1 小型全封闭滚动转子式压缩机的特点

滚动转子式压缩机,是回转式压缩机的一种。滚动转子式制冷压缩机有多种结构型式,但是它们的工作原理都相同。图 2-3 为滚动转子式压缩机的结构示意图。它由一个圆

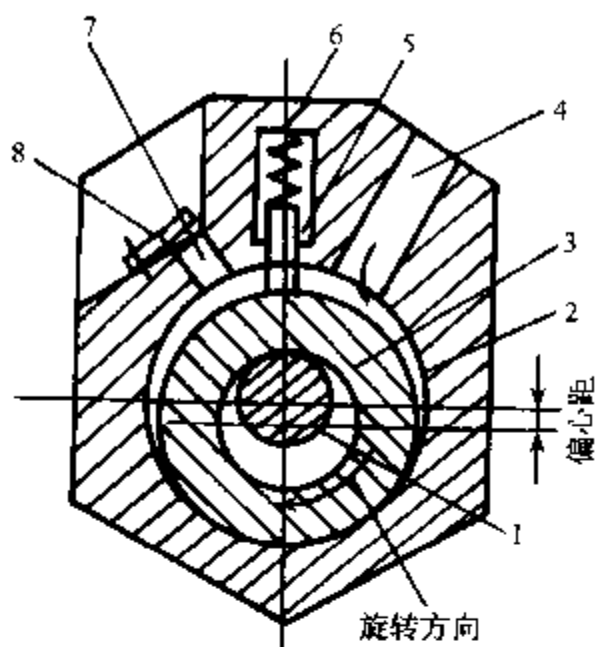


图 2-3 滚动转子式压缩机结构示意图

1. 主轴; 2. 气缸; 3. 转子; 4. 吸气口;
5. 刮片; 6. 弹簧; 7. 排气口; 8. 排气阀

柱形的气缸 2 和一个圆柱形的转子(也称旋转活塞)3 所组成。转子的转动中心和气缸 2 的轴线在同一条线上,但圆柱形转子 3 的外表面和转动中心不是对称的,而是有一定的偏心距,转子 3 离转动轴心最远的表面与气缸 2 的内表面接触;在气缸 2 的上部中间,安装有一块能上下滑动的刮片 5,因此这种压缩机又称为刮片式压缩机。靠弹簧 6 的作用,刮片 5 的下部始终和转子 3 表面相接触。因此,刮片 5 与气缸 2 的内壁、转子 3 的外表面及两侧的端盖组成了一个封闭的基元容积,容积的大小则随转子的旋转而发生周期性的变化。刮片 5 和转子 3 使气缸上的吸气口 4 与排气口 7 隔开。吸气口 4 上没有阀门,排气口 7 上安装了排气阀 8。为了减小余隙容积,排气口的位置应尽量与刮片 5 靠近。

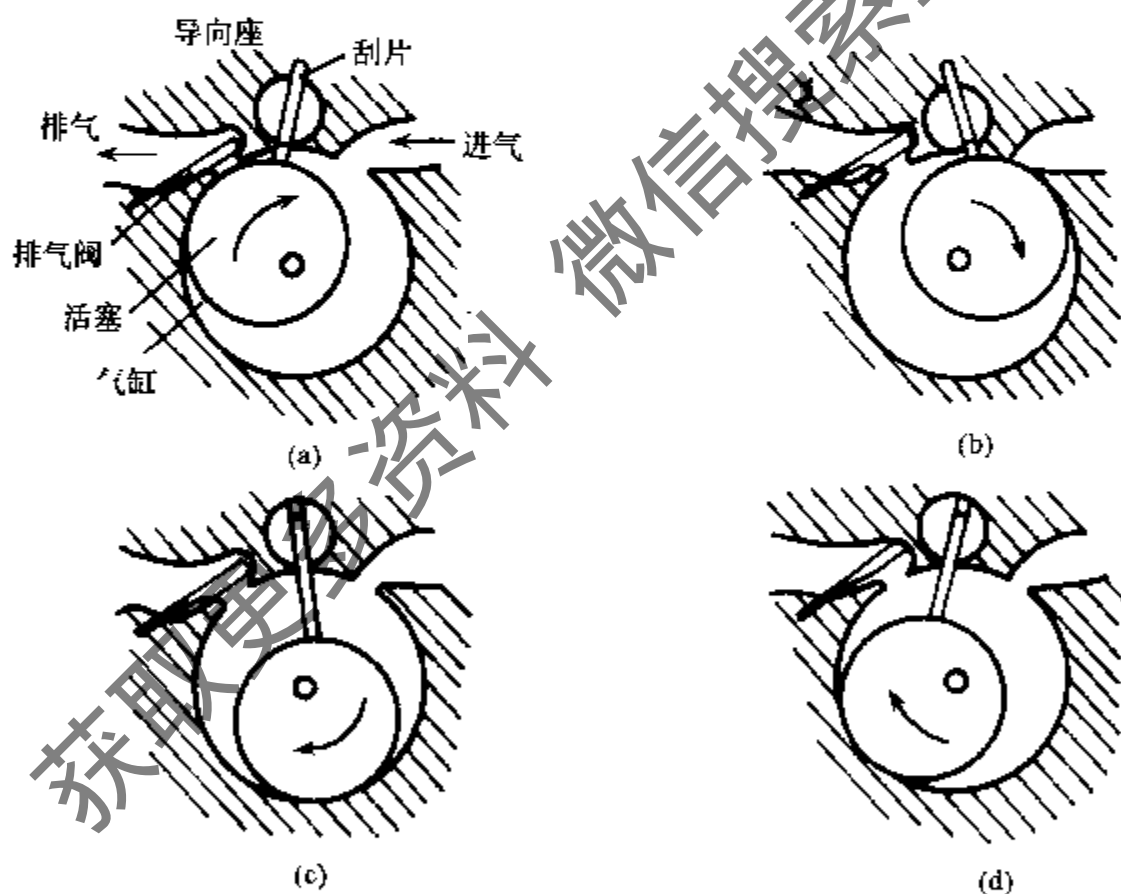


图 2-4 滚动转子式压缩机工作原理图

滚动转子式压缩机的工作原理,可以通过图 2-4 来说明。图 2-4(a)表示排气结束,吸气开始的状态。气体由吸气口进入,充满在整个气缸里。当转子转动到图 2-4(b)所示位置时,活塞与气缸壁的接触线,将吸气口和气缸容积隔开,即吸气结束,同时刮片和转子间的接触,使吸气口和排气口隔开,右上角的气缸容积开始第二次吸气。由于排气阀关闭,因此排气管内的气体不会进入气缸内。当转子由图 2-4(b)位置旋转到图 2-4(c)的过程中,刮片和转子使气缸分隔成两部分容积,左半部分气缸内的气体处于压缩阶段,右半部分气缸内的气体处于吸气过程。当压缩到排气压力时,排气阀开启,气体经排气阀排出,如图 2-4(d)所示,此时右半部分气缸仍在继续吸气。当左半部分气缸内气体完全排出时,就如图

2-4(a)所示,排气阀关闭,又开始重复进行上述的过程。这样就实现了对制冷剂蒸气的吸入、压缩和排出。

如果从系统仿真的角度考虑,小型全封闭制冷压缩机模型具有相同或相近的框架。因此,对于小型滚动转子式制冷压缩机,其建模思路与小型活塞式制冷压缩机的建模思路相仿。但两者也有较明显的区别,其中一点就是滚动转子式压缩机一般采用全封闭壳体内为压缩机排出气体的高压端方式,进气由进气管直接进入气缸。因此排气温度可取为单结点温度值,而吸气温度需另外考虑。

2-3-2 制冷剂流量计算

压缩机的排气量(质流量)同式(2-1),但不同类型的压缩机的理论输气量是不同的,对于滚动转子式压缩机,理论输气量为

$$V_h = 60n\pi R^2 L \epsilon (2 - \epsilon) \quad (2-14)$$

式中, n 为转速, R 为气缸内半径, L 为气缸轴向长度, $\epsilon = \frac{e}{R}$ 为相对偏心值, e 为偏心距。

输气系数的计算亦采用式(2-3)。其中,

1) 容积系数 λ_v 。同活塞式压缩机一样,也可按式(2-4)计算,其中相对余隙容积一般有 $c \leq 1.5\%$ 。滚动转子式压缩机中的膨胀过程是在压缩腔与吸气腔之间的月牙形通道内进行的,它是一个流动膨胀过程。我们知道对于制冷工质蒸气,当压力比大于 $1.7 \sim 1.8$ 时,它的流动膨胀就达到超音速工况;而在一般的制冷机运转中压比都是比较大的,因而膨胀过程都是在超音速工况下快速进行的,可以认为是绝热过程。故式(2-4)中采用绝热指数 k 。

2) 压力系数 λ_p 。压力系数可表示为

$$\lambda_p = 1 - \frac{1+c}{\lambda_v} \frac{\Delta p_c}{p_c} \quad (2-15)$$

它主要取决于吸气压力相对损失 $\frac{\Delta p_c}{p_c}$,而滚动转子式压缩机由于没有吸气阀,故这一值很小,大约只有 0.005 左右,因此可以认为 $\lambda_p = 1$ 。

3) 温度系数 λ_T 。全封闭滚动转子式压缩机尽管是吸气管直接接到气缸而直接吸气,但由于机体全部浸在壳体中的高温、高压气体中,因此吸入气体流经通道及气缸时仍被严重加热,故温度系数很小。由实验方法得出如下经验公式^[1]:

$$\lambda_T = AT_c + B(T_{suc} - T_c) \quad (2-16)$$

式中,系数 $A = 2.57 \times 10^{-3}$, $B = 1.06 \times 10^{-3}$; T_{suc} 是压缩机吸气温度。式(2-16)的适用范围是 $303K \leq T_c \leq 323K$ 。

4) 泄漏系数 λ_D 。泄漏系数主要是考虑由于泄漏而对输气量的影响,在滚动转子式压缩机中,泄漏是引起输气量降低的一个很重要的因素。当精心设计选用较小间隙值时, $\lambda_D = 0.98 \sim 0.92$;当选用中等间隙时随着 t_c 从 5°C 降至 -25°C ,或者 t_c 从 30°C 升至 50°C , λ_D 约减小 $3\% \sim 6\%$ 。在设计时对于标准工况可近似取 $\lambda_D = \lambda_v$;或当转速 $n = 50\text{r/s}$ 时, $\lambda_D = 0.82 \sim 0.92$;转速 $n = 25\text{r/s}$ 时, $\lambda_D = 0.75 \sim 0.88$ 。

2-3-3 功率计算

压缩机的理论功率计算同式(2-8),而实际的电机输入功率计算采用下式计算:

$$N_{in} = \frac{N_{th}}{\eta_{el}} \quad (2-17)$$

式中, η_{el} 为电效率。

电效率按下式计算(比较低,通常 $\eta_{el} = 0.4 \sim 0.55$):

$$\eta_{et} = \eta_i \cdot \eta_t \cdot \eta_l \cdot \eta_m \cdot \eta_{mo} \quad (2-18)$$

式中,

① 指示效率 η_i 。 η_i 表示在压缩气体时气动损失及压缩过程热交换损失的相对大小。

$$\eta_i = \frac{\lambda_T \lambda_D}{1 - \frac{1.5(\Delta p_{sm} + \Delta p_{dm} \epsilon^{\frac{1}{k}})}{(h_2 - h_1)/v_1}} \quad (2-19)$$

式中, v_1 为吸入口气体比容; ϵ 为压比; Δp_{sm} 、 Δp_{dm} 为吸、排气阀平均压力降; h_1 、 h_2 为压缩开始及终了时的比焓; k 为工质绝热指数。

对于滚动转子式压缩机, Δp_{sm} 可忽略不计,

$$\Delta p_{dm} = 25(T_{com} - 273.15)^{1.01} 10^{-0.15\epsilon} \quad (2-20)$$

② 加热效率 η_t 。 η_t 表示吸气过程的加热损失,近似取 $\eta_t = \lambda_T$ 。

③ 泄漏效率 η_l 。 η_l 表示气缸泄漏引起的能量损失,近似取 $\eta_l = \lambda_D$ 。

④ 机械效率 η_m 。 η_m 主要取决于油和制冷剂混合物的粘性,即与混合物的温度、浓度有关。对于中温全封闭滚动转子式压缩机,取 $\eta_m = 0.7 \sim 0.85$,高转速小制冷量 η_m 取小值,反之取大值。

⑤ 电机效率 η_{mo} 。商用压缩机的电机效率不大于 0.87(一般 $\eta_{mo} \leq 0.8$)。

2-3-4 温度计算

我们将压缩机看成只有一个单结点集中温度 T_{com} ,由能量方程有

$$C_p \frac{dT_{com}}{d\tau} = Q_2 - Q_1 \quad (2-21)$$

式中, C_p 为压缩机的总热容, Q_2 为内部生成热, Q_1 为压缩机壳体与近壳体环境 T_{air} 之间的换热; Q_1 和 Q_2 都是 T_{com} 的函数。

$$Q_1 = \pi D_h^2 [\alpha_1 (T_{com} - T_{air}) + \epsilon \sigma (T_{com}^4 - T_{air}^4)] \quad (2-22)$$

$$Q_2 = N_{in} - m_{com} (h_{out} - h_{in}) \quad (2-23)$$

式(2-22)、(2-23)中, D_h 为压缩机的当量球体直径; α_1 为压缩机壳体与近壳体环境的换热系数; ϵ 为压缩机壳体的黑度; 玻尔兹曼常数 $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}$; $h_{in} = f(T_{in}, p_s)$, $h_{out} = f(T_{com}, p_d)$, 下角标 in 指压缩机机壳的进口状态。

以往的文献一般都用环境温度 T_{amb} 代替式(2-22)中的 T_{air} , 结果造成 Q_1 偏大, T_{suc} 偏低。为简单起见,认为 T_{air} 与 T_{com} 、 T_{amb} 之间存在一个简单的关联式,可由实验或经验数据拟合。

排气温度:

$$T_d = T_{com} \quad (2-24)$$

2-4 由实验数据整理压缩机模型

上述压缩机模型对于只能获得很少量性能数据的压缩机性能预测计算是合适的,这可以解决一种较为常见的情况,即指定的压缩机只有产品说明书中提供的压缩机标准测试工况下的性能数据。这时,可以按上述过程建立压缩机基本模型,然后根据模型与压缩机标准测试工况下性能数据的偏差乘上一个修正因子即可。在偏离压缩机标准测试工况不大的工况范围内,该修正的压缩机模型具备较好的预测精度。

然而,实际上制冷空调装置可能在一个较大的工况范围内发生状态变化,比如热泵型空调器,其制冷和制热模式下的运行工况差别很大,这时上述压缩机模型的预测偏差就可能大一些。在这种情况下,对压缩机性能进行较大工况范围的测试就是必要的,而现在一般的压缩机生产商也会通过图表的形式提供较大工况范围的压缩机性能测试结果,因此,完全可以利用这些实验数据建立更为精确的压缩机模型。

对于这些只测试了压缩机输入、输出平均值的实验数据,无法据此建立如上面所述的压缩机模型,因为无法辨析上述的各种效率。在这种情况下,只能确定一个总的效率。对于流量计算,有

$$\lambda = \frac{V_{com}}{V_{th}} \quad (2-25)$$

对于功率计算,有

$$\eta = \frac{N_{th}}{N_{com}} \quad (2-26)$$

式(2-25)、(2-26)中, V_{com} 和 V_{th} 分别是压缩机容量流量的实际值和理论值; N_{com} 和 N_{th} 分别是压缩机输入功率的实际值和理论值。流量计算中的总效率就是输气系数,而功率计算中的总效率与前面的电机效率是有区别的,有的文献中称之为电效率。

下面介绍如何从实验数据整理、回归得到输气系数和电效率的计算关联式的方法和步骤。

首先,根据压缩机进出口气体状态方程

$$\frac{T_d}{T_s} = \left(\frac{p_d}{p_s} \right)^{\frac{k-1}{k}} \quad (2-27)$$

可获得压缩过程的多变指数

$$k = \frac{\ln \left(\frac{p_d}{p_s} \right)}{\ln \left(\frac{p_d}{p_s} \right) - \ln \left(\frac{T_d}{T_s} \right)} \quad (2-28)$$

式中,下角标d和s分别表示排气和吸气状态。

对于某一压缩机而言,不同工况下的压缩多变指数基本不变,故 k 值可取为一个常数,如果有 n 组实验数据,则取其平均值。

其次是通过关系式(2-25)获得各组实验工况下的输气系数 λ ,并寻求一简单的关联式来回归输气系数。严格地讲,对于不同类型的压缩机,关联式的形式不尽相同,需要通过

对实验数据的观察、分析后进行一个反复尝试(trial-and-error)的过程。在对小型制冷空调装置常用的活塞式和滚动转子式全封闭制冷压缩机进行多次尝试后,发现以下形式的关联式既简单,又有较好的回归精度:

$$\lambda = a_1 + a_2 \left(\frac{p_d}{p_s} \right)^{\frac{1}{k}} \quad (2-29)$$

式中, a_1 和 a_2 是回归系数。

最后是通过关系式(2-26)获得各组实验工况下的电效率 η , 并寻求一简单的关联式来回归电效率。与输气系数的情况类似, 关联式形式的确定需要通过对实验数据的观察、分析后进行一个反复尝试的过程。结果发现同样的形式亦可适用于电效率的回归。

$$\eta = b_1 + b_2 \left(\frac{p_d}{p_s} \right)^{\frac{1}{k}} \quad (2-30)$$

式中, b_1 和 b_2 是回归系数。

在获得了输气系数和电效率的回归关联式后, 就可以更为简单、精确地计算压缩机的热力性能。显然, 这是很适合装置仿真要求的。

表 2-1 是运用上述方法对压缩机热力性能进行建模和仿真的一个实例效果。从表 2-1 中可以看出, 仿真效果是令人满意的。

表 2-1 小型全封闭制冷压缩机热力性能的仿真效果

		流量	输入功率	排气温度
某活塞式	平均误差(%)	1.51	2.18	0.51
压缩机	最大误差(%)	2.44	2.98	1.70
某滚动转子式	平均误差(%)	2.11	1.92	0.57
压缩机	最大误差(%)	5.89	4.06	2.20

表 2-1 中, 误差的定义分别为

$$\text{流量误差} = \frac{|\text{流量计算值} - \text{流量实验值}|}{\text{流量实验值}} \times 100\%$$

$$\text{输入功率误差} = \frac{|\text{功率计算值} - \text{功率实验值}|}{\text{功率实验值}} \times 100\%$$

$$\text{排气温度误差} = \frac{|\text{排气温度计算值(K)} - \text{排气温度实验值(K)}|}{\text{排气温度实验值(K)}} \times 100\%$$

最大误差和平均误差分别为误差中的最大值和算术平均值。

第三章 毛细管模型

毛细管作为一种节流元件,具有简单、价廉、稳定的优点,因此在小型制冷空调装置中得到了广泛应用。了解毛细管特性,对于改进装置性能、实现高效节能,具有可观的实用价值。

3-1 毛细管的工作机理及其对制冷系统性能的影响

3-1-1 毛细管的结构

毛细管是一根细长的圆管,在常用的制冷空调装置范围内,毛细管长度一般从几十厘米到几米(对于长度在1cm左右的特别短的毛细管,亦称节流短管,其特点有所不同,本书不作介绍),内径则在1mm左右。

根据毛细管在装置上的安装、换热情况,可以将毛细管分为两类:一类是绝热毛细管,另一类是非绝热毛细管。对于毛细管裸露在空气中的情况,可以视之为绝热毛细管;而对于毛细管与吸气管捆绑在一起形成回热换热器的情况,则视之为非绝热毛细管。

3-1-2 制冷剂在毛细管中的流动状态

下面结合图3-1介绍制冷剂在绝热毛细管内的流动状况。图3-1中, p_v 和 p_s 分别表示制冷剂在毛细管内的沿程压力和制冷剂沿程温度所对应的饱和压力。在装置运行于正常的稳定工况时,毛细管进口状态是过冷液体。对于进口状态是两相或过热的情况,在系统仿真中亦会遇到,可以作类似的分析。毛细管进出口的压差是制冷剂在毛细管内流动的驱动势,在压差驱动下,过冷的制冷剂液体进入毛细管。制冷剂在毛细管内的流动可以分为图示的四个流动区域:过冷液体区Ⅰ、亚稳态液体区Ⅱ、亚稳态气液两相区Ⅲ和热平衡态气液两相区Ⅳ。下面我们对毛细管内流动过程作具体的描述。

制冷剂进入毛细管后,因流动摩擦产生压降,制冷剂压力下降。对于液体制冷剂,可以认为是不可压缩的,即与压力无关,对于绝热流动,可以证明液体温度不变(从后面的模型推导过程中可以看出这一点)。因此,如果是在热力学平衡的假设下,则当制冷剂压力下降到液体温度对应的饱和温度时,制冷剂便无法保持液体状态,要发生由液相到汽相的相变,即产生闪发现象(这是因压力下降引起的相变,不同于由换热引起的蒸发),开始闪发的位置称为闪发点。但事实上,

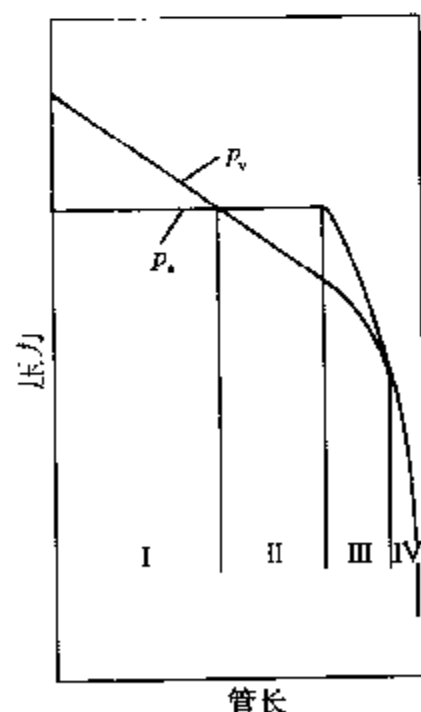


图 3-1 制冷剂沿毛细管管长的压力分布

实验研究的结果表明,当制冷剂压力下降至液体温度对应的饱和压力点,即热力学平衡下的闪发点时,制冷剂液体并不立即发生闪发。原因是气泡的产生和生长在满足热力学平衡的基础上,还要满足力学平衡(即要克服相间的压力差)。所以,制冷剂液体便在毛细管内形成一个“过热”液体区Ⅱ,这一状态是很不稳定的,一旦受到小扰动的影响,平衡就会遭到破坏,故称之为亚稳态液区。当汽液相间的压力差满足气泡产生和生成所需的力学条件时,液体真正开始闪发。在闪发的初期,气泡生成较少,从总体上看仍处于亚稳态区,即Ⅲ区。但这一过程相当短暂,因为随着汽相份额的增加,制冷剂平均比容上升,流动速度迅速加快,流动的摩擦阻力增加,制冷剂压力加速下降,气泡的生成趋于剧烈而无序,力学平衡要求削弱,热力学平衡势占据主导地位,从而很快过渡到热力学平衡下的气液两相流动,即Ⅳ区。

从图 3-1 中可以看到,Ⅳ区制冷剂压力下降速度很快,这意味着制冷剂流速迅速上升,可以拉近甚至达到当地音速。这就引出了毛细管内流动的另一重要现象,即壅塞流动问题。

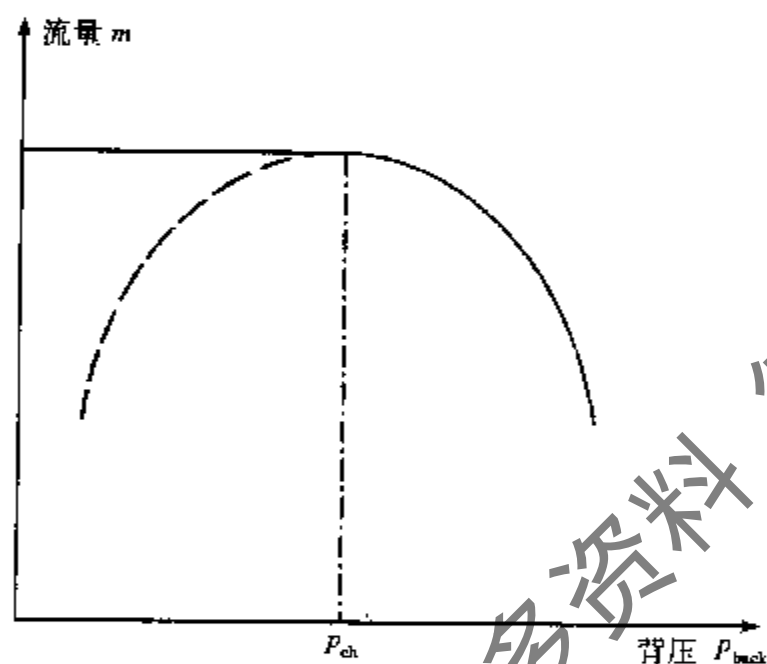


图 3-2 毛细管背压与流量的关系

如果制冷剂在毛细管内部达到音速,则由于制冷剂在毛细管内将进一步加速,从而出现超音速流动,这是违背热力学第二定律的。根据热力学第二定律可以知道,如果毛细管内流动出现壅塞,则制冷剂在毛细管出口达到音速(这一结论的得到可参阅相关的文献资料)。这时,毛细管出口处的制冷剂压力将大于或等于毛细管的背压(对于制冷系统而言,毛细管的背压就是蒸发器的进口压力),制冷剂流量也将不再受到毛细管背压的影响,如图 3-2 所示。图 3-2 中,实线表示制冷剂的实

际流量,当毛细管的背压低于压力 p_{ch} 后,制冷剂流量便不再改变;虚线表示如果不考虑壅塞流动,那么制冷剂流量在毛细管背压低于压力 p_{ch} 后将下降,这显然是不真实的。

3-2 绝热毛细管分布参数模型

上述的分析使我们对制冷剂在绝热毛细管内的流动有了一定的了解,下而就在此基础上讨论绝热毛细管的建模问题。数学模型都是真实对象在一定程度上的近似,是在若干假设的基础上得到的。假设的合理性,不仅直接影响模型的精度,同时也影响模型程序化的难易程度。

为了建立绝热毛细管的数学模型,主要采用了如下假设:

1) 制冷剂在毛细管内的流动为一维绝热均相流动。由于毛细管的管径相当细,故按一维流动考虑将有足够的精度;对于裸露在空气中的毛细管,皆可视之为绝热流动,因为

制冷剂与环境的换热量对毛细管出口状态的影响很小(该状态主要取决于制冷剂的潜热),可以忽略不计;而制冷剂在毛细管内的高速流动,造成气液相充分混合,气、液相的流动速度较为接近,故可按均相流(即气、液相流速相同)处理。

2) 忽略亚稳态流动。前面指出,毛细管内流动存在亚稳态流动现象,但是由于亚稳态流动现象本身不是一种很稳定的现象,因此测量上存在很大的难度,目前也没有公认的结果。另一方面,从亚稳态流的存在对制冷剂在毛细管内的流动性能的影响这一角度来分析,由于液体区域的延长和两相区域的缩短,毛细管总的沿程摩擦阻力下降(因为液体区流速慢和两相区流速快,由流体力学知识可以知道,摩阻与流速的平方成正比关系),故制冷剂流量将增加。如果忽略亚稳态流,从理论上将造成计算值偏低于实验值,有研究表明,这一假设带来的偏差约1%~6%。由于这一值不大,而且可以通过其他途径来修正,故在建模时不考虑亚稳态流;而另一个重要的原因是,是否考虑亚稳态流,并不影响模型的通用性,在获得关于毛细管内亚稳态流动的较为成熟的结论后,可以通过简单的方式接入已有的模型和程序。

3-2-1 基本模型

任何一种流动传热环节,都可以建立以连续性方程、能量方程和动量方程为主体的基本数学模型,对于制冷剂在绝热毛细管内的流动亦是如此。

连续性方程

$$m = \frac{\pi}{4} D^2 G = \text{常数} \quad (3-1)$$

能量方程(绝热)

$$h + \frac{1}{2} G^2 v^2 = \text{常数} \quad (3-2)$$

动量方程

$$-dp = G^2 dv + \frac{1}{2} \frac{f}{D} v G^2 dL \quad (3-3)$$

式中, p 、 v 、 m 、 G 分别为流体的压力、比容、质量和质流密度, D 和 L 分别为毛细管的内径和长度, f 为沿程摩阻系数。

上述基本方程可以由一般的连续性方程、能量方程和动量方程导出,有兴趣的读者可以参阅相关的书籍文献。

3-2-2 模型的离散

上述基本方程无法直接求解,要将之改换为离散形式,然后通过计算机编程计算。方程的离散采用有限差分方法。

将制冷剂在毛细管内的流动沿毛细管管长划分若干微元,那么对其中的某一微元可以重新列写方程(3-1)~(3-3):

连续性方程

$$m_1 = m_2 \quad (3-4)$$

能量方程[引入式(3-1)]

$$h_1 + \frac{1}{2}G^2v_1^2 = h_2 + \frac{1}{2}G^2v_2^2 \quad (3-5)$$

动量方程[引入式(3-1)]

$$p_1 - p_2 = G^2(v_2 - v_1) + \frac{f_m v_m G^2}{2D} \Delta L \quad (3-6)$$

式中,下角标 1、2、 m 分别表示微元的进口参数、出口参数和平均参数。

具体地,对于过冷区,过冷液体可视作不可压缩、比容不变,从而式(3-5)可简化为

$$h_1 = h_2 \quad (3-7)$$

由于在一般情况下液体焓可看作只是温度的函数,故由式(3-7)可知过冷区的液体温度不变,则摩阻系数亦不变。由式(3-6)可求得过冷区的长度为

$$L_{sc} = \frac{2D\Delta p_{sc}}{G^2 f_{sc} v_{sc}} \quad (3-8)$$

式中, Δp 表示压降,下角标 SC 表示过冷区。

对于气液两相区,按压降或温降均分为若干个控制容积,经验表明,取 200 个以上的控制容积时,计算结果不再受到控制容积数目的影响。两相区焓和比容的计算为

$$h = h_f + x(h_g - h_f) \quad (3-9)$$

$$v = v_f + x(v_g - v_f) \quad (3-10)$$

式中,下角标 f 和 g 分别表示饱和液体和饱和气体。

将式(3-9)和式(3-10)代入式(3-5),得

$$h_{f2} + x_2(h_{g2} - h_{f2}) + \frac{G^2}{2} [v_{f2} + (v_{g2} - v_{f2})x_2]^2 = h_1 + \frac{G^2 v_1^2}{2} \quad (3-11)$$

式(3-11)可整理成关于干度 x_2 的二次方程

$$ax_2^2 + bx_2 + c = 0 \quad (3-12)$$

式中,

$$a = \frac{1}{2}G^2(v_{g2} - v_{f2})^2$$

$$b = G^2 v_{f2}(v_{g2} - v_{f2}) + h_{g2} - h_{f2}$$

$$c = \frac{1}{2}G^2(v_{f2}^2 - v_1^2) + h_{f2} - h_1$$

容易知道, $a > 0$, $b > 0$ 和 $c < 0$,故 $b^2 - 4ac > 0$,二次方程(3-12)必然有两个相异的实根。考虑到干度值在 0 和 1 之间,因此有

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2c}{b + \sqrt{b^2 - 4ac}} \quad (3-13)$$

而方程(3-12)的另一个根小于 0,没有实际意义。

已知了控制容积的出口压力和干度,就可确定控制容积的出口状态,从而由式(3-6)可确定控制容积的长度

$$\Delta L_{TP} = \frac{2D}{G^2 v_m f_m} [p_1 - p_2 - G^2(v_2 - v_1)] \quad (3-14)$$

对两相区所有控制容积的计算长度求和,可以得到整个两相区的计算长度

$$L_{TP} = \sum (\Delta L_{TP}) \quad (3-15)$$

3-2-3 壅塞流

在制冷空调装置的正常运行工况下,制冷剂在毛细管内的流动处于壅塞状态。因此,为了物理意义上的正确性,必须要考虑壅塞流动的情况,因为如果不考虑壅塞流动,那么当毛细管的背压(即蒸发压力)降至壅塞临界压力以下时,毛细管的流量将随着背压的下降而下降,如图 3-2 所示,就显然是不符合物理事实的。

根据当地音速的定义

$$c = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s} \quad (3-16)$$

有

$$G_{ch} = \rho c = \rho \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s} = \sqrt{-\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_s} \quad (3-17)$$

引入两相区的比容公式(3-10),得

$$\begin{aligned} -\frac{1}{G_{ch}^2} &= \left[\frac{\partial}{\partial p} (v_l + x(v_g - v_l)) \right]_s \\ &= x \frac{dv_g}{dp} + (1-x) \frac{dv_l}{dp} + (v_g - v_l) \left(\frac{\partial x}{\partial p} \right)_s \end{aligned} \quad (3-18)$$

式中,干度对压力的偏微分项可进一步写成

$$\left(\frac{\partial x}{\partial p} \right)_s = - \frac{\left(\frac{\partial s}{\partial p} \right)_x}{\left(\frac{\partial s}{\partial x} \right)_p} = \frac{-1}{s_g - s_l} \left[x \frac{ds_g}{dp} + (1-x) \frac{ds_l}{dp} \right] \quad (3-19)$$

将式(3-19)代入式(3-18),整理得

$$G_{ch} = \left[\frac{x}{G_{cg}^2} + \frac{1-x}{G_{cl}^2} \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (3-20)$$

式中,

$$\frac{1}{G_{cg}^2} = \frac{v_g - v_l}{s_g - s_l} \frac{ds_g}{dp} - \frac{dv_g}{dp} \quad (3-21)$$

$$\frac{1}{G_{cl}^2} = \frac{v_g - v_l}{s_g - s_l} \frac{ds_l}{dp} - \frac{dv_l}{dp} \quad (3-22)$$

由式(3-20)~式(3-22)可知,临界质流量仅取决于制冷剂热力性质和出口干度。为了简化计算,式(3-21)和式(3-22)的计算可代之以多项式形式的回归式。如果根据我们提出的新的制冷剂简化计算模型(见第八章),则可获得直接的导出算式,而无需额外的回归过程,消除了二次误差。

3-2-4 摩阻系数与粘度计算

关于毛细管内摩阻系数的计算,不少研究者推荐 Churchill 方程^[2,4]

$$f = 8 \left[\left(\frac{8}{Re} \right)^{12} + \frac{1}{(A+B)^{\frac{3}{2}}} \right]^{\frac{1}{12}} \quad (3-23)$$

$$A = \left\{ 2.457 \ln \left[\frac{1}{\left(\frac{7}{Re} \right)^{0.9} + 0.27 \frac{\epsilon}{d_i}} \right] \right\}^{16}$$

$$B = \left(\frac{37530}{Re} \right)^{16}$$

式中, Reynolds 数 $Re = \frac{GD}{\mu}$, 在相对粗糙度 $\frac{\epsilon}{D}$ 无法确定时, 可考虑取 3.27×10^{-4} 。

Churchill 方程可覆盖整个 Re 数区域, 且考虑了毛细管内粗糙度的影响。对于两相区摩阻系数的计算, 只需在 Re 数的计算中采用两相粘度 $\bar{\mu}$ 。两相粘度计算公式最常见的有以下三种:

1) McAdams 模型^[5]:

$$\frac{1}{\mu} = \frac{x}{\mu_g} + \frac{1-x}{\mu_l} \quad (3-24)$$

2) Cicchitti 模型^[6]:

$$\bar{\mu} = x\mu_g + (1-x)\mu_l \quad (3-25)$$

3) Dukler 模型^[7]:

$$\bar{\mu} = \frac{xv_g\mu_g + (1-x)v_l\mu_l}{xv_g + (1-x)v_l} \quad (3-26)$$

在实际计算中, 研究者往往是根据最优的仿真效果来选用两相粘度公式。因此, 不同的研究者、或者同一研究者对不同的工质都可能得出不同的“最优”两相粘度公式。从数值角度分析, 这种“选优”的做法实际上是通过两相粘度对整个毛细管模型的误差进行一定的修正。进一步分析上述三个经验公式, 不难证明

$$\bar{\mu}_{Dukler} \leq \bar{\mu}_{McAdams} \leq \bar{\mu}_{Cicchitti} \quad (3-27)$$

所以, 按 Cicchitti 方程计算制冷剂两相粘度时, 所得的毛细管流量在三者中最小; 按 Dukler 方程计算制冷剂两相粘度时, 所得的毛细管流量在二者中最大; 而按 McAdams 方程计算的毛细管流量则居中。研究表明, 对于不同的制冷剂, 获得最佳计算精度的两相粘度方程是不同的。在通常情况下, 我们推荐大家使用 McAdams 方程计算制冷剂两相粘度, 因为这样可以获得折衷的计算效果。

3-2-5 算法设计

通过毛细管的建模和求解, 可以达到两个主要目的: 一是预测制冷剂在毛细管(毛细管的结构尺寸是确定的)内的流动特性, 包括制冷剂流量、出口状态等, 即毛细管性能预测; 二是根据系统对毛细管的性能要求(包括制冷剂流量等), 确定毛细管的结构尺寸, 即毛细管选型计算。为了实现这两个目的, 需要不同的算法。算法流程所示如图 3-3 和图 3-4 所示。

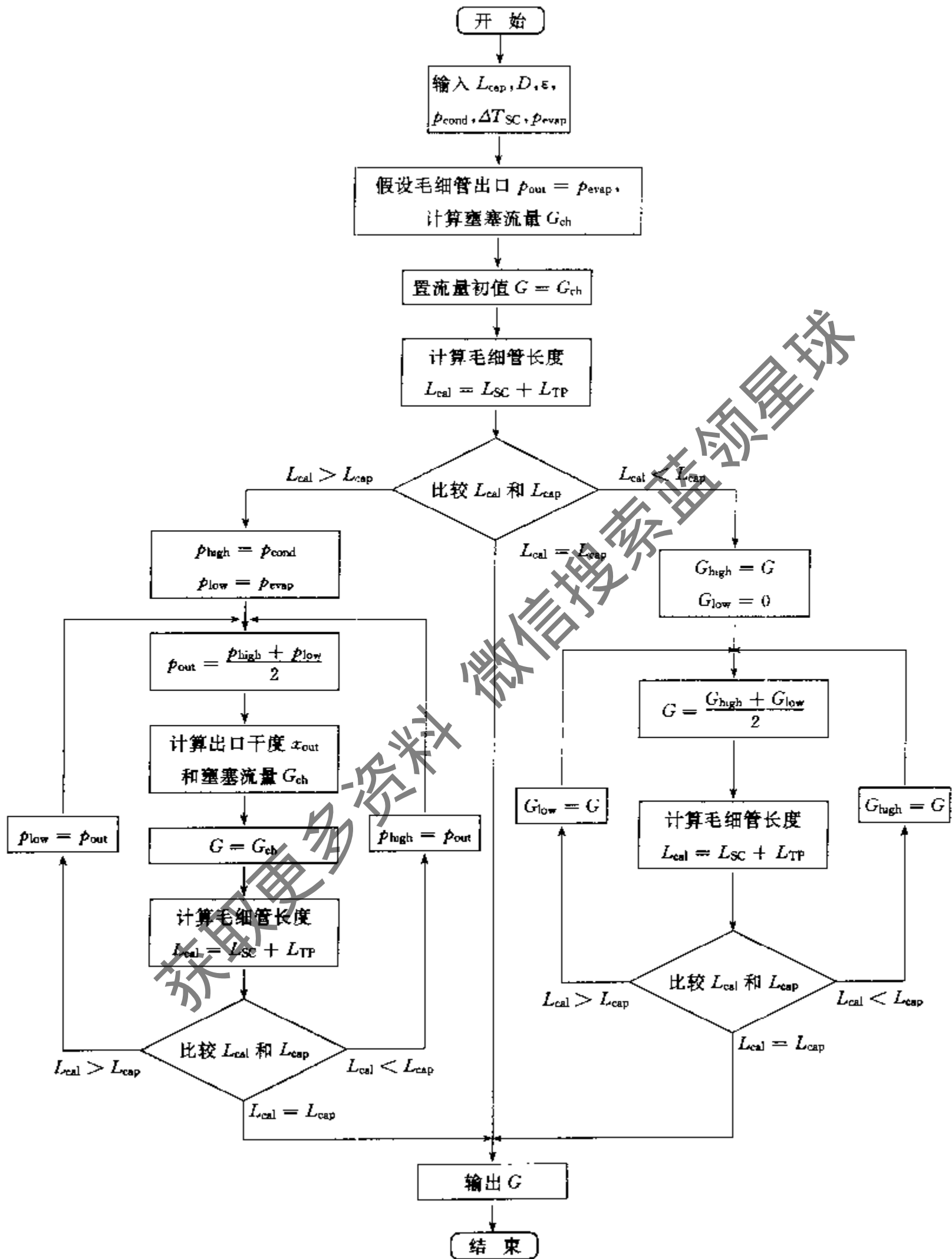


图 3-3 计算毛细管流量的算法流程图

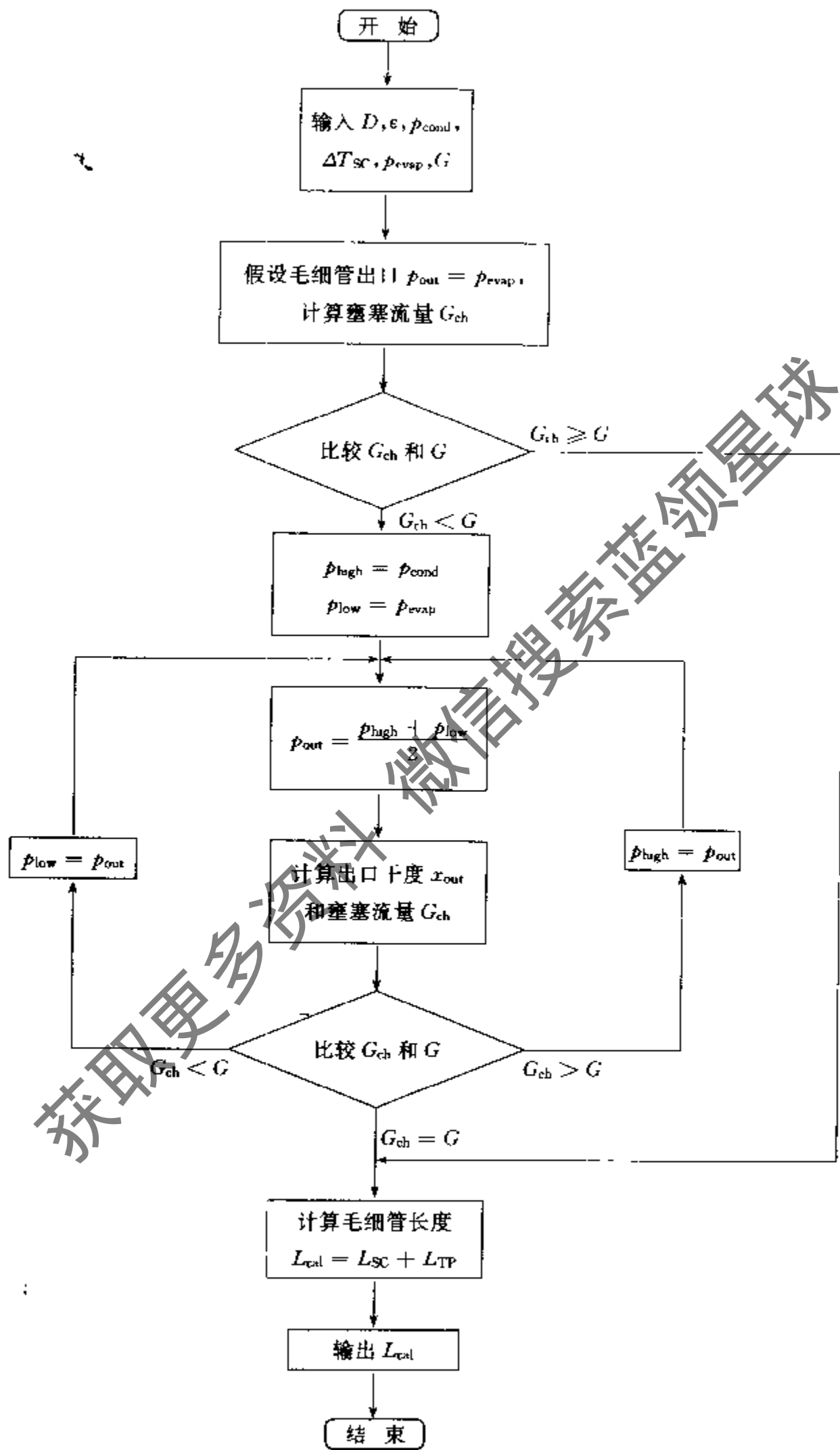


图 3-4 计算毛细管长度的算法流程图

3-3 绝热毛细管的实用关联模型

以上我们介绍了绝热毛细管分布参数模型的建立和求解过程。从上述建模和求解过程可以发现,为了保证差分求解的精度,两相区需要划分相当多的微元数,一般需要 200~300 个微元。这就意味着上述模型的计算量比较大。相比之下,建立简单快捷的毛细管模型对于系统仿真和工程设计场合更具有实用价值。近年来,不少研究者在大量实验研究和分布参数模型计算的基础上建立了不少简单实用的绝热毛细管特性关联式。在此,我们作一个简单的综述。

Bittle 等^[8]在对 R134a、R22、R152a 和 R410A 四种制冷剂进行大量实验的基础上,提出了以下绝热毛细管特性的无量纲关联式:

对于进口为过冷的情况:

$$\Pi_8 = 1.893 \Pi_4^{1.369} \Pi_1^{-0.484} \Pi_5^{0.019} \Pi_2^{-0.824} \Pi_6^{0.773} \Pi_7^{0.265} \quad (3-28)$$

对于进口为两相的情况:

$$\Pi_8 = 836.9 \Pi_4^{0.417} \Pi_5^{0.981} \Pi_1^{-0.740} \Pi_6^{-0.646} \quad (3-29)$$

以上二式中,无量纲参数在等号右边以重要性由高到低排列。无量纲参数的定义如表 3-1 所示。表中, h_{lg} 、 σ 、 c_{pf} 和 ΔT_{sc} 分别表示汽化潜热、表面张力、液体比热和进口过冷度。

表 3-1 式(3-28)和式(3-29)中的无量纲参数说明

无量纲参数	定义	意义
Π_1	$\frac{L_{bap}}{D}$	结构尺寸的影响
Π_2	$\frac{D^2 h_{lg}}{v_f \mu_f^2}$	蒸发的影响
Π_3	$\frac{D \sigma}{v_f \mu_f^2}$	气泡生长的影响
Π_4	$\frac{D^2 p_{in}}{v_f \mu_f^2}$	进口压力的影响
Π_5 (进口过冷)	$\frac{D^2 c_{pf} \Delta T_{sc}}{v_f \mu_f^2}$	进口状态的影响
Π_5 (进口两相)	$1-x$	进口状态的影响
Π_6	$\frac{\rho_g}{\rho_f}$	密度的影响
Π_7	$\frac{\mu_l - \mu_g}{\mu_g}$	粘度的影响
Π_8	$\frac{m}{D \cdot \mu_l}$	流量

式(3-28)和式(3-29)的适用范围应与测试范围相一致。具体的参数范围分别是:毛细管内径 0.66~2.29mm,毛细管长度 0.508~5.08m,冷凝温度 26~52℃,进口过冷度 5.6~16.7℃,进口干度 0~35%。所有试验都保证制冷剂在毛细管内处于堵塞流动状态。

Melo 等^[9]在对 R12、R134a 和 R600a 三种制冷剂进行大量实验的基础上,提出了与 Bittle 等^[8]类似的绝热毛细管特性的无量纲关联式。所不同的是, Melo 等认为对于不同的

制冷剂,尤其是物理化学性质差异大的制冷剂,应该分别进行回归。此外,Melo 等只考虑了进口过冷的情况。

对于 R12,有

$$\Pi_1 = 0.06135\Pi_2^{0.495}\Pi_3^{-0.509}\Pi_4^{0.160} \quad (3-30)$$

对于 R134a,有

$$\Pi_1 = 0.125\Pi_2^{0.460}\Pi_3^{-0.552}\Pi_4^{0.178} \quad (3-31)$$

对于 R600a,有

$$\Pi_1 = 0.719\Pi_2^{0.403}\Pi_3^{-0.590}\Pi_4^{0.157} \quad (3-32)$$

以上三式中,无量纲参数的定义如表 3-2 所示。

表 3-2 式(3-30)~(3-32)中的无量纲参数说明

无量纲参数	定义	意义
Π_1	$\frac{m}{D \cdot \mu_i}$	流量(类似于雷诺数)
Π_2	$\frac{D^2 p_{in}}{v_i \mu_i^2}$	进口压力的影响
Π_3	$\frac{L_{cap}}{D}$	结构尺寸的影响
Π_4	$\frac{D^2 c_{pf} \Delta T_{sc}}{v_i \mu_i^2}$	进口状态的影响

式(3-30)~(3-32)的适用范围应与测试范围相一致,符合家用电冰箱的常用范围。具体的参数范围分别是:毛细管内径 0.606~1.05mm,毛细管长度 2~3m,进口过冷度 3.0~13.5℃。所有试验都保证制冷剂在毛细管内处于壅塞流动状态。

Jung 等^[10]在对 R22、R134a、R407C 和 R410A 四种制冷剂进行大量数值计算的基础上,提出了绝热毛细管特性的关联式,关联式没有无量纲化。

$$m = c_1 D^2 L_{cap}^2 T_{in}^4 10^{c_5 \Delta T_{sc}} \quad (3-33)$$

式中,回归系数如表 3-3 所示。

表 3-3 式(3-33)中的系数

制冷剂	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5
R22	0.249029	2.543633	-0.42753	0.746108	0.013922
R134a	0.123237	2.498028	-0.41259	0.840660	0.018751
R407C	0.246647	2.544032	-0.41953	0.755385	0.013678
R410A	0.406125	2.589643	-0.45475	0.696669	0.011865

Jung 等没有给出关联式的适用范围。另外,从关联式(3-33)的形式可以看出,该关联式中并没有引入毛细管出口状态量,故只适用于进口过冷下的壅塞流动情况。

Bansal 和 Rupasinghe^[11]在综合较多文献数据的基础上提出了以 R134a 为工质的绝热和非绝热毛细管特性的关联式,关联式也是带量纲的。其中,绝热毛细管特性的关联式为

$$L_{cap} = 16.3 \times 10^8 \Delta p D (\Delta T_{sc} + 10.25) \left[\frac{1.62 \times 10^{-3} - \frac{\epsilon}{D}}{G^2} \right] \quad (3-34)$$

式中, Δp 为毛细管进、出口压降。

该文中也没有给出式(3-34)的适用范围。由于引入了压降,故对于壅塞流动的计算,必须要知道毛细管出口压力,而出口压力必须迭代计算,因此式(3-34)的计算简易性不如前面几种关联式。

另外,Chen 等^[12]在数值分析的基础上给出了一种相对上述方法较为复杂的绝热毛细管特性关联方法,较为全面地考虑了进口过冷和不过冷、流动壅塞和不壅塞的情况。有兴趣的读者可以参阅该文。

从总体上看,绝热毛细管特性的关联模型使得毛细管特性计算过程高度简化,适合于工程应用。研究者给出的误差一般在 $\pm 10\%$ 以内,但不同研究者给出的关联式之间仍可能存在较大的误差,因此,建议读者在经过实际效果比较后选用。

3-4 仿真实例

如图 3-5 所示,是本章建立的分布参数模型与 Melo 等^[9]提供的实验数据和关联模型的比较。通过此算例,可以看到:本章建立的分布参数模型与关联模型(3-30)~(3-32)的预测精度相当。

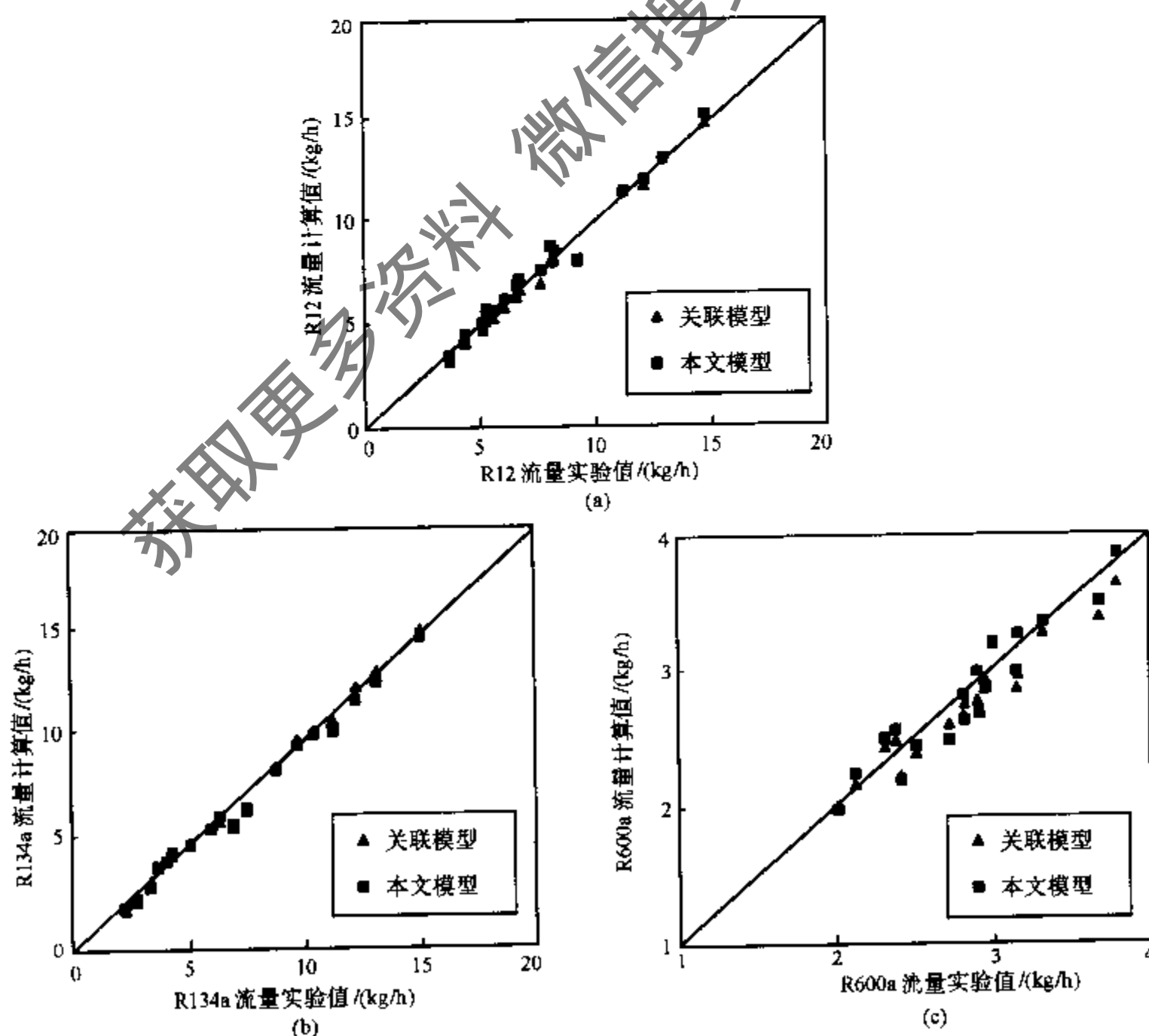


图 3-5 毛细管流量计算值与实验值的比较

第四章 冷凝器模型

冷凝器作为装置的高温换热器,与高温热源进行热量交换,在制冷模式下是将系统产生和吸收的热量(直接或间接)排放到高温环境中去,在制热模式下是将系统产生和从低温环境吸收的热量(直接或间接)排放到用热空间。

制冷剂在冷凝器中的换热是相变换热,以利用制冷剂冷凝潜热大的优点。一般来讲,在装置稳定运行时,制冷剂以过热气体状态进入冷凝器,逐渐冷却到气液两相状态,并进一步冷却至过冷液体状态后离开冷凝器。但是,当冷凝器设计不合理或者当系统中制冷剂充注量不够时,冷凝器出口可能不过冷,从而影响装置的制冷量或制热量。

对于非稳态运行的情况,冷凝器中制冷剂的状态将随时间发生变化。例如,对常见的家用电冰箱和空调器而言,在长时间停机的情况下,冷凝器中的制冷剂为过热气体,当装置启动时,压缩机将大量的制冷剂过热气体排入冷凝器,在短时间内冷凝器就好像是一个绝热充气的容器,故压力迅速升高,当压力升高至其对应的饱和温度高于当地温度时,冷凝器中的制冷剂就开始冷凝,直至到达稳定状态。当压缩机停机后,由于压差的存在,冷凝器中的制冷剂继续通过节流机构(如毛细管)流向蒸发器,高、低压很快达到平衡。在高、低压平衡过程中,会出现冷凝温度低于环境温度的情况,此时冷凝器中的制冷剂将受热蒸发,从外界吸收热量,造成系统能量的损失。

通过以上对冷凝器特性的初步描述可知,为了能充分反映冷凝器的特性,我们在建立冷凝器数学模型时应当考虑研究目的和所能达到的效果。例如,同样是要反映国标工况下装置的系统性能,房间空调器在运行时处于动态平衡的稳定状态,故可考虑采用稳态模型;而家用电冰箱在运行时需要靠不断的开停机来动态调节箱内温度,故应当考虑采用动态模型。又如,我们在进行冷凝器特性研究时,可以考虑建立复杂一些的分布参数模型,以考察有关参数的分布特征,但分布参数模型的计算量较大,计算的稳定性也不易保证;而为生产厂提供实用化的冷凝器仿真程序时,则应当考虑易学易用,宜采用计算量较小且稳定性高的集中参数模型,并且通过一定的实验来校正模型,提高预测精度。

在本章中,将先后建立冷凝器的动态集中参数模型^[13]、稳态分布参数模型^[14]和稳态集中参数模型^[15]。

4-1 动态集中参数模型

在系统仿真中,冷凝器的动态特性主要反映在装置开、停机过程中。开、停机的动态特性与一般控制特性研究中对象对输入扰量的动态响应是有区别的。在控制特性研究中,扰量的输入一般是在装置运行到某一稳定状态之后,而且在对扰量的整个响应过程中,研究对象的状态并不会发生大的变化。开、停机动态特性则与此不同,如前面所描述的那样,开、停机过程,系统状态将发生很大的变化,开机过程中冷凝器从单相的过热气体变化到过热气体、气液两相、过冷液体共存的动态平衡状态,在停机过程中又恢复到单相的过热

气体状态。动态过程中不同相变阶段模型之间的光滑转换成为建模的关键。

集中参数模型可以分为两类：

1) 一类是全集中参数模型。相当于将冷凝器看作是一个“水箱”，于是只有两种状态，一是“干的”，即过热气体；一是“湿的”，即气液两相，而实际存在的过热气体和过冷液体被分别视作饱和气体和饱和液体。此类模型难以区分不同状态下的换热，故模型误差较大。

2) 另一类是分区集中参数模型。这类模型按状态将冷凝器分为三个区，即过热区、两相区和过冷区，对每个区分别采用集中参数模型。这类模型尽管仍无法反映参数的分布特征，但通过将差异较大的区域分离开来建模，可望较好地反映不同区域的换热特征，从而从整体上较好地逼近冷凝器的实际特性。在目前的系统动态仿真中，此类模型得到较多地应用。下面主要介绍此类模型。

4-1-1 开机动态模型

在开机后的状态演变大致如下：全过热状态、出现冷凝（两相区）、（可能）出现过冷。

首先考虑全过热状态。当以下两个条件之一满足时，冷凝器中的制冷剂处于全过热状态：1) 高压对应的饱和温度（冷凝温度）不高于冷凝器管壁温度；2) 按流动换热方程计算所得的过热区长度不小于冷凝器总管长。

管壁温度方程（单位管长）：

$$C_w \frac{d\bar{T}_w}{dt} = \alpha_{out} A_{out} (\bar{T}_{air} - \bar{T}_w) + \alpha_{in} A_{in} (T_{SH} - \bar{T}_w) \quad (4-1)$$

式中， \bar{T}_{air} 、 \bar{T}_w 和 T_{SH} 分别为管外侧空气（如果是水冷，则管外侧为水）平均温度、管壁平均温度和管内制冷剂过热气体平均温度， C_w 为单位管长的热容， A_{out} 和 A_{in} 分别为单位管长的管外侧和管内侧换热面积， α_{out} 和 α_{in} 分别为管外侧和管内侧的平均换热系数。

对式(4-1)进行前向差分并整理得

$$\bar{T}_w = \frac{A_1 \bar{T}_{air}^{(0)} + A_2 T_{SH} + A_3 \bar{T}_w^{(0)}}{A_1 + A_2 + A_3} \quad (4-2)$$

式中，

$$A_1 = \alpha_{out} A_{out} \Delta; \quad A_2 = \alpha_{in} A_{in} \Delta; \quad A_3 = C_w$$

Δ 为计算时间步长，右上角标(0)表示上一计算时刻。

制冷剂的流动换热方程（先初始假定出口为饱和气体）：

$$Q = m(h_{out} - h_{in}) = \alpha_{in} A_{in} (\bar{T}_{SH} - \bar{T}_w) \quad (4-3)$$

制冷剂平均温度方程（按对数平均温差计算）：

$$\bar{T}_{SH} = T_{air}^{(0)} + \frac{T_{con,in} - T_{SH,out}}{\ln \left(\frac{T_{con,in} - T_{air}^{(0)}}{T_{SH,out} - T_{air}^{(0)}} \right)} \quad (4-4)$$

管外侧空气的流动换热方程：

$$Q_a = m_a(h_{a,out} - h_{a,in}) = \alpha_{out} A_{out} (\bar{T}_{air} - \bar{T}_w) \quad (4-5)$$

式中，下角标 a 表示空气。

联合式(4-2)、(4-3)、(4-4)和(4-5)可迭代计算冷凝器在全过热时的状态。

当上述条件 1)和 2)均不满足时，冷凝器内出现两相区。此时，先按上述过热区模型计算出过热区的长度 L_{SH} ；然后，假定两相区的出口干度为 0，按管壁温度方程和流动换热方

程(形式上与过热区的方程相似,不再重复列举)求出两相区长度 L_{TP} 。如果 $L_{TP} > L_{con} - L_{SH}$ (L_{con} 表示冷凝器总长),那么重新假定冷凝器出口干度,直到 $L_{TP} = L_{con} - L_{SH}$;反之,则有过冷区出现。过冷区的计算思路与过热区相似。

上述模型求解过程中,冷凝压力是给定或假设的。要确定当前的冷凝压力,还需引入质量平衡方程,形式一是按连续性方程列写

$$M = M^{(0)} + (m_{in} - m_{out})\Delta \quad (4-6)$$

形式二是按制冷剂状态计算

$$M = M_{SH} + M_{TP} + M_{SC} \quad (4-7)$$

以上两式中, M 和 $M^{(0)}$ 分别是当前时刻和上一时刻冷凝器中的制冷剂质量; m_{in} 和 m_{out} 分别是当前时刻冷凝器的进、出口质流量; M_{SH} 、 M_{TP} 和 M_{SC} 分别表示过热区、两相区和过冷区的制冷剂质量。

修正冷凝压力(迭代计算),直到式(4-7)和式(4-6)计算的制冷剂质量相等。

4-1-2 停机动态模型

停机情况下的制冷剂侧模型分成过热区和饱和区共存,以及全过热区两种情况。冷凝器中状态演变的示意图如图4-1所示,图中阴影部分表示液体,箭头指向是从冷凝器进口到出口。其中,我们强调以下两点假设:

1) 将可能存在的过冷区看作饱和液体区。这样处理对冷凝器中的制冷剂总质量和总能的影响不大,有利于模型简化。

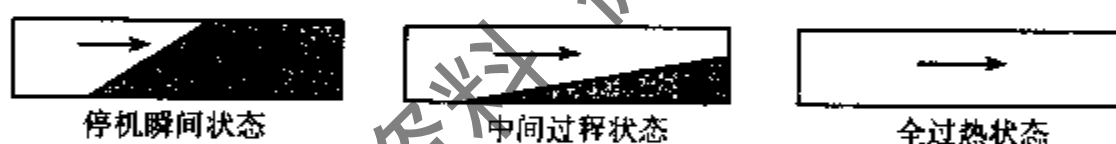


图4-1 停机后冷凝器中制冷剂的状态演变过程

2) 为了保证停机前后阶段模型连接上的连续性,在停机过程中保留停机前的过热区长度不变。由于停机后冷凝器内的制冷剂质量是逐渐减少的,且冷凝器的非过热区部分亦会逐渐变成过热气体,故这一假设不会带来大的误差,是合理的。

由于我们保留了过热区长度,在冷凝器内尚存在两相区时,也很容易确定过热区状态。其具体结果读者可自行指导。

两相区计算时,通过质量方程

$$M = M^{(0)} - m_{out}\Delta \quad (4-8)$$

可以确定冷凝器的出口干度,进而确定其他状态参数(除了假设的冷凝压力)。

冷凝压力的确定通过总能量守恒来完成。冷凝器管内制冷剂侧的总能量方程,可以按流动换热的形式列写

$$E = E^{(0)} - (m_{out}h_{out} + Q)\Delta \quad (4-9)$$

也可以按过热区和两相区的状态来列写

$$E = E_{SH} + E_{TP} \quad (4-10)$$

上述两式中, E 和 $E^{(0)}$ 分别是当前时刻和上一时刻冷凝器中的制冷剂总能; E_{SH} 和 E_{TP}

分别是过热区和两相区制冷剂的总能。

修正冷凝压力(迭代计算),直到式(4-9)和式(4-10)的计算值相等。

上述停机动态模型的形式与开机动态模型有所不同,这时因为一则停机过程较开机过程简单,二则实际计算经验表明这样做容易保证计算的稳定性,尤其是采用较大的计算步长时。

4-2 稳态分布参数模型

在冷凝器稳态分布参数模型中,复杂程度也有很大的差别。如果完全考虑细节结构的流动换热,则必须建立三维模型。但此类模型计算量大,计算稳定性差,而且也未必能保证令人满意的精度,因为仿真精度还取决于换热系数等基础数据的计算精度。本书的重点并不是要向读者阐述很复杂、很高精度的仿真模型,而是希望读者能够通过本书对这一建模思想有一较为全面的了解。

4-2-1 基本模型

下面将要建立的冷凝器稳态分布参数模型是基于以下的主要假设:

1) 冷凝器为逆流型换热器。从常见的实际装置来看,冷凝器管内制冷剂 and 管外空气的相对流动更接近于叉流,但如果考虑成叉流,模型就与具体的结构布置相关,变得比较复杂,而且缺乏通用的描述方法。

2) 管内制冷剂的流动为一维均相流动,且不考虑压降。实际的管内制冷剂流动是复杂的分相流动,但为了描述上的简便,我们在这里采用最为简单的一维均相流模型。读者在看完本书后面章节所介绍的分相流空泡系数模型后,可尝试将冷凝器均相流模型改为分相流模型。此外,冷凝器内的制冷剂压降不大,由压降造成的温降也很小,可以忽略不计。

3) 管外空气的流动亦视作一维流动。实际冷凝器的管外侧由于结构或布置上的原因导致流速分布不均匀,这会对换热造成一定的影响,但这一影响与具体装置情况有关,需要时可结合实验进行修正。

4) 管壁热阻忽略不计。与管内、外侧的换热热阻相比,管壁的径向热阻很小,可忽略不计。另外,管壁的轴向热阻对换热的影响不大,但对算法有很大影响,忽略之不会造成明显误差,同时也有效简化了算法。

根据上述分析,可以将冷凝器简化为如图 4-2 所示的物理模型。

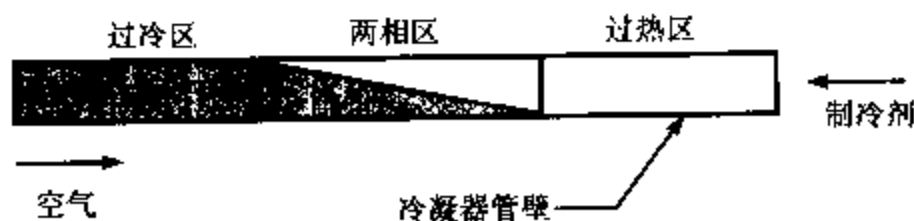


图 4-2 冷凝器模型示意图



图 4-3 微元示意图

在模型中,将冷凝器分三个相区来考虑:过热区、两相区、过冷区。每个相区划分若干微元。对于单相区,即过热区和过冷区,微元的划分按制冷剂侧温降进行均分(也可以按焓差进行均分,由于比热变化不大,故按焓差划分与按温降划分是近似的);对于两相区,由于温度不变,换热表现在焓值的变化上,因此微元的划分可按两相区制冷剂焓差进行均分。一个基本的微元如图 4-3 所示。

对任一微元,可以建立如下的方程组:

空气侧流动换热方程

$$Q_a = m_a(h_{a2} - h_{a1}) \quad (4-11)$$

制冷剂侧流动换热方程

$$Q_r = m_r(h_{r1} - h_{r2}) \quad (4-12)$$

管内外换热量平衡方程

$$Q_a = \xi Q_r \quad (4-13)$$

微元导热方程

$$Q_r = UA_i(T_{rm} - T_{am}) \quad (4-14)$$

制冷剂侧平均温度

$$T_{rm} = \frac{T_{r1} + T_{r2}}{2} \quad (4-15)$$

空气侧平均温度

$$T_{am} = \frac{T_{a1} + T_{a2}}{2} \quad (4-16)$$

管壁长度

$$L = \frac{A_i}{\pi d_i} \quad (4-17)$$

式(4-11)~(4-17)中, Q 、 h 、 T 和 m 分别为换热量、焓值、温度和质流率, A 为微元面积;下角标 a 代表空气侧, r 代表制冷剂侧, m 代表平均值, i 代表管内;漏热系数 ξ 根据实验测定一般为 $0.8 < \xi < 1$,在冷凝器基本模型中简单取作均值 0.9 ; U 为总表面传热系数,其定义温差为空气侧和制冷剂侧算术平均温度之差,计算公式为

$$U = \left(\frac{1}{\alpha_i} + \frac{A_i}{\alpha_o A_o} \right)^{-1} \quad (4-18)$$

式中, α_i 为制冷剂侧表面传热系数, α_o 为空气侧表面传热系数; $\frac{A_i}{A_o}$ 为冷凝器管内、外有效传热面积之比,对于每个微元,可以认为 $\frac{A_i}{A_o}$ 都等于冷凝器总的管内、外有效传热面积之比。

如果已知微元的进出口状态参数,则可以通过上述微元方程组求得每个微元的长度

$$L = \frac{\left(\frac{1}{\alpha_i} + \frac{A_i}{\alpha_o A_o} \right) m_r (h_{r1} - h_{r2})}{(T_{rm} - T_{am}) \pi d_i} \quad (4-19)$$

对于单相区(过冷区、过热区),制冷剂侧换热系数 α_1 由 Dittus-Boeler 换热关联式计算:

$$Nu_1 = 0.023Re^{0.8}Pr^{0.3} \quad (4-20)$$

式中, $Nu_1 = \frac{\alpha_1 d_1}{\lambda}$, $Re = \frac{G_1 d_1}{\mu}$ 。

对于两相区,制冷剂侧换热系数采用 Shah 关联式^[16]:

$$\alpha_{TP} = \alpha_1 \left[(1-x)^{0.8} + \frac{3.8x^{0.76}(1-x)^{0.04}}{Pr^{0.38}} \right] \quad (4-21)$$

式中, α_{TP} 为两相区换热系数, α_1 为单相区换热系数, x 为两相区干度。

对于空气侧的换热系数,采用了李妩等人试验得出的换热综合关联式,如表 4-1 所示^[17]。

表 4-1 换热器空气侧换热关联式

翅片形式	换热关联式
平直形	$Nu = 0.982Re^{0.424} \left(\frac{s}{d_3} \right)^{0.0988} \left(\frac{N \cdot s_2}{d_1} \right)^{0.1590}$
开缝形	$Nu = 0.772Re^{0.477} \left(\frac{s}{d_3} \right)^{0.3630} \left(\frac{N \cdot s_2}{d_1} \right)^{0.2170}$
三角形波纹形	$Nu = 0.687Re^{0.518} \left(\frac{s}{d_3} \right)^{0.0935} \left(\frac{N \cdot s_2}{d_1} \right)^{0.1990}$
正弦波纹形	$Nu = 0.274Re^{0.536} \left(\frac{s}{d_3} \right)^{0.2020} \left(\frac{N \cdot s_2}{d_1} \right)^{0.0372}$

注: s 为翅片间距, s_2 为沿空气流动方向管间距, d_3 为翅根直径, N 为管排数, $Nu = \frac{\alpha_1 d_1}{\lambda}$ 。

当然模型中应用上述关联式所得到的结果与实验值有或大或小的偏差,这需要用其他方法进行进一步的调整。

4-2-2 算法设计

基于上述分析结果,设计根据冷凝器计算长度确定冷凝器出口状态的迭代算法,编制冷凝器分布参数模型仿真程序,程序的输入量为结构参数,空气、制冷剂的入口条件,空气、制冷剂的流量,需要求解的输出量为空气、制冷剂的出口状态、换热量。程序流程见图 4-4。

程序中所用的迭代算法为二分法,以保证程序的简洁和健壮,具体算法描述为:

1) 假定制冷剂出口焓值。考虑到逆流换热假设,制冷剂出口焓的值域可以确定:下限为对应空气进口温度的制冷剂液体焓值;上限为对应冷凝压力的制冷剂饱和气体焓值(正常的稳定工况下,冷凝器出口不可能过热,只可能处于过冷或两相)。取该上、下限作为二分法的上、下限的初值,取其算术平均作为制冷剂出口焓值的迭代初值。

2) 根据假定的制冷剂出口焓值,确定过热、两相和过冷各相区的制冷剂和空气进出口状态,并计算各相区每个微元的长度,相加后得到冷凝器的计算管长。

3) 比较计算管长与真实管长,如果误差在收敛精度内,则转 4),否则:如果计算管长大于真实管长,则假定焓值过小,用假定焓值取代二分法的下限;反之,则用假定焓值取代二分法的上限;按算术平均算出新的假定焓值,转向 2)。

4) 输出结果,结束。

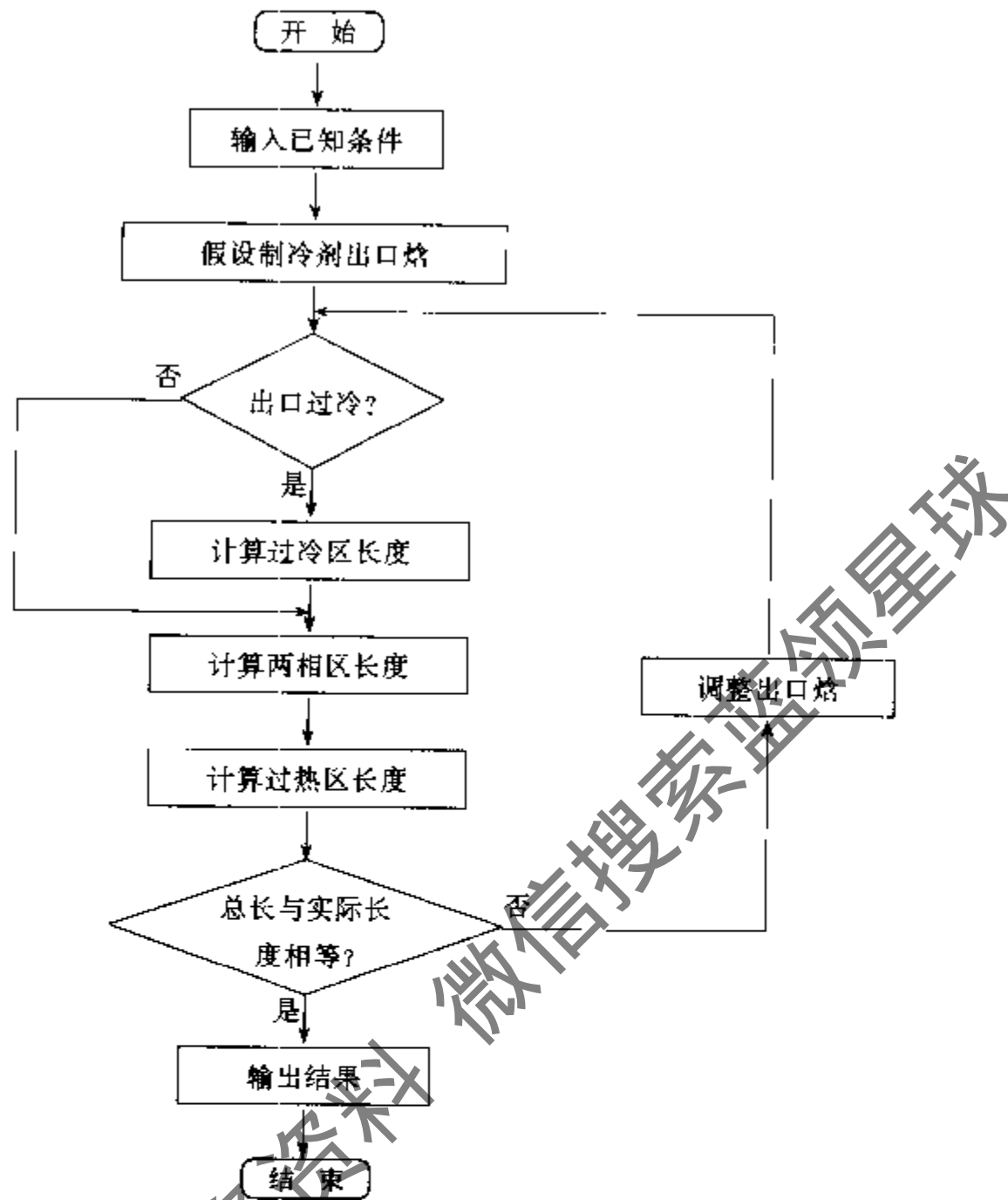


图 4-4 冷凝器仿真算法流程图
(输入制冷剂流量,输出过冷度)

4-2-3 仿真实例

用上述冷凝器分布参数模型对某房间空调器用冷凝器进行仿真,并与实验值进行比较。冷凝器翅片形状为正弦波纹形,故在空气侧换热系数计算时选取表 4-1 中相应的换热关联式。实验数据共 58 组,包括了风速、翅片间距、管排数、分路数和冷凝压力的 5 种参数变化。仿真的整体效果见表 4-2。

表 4-2 模型计算结果与实验结果比较(58 组数据)

制冷剂侧换热量误差/%		过冷度误差/℃	
最大值	平均值	最大值	平均值
11.84	2.36	6.14	2.17

图 4-5~图 4-12 为在相同的参数变化条件下实验结果与仿真结果的趋势图。

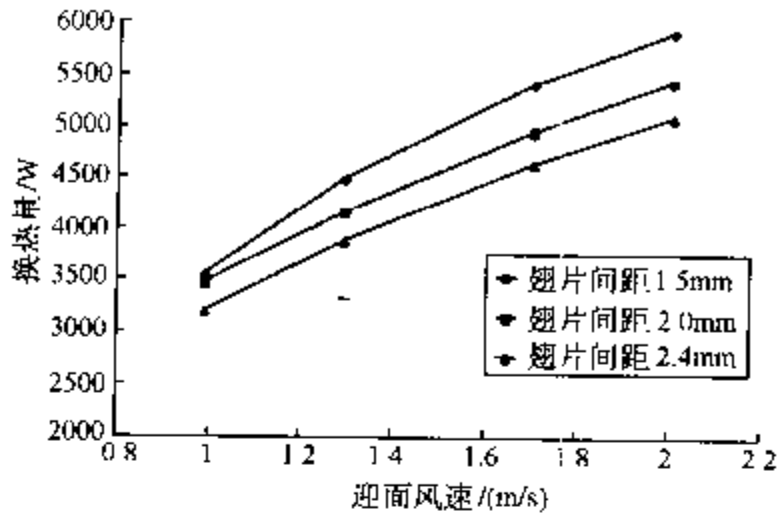


图 4-5 变翅片间距时换热量与风速的关系(实验值)

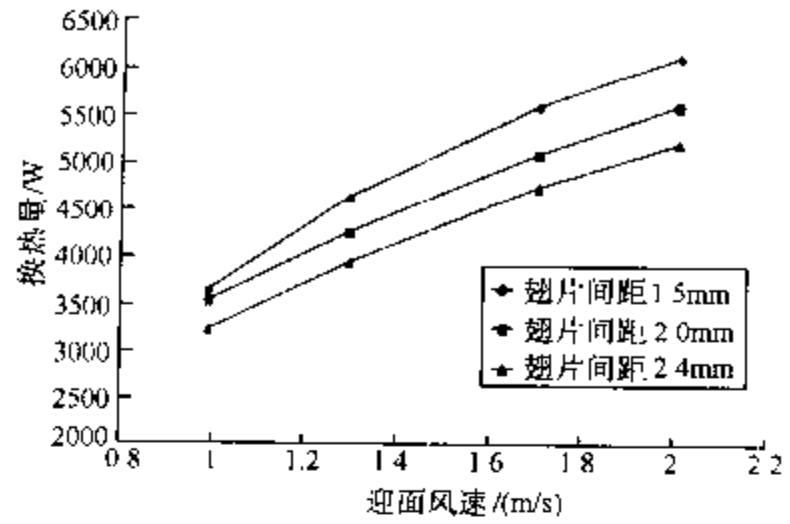


图 4-6 变翅片间距时换热量与风速的关系(计算值)

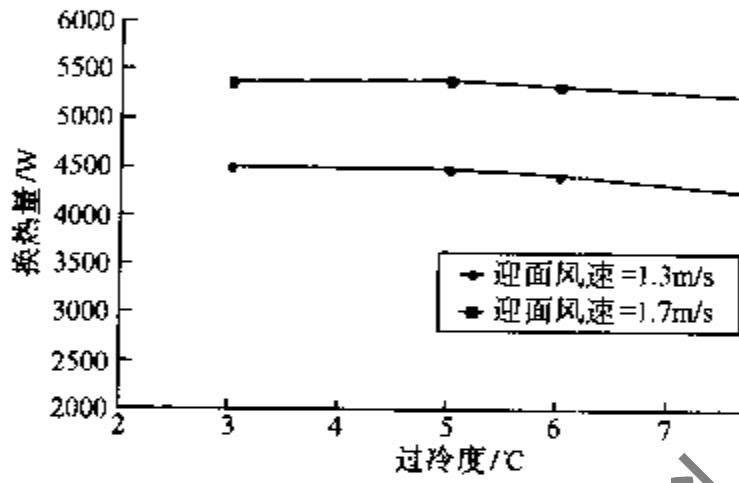


图 4-7 变风速时换热量与过冷度的关系(实验值)

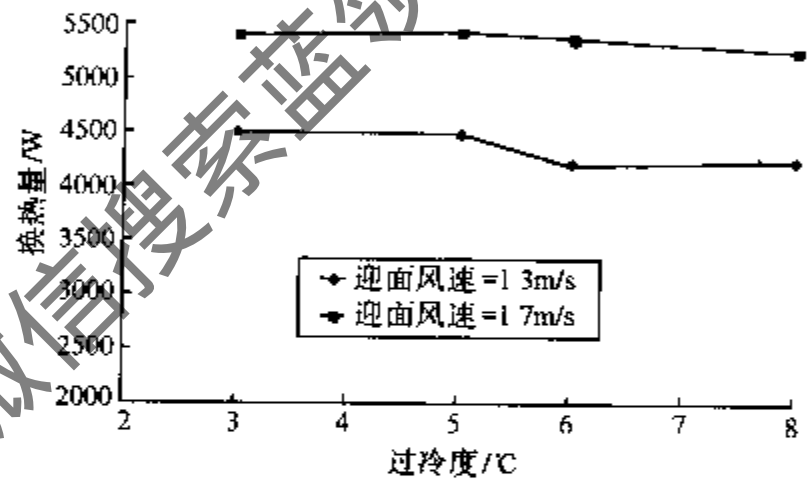


图 4-8 变风速时换热量与过冷度的关系(计算值)

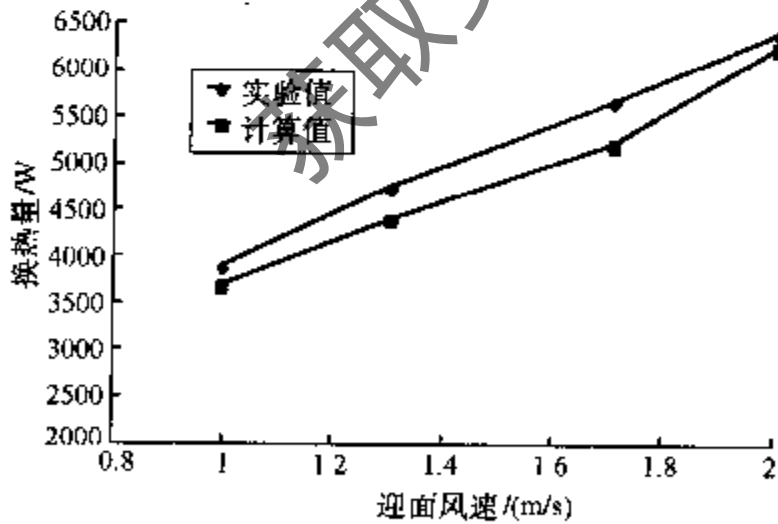


图 4-9 变风速时换热量与风速的关系(第一组)

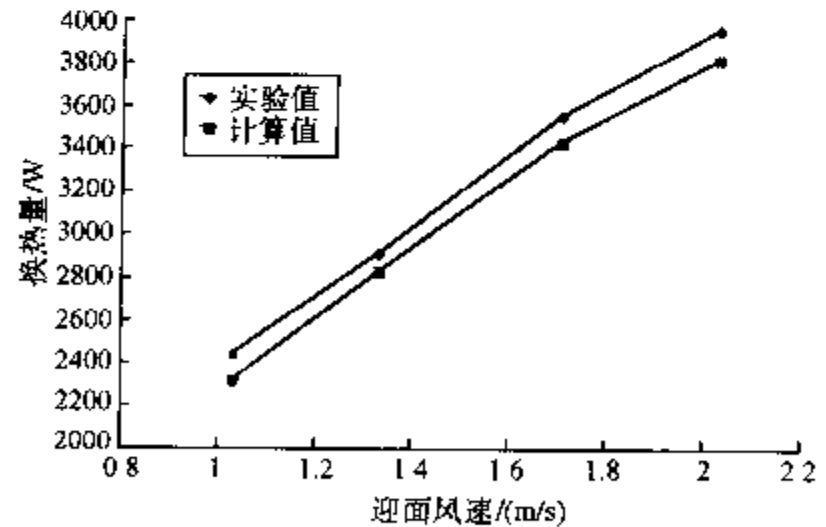


图 4-10 变风速时换热量与风速的关系(第二组)

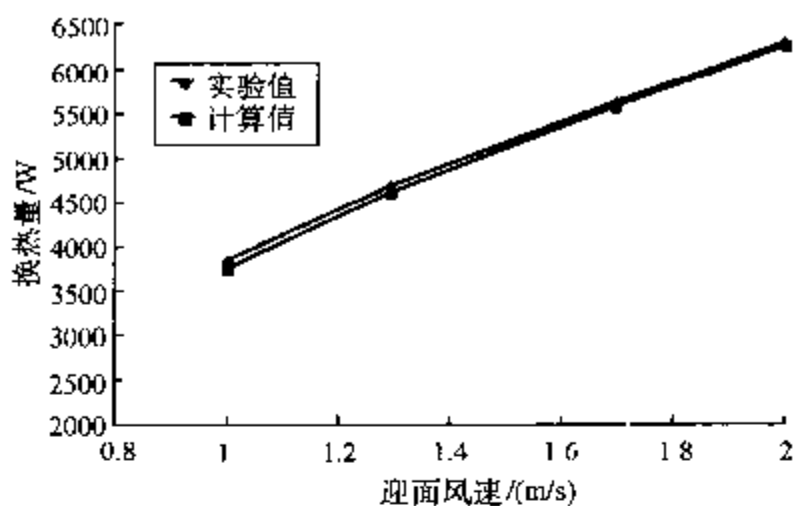


图 4-11 变风速时换热量与风速的关系(第三组)

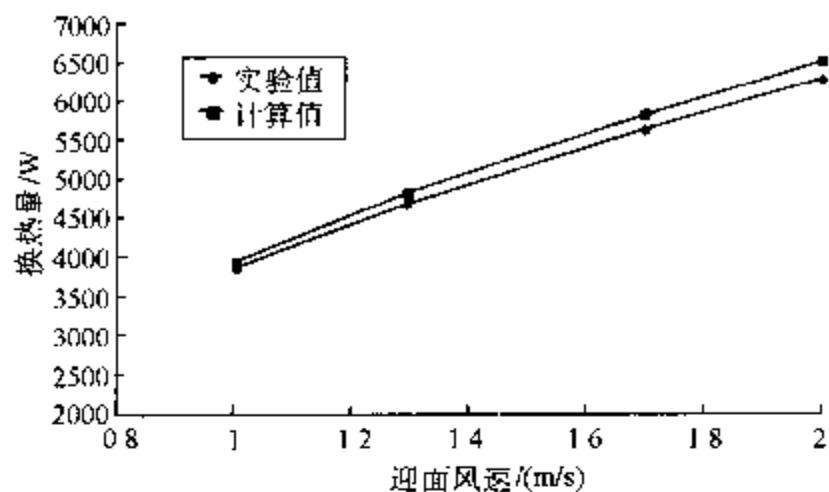


图 4-12 变风速时换热量与风速的关系(第四组)

由上述图表所示的仿真效果可以看出,以上所建立的冷凝器稳态分布参数模型与实验结果可以较好地吻合,尤其是参数变化时模型的敏感性较好。

4-3 稳态集中参数模型

在为厂家定制仿真软件时,软件的实用性往往是第一位的,因此,在建模时应当考虑其特殊性,主要表现在:

1) 对仿真精度有很高的要求。在理论研究时,一般允许有较大的偏差,因为没有一种理论是尽善尽美的,更何况对照实验本身亦是有误差的。但是,厂家一般追求的是仿真的实用化,故较大的预测偏差对他们而言是难以接受的。

2) 对仿真计算的稳定性和快速性有很高的要求。因为一旦仿真过程出现异常,用户很难自行分析或排除故障原因,而过长的计算时间也往往令一般用户难以忍受。提高计算稳定性和速度的重要保证是降低模型的复杂程度,并采用快速稳定的算法。

3) 要有较好的可理解性。厂家对仿真软件的要求不仅仅是怎么用?怎样能用好?还常常提出了解仿真原理和自身具备二次开发能力的愿望。这就要求仿真原理容易为一般的专业技术人员所理解和掌握,也就意味着不能采取比较复杂的仿真模型。

4) 有长期积累的测试数据和经验可供建模使用,也可以比较方便地在厂里的实验台上进行一些专门的实验来辅助建模。这方面是厂家相对于一般科研院校优势的一面,应当考虑加以充分应用。

鉴于上述特殊性,我们考虑对换热器(冷凝器和蒸发器)建立稳态集中参数模型,并通过丰富的试验数据和经验建立必要的实验关联式(例如换热关联式),并对模型进行有针对性的修正。

4-3-1 基本模型

如前所述,忽略冷凝器内的流动压降,即不用考虑动量方程。稳定流动使得质量方程(即连续性方程)也自动满足。因此,所要考虑的只有能量方程。

理想的冷凝器换热模型由两个环节组成:空气侧流动换热和制冷剂侧流动换热。这两个环节的换热量在稳态工况下是相等的。但是,实际的实验台上测定的空气侧流动换热量

和制冷剂侧流动换热量是不等的,其差值(即漏热)受到多种因素的影响。因此,实际的冷凝器换热模型可考虑成由三个环节组成,即在上述两个环节的基础上,增加一个漏热环节。可以按制冷剂侧换热量和按空气侧换热量分别拟合冷凝器总换热系数关联式,在计算两侧出口参数时采用相应的换热系数,这是在冷凝器模型中考虑漏热环节的一种较为简便实用的处理方法。这将在下面的模型描述中得到具体的反映。

制冷剂侧流动换热方程:

$$\begin{aligned} Q_r &= m_r(h_{r,in} - h_{r,out}) \\ &= \alpha_r A_r \left[T_{rm} - \frac{T_{a,m} + T_{a,out}}{2} \right] \end{aligned} \quad (4-22)$$

空气侧流动换热方程:

$$\begin{aligned} Q_a &= m_a(h_{a,out} - h_{a,in}) \\ &= \alpha_a A_a \left[T_{rm} - \frac{T_{a,m} + T_{a,out}}{2} \right] \end{aligned} \quad (4-23)$$

漏热方程:

$$Q_{Leak} = Q_r - Q_a = (\alpha_r - \alpha_a) A_r \left[T_{rm} - \frac{T_{a,m} + T_{a,out}}{2} \right] \quad (4-24)$$

由于本书按两侧换热量分别拟合了冷凝器总换热系数,其作用等价于独立地拟合漏热,故通过式(4-24)可直接计算漏热量。式(4-24)同时也表明,漏热量既受到温差的影响,又与多种实际因素相关(隐含在两个换热系数的计算中),故而可变的系数较简单的常系数可更好地反映实际情况。而且,这种拟合方法在拟合形式上更加一致,其实际拟合效果也较好。

以上三式中制冷剂平均温度 T_{rm} 如果直接取冷凝温度,则模型无法反映过冷度、过热度变化对换热的影响,故将过热度、两相区和过冷区的制冷剂平均温度按各自的相区长度加权平均获得制冷剂平均定性温度。由于叉流换热较接近逆流换热,故在定性分析时可作逆流换热的假设,如图 4-13 所示。当过冷度增大时,过冷区长度加长,相应的有两相区和过热度长度变短;反之亦然。当过热度增大,过热度长度加长,相应的有两相区和过冷区长度变短;反之亦然。

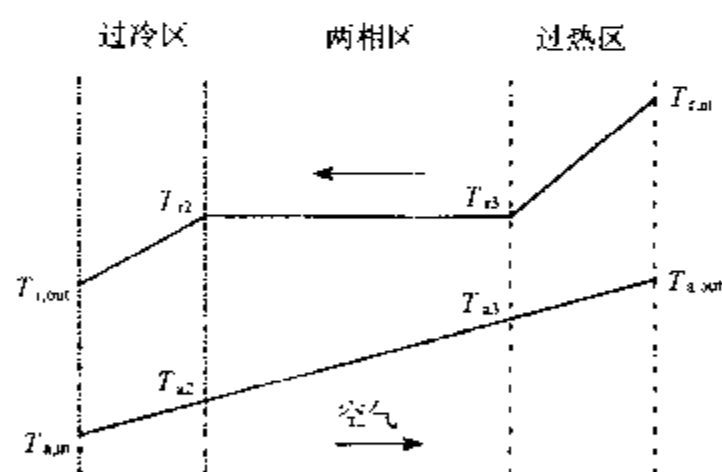


图 4-13 逆流换热过程中温度变化示意图

首先,假设制冷剂侧各段的换热量与空气侧相应的各段换热量成正比(由于存在漏热,故比例系数不等于 1),即

$$\frac{m_a c_p (T_{a,out} - T_{a3})}{m_r (h_{r,in} - h_{r3})} = \frac{m_a c_p (T_{a3} - T_{a2})}{m_r (h_{r3} - h_{r2})} = \frac{m_a c_p (T_{a2} - T_{a,m})}{m_r (h_{r2} - h_{r,out})} \quad (4-25)$$

整理得

$$\frac{T_{a,out} - T_{a3}}{h_{r,in} - h_{r3}} = \frac{T_{a3} - T_{a2}}{h_{r3} - h_{r2}} = \frac{T_{a2} - T_{a,m}}{h_{r2} - h_{r,out}} = \frac{T_{a,out} - T_{a,m}}{h_{r,in} - h_{r,out}} = c_Q \quad (4-26)$$

可解得

$$T_{a2} = T_{a, in} + c_Q (h_{r2} - h_{r, out}) \quad (4-27)$$

$$T_{a3} = T_{a2} + c_Q (h_{r3} - h_{r2}) \quad (4-28)$$

从而可确定两侧各段的传热温差

$$\Delta T_{SH} = \frac{T_{r, in} + T_c}{2} - \frac{T_{a, out} + T_{a3}}{2} \quad (4-29)$$

$$\Delta T_{TP} = T_c - \frac{T_{a2} + T_{a3}}{2} \quad (4-30)$$

$$\Delta T_{SC} = \frac{T_{r, out} + T_c}{2} - \frac{T_{a, in} + T_{a1}}{2} \quad (4-31)$$

对比各段的流动换热方程,有

$$\frac{l_{SH} \Delta T_{SH}}{h_{r, in} - h_{r3}} = \frac{l_{TP} \Delta T_{TP}}{h_{r3} - h_{r2}} = \frac{l_{SC} \Delta T_{SC}}{h_{r2} - h_{r, out}} \quad (4-32)$$

得

$$l_{SH} : l_{TP} : l_{SC} = \frac{h_{r, in} - h_{r3}}{\Delta T_{SH}} : \frac{h_{r3} - h_{r2}}{\Delta T_{TP}} : \frac{h_{r2} - h_{r, out}}{\Delta T_{SC}} \quad (4-33)$$

定义各段长度与冷凝器总长度的比值作为各段对传热的影晌因子,有

$$c_{l, SH} = \frac{l_{SH}}{l_{con}} = \frac{\frac{h_{r, in} - h_{r3}}{\Delta T_{SH}}}{\sum \frac{\Delta h}{\Delta T}} \quad (4-34)$$

$$c_{l, SC} = \frac{l_{SC}}{l_{con}} = \frac{\frac{h_{r2} - h_{r, out}}{\Delta T_{SC}}}{\sum \frac{\Delta h}{\Delta T}} \quad (4-35)$$

$$c_{l, TP} = 1 - c_{l, SH} - c_{l, SC} \quad (4-36)$$

式中,

$$\sum \frac{\Delta h}{\Delta T} = \frac{h_{r, in} - h_{r3}}{\Delta T_{SH}} + \frac{h_{r3} - h_{r2}}{\Delta T_{TP}} + \frac{h_{r2} - h_{r, out}}{\Delta T_{SC}} \quad (4-37)$$

定义制冷剂侧定性平均温度为

$$T_{rm} = c_{l, SH} T_{m, SH} + c_{l, TP} T_c + c_{l, SC} T_{m, SC} \quad (4-38)$$

另外,由于冷凝器过冷区只有显热量,仅占以冷凝潜热为主的总换热量的很小一部分,故过冷度对总换热量的偏差很敏感,由于换热系数存在回归偏差,而两相区的换热量在制冷剂流量一定时是不变的,偏差只能由过冷度来补偿,则过冷度的较大仿真偏差是不可避免的。要提高过冷度的仿真精度,就要削弱其对总换热量偏差的敏感性,我们提出了一个新颖的解决方案:在利用实验数据回归换热关联式时,人为扩大过冷区的换热量(虚拟量),增大其在总换热量中的比重,从而减小过冷度对总换热量偏差的敏感度,在仿真计算中再相应恢复为实际的换热量。具体实现方法如下:

对基于制冷剂换热量的换热系数作不同于传统定义的新定义:

$$U_{ref} = \frac{Q_r + (n_{SC} - 1)Q_{SC}}{A_1(T_{rm} - T_{am})} \quad (4-39)$$

式中, Q_r 是按流动焓差计算的实际制冷剂换热量,即

$$Q_r = m_r (h_{r1} - h_{r0}) \quad (4-40)$$

式中, m_r 为制冷剂质量流量; h_{ri} 和 h_{ro} 分别是制冷剂进、出口焓值; Q_{sc} 是过冷区换热量, 即

$$Q_{sc} = m_r(h_{ri} - h_{ro}) \quad (4-41)$$

式中, h_{ri} 是过冷区进口饱和液体焓; n_{sc} 是过冷区换热量的放大倍率, 当 $n_{sc} = 1$ 时就退化为传统定义。

按照式(4-39)的定义, 由误差传递理论可知, 在不同定义的换热系数的回归误差相同的前提下, 该误差传递到过冷区时可以被削减到原来的 $\frac{1}{n_{sc}}$ 。故从理论上讲, n_{sc} 越大越好。但实际上, 过冷区换热量本身的相对测量误差通常要高于两相区, 故回归误差相同的前提实际上是不成立的。在 n_{sc} 较小时, 式(4-39)中的显热比例仍然较小, 换热系数的回归误差不会明显放大, 过冷度计算精度因而得以提高。数量级估计和实际经验都表明, $n_{sc} \leq 10$ 较好, 最佳值一般在 5~6。在仿真计算中, 根据换热温差计算制冷剂侧换热量时应相应采用下式:

$$Q_r = U_{i,ref} A_i (T_{cm} - T_{am}) - (n_{sc} - 1) Q_{sc} \quad (4-42)$$

实际仿真效果表明, 这种处理方式可显著提高过冷度的仿真精度。

4-3-2 换热关联式

我们根据厂家提供的冷凝器实验数据, 对多种翅片形式的光滑管和内螺纹管冷凝器进行了换热关联式的拟合。由于厂方的换热器实验台模拟的是冷凝器的常见工作情况, 故冷凝器管内侧制冷剂沿程经历了过热、两相、过冷这样一个完整的冷凝过程, 无法区分各段的换热情况, 只能从整体上建立综合换热关联式, 这也正是关联的难点所在。经过反复尝试, 我们发现以下形式的综合换热关联式较为适合冷凝器:

$$Nu = a_1 Re^{a_2} \left(\frac{S_i}{d_o} \right)^{a_3} \left(\frac{L_{tw}}{d_o} \right)^{a_4} \left(\frac{T_{sat,r} - T_{air,i}}{T_{air,i}} \right)^{a_5} \quad (4-43)$$

式中, S_i 为翅片间距, L_{tw} 为翅片长度(空气流动方向), d_o 为换热管外径, $T_{sat,r}$ 为制冷剂饱和温度, $T_{air,i}$ 为空气进口干球温度。努塞尔特数 Nu 和雷诺数 Re 的定义分别为

$$Nu = \frac{U_i d_o}{\lambda} \quad (4-44)$$

$$Re = \frac{u_a d_o}{\nu} \quad (4-45)$$

式中, λ 取空气进口导热系数, u_a 为最窄截面风速, ν 为空气进口运动粘度 (m^2/s), 特征尺寸取换热管外径 d_o 。

表 4-3 冷凝器综合换热关联式回归效果

类 型	换热量计算方式	平均偏差/%	最大偏差/%
BG	空气侧	1.5	4.5
	制冷剂侧 ($n_{sc} = 1$)	1.3	3.6
	制冷剂侧 ($n_{sc} = 5$)	1.1	3.8
DN	空气侧	2.1	4.4
	制冷剂侧 ($n_{sc} = 1$)	1.8	4.5
	制冷剂侧 ($n_{sc} = 5$)	1.7	4.7

表 4-3 给出了两种冷凝器的回归效果。其中, Re 数范围为 800~2100, $\frac{S_i}{d_o}$ 的范围为

0.16~0.25, $\frac{I_{tw}}{d_0}$ 的范围为 4.6~6.9。对比制冷剂侧两种方式下的回归效果,结果发现采用虚拟过冷区换热量的方法可改善回归精度。

4-3-3 算法设计

根据冷凝器换热器设计时的实际需要和整机系统算法的不同要求,冷凝器仿真有两种算法:一种出口过冷度为输入参数,制冷剂流量为输出参数,另一种则反之。其他输入参数除了冷凝器结构数据外,已知量或设定量为:空气侧进风干、湿球温度,迎面平均风速;制冷剂侧冷凝温度(冷凝压力),进口温度。其他要求模型仿真的参数为空气侧出口干球温度、换热量(以制冷剂侧为准)。根据仿真的条件和要求,确定如下仿真算法,见流程图 4-14、4-15。

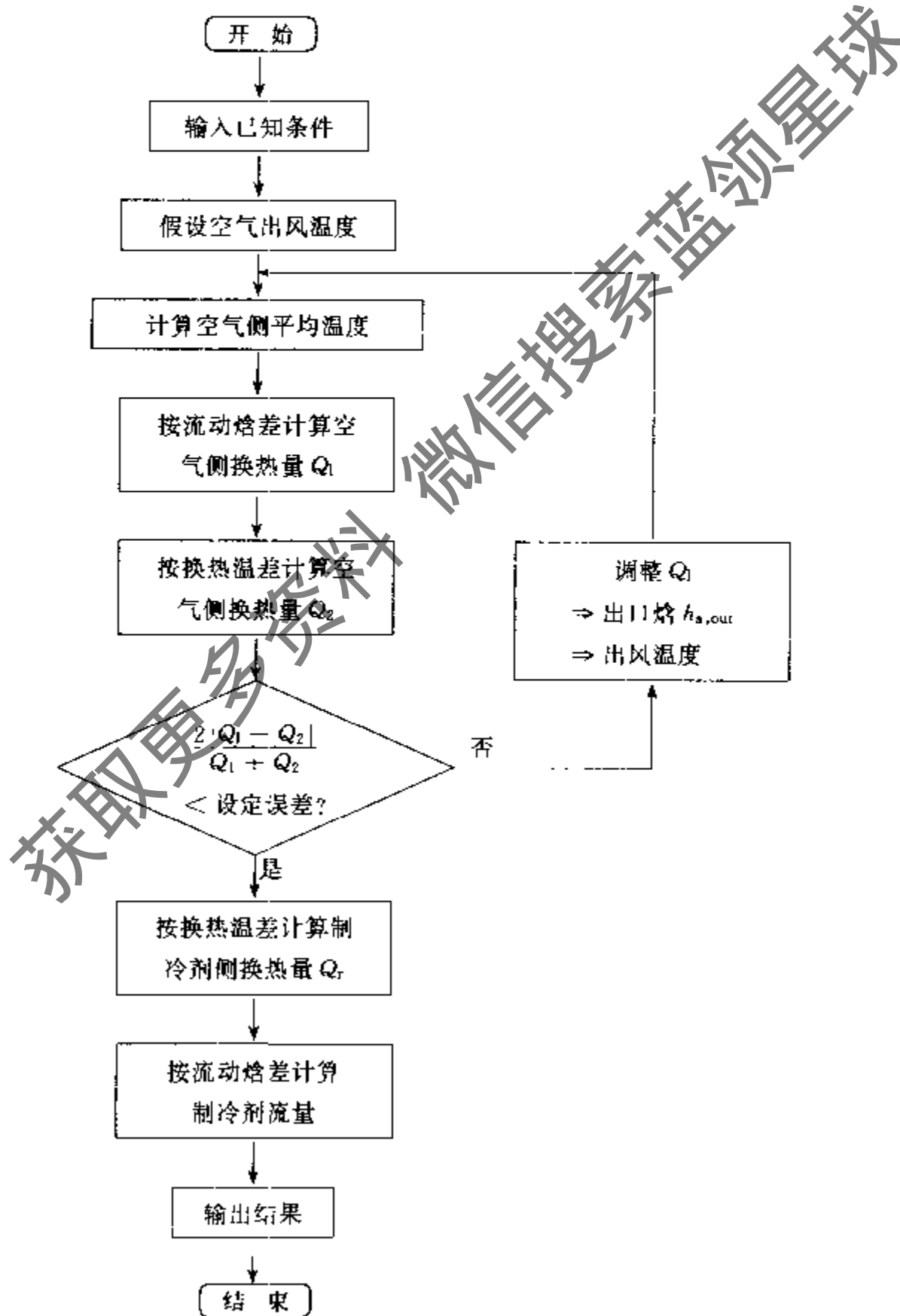


图 4-14 冷凝器仿真算法流程图
(输入过冷度,输出制冷剂流量)

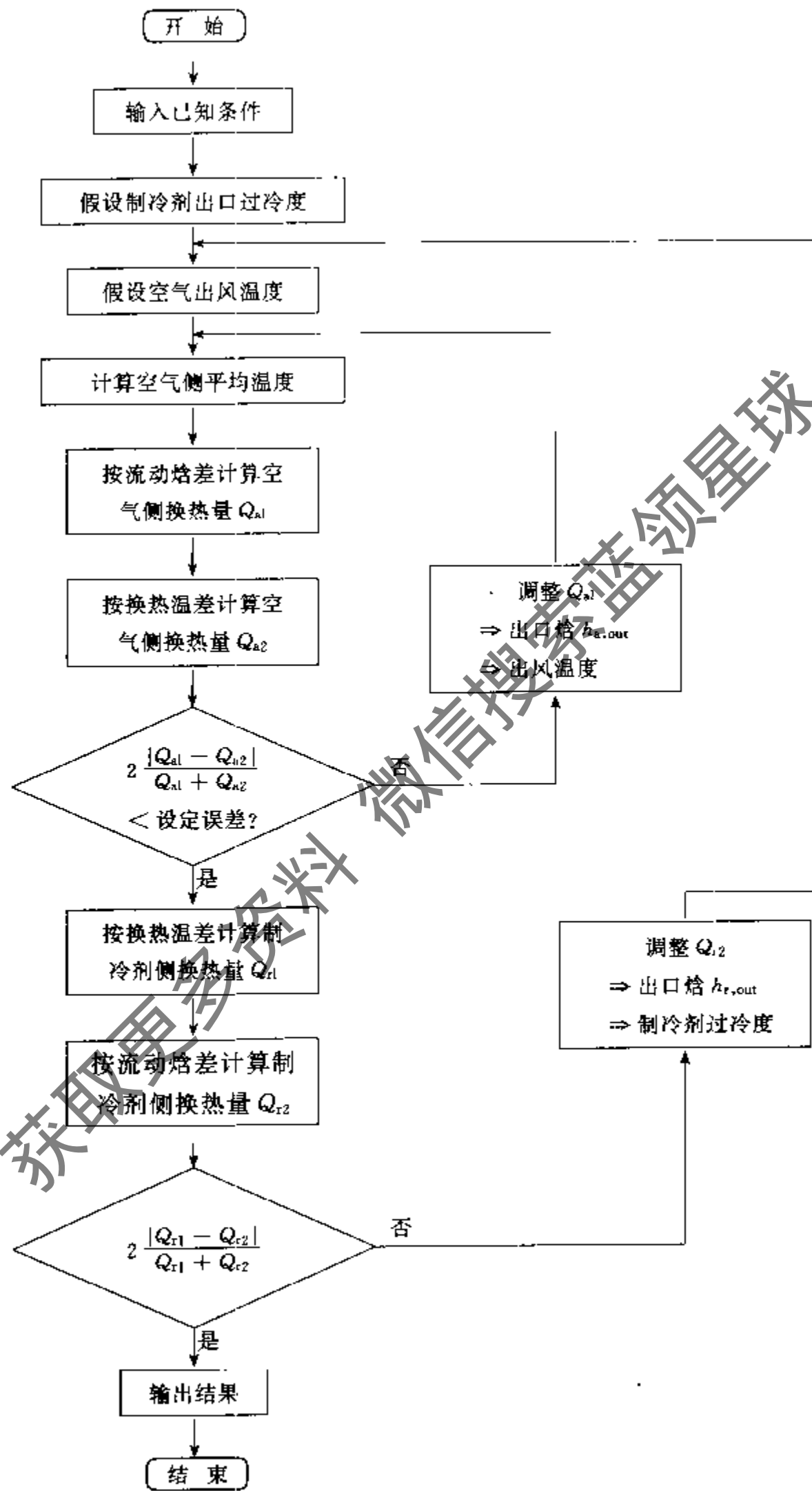


图 4-15 冷凝器仿真算法二流程图
(输入制冷剂流量,输出出口过冷度)

4-3-4 仿真实例

我们用上述模型对实验数据进行了仿真,取得了令人满意的仿真精度。图 4-16~图 4-21 是从大量仿真结果中摘取的有代表的一部分。

特别需要指出的是图 4-20 和图 4-21 的对比。从图中可以清楚地看出,通过引入虚拟过冷区换热量的方法,过冷度的仿真误差无论是最大值还是平均值均下降了约 75%,取得了明显的改进效果。

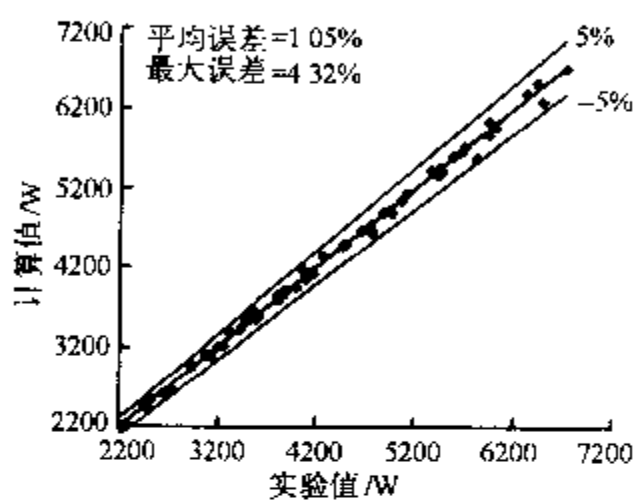


图 4-16 制冷剂侧换热量仿真效果(算法一)

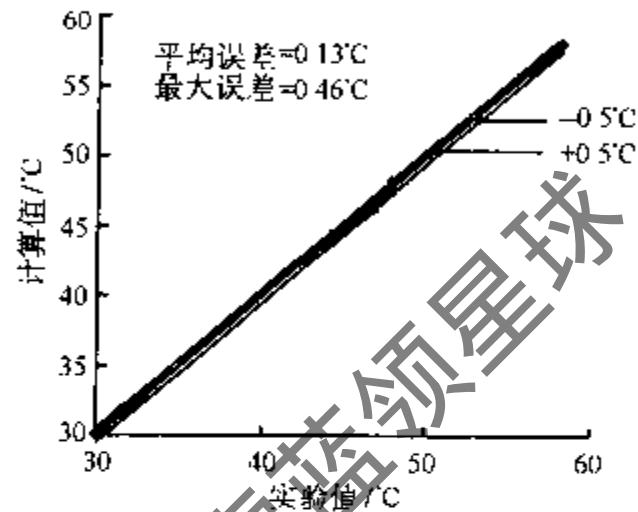


图 4-17 空气出风温度仿真效果(算法一)

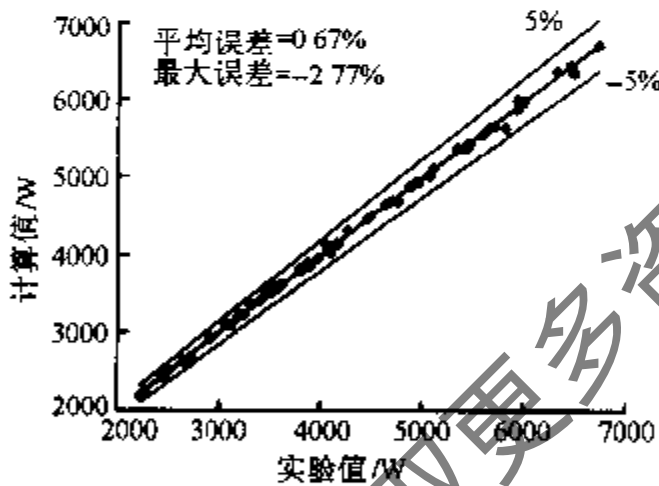


图 4-18 制冷剂侧换热量仿真效果(算法二)

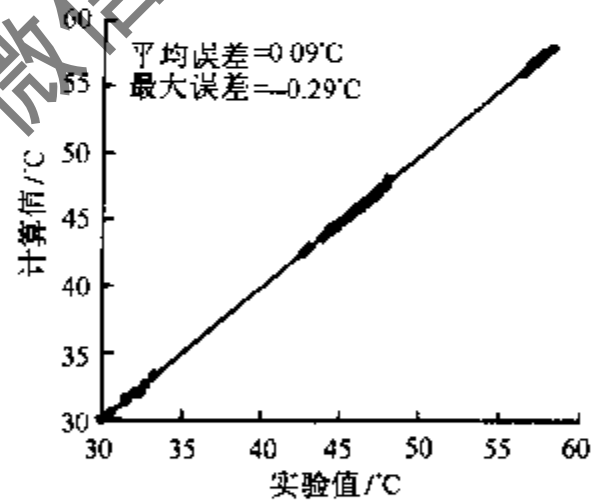


图 4-19 空气出风温度仿真效果(算法二)

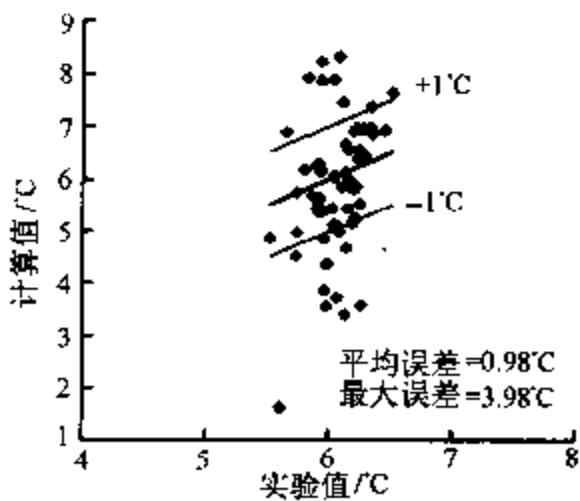


图 4-20 制冷剂出口过冷度仿真效果(算法二)

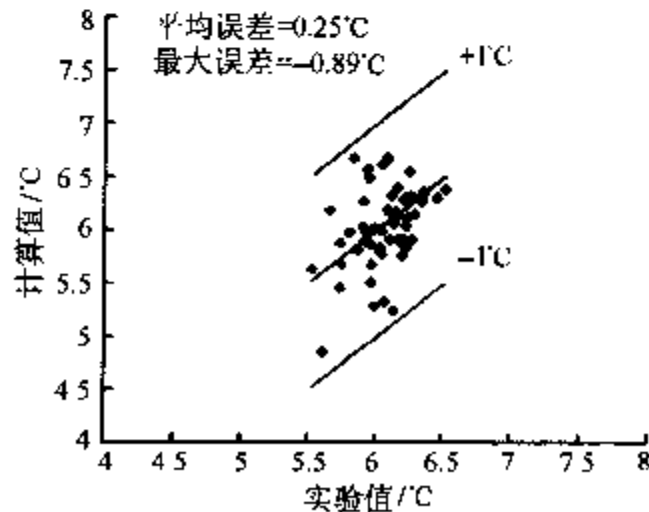


图 4-21 改进后的出口过冷度仿真效果(算法二)

第五章 蒸发器模型

蒸发器作为装置的低温换热器,与低温热源进行热量交换。在制冷模式下是从用冷空间吸收热量,通过冷凝器排放到高温环境中去;在制热模式下则是从低温环境吸收热量,通过冷凝器排放到用热空间。

制冷剂在蒸发器中的换热是相变换热,以利用制冷剂蒸发潜热大的优点。一般来讲,在装置稳定运行时,制冷剂以低于度的气液两相状态进入蒸发器,逐渐受热蒸发,最后以过热气体状态离开蒸发器。但是,当蒸发面积较小或者当系统中制冷剂充注量较多时,蒸发器出口可能不过热。对于热泵型空调器,在低温制热模式下运行时,蒸发器出口一般不过热。对于轻微的出口不过热,由于压缩机前一般都装有汽液分离器(Accumulator),故不会对压缩机安全运行造成影响。只有当发生严重的出口不过热时,才会因液击或压缩机内润滑油发泡等原因对压缩机的安全运行造成影响。

对于非稳态运行的情况,蒸发器中制冷剂的状态将随时间发生变化。例如,对家用电冰箱而言,在长时间停机的情况下,蒸发器中的制冷剂为过热气体,当装置启动时,压缩机迅速从蒸发器抽取制冷剂,在短时间内蒸发器内的压力迅速下降。直到毛细管开始提供含液制冷剂时,蒸发压力会有一定的回升,并逐步趋于稳态运行状态。当压缩机停机后,由于压差的存在,冷凝器中的制冷剂继续通过毛细管流向蒸发器,高、低压很快达到平衡。在高、低压刚平衡时,蒸发器中制冷剂尚处于气液两相状态,此时的制冷剂饱和温度高于它的环境温度,造成蒸发器中的制冷剂反过来向低温环境放热。对于房间空调器,在长时间停机的情况下,由于系统充注量较大,蒸发器中的制冷剂在低温环境中只能维持气液两相状态,系统压力等于低温环境温度所对应的制冷剂饱和压力。当装置启动时,压缩机迅速从蒸发器抽取制冷剂气体,在短时间内蒸发器内的压力迅速下降,压力下降使得液体制冷剂开始蒸发,以吸收来自环境的传热和自身温度下降放出的热量。直到通过节流装置流入的制冷剂质量与被压缩机抽出的制冷剂质量相近时,装置运行渐趋稳定。

蒸发器特性与冷凝器特性的差异不仅表现在制冷剂侧,还表现在管外侧的换热上。对于空冷型的蒸发器,由于蒸发温度一般都会低于来流空气的露点温度,故湿空气在流经蒸发器时会发生析湿,当蒸发温度低于冰点时,空气中析出的水滴会凝固,在蒸发器表面结霜。析湿将有利于提高蒸发器的换热能力,因为此时不仅有显热交换,还有潜热交换。结霜则不同,在结霜初期,同样的原因可以增强换热,但随着霜层厚度的增加,热阻越来越大,最终是恶化换热,故装置在低温环境下运行时必须定期除霜。

与冷凝器建模相对应,在本章中,我们将先后建立蒸发器的动态集中参数模型^[13]、稳态分布参数模型^[14]和稳态集中参数模型^[15]。

5-1 动态集中参数模型

在系统仿真中,蒸发器的动态特性主要反映在装置开、停机过程中。开机过程中蒸发

器从过热气体状态变化到气液两相和过热气体前后相继的流动状态(如电冰箱的蒸发器),或者从池状两相饱和态变化到气液两相和过热气体前后相继的流动状态(如空调器的蒸发器),在停机过程中又恢复到原先的状态。动态过程中不同相变阶段模型之间的光滑转换是建模的关键。

此外,由于系统中的吸气管和集液器可以看作是蒸发器的延伸,从系统算法角度考虑,我们将吸气管、集液器与蒸发器放在一起考虑。其中蒸发器部分采用分区集中参数模型,吸气管部分与蒸发器类似,集液器部分采用全集中参数模型。

5-1-1 制冷剂侧开机动态模型

考虑蒸发器初始状态为池状的饱和状态。因为一来这一情况更为常见(电冰箱的蒸发器例外),二来这一情况的处理难度更大一些。开机过程中蒸发器内制冷剂状态变化的真实过程很复杂,我们对之作如图 5-1 所示的连续过程简化假设(图中的阴影部分表示液体制冷剂);在初始状态和开始的一段时间内,蒸发器内的制冷剂以池状沸腾流动为主;等到从节流元件流入的制冷剂干度低于蒸发器内的制冷剂(平均)干度时,蒸发器内的制冷剂进入池状沸腾和正常沸腾流动共存的状态,当从毛细管流入的制冷剂通过正常沸腾流动达到池状沸腾流动的干度时,制冷剂流动转为池状沸腾流动;随着池状沸腾流动区域的逐渐缩小和干涸,制冷剂流动就过渡到了完全的正常沸腾流动阶段。这一简单过程保证了状态变化的连续性,从而从模型机理上保证了计算的合理性和稳定性。因此,蒸发器的模型将由三阶段的模型组成。

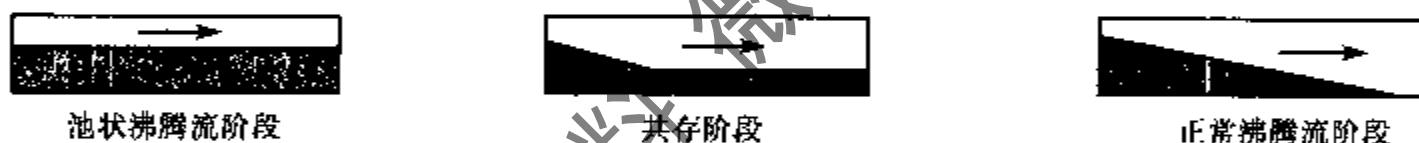


图 5-1 低压侧开机后制冷剂侧状态演变过程

对于吸气管,则从初开机就取正常沸腾流模型;对于集液器,分别建立两相模型和过热模型,并由入口状态和上一时刻集液器状态共同决定当前时刻集液器的状态。

1. 蒸发器池状沸腾流模型

假定 $m_{eva, out}$ 是进口流量和压缩机流量的某一平均值,知当前时刻蒸发器内制冷剂质量为

$$M_{eva} = M_{eva}^{(0)} + (m_{eva, in} - m_{eva, out})\Delta \quad (5-1)$$

管壁温度方程为

$$T_w = \frac{A_1 T_{air}^{(0)} + A_2 T_{eva} + A_3 T_w^{(0)}}{A_1 + A_2 + A_3} \quad (5-2)$$

蒸发量为

$$M_{log} = \frac{Q\Delta}{r} = \frac{\alpha F(T_w - T_{eva})\Delta}{r} \quad (5-3)$$

式中, A_i ($i = 1, 2, 3$) 为差分后的系数, $A_1 = \alpha_{out} A_{out} \Delta$, $A_2 = \alpha_{in} A_{in} \Delta$, $A_3 = C_w$; r 为汽化潜热。

2. 蒸发器正常沸腾流和池状沸腾流共存模型

正常沸腾流区的出口干度(焓值)就是池状沸腾流区的干度(焓值 h_{pool}),在此条件下按管壁温度方程(5-2)和流动换热方程

$$Q = m(h_{pool} - h_{eva,in}) = \alpha F(T_w - T_{eva}) \quad (5-4)$$

可解出正常沸腾流区的长度 L_{TP1} ,进一步容易确定该区状态。剩下的池状沸腾流区按池状沸腾流模型思路求解。

3. 蒸发器正常沸腾流模型

假定出口干度为 1,按管壁温度方程(5-2)和流动换热方程(5-4)可求得两相区长度 L_{TP} ,当 $L_{TP} \geq L_{eva}$ 时,整个蒸发器都处在两相区,修正出口干度直到 $L_{TP} = L_{eva}$;当 $L_{TP} < L_{eva}$ 时,出现过热区,假定出口温度(焓值),这时由流动换热方程

$$Q = m(h_{eva,out} - h'') = \alpha F(\bar{T}_w - \bar{T}_{SH}) \quad (5-5)$$

和平均温度方程

$$\bar{T}_{SH} = T_{air}^{(0)} - \frac{T_{eva,out} - T_{eva}}{\ln\left(\frac{T_{air}^{(0)} - T_{eva}}{T_{air}^{(0)} - T_{eva,out}}\right)} \quad (5-6)$$

以及管壁温度方程

$$\bar{T}_w = \frac{A_1 T_{air}^{(0)} + A_2 \bar{T}_{SH} + A_3 \bar{T}_w^{(0)}}{A_1 + A_2 + A_3} \quad (5-7)$$

可迭代确定出口温度(焓值)。最后由质量方程(5-1)反演求出 $m_{eva,out}$ 。

4. 吸气管模型

吸气管模型类同蒸发器正常沸腾流模型。如果整个管子都处在过热区,亦可按蒸发器正常沸腾流模型的过热区思路求解。

5. 集液器两相模型

集液器可以视作“水箱”,故采用全集中参数模型。由壁温方程得

$$T_w = \frac{A_1 T_{air}^{(0)} + A_2 T_{acm} + A_3 T_w^{(0)}}{A_1 + A_2 + A_3} \quad (5-8)$$

由制冷剂能量方程

$$\frac{d(M_{acm} h_{acm})}{d\tau} = m_{in} h_{in} - m_{out} h_{out} + \alpha F'(T_w - T_{acm}) + V_{acm} \frac{dp}{d\tau} \quad (5-9)$$

质量方程

$$M_{acm} = M_{acm}^{(0)} + (m_{out} - m_{in}) \Delta \quad (5-10)$$

和状态方程

$$M_{acm} = \frac{V_{acm}}{xv'' + (1-x)v'} \quad (5-11)$$

$$h_{acm} = xh'' + (1-x)h' \quad (5-12)$$

$$h_{out} = h'' \quad (5-13)$$

可以得到干度的显式表达

$$x = \frac{R - v'}{v'' - v' + R} \quad (5-14)$$

式中,

$$R = \frac{-rV_{acm}}{M_{acm}^{(0)}(h_{acm}^{(0)} - h'') + m_{11}(h_{11} - h'')\Delta + \alpha F(T_w - T_{acm})\Delta + V_{acm}(p - p^{(0)})}$$

其余参数随之确定。

6. 集液器过热模型

集液器过热模型与两相模型的区别在于状态方程

$$M_{acm} = \frac{V_{acm}}{v_{acm}} = \frac{V_{acm}}{f(p, T_{acm})} \quad (5-15)$$

$$h_{acm} = g(p, T_{acm}) \quad (5-16)$$

$$h_{out} = h_{acm} \quad (5-17)$$

上述过热模型需迭代求解。

从整个迭代算法来看,主要是先假设蒸发压力,根据上述模型分别确定蒸发器、吸气管和集液器中的制冷剂状态及其质量,然后将质量之和与由连续性方程得到的质量作对比,根据误差调整蒸发压力,直到两个质量相等为止。读者可参阅冷凝器开机动态过程的迭代计算思路,两者较为相似。

5-1-2 制冷剂侧停机动态模型

停机情况下的制冷剂侧模型分成两个控制容积,蒸发器与吸气管作为一个控制容积,集液器作为一个控制容积。由于停机后压缩机流量为零,且集液器内容积与蒸发器和吸气管相比要小得多,而且停机后集液器的状态的重要性降低(因为不需要考虑压缩机的吸气比容),故直接对吸气管出口状态(流量和焓值)作出估计将不会引起蒸发器计算的明显误差;但集液器状态误差对再开机的影响需要进一步考虑。在确定吸气管出口状态后,我们对蒸发器-吸气管采用总能模型,对集液器暂采用简化的状态估计。

1. 蒸发器-吸气管的总能模型

为求解的方便,吸气管并入蒸发器,并作绝热假设。假定吸气管出口流量,得总能方程

$$E_{es} = E_{es}^{(0)} + m_{eva,in}h_{eva,in}\Delta - m_{suc,out}h_{suc,out}^{(0)}\Delta + Q_{eva}\Delta \quad (5-18)$$

式中, E_{es} 表示蒸发器和吸气管内制冷剂的总能量,下角标 suc 表示吸气管。

初始时蒸发器内两相和过热区共存,

$$E_{es} = E_{eva,TP} + E_{eva,SH} + E_{suc,SH} \quad (5-19)$$

由壁温方程和流动传热方程

$$m(h'' - h_{eva,in}) = \alpha F(T_w - T_{eva}) \quad (5-20)$$

可确定两相区和过热区的长度。再先求解过热区状态(与吸气管一起求解),即可知两相区质量,而后确定两相区状态,这样的次序有利于简化计算过程并保证计算精度(因为过热区的制冷剂质量相比于两相区要少得多)。

随着制冷剂从高压侧大量涌入,低压侧很快进入全饱和状态,判据是由式(5-20)确定的两相区长度大于蒸发器总管长。此时由于吸气管的绝热假设,制冷剂的流动状况很象开机模型中的共存阶段:蒸发器中为正常沸腾流,而吸气管中为池状沸腾流。故可先求解吸气管,在知道蒸发器内制冷剂质量后蒸发器状态的计算就比较简单。有

$$E_{es} = E_{evs,TP} + E_{suc,TP} = E'' + E' \quad (5-21)$$

最后,在流动逐渐减弱的情况下,当蒸发器入口干度大于蒸发器内的平均干度值后,整个蒸发器和吸气管都进入池状沸腾状态。简单的水箱模型就可描述其状态。总能计算同式(5-21)。

修正蒸发压力(迭代计算),直到按式(5-19)或式(5-21)计算的 E_{es} 与式(5-18)的计算值充分接近。

2. 集液器模型

此时的集液器模型是一个超定问题,避免矛盾的关键是吸气管出口状态的准确估计。因此,集液器模型的计算结果可作为校验吸气管出口假定的一种理论手段。

由质量方程知集液器内制冷剂质量已定,可得 $v_{actm} = \frac{V_{actm}}{M_{actm}}$,由比容和压力可确定集液器的状态。

5-1-3 空气侧模型

蒸发器空气侧由于存在析湿现象(由于问题的复杂性,本书暂不讨论结霜现象),故较冷凝器空气侧建模要复杂一些。这里介绍空气侧的两种建模思路,一是单节点集中参数模型;二是分段线性模型。由于流经蒸发器的空气流程一般较短(几个厘米),且蒸发器管排在结构设计上保持了一种均匀换热的趋势,所以整个空气流程的参数分布可采用零阶近似或一阶近似。对应零阶近似的就是单节点模型,而对应一阶近似的就是分段线性模型。

1. 单节点模型

单节点模型视换热器的整个空气侧为一个节点,采取集中参数建模。采用焓模型以统一处理干、湿两种工况。

空气侧换热能量方程如下:

$$m_a(h_{in} - h_{out}) = \alpha_o \xi l_t A_e (t_a - t_w) \quad (5-22)$$

式中, m_a 为空气质流率, h_{in} 和 h_{out} 分别为空气进、出口焓值, α_o 为管外侧换热系数, ξ 为空气析湿系数, l_t 为换热管总长, A_e 为单位管长有效换热面积, t_a 和 t_w 分别为空气和管壁的平均温度。

$$\xi = \begin{cases} 1 + 2460 \frac{d_a - d_w}{t_a - t_w} & d_a > d_w \\ 1 & d_a \leq d_w \end{cases} \quad (5-23)$$

式中, t_a 和 d_a 分别为空气平均温度和平均含湿量, t_w 和 d_w 分别为换热管周围饱和空气层的温度和含湿量。

空气的平均状态可用平均焓 h_a 和平均含湿量 d_a 决定。其中平均焓值按对数平均计

算

$$h_a = h_w + \frac{h_{in} - h_{out}}{\ln\left(\frac{h_{in} - h_w}{h_{out} - h_w}\right)} \quad (5-24)$$

式中, h_w 为换热管周围饱和空气层的焓值。

在一定温度下, 根据焓和含湿量的线性关系, 可得

$$d_a = d_w + \frac{h_a - h_w}{h_{in} - h_w}(d_{in} - d_w) \quad (5-25)$$

式中, d_{in} 为空气进口含湿量, d_w 为换热管周围饱和空气层的含湿量。

空气的出口状态可用出口焓 h_{out} 和出口含湿量 d_{out} 决定。其中, 出口焓 h_{out} 由式(5-22)~(5-25)迭代确定, 出口含湿量 d_{out} 则由下式确定:

$$d_{out} = d_w + \frac{h_{out} - h_w}{h_{in} - h_w}(d_{in} - d_w) \quad (5-26)$$

2. 分段线性模型

所谓分段线性模型, 是指沿换热器管长对制冷剂侧按两相区和过热区分段, 对空气侧按干、湿区分段, 一般情况下管内、外两侧的相区会出现交叠, 在不同的交叠区域内对沿程的空气状态变化按线性变化处理。

分段线性模型是在单节点模型基础上发展起来的, 根据实际情况, 蒸发器空气侧工况从全干到全湿必然应该存在干、湿工况同时存在的过渡阶段。基于这种认识, 将空气侧分为干工况和湿工况区。图 5-2 是蒸发器空气侧的温度在线性假设下的定性简化分布情况。图 5-3 是在 $i-d$ 图上表示的蒸发器空气侧空气降温除湿过程。具体情况分析如下:

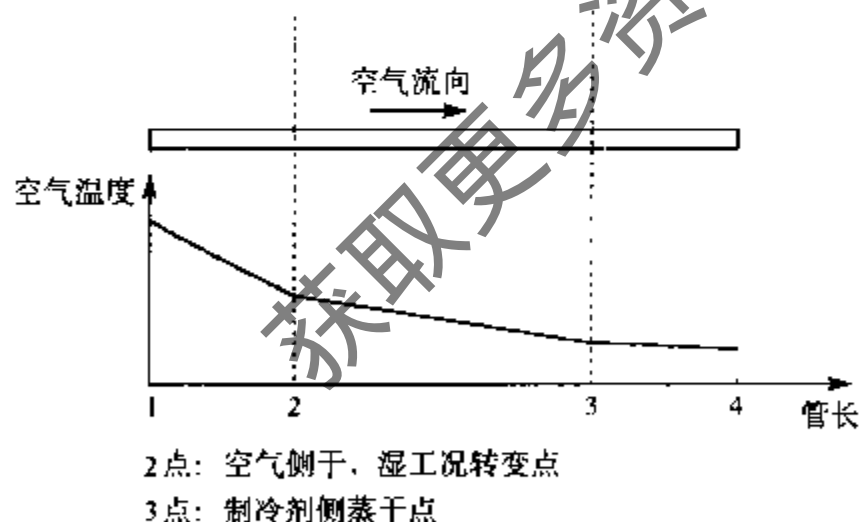


图 5-2 蒸发器空气侧温度分布

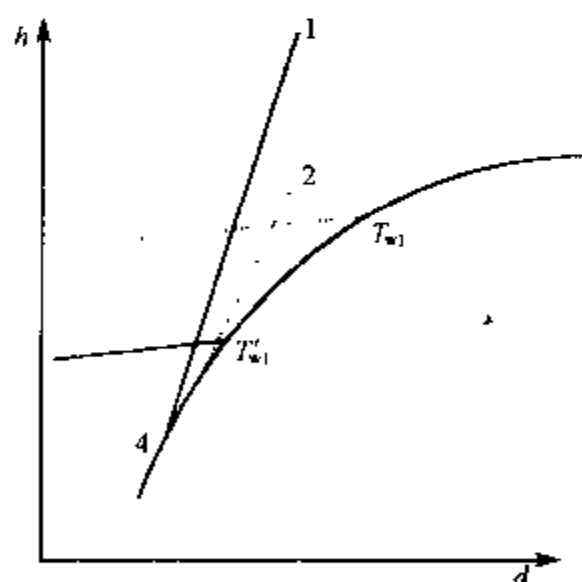


图 5-3 空气状态 $h-d$ 图

1) 若 $T_{w1} < T_{dew}$, 则说明进口管壁温度即已低于空气露点, 整个蒸发器均处于湿工况下, 其过程线如图 5-3 中的实线 1-4 所示, 可按单节点模型的思路进行仿真计算(按线性分布求取平均参数)。

2) 若 $T_{w1} > T_{dew}$, 则说明进口管壁温度高于空气露点, 存在干工况, 干工况区空气露点温度必须小于等于平均管壁温度。其过程线如图 5-3 中的虚线 1-2-4 所示。干工况区平均管壁温度按下式计算:

$$\bar{T}_w = \begin{cases} \int_0^{L_{dry}} \frac{T_w}{L_{dry}} dl & T_{dew} \geq T_{w3} \\ \frac{T_{w1} + T_{w3}}{2} L_{13} + \int_{L_{13}}^{L_{dry}} T_w dl & T_{dew} < T_{w3} \end{cases} \quad (5-27)$$

经过迭代计算可求得干工况区的管长 L_{dry} (即 L_{12})，然后分两种情况考虑：

① 若 $L_{dry} < L_{tot}$ ，则说明整个蒸发器空气侧存在干、湿两种工况，应先用单节点模型的思路进行干工况区的仿真，再将干区的出口空气状态作为湿区的进口条件，进行湿工况区的仿真。

② 若 $L_{dry} > L_{tot}$ ，则说明整个蒸发器均处于干工况下，即可按单节点模型的思路进行仿真计算。

为了对单节点模型和分段线性做对比分析，作者对几种理想条件进行了计算，结果表明两者吻合得很好。例如，图 5-4 是两者均有干、湿工况存在的情况下，给定空气进口含湿量不变，仅改变空气进口温度的计算结果。

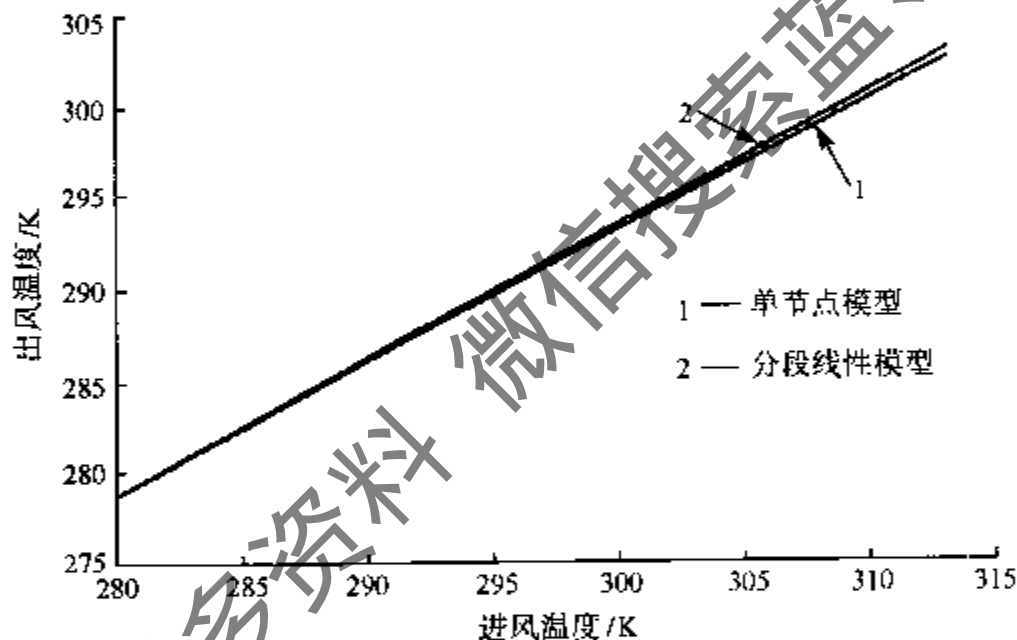


图 5-4 单节点模型与分段线性模型比较(定进风含湿量)

从图上可以看出，两种模型的计算结果吻合得相当好，按单节点模型计算的干球温度值稍低于分段线性模型的计算结果，这是由模型假设造成的。单节点模型采用了集中参数，一旦有除湿情况，则整个蒸发器均处于湿工况下；而在上述计算条件下，蒸发器只有一部分处于湿工况，因此单节点模型的换热情况较分段线性模型好。故单节点模型温度下降较多一些。

以上分析的是蒸发器空气侧的仿真计算思路。对于冷凝器空气侧，仅存在干工况，而冷剂侧则可能同时存在过热、两相和过冷三种状态。在模型和计算方法的处理上与蒸发器空气侧相似，有兴趣的读者可自行推导。

从应用前途来看，分段线性模型可以在较大范围内与实际情况比较吻合，而且有较细致的分析处理一些复杂情况的能力，但计算量稍大；对于普通的分体式家用空调器而言，由上面的分析计算可知，单节点模型与分段线性模型计算结果的重合性非常好，采用单节点模型计算量小，更适合目前情况下的系统动态仿真计算。

由于空气侧状态变化比管内侧制冷剂状态变化来得缓慢，因此有动态仿真时可以对

空气状态和制冷剂状态采取顺序求解的方法,即当前时刻的制冷剂状态决定下一时刻空气侧状态,这样可以减少一层迭代计算。

5-2 稳态分布参数模型

蒸发器制冷剂侧一般由两相区和过热区组成。由于同时存在加速压降和摩阻压降,整个流程的压降较大,从而对平均换热温差有一定影响,因此我们在模型中引入压降计算。

空气流经蒸发器时,经历的是一个降温降湿过程,由于潜热的因素,析湿的出现对蒸发器的换热影响很大,因此蒸发器空气侧模型较冷凝器更为复杂。

5-2-1 基本模型

蒸发器建模时采用以下主要假设:

- 1) 制冷剂与空气处于逆流状态。
- 2) 管壁径向温度一致。对于沿管长的每个微元,制冷剂侧、空气侧、管壁的物性视为一致,不考虑管壁的热阻。
- 3) 从简化模型算法的角度出发,考虑到过热区较短且加速压降很小,故忽略过热区压降。

根据上述建模假设,可以将蒸发器简化为如图 5-5 所示的模型:

图 5-5 中制冷剂侧包括两个相区:两相区和过热区,每个相区可以细分为若干微元。对于两相区,温度的变化只取决于压降的大小,而制冷剂焓值变化较大,因此,微元的划分是通过焓差进行等分实现的;对于过热区,在假设压力不变的前提下,制冷剂温度变化较大,微元通过对制冷剂温度的等分来划分(也可采用按焓差均分)。

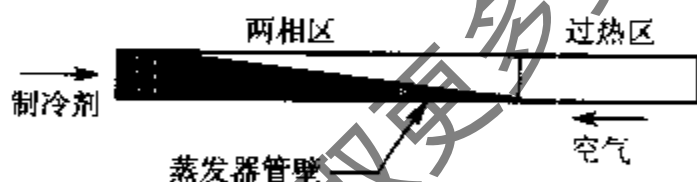


图 5-5 蒸发器模型示意图

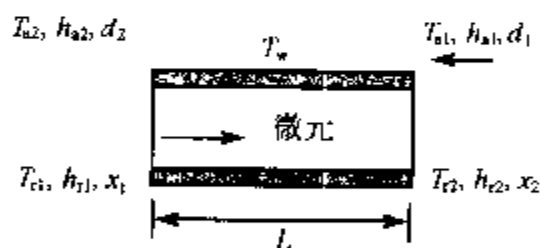


图 5-6 蒸发器微元示意图

图 5-6 所示为一基本微元。图中, d_1 和 d_2 分别表示空气侧的进、出口含湿量。对此微元,可建立如下方程:

1. 制冷剂侧换热方程

$$Q_r = m_r(h_{r1} - h_{r2}) = \alpha_i A_i (T_w - T_{rm}) \quad (5-28)$$

式中, α_i 为制冷剂侧换热系数, A_i 为管内表面积, T_w 为管壁温度, T_{rm} 为制冷剂平均温度。

$$T_{rm} = \frac{T_{r1} + T_{r2}}{2} \quad (5-29)$$

对于过热区,制冷剂侧换热系数 $\alpha_{i,SH}$ 由 Dittus-Boeler 换热关联式计算:

$$Nu_i = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.4} \quad (5-30)$$

式中, $Nu_i = \frac{\alpha_{i,SH} d_i}{\lambda}$, $Re = \frac{G_r d_i}{\mu}$, G_r 为制冷剂质流密度, d_i 为管内径。

对于两相区, 制冷剂侧换热系数采用 Wang 的公式^[18]:

$$\alpha_{i,TP} = \begin{cases} \alpha_w - \left(\frac{x_w - x}{x_w} \right)^2 (\alpha_w - \alpha_l) & x \leq x_w \\ 3.5 \left(\frac{1}{x_{tt}} \right)^{1.5} \alpha & x_w < x \leq x_d \\ \alpha_d - \left(\frac{x_d - x}{x_d} \right)^2 (\alpha_d - \alpha_g) & x_d < x \end{cases} \quad (5-31)$$

式中,

$$\alpha_w = 3.5 \left(\frac{1}{x_{tt,w}} \right)^{0.5} \alpha'_w \quad (5-32)$$

$$\alpha_d = 3.5 \left(\frac{1}{x_{tt,d}} \right)^{0.5} \alpha'_d \quad (5-33)$$

$$\alpha'_w = \frac{0.023 Re_{l,w}^{0.8} Pr^{0.4} \lambda_l}{d_i} \quad (5-34)$$

$$\alpha'_d = \frac{0.023 Re_{l,d}^{0.8} Pr^{0.4} \lambda_l}{d_i} \quad (5-35)$$

$$\alpha = \frac{0.023 Re_l^{0.8} Pr^{0.4} \lambda_l}{d_i} \quad (5-36)$$

$$x_{tt,d} = \left(\frac{1 - x_d}{x_d} \right)^{0.9} \left(\frac{\rho_g}{\rho_l} \right)^{0.5} \left(\frac{\mu_l}{\mu_g} \right)^{0.1} \quad (5-37)$$

$$x_{tt,w} = \left(\frac{1 - x_w}{x_w} \right)^{0.9} \left(\frac{\rho_g}{\rho_l} \right)^{0.5} \left(\frac{\mu_l}{\mu_g} \right)^{0.1} \quad (5-38)$$

$$x_{tt} = \left(\frac{1 - x}{x} \right)^{0.9} \left(\frac{\rho_g}{\rho_l} \right)^{0.5} \left(\frac{\mu_l}{\mu_g} \right)^{0.1} \quad (5-39)$$

$$Re_{l,d} = \frac{G_r (1 - x_d) d_i}{\mu_l} \quad (5-40)$$

$$Re_{l,w} = \frac{G_r (1 - x_w) d_i}{\mu_l} \quad (5-41)$$

$$Re_l = \frac{G_r (1 - x) d_i}{\mu_l} \quad (5-42)$$

式中, α_g, α_l 为采用单相区换热公式算出的换热系数。

2. 制冷剂侧压降方程

对于两相区的每个微元来说, 压降方程即动量方程:

$$\frac{p_1 - p_2}{L} = \frac{4fG_r^2}{\rho_1 d_i} + \frac{G_r^2}{L} \left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1} \right) \quad (5-43)$$

式中, p_1, p_2 为微元进、出口压力, ρ_1, ρ_2 为微元进、出口密度, f 为摩擦因子。

对于过热区, 我们不妨考虑忽略其压降所带来的对蒸发器出口过热度的影响, 以下典型实例可对其加以说明:

膨胀阀前压力 2032.8kPa, 阀前温度 45.0℃, 蒸发器入口温度 9.42℃, 入口压力

662.64kPa, 制冷剂流量 62.34kg/h, 管内径 9mm, 两相区长度 12m, 过热区长度 2m, 制冷剂出口温度 15.65℃。

通过压降关联式计算, 其两相区压降 0.6bar^①, 过热区压降 0.05bar, 忽略过热区压降后过热度只相差 0.12℃。

由此可知, 过热区的压降较两相区小一个数量级, 同时其对出口过热度的影响也很小。因此, 忽略过热区的压降并不会对模型精度带来明显影响, 同时可以减少计算量。

3. 空气侧换热方程

$$Q_a = m_a(h_{a1} - h_{a2}) = \xi \alpha_{os} A_o (T_{am} - T_w) \quad (5-44)$$

式中, α_{os} 为空气侧显热换热系数, 采用李妩的公式^[17] (见“冷凝器模型”一章), ξ 为析湿系数, T_{am} 为空气侧平均温度,

$$T_{am} = \frac{T_{a1} + T_{a2}}{2} \quad (5-45)$$

ξ 的计算可以采用相关的实验关联式。

4. 空气侧与制冷剂侧换热量关系

在蒸发器实际工作条件下, 制冷剂不仅仅吸收流过空气的热量, 而且会吸收一些通过管壁等设备传进来的热量, 因此, 制冷剂侧和空气侧的换热量是不等的; 另外, 制冷剂中不可避免地含有油, 而在测量制冷剂流量时, 油也是包括在内的, 这样通过流量乘以焓差得出的换热量比实际的换热量偏大。考虑上述因素, 在无法得出两者具体数值关系的情况下, 根据大量实验数据, 可认为两者有如下关系:

$$Q_a = \gamma Q_r \quad (5-46)$$

式中, γ 的大小取决于具体情况, 一般可取 0.9。

5. 微元长度方程

管内表面积:

$$A_i = \pi d_i L \quad (5-47)$$

管外表面积:

$$A_o = \epsilon \pi d_o L \quad (5-48)$$

式中, ϵ 为管外翅片面积与管外表面积的比值, 可求得微元长度:

$$L = \frac{Q_r}{\pi d_i \alpha_i (T_w - T_i)} = \frac{\gamma Q_r}{\epsilon \pi d_o \alpha_o (T_a - T_w)} \quad (5-49)$$

算法中通过迭代 T_w 满足上式后即可求得 L 。

5-2-2 算法设计

根据上述模型, 编制了蒸发器分布参数仿真程序。程序的输入参数为: 蒸发器制冷剂入口状态、空气入口状态, 流量、蒸发器结构参数, 输出参数为蒸发器制冷剂出口状态, 空

① 1bar = 10⁵Pa, 下同。

气出口状态,换热量。程序流程图参见图 5-7。

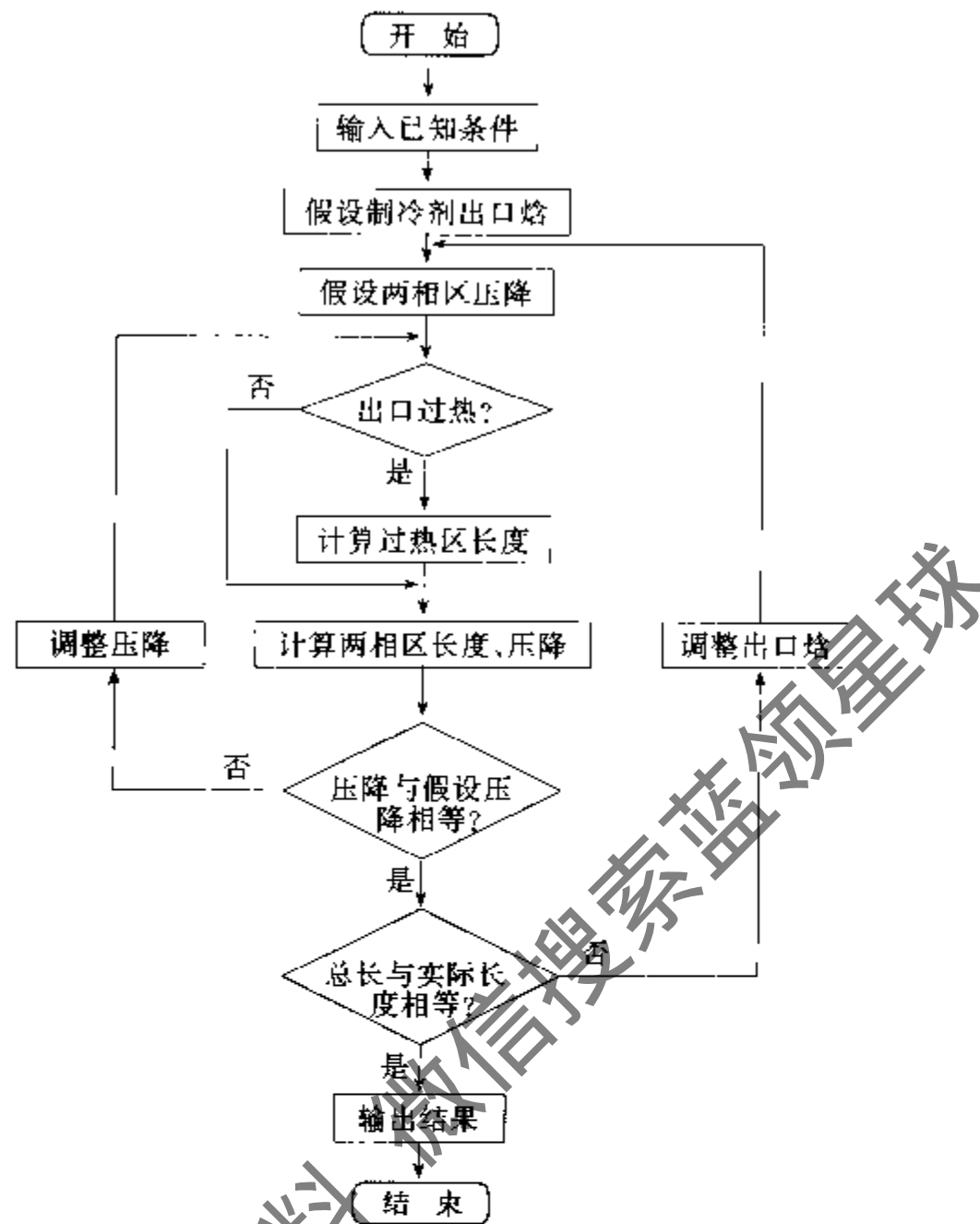


图 5-7 蒸发器仿真算法流程图(输入制冷剂流量,输出过热度)

图 5-7 中所示的程序逻辑类似于冷凝器分布参数程序,最主要的迭代仍采用对出口焓值的迭代,迭代的目标及收敛条件是蒸发器总管长的计算值与实际值相等。但蒸发器中必须考虑空气的析湿和两相区的压降,这就意味着程序中必须计算壁温和两相区的压力损失,这两者在模型中无法直接计算,需要迭代求解。因此,整个模型中共有三层迭代。为确保程序的健壮性,所用的迭代算法仍采用二分法。其具体算法描述如下:

1) 假定制冷剂出口焓值。对于本模型,制冷剂入口为两相,出口则可能为两相或过热,一般情况下,稳定状态的蒸发器出口应保持一定程度的过热。因此,假定的出口焓值应处于以下两个值之间:第一是空气进口温度、制冷剂入口压力对应的过热状态下的制冷剂焓值,这是二分法初值的上限,其理由是根据温差导致传热的理论,制冷剂的出口温度不可能高于空气的入口温度,另外由于蒸发器有压降,制冷剂出口压力低于入口压力,用入口压力计算的焓值应偏大;第二是制冷剂入口焓,制冷剂在蒸发器中是一个吸收热量的过程,焓是必定增加的,这是二分法初值的下限。假定值取这两个值的算术平均。

2) 假定制冷剂两相区压降。在模型中需要定出两相区的压力损失,以判断是否存在过热区。两相区压降的下限为 0,上限取为蒸发器入口压力(由于两相区压降不会很大,在实际计算中为加快计算速度,压降上限可取为蒸发器入口压力的 $\frac{1}{4}$)。假定值取两者算术平均。

3)将假定制冷剂出口焓值与两相区出口压力对应的饱和状态焓值比较,确定是否存在过热区。

4)由于上述两个假定,可得出两相区、过热区(如果存在的话)的制冷剂和空气进出口状态,根据相应的流量和换热系数可计算各相区每个微元的长度,相加后算出蒸发器的总管长。划分的微元是从蒸发器出口向入口逐个计算的。在两相区的计算过程中,同时可以计算出两相区的压降。在计算每个微元时,由于要计算析湿系数,因此必须计算出壁温。对于每个微元而言,换热量和换热系数已知,首先需要假定壁温,假定值在微元制冷剂出口温度和对应的空气温度之间。根据壁温,可以通过管内、外换热方程算出两个微元长度,当管内长度大于管外长度时,假定壁温过低,反之则假定壁温过高,由此调整壁温直到管内外长度相等。

5)将两相计算出的压降与假定压降比较,如果误差在收敛精度内,则转6,否则考虑以下两步:如果计算压降大于假定压降,则假定压降过小,将假定值作为二分法下限;如果计算压降小于假定压降,则假定压降过大,将假定值作为二分法上限。重新计算假定的压降值。转向3。

6)将算出的管长与真实管长相比较,如果误差在收敛精度内,则转7,否则考虑以下两步:如果计算管长大于真实管长,则假定焓值过大,将假定值作为二分法的上限,重新取算术平均,得到一个新的假定焓值;如果小于真实管长,则假定焓值过小,将假定焓值作为二分法的下限,算出新的假定值。转向2。

7)输出结果。

5-2-3 仿真结果与分析

图5-8、图5-9显示了在某个典型工况条件下,通过仿真程序计算的管内换热系数、管外换热系数沿管长的分布曲线。图中包括两个相区:两相区和过热区。从图中可以看出,这些参数沿管长的分布趋势与理论分析是一致的。

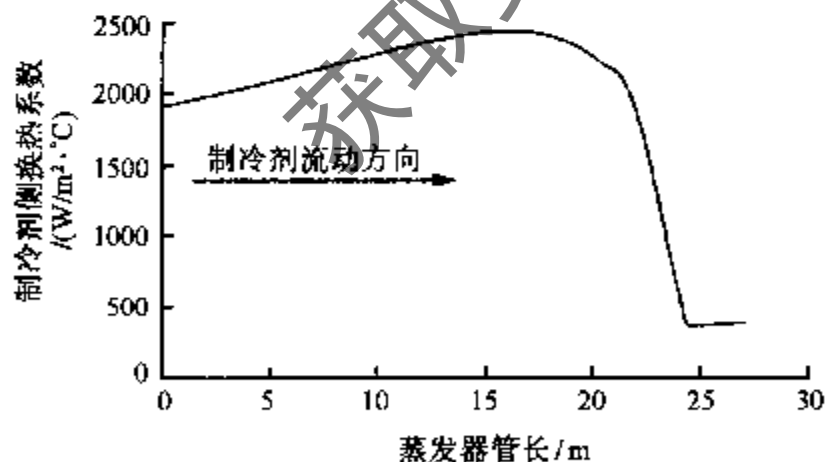


图5-8 制冷剂侧换热系数沿管长分布

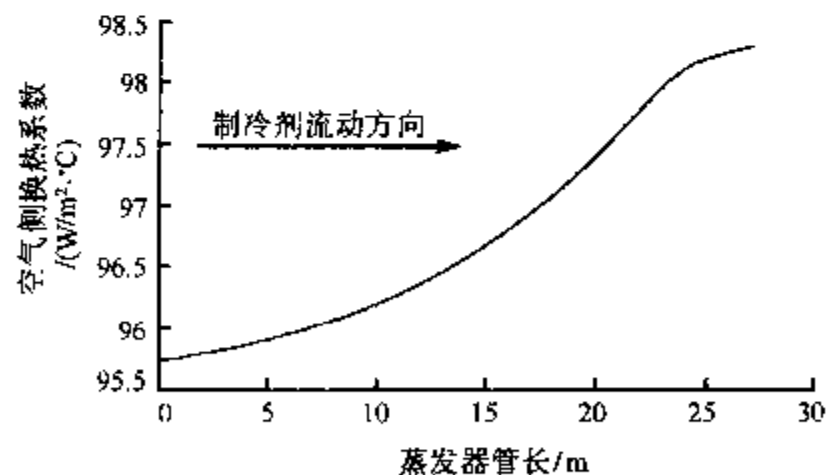


图5-9 空气侧换热系数沿管长分布

建立蒸发器分布参数模型的目的之一是为仿真研究提供一种具有良好参数敏感性的模型。因此,模型建立之后,首先要考察模型对某些参数的敏感性是否与实验结果一致。对换热器而言,主要关心的量为换热量,换热量也是模型计算结果与实验结果相对误差较小的量。而对于过热度等参数,在未作任何修正的情况下,实际上是比较难以计算准确的,因

为换热量的误差经过放大全部加在了过热度上。由于空气流量较大,空气出口温度计算误差并不大。

图 5-10 是某一蒸发器的换热量随空气风速的一条变化曲线。图 5-11 是该蒸发器的换热量随空气入口湿球温度的一条变化曲线。从实验值与模型值的比较可以看出两者趋势基本一致,换热量误差也较小,但对应的过热度的误差较大,在本组数据中最大可以达到 4.5℃。

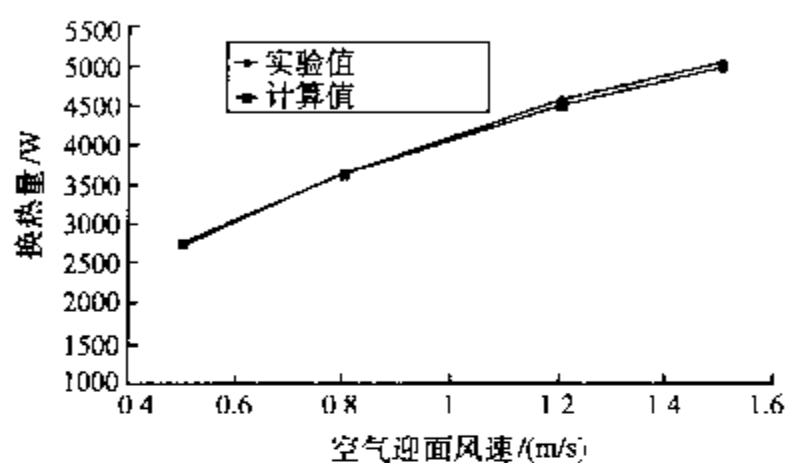


图 5-10 换热量随空气迎面风速变化

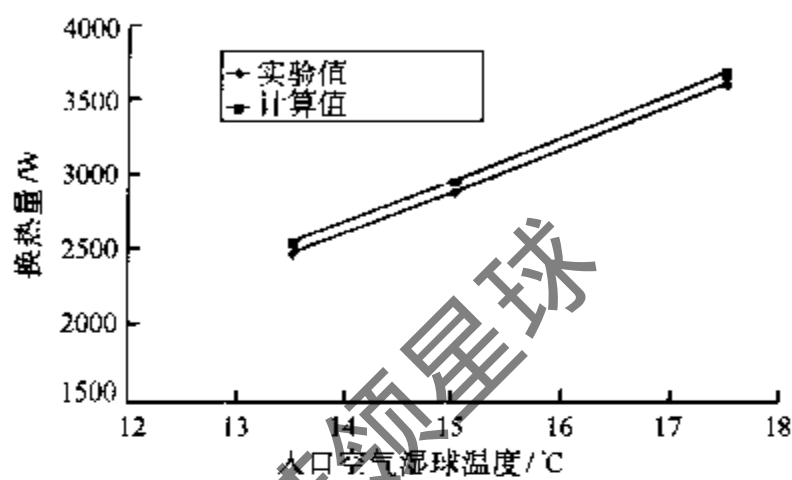


图 5-11 换热量随入口空气湿球温度变化

我们对该蒸发器进行了 91 组实验。仿真结果与实验值的比较如表 5-1 所示。从中可以看出两者在数值上能够较好吻合,但在过热度的预测精度上有待进一步改进。在下一节蒸发器稳态集中模型中,将给出一种与冷凝器过冷度计算类似的过热度计算改进方案。

表 5-1 分布参数模型计算结果与实验结果误差

制冷剂侧换热量误差/%		过热度误差/℃		蒸发器出口压力误差/%	
最大值	平均值	最大值	平均值	最大值	平均值
5.8	1.9	9.9	3.8	8.0	3.8

5.3 稳态集中参数模型

蒸发器稳态集中参数模型与冷凝器稳态集中参数模型类似,但是由于蒸发器模型需要考虑制冷剂压降和空气析湿,耦合因素较多,故比冷凝器要复杂。本节在第四章冷凝器稳态集中参数模型研究的基础上,结合蒸发器实际特性作进一步研究,获得了较好的仿真效果。

5-3-1 基本模型

1. 制冷剂侧总压降方程

$$\frac{\Delta P}{L_1} = \left[f_m + \left(\frac{x_o - x_i}{x_m} \right) \frac{D_1}{L_1} \right] G_r^2 \frac{v_m}{D_1} \quad (5-50)$$

式中, f_m 为摩阻系数, L_1 为蒸发器各分路管长, D_1 为管内径, x_o 、 x_i 、 x_m 分别为制冷剂

两相区出口、进口、平均干度(算术平均), G_r 为制冷剂质流密度 [$\text{kg}/(\text{m}^2/\text{s})$], v_m 为两相区平均比容,

$$v_{in} = x_m v_{gm} + (1 - x_m) v_{lm} \quad (5-51)$$

式中, v_{gm} 、 v_{lm} 为两相区平均温度下的饱和气体比容和液体比容。

2. 制冷剂侧流动换热方程

$$\begin{aligned} Q_r &= m_r (h_{r,out} - h_{r,in}) \\ &= U_{i,ref} A_i \left(\frac{T_{a,in} + T_{a,out}}{2} - T_{r,m} \right) \end{aligned} \quad (5-52)$$

式中, m_r 为制冷剂质量流量, $h_{r,in}$ 和 $h_{r,out}$ 分别是制冷剂进、出口焓值, $U_{i,ref}$ 为基于制冷剂侧换热量和管内侧换热面积的总平均换热系数, $T_{a,in}$ 和 $T_{a,out}$ 分别是空气进、出口干球温度, $T_{r,m}$ 为制冷剂平均定性温度。

同冷凝器一样, 为提高过热度的仿真精度, 采用过热区换热量加倍的改进方法, 同时为保证计算迭代的收敛性, 制冷剂平均定性温度取制冷剂进口温度 $T_{r,in}$, 对基于制冷剂换热量的换热系数进行重新定义:

$$U_{i,ref} = \frac{Q_r + (n_{SH} - 1) Q_{SH}}{A_i (T_{a,m} - T_{r,m})} \quad (5-53)$$

式中, Q_r 是按流动焓差计算的实际制冷剂换热量, 即

$$Q_r = m_r (h_{r,out} - h_{r,in}) \quad (5-54)$$

Q_{SH} 是过热区换热量, 即

$$Q_{SH} = m_r (h_{r,out} - h_g) \quad (5-55)$$

式中, h_g 是饱和气体焓; n_{SH} 是过热区换热量的放大倍率, 当 $n_{SH} = 1$ 时就退化为传统定义。

在新定义下, 式(5-52)转化为

$$Q_r = U_{i,ref} A_i \left(\frac{T_{a,in} + T_{a,out}}{2} - T_{r,i} \right) - (n_{SH} - 1) Q_{SH} \quad (5-56)$$

3. 空气侧流动换热方程

$$\begin{aligned} Q_a &= m_a (h_{a,m} - h_{a,out}) \\ &= U_{i,air} A_i \left(\frac{T_{a,m} + T_{a,out}}{2} - T_{r,m} \right) \end{aligned} \quad (5-57)$$

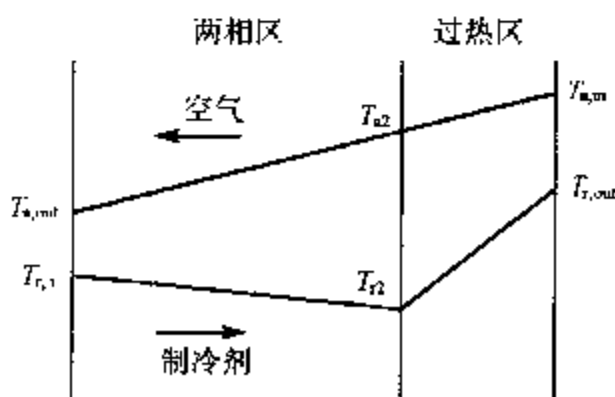


图 5-12 蒸发器逆流换热示意图

式中, $h_{a,out}$ 由空气出口干球温度和湿度求出, 出口湿度为未知参数。故需在空气侧增加一个换热方程, 该方程由析湿系数 ξ 的定义式给出

$$Q_a = \xi m_a c_p (T_{a,in} - T_{a,out}) \quad (5-58)$$

换热方程中的 $T_{r,m}$ 为蒸发器制冷剂平均定性温度, 是由两相区和过热区的平均温度按长度加权平均求得。其具体计算如下:

由于叉流换热较接近逆流换热,故在定性分析时可作逆流换热的假设,如图 5-12 所示。首先,假设制冷剂侧各段的换热量与空气侧相应的各段换热量成正比(由于有漏热的存在,比值不为 1),即

$$\frac{m_a(h_{a,in} - h_{a2})}{m_r(h_{r,out} - h_{r2})} = \frac{m_a(h_{a2} - h_{a,out})}{m_r(h_{r2} - h_{r,in})} \quad (5-59)$$

整理得,

$$\frac{h_{a,in} - h_{a2}}{h_{r,out} - h_{r2}} = \frac{h_{a2} - h_{a,out}}{h_{r2} - h_{r,in}} = \frac{h_{a,in} - h_{a,out}}{h_{r,out} - h_{r,in}} = c_Q \quad (5-60)$$

可解得,

$$h_{a2} = h_{a,in} - c_Q(h_{r,out} - h_{r2}) \quad (5-61)$$

按焓-湿图中空气降温除湿过程线近似有

$$\frac{d_{a,in} - d_{a2}}{h_{a,in} - h_{a2}} = \frac{d_{a,in} - d_{a,out}}{h_{a,in} - h_{a,out}} \quad (5-62)$$

由上式解得中间湿度 d_{a2} , 和焓 h_{a2} 一起根据空气物性可求得空气中温度 T_{a2} , 从而可确定两侧各段的传热温差,

$$\Delta T_{SH} = \frac{T_{a,in} + T_{a2}}{2} - \frac{T_{r,out} + T_{r2}}{2} \quad (5-63)$$

$$\Delta T_{TP} = \frac{T_{a,out} + T_{a2}}{2} - \frac{T_{r,in} + T_{r2}}{2} \quad (5-64)$$

对比各段的流动换热方程,近似认为

$$\frac{l_{SH}\Delta T_{SH}}{h_{r,out} - h_{r2}} = \frac{l_{TP}\Delta T_{TP}}{h_{r2} - h_{r,in}} \quad (5-65)$$

得

$$l_{SH} : l_{TP} = \frac{h_{r,out} - h_{r2}}{\Delta T_{SH}} : \frac{h_{r2} - h_{r,in}}{\Delta T_{TP}} \quad (5-66)$$

定义各段长度与蒸发器总长度的比值作为各段对传热的影响因子,有

$$c_{l,SH} = \frac{l_{SH}}{l_{pva}} = \frac{h_{r,out} - h_{r2}}{\sum \frac{\Delta h}{\Delta T}} \quad (5-67)$$

$$c_{l,TP} = 1 - c_{l,SH} \quad (5-68)$$

式中,

$$\sum \frac{\Delta h}{\Delta T} = \frac{h_{r,out} - h_{r2}}{\Delta T_{SH}} + \frac{h_{r2} - h_{r,in}}{\Delta T_{TP}} \quad (5-69)$$

定义制冷剂侧平均温度为

$$T_{rm} = c_{l,SH}T_{m,SH} + c_{l,TP}T_{m,TP} \quad (5-70)$$

式中,

$$T_{m,SH} = \frac{T_{r,out} + T_{r2}}{2} \quad (5-71)$$

$$T_{m,TP} = \frac{T_{r,m} + T_{r2}}{2} \quad (5-72)$$

5-3-2 实验关联式

根据厂家提供的蒸发器实验数据,对多种翅片形式的光滑管和内螺纹管蒸发器进行了压降、析湿系数和换热系数关联式的拟合。实验时,蒸发器制冷剂侧和空气侧都是模拟常见的实际工况(只测试了用于空调器制冷模式时的蒸发温度较高的工况),故制冷剂侧有两相区和过热区,空气侧则处于析湿状态。

对不同翅型和管型的蒸发器,分别进行了变结构参数和变工况的实验。其中,结构参数的变化情况是:管排数有2排、3排两种,翅片间距有1.5mm、2.0mm、2.4mm三种,分路数有2路、3路两种。工况的变化情况是:空气进口状态分高、中、低温和高、中、低湿工况,迎面风速范围0.5~1.5m/s,制冷剂进口干度范围0.15~0.3,过热度范围3~15℃。

在大量实验研究的基础上,我们依次回归了以下基本热力参数:管内制冷剂流动的摩阻系数、空气侧的析湿系数、基于空气流动换热的换热系数和基于制冷剂流动换热的换热系数。其中,当量摩阻系数是制冷剂流动压降计算必需的,析湿系数是用来表征空气换热中潜热和显热的比例关系的,而两侧的换热系数反映了蒸发器的热交换情况(包括漏热),以此也可确定空气和制冷剂的出口状态。

1. 管内摩阻系数的回归

根据两相区压降的计算式(5-50),当量摩阻系数按下式定义:

$$f_m = \left(\frac{\Delta p}{G_r^2 v_m} - \frac{x_o - x_1}{x_m} \right) \frac{D_i}{L_1} \quad (5-73)$$

由于确定存在过热区,故两相区出口干度取为定值1。

经研究,发现蒸发器的当量摩阻系数对工况变化并不敏感,而主要是受到结构的影响,故采用如下形式的回归关联式:

$$f_m = a_1 \left(\frac{L_1}{D_i} \right)^{a_2} N_{div}^{a_3} \left(\frac{S_f}{D_o} \right)^{a_4} \quad (5-74)$$

式中, N_{div} 为分路数, S_f 为翅片间距, D_i 、 D_o 为换热管的内、外径。

用上述关联式对多种蒸发器进行了回归,平均误差一般在3%以下,而最大误差约10%。

2. 空气侧析湿系数的回归

析湿系数定义为空气侧总换热量与显热量之比,即

$$\xi = \frac{Q_a}{Q_s} \quad (5-75)$$

空气侧总换热量由空气流动焓差计算

$$Q_a = m_a(h_{a,m} - h_{a,out}) \quad (5-76)$$

式中, m_a 为空气质流量; 空气进出口焓 $h_{a,i}$ 和 $h_{a,out}$ 由干、湿球温度计算。

空气显热量由下式计算:

$$Q_s = m_a c_p (T_{a,in} - T_{a,out}) \quad (5-77)$$

式中, 定压比热 c_p 按进风状态计算。

定义参考析湿系数:

$$\xi^{(0)} = \frac{Q_a^{(0)}}{Q_s^{(0)}} = \frac{m_a(h_{a,in} - h_{a,out}^{(0)})}{m_a c_p (T_{a,in} - T_{r,in} + 3)} \quad (5-78)$$

式中, $h_{a,out}^{(0)}$ 按 80% 的相对湿度和制冷剂平均温度 ($T_{r,in} - 3$) 计算, 这是假设空气降温析湿到极限状态的焓值。由于压降的存在, 用制冷剂进口温度减 3℃ 近似制冷剂平均温度是可以接受的。不直接使用制冷剂平均温度是为了在回归关联式中避免引入制冷剂出口温度, 从而简化仿真算法。相对湿度 80% 可视作实际空气出口相对湿度的平均值。

析湿系数的回归关联式形式如下:

$$\frac{\xi - e}{\xi^{(0)} - e} = a_1 Re^{a_2} \varphi_{a,in}^{a_3} \left(\frac{T_{a,in}}{273.15} \right)^{a_4} \left[1 - \exp\left(\frac{\Delta T_{SH,max} - \Delta T_{SH}}{-c} \right) \right]^{a_5} \left(\frac{L_{fw}}{D_o} \right)^{a_6} N_{div}^{a_7} \quad (5-79)$$

式中, Re 为按最小截面风速和管外径定义的空气进风雷诺数; $\varphi_{a,in}$ 和 $T_{a,in}$ 分别是空气进风相对湿度和温度; ΔT_{SH} 为过热度; $\Delta T_{SH,max}$ 为最大可能过热度, 根据实验数据来定, 一般在 20~30℃ 之间; L_{fw} 为翅片宽度, N_{div} 为分路数; 常系数 $e = 0.5$ 。

用上述关联式对多种蒸发器进行回归, 平均误差小于 3%, 最大误差在 10% 左右。

3. 基于空气侧换热量的换热系数回归

基于空气换热量的换热系数定义为

$$U_{i,air} = \frac{Q_a}{A_i(T_{a,m} - T_{r,m})} \quad (5-80)$$

式中, A_i 为管内侧总换热面积, $T_{a,m}$ 和 $T_{r,m}$ 分别为空气平均温度 (进出口干球温度的算术平均) 和制冷剂平均温度 (见基本模型部分的定义)。

空气侧换热量

$$Q_a = \xi m_a c_p (T_{a,in} - T_{a,out}) \quad (5-81)$$

经研究比较, 我们发现对不同翅型和管型的蒸发器, 空气侧换热系数的回归关联式很难取得一致 (在追求最佳回归效果的前提下)。例如对于单桥片内螺纹管蒸发器, 以下的关联式形式较好:

$$Nu = a \left[1 - \exp\left[\frac{\Delta T_{SH,max} - \Delta T_{SH}}{-b} \right] \right] Nu_{10} \quad (5-82)$$

$$Nu_{10} = \frac{U_i D_o}{\lambda} = a_1 Re^{a_2} \left(\frac{L_{fw}}{D_o} \right)^{a_3} \xi^{a_4} \left(\frac{N_{div}}{N_{tub}} \right)^{a_5} \quad (5-83)$$

而对于波纹片内螺纹管蒸发器, Nu_{10} 的形式则有所不同:

$$Nu_{10} = \frac{U_1 D_o}{\lambda} = a_1 Re^{a_2} \left(\frac{S_f}{D_o} \right)^{a_3} \xi^{a_4} \left(\frac{N_{div}}{N_{tub}} \right)^{a_5} \quad (5-84)$$

式中, N_{tub} 为蒸发器管子数, Re 为按最小截面风速和管外径定义的空气进风雷诺数; Nu_{10} 为过热度 10°C 时的努塞尔特数。

上述回归关联式的平均回归误差小于 4%, 最大回归误差约 15%。

4. 基于制冷剂换热量的换热系数回归

制冷剂换热量以两相区的潜热为主, 而过热区的显热换热所占比例很小(在过热度 $< 15^\circ\text{C}$ 的变化范围内, 该比例一般小于 10%), 因此若按传统的换热系数定义方式, 则较好的回归效果可保证两相区计算较为准确, 但计算误差却要过热区来补偿。从数量级上分析, 两相区 1% 的计算误差对过热区换热的影响几乎是 10% (由于各环节误差积累, 以及过热区本身的误差, 实际影响要超过此比例), 从而可能导致过热度计算精度很差。按式 (5-53) 的定义, 由误差传递理论可知, 在不同定义的换热系数的回归误差相同的前提下, 该误差传递到过热区时可被削减到原来的 $\frac{1}{n_{SH}}$ 。故从理论上讲, n_{SH} 越大越好。但实际上, 过热区换热量的相对测量误差要高于两相区, 故回归误差相同的前提实际上并不成立。在 n_{SH} 较小时, 式 (5-53) 中的显热比例仍然较小, 换热系数的回归误差不会明显放大, 过热度计算精度因而得以提高。数量级估计和实际经验都表明, $n_{SH} \leq 10$ 较好, 最佳值约为 5。

同样, 制冷剂侧换热系数的回归关联式很难取得一致(在追求最佳回归效果的前提下)。例如对于单桥片内螺纹管蒸发器, 以下的关联式形式较好:

$$Nu = a \left[1 - \exp\left(\frac{\Delta T_{SH, max} - \Delta T_{SH}}{-b}\right) \right] Nu_{10} \quad (5-85)$$

$$Nu_{10} = a_1 Re^{a_2} \left(\frac{L_{tw}}{D_o} \right)^{a_3} \xi^{a_4} \left(\frac{N_{div}}{N_{tub}} \right)^{a_5} \left(\frac{1+x_1}{x_1} \right)^{a_6} \quad (5-86)$$

而对于波纹片内螺纹管蒸发器, Nu_{10} 的形式改为

$$Nu_{10} = a_1 Re^{a_2} \left(\frac{S_f}{D_o} \right)^{a_3} \xi^{a_4} \left(\frac{N_{div}}{N_{tub}} \right)^{a_5} \left(\frac{1+x_1}{x_1} \right)^{a_6} \quad (5-87)$$

式中, x_1 为蒸发器进口制冷剂干度。

上述回归关联式的平均回归误差小于 5%, 最大回归误差约 15%。

5-3-3 算法设计

按实际需要, 蒸发器仿真计算采取两种算法: 一种将制冷剂流量作为输入参数, 过热度作为输出参数, 流程图如图 5-13 所示; 另一种将过热度作为输入参数, 制冷剂流量作为输出参数, 如图 5-14 所示。

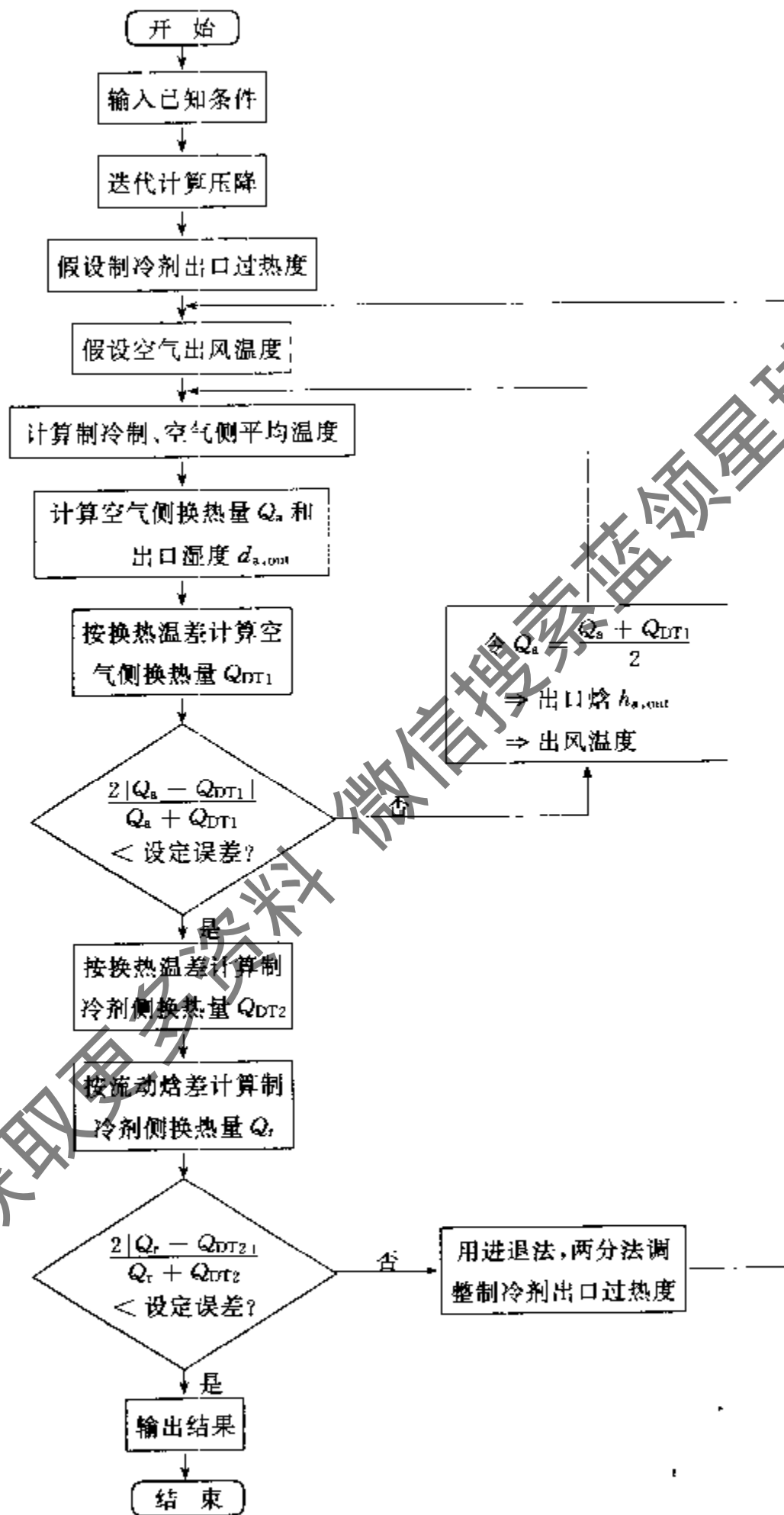


图 5-13 蒸发器仿真算法流程图 (已知流量, 求过热度)

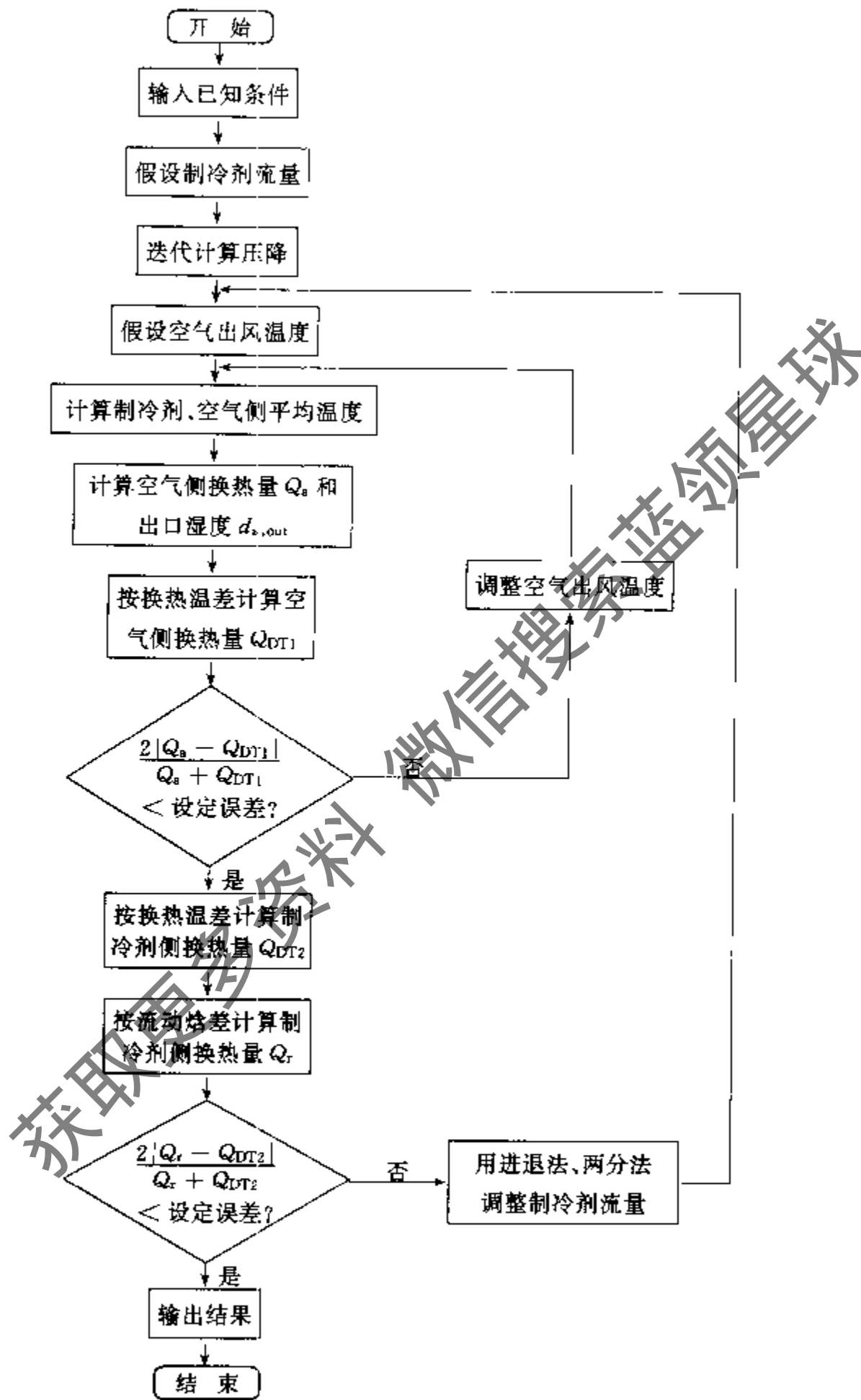


图 5-14 蒸发器仿真算法流程图二(已知过热度,求流量)

5-3-4 仿真实例

以某一蒸发器为例(91组实验数据)进行仿真,具体的仿真效果如图 5-15~图 5-23 所示。图中,下角标 sim 和 exp 分别表示仿真值和实验值。

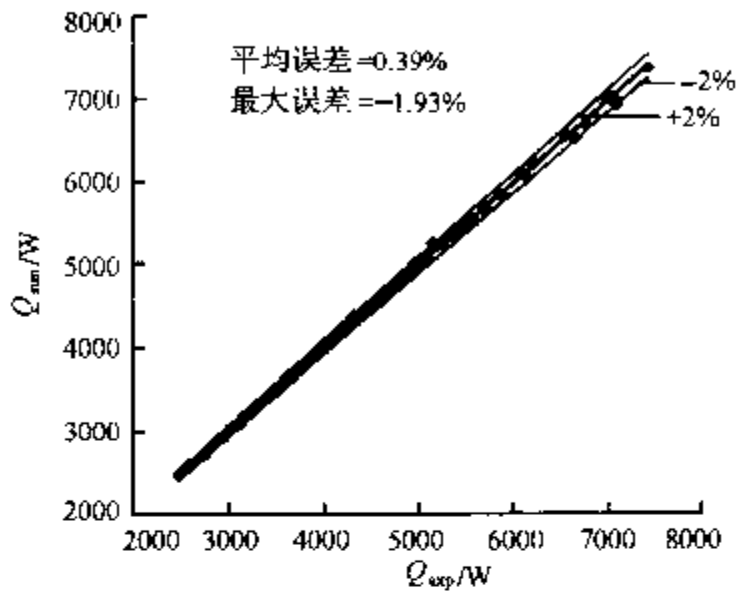


图 5-15 制冷剂侧换热量仿真效果(算法一)

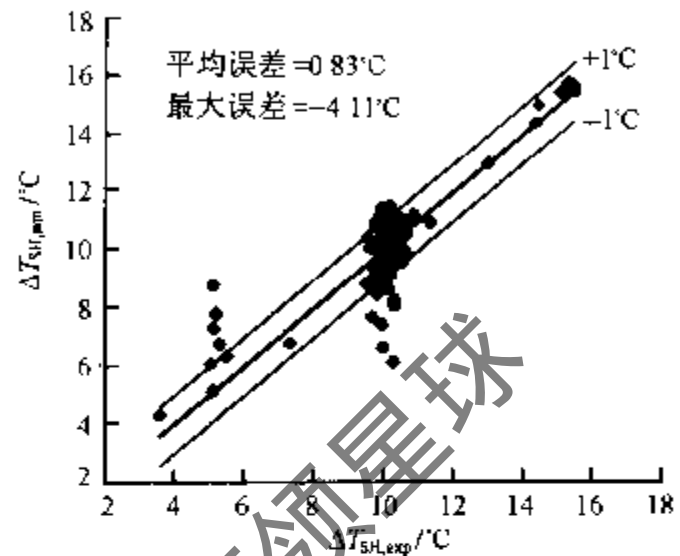


图 5-16 过热度仿真效果(算法一)

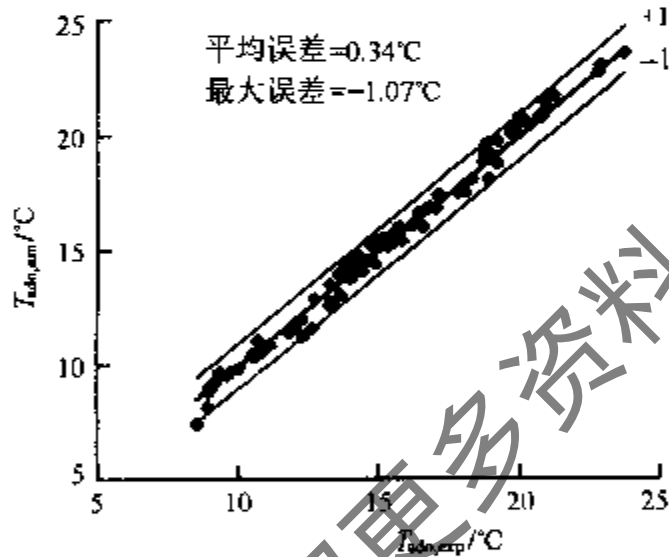


图 5-17 出风干球温度仿真效果(算法一)

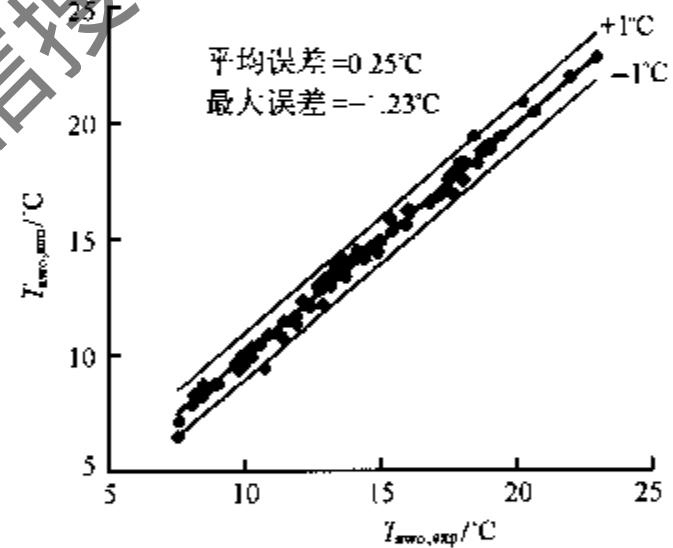


图 5-18 出风湿球温度仿真效果(算法一)

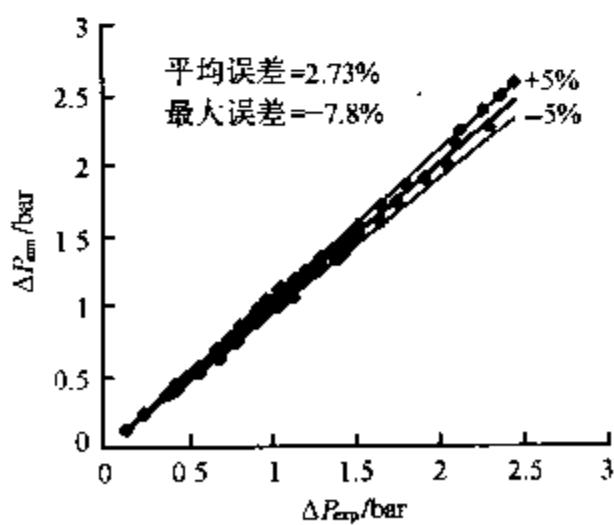


图 5-19 制冷剂侧压降仿真效果(算法一)

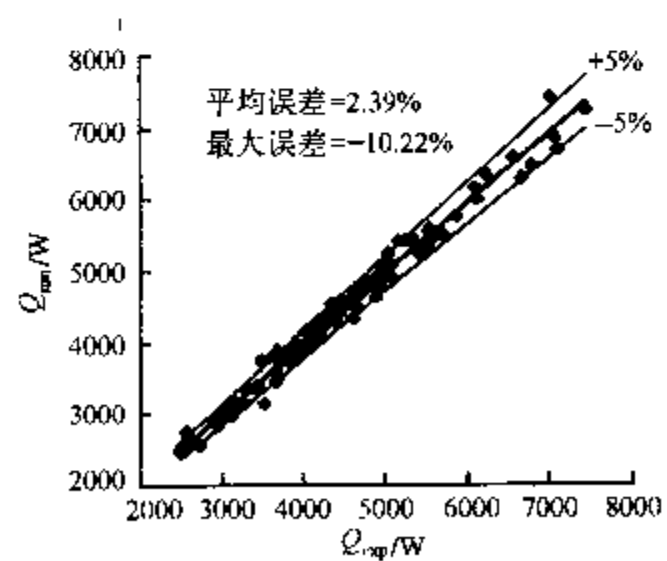


图 5-20 制冷剂侧换热量仿真效果(算法二)

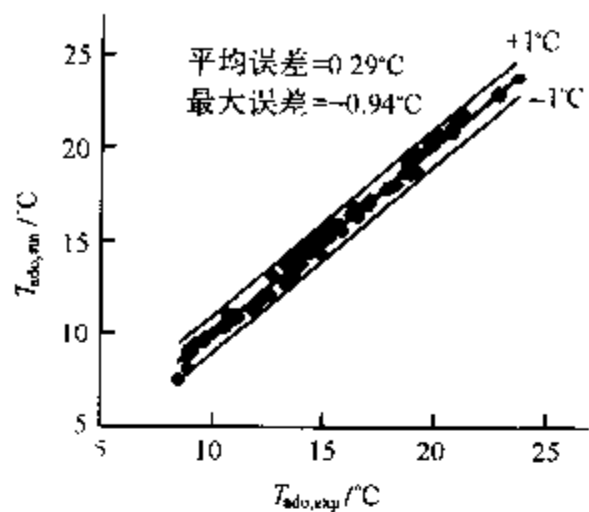


图 5-21 出风干球温度仿真效果(算法二)

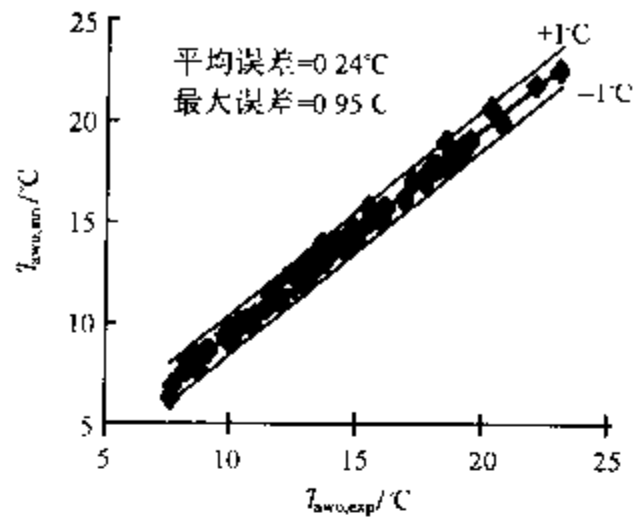


图 5-22 出风湿球温度仿真效果(算法二)

图 5-15~图 5-19 为蒸发器算法一(输入制冷剂流量,输出过热度)的仿真效果,图 5-20~图 5-23 为蒸发器算法二(输入过热度,输出制冷剂流量)的仿真效果。由于算法二中制冷剂流量和换热量是一一对应关系,偏差一样,故未画出。

仿真结果的精度令人满意,说明以前的关联式回归是成功的。在图 5-23 中,个别点的压降计算相对误差较大,但由于其绝对值较小,故绝对误差并不大。

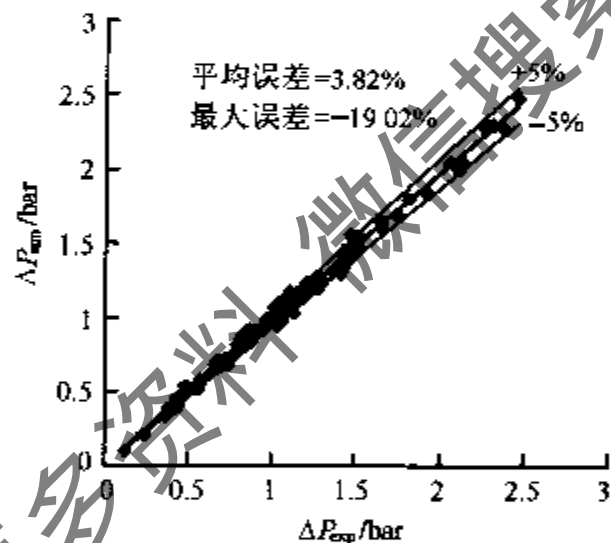


图 5-23 制冷剂侧压降仿真效果(算法二)

第六章 围护结构动态负荷模型

6-1 概 述

制冷装置的性能不仅取决于制冷系统的特性,而且还跟围护结构的性能密切相关。对于冰箱、冷柜这类小型装置,其围护结构即是其箱体,是产品整体的不可分割的部分,撇开围护结构研究装置的动态仿真显然是有问题的。即便对空调系统、冷库这类大型装置来讲,其工作过程中的降温变化亦直接受制于围护结构,这反过来又影响制冷系统的工作特性。因此围护结构动态负荷模型与算法的研究是制冷装置动态仿真不可缺少的一个环节。

制冷装置围护结构动态模型的研究和应用目前仍是一个薄弱环节。广大工程技术人员在实际工作中,基本上采用静态传热的计算方法,这就造成在设计阶段无法准确计算出许多同动态传热有关的参数。对于冰箱来讲,其降温速度、负载温度回升时间、压缩机的开停时间是很重要的,对于汽车空调,在多少时间内使车室内温度从环境温度达到设定的温度是衡量舒适性的重要指标。所有这些参数的计算都离不开围护结构的动态模型,但遗憾的是,由于工程实际中只采用静态模型,这些参数没法计算,需要的时候只好根据已掌握的实验数据进行推断。

制冷装置动态仿真研究初期,只研究制冷系统的瞬态特性,由于所研究的工作时间相对于围护结构的时间常数来讲是很小的,所以在这种情况下可以撇开围护结构的模型,认为跟围护结构特性有关的制冷系统的外部工作环境为恒定。但是现在动态仿真的发展已要求能解决实际问题,这就需要对实际的较长时间的工作过程进行动态仿真,此时围护结构的动态模型成为不可缺少的部分。目前小型制冷装置动态仿真的有些论文中已引入围护结构(箱体)模型,但往往只是简单地列出传热微分方程,并说明是和描述系统的其他方程结合在一起求解。采用这种方法就遇到一个难题:围护结构的动态传热计算要准确的话,必然将围护结构的壁面分成很多层,并且每个时刻都要求解动态方程,这样箱体在整个仿真计算中所占的计算量就很大,计算稳定性也会降低;如果分层很少,则围护结构计算精度较差,会降低系统仿真的精度。从装置的动态仿真与优化计算角度考虑围护结构模型,应使进入仿真迭代的围护结构负荷计算部分少费计算时间,尽量使大部分的计算在系统仿真以前完成。所以采用直接差分求解的方法处理围护结构的模型对于装置快速仿真是有利的。

空调研究较早地涉及到动态传热的计算问题,按照制冷装置动态仿真的要求对这方面的成果进行筛选并加以发展,对于形成一套制冷空调装置围护结构的负荷动态模型与解法是很有利的。

空调动态负荷计算中所用的方法,是在半壁热力系统传递函数研究的基础上发展起来的。与不同的传递函数相对应,得到以下三类方法:反应系数法(与 S 传递函数相对应)、传递系数法(与 Z 传递函数相对应)、谐波法(与正弦传递函数相对应)。这些方法都

把扰量和围护结构本身的传递特性分开处理,先求出反映围护结构本身特性的有关参数,最后计算系统的动态响应时,只需要将这些已经计算求得的参数同扰量进行合成。由于对围护结构只计算一次,所以计算量可以大大减少,这些方法对于制冷装置的快速动态仿真是很有价值的。

谐波法可以建立在墙体导热方程经典求解的基础上,早在 20 世纪 40 年代就已经提出^[19]。对于墙体,可以预先求出其对于各阶谐波的衰减和延迟,当输入量为各阶谐波的合成时,就很容易求出响应来。谐波法所引进的有关平壁不稳定传热的概念,如传热的衰减和延迟、蓄热特性等,物理意义比较明确、直观,已为大家所熟悉。谐波法有周期扰量的前提,空调中经常有以 24h 为周期变化的量,所以该方法最先得到应用。20 世纪 60 年代后出现的反应系数法已摆脱了周期扰量的限制,因此更适合于一般的情况。由于反应系数法中所需记忆的反应系数项数较多,后来又出现了收敛更快的 Z 传递系数法。空调界实际应用的这些方法,基本上局限于经典控制理论方法,所涉及的数学推导比较复杂,给理解和使用以及计算机实现带来了一定的困难,而用现代控制理论中的一些方法来加以改进则刚刚起步。

由于周期扰量的限制对于制冷装置仿真会造成不方便,所以在本书中主要介绍反应系数法与 Z 传递系数法,而对于谐波法只在介绍用状态空间法进行计算时作简要的说明。

6-2 单层和多层平壁热力系统

对于制冷装置的围护结构,由于我们所要得到的只是它的内、外壁面的温度和热量这些变量之间的相互关系,对层中间的温度、热流变化,我们是无需关心的。采用经典控制理论方法建立这四个量之间的传递函数,并通过一定方式转换到时域求取反应系数与 Z 传递函数系数是一种有效的方法。对于实际结构的处理是建立在典型平壁研究基础上的。

凡能把热量从一个物体传递到另一个物体的系统叫热力系统。制冷装置中的围护结构(或称保温层,在很多小型制冷装置中为箱体)就是一个热力系统。围护结构的各层都由各向同性的均质材料构成,有关的物性参数和热工参数在一定的温度范围内均可取作常数,因此是一个线性定常系统。

6-2-1 单层平壁热力系统

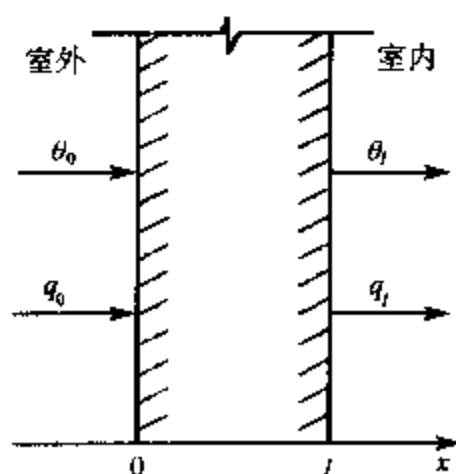


图 6-1 平壁热力系统

描述一个单层均质平壁热力系统,如图 6-1 所示,除导热方程外,还有与热流有关的导热定律:

$$q(x,t) = -\lambda \frac{\partial \theta(x,t)}{\partial x} \quad (6-1)$$

平壁两侧表面上有四个时间函数:

$$\text{内表面温度 } \theta(x,t)|_{x=l} = \theta_l(t)$$

$$\text{内表面热流 } q(x,t)|_{x=l} = q_l(t)$$

$$\text{外表面温度 } \theta(x,t)|_{x=0} = \theta_0(t)$$

$$\text{外表面热流 } q(x,t)|_{x=0} = q_0(t)$$

其中两个量给定,另两个量为等待求的。如果假定外侧表面上的温度和热流为已知,内侧两个为未知,采用过余温度表示,初始状态设为零,这样墙体热力系统是一个有两个输入 $\theta_0(t)$ 、 $q_0(t)$ 和两个输出 $\theta_l(t)$ 、 $q_l(t)$ 的二元线性系统,它的数学模型为

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta(x,t)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 \theta(x,t)}{\partial x^2} \\ q(x,t) = -\lambda \frac{\partial \theta(x,t)}{\partial x} \\ \theta(x,t)|_{t=0} = 0 \\ \theta(x,t)|_{x=0} = \theta_0(t) \\ q(x,t)|_{x=0} = q_0(t) \end{cases} \quad (6-2)$$

用拉氏变换求解上式可得

$$\begin{cases} \bar{\theta}(x,s) = \bar{\theta}_0(s) \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{s}{a}}x\right) - \bar{q}_0(s) \frac{\operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{s}{a}}x\right)}{\lambda \sqrt{\frac{s}{a}}} \\ \bar{q}(x,s) = -\bar{\theta}_0(s) \lambda \sqrt{\frac{s}{a}} \operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{s}{a}}x\right) + \bar{q}_0(s) \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{s}{a}}x\right) \end{cases} \quad (6-3)$$

代入 $x=l$ 就求出系统的反应,若用矩阵表示之

$$\begin{bmatrix} \bar{\theta}_l(s) \\ \bar{q}_l(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(s) & B(s) \\ C(s) & D(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\theta}_0(s) \\ \bar{q}_0(s) \end{bmatrix} \quad (6-4)$$

式中,二阶方阵记为 $G(s)$,它是这个墙体热力系统的传递函数矩阵,矩阵元素表示为

$$\begin{cases} A(s) = D(s) = \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{s}{a}}l\right) \\ B(s) = -\frac{\operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{s}{a}}l\right)}{\lambda \sqrt{\frac{s}{a}}} \\ C(s) = -\lambda \sqrt{\frac{s}{a}} \operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{s}{a}}l\right) \end{cases} \quad (6-5)$$

6-2-2 对多层平壁热力系统的推广

假定多层均质平壁中两种材料层的接合非常紧密,对某一界面 $x=L_i$ (见图 6-2),它既是前一层的外侧表面又是后一层的外侧表面。当在这 n 层墙的外侧,作用一对扰量 θ_0 、 q_0 时,在界面 L_i 处有第 i 层的反应 θ_i 、 q_i ,这两个反应又是第 $i+1$ 层的扰量;因此,每一材料层都构成一个单层平壁的小系统,它的传递函数矩阵为 $G_i(s)$,总的 n 层平壁系统便由这 n 个小系统以串联方式耦合而成,因此总的传递矩阵

$$G(s) = G_n(s)G_{n-1}(s)\cdots G_1(s) \quad (6-6)$$

式中,矩阵 $G_i(s)$ 的元素为 A_i 、 B_i 、 C_i 、 D_i ,具体表达式见式(6-5),只要对式中的 λ 、 a 、 l 各量加下标 i 即可。仍把多层平壁热力系统的传递矩阵记为

$$G(s) = \begin{bmatrix} A(s) & B(s) \\ C(s) & D(s) \end{bmatrix} \quad (6-7)$$

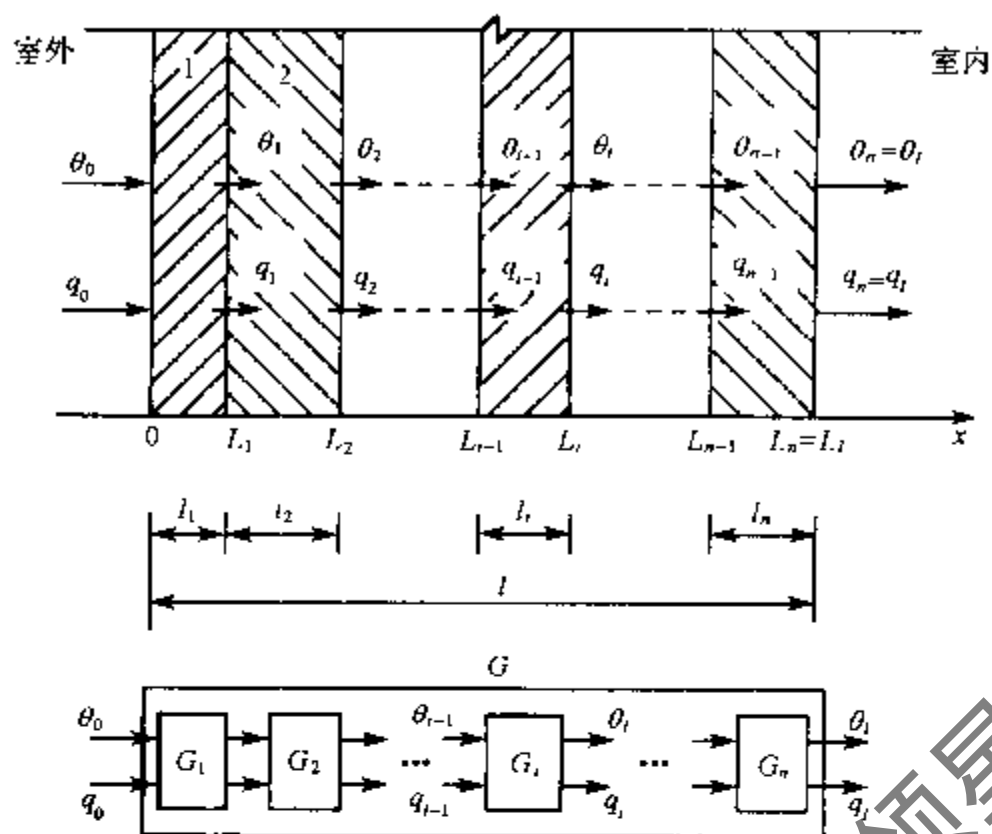


图 6-2 多层均质平壁系统

但是式中的四个元素不再具有式(6-5)那样的简单形式,而且不再有 $A(s) = D(s)$, 它们都是 $\sqrt{\frac{s}{a_i}} l_i$ 的双曲函数的代数组合,只要多层壁确定, $G(s)$ 便可求。

6-2-3 几种主要的反应传递函数

上面的论述中,都是把平壁外侧的温度和热流作为输入,内侧的温度和热流作为输出来研究平壁热力系统。但实际上这四个特殊量中任意两个都可作为输入,而另外两个则作为输出,这样共有六种情况。下面选最常用的情况进行论述。

空调动态负荷计算中,通常都取为外界温度和室内温度作为已知量,那么室内外的热流就作为输出量。

$$\begin{bmatrix} \bar{q}_0(s) \\ \bar{q}_t(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{A}{B} & \frac{1}{B} \\ -\frac{1}{B} & \frac{D}{B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\theta}_0(s) \\ \bar{\theta}_t(s) \end{bmatrix} \quad (6-8)$$

通常可以认为空调房间室温恒定,并取 $\bar{\theta}_t = 0$, 因此有

$$\begin{bmatrix} \bar{q}_0 \\ \bar{q}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{A}{B} \\ -\frac{1}{B} \end{bmatrix} \bar{\theta}_0 \quad (6-9)$$

此时实际变化的扰量只有一个 $\theta_0(t)$, 而反应却有两个: $q_0(t)$ 和 $q_t(t)$, 前者称为吸热反应, 后者便是传热反应。 $-\frac{A}{B}$ 和 $-\frac{1}{B}$ 便是在内侧温度恒定为 0 的条件下, 以外侧温度为扰量时的传递函数, 前者称为外表面的吸热反应传递函数, 后者称为传热(由外向内)反应的传递函数。

类似的可以取 $\theta_0 = 0$, 即外侧温度恒定, 而把内侧温度 $\bar{\theta}_t$ 当作实际的扰量, 那么容易得到:

$$\begin{bmatrix} \bar{q}_0 \\ \bar{q}_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{B} \\ \frac{D}{B} \end{bmatrix} \bar{\theta}_l \quad (6-10)$$

此时实际变化的扰量只有一个 $\theta_l(t)$, 而 $q_0(t)$ 为传热反应, $q_l(t)$ 为吸热反应, $\frac{D}{B}$ 称为内表面吸热反应的传递函数。

制冷装置的动态仿真中, 经常碰到的情况为室内的热流总量或热流已知, 而室内的温度变化则是重要的输出参数。取外界温度和室内的热流作为已知量, 外界热流温度和室内温度作为输出量。

$$\begin{bmatrix} \bar{\theta}_l(s) \\ \bar{q}_0(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{D} & \frac{B}{D} \\ -\frac{C}{D} & \frac{1}{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\theta}_0(s) \\ \bar{q}_l(s) \end{bmatrix} \quad (6-11)$$

当外表面温度恒定, 即 $\bar{\theta}_0 = 0$, 则有

$$\begin{bmatrix} \bar{\theta}_l \\ \bar{q}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{B}{D} \\ \frac{1}{D} \end{bmatrix} \bar{q}_l \quad (6-12)$$

式中, $\frac{B}{D}$ 定义叫作室温反应的传递函数, 有关该函数的计算对于制冷装置温度变化过程的仿真是很重要的。

6-2-4 时域中解的求取

前面已经介绍了几种主要的传递函数, 但我们最后关心的是时域中的解。根据传递函数求时域中解的最一般方法为求传递函数的反变换并和输入函数进行卷积。下面以单层平壁热力系统、已知室外温度和室内热流求室内温度和室外热流为例对这个过程进行论述。

对式(6-11), 写传递矩阵为如下形式:

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \quad (6-13)$$

$$\begin{cases} G_{11} = G_{22} = \frac{1}{\operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{s}{a}}l\right)} \\ G_{12} = -\frac{\operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{s}{a}}l\right)}{\lambda\sqrt{\frac{s}{a}}\operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{s}{a}}l\right)} \\ G_{21} = \frac{\lambda\sqrt{\frac{s}{a}}\operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{s}{a}}l\right)}{\operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{s}{a}}l\right)} \end{cases} \quad (6-14)$$

式中, 传递函数 G_{11} 、 G_{12} 、 G_{21} 、 G_{22} 分母均含 $\text{ch}\left(\sqrt{\frac{s}{a}}l\right)$ 。

令 $\text{ch}\left(\sqrt{\frac{s}{a}}l\right) = 0$, 得传递函数的极点

$$s_k = -\left[\frac{(k-0.5)\pi}{l}\right]^2 a \quad (k=1, 2, 3, \dots) \quad (6-15)$$

根据海维赛展开式,

$$G_{11}(t) = G_{22}(t) = \sum_{s=s_k} \frac{1}{\left[\text{ch}\left(\sqrt{\frac{s}{a}}l\right)\right]'} e^{st} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\pi a}{l^2} (-1)^k (2k-1) e^{-\left[\frac{(k-0.5)\pi}{l}\right]^2 at} \quad (6-16)$$

对于 G_{12} , $s=0$ 是可去极点,

$$G_{12}(t) = \sum_{s=s_k} \frac{-\text{sh}\left(\sqrt{\frac{s}{a}}l\right)}{\left[\lambda \sqrt{\frac{s}{a}} \text{ch}\left(\sqrt{\frac{s}{a}}l\right)\right]'} e^{st} = -\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2a}{\lambda l} e^{-\left[\frac{(k-0.5)\pi}{l}\right]^2 at} \quad (6-17)$$

$$G_{21}(t) = \sum_{s=s_k} \frac{\lambda \sqrt{\frac{s}{a}} \text{sh}\left(\sqrt{\frac{s}{a}}l\right)}{\left[\text{ch}\left(\sqrt{\frac{s}{a}}l\right)\right]'} e^{st} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2\lambda}{l} \left\{ -\left[\frac{(k-0.5)\pi}{l}\right]^2 a \right\} e^{-\left[\frac{(k-0.5)\pi}{l}\right]^2 at} \quad (6-18)$$

这样就可进行时域中 q_0 和 θ_l 的求解。

$$\begin{aligned} \theta_l(t) &= G_{11}(t) \times \theta_0(t) + G_{12}(t) \times q_1(t) \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} G_{11}(\tau) \times \theta_0(t-\tau) d\tau + \int_{-\infty}^{+\infty} G_{12}(\tau) \times q_1(t-\tau) d\tau \end{aligned} \quad (6-19)$$

$$\begin{aligned} q_0(t) &= G_{21}(t) \times \theta_0(t) + G_{22}(t) \times q_1(t) \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} G_{21}(\tau) \times \theta_0(t-\tau) d\tau + \int_{-\infty}^{+\infty} G_{22}(\tau) \times q_1(t-\tau) d\tau \end{aligned} \quad (6-20)$$

对实际的平壁可认为是 $t=0$ 时松弛的因果系统, 故有

$$\theta_l(t) = \int_0^{+\infty} G_{11}(\tau) \times \theta_0(t-\tau) d\tau + \int_0^{+\infty} G_{12}(\tau) \times q_1(t-\tau) d\tau \quad (6-21)$$

$$q_0(t) = \int_0^{+\infty} G_{21}(\tau) \times \theta_0(t-\tau) d\tau + \int_0^{+\infty} G_{22}(\tau) \times q_1(t-\tau) d\tau \quad (6-22)$$

6-2-5 当量单层平壁

对于单层均质平壁可以较为方便地写出传递函数, 并进行拉氏反变换。但实际装置的围护结构都是由多层平壁组成的, 即便对于确实只由一种材料组成的墙体, 通常还要考虑空气换热层, 也会使得实际的传递函数复杂, 难以进行变换。工程实际中, 有一种常用的处理方法, 即把实际的多层平壁热力系统用一当量单层平壁系统来代替, 要求在相同的输入条件下, 此单层平壁具有和原系统尽可能接近的输出。下面介绍求取该当量平壁的参数的一种有效方法。

令当量单层平壁的热阻、热容与原多层平壁相等,厚度为原来的总厚度,即

$$\frac{l'}{\lambda'} = \sum_{i=1}^n \frac{l_i}{\lambda_i} \quad (6-23)$$

$$l'(\rho c)' = \sum_{i=1}^n l_i(\rho c)_i \quad (6-24)$$

$$l' = \sum_{i=1}^n l_i \quad (6-25)$$

由上面三个方程联立,得当量导温系数

$$a' = \frac{\lambda'}{(\rho c)'} = \frac{\left(\sum_{i=1}^n l_i\right)^2}{\left(\sum_{i=1}^n \frac{l_i}{\lambda_i}\right) \left[\sum_{i=1}^n l_i(\rho c)_i\right]} \quad (6-26)$$

对于空气边界层取

$$l = 0$$

$$\frac{\lambda}{l} = \alpha$$

求得当量单层平壁的参数,就可以利用单层平壁热力系统的算法处理实际多层平壁系统。

6-3 反应系数法

6-3-1 基本原理

反应系数法是加拿大人 Stephenson 和 Mitalas 在 20 世纪 60 年代末提出的^[20],他们把平壁作为一个线性热力系统,利用系统传递函数得出某种扰量下的各种反应系数,再利用反应系数求传热量等。

前面用传递函数和输入函数进行卷积求输出函数,此时输入函数必须是连续函数。但在实际系统仿真中,输入函数是离散的,不能直接卷积。而在反应系数法中,所需要的是输入函数的离散值。反应系数可根据传递函数求得。对于式(6-21)和式(6-22)的各传递函数 G_{11} 、 G_{12} 、 G_{21} 、 G_{22} ,设其所对应的反应系数分别为 h_{11} 、 h_{12} 、 h_{21} 、 h_{22} ,计算的时间步长为 Δ ,则在第 $n\Delta$ 时刻的输出值为

$$\theta_i(n) = \sum_{i=0}^n h_{11}(i)\theta_0(n-i) + \sum_{i=0}^n h_{12}(i)q_i(n-i) \quad (6-27)$$

$$q_0(n) = \sum_{i=0}^n h_{21}(i)\theta_0(n-i) + \sum_{i=0}^n h_{22}(i)q_i(n-i) \quad (6-28)$$

反应系数法对扰量的分解主要采用单位三角波函数或单位矩形波函数。这两种波形的函数都可以由单位阶跃函数来构成,所以单位阶跃函数是更基本的扰量形式,另两种扰量可以看作是它的导出形式。

6-3-2 单位阶跃扰量反应

求得了各个传递函数,就可导出系统单位阶跃反应函数的拉普拉斯变换。

前面已经提到了四个主要的反应传递函数,即传热反应传递函数、内表面吸热反应传递函数、外表面吸热反应传递函数、室温反应的传递函数。由这些不同的反应传递函数求取相应的单位阶跃扰量反应的步骤相类似,所以选制冷装置动态仿真中最常用的传热反应传递函数和室温反应的传递函数,求其相应的单位阶跃扰量反应。

单位阶跃扰量的拉氏变换式为 $\frac{1}{s}$,传热反应函数

$$\bar{y}_u(s) = -\frac{1}{sB(s)} \quad (6-29)$$

室温反应函数

$$\bar{w}_u(s) = \frac{B(s)}{sD(s)} \quad (6-30)$$

现在的问题是如何求取它们的拉普拉斯反变换。这些象函数都是半纯函数(两个整函数的比,因为 A, B, C, D 都是双曲正、余弦的组合)。根据展开定理求拉普拉斯反变换时,首先要求得分母的根。

对于传热反应, $s=0$ 是其一阶极点,令 s_i 是 $B(s)=0$ 的根,则

$$y_u(t) = \frac{-1}{B(0)} + \sum_{i=1}^{\infty} K_{y_i} e^{s_i t} \quad (6-31)$$

其中系数

$$K_{y_i} = \left. \frac{-1}{s \frac{dB(s)}{ds}} \right|_{s=s_i} \quad (6-32)$$

对于单层均质平壁在第一类边界条件下,式(6-25)给出了 $B(s)$ 的表达式:

$$B(s) = -\frac{\text{sh}\left(\sqrt{\frac{s}{a}}l\right)}{\lambda\sqrt{\frac{s}{a}}}$$

由于

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\frac{s}{a}}l}{\text{sh}\left(\sqrt{\frac{s}{a}}l\right)} = 1 \quad (6-33)$$

所以

$$B(0) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{-\text{sh}\left(\sqrt{\frac{s}{a}}l\right)}{\lambda\sqrt{\frac{s}{a}}} = -\frac{1}{\lambda} \lim_{s \rightarrow 0} \frac{-\text{sh}\left(\sqrt{\frac{s}{a}}l\right)}{\sqrt{\frac{s}{a}}} = -\frac{l}{\lambda} \quad (6-34)$$

令 $B(s)=0$,则

$$\text{sh}\left(\sqrt{\frac{s}{a}}l\right) = 0$$

即

$$\frac{1}{2} \left(e^{\sqrt{\frac{s}{a}}l} - e^{-\sqrt{\frac{s}{a}}l} \right) = 0$$

有

$$e^{2\sqrt{\frac{s}{a}}l} = 1 = e^{2ks} \\ s_i = -\frac{ai^2\pi^2}{l^2} \quad (i = 1, 2, 3, \dots) \quad (6-35)$$

$$\left. s \frac{dB(s)}{ds} \right|_{s=s_i} = -s \frac{\frac{l}{2\sqrt{as}} \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{s}{a}}l\right) \cdot \lambda \sqrt{\frac{s}{a}} \operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{s}{a}}l\right) \cdot \lambda \frac{1}{2\sqrt{as}}}{\left(\lambda \sqrt{\frac{s}{a}}\right)^2} \Bigg|_{s=s_i} \quad (6-36) \\ = \frac{l \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{s}{a}}l\right)}{2\lambda} \Bigg|_{s=s_i} = -\frac{l}{2\lambda} (-1)^i$$

故

$$y_u(t) = \frac{\lambda}{l} + \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i \frac{2\lambda}{l} e^{-\left(\frac{\pi^2 i^2 a}{l^2}\right)t} \quad (6-37)$$

对于室温反应, $s=0$ 是其一阶极点, 令 s_i 是 $D(s)=0$ 的根, 则

$$w_u(t) = \frac{B(0)}{D(0)} + \sum_{i=1}^{\infty} K_{w_i} e^{s_i t} \quad (6-38)$$

式中, 系数 K_{w_i} 为

$$K_{w_i} = \left. \frac{B(s)}{s \frac{dD(s)}{ds}} \right|_{s=s_i} \quad (6-39)$$

对于单层均质平壁在第一类边界条件下:

$$D(s) = \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{s}{a}}l\right) \\ \frac{B(0)}{D(0)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{-\operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{s}{a}}l\right)}{\lambda \sqrt{\frac{s}{a}} \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{s}{a}}l\right)} = \frac{l}{\lambda} \quad (6-40)$$

令 $D(s)=0$, 则

$$s_i = -\frac{a(i-0.5)^2\pi^2}{l^2} \quad (i = 1, 2, 3, \dots) \quad (6-41)$$

$$K_{w_i} = \left. \frac{B(s)}{s \frac{dD(s)}{ds}} \right|_{s=s_i} = \left. \frac{-\operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{s}{a}}l\right)}{\lambda \sqrt{\frac{s}{a}} \frac{sl}{2\sqrt{as}} \operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{s}{a}}l\right)} \right|_{s=s_i} \\ = -\frac{2a}{\lambda s} \Bigg|_{s=s_i} = \frac{2l}{\lambda \pi^2 (i-0.5)^2} \quad (6-42)$$

故

$$w_u(t) = -\frac{1}{\lambda} + \frac{2l}{\lambda\pi^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{(i-0.5)^2} e^{-\left[\frac{(i-0.5)\pi}{l}\right]^2 x} \quad (6-43)$$

6-3-3 传递矩阵内元素的根的求取

由前所述,用海维赛展开式进行拉氏反变换必须求取根。对于单层平壁系统在第一类边界条件下,可以通过推导求得根的表达式。在一般情况下,由于传递函数复杂,特别在组成围护结构的层数很多时,无法精确求传递函数分母的根,这时只能数值解。采用牛顿法搜索根速度较快,可用下山法保证收敛。

由于所要求的根不止一个,为使根不重复求取,应采用劈根法,把已求得的根的影响消除掉。

对于需要求根的函数 $f(x)$,如已求得前 n 个根 $a_i (i=1, 2, \dots, n)$,构造函数

$$g(x) = \frac{f(x)}{\prod_{i=1}^n (x - a_i)} \quad (6-44)$$

$$\frac{g'(x)}{g(x)} = \frac{d[\ln g(x)]}{dx} = \frac{f'(x)}{f(x)} - \sum_{i=1}^n \frac{1}{x - a_i} \quad (6-45)$$

在已求得第 n 个根,求第 $n+1$ 个根的基本公式为

$$x_{k+1} = x_k - \frac{g(x_k)}{g'(x_k)} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k) - \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_k - a_i}} \quad (6-46)$$

如果 $g(x_{k+1}) \leq g(x_k)$,则用式(6-45)不断迭代,直到满足精度为止;否则取

$$x_{k+2} = \lambda x_{k+1} + (1 - \lambda)x_k$$

式中, $\lambda (0 \leq \lambda \leq 1)$ 称为下山因子,删选 λ 使迭代过程中单调性成立。下山因子的确定是一个逐步搜索过程,设从 $\lambda=1$ 开始,反复减半 λ 进行试算,直到满足单调性。若经过规定的次数后仍找不到满足单调性的 λ ,称“下山失败”,另选初值进行计算。

牛顿法的收敛性同初始点的选取有很大的关系,每个根求解时都应该利用已有的信息以获得尽可能接近所求的根的初始点。

6-3-4 反应系数的求取

对应于扰量的三角波分解与矩形波分解,得到相应的反应系数。三角波反应系数的物理意义为:输入发生在时刻 $-\Delta$ 到 Δ 之间的以时刻 0 为中心,高度为 1 的一个等腰三角形波脉冲时,输出量在时间步长 Δ 整数倍时刻的值。矩形波反应系数的物理意义为:输入发生在时刻 0 到 Δ 之间,高度为 1 的一个矩形波脉冲,输出量在时间步长 Δ 整数倍时刻的值。

反应系数可根据单位阶跃扰量反应来求得。各种不同的单位阶跃扰量反应均可写成如下的形式:

$$H(t) = K + \sum_{i=1}^{\infty} K_i e^{s_i t} \quad (6-47)$$

其对应的三角波反应系数为

$$\begin{cases} h_T(0) = K - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{K_i}{s_i \Delta} (1 - e^{s_i \Delta}) \\ h_T(1) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{K_i}{s_i \Delta} (1 - e^{s_i \Delta})^2 \\ h_T(j) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{K_i}{s_i \Delta} (1 - e^{s_i \Delta})^2 e^{(j-1)s_i \Delta} \quad (j \geq 2) \end{cases} \quad (6-48)$$

其对应的矩形波反应系数为

$$\begin{cases} h_r(0) = 0 \\ h_r(j) = \sum_{i=1}^{\infty} K_i (1 - e^{-s_i \Delta}) e^{j s_i \Delta} \quad (j \geq 1) \end{cases} \quad (6-49)$$

6-4 Z 传递系数法

反应系数法进行计算时,如果所计算的时刻很多的话,则需要计算相当多的反应系数,这从实际应用反应系数的公式(6-27)、(6-28)中可以得到反映,对于长时间的工作状况的仿真是有利的。后来提出的采用公比的反应系数使得计算项数得到控制,但更加有效的方法则是 Z 传递系数法。

6-4-1 Z 传递函数系数的计算方法

对一个连续系统引入采样器和保持器可得一采样数据系统。通常考虑输入和输出的采样是同步的,即采样周期和采样时间都相同。保持器作为一个环节加入到原来的系统中去,与原系统串联。对于这样一个串联后的系统,其 Z 传递函数定义为输出和输入函数的 Z 变换之比,常把它表示为两个 z^{-1} 多项式之比。如对于平壁热力系统,其 Z 传递函数记作

$$G_y(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_n z^{-n} + \dots}{d_0 + d_1 z^{-1} + \dots + d_m z^{-m} + \dots} = \frac{N_y(z)}{D(z)} \quad (6-50)$$

为保证分子、分母的系数惟一,取定分母多项式的首项恒为 $d_0=1$ 。

三角脉冲保持器的输入为一单位脉冲,输出为一单位三角波,由此得出三角脉冲保持器的传递函数为

$$G_T(s) = \frac{e^{s\Delta}(1 - e^{-s\Delta})^2}{s^2 \Delta} \quad (6-51)$$

引入三角波保持器后的系统传递函数为该传递函数与原传递函数之积,以传热反应为例,其传递函数为

$$G_y(s) = \frac{e^{s\Delta}(1 - e^{-s\Delta})^2}{s^2 \Delta} \left(-\frac{1}{B(s)} \right) \quad (6-52)$$

则

$$\begin{aligned} G_y(z) &= Z \left\{ L^{-1} \left[\frac{e^{s\Delta}(1 - e^{-s\Delta})^2}{s^2 \Delta} \left(-\frac{1}{B(s)} \right) \right] \right\} \\ &= \frac{z(1 - z^{-1})^2}{\Delta} Z \left\{ L^{-1} \left[\frac{-1}{s^2 B(s)} \right] \right\} \end{aligned} \quad (6-53)$$

同本章前面的约定,令 s_i 为 $B(s)=0$ 的根,则

$$\frac{-1}{s^2 B(s)} = \frac{h''}{s^2} + \frac{h'}{s^2} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{h_i}{s - s_i} \quad (6-54)$$

式中的系数可确定为

$$\begin{aligned} h'' &= \frac{1}{B(0)} \\ h' &= \left. \frac{\frac{dB(s)}{ds}}{B^2(s)} \right|_{s=0} \\ h_i &= \left. \frac{-1}{s^2} \frac{dB(s)}{ds} \right|_{s=s_i} \end{aligned}$$

由此,

$$Z \left\{ L^{-1} \left[\frac{-1}{s^2 B(s)} \right] \right\} = \frac{P(z)}{z(1-z^{-1})^2 \prod_{i=1}^{\infty} (1 - e^{s_i \Delta} z^{-1})} \quad (6-55)$$

式中的分子多项式:

$$P(z) = [h''\Delta + h'z(1-z^{-1})] \prod_{i=1}^{\infty} (1 - e^{s_i \Delta} z^{-1}) + z(1-z^{-1})^2 \sum_{i=1}^{\infty} \left[h_i \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{\infty} (1 - e^{s_j \Delta} z^{-1}) \right] \quad (6-56)$$

所以

$$G_y(z) = \frac{\frac{1}{\Delta} P(z)}{\prod_{i=1}^{\infty} (1 - e^{s_i \Delta} z^{-1})} \quad (6-57)$$

与式(6-50)相对应,则有

$$d_0 + d_1 z^{-1} + \dots + d_m z^{-m} + \dots = \prod_{i=1}^{\infty} (1 - e^{s_i \Delta} z^{-1}) \quad (6-58)$$

如果将上式右边展开,利用等式两边同次幂项系数相等的原则,可得

$$\begin{cases} d_0 = 1 \\ d_1 = -(e^{s_1 \Delta} + e^{s_2 \Delta} + e^{s_3 \Delta} + \dots) \\ d_2 = e^{(s_1+s_2)\Delta} + e^{(s_1+s_3)\Delta} + \dots \\ \vdots \\ d_m = (-1)^m \sum_{1 \leq j_1 < j_2 < \dots < j_m} \exp\left(\sum_{i=1}^m s_{j_i} \Delta\right) \\ \vdots \end{cases} \quad (6-59)$$

实际编制程序时,可根据式(6-58),通过多项式连乘确定各个系数。还可以由分子多项式 $P(z)$ 来求系数 b_i ,但这样比较麻烦。为更简洁明了,令

$$L^{-1} \left[\frac{-1}{s^2 B(s)} \right] = R(t)$$

从式(6-54)求取拉氏逆变换

$$R(t) = h''t + hu(t) + \sum_{i=1}^{\infty} h_i e^{i\Delta t} \quad (6-60)$$

由 Z 变换的定义

$$Z[R(t)] = \sum_{i=0}^{\infty} r_i z^{-i}$$

式中, r_i 为 $i\Delta$ 时刻函数 $R(t)$ 的采样值, 它可以由式(6-60)求得。

将以上结果和式(6-50)结合, 得

$$N_y(z) = \frac{z(1-z^{-1})^2}{\Delta} \left(\sum_{i=0}^{\infty} r_i z^{-i} \right) D(z) \\ b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_n z^{-n} + \dots = \left(\frac{1}{\Delta} - \frac{2}{\Delta} z^{-1} + \frac{1}{\Delta} z^{-2} \right) \cdot \\ (r_0 z + r_1 z^{-1} + r_2 z^{-2} + \dots) \cdot (1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} + \dots) \quad (6-61)$$

将上式右边展开, 利用等式两边同次幂项系数相等的原则, 可得

$$\begin{cases} b_0 = \frac{1}{\Delta} d_0 r_1 \\ b_1 = \frac{1}{\Delta} (d_0 r_2 + d_1 r_1 - 2d_2 r_0) \\ b_2 = \frac{1}{\Delta} (d_0 r_3 + d_1 r_2 + d_2 r_1 + d_3 r_0 - 2d_0 r_2 + 2d_1 r_1) \\ \vdots \end{cases} \quad (6-62)$$

在计算机上用式(6-61)编制两个多项式直接相乘的程序比用式(6-62)更方便。其他传递函数相应的 Z 传递系数的计算完全可以采用类似步骤。

6-4-2 Z 传递函数系数和反应系数的关系

对于任意一个热力系统的传递函数, 如果其 Z 传递函数的分子和分母的系数分别是 b_i 和 d_i , 而相应的反应系数为 h_i , 则有

$$\sum_{i=0}^{\infty} h_i z^{-i} = \frac{\sum_{i=0}^{\infty} h_i z^{-i}}{\sum_{i=0}^{\infty} d_i z^{-i}} \quad (6-63)$$

故

$$b_n = \sum_{i=0}^{\infty} h_i d_{n-i} \quad (6-64)$$

6-4-3 Z 传递系数使用公式

以传热反应为例,

$$\frac{Z[q_i(t)]}{Z[\theta_0(t)]} = \frac{\sum_{r=0}^{\infty} b_r z^{-r}}{\sum_{r=0}^{\infty} d_r z^{-r}} \quad (6-65)$$

则

$$q(n) = \sum_{i=0}^n b_i \theta(n-i) - \sum_{i=1}^n d_i q(n-i) \quad (6-66)$$

之所以采用 Z 传递系数,是因为其收敛速度较反应系数快得多。在许多算例中,要用上百个反应系数才能达到某个精度要求,而在相同精度下,所取 Z 传递函数中分子和分母的传递系数一般不超过 6 个。

Z 传递系数比反应系数收敛快的原因可以从两方面来解释。从反应系数的计算式中可以看出,它们趋于零快慢主要取决于 $[e^{s_1}]^n$, 而 Z 传递系数趋于零快慢取决于 $e^{s_1 + \dots + s_n}$ 。由于 s_i 均是负值,且 $|s_1| < |s_2| < \dots < |s_n| < \dots$, 故当 $n \rightarrow \infty$ 时, $e^{s_1 + \dots + s_n}$ 的趋零速度要比 $[e^{s_1}]^n$ 快得多, 因经传递系数的收敛速度要比反应系数快得多。另外从式(6-66)中可以看出,利用传递系数进行计算时,不仅需要知道输入扰量,而且需要知道输出量在计算时刻以前的值,所包含的信息量较多,因此达到同样精度需要取的计算项数当然会少一些。

6-5 状态空间法求反应系数

前面的方法是在经典控制理论上得出的,现代控制理论的发展为这些方法的改进提供了新的基础。同传统方法比较,现代控制理论的状态空间法具有其自己的优点,概括起来,主要有以下几点:

1) 推导过程简单。拉氏变换法将时域问题变换到频域(或称复域),求得结果后再反变换到时域,先后两次变换,使得整个推导过程很繁复;而状态空间法就在时域中解决问题,整个推导过程简捷、易懂,且许多方面可利用物理意义求解,显得非常直接、迅速。

2) 推导的结果易于计算机实现。拉氏变换法要编程实现复杂函数的导数、极点(或根)的求取等,需要较高的编程技巧,初学者难以胜任;而状态空间法推导的结果只是一些较简单的矩阵加法和乘法运算,计算机编程较为简便。

3) 能方便地体现平壁内部温度和热流随时间的变化。S 传递函数模型属于外部模型,即每次只能求得系统的输出温度、热流随时间的变化;而状态空间模型属于内部模型,可以方便地知道各状态点上的温度、热流变化,从而可以勾勒出平壁内部温度、热流随时间的变化情况。

4) 利用状态模型,可以将矩阵理论中的一些方法用于分析平壁热力系统的结构特性,从而容易发现和导出一些传统模型难以发现或导出的规律或特性,用于解决实际应用中碰到的一些问题。

当然,状态空间法也有其不足的地方。比如,由于状态空间法实质上是一种半差分方法,故精度略低于拉氏变换法,但实例计算表明,其精度已足以满足实际工程应用的需要。

6-5-1 状态空间的建立

在状态空间法中使用标准形式的状态方程和输出方程,如下所示:

状态方程

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BU(t) \quad (6-67)$$

输出方程

$$Y(t) = CX(t) + DU(t) \quad (6-68)$$

对于平壁围护结构,为了建立状态空间,将平壁适当分层,作为一个 n 层的集中热容系统处理(见图 6-3),从而可建立起一个 m 维($m = n + 1$)的状态空间。

在图 6-3 中,阴影部分分别表示内外边界及内部的控制体。由能量守恒知控制体的内能变化等于进出控制体的热流量的代数和,由此可以列出一组常微分方程,即状态方程

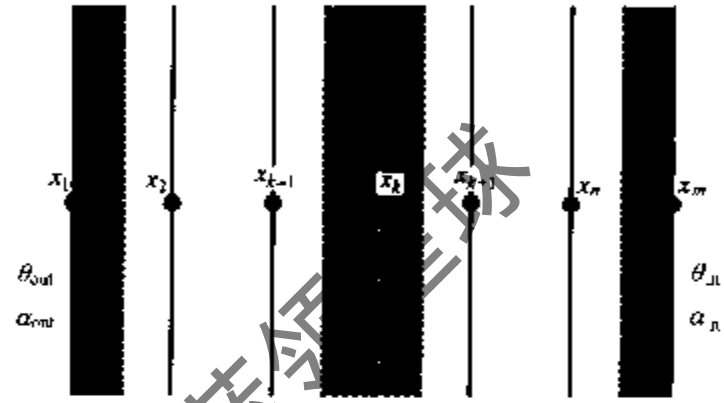


图 6-3 平壁分层

$$\begin{cases} \frac{1}{2}C_1 \frac{dx_1}{dt} = \alpha_{out}(\theta_{out} - x_1) - \frac{x_1 - x_2}{R_1} \\ \frac{1}{2}(C_1 + C_2) \frac{dx_2}{dt} = \frac{x_1 - x_2}{R_1} - \frac{x_2 - x_3}{R_2} \\ \vdots \\ \frac{1}{2}(C_{i-1} + C_i) \frac{dx_i}{dt} = \frac{x_{i-1} - x_i}{R_{i-1}} - \frac{x_i - x_{i+1}}{R_i} \\ \vdots \\ \frac{1}{2}C_n \frac{dx_{n+1}}{dt} = \frac{x_n - x_{n+1}}{R_n} - \alpha_{in}(x_{n+1} - \theta_{in}) \end{cases} \quad (6-69)$$

所要求的内表面热流为

$$q_{in} = \alpha_{in}(x_{n+1} - \theta_{in}) \quad (6-70)$$

式(6-69)、式(6-70)中, $C_i = l_i \rho_i c_{pi}$, 热容; $R_i = \frac{l_i}{\lambda}$, 热阻; l_i 为厚度; λ 为材料导热系数; ρ_i 为密度; c_{pi} 为比热; α_{out} 、 α_{in} 为墙体外侧和内侧的空气换热系数。

当我们进行吸热反应计算时,内表面的过剩温度 $\theta_{in} = 0$, 将输入输出关系整理成标准的状态方程和输出方程,见式(6-67)、(6-68)。其主要参数如下:

$X(t) = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_{n+1}]^T$ 为各状态点温度;

$\dot{X}(t) = [\dot{x}_1 \ \dot{x}_2 \ \cdots \ \dot{x}_{n+1}]^T$ 为各状态点温度变化率;

$Y(t)$ 为内表面热流;

$U(t) = \theta_{out}$ 为室外温度变化;

$$A = \begin{bmatrix} \frac{-2(\alpha_{out} + \frac{1}{R_1})}{C_1} & \frac{2}{C_2 R_1} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2}{(C_1 + C_2)R_1} & \frac{-2}{C_1 + C_2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) & \frac{2}{(C_1 + C_2)R_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{(C_2 + C_3)R_2} & \frac{-2}{C_2 + C_3} \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) & \frac{2}{(C_2 + C_3)R_3} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{2}{(C_{n-2} + C_{n-1})R_{n-2}} & \frac{-2}{C_{n-2} + C_{n-1}} \left(\frac{1}{R_{n-2}} + \frac{1}{R_{n-1}} \right) & \frac{2}{(C_{n-2} + C_{n-1})R_{n-1}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \frac{2}{(C_{n-1} + C_n)R_{n-1}} & \frac{-2}{C_{n-1} + C_n} \left(\frac{1}{R_{n-1}} + \frac{1}{R_n} \right) & \frac{2}{(C_{n-1} + C_n)R_n} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{C_n R_n} & \frac{-2(\alpha_n + \frac{1}{R_n})}{C_n} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{2\alpha_{out}}{C_1} & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix};$$

$$C = [0 \quad 0 \quad \dots \quad \alpha_n];$$

$$D = 0.$$

获取更多资料 微信搜索 蓝领星球

6-5-2 反应系数的计算方法

根据前面的状态方程和输出方程,可以求解在一定扰量作用下的系统的参数输出。在计算单个反应系数时,系统的输入是单个量,输出也是单个量。只要能构造与前面定义的反应系数相一致的输入,则所得到的输出即为相应的反应系数。

对于三角波反应,可以由斜坡反应构成。设 U 为一个斜坡扰量,如能根据前面的状态方程和输出方程,求出时间间隔为 Δ 时的响应系数列 $Y(i)$, 根据线性迭加原理,即可求出三角波反应系数 $h(i)$

$$\begin{cases} h(i) = \frac{Y(i-1) - 2Y(i) + Y(i+1)}{\Delta} \\ h(0) = \frac{Y(1)}{\Delta} \end{cases} \quad (6-71)$$

现在的问题是如何求得斜坡反应的解。

对于状态方程(6-69),其解的一般形式为

$$X(t) = e^{At}X(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)}BU(\tau)d\tau \quad (6-72)$$

式中, e^{At} 称为矩阵指数,与其相关的积分在本书中统称为矩阵指数的积分。若设 Δ 为离散化时间步长,并在上式中分别令 $t=k\Delta, t=(k+1)\Delta$,则可以求得

$$X(k+1) = e^{A\Delta}X(k) + \int_{k\Delta}^{(k+1)\Delta} e^{A((k+1)\Delta-\tau)}BU(\tau)d\tau \quad (6-73)$$

上面的解中既有自由项,又有强制项,计算复杂。如能把控制量 $U(t)$ 增广到状态量中去使状态方程变成齐次的,求解就简便多了。对于 $U(t)$ 为斜坡函数的情况,增广是能够实现的。令

$$x_{m+1} = U(t) = t \quad (6-74)$$

$$x_{m+2} = \dot{x}_{m+1} = 1 \quad (6-75)$$

从而构成齐次的增广状态方程

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{x}_{m+1} \\ \dot{x}_{m+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ x_{m+1} \\ x_{m+2} \end{bmatrix} \quad (6-76)$$

可简记为

$$\dot{\tilde{X}} = \tilde{A}\tilde{X} \quad (6-77)$$

关于齐次状态方程的解,下面专门进行论述。

6-5-3 齐次状态方程的求解

对于齐次状态方程

$$\dot{X}(t) = AX(t) \quad (6-78)$$

其解的形式为

$$X(t) = e^{At}X(0) \quad (6-79)$$

取时间步长为 Δ , 可得如下的递推方程

$$X[(n+1)\Delta] = e^{A\Delta}X[n\Delta] \quad (6-80)$$

矩阵指数及其积分的计算方法有很多,其中直接级数展开法原理及程序实现均比较简单,是目前应用得最广泛的一种矩阵指数及其积分的实用算法。

矩阵指数

$$F = e^{A\Delta} = I + A\Delta + \frac{A^2\Delta^2}{2} + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{A^k\Delta^k}{k!} \quad (6-81)$$

式中, I 为单位矩阵。

对于式(6-81)的计算,需要解决以下两个问题:

- 1) 确证式(6-130)右边的级数是收敛的。
- 2) 确定级数求和时所需要的项数。

式(6-81)可以写成下式:

$$F = e^{A\Delta} = \sum_{k=0}^N \frac{A^k\Delta^k}{k!} + \sum_{k=N+1}^{\infty} \frac{A^k\Delta^k}{k!} \quad (6-82)$$

令

$$R = \sum_{k=N+1}^{\infty} \frac{A^k\Delta^k}{k!} \quad (6-83)$$

式中, R 为级数展开式的截断误差。

对式(6-83)两边取范数,得

$$\|R\| = \left\| \sum_{k=N+1}^{\infty} \frac{A^k\Delta^k}{k!} \right\| \leq \sum_{k=N+1}^{\infty} \frac{\|A\Delta\|^k}{k!} \quad (6-84)$$

令

$$M = \sum_{k=N+1}^{\infty} \frac{\|A\Delta\|^k}{k!} = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\|A\Delta\|^{N+j}}{(N+j)!} = \sum_{j=1}^{\infty} M_j \quad (6-85)$$

$$q = \frac{M_2}{M_1} = \frac{\|A\Delta\|}{N+2} \quad (6-86)$$

由式(6-85)中 M_j 的定义有下述关系:

$$\frac{M_{j+1}}{M_j} = \frac{\|A\Delta\|}{N+j+1} \quad (6-87)$$

$$\therefore \frac{M_{j+1}}{M_j} < \frac{M_j}{M_{j-1}} < \dots < \frac{M_2}{M_1} = q \quad (6-88)$$

$$\therefore M = M_1 + M_2 + M_3 + \dots < M_1(1 + q + q^2 + q^3 + \dots) = \frac{M_1}{1-q} \quad (6-89)$$

只要当 N 大到一定程度,使得 $q < 1$,则截断误差上限可用上式计算,若达到要求的精度,则说明所取的项数足够,否则加大级数的求和项。从上面的推导中看出,此级数当 N 大到一定值时,收敛性好于公比 $q < 1$ 的一等比数列,因此级数必定收敛。

除了上述直接计算误差上限的方法外,Paynter 方法亦是确定级数项数的有效方法。设 Δ 小于系统中最小时间常数,考虑 $|a_{ij}\Delta|$, a_{ij} 为矩阵 A 的一个元素。设 $\max |a_{ij}\Delta| = q$,级数项为 p ,则有

$$\frac{1}{p!} (nq)^p e^{nq} = 0.001 \quad (6-90)$$

式中, n 为系统阶数,已知 n 和 q ,则可解出 p 值来,实际计算级数时,要求至少取 p 项。

上面已经论证,矩阵指数 $e^{A\Delta}$ 的级数总是收敛的,因而从理论上讲,只要计算足够多的项数,便可以获得足够高的计算精度。实际上由于计算机字长的限制,数值计算上仍会遇到一些困难。如果时间步长 Δ 太大,或者 A 的特征值分布很散,可能会导致 $\|A\Delta\|$ 很大,在级数的求和过程中,中间某些项的绝对值很大,最后的计算结果值不大,却是由一系列大数相减得到,这样计算精度很差,有时甚至会因为中间项的绝对值太大出现计算溢出,中断程序运行。

为了避免直接计算 $e^{A\Delta}$ 由于 $\|A\Delta\|$ 太大而出现上述计算上的困难,可先计算 $e^{\frac{A\Delta}{2^k}}$,其中 k 称为折半因子,以后连续 k 次应用加倍公式可求得 $e^{A\Delta}$ 。一般有

$$e^{\frac{A\Delta}{2^{i-1}}} = e^{\frac{A\Delta}{2^i}} \cdot e^{\frac{A\Delta}{2^i}}$$

分别令 $i=k, k-1, k-2, \dots, 1$,反复应用上式,即可计算出 $e^{A\Delta}$ 。

实际计算中,应合理地选择折半因子 k 。当 k 选择很大时,虽然级数求和有较快的收敛速度,但需多次应用加倍公式,因而总的计算量并不节省,精度也未必高。同时如果 k 选择过大,容易使矩阵 A 原来较小的数在运算过程中出现下溢。为了避免在计算中出现上溢和下溢,并兼顾计算量和计算精度这两方面的要求,折半因子可按下式求取:

$$p = \max \left\{ \text{int} \left[\log_2 \frac{\|A\Delta\|}{5} \right] + 1, 0 \right\} \quad (6-91)$$

应该指出的是,使用折半加倍措施有助于解决病态矩阵运算时出现的不稳定以及溢出等问题,但对病态系数较大的矩阵计算时所得结果不可避免地会出现一定的误差,所以建立状态空间时就应注意这个问题。

6-6 状态空间法求 Z 传递系数

Z 传递函数与其系数的概念及其经典解法已经在前面作了论述。用状态空间法同样可以求 Z 传递系数,并且在很多方面更为优越。

对于方程(6-67),其解的离散形式为式(6-73),但是除了一些特殊输入函数外,该式无法直接用于计算。因此,有必要在保证一定精度的条件下,采取一些近似方法。常用的近似方法有两类:一是保持器法,二是数值积分法。

保持器法中零阶保持和一阶保持比较简单,高阶保持比较复杂,而且对于不同的扰量输入,精度并不与保持器的阶数成正比,因此常用零阶保持和一阶保持。对于零阶保持,数学上表述为

$$U(\tau) = U(k\Delta) = U(k), \quad k\Delta \leq \tau < (k+1)\Delta \quad (6-92)$$

代入式(6-73)可得

$$X(k+1) = FX(k) + GU(k) \quad (6-93)$$

式中,

$$F = e^{A\Delta}, \quad G = \int_0^{\Delta} e^{A\Delta-t} dt \cdot B$$

对于一阶保持,数学上可表示为

$$U(\tau) = U(k) + \frac{U(k+1) - U(k)}{\Delta}(\tau - k\Delta), \quad k\Delta \leq \tau < (k+1)\Delta \quad (6-94)$$

代入式(6-73),可得

$$X(k+1) = FX(k) + G_a U(k) + G_b U(k+1) \quad (6-95)$$

式中,

$$G_a = \int_0^{\Delta} \frac{t}{\Delta} e^{At} dt \cdot B$$

$$G_b = G - G_a$$

数值积分法就是对式(6-73)右边第二项直接进行数值积分。从数学上讲,该项只是关于 τ 的积分,因此任何有关的数值积分公式都可以应用在这里。出于避免复杂化以及对后文求取 Z 传递函数的考虑,这里只给出梯形公式的结果:

$$X(k+1) = FX(k) + \Phi_1 U(k) + \Phi_2 U(k+1) \quad (6-96)$$

式中,

$$\Phi_1 = \frac{\Delta}{2} FB, \quad \Phi_2 = \frac{\Delta}{2} B$$

式(6-95)与式(6-96)形式相同,只是 $U(k)$ 和 $U(k+1)$ 的系数矩阵不同,后者的精度稍差,但计算量要小得多。

要完成上面的计算,下面三个矩阵指数及其积分的计算是很关键的:

$$F = e^{A\Delta} = I + A\Delta + \frac{A^2\Delta^2}{2} + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{A^k \Delta^k}{k!} \quad (6-97)$$

$$G = \int_0^{\Delta} e^{At} dt B = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{A^k \Delta^{k+1}}{(k+1)!} B = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{A^{k-1} \Delta^k}{k!} B \quad (6-98)$$

$$G_a = \int_0^{\Delta} \frac{t}{\Delta} e^{At} dt B = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k A^{k-1} \Delta^k}{(k+1)!} B \quad (6-99)$$

类似问题的处理在用状态空间法计算反应系数时同样碰到,可采样同样的方法,这里不再重复。

在完成了状态方程的求解后,结合输出方程的离散化形式,可得平壁的离散状态空间模型:

$$\begin{cases} X(k+1) = FX(k) + GU(k) \\ Y(k) = CX(k) + DU(k) \end{cases} \quad (6-100)$$

$$\begin{cases} X(k+1) = FX(k) + G_a U(k) + G_b U(k+1) \\ Y(k) = CX(k) + DU(k) \end{cases} \quad (6-101)$$

$$\begin{cases} X(k+1) = FX(k) + \Phi_1 U(k) + \Phi_2 U(k+1) \\ Y(k) = CX(k) + DU(k) \end{cases} \quad (6-102)$$

式(6-101)和式(6-102)可以通过线性变换转化为式(6-100)的形式,以式(6-101)为例说明如下:

令新的状态

$$\bar{X}(k) = X(k) - G_b U(k) \quad (6-103)$$

代入式(6-101),整理后得

$$\begin{cases} \bar{X}(k+1) = F\bar{X}(k) + \bar{G}U(k) \\ Y(k) = C\bar{X}(k) + \bar{D}U(k) \end{cases} \quad (6-104)$$

式中,

$$\bar{G} = FG_b + G_a, \quad \bar{D} = CG_b + D$$

形如式(6-100)的离散状态空间模型称为标准的离散状态空间模型,由上可知式(6-101)和式(6-102)皆可转化为标准的离散状态空间模型,故下面以标准的离散状态空间模型为对象进行讨论。

对于一个 $n+1$ 阶的系统, Z 传递函数 $H(z)$ 的形式如下:

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \dots + b_{n+1}z^{-(n+1)}}{1 + d_1z^{-1} + d_2z^{-2} + \dots + d_{n+1}z^{-(n+1)}} \quad (6-105)$$

问题归结为如何确定分子与分母中的系数 b_i 与 d_i 。

以标准离散状态空间模型(6-100)为例,取 Z 变换,

$$\begin{cases} zX(z) = FX(z) + GU(z) \\ Y(z) = CX(z) + DU(z) \end{cases} \quad (6-106)$$

整理得,

$$\begin{aligned} H(z) &= \frac{Y(z)}{U(z)} = z^{-1}C(I - z^{-1}F)^{-1}G + D \\ &= z^{-1}C \frac{\text{adj}(I - z^{-1}F)}{\det(I - z^{-1}F)} G + D \end{aligned} \quad (6-107)$$

式中,

$\det(I - z^{-1}F) = 1 + d_1z^{-1} + \dots + d_{n+1}z^{-(n+1)}$ 为矩阵行列式,

$\text{adj}(I - z^{-1}F) = B_1 + B_2z^{-1} + \dots + B_{n+1}z^{-n}$ 为伴随矩阵。

B_i 为 $(n+1) \times (n+1)$ 阶常数阵, B_i 及 d_i 由 Leverrier-Faddeeva 算法确定, 这样 b_i 也就确定了。其具体计算按式(6-108)、(6-109):

$$\begin{cases} B_0 = 0, d_0 = 1 \\ B_i = FB_{i-1} + d_{i-1}I \\ d_i = -\frac{\text{tr}(FB_i)}{i} \quad (i = 1, \dots, n+1) \end{cases} \quad (6-108)$$

$$\begin{cases} b_0 = D \\ b_i = CB_iG + Dd_i \quad (i = 1, \dots, n+1) \end{cases} \quad (6-109)$$

如果已知反应系数序列 $Y(i)$, 则 b_i 亦可由下述关系简捷地求得

$$b_i = \sum_{k=0}^i Y(i-k)d_k \quad (i = 0, \dots, n+1) \quad (6-110)$$

6-7 基于状态空间的谐波法

谐波法的基本思想为, 对于一个线性系统, 若输入为

$$f_m = \sum_{t=0}^{\infty} A_t e^{(\omega t - \varphi_t)j} \quad (6-111)$$

则输出可表示为

$$f_{\text{out}} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{A_i}{\nu_i} e^{i(\omega_i t - \varphi_i - \eta_i)} \quad (6-112)$$

式(6-111)和式(6-112)中, $\omega_0=0$ 对应于零阶谐波 $A_0 e^{-\varphi_0}$, 它是一个常数且等于扰量的均值; $\omega_i = \frac{2i\pi}{T}$ 为第 i 阶谐波的频率, 其中 T 为周期; φ_i 是第 i 阶谐波的初始相位; ν_i 为第 i 阶谐波的衰减度; η_i 为第 i 阶谐波的延迟时间。

只要求得衰减度与延迟时间, 即可由输入函数求得输出函数。衰减度与延迟时间同样可用状态空间法进行计算, 下面介绍计算方法。

对于一个线性系统的标准状态方程与输出方程(6-67)、(6-68), 取输入扰量

$$U = f_m - \cos \omega t \quad (6-113)$$

则输出响应为

$$Y(t) = f_{\text{out}} = \nu^{-1} \cos(\omega t - \eta) \quad (6-114)$$

通过求解状态方程与输出方程, 可以确定 ν 和 η , 步骤如下:

按增广矩阵法, 令 $x_{m+1} = U = \cos \omega t$, $x_{m+2} = \sin \omega t$, 则

$$\dot{x}_{m+1} = -\omega x_{m+2}, \quad \dot{x}_{m+2} = \omega x_{m+1}$$

得

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{x}_{m+1} \\ \dot{x}_{m+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B & 0 \\ 0 & 0 & -\omega \\ 0 & \omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ x_{m+1} \\ x_{m+2} \end{bmatrix} \quad (6-115)$$

$$Y = [C \ D \ 0] \begin{bmatrix} X \\ x_{m+1} \\ x_{m+2} \end{bmatrix} \quad (6-116)$$

简记为

$$\begin{cases} \dot{X} = \tilde{A} X \\ Y = \tilde{C} X \end{cases} \quad (6-117)$$

解之得

$$\begin{cases} \tilde{X}(n+1) = e^{\lambda \Delta} \tilde{X}(n) \\ Y(n) = \tilde{C} \tilde{X}(n) \end{cases} \quad (6-118)$$

谐波法通常用于空调的传热计算, 在那种情况下, 一天 24h 为一基本周期, 为了清楚起见, 这里取时间单位为小时, 则频率 $\omega = \frac{2i\pi}{24}$, i 为谐波的阶数, 时间步长

$$\Delta = \frac{2\pi}{24\omega}$$

由于计算时设初值 $X(0) = 0$, 为了消除初始条件的影响, 设至少需计算 k 个周期。由式(6-114)得

$$Y[(24k+6)\Delta] = \nu^{-1} \sin \eta \quad (6-119)$$

$$Y[(24k+12)\Delta] = -\nu^{-1} \cos \eta \quad (6-120)$$

联解上面二式, 可得

$$v = \frac{1}{\sqrt{Y^2[(24k+6)\Delta] + Y^2[(24k+12)\Delta]}} \quad (6-121)$$

$$\eta = g - \text{tg}^{-1} \frac{Y[(24k+6)\Delta]}{Y[(24k+12)\Delta]} \quad (6-122)$$

式中,

$$g = \begin{cases} \pi & Y[(24k+12)\Delta] \geq 0 \\ 0 & Y[(24k+12)\Delta] < 0, Y[(24k+6)\Delta] \geq 0 \\ 2\pi & Y[(24k+12)\Delta] < 0, Y[(24k+6)\Delta] < 0 \end{cases}$$

计算周期 k 的确定要满足计算所得的衰减度和延迟时间随 k 的增加而变化的量达到所设定的精度要求。

对于任意周期扰量下的计算可以仿照本过程。状态方程的求解方法本章的前面部分已有介绍。

谐波法原来只用于墙体传热计算,所以衰减度与延迟时间都是从温度波在墙体内沿厚度方向的变化得出的。后来提出的从得热计算房间负荷的谐波反应法已经突破了以上的限制。本书的计算方法完全可以适用于一般的输入与输出函数情况,所计算的衰减度可为任意周期性外扰的波幅与其响应的波幅之比,延迟时间为此响应对其周期性外扰的相位滞后。随着频率的增加,谐波的衰减度急剧增加。对于扰量只需要取前三阶谐波就能满足工程计算的精度要求,而对于每一阶谐波来讲,只需要取衰减度和延迟时间这两个量,所以在动态传热计算中所需记忆的量是较少的,使得该方法的计算量大大减少,对于周期扰量作用情况的快速计算特别有利。状态空间法求解平壁热力系统的频率响应,避免了传统解法繁琐的推导过程,充分利用了谐波法具有的明确的物理意义,便于编程计算。

6-8 室温计算的合成传递函数方法

室温的动态计算在很多场合下是十分重要的。人们往往希望计算空调的间歇期有多长,对于汽车空调来讲预冷时间更是一个重要指标,对于冰箱等小型制冷装置动态仿真来讲,计算箱内的温度变化是不可缺少的部分。

目前最常用的室温变化计算的基本方法为:根据当前时刻的室内温度确定内表面吸热反应和传热反应,并结合室内的总热(冷)量,确定有多少热(冷)量被室内的热容环节所吸收,再根据室内的热容量,确定下一时刻的温度。这样逐个时刻计算就可以得到各时刻的温度值。该方法的有效性又如何呢?根据现在时刻的室内吸热量确定下一个时刻的温度采用的是全显式欧拉方法,精度较差。为了保证一定精度,应该进行迭代计算。只有在室内热容量明显大于墙体的热容量情况下,才有很好的迭代收敛性。在一般的情况下,收敛性就不总是那么好了。当室内热容量明显小于墙体时,以上的迭代步骤就可能发散。在某些情况下,如计算小冰箱的空箱降温速度,可以认为室内热容量值为零,则以上方法根本就无法使用。由于上述方法中所依靠的各种反应都是在内表面温度不变这个静态限制条件下求得的,对动态计算就不那么有效,因此需要研究计算室温变化的有效方法。

在室温计算时,我们要知道的是室内总的热量如何确定室温的变化情况,如能直接求取室温对于室内总的热量的响应规律,在室温变化计算时,就可以由现在及以前时刻的室

内热量,确定现在及以前时刻的各温度,计算过程中不需要迭代,计算精度高,速度快。

组成实际围护结构的各个面的情况不同,其干扰量的响应也不同,而我们所求得的最最终室温对室内总的热量的响应,是由各围护结构面的响应与室内热容环节的响应所确定的,所以需要研究各围护面与室内热容环节的响应如何确定室温响应,即要研究动态响应的合成。反应系数法与Z传递函数法是广为采用的动态传热计算方法,下面以冰箱负荷为例,介绍传递函数方法在室温动态变化计算中的应用。

6-8-1 冰箱的合成传递函数模型

冰箱负荷的简化物理模型如图6-4所示。图中,热容 C_m 环节包括箱内空气热容和其他少许分布热容,如搁物架以及热电偶的引线等,其温度都可认为是箱内空气温度 T_m ;货物可以是食品或其他大的集中热容,其表面温度为 T_F ; T_{out} 为箱体外侧空气温度,如果外侧就是环境,则 T_{out} 即环境温度。所有温度都采用对初始温度(即环境温度,定值)的过剩温度。

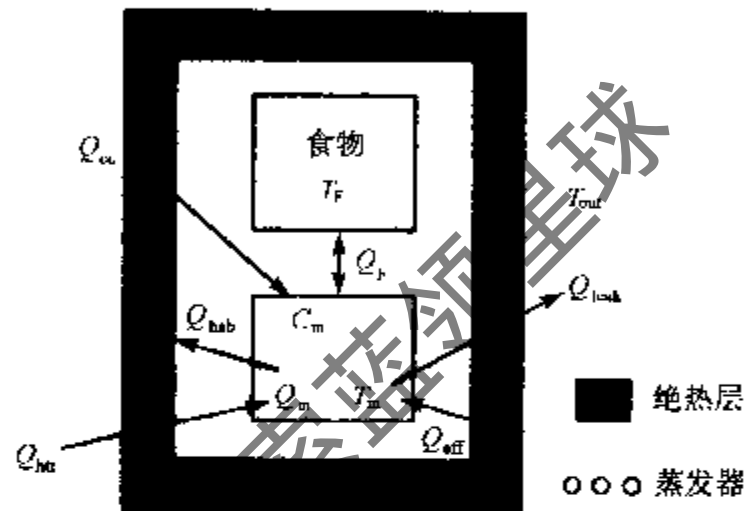


图 6-4 冰箱负荷分布示意图

以热容 C_m 为控制容积(其实际分布空间就是箱内除货物、冷板式或层架式蒸发器所占空间以外的所有空间),热流 Q_{hr} 、 Q_{bab} 、 Q_{eff} 、 Q_F 、 Q_{leak} 、 Q_{cc} 和 Q_{in} 分别表示 T_{out} 变化引起的传热量、 T_m 变化引起箱体内表面的吸热量、蒸发器发出的并为 C_m 所吸收的有效冷量、货物和箱内空气的换热量、通过门缝的漏热量、内藏式冷凝器放热量传递到 C_m 的部分,以及控制容积内部可能存在的无容热源(如箱体加热实验时外加的热负荷)。所有热流都以由外向内为正向。

由热力学第一定律,得

$$C_m \frac{dT_m(\tau)}{d\tau} = Q_{hr}(\tau) + Q_{bab}(\tau) + Q_{eff}(\tau) + Q_F(\tau) + Q_{leak}(\tau) + Q_{cc}(\tau) + Q_{in}(\tau) \quad (6-123)$$

式中, τ 是时间变量。

对于式(6-123)描述的线性系统的动态过程,在时域中直接求解是非常复杂的(即使是各热流项表达式的给出也相当复杂),故一般转化到s域(频域,连续系统)或z域(离散系统)中求解,微分方程模型也就相应地转化为传递函数模型。由于最后仿真获得的都是离散形式的数值解,故作者直接对式(6-123)进行Z变换(为简化起见,假设通过各壁面的导热都是一维定常问题),得

$$Z \left[C_m \frac{dT_m(\tau)}{d\tau} \right] = Q_{hr}(z) + Q_{bab}(z) + Q_{eff}(z) + Q_F(z) + Q_{leak}(z) + Q_{cc}(z) + Q_{in}(z) \quad (6-124)$$

式中, $Z[\cdot]$ 表示Z变换,变量z表示z算子。

$$Q_{hr}(z) = \sum_a A_k H_k(z) T_{out,k}(z) \quad (6-124a)$$

$$Q_{\text{hab}}(z) = \sum_b A_k G_k(z) T_{\text{in}}(z) \quad (6-124b)$$

$$Q_{\text{eff}}(z) = \sum_c A_k E_k(z) q_{\text{eva},k}(z) \quad (6-124c)$$

$$Q_{\text{F}}(z) = \sum_d A_k F_k(z) T_{\text{in}}(z) \quad (6-124d)$$

$$Q_{\text{leak}}(z) = \alpha_L [T_{\text{out}}(z) - T_{\text{in}}(z)] = -\alpha_L T_{\text{in}}(z) \quad (6-124e)$$

$$Q_{\text{cc}}(z) = \sum_e A_k C_k(z) q_{\text{con},k}(z) \quad (6-124f)$$

$H_k(z)$ 、 $G_k(z)$ 、 $E_k(z)$ 、 $F_k(z)$ 、 $C_k(z)$ 分别是相应的 Z 传递函数,具体的求取方法见下一节。 A_k 是对应壁面的面积。求和符号 \sum 下的 a 、 b 、 c 、 d 、 e 表示参与求和的壁面对不同的热流项可能是不同的,要视具体情况而定。 α_L 是漏热系数,可根据实测的 T_{in} 稳态值确定。由于漏热一般是指箱内空气与外部环境通过门缝进行的热交换,故 $T_{\text{out}}(z) = 0$ 。

通过对式(6-124)的分析,可以发现:上述冰箱箱体(负荷)模型是一个多输入、单输出(MISO)线性模型,输入变量是 $T_{\text{out},k}$ 、 $q_{\text{eva},k}$ 、 $q_{\text{con},k}$ 、 $q_{\text{com},k}$ 和 Q_{in} ,输出变量是箱内空气温度 T_{in} 。其中,对于普通冰箱而言, $T_{\text{out},k}$ 有四种:一是环境温度, $T_{\text{out},k} = 0$;二是外置式冷凝器温度;三是压缩机温度;四是冰箱其他室的温度。除了第一种,其他的 $T_{\text{out},k}$ 都是时变量。

对于 $q_{\text{eva},k}$,比较简单的处理方法是令各个面的该值均相等,且等于通过该室的蒸发器总吸热量 Q_{eva} 除以相应的总面积,即

$$q_{\text{eva},k}(z) = q_{\text{eva}}(z) = \frac{Q_{\text{eva}}}{\sum_c A_k} \quad (6-125)$$

在图 6-4 中,蒸发器是粘接在保温层内壁面上的,可作为保温层的一部分。但是在实际装置中,冷藏室的蒸发器多是冷板式的,而冷冻室内的蒸发器也可能是层架式的。在这些情况下,可将蒸发器处理成单独的壁面,并且涉及到 Q_{F} 和 Q_{eff} 两种换热方式。

对于 $q_{\text{con},k}$,指的是内藏式冷凝器,可作为箱体保温层的一部分,类似图 6-4 中的蒸发器。式(6-125)同样也适合于 $q_{\text{con},k}$ 。

Q_{in} 代表一类特殊的附加热源,位于控制容积内部,且无热容,在实际装置的运行过程中一般不存在。

式(6-124)中最后要处理的就是等号左端的导数项。为简单起见,先用向后差分近似导数(保证计算的稳定性),再作 Z 变换,得

$$Z \left[C_{\text{in}} \frac{dT_{\text{in}}(\tau)}{d\tau} \right] = Z \left[C_{\text{in}} \frac{T_{\text{in}}(\tau) - T_{\text{in}}(\tau - \Delta\tau)}{\Delta\tau} \right] = \frac{C_{\text{in}}}{\Delta\tau} (1 - z^{-1}) T_{\text{in}}(z) \quad (6-126)$$

将式(6-124a)~(6-124f)以及(6-126)代入式(6-124),整理得

$$T_{\text{in}}(z) = W(z) I(z) \quad (6-127)$$

式中,输入为

$$I(z) = \sum_a A_k H_k(z) T_{\text{out},k}(z) + \sum_c A_k E_k(z) q_{\text{eva},k}(z) + \sum_e A_k C_k(z) q_{\text{con},k}(z) + Q_{\text{in}}(z)$$

综合的 Z 传递函数为

$$W(z) = \frac{1}{\frac{C_{\text{in}}}{\Delta\tau} (1 - z^{-1}) + \alpha_L - \sum_b A_k G_k(z) - \sum_d A_k F_k(z)} \quad (6-128)$$

$W(z)$ 就是前面所定义的“室温反应传递函数”。室温反应传递函数的合成从数学原理

上讲相当简单,但合成过程对舍入误差非常敏感,具体讨论见 6-8-3 节。传递函数合成原理同样适用于 $I(z)$ 中的相同输入的传递函数环节。

6-8-2 平壁传递函数的状态空间模型

冰箱箱壁的传递函数是冰箱负荷合成传递函数的主要组成部分。在本章前面的内容中我们已就传递函数的求解问题进行了原理性的讨论,同时指出状态空间法求解传递函数的优势。在上一节叙述的冰箱负荷模型中,涉及到 $H_k(z)$ 、 $G_k(z)$ 、 $E_k(z)$ 、 $F_k(z)$ 、 $C_k(z)$ 等多种传递函数的求取,这只需对状态空间模型中的系统矩阵略加调整即可。

$G_k(z)$ 是平壁内表面吸热反应的传递函数,其物理意义是在零状态下,当平壁内表面侧空气温度出现一单位三角脉冲时,引起通过平壁内表面的热流的变化。在这种情况下,需对已建立的状态空间模型的系数矩阵作如下调整:

$$B = \left[0 \quad \cdots \quad 0 \quad \frac{2\alpha_{in}}{C_n} \right]^T; D = \alpha_{in}A; \text{输入 } U = T_{in}$$

$E_k(z)$ 是平壁内蒸发器有效放热反应的传递函数,其物理意义是在零状态下,当平壁内蒸发器放出一单位三角脉冲热流时,引起通过平壁内表面的热流的变化。在这种情况下,由于蒸发器层是平壁的最里层,故假设内热源全部集中于第 $n+1$ 个控制容积内(其合理性在实例计算中已得到验证)。在这种情况下,需对已建立的状态空间模型的系数矩阵作如下调整:

$$B = \left[0 \quad \cdots \quad 0 \quad \frac{2}{C_n} \right]^T; \text{输入 } U = q_{eva}$$

$C_k(z)$ 是内置式冷凝器有效放热反应的传递函数,其物理意义是在零状态下,当内置于平壁的冷凝器放出一单位三角脉冲热流时,引起通过平壁内表面的热流的变化。在这种情况下,由于冷凝器紧贴着外侧铁皮,故假设内热源全部集中于第 2 个控制容积内(其合理性与 $E_k(z)$ 类似)。在这种情况下,需对已建立的状态空间模型的系数矩阵作如下调整:

$$B = \left[0 \quad \frac{2}{C_1 + C_2} \quad 0 \quad \cdots \quad 0 \right]^T; \text{输入 } U = q_{con}$$

$F_k(z)$ 是箱内货物或蒸发器板的表面吸热反应的传递函数,其物理意义是在零状态下,当箱内空气温度发生一单位三角脉冲时,引起通过箱内货物或蒸发器板整个外表面的热流的变化。分两种情况具体考虑这种传递函数,其一是蒸发器板,其二是货物型集中热容。对于蒸发器板(冷板式或层架式蒸发器),仍可按一维问题考虑,其整个外表面就是两个面的和,在这种情况下,需对已建立的状态空间模型的系数矩阵作如下调整:

$$B = \left[\frac{2\alpha_{in,1}}{C_1} \quad 0 \quad \cdots \quad 0 \quad \frac{2\alpha_{in,2}}{C_{n+1}} \right]^T,$$

$$C = [\alpha_{in,1}A \quad 0 \quad \cdots \quad 0 \quad \alpha_{in,2}A],$$

$$D = -(\alpha_{in,1} + \alpha_{in,2})A,$$

$$\text{输入 } U = T_{in}$$

对于货物型集中热容,则是一个三维问题,与作者所做的汽车车室内座椅的动态特性相似^[21],这里不再展开。

从以上各反应类型 [$F_k(z)$ 除外] 状态空间模型的建立过程可以发现,对状态空间模型系数矩阵(向量)的个别元素进行调整,就可以对应不同的传递函数。这是因为状态空间模

型的各系数矩阵(向量)具有明确的物理意义:系统矩阵 A 反映了平壁(定常系统)的固有特性,故并不随边界而改变;输入矩阵(向量) B 和输出矩阵(向量) C 分别与输入、输出变化相对应, D 侧反映了输入对输出的直接作用,故这些项都将随问题类型的改变而变化。总之,通过状态空间建模方法,就可以将各种不同的边界条件和内热源问题用统一的形式来处理,既方便,又提高了通用性。

6-8-3 传递函数的合成方法

前面提及相同输入的传递函数环节的合成问题,这里以室温传递函数的合成为例说明。室温传递函数的合成要经历两个环节:其一是传递函数的直接相加,其二是传递函数求倒数。在这两个环节中,都必须保持原有的稳定性,不然就称合成失败。本书提出了一种数值稳定的间接合成方法,但遗憾的是,迄今尚未找到一种数值稳定的直接合成方法,以镇定传递函数合成过程中的误差传递。

为不失一般性,假设有传递函数 $G_1(z)$ 和 $G_2(z)$, 考虑其相加过程

$$G_1(z) = \frac{\sum_{k=0}^n a_k z^{-k}}{\sum_{k=0}^n b_k z^{-k}} \quad (6-129)$$

$$G_2(z) = \frac{\sum_{k=0}^m c_k z^{-k}}{\sum_{k=0}^m d_k z^{-k}} \quad (6-130)$$

式中, $b_0 = d_0 = 1$ 。

现考虑相加过程,有

$$\begin{aligned} G_{12}(z) &= G_1(z) + G_2(z) \\ &= \frac{\left(\sum_{k=0}^n a_k z^{-k} \right) \left(\sum_{k=0}^m d_k z^{-k} \right) + \left(\sum_{k=0}^n b_k z^{-k} \right) \left(\sum_{k=0}^m c_k z^{-k} \right)}{\left(\sum_{k=0}^n b_k z^{-k} \right) \left(\sum_{k=0}^m d_k z^{-k} \right)} \\ &= \frac{\sum_{k=0}^{n+m} e_k z^{-k}}{\sum_{k=0}^{n+m} f_k z^{-k}} \end{aligned} \quad (6-131)$$

式中,

$$e_k = \sum_{i=0}^k (a_i d_{k-i} + b_i c_{k-i}), f_k = \sum_{i=0}^k b_i d_{k-i}, \text{数组变量在下标超出范围时取 } 0。$$

由式(6-131)可见,相加后的新传递函数 $G_{12}(z)$ 的阶数是相加的两传递函数的阶数之和,极点就是相加的两传递函数的极点的并集。我们知道,传递函数的稳定性取决于其极点的分布情况。对于 Z 传递函数,当其极点全部落入复平面上的单位圆内时, Z 传递函数是稳定的。所以,从理论上讲,只要 $G_1(z)$ 和 $G_2(z)$ 是稳定的,则 $G_{12}(z)$ 必然是稳定的。但实际的数值计算表明,这一过程可能破坏原有的稳定性,其原因是在合成时有相当数量的

极点的模接近 1, 微小的误差扰动就可能使极点落于单位圆之外。

为了避免传递函数直接合成中的数值不稳定问题, 本书提出一种间接方法: 反应系数合成法。仍以上面的传递函数 $G_1(z)$ 和 $G_2(z)$ 的相加为例。假定两传递函数及其倒数都是稳定的, 则可按幂级数展开成反应系数的形式

$$G_1(z) = \frac{\sum_{k=0}^n a_k z^{-k}}{\sum_{k=0}^n b_k z^{-k}} = \sum_{k=0}^{\infty} u_k z^{-k} \quad (6-132)$$

$$G_2(z) = \frac{\sum_{k=0}^m c_k z^{-k}}{\sum_{k=0}^m d_k z^{-k}} = \sum_{k=0}^{\infty} v_k z^{-k} \quad (6-133)$$

式中, 按同幂项系数相等的原则得反应系数算式如下:

$$u_k = \frac{a_k - \sum_{i=0}^{k-1} u_i b_{k-i}}{b_0}$$

$$v_k = \frac{c_k - \sum_{i=0}^{k-1} v_i d_{k-i}}{d_0}$$

式中的数组变量在下标超出范围时取 0。

由于 $G_1(z)$ 和 $G_2(z)$ 是稳定的, 故有

$$\lim_{k \rightarrow \infty} u_k = 0$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} v_k = 0$$

根据级数求和法则知两者之和

$$G_{12}(z) = G_1(z) + G_2(z) = \sum_{k=0}^{\infty} (u_k + v_k) z^{-k}$$

必然是稳定的。而且由于是逐项的简单相加, 误差传递是相当有限的。而对反应系数形式的传递函数求倒数(具体算法与反应系数的求法相似, 这里略去), 也不会破坏原系统的稳定性。所以, 利用反应系数形式的传递函数进行传递函数复合计算是数值稳定的。然而, 反应系数的最大缺点是收敛速度过慢, 使得计算量和存贮量都有数量级的增加, 其原因就在于没有考虑输出历史项的影响。对于反应系数法的上述缺陷, 可以采用公比法改进。公比法的基本原理如下:

设合成的反应系数传递函数为

$$W(z) = \sum_{k=0}^{\infty} w_k z^{-k} \quad (6-134)$$

可以证明

$$c_1 = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{w_{k+1}}{w_k} \quad (6-135)$$

式中, c_1 是室温传递函数(假设已存在)的最大特征根。

在式(6-134)两边乘以 $(1-c_1z^{-1})$,得

$$(1-c_1z^{-1})W(z) = w_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (w_k - c_1w_{k-1})z^{-k} = \sum_{k=0}^{\infty} w'_k z^{-k}$$

式中,

$$w'_0 = w_0, \quad w'_k = w_k - c_1w_{k-1} (k > 0)$$

鉴于式(6-135),可以认为当 $k > N$ 时, $w'_k = 0$ 。这样,反应系数序列的有效长度(在精度限制下不能近似为零的项数)可大大缩短。

类似地,有

$$c_2 = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{w'_{k+1}}{w'_k} \quad (6-136)$$

式中, c_1 是室温传递函数(假设已存在)的次大特征根。

重复上述步骤,可以进一步缩短反应系数序列的有效长度。这一过程的极限情况是可以实现假设已存在的室温传递函数。然而,实际上由于数值误差的存在和传递,只有前几个公比可有效求取,故最后得到的是分子系数多于分母系数的传递函数。尽管如此,实际使用效果已相当好。

6-8-4 室温计算

冰箱负荷模型中室温传递函数的求得为室温(即箱内空气温度)的计算提供了一种简便、稳定、快速的途径,具体实现时只需将室温 Z 传递函数转化为相应的差分方程。

目前应用的基于传递函数的负荷算法都是定时间步长的,算法表达简单,但在实际应用时会遇到计算步长不匹配的问题。例如,对于冰箱装置仿真而言,按计算时间步长分,可分成制冷系统模型部分和负荷模型部分;两部分模型的输入量和输出量中有互相耦合的部分。因此,只有协调好两部分模型的计算步长,才能在一定的精度要求下有效地削减冗余计算量,提高计算效率和仿真速度。从计算量来看,制冷系统模型部分要远大于负荷模型部分,所以在制冷系统模型的计算步长既定的条件下,应使负荷模型的计算步长与之相匹配。针对这一情况,有必要进行负荷计算的变步长算法研究。

由于离散传递函数都是定时间步长的,故我们设计基于传递函数的变步长算法的主要出发点是从传递函数向差分方程转化这一环节入手。对此,我们曾研究并提出了多种方法,从实用化角度来看,插值法最为简单明了、易于编程实现。

插值法最先是针对反应系数法设计的^[22],现在对之进行改进的基础上提出 Z 传递函数形式的插值法,其结果如下:

设实际计算时刻为 $Time$,计算步长为 δ , $T_{coe} = \frac{Time}{\delta}$,则有

当 $T_{coe} < 1$ 时,

$$Y(Time) = b_0X(Time) + T_{coe}(b_1 - b_0d_1)X(0) \quad (6-137)$$

当 $T_{coe} > 1$ 时,

$$Y(Time) = b_0X(Time) + (I + 1 - T_{coe}) \sum_{i=1}^I [b_iX(I-i) - d_iY(I-i)] \\ + (T_{coe} - I) \sum_{i=1}^{I+1} [b_iX(I+1-i) - d_iY(I+1-i)] \quad (6-138)$$

式中, X 和 Y 分别表示输入和输出变量, I 为 T_{con} 的整数部分。

上述改进的 Z 传递函数插值变步长算法曾用于多种直冷式和间冷式冰箱动态负荷的计算, 取得了很好的效果。

6-8-5 实例计算

在上述合成传递函数模型的基础上, 作者对家用冰箱的加热实验进行了仿真研究。实验对象为一 BCD165 冰箱。实验的基本过程为: 先将一段加热丝均匀置于冷冻室内空间中, 关上箱门, 同时打开冷藏室门。在开始加热前, 初始温度都等于环境温度(控制在 $25^{\circ}\text{C} \pm 1^{\circ}\text{C}$)。然后对冷冻室加入一定值的阶跃热量, 直到冷冻室内空气温度稳定。对整个过程进行计算机采样。对于冷藏室, 进行类似的加热实验。

仿真结果如图 6-5~图 6-7 所示。图 6-5 是冷冻室内空气温度的仿真值与实验值的比较, 两条曲线几乎吻合。图 6-6 是冷藏室内空气温度的仿真值与实验值的比较, 从图上可知仿真结果的稳定值偏低而响应时间常数偏小。分析其原因, 发现在进行冷藏室加热实验时, 后半段控制的环境温度的均值比前半段约高 0.5°C , 这相当于附加了另一个阶跃扰量。图 6-7 显示了热源位置的改变对冷冻室内空气温度造成的影响: 当热源被移至位于冷冻室内壁面的蒸发器内时, 热源对冷冻室内空气温度的影响被蒸发器壁的热容和热阻所削弱。

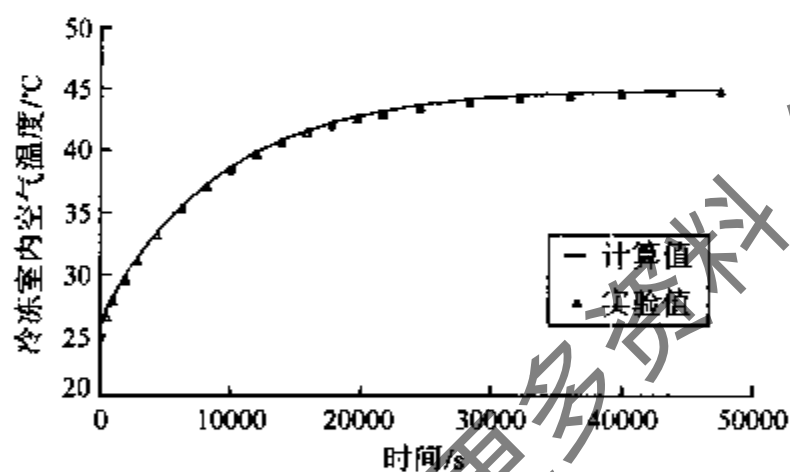


图 6-5 冷冻室加热实验与仿真结果比较

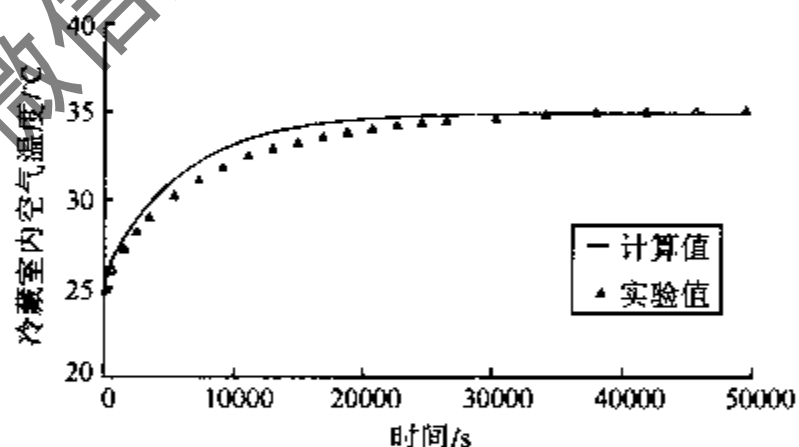


图 6-6 冷藏室加热实验与仿真结果比较

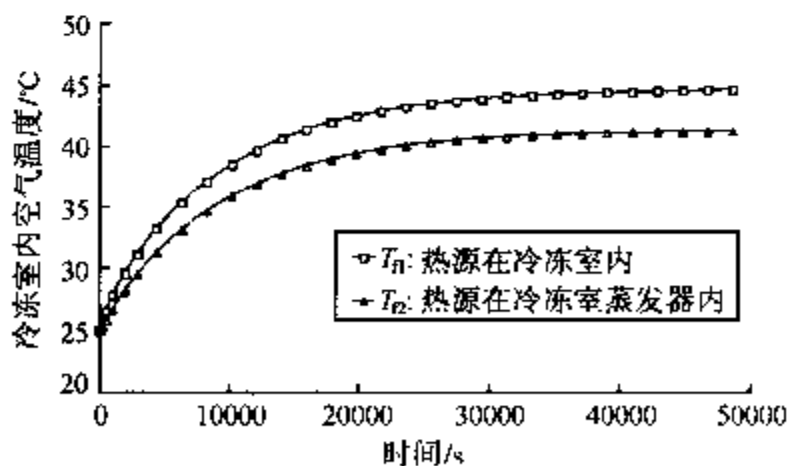


图 6-7 热源位置对冷冻室内空气温度的影响

此外, 作者对结构更为复杂的间冷式冰箱打冷过程的温度仿真计算亦取得了令人满意的效果^[2,3]。

第七章 制冷剂热力性质计算

制冷剂热力性质的计算是制冷空调装置仿真的主要基础之一,在仿真计算中,该计算模块将被成千上万次的调用,因此其计算效果(精度、速度和稳定性)将直接影响装置仿真计算的效果。

制冷剂热力性质的计算方法,可以分为图表法、状态方程法、拟合关联式法三类。第一类方法是图表法^[24],使用者通过已有的图表查取制冷剂热力性质。这类方法因为简单、对专业知识和计算条件的要求低而在工程实践中得到广泛应用。在我国,目前这类方法仍是用得最多的一类方法。但这类方法效率很低,尤其是在大批量计算时,故不适合系统仿真。第二类方法是状态方程法^[25],这类方法是一般工程热力学教科书上介绍的方法,是制冷剂热力计算的核心方法,状态方程及其辅助方程的建立是基于严格的理论和实验研究,故这类方法具有精度高、适用范围广的优点。第一类的图表法也是建立在这类方法的基础之上。但这类方法用于系统仿真与优化用的制冷剂热力性质计算时,其编程难度和计算量偏大,计算的稳定性也不够完善。第三类方法是简化的拟合关联式法^[26-32],这类方法的提出主要就是为了满足系统仿真等场合对制冷剂热力性质计算的要求。

在本章中,我们将对第二类方法进行简单的介绍,重点将介绍第三类方法,以供读者掌握制冷剂热力性质的计算原理和实用化编程。

7-1 制冷剂状态方程与热力性质计算

最早、也是最简单的状态方程是理想气体状态方程

$$Pv = RT \quad (7-1)$$

式中, R 是气体常数。

迄今,理想气体状态方程(7-1)仍有着广泛应用。在计算高温、低压气体的热力性质时,仍有较好的精度。在某些与工质热力性质相关的定性计算、简化计算或模型简化场合,也经常使用。

但是,从总体上来看,理想气体状态方程(7-1)是难以满足实际气体热力性质计算要求的。于是,从1873年范德瓦耳斯提出第一个有实用意义的状态方程开始,100多年来研究者提出了大量的状态方程,研究仍在进一步深入之中。

范德瓦耳斯方程的形式为

$$p = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2} \quad (7-2)$$

式中, a 和 b 是两个与气体种类有关的常数。 a 是反映分子相互吸引力强度的常数。 b 表示分子不能自由活动的空间,是和分子本身占有容积有关的常数,而 $v-b$ 则是分子能自由活动的空间。式(7-2)右侧第一项 $\frac{RT}{v-b}$ 表示由于分子活动空间减少而使实际气体压力较理想

气体增加,右侧第二项 $-\frac{a}{v^2}$ 则表示由于分子间有相互吸引力而使分子对器壁碰撞时,使实际气体的压力有所减小,此压力也称为内压力。

从理想气体方程到范德瓦耳斯方程,再到目前常用的制冷剂状态方程(不仅能够计算气体性质,还能计算液体、两相混合物及混合工质的热力性质),其间倾注了研究者的辛劳和智慧。如果有兴趣较全面了解这一领域研究进展和现状的读者可参阅这方面的文献书籍,我们在此简要介绍两种常用于制冷剂热力性质计算的状态方程。

7-1-1 Martin-Hou 方程

这是一个由我国知名学者候虞钧教授与 Martin 于 1955 年共同提出的一个解析型状态方程。其特点是精度高,常数的确定较同类方程简便,适用范围广。其表达式为

$$p = \frac{RT}{v-b} + \frac{A_2 + B_2T + C_2 \exp\left(-\frac{KT}{T_c}\right)}{(v-b)^2} + \frac{A_3 + B_3T + C_3 \exp\left(-\frac{KT}{T_c}\right)}{(v-b)^3} + \frac{A_4}{(v-b)^4} + \frac{A_5 + B_5T + C_5 \exp\left(-\frac{KT}{T_c}\right)}{(v-b)^5} \quad (7-3)$$

式中, $K=5.475$;有 $A_2, A_3, A_4, A_5, B_2, B_3, B_5, b, C_2, C_3, C_5$ 共 11 个常数,这些常数值不是由经验拟合得出,而是由一般实际气体所共有的许多特性来确定的。

这个方程对于烃类气体、 H_2O 、 NH_3 及氟里昂气体均有良好的计算精度,但是不能应用于液相。1981 年,候虞钧教授等又将该方程扩大到应用于液相及相平衡,包括混合物的计算。

这一方程目前被广泛用于制冷剂热力性质的计算,国际制冷学会(IIR)在 1981 年提出的制冷剂物性标准计算程序^[33-35]采用的状态方程就是 Martin-Hou 方程。

7-1-2 BWR(Benedict-Webb-Rubin)方程

在经验状态方程中,1940 年提出的 BWR 方程是最好的方程之一,其表达式为

$$p = \frac{RT}{v} + \left[B_0 RT - A_0 - \frac{C_0}{T^2} \right] \frac{1}{v^2} + (bRT - a) \frac{1}{v^3} + \frac{aa}{v^6} + \frac{c(1 + \frac{\gamma}{v^2})}{T^2} \frac{1}{v^3} e^{-\frac{\gamma}{v^2}} \quad (7-4)$$

式中,有 8 个常数 $B_0, A_0, C_0, b, a, c, \alpha, \gamma$ 需要根据实验数据来拟合。

该方程应用于烃类气体、非极性和轻极性气体时有较高的准确度,也可以用于计算纯物质的蒸汽压及相平衡特性,也可用于液相。

BWR 方程提出后,有不少研究者进行了改进研究,以扩大其适用范围和精度,改进的 BWR 方程统称为 MBWR 方程。近年来,美国的国家技术与标准局(NIST)提出的制冷剂国际标准方程中,有多种制冷剂采用了 MBWR 方程,例如 R152a、R600a、R290 等。

7-1-3 热力性质的一般表达式

在状态方程基础上,利用热力性质的一般关系式,就可以得出其他热力性质的一般表

达式^[26]。

对于内能,有

$$du = c_v dT + \left[T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v - p \right] dv \quad (7-5)$$

上式就是利用状态方程和比热容计算内能变化的一般表达式。若要求实际气体由某状态 1 到某状态 2 的内能变化,就要对式(7-5)按合适的途径进行积分。

对于焓,有

$$dh = c_p dT + \left[v - T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p \right] dp \quad (7-6)$$

上式就是利用状态方程和比热容计算焓变化的一般表达式。若求任意二状态之间的焓差,就要对式(7-6)按合适的途径进行积分。

对于熵,有

$$ds = \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v dv + \frac{c_v}{T} dT \quad (7-7)$$

或

$$ds = - \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p dp + \frac{c_p}{T} dT \quad (7-8)$$

这就是利用状态方程和比热容计算熵变化的一般表达式,对式(7-7)或式(7-8)的积分,同样应考虑合适的积分途径。

对于定压比热,有

$$\left(\frac{\partial c_p}{\partial p} \right)_T = T \left(\frac{\partial^2 v}{\partial T^2} \right)_p \quad (7-9)$$

对于定容比热,有

$$\left(\frac{\partial c_v}{\partial v} \right)_T = T \left(\frac{\partial^2 p}{\partial T^2} \right)_v \quad (7-10)$$

对于比热容差,有

$$c_p - c_v = - T \frac{\left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p^2}{\left(\frac{\partial v}{\partial p} \right)_T} \quad (7-11)$$

而比热比

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{c_p}{c_p - (c_p - c_v)} \quad (7-12)$$

其他一些热力性质,如焦汤系数、逸度等,由于在装置系统仿真中基本用不到,故不再介绍。而上述热力性质一般表达式的详细指导,读者可参阅相关书籍。从中可以看到,从状态方程到建立起整个热力性质的计算公式框架,其过程是相当繁复杂的。

7-2 Cleland 简化计算模型

Cleland 在 1986 年提出了一套可用于系统仿真的制冷剂热力性质简化计算模型^[27]。这套制冷剂热力性质简化计算程序由于简单、实用、计算量小而得到了较多系统仿真研究

者的青睐。Cleland 是以 Chan 和 Haselden^[53-35]公布的制冷剂热力性质计算程序为参考数据源的,对包括 R12、R22、R114、R502 和 R717(NH₃)在内的常用制冷剂热力性质进行了多项式拟合。表 7-1 列举了 Cleland 多项式拟合模型的适用范围。在该范围内,与 Chan 和 Haselden 程序的计算结果相比,计算误差在工程应用可以接受的范围内。

表 7-1 Cleland 制冷剂热力性质拟合多项式适用范围

制冷剂	最小饱和温度/℃	最大饱和温度/℃	最大气体过热度/℃
R12	-60	60	60
R22	-60	60	60
R114	-60	60	60
R502	-60	60	60
R717	-60	60	120

7-2-1 蒸汽压和饱和温度

在制冷剂热力性质中,饱和压力和饱和温度之间经常要求可逆向计算,对此我们希望能通过计算式的变形直接得到,而系数保持不变。Cleland 借鉴了 Antoine 方程的形式,即

$$p_{\text{sat}} = \exp\left(a_1 + \frac{a_2}{T_{\text{sat}} + a_3}\right) \quad (7-13)$$

$$T_{\text{sat}} = \frac{a_2}{\ln p_{\text{sat}} - a_1 - a_3} \quad (7-14)$$

表 7-2 给出了拟合系数及拟合的精度。在 -40~40℃ 的温度范围内,对 R12、R22、R502 和 R717 的估计误差都小于 0.21%。

表 7-2 式(7-13)和式(7-14)中的系数

制冷剂	a_1	a_2	a_3	$\epsilon^{\text{①}}/\%$
R12	20.82963	-2033.5646	247.30	0.42
R22	21.25384	-2025.4518	247.94	0.41
R114	20.76379	-2235.3078	237.18	0.34
R502	21.00668	-1924.9516	247.46	0.54
R717	22.11874	2233.8226	244.20	0.08

① ϵ 为拟合结果和由 Chan 和 Haselden 程序计算结果之间的最大相对误差。

7-2-2 液体焓

液体制冷剂焓值几乎与压力无关,下面三次多项式可用于估计液体焓:

$$h_l = a_4 + a_5 T_l + a_6 T_l^2 + a_7 T_l^3 \quad (7-15)$$

式中,系数的值由表 7-3 给出。其中, a_4 的值在表 7-3 中有两个值,这是由于不同的基准点定义造成的。在 ASHRAE 标准中,规定 -40℃ 时 $h_l = 0 \text{ J/kg}$;而在 IIR 标准中,规定 0℃ 时 $h_l = 200000 \text{ J/kg}$ 。由于在实际使用中,只有焓差是有意义的,故只要始终采用相同的基准点定义,就不会在实际使用中造成混淆。

表 7-3 式(7-15)中的系数

制冷剂	a_4 (IIR)	a_4^{ASHRAE}	a_5	a_6	$a_7 (\times 10^{-3})$	$e^2 / (\text{kJ/kg})$
R12	200000	36005	923.88	0.83716	5.3772	0.13
R22	200000	44513	1170.36	1.68674	5.2703	0.23
R114	200000	36145	954.99	1.24882	-0.9871	0.05
R502	200000	41103	1114.60	2.12743	-1.7679	0.25
R717	200000	184311	4751.63	2.04193	-37.875	0.27

① a_4 值因基准点不同而不同;

② e 在拟合范围内,拟合结果和由 Chan 和 Haselden 程序计算结果之间的最大差值。

7-2-3 饱和气体焓

由饱和温度估计饱和气体焓的多项式可采用

$$h_{g1} = a_8 + a_9 T_{\text{sat}} + a_{10} T_{\text{sat}}^2 + a_{11} T_{\text{sat}}^3 \quad (7-16)$$

$$h_v = h_{g1} + a_{12} \quad (7-17)$$

表 7-4 列出了系数的式(7-16)和式(7-17)没有合并,是因后面计算过热气体焓时 h_{g1} 将作为一个中间值。 a_{12} 反映了因基准点不同而造成的数值差异。

表 7-4 式(7-16)和式(7-17)中的系数

制冷剂	a_8	a_9	a_{10}	$a_{11} (\times 10^{-3})$	a_{12}^{IIR}	$e^2 / (\text{kJ/kg})$
R12	187565	427.992	-0.73152	-5.6695	163994	0.10
R22	250027	367.265	-1.84143	-11.4556	155482	0.27
R114	173522	622.742	0.21971	-5.9329	163856	0.10
R502	187890	406.454	-1.59402	-13.6010	158898	0.44
R717	1441467	920.154	-10.20556	-26.5126	15689	0.10

① a_{12} 的值依据使用标准的不同而不同,对于 ASHRAE, $a_{12}=0$; 对于 IIR, 如表所示;

② e 在拟合范围内,拟合方法和 Chan 和 Haselden 程序计算结果之间的最大差值。

7-2-4 过热气体焓

由 Chan 和 Haselden 程序的计算结果, Cleland 建议采用下列形式的多项式:

$$h_{i2} = h_{i1} [1 + (b_1 + b_2 T_{\text{sat}} + b_3 T_{\text{sat}}^2)(b_4 \Delta T_{\text{SH}} + b_5 \Delta T_{\text{SH}}^2)] \quad (7-18)$$

式中, ΔT_{SH} 表示气体过热度。但考虑到式(7-18)不能直接线性回归,故用下式替代:

$$\frac{h_{i2}}{h_{i1}} = 1 + a_{13} \Delta T_{\text{SH}} + a_{14} \Delta T_{\text{SH}}^2 + a_{15} (\Delta T_{\text{SH}})(T_{\text{sat}}) + a_{16} (\Delta T_{\text{SH}})^2 (T_{\text{sat}}) \quad (7-19)$$

$$+ a_{17} (\Delta T_{\text{SH}})(T_{\text{sat}})^2 + a_{18} (\Delta T_{\text{SH}})^2 (T_{\text{sat}})^2$$

$$h_i = h_{i2} + a_{12} \quad (7-20)$$

式中, h_{i1} 由式(7-16)计算,表 7-5 列出了式(7-19)中的系数值,拟合的误差由 $\frac{h_{i2}}{h_{i1}}$ 估算。除 R502 和 R22 外,拟合误差均小于 0.25%。对这两种制冷剂,当温度大于 50℃ 时,误差最大;在其他温度范围内时, R502 的误差小于 0.30%, R22 的误差小于 0.17%。

表 7-5 式(7-19)中的系数

制冷剂	$a_{11}(\times 10^{-3})$	$a_{14}(\times 10^{-7})$	$a_{15}(\times 10^{-6})$	$a_{16}(\times 10^{-8})$	$a_{17}(\times 10^{-8})$	$a_{18}(\times 10^{-10})$	$e^{\text{D}}/\%$
R12	3.43263	7.27473	7.27759	-6.63650	6.95693	-4.17264	0.18
R22	2.85446	4.0129	13.3612	-7.11617	14.1194	-9.53294	0.39
R114	3.92169	35.0776	-5.29915	-2.40700	5.79432	-2.32032	0.13
R502	3.80815	14.4572	16.5858	-12.5256	20.3676	-15.5967	0.68
R717	1.68937	-3.47675	7.55525	-3.04755	9.79201	-3.62549	0.27

① e 为 $\frac{h_{12}}{h_{11}}$ 的拟合结果和 Chan 和 Haselden 程序计算结果之间的最大相对误差。

7-2-5 饱和气体比容

采用的方法是开始用一个指数的关系式,随后用多项式纠正,饱和气体在温度 T_{sat} 的比容为

$$v_s = \exp\left[\left(a_{19} + \frac{a_{20}}{T_{\text{sat}} + 273.15}\right)(a_{21} + a_{22}T_{\text{sat}} + a_{23}T_{\text{sat}}^2 + a_{24}T_{\text{sat}}^3)\right] \quad (7-21)$$

式(7-21)的形式完全是出于方便拟合和满足精度的考虑而选取的,系数的值由表 7-6 给出。另外,R502 在小于 50°C 时的误差低于 0.30%。

表 7-6 式(7-21)中的系数

制冷剂	a_{19}	a_{20}	a_{21}	$a_{22}(\times 10^{-4})$	$a_{23}(\times 10^{-6})$	$a_{24}(\times 10^{-7})$	$e^{\text{D}}/\%$
R12	-11.58643	2372.495	1.00755	4.94025	-6.04777	-2.29472	0.15
R22	-11.82344	2390.321	1.01859	5.09433	-14.8664	-2.49547	0.17
R114	-12.05430	2769.710	0.99304	2.22323	13.4631	-1.88579	0.11
R502	-12.03131	2327.862	1.03208	5.57865	-25.5008	-2.86511	0.65
R717	-11.09867	2691.680	0.99675	4.02288	2.64170	-1.75152	0.16

① e 为拟合结果和 Chan 和 Haselden 程序计算结果之间的最大相对误差。

7-2-6 过热气体比容

用于过热气体焓的思想也适用比容,式(7-18)的形式被认为是合适的,但为了便于线性回归,采用了式(7-19)的形式。对于已知压力 p ,过热度 ΔT_{SH} 的气体,压力 p 下的饱和温度 T_{sat} 可由式(7-14)求得,然后根据式(7-21)估算饱和气体比容 v_s ,最后得

$$\frac{v}{v_s} = 1 + a_{25}\Delta T_{\text{SH}} + a_{26}\Delta T_{\text{SH}}^2 + a_{27}(\Delta T_{\text{SH}})T_{\text{sat}} + a_{28}(\Delta T_{\text{SH}})^2T_{\text{sat}} + a_{29}(\Delta T_{\text{SH}})(T_{\text{sat}})^2 + a_{30}(\Delta T_{\text{SH}})^2(T_{\text{sat}})^2 \quad (7-22)$$

上式中系数由表 7-7 给出,考虑到在许多制冷系统的仿真中,过热度通常都不大,因而表示的误差是可以接受的。对误差最大的 R502 而言,通常在 $-50\sim-10^\circ\text{C}$ 的饱和温度范围内,有 $0\sim 75^\circ\text{C}$ 过热度,这个范围的最大误差为 0.46%,因而拟合精度可满足工程要求。

表 7-7 式(7-22)中的系数

制冷剂	$a_{25}(\times 10^3)$	$a_{26}(\times 10^6)$	$a_{27}(\times 10^5)$	$a_{28}(\times 10^{-2})$	$a_{29}(\times 10^7)$	$a_{30}(\times 10^{-9})$	$e_1^{\uparrow}/\%$	$e_2^{\uparrow}/\%$
R12	4.99659	-5.11093	2.04917	-1.51970	3.64536	-1.67593	0.73	0.26
R22	5.23275	-5.59394	3.45555	2.31649	5.80303	3.20189	1.38	0.35
R114	4.02294	-0.73783	0.81366	0.15406	3.70281	-1.72164	0.85	0.37
R502	5.56373	-6.39208	5.51452	-3.69505	9.29879	-6.02967	2.60	1.02
R717	4.77321	-3.11142	1.58632	-0.91676	2.97255	-0.86668	0.53	0.35

① e_1 为 $\frac{v}{v_s}$ 的拟合结果和 Chan 和 Haselden 程序计算结果之间的最大相对误差;

② e_2 为(对于 R12、R22 和 R502, 饱和温度在 $-50\sim 50^\circ\text{C}$ 之间, 过热度为 30°C ; 对于 R717, 饱和温度在 $-50\sim 50^\circ\text{C}$ 之间, 过热度为 60°C)拟合结果和 Chan 和 Haselden 程序计算结果之间的最大相对误差。

7.3 隐式拟合显式计算模型

简单的拟合函数形式是简化计算的基础, 所以多项式类拟合函数就受到研究者的青睐^[26-29]。但是, 目前的多项式类拟合函数在系统仿真中应用时也有其明显的缺点: 其一是在较大的拟合范围内对不同的热力性质难以获得一致的令人满意的拟合精度; 其二是在一定的精度要求下, 对不同的热力性质难以采用一致的拟合函数形式; 其三是一般的简化拟合函数都是显函数形式, 在热力性质计算中的因变量和自变量发生转换时, 通常要进行迭代计算。迭代计算不仅造成计算效率低下, 而且容易引起计算的不稳定。有的研究者为了避免迭代, 对这种转换计算分别进行拟合^[29]。但除非拟合精度非常高, 不然可能出现循环计算在误差限内不封闭, 从而引起计算的不稳定。

在常用范围内, 制冷剂的热力性质大都具有单调性(如果不单调, 那么迭代计算也无法保证收敛到正确解), 这就启发我们可以构造具有反函数的简化拟合函数类。对于简单的代数多项式类, 可以求反就意味着代数方程可以解析求根, 即多项式的次数不能高于 4, 但低次的代数多项式一般很难达到较好的拟合精度。可以从函数展开角度来分析其原因: 多项式简化拟合可以看作是准确的复杂函数按幂级数展开后截取的低次近似式, 由于截取项数不足而导致精度较低。因此, 如果函数展开时能够产生较多的低次项, 那么就有望改善拟合的精度。为此, 我们认为可以先将拟合函数从传统的显函数形式改为隐函数形式, 将因变量也转化为自变量, 使函数展开时变量数加一, 从而可增加展开式的低次项。在完成对数据的拟合后, 通过类似代数方程求根的方法导出可用于实际计算的显式表达式, 因变量和自变量的互换在数学形式上是对称的。

作为将上述思想转化到实际简化拟合函数类的构造实例, 我们提出关于制冷剂饱和热力性质的隐式三次多项式拟合模型^[30], 以及过热区热力性质的隐式三次拟合模型^[31](对于过冷区热力性质, 由于常用范围内受压力影响可忽略, 故只是温度的函数, 可归入饱和液体的热力性质计算)。对多种制冷剂在常用范围内(饱和温度 $-40\sim 60^\circ\text{C}$, 过热度 $\leq 60^\circ\text{C}$)的饱和以及过热区热力性质拟合的结果表明, 该拟合函数类很好地克服了现有多项式类拟合函数的上述不足。而且, 对于绝大多数热力性质, 隐式三次多项式拟合结果用于扩大范围(饱和温度 $-60\sim 80^\circ\text{C}$, 过热度 $\leq 100^\circ\text{C}$)的外推计算时, 仍能获得较好的计算精度; 但隐式双二次多项式拟合结果的外推性能较差, 故其拟合范围取得稍大(饱和温度

-60~60℃)。此外,为了满足有些场合大范围高精度简化拟合的要求,本书同时提出了一种分段光滑拟合模型用于饱和热力性质,效果良好。

新的制冷剂热力性质计算模型已应用于系统仿真,取得了预期的效果。我们在这里主要介绍隐式三次多项式拟合模型以及分段光滑拟合技术。读者在熟悉了我们的隐式拟合、显式计算的原理后,也可考虑其他形式的隐式拟合模型。

7-3-1 饱和气体和饱和液体热力性质的隐式三次多项式拟合模型

按上述隐函数展开的思想,假设制冷剂饱和热力性质可用如下隐式三次多项式函数来拟合:

$$f(u, v) = u^3 + a_1 u^2 v + a_2 u v^2 + a_3 v^3 + a_4 u^2 + a_5 u v + a_6 v^2 + a_7 u + a_8 v + a_9 \quad (7-23)$$

假设将需要简化拟合的制冷剂饱和热力性质 (x, y) 的范围划分为 m 段,各端点坐标依次为: $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_m, y_m)$ 。为了实现光滑连接,可考虑在各端点处插值,并且令端点 $(x_1, y_1), \dots, (x_{m-1}, y_{m-1})$ 处的一阶导数连续。在满足上述条件之后,拟合函数中的待定系数通过最小二乘法按段确定。

具体地,令 $u = y - y_{i-1}$ 和 $v = x - x_{i-1}$,则第 i 段区间[从点 (x_{i-1}, y_{i-1}) 至点 (x_i, y_i)]的拟合函数形式为

$$f(u, v) = f(y - y_{i-1}, x - x_{i-1}) = 0 \quad (7-24)$$

式中,待定系数为 $a_1^{(i)}, \dots, a_9^{(i)}$ 。

$f(u, v)$ 在点 (x_i, y_i) 的导数值可按下式计算:

$$y'_i = \frac{dy}{dx} = \frac{du}{dv} \Big|_{(x_i, y_i)} = - \frac{a_1^{(i)} u^2 + 2a_2^{(i)} uv + 3a_3^{(i)} v^2 + a_4^{(i)} u + 2a_5^{(i)} v + a_6^{(i)}}{3u^2 + 2a_1^{(i)} uv + a_2^{(i)} v^2 + 2a_4^{(i)} u + a_5^{(i)} v + a_7^{(i)}} \Big|_{(x_i, y_i)} \quad (7-25)$$

为了保证前后两段拟合函数的光滑连接,我们在点 (x_{i-1}, y_{i-1}) 和点 (x_i, y_i) 处插值,且令点 (x_{i-1}, y_{i-1}) ($i > 1$)处一阶导数连续,得

$$f(u_{i-1}, v_{i-1}) = f(0, 0) = 0 \quad (7-26)$$

$$f(u_i, v_i) = f(y_i - y_{i-1}, x_i - x_{i-1}) = 0 \quad (7-27)$$

以及

$$y'_{i-1} = - \frac{a_8^{(i)}}{a_7^{(i)}} \quad (i > 1) \quad (7-28)$$

由式(7-26)~(7-28)得

$$a_9^{(i)} = 0 \quad (7-29)$$

$$a_8^{(i)} = - y'_{i-1} a_7^{(i)} \quad (i > 1) \quad (7-30)$$

和

$$a_7^{(i)} = \frac{u_i^3 + a_1^{(i)} u_i^2 v_i + a_2^{(i)} u_i v_i^2 + a_3^{(i)} v_i^3 + a_4^{(i)} u_i^2 + a_5^{(i)} u_i v_i + a_6^{(i)} v_i^2}{v_i y'_{i-1} - u_i} \quad (7-31)$$

同理,对第 i 段区间内的任意点 (u, v) ,式(7-25)都是成立的,消去系数 $a_7^{(i)}$ 后得

$$\begin{aligned} & \left| \frac{u^3}{e} - \frac{u_i^3}{e_i} \right| + a_1^{(i)} \left| \frac{u^2 v}{e} - \frac{u_i^2 v_i}{e_i} \right| + a_2^{(i)} \left| \frac{uv^2}{e} - \frac{u_i v_i^2}{e_i} \right| + a_3^{(i)} \left| \frac{v^3}{e} - \frac{v_i^3}{e_i} \right| \\ & + a_4^{(i)} \left| \frac{u^2}{e} - \frac{u_i^2}{e_i} \right| + a_5^{(i)} \left| \frac{uv}{e} - \frac{u_i v_i}{e_i} \right| + a_6^{(i)} \left| \frac{v^2}{e} - \frac{v_i^2}{e_i} \right| = 0 \end{aligned} \quad (7-32)$$

式中, $e = v y_{i-1} - u$, $e_i = v_i y_{i-1} - u$ 。

对第 i 段区间内的数据点按式(7-32)最小二乘拟合,可确定系数 $a_1^{(i)}, \dots, a_8^{(i)}$,再代入式(7-31)和(7-30)可求得系数 $a_7^{(i)}, a_8^{(i)}$ 。

对于第 1 段区间,由于左端点 (x_0, y_0) 处的导数值无需知道,故限定条件只有式(7-26)和(7-27),可得

$$a_9^{(1)} = 0 \quad (7-33)$$

$$a_8^{(1)} = - \frac{u_1^3 + a_1^{(1)} u_1^2 v_1 + a_2^{(1)} u_1 v_1^2 + a_3^{(1)} v_1^3 + a_4^{(1)} u_1^2 + a_5^{(1)} u_1 v_1 + a_6^{(1)} v_1^2 + a_7^{(1)} u_1}{v_1} \quad (7-34)$$

同理,对第 1 段区间内的任意点 (u, v) ,式(7-34)都是成立的,消去系数 $a_8^{(1)}$ 后得

$$\begin{aligned} & \left(\frac{u^3}{v} - \frac{u_1^3}{v_1} \right) + a_1^{(1)} (u^2 - u_1^2) + a_2^{(1)} (uv - u_1 v_1) + a_3^{(1)} (v^2 - v_1^2) \\ & + a_4^{(1)} \left(\frac{u^2}{v} - \frac{u_1^2}{v_1} \right) + a_5^{(1)} (u - u_1) + a_6^{(1)} (v - v_1) + a_7^{(1)} \left(\frac{u}{v} - \frac{u_1}{v_1} \right) = 0 \end{aligned} \quad (7-35)$$

对第 1 段区间内的数据点按式(7-35)最小二乘拟合,可确定系数 $a_1^{(1)}, \dots, a_7^{(1)}$,再代入式(7-34)求出系数 $a_8^{(1)}$ 。

在确定了形如式(7-23)的拟合函数后,当已知一变量值,比如 v ,式(7-23)就转化为一个三次代数方程:

$$u^3 + (a_1 v + a_4) u^2 + (a_2 v^2 + a_3 v + a_7) u + (a_5 v^3 + a_6 v^2 + a_8 v) = 0 \quad (7-36)$$

可以通过三次代数方程的求根公式给出另一变量 u 的显式解。有关三次代数方程的求根公式,见节 7-3-3。

7-3-2 过热气体热力性质的隐式三次多项式拟合模型

常用的过热区热力性质计算主要涉及到两类函数,即 $f(p, T, v)$ 和 $f(p, T, h)$ 。为了从理论上保证过热区热力性质与饱和热力性质的连续性,通常要损失一个自由度。从制冷系统仿真角度讲,一般在涉及到过热区热力性质计算时,总是已知压力的(即便这一压力是迭代计算过程中的假设压力),因此牺牲压力 p 这一自由度对于制冷系统仿真而言是合理的。

1. $f(p, T, v)$ 方程

过热区 $f(p, T, v)$ 物性的方程形式是参照了 Martin-Hou 方程的形式,同时考虑到饱和与过热区热力性质的连续性而得。

取三次多项式近似指数函数,代入 Martin-Hou 方程,整理得

$$p - \frac{RT}{v-b} = \frac{a_1 + a_2 T + a_3 T^2 + a_4 T^3}{(v-b)^2} + \frac{a_5 + a_6 T + a_7 T^2 + a_8 T^3}{(v-b)^3} \quad (7-37)$$

实际计算表明,式(7-37)在常用范围内与 Martin-Hou 方程的偏差小于 0.1%,相当理

想,但由于在过热度为0时无法从理论上保证过热区热力性质与饱和热力性质的连续性,而且常数 b 的值也较难通过最小二乘拟合获得。为了克服以上不足,将式(7-37)改为以下形式:

$$\begin{aligned} \frac{RT}{v} - \frac{RT_s}{v_s} = & a_1 \left(\frac{1}{v_s^2} - \frac{1}{v} \right) + a_2 \left(\frac{T_s}{v_s} - \frac{T}{v} \right) \\ & + a_3 \left(\frac{T_s^2}{v_s^2} - \frac{T^2}{v^2} \right) + a_4 \left(\frac{T_s^3}{v_s^2} - \frac{T^3}{v^2} \right) + a_5 \left(\frac{1}{v_s^3} - \frac{1}{v^3} \right) \\ & + a_6 \left(\frac{T_s}{v_s^3} - \frac{T}{v^3} \right) + a_7 \left(\frac{T_s^2}{v_s^3} - \frac{T^2}{v^3} \right) + a_8 \left(\frac{T_s^3}{v_s^3} - \frac{T^3}{v^3} \right) \end{aligned} \quad (7-38)$$

对(7-38)进行最小二乘拟合,可以求得 $a_i (i=1, 2, 3, \dots, 8)$,并整理成三次方程,即

$$(a_4 v + a_8) T^3 + (a_3 v + a_7) T^2 + (a_6 + a_2 v + Rv^2) T + (a_1 v + a_5 - Av^3) = 0 \quad (7-39)$$

式中,

$$\begin{aligned} A = & \frac{RT_s}{v_s} + a_1 \frac{1}{v_s^2} + a_2 \frac{T_s}{v_s^2} + a_3 \frac{T_s^2}{v_s^2} + a_4 \frac{T_s^3}{v_s^2} + a_5 \frac{1}{v_s^3} \\ & + a_6 \frac{T_s}{v_s^3} + a_7 \frac{T_s^2}{v_s^3} + a_8 \frac{T_s^3}{v_s^3} \end{aligned}$$

由上述方程可以已知 p 和 T 求 v 或已知 p 和 v 求 T 。

2. $f(p, T, h)$ 方程

考虑到饱和与过热区热力性质的连续性以及热力性质计算的可逆性,采用下式:

$$\begin{aligned} \frac{h_s + a_1 T_s + a_2 T_s^2 + a_3 T_s^3}{h_s} + \frac{h_s + a_4 T_s + a_5 T_s^2 + a_6 T_s^3}{h_s^2} - \frac{h_s + a_7 T_s + a_8 T_s^2 + a_9 T_s^3}{h_s^3} \\ = \frac{h_s + a_1 T + a_2 T^2 + a_3 T^3}{h} + \frac{h_s + a_4 T + a_5 T^2 + a_6 T^3}{h^2} + \frac{h_s + a_7 T + a_8 T^2 + a_9 T^3}{h^3} \end{aligned} \quad (7-40)$$

式中, h 为过热焓值, h_s 为压力所对应的饱和焓值。

显然,为了保证热力性质计算的连续性,式(7-40)以牺牲压力这一自由度而获得了饱和焓值信息。进一步整理可得

$$\begin{aligned} h_s \left(\frac{1}{h} - \frac{1}{h_s} \right) + h_s \left(\frac{1}{h^2} - \frac{1}{h_s^2} \right) + h_s \left(\frac{1}{h^3} - \frac{1}{h_s^3} \right) = a_1 \left(\frac{T_s}{h_s} - \frac{T}{h} \right) \\ + a_2 \left(\frac{T_s^2}{h_s} - \frac{T^2}{h} \right) + a_3 \left(\frac{T_s^3}{h_s} - \frac{T^3}{h} \right) + a_4 \left(\frac{T_s}{h_s^2} - \frac{T}{h^2} \right) + a_5 \left(\frac{T_s^2}{h_s^2} - \frac{T^2}{h^2} \right) \\ + a_6 \left(\frac{T_s^3}{h_s^2} - \frac{T^3}{h^2} \right) + a_7 \left(\frac{T_s}{h_s^3} - \frac{T}{h^3} \right) + a_8 \left(\frac{T_s^2}{h_s^3} - \frac{T^2}{h^3} \right) + a_9 \left(\frac{T_s^3}{h_s^3} - \frac{T^3}{h^3} \right) \end{aligned} \quad (7-41)$$

对式(7-41)进行最小二乘拟合,可以知道系数 $a_i (i=1, 2, 3, \dots, 9)$,并整理成

$$\begin{aligned} Bh^3 - (h_s + a_1 T + a_2 T^2 + a_3 T^3) h^2 - (h_s + a_4 T + a_5 T^2 + a_6 T^3) h \\ - (h_s + a_7 T + a_8 T^2 + a_9 T^3) = 0 \end{aligned} \quad (7-42)$$

式中,

$$B = \frac{h_s + a_1 T_s + a_2 T_s^2 + a_3 T_s^3}{h_s} + \frac{h_s + a_4 T_s + a_5 T_s^2 + a_6 T_s^3}{h_s^2}$$

$$+ \frac{h_s + a_7 T_s + a_8 T_s^2 + a_9 T_s^3}{h_s^3}$$

由上述方程可以已知 p 和 T 求 h 或已知 p 和 h 求 T 。

7-3-3 三次代数方程的求根公式

上述的隐式拟合模型需要通过三次代数方程的求根公式转化为显式计算模型。故这里列出三次代数方程的求根公式,有关公式推导可参阅数学手册。

对于形如

$$aw^3 + bw^2 + cw + d = 0 \quad (7-43)$$

的三次代数方程,可以变换为如下形式

$$z^3 + pz + q = 0 \quad (7-44)$$

式中,

$$z = w + \frac{b}{3a}; \quad p = \frac{c}{a} - \frac{b^2}{3a^2}; \quad q = \frac{d}{a} + \frac{2b^3}{27a^3} - \frac{bc}{3a^2}$$

定义如下判别式

$$\Delta_3 = \left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3 \quad (7-45)$$

则方程(7-44)的三个根为

$$\begin{aligned} z_1 &= \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\Delta_3}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\Delta_3}} \\ z_2 &= \omega \cdot \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\Delta_3}} + \omega^2 \cdot \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\Delta_3}} \\ z_3 &= \omega^2 \cdot \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\Delta_3}} + \omega \cdot \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\Delta_3}} \end{aligned} \quad (7-46)$$

式中, ω 和 ω^2 是方程 $x^3 = 1$ 的两个复根。

由上式知:当 $\Delta_3 > 0$ 时,方程(7-45)有一个实根和两个复根;当 $\Delta_3 = 0$ 时,有三个实根,当 $p = q = 0$ 时,有一个三重零根;当 $\left(\frac{q}{2}\right)^2 = -\left(\frac{p}{3}\right)^3 \neq 0$ 时,三个实根中有两个相等;当 $\Delta_3 < 0$ 时,有三个不等的实根,这时可采用下列三角函数表达式:

$$\begin{aligned} z_1 &= 2\sqrt[3]{r} \cos\theta \\ z_2 &= 2\sqrt[3]{r} \cos\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) \\ z_3 &= 2\sqrt[3]{r} \cos\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) \end{aligned} \quad (7-47)$$

式中,

$$r = \sqrt{-\left(\frac{p}{3}\right)^3}, \quad \theta = \frac{1}{3} \arccos\left(-\frac{q}{2r}\right)$$

7-3-4 实例与讨论

作者利用上述制冷剂热力性质计算新模型(饱和热力性质模型中取分段数 $m=1$)对

多种制冷剂的热力性质进行了拟合计算,模型拟合的数据主要取自文献,计算结果亦与相应文献结果进行了比较。表 7-8 给出了作为本书参考数据源的文献。表 7-9 给出了作者选取的本书模型对 4 种制冷剂的应用范围。以后的诸表则给出了这四种制冷剂部分热力性质在选定范围内的拟合系数,以及与参考数据源相比的拟合误差。可以看出,本书为适应系统仿真要求而重建的制冷剂热力性质计算模型全面改进了现有文献中有关制冷剂热力性质简化计算模型的研究成果,为制冷系统仿真研究的顺利开展奠定了良好基础。

表 7-8 制冷剂热力性质参考数据源

制冷剂	对比文献出处
R600a	Younglove & Ely, 1987 ^[36]
R22	Chan & Haselden, 1981 ^[33-35]
R134a	Tillner-Roth & Baehr, 1994 ^[37]
R12	Chan & Haselden, 1981 ^[33-35]

表 7-9 本书制冷剂热力性质模型适用范围

制冷剂	饱和温度范围/°C	外推使用的饱和温度范围/°C	最大过热度/°C
R600a	-40~60	-60~80	100
R22	-40~60	-60~80	100
R134a	-40~60	-60~80	100
R12	-40~60	-60~80	100

1. 饱和热力性质拟合结果

本节表格中: e_1 和 e_1^* 分别为在拟合范围和外推范围内,已知 y , 利用函数 $f(x, y)$ 求 x 时最大相对误差的绝对值; e_2 和 e_2^* 分别为在拟合范围和外推范围内,已知 x , 利用函数 $f(x, y)$ 求 y 时最大相对误差的绝对值;表格中“-”表示该热力性质在拟合区间内不单调,因此没有给出转换计算的误差 e_2 。

表 7-10 $f(p, T)$ [单位:压力 p/bar ; 温度 T/K]

制冷剂	a_1	$a_2(\times 10^{-2})$	$a_3(\times 10^{-3})$	a_4	a_5	a_6
R600a	-1.05636	-1.41328	-4.57146	277.970	-4.53635	-0.54659
R22	-0.224504	222.587	-200.254	-490.916	-307.992	-31.7793
R134a	-0.575319	102.522	-81.5178	-165.108	-187.250	-10.6465
R12	-1.39258	-3.47886	-43.4190	287.046	-59.1918	-6.35330
制冷剂	$a_7(\times 10^4)$	a_8	$e_1/\%$	$e_2/\%$	$e_1^*/\%$	$e_2^*/\%$
R600a	0.185545	-26.9713	3.34×10^{-3}	2.85×10^{-4}	2.80	0.193
R22	5.35952	-2613.18	2.72×10^{-4}	2.60×10^{-5}	9.50×10^{-2}	7.79×10^{-3}
R134a	2.79784	-750.964	9.47×10^{-4}	7.94×10^{-5}	7.11×10^{-1}	5.83×10^{-2}
R12	1.41081	-425.127	6.88×10^{-4}	6.38×10^{-5}	5.65×10^{-1}	4.50×10^{-2}

表 7-11 $f(\rho_s, T)$ [单位:饱和液体密度 $\rho_s / (\times 10^3 \text{kg}/\text{m}^3)$; 温度 T/K]

制冷剂	$a_1(\times 10^{-3})$	$a_2(\times 10^{-6})$	$a_3(\times 10^{-10})$	$a_4(\times 10^{-2})$	$a_5(\times 10^{-4})$	$a_6(\times 10^{-7})$
R600a	2.50014	2.89097	7.60879	-7.06718	2.31064	1.32832
R22 ^①	-7.41748	-6.22965	134.672	206.682	3.81115	-167.899
R134a ^①	-0.457476	12.8804	357.978	150.922	17.3432	-77.0000
R12	4.11623	1.81490	19.3130	130.276	102.293	164.090
制冷剂	$a_7(\times 10^{-1})$	$a_8(\times 10^{-4})$	$e_1/\%$	$e_2/\%$	$e_1^*/\%$	$e_2^*/\%$
R600a	-1.91223	-1.98414	1.35×10^{-6}	1.43×10^{-6}	5.68×10^{-4}	4.22×10^{-4}
R22 ^①	-1.29419	-3.75614	6.60×10^{-6}	1.32×10^{-5}	7.89×10^{-3}	4.18×10^{-3}
R134a ^①	-0.740439	-2.12113	6.91×10^{-5}	3.39×10^{-5}	4.21×10^{-2}	3.29×10^{-2}
R12	-4.28112	-11.8838	9.64×10^{-6}	7.50×10^{-6}	1.20×10^{-3}	2.02×10^{-3}

①由于拟合函数与实际值变化趋势在局部外推范围内相反,故其外推范围调整为-50~80°C。

表 7-12 $f(\rho_g, T)$ [单位:饱和气体密度 $\rho_g/(kg/m^3)$; 温度 T/K]

制冷剂	a_1	a_2	$a_3(\times 10^{-2})$	$a_4(\times 10^3)$	a_5	a_6
R600a	0.622586	0.834938	-6.75025	-0.381409	-90.2937	-9.88321
R22	4.68832	7.51446	-49.0918	-1.42305	-243.799	-85.7229
R134a	5.82889	9.13600	-33.8526	-1.59511	-522.743	-61.1234
R12	5.40458	7.73187	-32.5529	-1.69165	-265.398	-56.2136
制冷剂	$a_7(\times 10^4)$	$a_8(\times 10^3)$	$e_1/\%$	$e_2/\%$	$e_1^*/\%$	$e_2^*/\%$
R600a	1.83378	-0.758978	5.93×10^{-4}	5.43×10^{-5}	0.381	3.00×10^{-2}
R22	5.86473	-12.3746	7.25×10^{-2}	1.50×10^{-2}	0.150	1.50×10^{-2}
R134a	6.05568	-7.27291	1.76×10^{-2}	1.71×10^{-3}	0.315	2.50×10^{-2}
R12	5.19496	-9.39454	7.99×10^{-2}	1.54×10^{-2}	0.424	1.54×10^{-2}

表 7-13 $f(h_l, T)$ [单位:饱和液体焓 $h_l/(\times 10kJ/kg)$; 温度 T/K]

制冷剂	a_1	$a_2(\times 10^{-2})$	$a_3(\times 10^{-3})$	a_4	a_5	$a_6(\times 10^{-2})$
R600a	-0.634046	14.0508	-10.4829	-13.7766	5.20470	-37.4996
R22	-0.326768	3.66083	-1.40538	-7.60610	1.65374	-7.98087
R134a	-0.375268	4.83829	-2.13328	-7.94320	1.90619	-11.4117
R12	-0.250618	2.12349	-0.610327	-6.84347	1.21513	-5.39206
制冷剂	a_7	a_8	$e_1/\%$	$e_2/\%$	$e_1^*/\%$	$e_2^*/\%$
R600a	-497.383	105.292	3.02×10^{-4}	1.43×10^{-4}	0.286	9.60×10^{-4}
R22	-0.222829	0.0236813	4.14×10^{-2}	2.54×10^{-2}	0.213	9.13×10^{-2}
R134a	-1.11868	0.131558	5.13×10^{-3}	2.82×10^{-3}	7.55×10^{-3}	3.48×10^{-2}
R12	0.131783	-0.011902	5.40×10^{-2}	4.31×10^{-2}	0.480	0.365

表 7-14 $f(h_g, T)$ [单位:饱和气体焓 $h_g/(\times 10kJ/kg)$; 温度 T/K]

制冷剂	$a_1(\times 10^{-3})$	$a_2(\times 10^{-4})$	$a_3(\times 10^{-5})$	a_4	a_5	$a_6(\times 10^{-2})$
R600a	-27.1111	207.634	-4.70592	-11.7353	2.55651	-14.9552
R22	-21.3369	156.215	-36.2874	22.5463	-2.08784	4.84395
R134a ^①	-13.2385	41.4070	3.05568	-2.34102	0.408644	-1.59660
R12	-7.72087	6.33338	3.62171	-9.01117	0.807813	-1.80780
制冷剂	a_7	$a_8(\times 10^{-2})$	$e_1/\%$	$e_2/\%$	$e_1^*/\%$	$e_2^*/\%$
R600a	153.670	-1974.71	2.52×10^{-5}	3.16×10^{-5}	6.72×10^{-3}	9.47×10^{-3}
R22	1.60290	-7.38617	5.47×10^{-3}	1.85×10^{-2}	4.52×10^{-2}	0.164 ^②
R134a ^①	17.5725	-116.820	2.94×10^{-5}	1.14×10^{-4}	4.93×10^{-2}	0.674
R12	0.205223	-0.950648	6.43×10^{-3}	2.48×10^{-2}	0.177	1.11

① 为了保证函数的单调性,故只能在 $-40 \sim 78^\circ\text{C}$ 的外推范围内检验计算精度;

② 为了保证函数的单调性,故只能在 $-40 \sim 57^\circ\text{C}$ 的外推范围内检验计算精度。

表 7-15 $f(s_l, T)$ [单位: 饱和液体熵 s_l / [kJ · (kg · K)⁻¹]; 温度 T / K]

制冷剂	$a_1(\times 10^{-2})$	$a_2(\times 10^{-5})$	$a_3(\times 10^{-7})$	$a_4(\times 10^{-2})$	$a_5(\times 10^{-3})$	$a_6(\times 10^{-5})$
R600a	-1.43003	1.91124	1.57353	-2.58728	-1.39664	4.49355
R22 ^①	-0.955429	2.79089	-0.223944	17.3739	-1.35981	0.322967
R134a	-1.17732	4.44950	-0.526949	24.2998	-2.33382	0.555778
R12	-0.753392	1.90920	-0.166792	11.0295	-2.90387	0.505695
制冷剂	$a_7(\times 10^{-2})$	$a_8(\times 10^{-4})$	$e_1/\%$	$e_2/\%$	$e_1^*/\%$	$e_2^*/\%$
R600a	296.962	-267.786	3.87×10^{-6}	5.90×10^{-6}	6.45×10^{-1}	9.44×10^{-4}
R22 ^①	-1.42609	0.646071	1.22×10^{-3}	9.97×10^{-4}	6.09×10^{-2}	4.38×10^{-2}
R134a	-1.03918	0.523250	3.13×10^{-3}	2.33×10^{-3}	0.261	0.205
R12	-0.790534	0.298812	6.33×10^{-4}	7.35×10^{-4}	0.552	0.660

① 由于在外推范围内缺乏所需的精确计算公式和数据表格,故只能在-40~60℃的外推范围内检验计算精度。

表 7-16 $f(s_g, T)$ [单位: 饱和气体熵 s_g / [kJ · (kg · K)⁻¹]; 温度 T / K]

制冷剂	$a_1(\times 10^{-3})$	$a_2(\times 10^{-6})$	$a_3(\times 10^{-9})$	$a_4(\times 10^{-2})$	$a_5(\times 10^{-4})$	$a_6(\times 10^{-7})$
R600a	15.7818	-85.4207	114.374	277.213	38.2071	-237.099
R22	5.13544	7.25842	4.26815	5.52531	2.03144	1.67238
R134a	2.63635	-6.27559	11.2970	9.99996	1.82234	-32.5782
R12	2.79679	1.11364	0.0256739	13.8198	2.12680	0.655971
制冷剂	$a_7(\times 10^{-4})$	$a_8(\times 10^{-6})$	$e_1/\%$	$e_2/\%$	$e_1^*/\%$	$e_2^*/\%$
R600a	7040.02	1191.96	1.10×10^{-5}	-	6.67×10^{-3}	-
R22	9.20028	2.10311	1.69×10^{-2}	7.56×10^{-4}	7.43	1.08
R134a	2139.20	301.683	2.63×10^{-6}	1.48×10^{-5}	2.00×10^{-3}	7.07×10^{-3}
R12	4.88267	0.548690	1.52×10^{-2}	0.159	0.111	0.905

注:表格中“-”是由于在使用范围内, s_g 和 T 并不一一对应,故无法由 s_g 单值确定 T 。

2. 过热区拟合结果

本节表格中: e_1 和 e_1^* 分别为在拟合范围和外推范围内,已知压力 p 和温度 T ,求过热气体比容 v 或焓值 h 时最大相对误差的绝对值; e_2 和 e_2^* 分别为在拟合范围和外推范围内,已知压力 p 和过热气体比容 v 或焓值 h ,求过热气体温度 T 时最大相对误差的绝对值。

表 7-17 $f(p, T, v)$ [单位: 压力 p / kPa; 温度 T / K; 过热比容 v / (m³ / kg)]

制冷剂	a_1	$a_2(\times 10^{-3})$	$a_3(\times 10^{-5})$	$a_4(\times 10^{-8})$	$a_5(\times 10^{-3})$	$a_6(\times 10^{-5})$
R600a	-9.985659	82.23774	-24.50037	23.55961	120.1176	-127.6821
R134a	-1.331732	9.064797	-2.299739	1.979416	7.341122	-6.040832
R12	-0.6752904	4.428892	-1.144206	0.9790471	3.524236	-2.905003
R22	-0.7045034	3.968073	-0.888306	0.7127852	1.845804	-1.342106
制冷剂	$a_7(\times 10^{-7})$	$a_8(\times 10^{-10})$	$e_1/\%$	$e_2/\%$	$e_1^*/\%$	$e_2^*/\%$
R600a	47.61632	-59.10024	4.76×10^{-1}	3.75×10^{-1}	6.1	0.36
R134a	1.759225	-1.760088	3.25×10^{-2}	3.06×10^{-2}	0.38	3.05
R12	0.8730363	-0.9065121	3.75×10^{-2}	3.29×10^{-2}	0.25	0.18
R22	0.3492797	-0.3101643	7.40×10^{-2}	5.02×10^{-2}	0.24	0.76

表 7-18 $f(p, T, h)$ [单位: 压力 p/bar ; 温度 T/K ; 过热焓值 $h/(10 \times \text{kJ}/\text{kg})$]

	a^1	$a_2(\times 10^{-3})$	$a_3(\times 10^{-6})$	a_4	$a_5(\times 10^{-1})$	$a_6(\times 10^{-4})$	
R600a	-16.39602	-2.328203	-1.428927	-75.04084	24.71625	5.492930	
R134a	-0.3501551	1.967904	-3.227027	7.485942	-1.734667	3.091114	
R12	1.466523	4.586711	-5.760447	-65.31584	-4.541911	3.231324	
R22	0.06291738	3.899299	-7.217417	-0.839382	-3.928108	6.697857	
	a_7	a_8	$a_9(\times 10^{-1})$	$e_1/\%$	$e_2/\%$	$e_1^*/\%$	$e_2^*/\%$
	-90.18965	12.18982	-150.0419	4.40×10^{-2}	4.66×10^{-2}	0.24	0.23
	-625.2481	6.143028	-9.275674	5.98×10^{-2}	6.02×10^{-2}	1.1	5.5
	315.1441	9.870740	-3.052516	3.62×10^{-2}	2.37×10^{-2}	2.5	—
	-690.5246	11.32327	-17.22655	1.26×10^{-1}	1.45×10^{-1}	0.98	1.1

注: 表格中“—”是由于外推范围产生换根, 故未列出。

获取更多资料 微信搜索 蓝领星球

第八章 充注量与空泡系数模型

8-1 概 述

制冷剂在制冷循环中所起的作用是不言而喻的,对制冷剂进行的研究工作也是大量的,主要是针对其本身的热力学特性和物理化学性质,如压力、温度、比容、可燃性、毒性等,但对其在系统中应用的其他一些问题,如怎样精确计算制冷剂充注量及充注量的变化与系统其他特性之间的定量关系,则相对研究得较少。

制冷剂充注量与制冷装置的工作特性是紧密相关的,尤其对于小型压缩式制冷装置,由于采用毛细管作为节流元件,调节能力较热力膨胀阀要差,充注量的变化明显影响系统的工作特性。如果充注量过大,将引起蒸发温度、冷凝温度上升,蒸发器不能将冷量充分放出来,制冷剂以两相态出蒸发器,造成冷量损失,而此时压缩机的电机功率却是增加了,系统的工作特性明显恶化,在某些情况下,甚至不能正常工作。而当制冷剂充注量过小时,蒸发、冷凝压力都下降,蒸发器的传热温差增加了,但制冷剂流量下降导致制冷量减少,系统工作特性也不符合要求。对于一机多蒸发器的装置,如冷藏冷冻箱,各间室的温度将严重偏离要求,在某些极端情况下,还会产生其他严重问题。因此,对于制冷装置,适宜的制冷剂充注量是非常重要的。

每一种制冷装置的设计都存在如何准确确定充注量的问题,但目前这方面的研究不多,缺少成熟的理论计算方法,各生产厂家往往依靠试验手段,在经验估计值左右不断进行试验调试,以最终确定最佳充注量。这种重复的工作不仅花钱,也花去大量的时间和人力,因此迫切需要有可靠的理论计算方法。

制冷装置动态仿真与优化研究,要求能够准确模拟实际工作状况,定量反映充注量对系统特性的影响,故需要对充注量进行深入研究。充注量计算的难点在于二相区制冷剂量的确定,其关键是二相区空泡系数的正确计算。空泡系数同制冷剂物性、制冷系统结构等许多因素有关,需要作深入探讨,弄清它们之间的定量关系。

国内外已有学者在制冷剂充注量与空泡系数研究等方面进行了一定的研究工作。有些学者采用基于实验基础上的经验公式计算制冷剂的充注量,对常规的设计有一定的指导作用。但这类公式一般不能反映充注量与其他热力参数的关系,适用范围也较窄,相间的滑动有时也被忽略。极据制冷剂与冷媒的热平衡求制冷剂的比容并最终求出制冷剂质量,这是一种静态集中参数模型。小型制冷装置中使用干式蒸发器,滑动比的忽略对于制冷剂质量计算带来的影响相当大,该方法不适合小型制冷装置动态仿真的要求。

近年来的研究比较重视相间滑动对二相区质量计算的影响,在空泡系数的研究上,注意利用前人总结的公式,并加以分析、评估和检验,寻求适合其使用要求的公式。

在对二相流动问题进行研究的过程中,一些学者提出了具有一定实用价值的空泡系数修正模型。根据这些分相模型可以求出流体的局部空泡系数、局部密度等参数,其中较

为著名的有 L-M、Baroczy、Zivi、Tandon、Premoli、Hughmark 模型,这些模型成为求取两相区制冷剂密度分布的重要工具。

Rice 对前人有关空泡系数的研究进行了很好的总结^[38],对十种空泡系数修正模型和四种热负荷假设对制冷剂量计算的影响作了分析和评价,并在典型热泵工作范围内就蒸发器和冷凝器中制冷剂量的计算进行了比较。结果表明:空泡系数模型的选择对充注量计算至关重要,而热负荷假设的选择则是次要的。

空泡系数的应用效果最终要通过实验才能确定其正确性。国外已有学者进行了有关实验工作,大多在热泵、空调器上进行,Philips 实验室则在家用冰箱上进行了试验,将实验数据和各种空泡系数模型的计算结果进行了比较。总体来说,这是一个尚需在理论和实验两方面进行扎实工作的领域。

8-2 空泡系数(空隙率)模型

空泡系数是两相混合物在任一流动截面内气相所占的总面积份额,又称为截面含气率或真实含气率,其表达式为

$$\alpha = \frac{A_g}{A} \quad (8-1)$$

式中, A 、 A_g 分别表示流道面积与气体流通面积。

需要注意的是空泡系数与干度这两个概念之间的区别。

干度,也叫质量含气率,是指单位时间内流过流道截面的两相流总质量中,气相质量所占的份额,其定义式为

$$x = \frac{M_g}{M} = \frac{M_g}{M_g + M_l} \quad (8-2)$$

式中, M 、 M_g 、 M_l 分别表示总的两相流质量流率以及气相、液相的质量流率。

在传热计算中,我们首先得到的是制冷剂的干度。而制冷剂质量的计算却不能直接利用干度来进行,而需要由空泡系数来确定。二相区制冷剂的密度可用下式来表示

$$\rho = \alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_l \quad (8-3)$$

如果希望通过干度来计算二相区空泡系数,则还需要知道气相和液相之间的滑动比,这三者之间存在以下的关系:

$$\alpha = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{x} - 1 \right) s \frac{\rho_g}{\rho_l}} \quad (8-4)$$

式中, s 为滑动比。

现有的空泡系数模型,按美国学者 Rice 的分法,可分为四种类型,即均相模型、滑动比修正、 X_{tt} 修正、考虑质流率的模型。

1. 均相模型

均相模型是最简单的一种,它认为两相均匀混合,滑动比为 1,则

$$\alpha = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{x} - 1 \right) \frac{\rho_g}{\rho_l}} \quad (8-5)$$

这一公式曾被 Daniels, Dhar, MacArthur 等人使用过。

2. 滑动比模型

滑动比模型中,关键是滑动比的确定。对此不同的学者提出了不同的计算公式,其中以 Zivi 和 Smith 的公式比较有影响。

Zivi 提出:

$$s = \left(\frac{\rho_f}{\rho_g} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (8-6)$$

这一关系式是对无流体夹带的环状流,在管壁摩擦为零、熵增为零的原则下得出的。

Smith 基于均匀混合物核心与环状液相具有相等的速度头的假设,提出了滑动比修正模型:

$$s = K + (1 - K) \left[\frac{\frac{\rho_f}{\rho_g} + K \left[\frac{1-x}{x} \right]}{1 + K \left[\frac{1-x}{x} \right]} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (8-7)$$

式中, K 为夹带系数,推荐值为 0.64。

3. X_{tt} 修正模型

本方案采用 L-M(Lockhart-Martinelli)的修正参数 X_{tt} ,

$$X_{tt} = \left[\frac{1-x}{x} \right]^{0.9} \left[\left(\frac{\mu_f}{\mu_g} \right)^{0.2} \cdot \frac{\rho_g}{\rho_f} \right]^{0.5} \quad (8-8)$$

Wallis 提出了这类空泡系数公式,Baroczy 和 Didion 又加以改进。这些方程为

$$\alpha = (1 + X_{tt}^{0.8})^{-0.375} \quad (X_{tt} \leq 10) \quad (8-9)$$

$$\alpha = 0.823 - 0.157 \ln X_{tt} \quad (X_{tt} \leq 10) \quad (8-10)$$

4. 考虑质流率的修正模型

这类模型中主要有 Tandon, Hughmark 和 Premoli 模型。

(1) Tandon 模型

Tandon 模型是在 Zivi 模型基础上计及管壁摩擦之后的一种改进,它计算空泡系数时还考虑了质流量的影响。其数学形式为

$$\begin{cases} \alpha = 1 - 1.928 \frac{Re_t^{-0.315}}{F(X_{tt})} + 0.9293 \frac{Re_t^{-0.63}}{F(X_{tt})^2} & (50 < Re_t < 1125) \\ \alpha = 1 - 0.38 \frac{Re_t^{-0.088}}{F(X_{tt})} + 0.0361 \frac{Re_t^{-0.176}}{F(X_{tt})^2} & (Re_t > 1125) \end{cases} \quad (8-11)$$

式中,

$$F(X_{tt}) = 0.15 \left(\frac{1}{X_{tt}} + \frac{2.85}{X_{tt}^{0.476}} \right) \quad (8-12)$$

(2) Premoli 模型

这是一个经验修正模型,它是通过滑动比的计算进行的,滑动比的计算过程如下:

$$s = 1 + F_1 \left[\frac{y}{1 + yF_2} - yF_2 \right]^{0.5} \quad (8-13)$$

式中,

$$F_1 = 1.578 Re_f^{-0.19} \left(\frac{\rho_l}{\rho_g} \right)^{0.22} \quad (8-14)$$

$$F_2 = 0.0273 We_f Re_f^{-0.51} \left(\frac{\rho_l}{\rho_g} \right)^{-0.08} \quad (8-15)$$

$$y = \frac{x \rho_l}{(1-x) \rho_g} \quad (8-16)$$

其中,

$$\text{液相 Reynolds 数} \quad Re_f = \frac{GD_l}{\mu_l},$$

$$\text{液相 Weber 数} \quad We_f = \frac{G^2 D_l}{\sigma \rho_l},$$

式中, σ 为表面张力。

(3) Hughmark 模型

这是 Hughmark 在 Bankoff 的实验工作基础上加以整理而得到的经验模型,其数学形式为

$$\alpha = \frac{K_H}{1 + \left(\frac{1-x}{x} \right) \frac{\rho_g}{\rho_l}} \quad (8-17)$$

式中, $K_H = f(Z)$, 其具体关系式见表 8-1。

表 8-1 Hughmark 流动参数 K_H 与 Z 的关系

Z	1.3	1.5	2.0	3.0	4.0	8.0	6.0	8.0	10	15	20	40	70	130
K_H	0.185	0.225	0.325	0.490	0.605	0.675	0.720	0.767	0.780	0.808	0.830	0.880	0.930	0.980

$$Z = \frac{Re_a^{1/6} Fr^{1/8}}{y_l^{1/4}} \quad (8-18)$$

式中,

$$Re_a = \frac{D_l G}{\mu_l + \alpha(\mu_g - \mu_l)} \quad (8-19)$$

Fr 为 Froude 数,

$$Fr = \frac{V^2}{g D_l} \quad (8-20)$$

$$y_l = \frac{1}{1 + \left(\frac{x}{1-x} \right) \frac{\rho_l}{\rho_g}} \quad (8-21)$$

系数 Z 计算中包含 α , 所以此模型在计算空泡系数 α 时, 必须经过迭代, 计算量较大。

8-3 制冷空调装置充注量的计算

选择合适的空泡系数公式后, 两相区中的制冷剂质量可结合具体结构参数等来计算。

$$M_{TP} = \int_0^{L_{TP}} [\alpha \rho_k + (1 - \alpha) \rho_l] A d\xi \quad (8-22)$$

式中, A 是流道内截面积, L_{TP} 是两相区长度。

单相区的制冷剂质量的计算相对容易些。实际制冷装置中制冷剂量的计算, 需要根据具体的结构, 确定包含制冷剂的各部件中制冷剂的状态。对于一个典型的小型制冷装置, 制冷剂质量可一般地表示成如下形式:

$$M = M_{TP,eva} - \int_0^{V_{SH,eva}} \rho dV + M_{TP,con} + \int_0^{V_{SH,con}} \rho dV \\ + \int_0^{V_{SK,con}} \rho_l dV + \rho V_{com} + M_{fill} + M_{oil} \quad (8-23)$$

上式中等式右边各项分别对应蒸发器二相区、蒸发器过热区(包括回气管)、冷凝器二相区、冷凝器过热区、冷凝器过冷区、压缩机空腔、干燥过滤器和润滑油。

蒸发器、冷凝器中各相所占的体积对于计算结果影响很大, 而这是通过传热计算确定相变点进行的, 故系统中传热计算的准确性对充注量的计算是很重要的。

根据我们的实验结果, 压缩机壳体空腔中制冷剂气体的温度分布较为均匀, 而气缸、吸排气腔及缓冲腔的内容积很小, 可忽略, 故压缩机中的制冷剂质量计算采用壳中气体平均温度。

干燥过滤器虽然体积不大, 但由于此中一般为过冷液体, 故贮存在里面的制冷剂不少, 需要准确计算。干燥过滤器空腔值的准确与否对结果影响较大, 为此我们对所使用的干燥过滤器的内腔空隙进行实际测量, 制冷剂在干燥过滤器中的温度变化不大, 可以采用平均温度。

8-4 结合试验工作选择合适的空泡系数模型

不同的空泡系数模型都是在一定的条件下提出来的, 对于使用者来讲, 为了达到较好的精度, 需要注意原公式的使用条件。为了能选择好空泡系数模型, 最好能做一定的试验工作, 了解不同的空泡系数模型在所需要应用场合的计算精度, 并作出一定的修正。

充注量计算方法的验证, 最简单的方法是将整机充注量的理论值和试验值进行比较, 检验理论计算的正确性, 修正空泡系数模型, 但这样做存在着各部件的计算误差相互抵消的可能。对某个装置, 如果几个部件的计算误差相互抵消了较大部分, 那末计算求得的整机充注量可能较准, 但实际上计算公式并不准确, 这样的公式缺少推广价值。即使根据某台装置的结果修正了计算公式, 但用于其他的装置仍不准确。为使计算公式准确, 理想的情况是将各个部件单独实验, 而这是难以成功的。空泡系数公式等都有一定的适用条件, 在某种工况下运用得很好的公式在另一种状况下可能有明显误差, 在实验时应尽可能合乎本来装置的一般工作状况。对小型制冷装置如家用冰箱, 要对里面的蒸发器测量制冷剂质量等比较困难, 因这样做必须对装置作比较大的改动, 使工作状况有很大的变化, 而对外置式冷凝器这一部件做实验则相对比较简单。系统充注量计算中, 若空泡系数在高、低压的误差正负号相反, 只进行整机充注量试验就难以正确评价空泡系数公式, 难以修正公式。另外加上单独部件实验可使这种不利因素大大减少。

对冰箱来讲, 外置式冷凝器中的制冷剂质量是可以测定的, 这可以通过两种方式进

行,一种方法是将外置式冷凝器与制冷系统的刚性连接改成用两根密封、耐压橡皮管的软性连接,橡皮管须为制冷剂专用管,能承受较高的压力和温度,并具有良好的挠性,接头处有良好的密封性。通过将冷凝器吊挂于数字电子秤上,可以读得数值。另外一种方法是将外置式冷凝器的两端加上电磁阀等,这样可以在任意一个运行时刻,将冷凝器的两端截止,并拆下来测定重量。由于原来充进去的制冷剂量是已知的,这样就有两个数值可以同时作为计算的对照值。

影响试验结果精确性的一个重要因素是重量测量的准确性。一般量程小的秤分度小,量程大的秤分度亦大。在现有的仪器中,较难得到同时达到精度和量程要求的秤。如对于量程 15kg 的电子秤,通常的分度为 5g。为了提高精度,可以采用精密砝码修正的方法,使测量分度达到 1g。具体做法为:每测量一个值后,逐次加 1g 或 2g 的砝码,观察电子秤读数有否变化,将读数变化时所加砝码总质量记下;然后逐次减少砝码,观察电子秤读数变化,并注意相应减少的砝码质量,如此可提高测量分辨率,其值可通过电子秤读数与砝码质量的比较得出。

在选择计算用的空泡系数公式时,应充分利用前人的应用研究成果。现有的研究结果表明:Premoli 模型对于家用冰箱的准确度较好;Hughmark 模型对于中小型空调器的准确度较好;而 Zivi 模型也被广泛用于工程设计和模型简化场合。另外,在最佳充注量附近,系统性能对充注量的变化不太敏感。

获取更多资料 微信搜索 空调制冷

第九章 制冷空调装置系统仿真

在前面所讨论的部件模型的基础上,本章来讨论制冷空调装置的系统仿真思路,即如何将部件模型组合成一个有机的整体,以表现实际装置的特性。

在部件模型讨论中已经谈到,对于不同的对象和不同的研究目的,要建立不同的数学模型。同样,在制冷空调装置系统仿真中,要根据不同的对象和不同的研究目的进行部件模型的组合。例如,对房间空调器作国标规定工况下的系统性能预测时,我们可以组合成一个稳态的系统仿真模型,且不用考虑围护结构的动态负荷计算;而对于家用电冰箱的系统性能预测,应该组合成一个动态的系统仿真模型,并且需要考虑围护结构的动态负荷计算。因此,在本章中将以房间空调器和家用电冰箱为例,介绍装置稳态仿真和动态仿真的基本思路。

9-1 稳态仿真

稳态仿真主要用于预测一定工况下装置稳定运行时所表现出来的系统性能,反映了压缩机、冷凝器、节流元件(毛细管)和蒸发器各部件之间的耦合特性。为了将各部件模型连接起来形成一个可以预测装置性能的系统模型,需要设计相应的算法。

9-1-1 仿真算法

针对空调器设计的实际应用需要,主要有以下两种算法^[15]:

第一种算法是已知蒸发器过热度、冷凝器过冷度(毛细管的内径和并联数给定,其他结构参数与环境参数也已知),求整机的充注量和毛细管长度,以及制冷量、压缩机功率等,算法如图 9-1 所示。这种算法适用于新产品的的设计。我们知道,为了使装置有良好的系统性能,必须要有适当的充注量(充注量过多或过少,都将引起系统性能下降,见第八章)和合适的毛细管长度。而这两个量的调整相对于其他量而言,对生产的影响最小(如不需改变现有的模具和生产工序),故经常被用作系统性能的调节量。

第二种算法是已知系统充注量和毛细管长度(毛细管的内径和并联数给定,其他结构参数与环境参数已知),求系统性能(制冷量、压缩机功率、蒸发器过热度、冷凝器过冷度等),算法如图 9-2。这种算法适用于预测已有产品在不同工况下的系统性能,以便找出产品设计上的不足,为产品的改进提供指导。

9-1-2 稳态仿真实例

表 9-1~表 9-8 是对某品牌的系列窗式空调器(4 种类型)进行的稳态仿真结果。其中,冷凝器和蒸发器采用的是稳态集中参数模型,充注量计算中采用了 Zivi 模型。对仿真结果,说明如下:

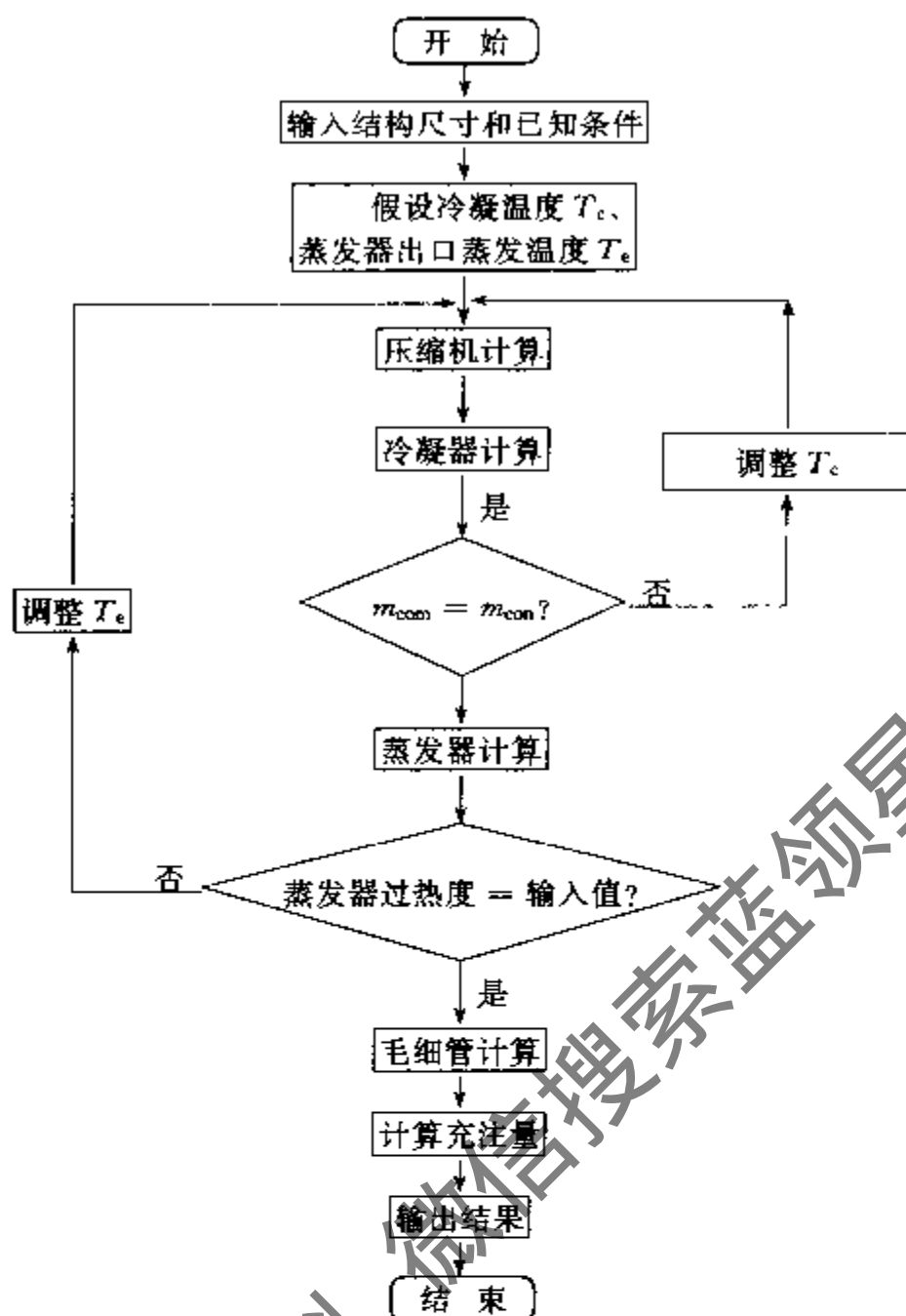


图 9-1 系统稳态仿真算法流程图一
(过热度、过冷度为输入, 充注量、毛细管长度为输出)

表 9-1 KC20 仿真结果之一(算法一)

序号	冷凝温度实测 /℃	冷凝温度计算 /℃	蒸发温度实测 /℃	蒸发温度计算 /℃	制冷量实测 /W	制冷量计算 /W	制冷量误差 /%	功率实测 /W	功率计算 /W	功率误差 /%	毛细管长计算 /m	充注量实测 /kg	充注量计算 /kg
1	49.05	49.48	6.42	5.54	1937	1989	2.66	778	790	1.53	0.662	0.580	0.506
2	49.51	49.63	6.95	5.66	1914	1954	2.11	774	792	2.37	0.665	0.580	0.517
3	55.13	53.72	9.49	6.04	1795	1822	1.51	851	855	0.41	0.645	0.580	0.503
4	42.53	43.11	3.69	4.09	1889	1958	3.64	688	694	0.86	0.601	0.580	0.493
5	42.79	43.58	4.25	4.24	1916	2029	5.89	698	701	0.43	0.627	0.635	0.493
6	49.05	49.64	6.95	5.71	1879	1944	3.45	764	793	3.74	0.658	0.635	0.518
7	54.71	53.12	7.98	6.42	1817	1834	0.94	851	847	-0.50	0.613	0.635	0.498
8	54.50	53.59	8.49	6.17	1814	1818	0.23	861	853	-0.92	0.636	0.675	0.503
9	54.71	51.94	6.95	3.72	1909	1826	-4.36	790	820	3.84	0.817	0.675	0.551
10	44.30	44.70	4.80	4.71	1961	2093	6.72	711	718	0.92	0.657	0.675	0.510
11	43.30	44.11	4.25	4.39	1939	2061	6.29	708	709	0.12	0.640	0.520	0.498
12	49.51	49.99	6.95	6.14	1967	2035	3.46	783	799	1.99	0.665	0.520	0.515
13	54.50	54.49	7.98	6.10	1815	1827	0.65	851	866	1.80	0.684	0.520	0.517

注:①实际毛细管长度 0.600m, 计算长度的平均值 0.659m, 误差 9.83%;

②装置的标准充注量为 520g。

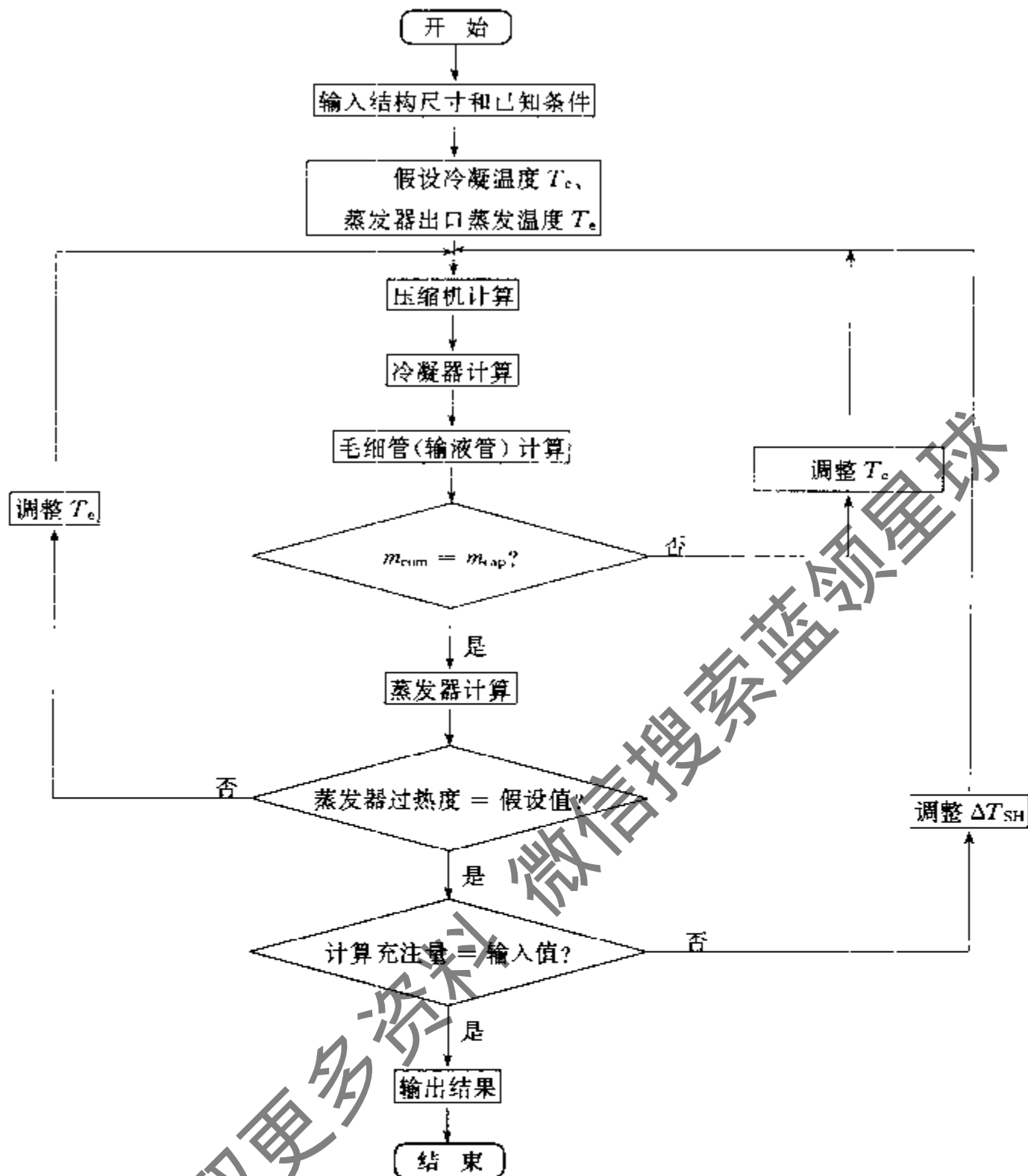


图 9-2 系统稳态仿真算法流程图二

(充注量、毛细管长度为输入,过热度和过冷度为输出)

1)仿真的总体效果令人满意。其中,最为重要的制冷量和压缩机输入功率两个指标的仿真误差不超过 7%,平均在 3%左右。

2)对毛细管长度的预测,除了 KC20 的误差略大之外,其余 3 种都在 2%以内,说明模型可以对毛细管长度给出良好的预测结果。

3)系统充注量的预测结果是合理的。由于该系列窗机多采用较大容量压缩机配较小容量蒸发器的方式(KC40 例外),而且充注量较大,故蒸发器出口多处于不过热状态(从过热度测量数据来看,考虑到所测温度为管壁温度,故当实测过热度小于 2.5℃时,可以认为蒸发器出口不过热),有部分液体制冷剂积聚在集液器内。一方面,集液器内的液体制冷剂质量难以确定;另一方面,从系统性能来讲,积聚在集液器内的制冷剂属于“多余”的制冷剂,去掉这部分制冷剂对系统性能几乎没有影响。因此,我们在系统仿真中只计算“有

效”的系统充注量。从仿真结果来看,在出口不过热的情况下,系统充注量的计算值与装置的标准充注量(一般都是产品设计时的优化值)很接近;在出口过热的情况下(见 KC40 的部分工况),系统充注量的计算值与实际值也很接近。因此,本书建立的充注量模型可以较好地系统充注量作出预测。

表 9-2 KC20 仿真结果之二(算法二)

序号	过冷度	过冷度	过热度	过热度	冷凝温	冷凝温	蒸发温	蒸发温	制冷量	制冷量	制冷量	功率	功率	功率	充注量	充注量
	实测 /℃	计算 /℃	实测 /℃	计算 /℃	度实测 /℃	度计算 /℃	度实测 /℃	度计算 /℃	实测 /W	计算 /W	误差 /%	实测 /W	计算 /W	误差 /%	实测 /kg	计算 /kg
1	7.95	6.00	2.38	0.00	49.05	48.88	6.42	6.54	1937	1989	2.66	778	782	0.55	0.580	0.498
2	8.31	6.11	2.05	0.00	49.51	48.89	6.95	6.60	1914	1950	1.90	774	782	1.08	0.580	0.507
3	5.43	3.98	1.21	0.00	55.13	53.24	9.49	6.74	1795	1814	1.07	851	850	-0.17	0.580	0.498
4	6.73	6.91	1.41	0.00	42.53	43.47	3.69	4.68	1889	1955	3.50	688	699	1.64	0.580	0.503
5	7.79	7.16	2.35	0.00	42.79	43.64	4.25	5.09	1916	2031	5.98	698	702	0.54	0.635	0.496
6	8.15	6.04	1.25	0.00	49.05	48.83	6.95	6.39	1879	1932	2.84	764	781	2.26	0.635	0.508
7	4.51	4.42	1.82	0.00	54.71	53.42	7.98	7.28	1817	1837	1.11	851	854	0.32	0.635	0.505
8	5.20	4.11	1.31	0.00	54.50	53.31	8.49	6.90	1814	1812	-0.11	861	851	-1.16	0.675	0.501
9	12.71	4.35	1.15	0.00	54.71	48.09	6.95	4.70	1909	1796	-5.93	790	768	-2.82	0.675	0.480
10	9.60	7.55	1.80	0.00	44.30	43.97	4.80	5.45	1961	2085	6.33	711	707	-0.61	0.675	0.499
11	8.50	7.21	1.95	0.00	43.30	43.80	4.25	5.15	1939	2057	6.08	708	704	-0.55	0.520	0.494
12	8.61	6.47	1.75	0.00	49.51	49.20	6.95	6.95	1967	2028	3.10	783	788	0.59	0.520	0.505
13	7.00	4.19	1.82	0.00	54.50	53.40	7.98	7.07	1815	1819	0.23	851	853	0.21	0.520	0.502

表 9-3 KC25 仿真结果之一(算法一)

序号	冷凝温	冷凝温	蒸发温	蒸发温	制冷量	制冷量	制冷量	功率	功率	功率	毛细管	充注量	充注量
	度实测 /℃	度计算 /℃	度实测 /℃	度计算 /℃	实测 /W	计算 /W	误差 /%	实测 /W	计算 /W	误差 /%	长计算 /m	实测 /kg	计算 /kg
1	49.51	50.50	6.42	5.58	2259	2150	-4.82	956	955	-0.12	0.499	0.590	0.508
2	56.95	57.95	7.47	5.36	2087	2070	-0.80	1079	1046	-3.04	0.573	0.590	0.537
3	50.85	51.78	5.35	4.80	2172	2135	-1.71	959	964	0.54	0.550	0.590	0.525
4	44.30	44.89	2.55	3.50	2193	2123	-3.21	855	863	0.93	0.508	0.590	0.499
5	44.30	44.80	3.12	4.04	2236	2155	-3.62	853	865	1.44	0.492	0.530	0.501
6	50.41	50.87	4.25	4.41	2212	2109	-4.66	948	949	0.06	0.535	0.530	0.512
7	56.35	56.78	6.95	5.16	2161	2060	-4.68	1044	1030	-1.37	0.549	0.530	0.529
8	57.15	58.76	9.98	5.53	2024	2110	4.27	1100	1058	-3.82	0.594	0.635	0.555
9	52.17	53.52	6.42	4.71	2069	2178	5.25	980	985	0.51	0.605	0.635	0.550
10	52.17	50.17	7.47	4.88	2041	2118	3.77	987	944	-4.35	0.495	0.635	0.504
11	46.25	47.82	4.25	3.90	2096	2192	4.58	898	905	0.75	0.583	0.635	0.534

注:①实际毛细管长度 0.535m,计算长度的平均值 0.544m,误差 1.68%;

②装置的标准充注量为 530g。

表 9-4 KC25 仿真结果之二(算法二)

序号	过冷度实测/°C	过冷度计算/°C	过热度实测/°C	过热度计算/°C	冷凝温度实测/°C	冷凝温度计算/°C	蒸发温度实测/°C	蒸发温度计算/°C	制冷量实测/W	制冷量计算/W	制冷量误差/%	功率实测/W	功率计算/W	功率误差/%	充注量实测/kg	充注量计算/kg
1	4.81	6.76	1.08	0.00	49.51	52.08	6.42	6.04	2259	2153	-4.67	956	980	2.56	0.590	0.531
2	7.15	5.36	1.73	0.00	56.95	57.11	7.47	6.45	2087	2052	-1.67	1079	1050	-2.67	0.590	0.531
3	7.25	6.43	1.35	0.00	50.85	51.59	5.35	5.59	2172	2120	-2.40	959	979	1.10	0.590	0.526
4	5.90	6.88	1.25	0.00	44.30	45.78	2.55	4.04	2193	2120	-3.32	855	879	2.78	0.590	0.516
5	5.70	7.24	0.98	0.00	44.30	45.98	3.12	4.42	2236	2153	-3.69	853	884	3.65	0.530	0.521
6	6.21	6.14	1.75	0.00	50.41	51.22	4.25	5.28	2212	2104	-4.90	948	962	1.44	0.530	0.520
7	6.15	5.15	0.65	0.00	56.35	56.35	6.95	5.76	2161	2038	-5.71	1044	1032	-1.14	0.530	0.527
8	8.85	5.48	-0.88	0.00	57.15	56.54	9.98	6.02	2024	2062	1.88	1100	1038	-5.66	0.635	0.532
9	9.17	6.52	0.68	0.00	52.17	51.34	6.42	5.48	2069	2136	3.25	980	965	-1.51	0.635	0.526
10	4.87	6.34	1.23	0.00	52.17	51.43	7.47	5.45	2041	2121	3.90	987	966	-2.12	0.635	0.524
11	9.65	7.21	1.05	0.00	46.25	46.56	4.25	4.60	2096	2161	3.11	898	893	-0.51	0.635	0.521

表 9-5 KC31 仿真结果之一(算法一)

序号	冷凝温度实测/°C	冷凝温度计算/°C	蒸发温度实测/°C	蒸发温度计算/°C	制冷量实测/W	制冷量计算/W	制冷量误差/%	功率实测/W	功率计算/W	功率误差/%	毛细管长计算/m	充注量实测/kg	充注量计算/kg
1	53.88	53.71	5.35	6.35	2957	2947	-0.34	1222	1251	2.36	0.673	0.645	0.607
2	57.35	56.31	5.35	6.58	2735	2710	-0.93	1295	1315	1.54	0.689	0.645	0.606
3	61.21	59.00	7.47	7.29	2809	2793	-0.58	1395	1384	-0.79	0.709	0.645	0.615
4	49.96	49.65	4.98	4.53	2734	2750	0.59	1142	1151	0.78	0.700	0.645	0.585
5	49.51	49.19	3.12	4.51	2850	2992	4.99	1122	1140	1.62	0.705	0.745	0.623
6	57.55	56.86	5.89	6.80	2635	2719	3.20	1308	1329	1.62	0.692	0.745	0.614
7	63.95	60.86	7.47	7.23	2481	2525	1.76	1461	1430	-2.14	0.712	0.745	0.606
8	64.48	62.92	7.47	7.28	2528	2522	-0.22	1492	1481	-0.72	0.784	0.825	0.636
9	56.55	56.00	6.16	6.49	2817	2957	4.97	1303	1307	0.30	0.751	0.825	0.651
10	49.96	49.90	3.41	4.85	2830	3039	7.38	1154	1157	0.28	0.721	0.825	0.639

注:①实际毛细管长度 0.700m,计算长度的平均值 0.714m,误差 2.00%;

②装置的标准充注量为 640g。

表 9-6 KC31 仿真结果之二(算法二)

序号	过冷度		过热度		冷凝温度		蒸发温度		制冷量			功率			充注量	
	实测 /°C	计算 /°C	实测 /°C	计算 /°C	度实测 /°C	度计算 /°C	度实测 /°C	度计算 /°C	实测 /W	计算 /W	误差 /%	实测 /W	计算 /W	误差 /%	实测 /kg	计算 /kg
1	11.68	13.42	1.35	0.00	53.88	55.07	5.35	6.89	2957	2940	-0.56	1222	1285	5.19	0.645	0.631
2	9.85	11.76	1.45	0.00	57.35	57.38	5.35	7.21	2735	2699	-1.33	1295	1344	3.75	0.645	0.622
3	11.21	11.29	1.43	0.00	61.21	59.44	7.47	7.90	2809	2788	-0.74	1395	1398	0.21	0.645	0.623
4	9.36	12.86	1.84	0.00	49.96	51.68	1.96	5.21	2734	2743	0.33	1142	1200	5.06	0.645	0.617
5	14.51	14.58	1.18	0.00	49.51	49.54	3.12	4.95	2850	2980	4.55	1122	1149	2.40	0.745	0.630
6	11.35	11.81	0.31	0.00	57.55	57.39	5.89	7.06	2635	2696	2.32	1308	1343	2.69	0.745	0.623
7	9.45	9.48	1.53	0.00	63.95	61.38	7.47	7.94	2481	2520	1.59	1461	1417	-0.97	0.745	0.614
8	12.68	9.45	1.33	0.00	64.48	61.28	7.47	7.86	2528	2518	-0.40	1492	1444	-3.21	0.825	0.614
9	15.75	13.60	1.04	0.00	56.55	55.07	6.16	6.94	2817	2948	4.64	1303	1286	-1.33	0.825	0.635
10	15.86	15.09	1.09	0.00	49.96	49.77	3.41	5.26	2830	3024	6.86	1154	1155	0.06	0.825	0.637

表 9-7 KC40 仿真结果之一(算法一)

序号	冷凝温度		蒸发温度		制冷量			功率			毛细管长计算 /m	充注量	
	度实测 /°C	度计算 /°C	度实测 /°C	度计算 /°C	实测 /W	计算 /W	误差 /%	实测 /W	计算 /W	误差 /%		实测 /kg	计算 /kg
1	48.82	48.84	4.31	4.72	3796	3745	-1.34	1399	1389	-0.69	0.523	0.940	0.943
2	48.59	48.91	4.14	4.74	3755	3649	-2.82	1389	1391	0.14	0.527	0.940	0.957
3	57.75	55.51	7.98	8.54	3936	4079	3.63	1524	1581	3.71	0.523	0.940	1.019
4	45.04	43.89	4.25	3.92	3729	3725	-0.10	1304	1282	-1.72	0.490	0.940	0.964
5	46.72	45.82	4.25	4.79	3947	3936	-0.27	1349	1330	-1.38	0.505	1.035	1.022
6	52.17	51.95	6.42	6.41	3959	3822	-3.47	1481	1475	-0.43	0.519	1.035	1.055
7	52.38	52.10	6.69	6.58	4026	3935	-2.25	1490	1480	-0.64	0.518	1.035	1.048
8	57.35	58.44	9.39	9.98	4206	4114	-2.18	1638	1666	1.70	0.515	1.035	1.122
9	55.54	58.91	9.19	9.15	4331	4132	-4.59	1580	1679	6.25	0.517	1.085	1.133
10	50.41	52.18	6.53	6.65	4125	3966	-3.85	1446	1483	2.56	0.523	1.085	1.058
11	44.30	45.14	4.25	4.88	4021	3957	-1.58	1298	1317	1.48	0.487	1.085	1.004
12	43.80	44.10	3.12	4.03	3904	3826	-2.00	1285	1287	0.15	0.500	0.985	0.967
13	49.51	50.14	5.89	5.62	4033	3804	-5.69	1420	1428	0.54	0.511	0.985	0.990

注:①实际毛细管长度 0.520m,计算长度之平均值 0.512m,误差-1.54%;

②装置的标准充注量为 1040g。

表 9-8 KC40 仿真结果之二(算法二)

序号	过冷度	过冷度	过热度	过热度	冷凝温	冷凝温	蒸发温	蒸发温	制冷量	制冷量	制冷量	功率	功率	功率	充注量	充注量
	实测 /°C	计算 /°C	实测 /°C	计算 /°C	度实测 /°C	度计算 /°C	度实测 /°C	度计算 /°C	实测 /W	计算 /W	误差 /%	实测 /W	计算 /W	误差 /%	实测 /kg	计算 /kg
1	8.92	8.99	13.19	9.31	48.82	49.12	4.31	5.30	3796	3767	-0.76	1399	1403	0.29	0.940	0.949
2	8.99	8.60	11.86	12.14	48.59	48.71	4.14	4.70	3755	3642	-3.01	1389	1387	-0.18	0.940	0.949
3	9.75	7.91	13.32	23.55	57.75	53.07	7.98	6.23	3936	3933	-0.07	1524	1493	-2.02	0.940	0.949
4	9.74	9.64	6.75	14.84	45.04	43.21	4.25	2.42	3729	3669	-1.61	1304	1252	-3.96	0.940	0.949
5	12.32	12.98	1.35	0.00	46.72	46.29	4.25	5.06	3947	3956	0.22	1349	1343	-0.44	1.035	1.037
6	12.27	11.78	1.08	1.39	52.17	51.65	6.42	6.35	3959	3813	-3.69	1481	1468	-0.88	1.035	1.045
7	12.38	12.15	1.31	0.59	52.38	52.07	6.69	6.78	4026	3941	-2.11	1490	1483	-0.48	1.035	1.045
8	13.65	9.79	2.21	13.69	57.35	55.39	9.39	7.38	4206	3990	-5.13	1638	1557	-4.93	1.035	1.045
9	14.04	12.55	1.61	6.01	55.54	57.41	9.19	9.08	4331	4076	-5.89	1580	1628	3.06	1.085	1.096
10	12.91	12.54	1.17	0.00	50.41	52.20	6.53	7.08	4125	3944	-4.38	1446	1490	3.05	1.085	1.059
11	11.50	13.28	1.35	0.00	44.30	46.33	4.25	5.27	4021	3951	-1.74	1298	1346	3.72	1.085	1.048
12	9.40	11.59	7.38	4.87	43.80	44.92	3.12	4.50	3904	3854	-1.29	1285	1309	1.85	0.985	0.994
13	9.21	9.43	6.11	5.57	49.51	50.33	5.89	5.75	4033	3809	-5.55	1420	1433	0.92	0.985	0.995

9-2 动态仿真

在 20 世纪 70 年代末和 80 年代初期,有关制冷空调装置动态仿真的研究尚处于起步阶段。由于对仿真算法尚缺乏深入研究(尤其是怎样在仿真算法中合适地体现对象特性这一问题上),以及计算机硬件水平不高,故研究主要集中在工作时间较短、工作状况比较单一的情况,或仅仅研究开机或停机的瞬态特性,研究从开机到停机再开机这样进行下去的很长时间工作过程的仿真的研究成果则很少。对于短时间工作过程的仿真,可取较小的时间步长以保证计算稳定,但长时间工作过程仿真则不宜采用此类简单方法,与短时间工作过程仿真相比有许多新的难点,需要加以研究。

9-2-1 闭环系统的开环处理

影响制冷系统的参数很多,各部件间相互影响、相互联系参数也很多,为了将部件模型连接构成系统模型,必须在众多的参数中抽取基本的、必不可少的系统化参数,并确认这些参数可以代表该部件参与系统的连接。

系统化参数又分为自影响参数和互影响参数。自影响参数只影响一个环节的行为,对其他环节的影响是通过改变互影响参数来实现的。互影响参数直接对其他环节产生影响,并改变其他环节的行为,影响整个系统的运行过程。在各部件模型中,自影响参数的作用已能较好地得到反映,而互影响参数的相互作用需要在系统仿真中定量研究。

系统中互影响参数的联系通过一定的路径构成一个闭环回路,而对于数值计算来说,必定要有一个开始一个结尾,故需要通过一定的方式将闭环系统用开环系统的计算方法

来处理,然后通过循环迭代,使得开环计算能逼近闭环回路。

系统的互影响参数分析按两类联系方式进行:①通过质量流动发生的各部件间的参数联系;②通过热量的传递发生的各部件参数的联系。这两种作用方式有较大的区别,形成的闭环回路,应分别进行研究。

对于一般通过反馈形成的闭环系统,例如图 9-3 所示的冰箱系统,可将估计的反馈值作用于输入端,在割断反馈回路的情况下计算输出,然后根据开环计算出的反馈值和原估计值的差别修正反馈值输入,重新进行开环计算,直到新的反馈计算值和原估计值足够接近。

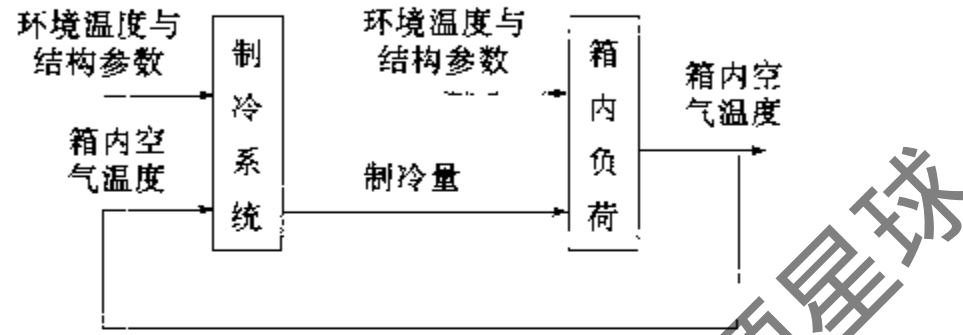


图 9-3 冰箱系统

部件进出口参数联结形成的闭环回路较为复杂,但仍可用对闭环回路的一般处理方法。按照闭环系统的计算方法,必须在某一环节断开,从估计反馈值开始进行开环计算。经过比较,从压缩机进口断开较好。这样做有以下的优点:

1)易于获得初始值。

压缩机的输入值是压力和焓,无需流量方面的信息,在压缩机启动或运行过程中都较易获得。

2)有利于得到稳定的解。

进出口参数联系的内在原因是制冷剂的流动,压缩机是流动的动力,压缩机排气量这一最重要的循环参数可通过压缩机程序模块算出,故首先从压缩机入手,有利于迅速得到稳定的解。

以冰箱为例,具体的计算过程如下:

在压缩机入口处将循环断开。在已知 t 时刻系统状态的情况下, $t + \Delta t$ 时刻的参数可以 t 时刻的值作为开始迭代的估计值。以 t 时刻的压缩机激励参数作为 $t + \Delta t$ 时刻估计的激励参数,开环计算后所得的参数来修正原估计值,计算次序如图 9-4 所示。

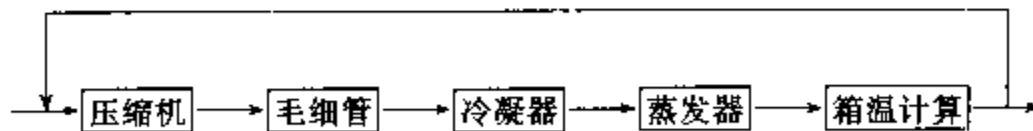


图 9-4 制冷系统仿真开环连接图

计算中采用松弛法,设第 n 次计算时,此刻的计算值为 X_n ,而原估计值为 X_{n-1} ,则下一次的估计值为

$$X_{n+1} = X_n + R(X_n - X_{n-1}) \quad (9-1)$$

式中, R 为松弛因子。

热量传递形成的闭环回路计算是在上述的质量流动形成的闭环回路计算中间进行

的。

对于由热传递形成的闭环回路,中心参数是围护结构内空气温度。在系统仿真中,通过围护结构的渗入热是决定内部空气温度的重要参数。在计算热传递闭环回路时,可首先估计内部空气温度,根据此值,结合制冷系统的计算可得到蒸发器的制冷量,再由此值决定内部货物热,决定围护结构内侧的热流量,并通过围护结构模型求出里面的空气温度。根据计算值和原估计值的差别不断修正,直到两者吻合得足够好。

9-2-2 仿真时间步长研究

1. 时间步长大小的确定

计算时间步长的选择对于仿真速度的影响是很显然的。大的时间步长一般有利于快速仿真,但会使计算精度降低,甚至引起计算不收敛,程序运行中出现数值溢出等问题。因此必须慎重对待时间步长的选择。

影响时间步长的首要原因是模型及解法的限制。兼顾计算精度和速度,应该根据工况变化情况的不同,采用可变的时间步长。当参数变化慢时采用大的时间步长,反之则采用小的时间步长。以家用冰箱为例,对于制冷工况,开始时参数变化很大,逐渐趋向稳定;在时间步长的选择上,开始时取得很小,然后逐渐增大,直至一个合理的较大的值为止。对于停机而压力未平衡时,参数的变化一直是较大的,所以时间步长亦不能太大。而当高低压平衡后,温度和压力的上升比较平缓,所以时间步长又可取得大一点。

但是,步长如何取值才是合理的,往往仍取决于经验。令人遗憾的是,这种经验在定量上缺乏通用性,对于新的装置或采用了新的工质后,原有的经验往往会失效,需要经过反复尝试后重新设置合理的步长。另外,如果采用显格式的迭代算法,则步长的合理取值将更加困难。为了解决这一问题,作者在房间空调器仿真研究时(采用部分显格式的仿真算法),提出了自适应变步长模型^[39]。

为使仿真步长的选取具备自适应能力,首先要寻找能适时反映系统仿真计算振荡的指示变量,然后要在指示变量和步长之间建立一种恰当的映射。经过反复的对比研究和分析,作者认为以制冷剂侧换热量的变化率作为指示变量较好,理由主要有:

1)由于压缩机特性计算和毛细管特性计算采取了稳态模型,故在系统仿真中,计算振荡与否主要取决于换热器动态模型,而换热量是换热器的一个主要标志量。

2)从换热器能量方程可知,换热量部分地反映了换热器总能的变化率,因此换热量的变化率部分地反映了换热器总能的二次导数特性。从动力学角度讲,二次导数对参数的变化具有“预示”作用。

3)由于管壁热容的存在,制冷剂侧换热量较管外侧换热量敏感性要好。

根据上述思想,本文构建了如下系统仿真自适应变步长算法:定义制冷剂侧换热量的相对差值

$$\delta Q_{r,con} = 2 \frac{|Q_{r,con} - Q_{r,con}^{(0)}|}{Q_{r,con} + Q_{r,con}^{(0)}} \quad (9-2)$$

$$\delta Q_{r,eva} = 2 \frac{|Q_{r,eva} - Q_{r,eva}^{(0)}|}{Q_{r,eva} + Q_{r,eva}^{(0)}} \quad (9-3)$$

则计算时间步长 $\Delta\tau$ 为

$$\Delta\tau = \sigma \cdot \Delta\tau^{(0)} \quad (9-4)$$

式中,系数 σ 的定义如下:

$$\begin{cases} 0 < \sigma < 1 & \delta Q_{r,eva} > \varepsilon \text{ 或 } \delta Q_{r,con} > \varepsilon \\ \sigma > 1 & \delta Q_{r,eva} \leq \varepsilon \text{ 或 } \delta Q_{r,con} \leq \varepsilon \end{cases} \quad (9-5)$$

上式中的系数 σ 和误差限 ε 都应是动态取值的,为简单起见亦可取为定数。作者将上述自适应变步长仿真算法思想在房间空调器系统仿真程序上进行了数值实验。误差限 ε 分两步取值:启停过程的前 30s 取 0.05,以后取 0.005;系数 σ 在换热量相对差值小于误差限时取 1.02,大于误差限时取 0.8。

图 9-5 和图 9-6 分别给出了空调器启停过程仿真计算步长的变化轨迹。由图可知,启动过程仿真中计算步长的增长受到较强的抑制,从平衡角度来看,开机后的平衡是一种动态平衡,且平衡条件较强;相比之下,停机后的平衡是一种稳定平衡,平衡条件较弱,因此在仿真中计算步长可以呈线性增长。从上述自适应变步长算法来看,停机后换热量及其变化率很快趋于 0,步长可以一直增加,这一方面说明上述自适应变步长算法中选择换热量变化率作为指示变量是合适的,另一方面也表明按上述方法对停机过程的计算步长进行自适应调整的幅度是偏保守的。

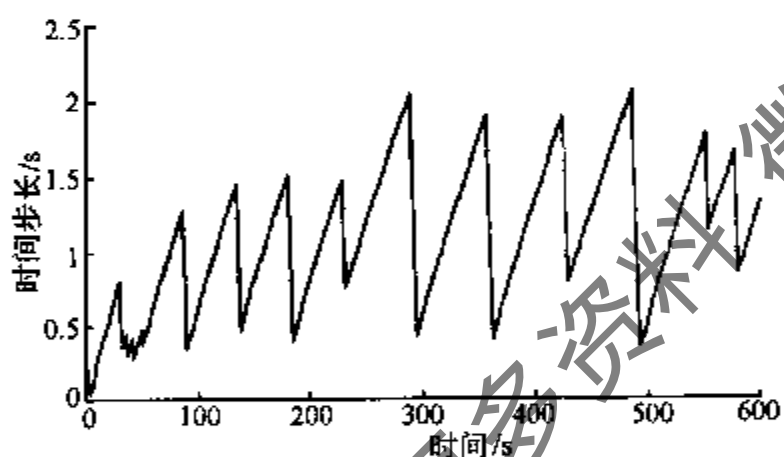


图 9-5 空调器启动过程仿真步长的变化曲线

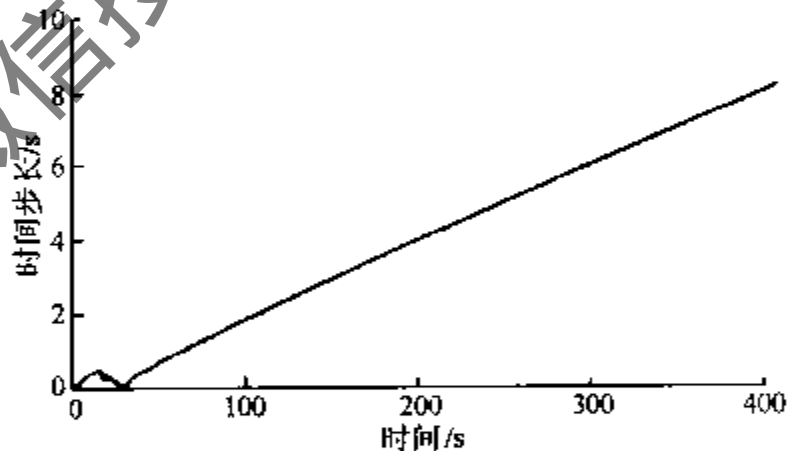


图 9-6 空调器停机过程仿真步长的变化曲线

图 9-7 绘出了空调器启动后(接近)稳定运行时毛细管质流率的仿真值,其计算步长对应于图 9-5 所示的步长序列。通过图 9-7 和图 9-5 的对比,可以反映出上述自适应变步

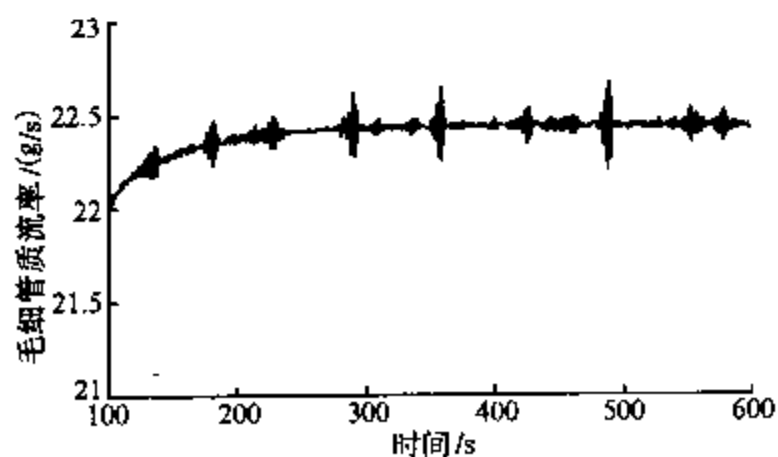


图 9-7 空调器稳定运行时毛细管质流率的仿真值

长算法对系统动态仿真中由步长引起的计算振荡现象的抑制作用,从而表明了构建自适应步长算法对仿真计算稳定性和快速性的重要意义。之所以选择毛细管质流率,是因为该变量对于计算的稳定性亦比较敏感。正如换热量对应于换热器的能量平衡,质流率对应的是换热器的量平衡,两者在此意义上讲具有相似性,而且系统运行趋于平稳的一个主要标志就是质流率平衡,由此制冷剂已不再发生迁移。然而,本文算法中之所以没有选择质流率作为指示变量,是因为作者经反复的数值实验发现换热量对计算振荡现象的显示要早于质流率。

2. 变时间步长对围护结构内空气温度计算的影响

对于家用冰箱的负荷计算,反应系数与 Z 传递函数系数都是对应于恒定的时间步长,在此时间步长整数倍上的点可以直接利用级数相加求取温度。现在系统仿真采用可变时间步长,使得系统仿真中所计算温度变化的时刻同反应系数所允许直接计算的时刻不能重合,因此必须作适当的变换。根据情况不同,可以有不同的方法,只要能够保持连续和足够的精度。在第七章中给出了一种按插值思想建立的变步长算法。

9-2-3 动态仿真实例

1. 家用冰箱的例子

以较为典型的带标准货物负载——试验包时的冰箱内传热情况为例,其各参数的联系用图 9-8 表示。 t_a 为箱内空气温度, t_b 为箱外侧温度, Q_r 为制冷剂侧的制冷量, Q_e 为蒸发器外侧放出来的制冷量, Q_m 为试验包的制冷量, t_m 、 t_e 分别为试验包和蒸发器壁面的温度,将上述问题进一步简化成图 9-9,归结为求某一输入 x ,使得 $y=x$,即求出函数 $y=y(x)$ 与 $y=x$ 的交点。

当已知两点 (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) 时,根据线性插值,可得图 9-10 中的 x_3 值。

$$x_3 = \frac{x_2 y_1 - x_1 y_2}{y_1 - y_2 + x_2 - x_1} \quad (9-6)$$

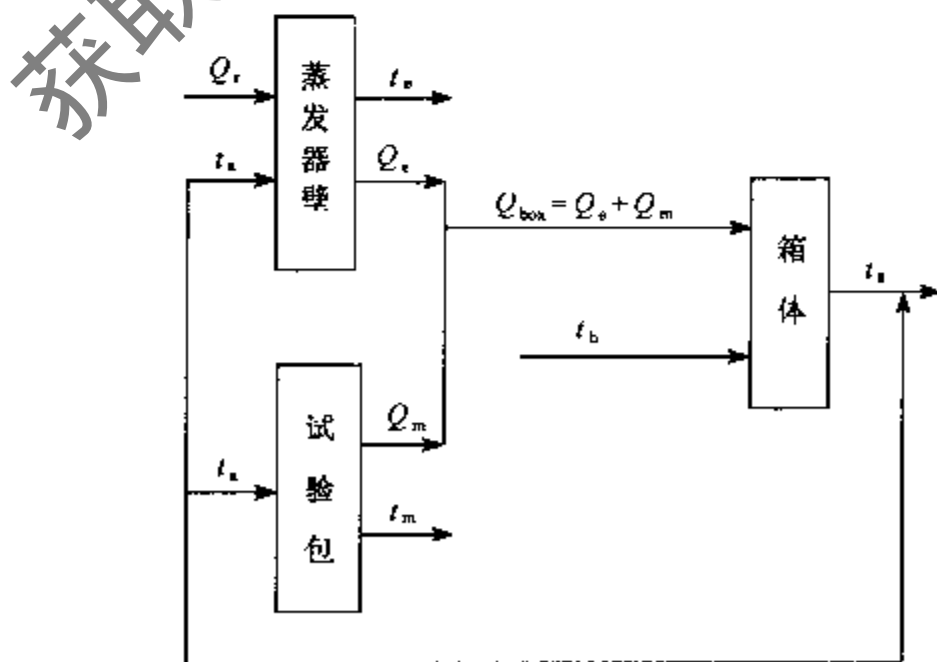


图 9-8 箱内参数联系图

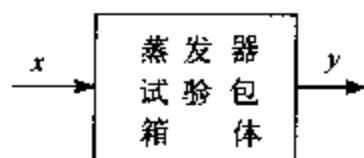


图 9-9 问题的简化

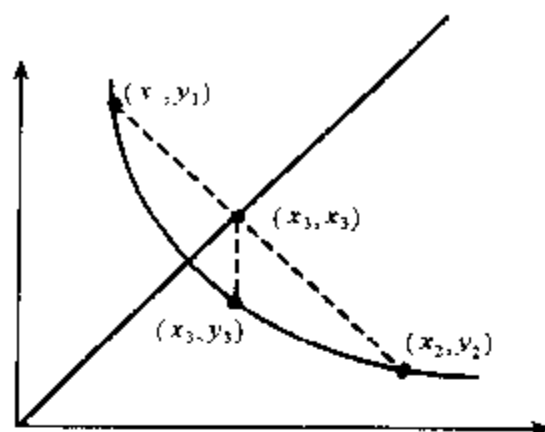


图 9-10 迭代算法的几何意义

当已知三点后,可以通过拉格朗日插值公式,确定一条二次曲线,用它和 $y=x$ 的交点作为新的估计值。经过推导,得到该点为

$$x_4 = x_3 + \lambda(x_3 - x_2) \quad (9-7)$$

式中,

$$\lambda = \frac{2c_1}{-b_1 \left(1 + \sqrt{1 - \frac{4a_1c_1}{b_1^2}} \right)}$$

$$a_1 = f_1\lambda_3^2 - f_2\lambda_3\delta_3 + f_3\lambda_3$$

$$b_1 = f_1\lambda_3^2 - f_2\delta_3^2 + f_3(\lambda_3 + \delta_3) - \delta_3(x_3 - x_2)$$

$$c_1 = f_3\delta_3 + x_3\delta_3$$

$$\lambda_3 = \frac{x_3 - x_2}{x_2 - x_1}$$

$$\delta_3 = 1 + \lambda_3$$

程序框图见图 9-11,实际使用时, x 为估计的箱内空气温度值, y 为在此估计值下经过蒸发器、试验包、箱体这几部分计算后所得的箱内空气温度值。当用程序求得 $y=x$ 的点时,则找到了正确的箱内空气温度值。

在建立正确的模型、确定合适的求解方法后,还应当考虑编制出恰当的程序。系统的动态仿真要将各部件串接,需处理不少参数的耦合问题,这会使得程序结构比较复杂,篇幅较长,编制与调试均有一定的难度。为便于推广应用,软件的开发应当按照规范化的要求。采用结构化分析方法,将系统层层分解,首先将动态工作过程分为第一制冷工况,压力不平衡停机工况、压力平衡的停机工况和再开机工况、在各工况模拟中,再去调用不同部件计算模块。程序的编制全部采用结构化编程技术,各模块按照功能性划分,做到功能明确,篇幅适中,便于阅读和调试。所编制的家用冰箱动态仿真程序主要模块的联系如图 9-12 所示^[22]。上层模块往往要调用好几个下层模块,而有些下层模块则同时为好几个上层模块服务。

各模块的主要功能及代号介绍如下:

SYS:电冰箱在多种工况下的动态仿真;

SYSDAT:系统结构参数输入与运算;

SYST:一般开停机工况动态仿真;

SYST1:需计算负载温度回升的装置动态仿真;

STATIC:系统初始参数计算;

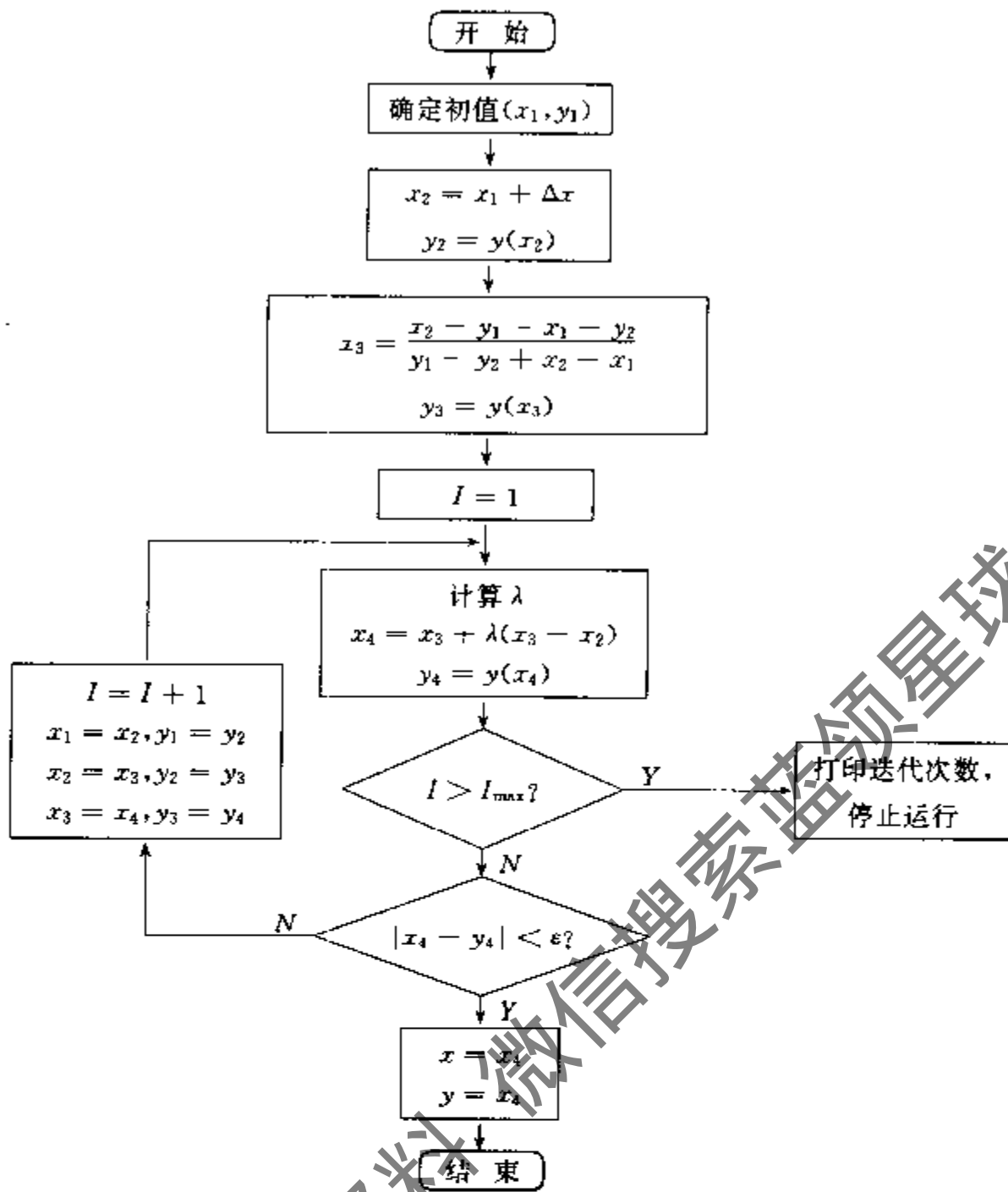


图 9-11 程序框图

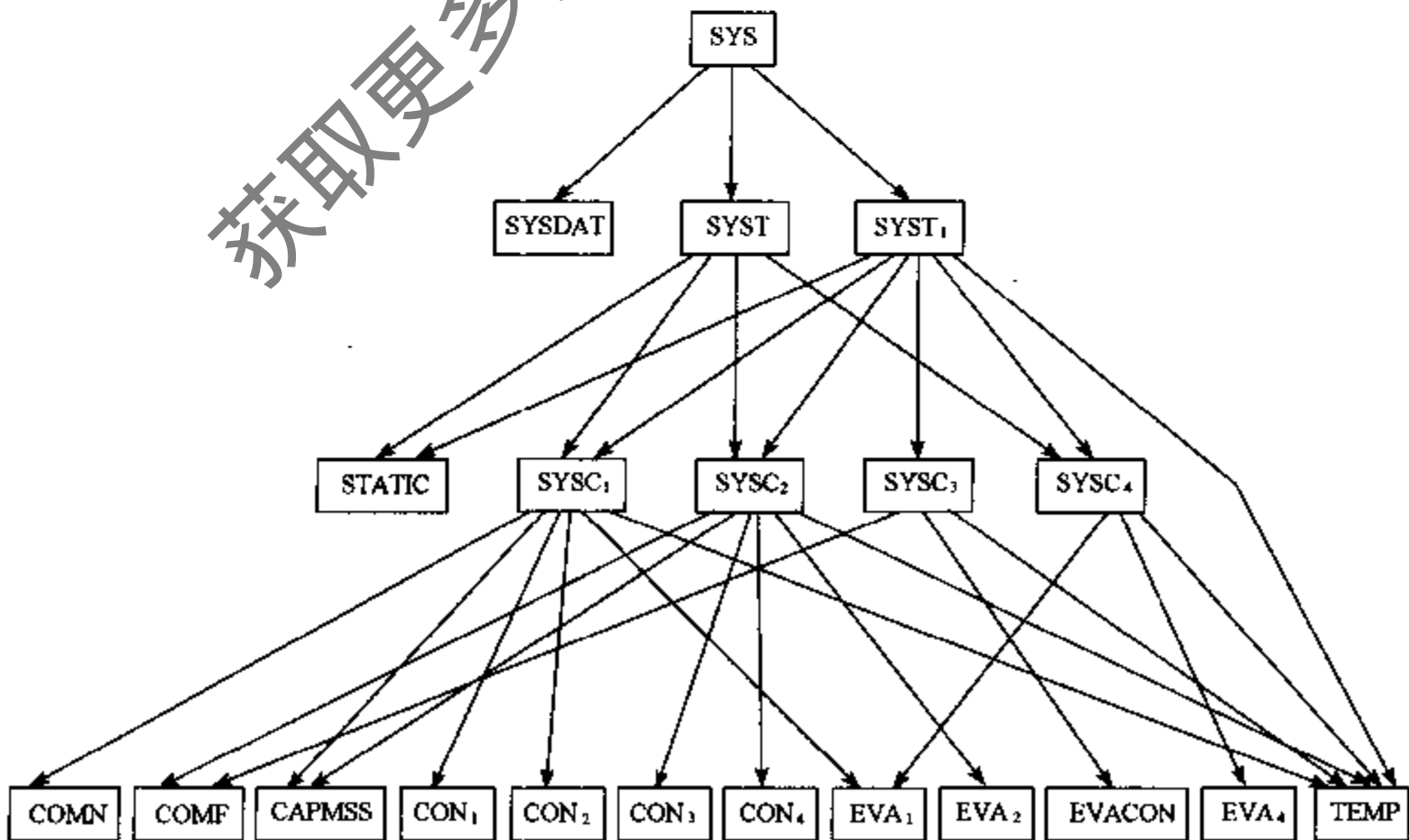


图 9-12 电冰箱动态仿真模块图

SYSC1: 从与环境平衡的初始状态制冷到停机的过程仿真;
 SYSC2: 刚停机到高低压正好平衡这当中的过程仿真;
 SYSC3: 高低压平衡到重新开机的过程仿真;
 SYSC4: 重新开机到停机这段过程仿真;
 COMN: 压缩机开机计算;
 COMF: 压缩机停机计算;
 CAPMSS: 毛细管计算;
 CON1、CON2: 分别为压缩机开机时、冷凝器全为过热气体及有液体冷凝时的计算;
 CON3、CON4: 在压缩机停工况, 冷凝器有液体及全为过热气体时的计算;
 EVA1、EVA2、EVA4: 分别为第一制冷工况、停机压力不平衡及刚重新开机时蒸发器的计算;
 EVACON: 是用于高低压平衡时蒸发器和冷凝器的计算;
 TEMP: 是箱内温度计算模块。

在动态仿真时, 首先依次调用 SYSC1、SYSC2、SYSC3 进行第一个开停周期仿真, 以后各个周期的仿真均依次调用 SYSC4、SYSC2、SYSC3。
 主程序计算框图见图 9-13。

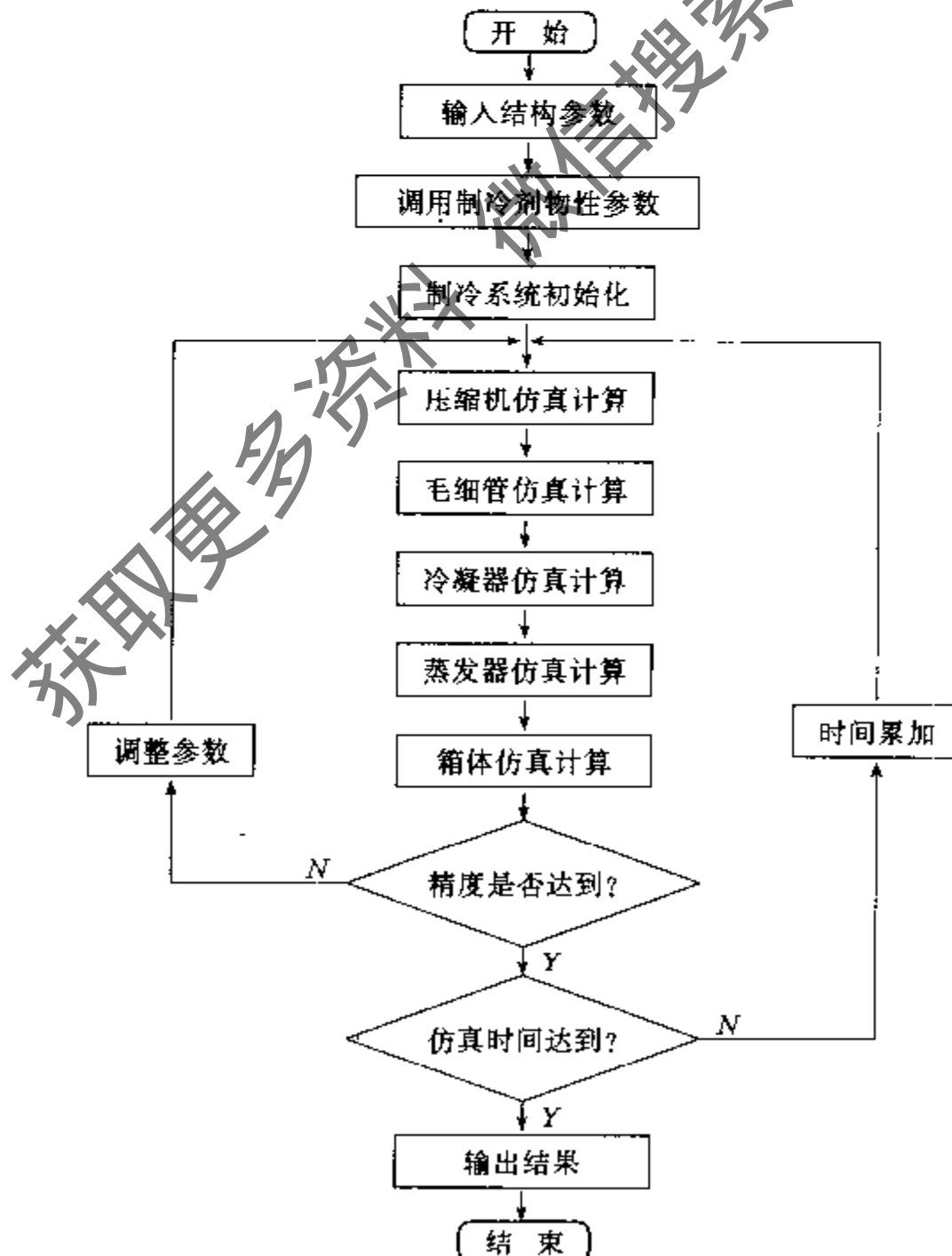


图 9-13 电冰箱动态仿真程序流程图

2. 房间空调器的例子

房间空调器的系统动态仿真流程图如图 9-14 所示,与家用冰箱动态仿真相比,由于环境参数恒定,不需要考虑围护结构的影响,故要简单一些。部分参数的仿真效果如图 9-15~图 9-18 所示^[13]。

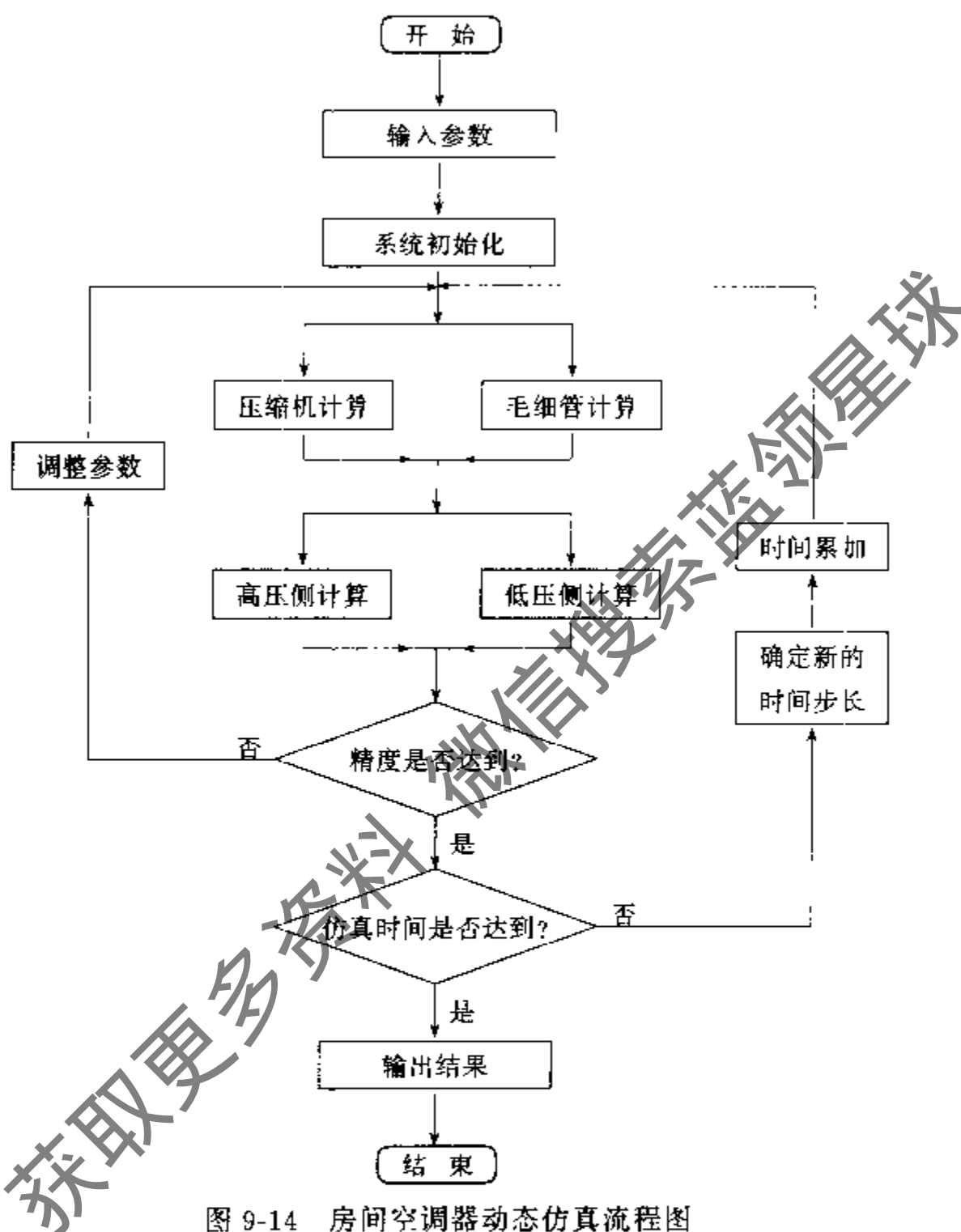


图 9-14 房间空调器动态仿真流程图

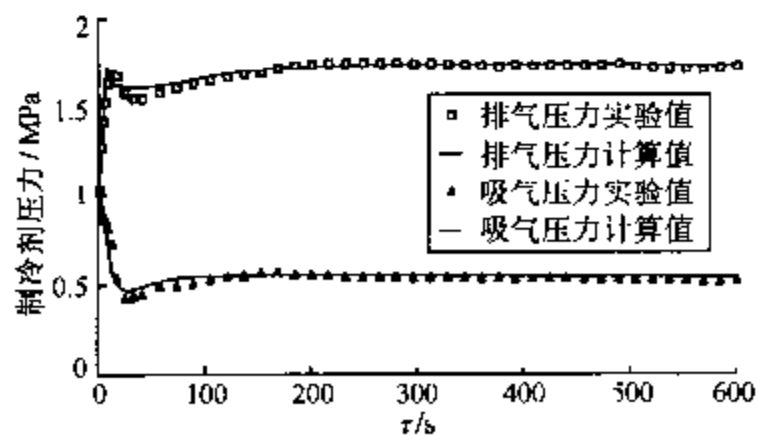


图 9-15 开机过渡过程吸排气压力仿真效果

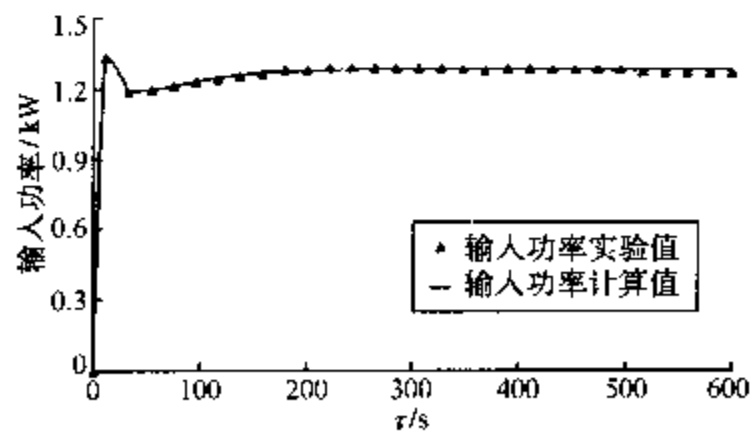


图 9-16 开机过渡过程压缩机输入功率仿真效果

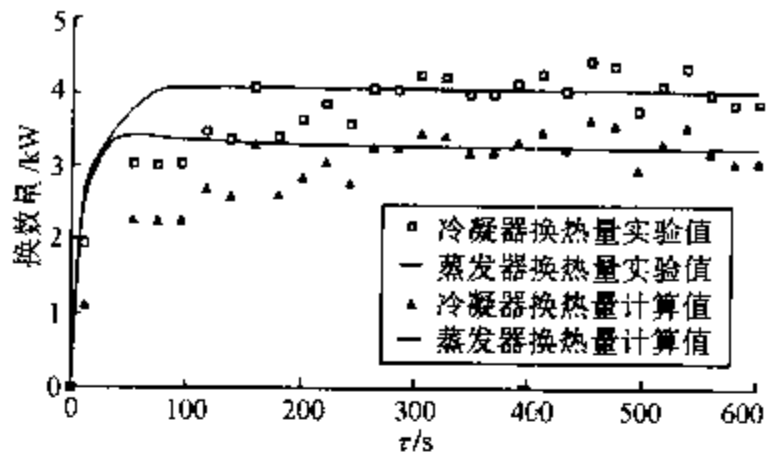


图 9-17 开机过渡过程换热器换热量仿真效果

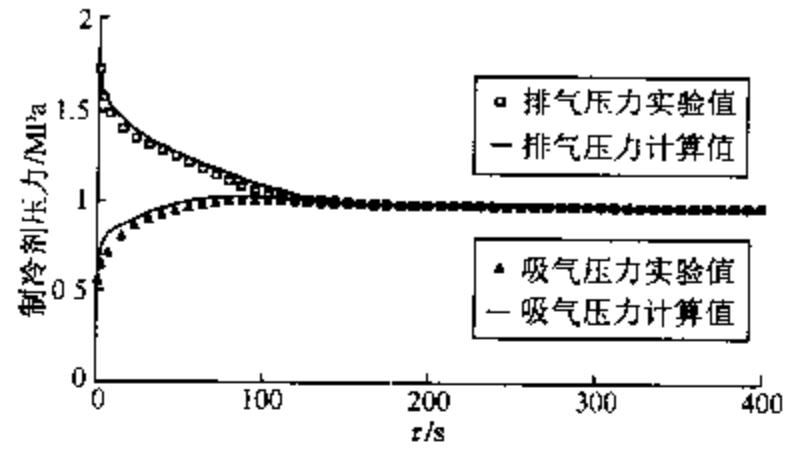


图 9-18 停机过渡过程压力仿真效果

获取更多资料 微信搜索 蓝领星球

第十章 制冷空调装置优化设计

装置的优化是人们希望达到的目标,从设计者到使用者尽管都有这个要求,但各人所指的内容可能不一样,当然达到目的的手段也就不可能完全相同。计算机的飞速发展,为装置的优化设计提供了新的手段,本章将结合制冷装置的实际情况,对优化设计的基本概念与内容进行介绍。

10-1 制冷装置的优化原则

对制冷装置进行优化,首先要确定优化的原则,即要确定优化目标、优化参数、优化计算的约束条件,然后才是优化方法的确定。

1. 优化目标的确定

对制冷装置进行优化,首先要明确优化目标。对于不同的装置、不同的人员,所选择的优化目标都会有所不同,但一般来讲,优化的目标应该包括以下两项:

- 1) 装置能够正常工作,达到其功能要求。
- 2) 效率与经济性最高。

对任何装置来讲,第一点要求都是最基本的要求;对于制冷装置来讲,该项要求中还包含了机组的稳定性要求。如果机组运行中出现振荡,则装置就无法正常工作,当然也就不用谈效率与经济性。

效率与经济性的考虑体现在运行费用和制造费用的降低。通过提高装置的运行效率,可以节约能量,这对于我国这样一个能源紧缺的国家特别重要。降低制造成本,是市场的必然要求。运行费用和制造费用的降低,这两者之间通常是矛盾的,而如何综合考虑两者,达到总体最优,往往是实际工作中最常碰到的优化问题。

2. 优化参数的选择

优化参数是指优化计算中的可变量。改变这些参数,寻找其最佳组合,即是优化计算过程。对制冷装置来讲,压缩机的容量大小、冷凝器与蒸发器的管径与外表面的面积等许多参数都可以成为优化参数。这些参数有些是允许在设计过程中连续取值的,如毛细管的管长、管板式换热器的散热面积,但还有相当多的参数是不能连续变化的,如在系统设计时选择压缩机,一般只能在有限个类型中进行选择,通常膨胀阀的选择也是这样。由于优化程序一般只对连续参数进行计算,所以包括非连续变量的优化问题比较复杂。影响制冷装置的因素很多,如果选择太多的参数作为优化参数必然使得计算十分复杂,所以在参数的选择上,要兼顾各种因素。

3. 约束条件的选取

适当选择约束有两个作用:

1) 实际装置各参数值的优化都必须在一定范围内进行, 超过这个范围得到的优化值是毫无意义的。所以优化计算必须要加一定的约束。

2) 当参数可变化范围增大时, 可能出现多个极值, 寻优过程在不为最值的某一极值处停止。数学模型的准确性都是在一定范围内有效的, 如超出适用范围, 模型的精确度就要降低, 因此在优化计算时, 有时还需要人为地定一些约束条件, 以使优化计算更有效地搜索到实际的最佳点, 这类约束条件的选择就要有相当的经验。

对于第①类约束条件, 它的存在会使得计算时间变大、迭代次序增加; 而第 2 类约束条件则是有利的。

10-2 制冷装置优化方法

1. 制冷装置的静态优化概述

本书所讨论的优化方法主要是在制冷装置动态仿真基础上如何进行优化, 但并不能否认, 已经得到广泛应用的静态优化方法仍然有其合理之处, 而且新发展的一些静态优化方法已较原来的方法有了较大的改进。

以前没法对实际装置的动态过程进行准确的描述, 因此在设计过程的优化中, 主要考虑稳态工况。在实际装置的工作过程中, 存在一个有代表性的工况点, 装置在较大部分工作时间内运行于该工作状况点的附近, 如果近似考虑, 则可以认为装置在这主要的工作时间内就运行于这个静态点。因此如何使系统在这个静止的工作点中运行时达到最优, 即对装置进行最佳匹配, 成为传统优化的目标。

静态特性曲线是一种工程上已在应用的匹配方法, 其基本方法是: 通过试验或热力计算画出制冷机组中各部件(压缩机、冷凝器、热力膨胀阀、蒸发器等)的静态特性曲线, 当两个制冷机组部件一起工作时, 其工作点必然落在该两部件的静态特性的交点上, 通过选择不同的部件参数, 可以使静态特性的交点发生改变, 使最后得到的交点处于一种比较高的效率点上。

静态特性曲线对于两部件的静态匹配较有实效, 已经有了较长的应用历史, 但是如果考虑更多的部件可变, 则该方法就很难应用。从长远来讲, 建立在动态仿真基础上的优化是发展方向。但是静态优化毕竟比动态优化更为简便, 所以本书中还提出了静态模型基础上的优化方法, 该方法比动态优化简单, 但克服了静态特性曲线匹配方法的限制, 详细内容在本章的后面将专门论述。

2. 建立在动态仿真基础上的制冷装置优化对优化方法的要求

寻求目标函数 $f(x)$ 的无约束极值点的方法可参见本书的附录。制冷装置的优化计算应结合对象的实际情况对一般的优化方法进行分析, 加以选择。

一般说来, 利用函数梯度信息的优化方法的寻优速度较快。但在实际应用中, 此类方

法往往受到一定的限制。例如,以功耗最小为目标进行寻优时,虽然可以在许多局部用差分代替微分,近似采用解析法的优化方法,但对于我们的实际优化对象来说未必能收到好的效果。下面来分析其原因。

假定某个参数 x 的增加使压缩机的开机时间增加,而功率略有下降,打冷到同样时刻的功耗增加。这时功耗对 x 的偏导数是正值。但在仿真时,如果 x 的变化很小,开机时间的变化小于计算时间步长,很可能使数值仿真得到的开机时间不变。这样由于功率变小,使得功耗对 x 的偏导数为负值,同实际情况相反。如果要用差分代替微分,则必须减小仿真计算时间步长,这足以抵消间接法优化方法的好处,而且还必须使差分的步长取得较大,以至在极值点附近收敛很慢,通过以上分析说明建立在制冷装置动态数值仿真基础上的优化计算用间接法是要很慎重的。

3. 多维寻优方法的选择

在直接法优化方法中,坐标轮换法最简易。但是坐标轮换法的效能,很大程度上取决于目标函数的性质。当目标函数的等值线为圆形或长短轴都平行于坐标轴的椭圆形时,这种方法很有效,两次迭代即可达到极值点。但当目标函数的等值线类似狭长的椭圆,长短轴又是倾斜时,用坐标轮换法必须多次迭代才能曲折地达到最优点。此时,方法的效能很低。

另一种较为简单的方法是模式搜索法。其搜索移动可分成两类:一类是探测有利的(下降)方向,称为探测性移动;另一类是按一定的模式,朝着有利的方向加速前进,称为模式性移动。两类移动交替进行。模式搜索法的应用范围很广,对变量的极值问题分析是较有效的,程序也较方便,算法收敛速度同步长选择有较大的关系。

步长加速法在寻优开始阶段应用,可获得较快的逼近速度,但在后期搜索中的收敛速度不是最理想。

Powell 方法是目前多变量寻优直接法中最有效的方法之一,方法描述详见附录。

4. 一维优化方法的选择

在多维寻优过程中,每一维的计算都要求快速有效。因此需要采用先进的一维优化方法。

二次插值法比较简单,被广泛用于一维寻优计算。它在最优点附近收敛速度很快,其最大的限制是要求初始知道高-低-高三点。成功失败法虽然最后的收敛速度不是太高,但在最优点所在区间的寻找上却是有效的。把这两种方法结合在一起,先用成功失败法寻找高-低-高三点,然后用二次插值法找出最优解,可使寻优快速可靠。

5. 约束条件的处理

对不同的约束类型可以用不同的处理方法,通常对不等式约束用内点法构造惩罚项,而对等式约束用外点法构造惩罚项。对于一般同时有等式与不等式约束的优化问题,可以用混合罚函数法,其惩罚函数具体形式为

$$P(x, r) = f(x) + r \sum_{i=1}^n \frac{1}{g_i(x)} + \frac{1}{\sqrt{r}} \sum_{j=1}^p [h_j(x)]^2 \quad (10-1)$$

式中, $g_i(x)$ 为不等式约束, $h_j(x)$ 为等式约束, r 为罚因子, 是一个递减的无穷正数数列。

若 $r=r^{(k)}$, 极小化罚函数 $P(x, r^{(k)})$, 则可求得相应的极值点 $X(r^{(k)})$ 。对于一序列罚因子 $\{r^{(k)}\}$, 当 $k \rightarrow \infty$ 时, $r^{(k)} \rightarrow 0$, 在适当的条件下, 求其相应的极小点 $X(r^{(k)})$, 使

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \left[r^{(k)} \sum_{i=1}^m \frac{1}{g_i(x)} \right] = 0 \quad (10-2)$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{\sqrt{r}} \sum_{j=1}^p [h_j(x)]^2 \right\} = 0 \quad (10-3)$$

于是就有

$$\lim_{k \rightarrow \infty} P(x, r^{(k)}) = f(x) \quad (10-4)$$

当 k 充分大时, $x(r^{(k)})$ 点可取为近似最优解。程序中的判断为

$$\left| \frac{P(x, r^{(k)}) - P(x, r^{(k-1)})}{P(x, r^{(k-1)})} \right| \leq \epsilon \quad (10-5)$$

尽管混合罚函数法是一种比较成熟的方法, 但在实际使用中仍有一些需要注意的地方。在式(10-1)中, 必须保证 $\frac{1}{g_i(x)}$ 为正, 否则, 不等式惩罚项所起的作用正好远离最优点, 因此在每一维的寻优中都必须检验不等式约束是否满足要求, 也就是说, 使用混合罚函数法时, 不等式约束作用需要在程序中两次体现。在没用等式约束的情况下, 我们完全有可能取消优化程序中罚函数循环收敛这一层次, 借用无约束的多维优化方法求解有不等式约束的问题, 不等式约束的作用在一维寻优中体现。循环减少一个层次, 计算时间可大大减少。

10-3 优化设计实例

下面以冰箱为例, 对优化过程加以进一步的说明。

1. 优化目标

对于冰箱这样的家电, 在性能可靠的前提下, 要求制造成本低, 使用费用即耗电量低, 而且在激烈的市场竞争形势下, 冰箱的性能优劣已成为至关重要的因素。由于制造成本的考虑在初步设计方案的制订时就已定框架, 所以在设计时主要是尽可能提高性能, 而耗电量指标则是比较性能的一个重要指标。

小型制冷装置工作过程可分为初始制冷工况和常规开停工况, 装置的绝大多数时间工作于开停工况(图 10-1), 所以选择此工作状况的耗电量最小为优化目标比较合理, 这也符合家用冰箱的耗电量测试国家标准。

从理论上讲, 当环境条件不变、系统工作完全稳定时, 每一个周期的工作过程都应该相等。实际状况有些偏差, 数值仿真是以一定的步长进行的, 每个周期都有些差异, 因此不宜仅以一个周期的平均功耗最小作为最后的

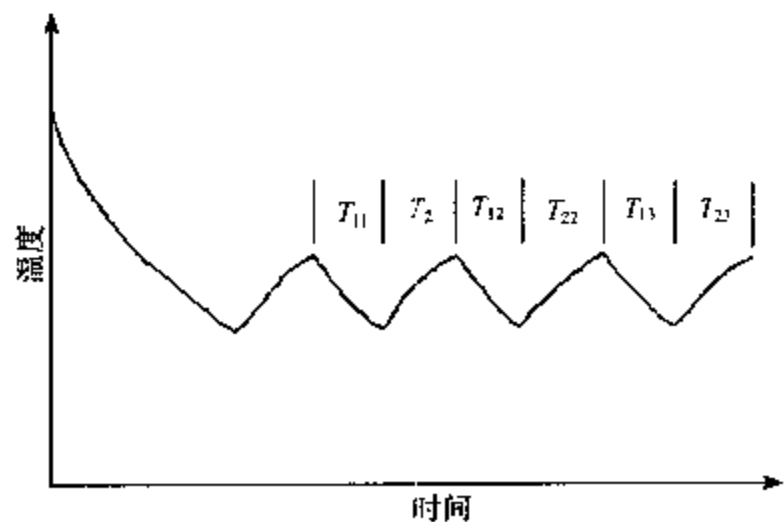


图 10-1 制冷装置工作过程

优化目标,而适当多取几个周期。写成数学表达式为

$$\min f = \min \left\{ \frac{1}{\sum_{i=1}^n (T_{1i} + T_{2i})} \sum_{i=1}^n \left[\int_{r_{1i}} W dt \right] \right\} \quad (10-6)$$

一般来说 n 取 3 或 4 就够了。

2. 优化参数

对家用冰箱进行优化计算,可选择以下四个可连续变化参数作为优化参数。

(1) 系统充注量

制冷剂充注量对系统的特性影响是很大的,但是对这些方面的研究则很不深入。由于它不仅影响蒸发、冷凝压力,还同停机损失密切相关,故把它作为一个重要的优化参数。

(2) 冷凝管的长度

冷凝管的长度是连续可变的,而其管径、结构型式则是不可连续变化的。如果要对型式都要优化的话,可以采用这种方式:选定一种型式,优化计算得到结果后,再改变结构型式,优化得到另一结果,比较结果的优劣,就可以确定何种型式为好。对其他所有不连续变化的变量的优化,也同样采用这种方式。

(3) 毛细管的管长

毛细管的管径则视为不连续变量。

(4) 冷藏室蒸发器的传热面积,或当肋化系数一定时的流道长度

由于工艺限制,冷冻室蒸发器是不能连续改变的,它只能取一定的面数。在优化时,此参数的优化是作为不连续变量处理的。

对于压缩机,一般以功率为参数分档形成系列。对于使用者来说,其结构参数难以改变,能改变的只有型号和容量,而且种类有限。

箱壁结构参数尽管是非常重要的参数,但对于生产者来说,也是不容易变的参数。它的选择可以通过改变尺寸,然后调用仿真程序检验效果来实现,即把它作为非连续变量处理。这样在计算上,可以把比较费时间的箱体反应系数计算在仿真及优化计算的叠代过程之前完成,大大减少计算时间。

3. 约束条件

在冰箱优化计算中选择的几个主要约束条件为:

- 1) 毛细管的长度应大于最小布置长度。
- 2) 冷藏室蒸发器应该小于最大可布置的面积。
- 3) 冷凝器的传热面积应小于最大可能布置面积。
- 4) 冷冻室空气温度应该达到国标要求。

4. 优化方法

这是一个约束优化问题。在上面这些约束条件中,既有结构参数的约束、又有非结构参数的约束。如果把这些优化的约束条件同等对待,会使得计算与收敛都很困难。因此把它们分别处理,把约束条件 4 这类非结构参数的约束条件通过修改仿真部分的程序,使其

作用在仿真程序中体现出来。这样在优化部分的约束中,都是清一色的结构参数,可以用相近的方法处理,带来许多方便之处。

由于上面的几个约束条件均为不等式约束,按照前面的论述,可以取消优化程序中罚函数循环收敛这一层次,借用无约束优化的计算方法来解决此类有约束的优化问题,只要在一维寻优过程中检验不等式约束条件是否满足,这样可使计算时间大大减少。采用这种方法时,计算函数离约束边界的靠近程度是程序中经常处理的事务,边界计算的精度是否合适,程序能否在恰当的时候从边界计算返回来是影响优化计算有效性的重要因素。

多维无约束优化采用 Powell 方法。一维优化采用成功失败法寻找“高-低-高”三点,再用二次插值法找出最优解。

5. 优化设计步骤

前面所述的冰箱优化计算是在系统结构基本定下来的情况下,以耗电量最小作为优化目标的。实际设计过程中,光有这样一个过程是不够的。首先需要初定箱体结构与制冷系统,然后才能调优化设计程序计算以耗电量最小作为优化目标的最佳结构参数。由于在这个过程中,只能使部分的性能指标达到要求,另外还有许多要求无法全部体现,如在一个工况下优化的结果,在另一个工况下是否也能保证性能较好等,这些都需要通过对优化结果作进一步验证才能得知。所以在实际设计过程中,还有一个反复对优化结果作进一步检验、修改参数并再一次调用优化设计程序的过程,如图 10-2 所示。

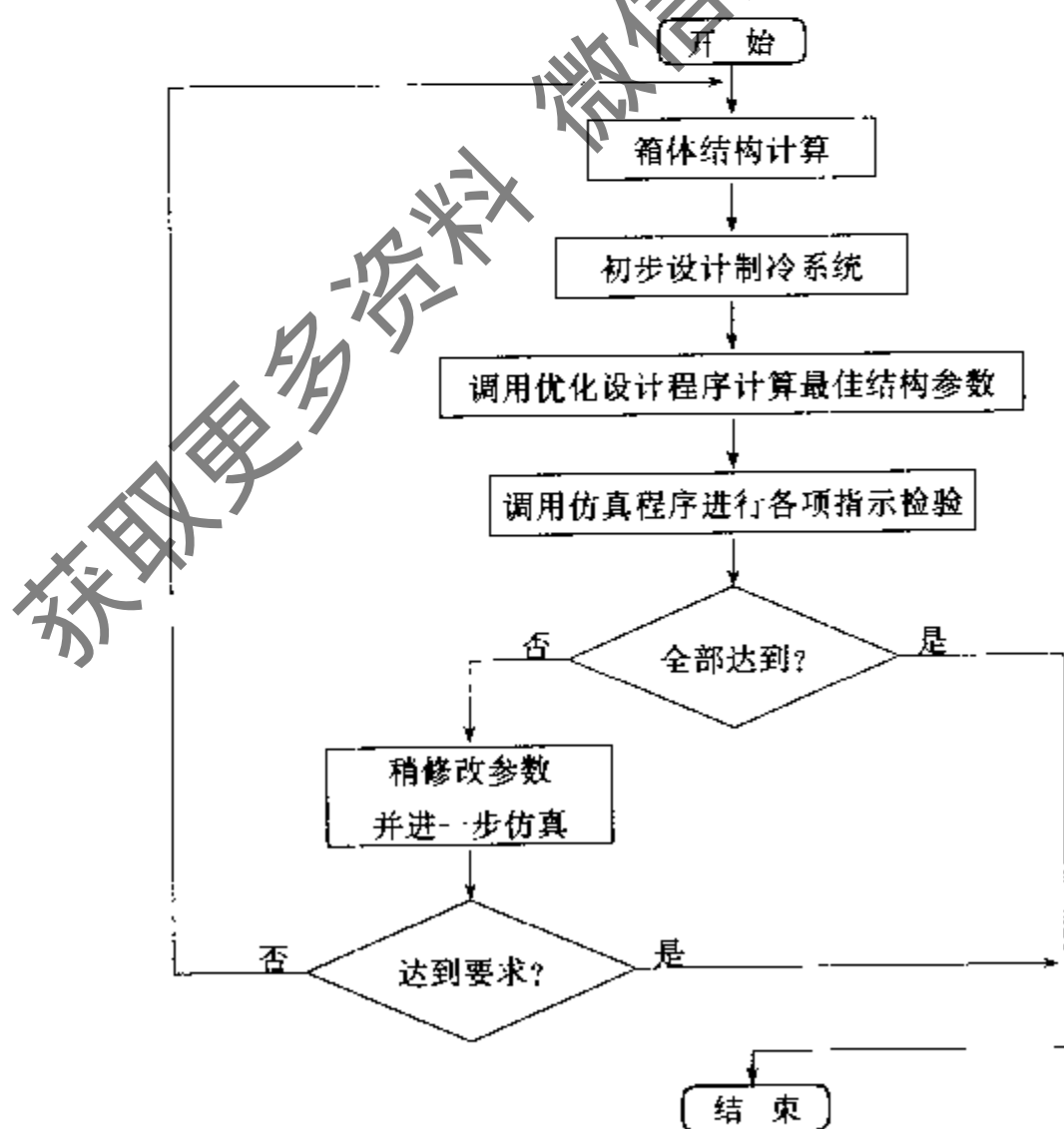


图 10-2 优化设计步骤

下面是两个应用仿真优化软件于家用冰箱的实例。

[例 10-1] 对某冰箱进行改进设计。该冰箱的各项性能指标都已比较先进,进行优化计算的目的是检验是否还存在较方便的改进方案,因此允许改变的参数都是在制造中很容易做到的有限参数,具体为:冷藏室蒸发器传热面积、毛细管长、充注量可以变化,压缩机只有两种可以选择的型号。优化的目标是按国标测试的耗电量最小。

对上面的问题,实际上只要把参数整理代入优化程序即可,其中连续可变的优化参数为三个,即冷藏室蒸发器传热面积、毛细管长、充注量,而压缩机则是惟一的不可连续变化的优化参数。程序实现中是每次选一个压缩机参数,然后对三个连续参数进行优化,最后对两个优化结果进行比较,得到最后的优化结果,见表 10-1。

表 10-1 主要优化结果比较

	压缩机	冷藏蒸发器面积/cm ²	毛细管长/m	充注量/g	耗电量(kWh/24h)
方案 I	$\frac{1}{8}$ hp	621	2.3	123	0.72
方案 II	$\frac{1}{6}$ hp	680	2.8	135	0.74

计算结果表明,采用方案 I,即采用 $\frac{1}{8}$ hp 压缩机较好。

将优化计算程序用于新产品的开发,同老产品改进比较,需要另外加些辅助程序,如根据内容积确定外形尺寸等。但作为核心部分的优化计算程序同例 10-1。

[例 10-2] 设计 ST 型 BCD-188 单回路制冷系统直冷式冷藏冷冻箱,具体要求如下:

- 1) 电冰箱冷冻室的有效容积为 57L,冷藏室的有效容积为 133L。
- 2) 冷冻室的贮藏温度为四星级,冷藏室为 3℃。
- 3) 冰箱整机耗电量 < 0.95kW/24h。
- 4) 冷冻能力不小于 3.5kg/24h。
- 5) 冷藏室的冷却速度要求小于 110~130min。
- 6) 负载温度回升时间大于 1000min。
- 7) 38℃ 环境条件下,冰箱工作时间系数小于 80%。

对这样一个设计例,首先根据要求进行箱体结构设计。设计的一些基本限制,如压缩机室的大小、外形的宽度等,厂家已根据他们的生产线的模具条件做出了限制。设计中需要做的是确定箱体各面的厚度,然后根据容积要求确定箱体的高度与最后结构尺寸。从经济性考虑,箱体薄一些可以节省制造费用,因此我们首先选定一个较薄的尺寸,并确定箱体的具体结构,在初步设计制冷系统后,以耗电量最小为目标调用优化程序进行计算,结果得到的最优结果是耗电量 1.0kWh/24h,这个结果没有达到原设计要求,所对应的优化参数的值也就没有作用了。逐渐增加箱体厚度,重复上面的步骤,使得最后的耗电量达到设计要求,同时箱体也尽可能较薄。在某一个箱体结构尺寸下,我们得到耗电量为 0.90kWh/24h 的优化结果,同时得到该耗电量情况下的制冷系统参数。耗电量指标已达到设计要求,这时就要调用仿真程序检验该结构下其他性能是否满足设计要求。经计算,在 38℃ 环境条件下,冰箱工作时间系数为 81%,其他性能满足要求。经过调整,增加 10g 的充注量,结果耗电量为 0.92kWh/24h,38℃ 环境条件下的工作时间系数为 78%,其他指标仍满足要求。这样我们就得到了设计结果。如果经反复调整仍有个别性能不能满足要求,那就需要进一步改变箱体结构,重复上面的过程,直到得到满意的结论。

第十一章 制冷空调装置仿真方法的新发展

11-1 引言

提高制冷空调装置(电冰箱、冷柜、房间空调器等)性能、降低能耗是人们追求的目标。在 CFCs 替代的大背景下,制冷空调装置面临改用新的制冷剂后,如何重新匹配的问题。因此人们必须研究,如何用先进的方法实现制冷空调装置的最佳匹配,以期节能节材。

现有的制冷空调产品开发模式可以概括为“理论预测+实验+经验”,其中“实验+经验”发挥着主要作用。经验规律的可靠性受多方面因素的影响,有效适用范围常受较大限制。实验手段虽然直接、可靠,但大量实验导致产品开发成本高、周期长。引入计算机仿真方法代替实验,为制冷空调产品设计的现代化提供了一条前景广阔的有效途径。目前,尽管制冷空调装置系统仿真技术已有了相当的发展,但在面对实际装置的多样性和复杂性时,在仿真精度和适应性方面仍显得不足。为了进一步提高制冷空调装置仿真技术的精度和适应性,并将之逐步推向实用化,需发挥学科交叉的优势,将现代人工智能技术引入到制冷空调装置系统仿真中来,研究和发​​展制冷空调装置智能仿真。

11-2 制冷空调装置经典仿真技术的发展现状

20 世纪 70 年代末 80 年代初,国际上开始有学者开展制冷空调装置系统性能的仿真工作^[40,41]。

制冷空调装置经典仿真研究的发展,首先受制于模型的精确性和计算复杂性之间的矛盾。在早期的研究工作中,主要用显式算法求解联立微分方程组,为保证计算稳定性,须采用很小的时间步长(对于动态特性模拟而言)。为保证计算时间不至于过长,只能采用简单的全集中参数模型,精度受到影响。到了 20 世纪 80 年代中后期,开始采用全隐的差分格式来提高计算的稳定性和增大时间步长,才有可能考虑通过建立分布参数模型来提高对实际研究对象的描述能力。但是出于计算速度和实效性考虑,忽略了许多被认为是相对次要的因素。到了 20 世纪 90 年代,集中参数和分布参数模型的研究都得到了一定的发展,研究开始向着实用化转化,针对不同的实际对象做了大量的工作,如对家用冰箱^[22]、汽车空调器^[42]和房间空调器^[43]等。上述基于纯数值计算的制冷空调装置仿真技术至今虽已取得了相当程度的发展,但进一步的实用化却遇到了前所未有的阻力。模型与算法的复杂影响实用性,而简单的模型又没法保证精度与适用性,因此要进一步使得仿真实用化,必须在方法上寻求突破和创新。

制冷空调装置经典仿真研究的发展,还受制于模型描述实际对象特性的能力。目前,许多现象尚未能从理论上加以精确的阐述,如两相流问题等。也有许多研究问题对外界环境条件(如生产工艺、使用条件等)很敏感,理论上理想的研究结果很难直接应用于实际对

象,如换热系数关联式等。以往的研究中,研究者大都采用“选优”的方法,即通过一一试用前人的基础研究结果(往往是某种假设加经验的结论),在比较了计算结果和实验结果后,选择与实验结果最接近者。但各个研究者的结果可能不尽一致,难以得到通用结论。如制冷空调装置中空泡系数的选用,不同的研究者所称的合适的空泡系数公式并不一致。

为了仿真实用化,应当选择尽可能简单的模型和算法,同时又要保证模型有很好的对于实际对象的描述能力。而经典数值仿真方法难以同时兼顾到以上两方面的要求,因此必须从学科交叉中寻求出路。

11-3 人工智能技术在制冷空调行业的应用现状

近年来,以专家系统、人工神经网络和模糊理论为代表的现代人工智能技术在制冷空调行业已得到初步应用,从这些研究现状中可以看到:

1) 采用现代人工智能技术来研究传统理论难以解决的实际应用问题,可以收到较好的实际效果。由于制冷空调装置具有复杂性、时变性和高度非线性等特点,经典理论缺乏对实际对象特性的精确描述能力,难以适应复杂的任务要求,解决这些问题恰恰是智能化方法的长处。目前人工智能主要应用于以下几方面:① 智能控制;② 故障监控和诊断;③ 负荷预测;④ 在制冷空调行业的其他一些方面,针对实际问题的复杂性,也陆续有研究者开始采用人工智能技术来研究传统理论难以解决的问题。

2) 在处理传统理论和现代人工智能技术的关系上,研究者基本上是绕过了传统理论而直接应用人工智能技术。这种应用方式未必对于所有的问题都合适。有的实际问题,在理论研究上已相当深入,但由于理论模型总是基于理想假设的,因此理论与实际之间存在一定的偏差,而这种偏差难以通过传统理论手段一致地修正。这种情况下,如果绕过传统理论,完全采用人工智能技术解决问题,则效果未必最佳,因为人工智能的形成过程需要不断地学习和调整,本身存在一个效率和效果问题。而且,纯粹的人工智能模型反映的只是研究对象的外部行为,从中很难深入分析研究对象的内部特性。

3) 在制冷空调装置系统仿真方面,作者尚未检索到非常相关的与人工智能技术相结合的研究文献^[44]。人工智能技术正处于发展阶段,虽然在不少方面可以克服经典仿真的不足之处,但也有相当部分的功能在短期内还没法达到经典仿真现有效果。采用经典仿真与人工智能相结合的智能化仿真新思路,正好可以取长补短,充分发挥两者各自的长处。

采用人工智能与经典仿真相结合进行制冷空调智能化仿真,这一思路的提出与按此思路的深入研究,需要对于经典仿真相当程度的深入研究以及对于现代人工智能的足够了解,是他人还未能进行,在技术上非常先进的工作。经典仿真领域与人工智能应用这两方面的研究成果为两者相结合的智能化制冷空调装置仿真打下了基础。

11-4 制冷空调装置智能仿真方法的提出

简单地说,将传统的制冷空调装置数值仿真理论与现代人工智能技术结合起来,就形成了制冷空调装置智能仿真方法。研究智能仿真方法的主要原因是因为其具有传统仿真方法所不具备的自学习、自适应和自组织等功能。智能仿真研究的数学工具与传统的仿真

方法有很大的区别。传统的仿真理论使用的数学工具,本质上是数值计算方法。而人工智能主要采用符号推理、一阶谓词逻辑等作为研究的数学工具。智能仿真研究的数学工具则是上述两个方面的交叉和结合。这种结合又表现为多种形式,其中近年来最为活跃的当属神经网络理论和模糊集合论。神经网络理论是通过许多简单的关系来实现复杂的函数关系,本质上是非线性的动力学系统,但并不依赖于模型。模糊集合论在形式上是利用规则进行逻辑推理,但其逻辑取值可在 0 与 1 之间连续变化,采用数值的方法而非符号的方法进行处理。这两种方法在某些方面如逻辑关系、不依赖于模型等类似于人工智能的方法;而其他方面如连续取值和非线性动力学特性等则类似于通常的数值方法,即传统仿真理论的数学工具。因而它们是介于两者之间的数学工具,是今后进行智能仿真研究的主要的数学工具。

由于采用纯粹的模糊-神经网络方法在处理类似制冷空调装置系统仿真之类问题的局限性,必须将传统数值仿真方法和模糊-神经网络方法结合起来,形成基于传统理论模型的制冷空调装置智能仿真方法。一方面,利用模糊-神经网络方法建立与传统理论模型相互耦合的模糊-神经网络修正模型,通过自学习和自调整,使得仿真预测结果和实际实验数据更接近一致;另一方面,利用传统理论模型优良的定性仿真性能,提供模糊-神经网络模型的部分输入值,可以有效地减少模糊-神经网络模型的学习量,提高其学习速度。由于传统理论模型中已包含了结构参数等重要输入参数,所以模糊-神经网络模型的输入参数就得以精简,模糊关系-网络结构也可以简化,对于制冷空调装置的结构优化也非常有利;而传统理论模型中的一些非常复杂的、经验性的、甚至是不确定性的环节可以归入模糊-神经网络模型,从而使传统理论模型得以简化,仿真计算的鲁棒性得以提高。从更深层次上看,怎样使得传统理论模型和模糊-神经网络模型之间达到最佳匹配,是智能仿真理论需要进一步研究的内容。

图 11-1 所示是制冷空调装置智能仿真的基本构成。其中传统理论模型(TTM)与模糊-神经网络模型(FNNM)的结合模块又有多种组合方式,例如图 11-2、图 11-3 所示,在对系统中具体的部件或环节进行仿真时,可选择适当的组合方式以提高总体效率。

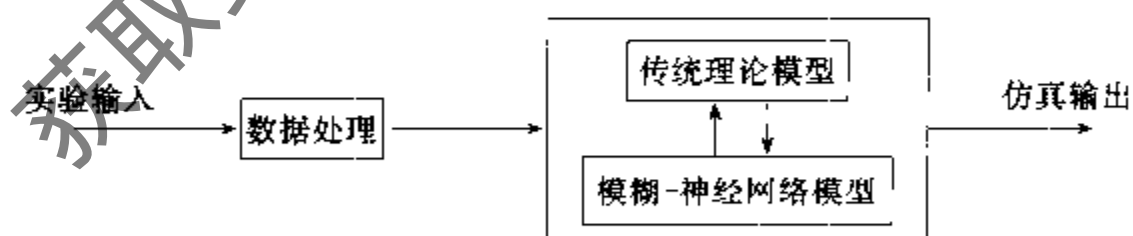


图11-1 制冷空调装置智能仿真的基本构成

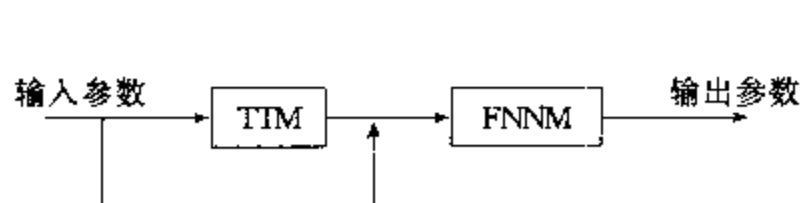


图 11-2 智能仿真模型中 TTM 和 FNNM 的组合方式之一

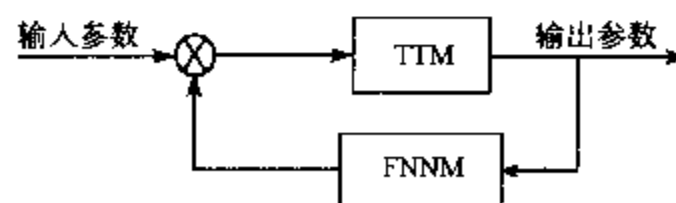


图 11-3 智能仿真模型中 TTM 和 FNNM 的组合方式之二

从图 11-1 也可以看到,制冷空调装置智能仿真方法的提出,前所未有地将仿真相应的实验研究提到了一个更高的层次。实验工作的主要目的是通过对制冷空调装置运行过程中主要特征参数的采样,经过规范化的数据处理和分析后,转换成部件和系统模型所需的学习样本和检验样本。同时,需要结合理论研究对学习样本和检验样本的要求,研究如何设计并实现“最小容量实验”,即用最小的实验量完成制冷空调装置仿真所需的标准功能。因此从某种意义上讲,制冷空调装置智能仿真促成了从理论到实验再反馈到理论的一体化,从而为仿真技术的进一步实用化创造了条件。

11-5 智能仿真方法研究实例:压缩机热力性能的神经计算

压缩机热力计算的误差很大程度上是由容积效率和电效率的难以准确计算引起的。在传统的压缩机热力模型中,容积效率和电效率的确定都是根据大量实验数据进行经验拟合,但是拟合的效果往往不够理想,而且适用范围也比较狭窄,这是因为压缩机的容积效率和电效率不仅和工质种类、进出口条件、压缩机转速等理论因素有关,而且生产工艺、使用环境等对之也有重要影响。为此,作者将传统压缩机热力计算模型中的容积效率和电效率的计算归结为具有自学习、自调整功能的人工神经网络,从而获得合成了理论模型和人工神经网络模型的压缩机热力计算的智能化模型,这对于改善传统模型的计算精度、提高模型的适应能力都有帮助,对实验的要求也可降低。

在确定了用人工神经网络计算容积效率和电效率后,压缩机的实际输气量和输入功率可分别按下式计算:

$$V_{\text{com}} = \lambda \cdot V_{\text{th}} \quad (11-1)$$

和

$$N_{\text{com}} = \frac{\lambda N_{\text{th}}}{\eta_{\text{el}}} \quad (11-2)$$

式中, V_{th} 和 N_{th} 分别为压缩机的理论输气量和理论输入功; λ 是压缩机容积效率, η_{el} 是压缩机电效率。

理论输气量的计算公式随压缩机的类型而定,以房间空调器中常用的滚动转子式压缩机为例,其理论输气量按下式计算:

$$V_{\text{th}} = n\pi R^2 L \epsilon (2 - \epsilon) \quad (11-3)$$

式中, n 是转子的转速, R 是压缩机汽缸内径, L 是汽缸的高度, ϵ 是滚动转子的偏心率。

压缩机的理论输入功为

$$N_{\text{th}} = V_{\text{th}} p_s \frac{k}{k-1} \left[\left(\frac{p_d}{p_s} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] \quad (11-4)$$

式中, V_{th} 为理论输气量, k 为绝热指数, p_s 为压缩机吸气压力, p_d 为压缩机排气压力。

压缩机热力计算的智能仿真模型中传统理论模型(TTM)与模糊-神经网络模型(FNNM)按图 11-2 所示的组合方式耦合。其中,输入参数包括压缩机的转速、吸排气压力和吸气过热度,TTM 由式(11-3)和(11-4)组成,TTM 的输出包括理论输入功和理论输气量,FNNM 采用最流行的 BP 网络,输出参数为压缩机实际输入功率和实际输气量。

对某房间空调器启动过程中滚动转子式压缩机的输入功率作仿真计算,结果如图

11-4 和图 11-5 所示。由图可以看出,新型压缩机智能模型的仿真计算输出和实验值吻合得很好,而且对于传统模型难以准确模拟的压缩机启动过程中的输入功率变化曲线的仿真效果也很好。

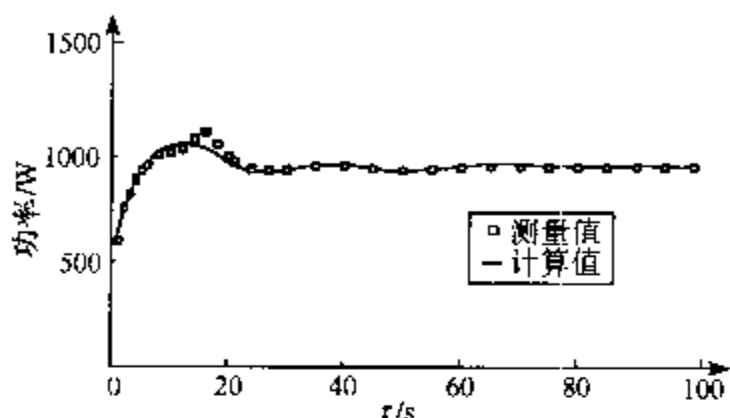


图 11-4 压缩机功率仿真结果
与学习样本比较

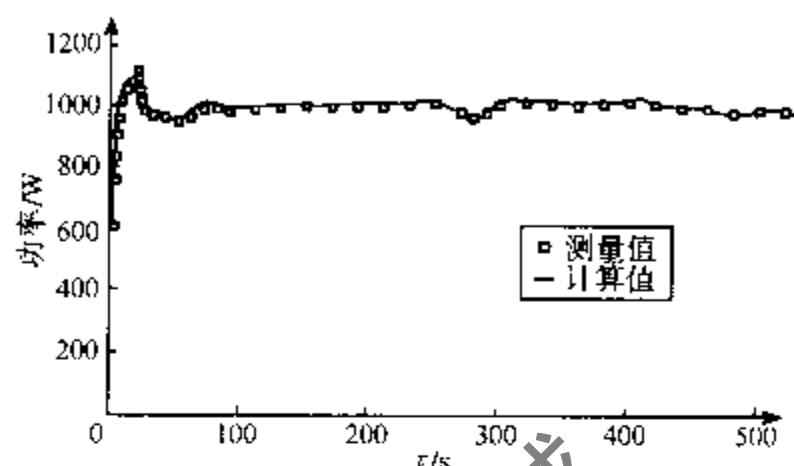


图 11-5 压缩机功率仿真
结果与检验样本比较

11-6 结 语

1) 通过对现状及文献的研究分析,作者认为发挥学科交叉的优势,应用以模糊-神经网络方法为代表的现代人工智能技术,改进传统的制冷空调装置数值仿真技术有其理论上的合理性和实践上的必然性,是将制冷空调装置仿真技术引向进一步实用化的一条新的有效途径。

2) 模糊-神经网络方法必须和传统仿真模型结合起来,实现优势互补,才可能获得最佳的综合仿真效果。

3) 通过制冷压缩机的智能仿真实例,可以看到制冷空调装置智能仿真方法的良好应用前景。

4) 有关制冷空调装置智能仿真的具体研究成果,作者将另出专著报道。

参 考 文 献

- [1] 周子成. 全封闭滚动转子式制冷压缩机性能分析. 流体力学, 1987(10):52—59
- [2] Chisholm D. Two-phase flowing pipelines and heat exchangers. New York, Longman Inc., 1983
- [3] Churchill S W. Frictional equation spans all fluid flow regimes. Chemical Engineering, 1977, 84: 91—92
- [4] Yilmaz T, Unal S. General equation for the design of capillary tubes. ASME Journal of Fluids Engineering, 1996, 118(2): 150—154
- [5] McAdams W H, Wood W K, Bryan R L. Vaporization inside horizontal tubes II-benzene-oil mixtures. Transactions of the ASME, 1942, 64: 193
- [6] Cicchitti A, Lombardi C, Silvestri M, et al. Two-phase cooling experiments—pressure drop, heat transfer, and burnout measurements. Energia Nucleare, 1960, 7(6): 407—425
- [7] Dukler A E, Wicks M, Cleveland R G. Frictional pressure drop in two phase flow—parts A and B. AIChE Journal, 1964, 10(1): 38—51
- [8] Bittle R R, Wolf D A, Pate M B. A generalized performance prediction method for adiabatic capillary tubes. HVAC&R Research, 1998, 4(1): 27—43
- [9] Melo C, Ferreira R T S, Neto C B, et al. An experimental analysis of adiabatic capillary tubes. Applied Thermal Engineering, 1999, 19(6): 669—684
- [10] Jung D, Park C, Park B. Capillary tube selection for HCFC22 alternatives. Int J Refrigeration, 1999, 22(8): 604—614
- [11] Bansal P K, Rupasinghe A S. An empirical correlation for sizing capillary tubes. Int J Refrigeration, 1996, 19(8): 497—505
- [12] Chen S L, Liu C H, Jwo C S. On the development of rating correlations for R134a flowing through adiabatic capillary tubes. ASHRAE Transactions, 1999, 105(2): 75—86
- [13] 张春路. 分体式家用空调器(单冷)系统动态仿真研究, 硕士论文. 上海: 上海交通大学动力与能源工程学院, 1997
- [14] 刘浩. 神经网络理论在空调器仿真中的应用研究, 硕士论文. 上海: 上海交通大学动力与能源工程学院, 2000
- [15] 魏志勇. 房间空调器性能预测方法的研究与应用, 硕士论文. 上海: 上海交通大学动力与能源工程学院, 1999
- [16] Shah, M M. A General Correlation for Heat Transfer During Film Condensation Inside Pipes. Int J Heat Mass Transfer, 1979, 22(4): 547—556
- [17] 李妩, 陶文铨, 康海军等. 整体式翅片管换热器传热和阻力性能的试验研究. 机械工程学报, 1997, 33(1): 81—86
- [18] Wang H, Touber S. Distributed and non-steady-state modelling of an air cooler. Int J Refrig, 1991, 14(2): 98—111
- [19] 陈沛霖, 曹叔维, 郭建雄. 空气调节负荷计算理论与方法. 上海: 同济大学出版社, 1987
- [20] Stephenson D G, Mitalas G P. Cooling load calculation by thermal response factors. ASHRAE Transactions, 1967, 73(III. 1): 1—7
- [21] 张春路, 陈江平, 阙雄才等. 汽车车室内座椅的动态热响应特性研究. 上海汽车, 1997, (增刊): 43—45
- [22] 丁国良. 小型制冷装置动态仿真与优化, 博士论文. 上海: 上海交通大学动力与能源工程学院, 1993
- [23] 于兵, 张春路, 阙雄才等. 间冷式冰箱箱体模型研究. 上海交通大学学报, 1997, 31(7): 26—30
- [24] 蒋能照, 吴兆琳, 翁文兵. 新制冷工质热力性质图和表. 上海: 上海交通大学出版社, 1992
- [25] 苏长荪 主编. 高等工程热力学. 北京: 高等教育出版社, 1987
- [26] Charters W W S, Sadafi H A. Saturation property equation for R22. Int J Refrig, 1987, 10(2): 103—104
- [27] Cleland A C. Computer subroutines for rapid evaluation of refrigerant thermodynamic properties. Int J Refrig, 1986,

9(8): 346—351

- [28] Cleland A C. Polynomial curve-fits for refrigerant thermodynamic properties; extension to include R134a. *Int J Refrig*, 1994, 17(4): 245—249
- [29] Martin Dominguez I R, McDonald T W. Correlations for some saturated thermodynamic and transport properties of refrigerant R-22. *ASHRAE Transactions*, 1993, 99(1): 344—348
- [30] 张春路, 丁国良, 李灏. 制冷剂饱和热力性质的隐式拟合方法. *工程热物理学报*, 1999, 20(6): 673—676
- [31] 张春路, 丁国良, 李灏. 制冷剂过热气体性质的隐式拟合方法. *工程热物理学报*, 2000, 21(5): 533—536
- [32] 张春路, 于兵, 冯寅山等. 碳氢制冷工质热力性质的快速计算. *流体机械*, 1997, (11): 57—60
- [33] Chan C Y, Haselden G G. Computer-based refrigerant thermodynamic properties, part 1; basic equations. *Int J Refrig*, 1981, 4(1): 7—12
- [34] Chan C Y, Haselden G G. Computer-based refrigerant thermodynamic properties, part 2; program listings. *Int J Refrig*, 1981, 4(2): 52—60
- [35] Chan C Y, Haselden G G. Computer-based refrigerant thermodynamic properties, part 3; use of the program in the computation of standard refrigerant cycles. *Int J Refrig*, 1981, 4(3): 131—134
- [36] Younglove B A, Ely J F. Thermophysical properties of fluids II; methane, ethane, propane, isobutane, and normal butane. *J Phys Chem Ref Data*, 1987, 16(4): 577—583, 796—797
- [37] Tillner-Roth R, Baehr H D. An international standard formulation for the thermodynamic properties of 1, 1, 1, 2-tetrafluoroethane (HFC-134a) for temperatures from 170 K to 455 K and pressures up to 70 MPa. *J Phys Chem Ref Data*, 1994, 23(5): 657—729
- [38] Rice C K. The effect of void fraction correlation and heat flux assumption on refrigerant charge inventory predictions. *ASHRAE Transactions*, 1987, 93(1): 341—367
- [39] 张春路. 基于模型的制冷空调装置智能仿真方法基础研究, 博士论文. 上海: 上海交通大学动力与能源工程学院, 1999
- [40] Chi J, Didion D. A simulation of the transient performance of a heat pump. *Int J Refrig*, 1982, 5(3): 176—184
- [41] Dhar M, Soedel W. Transient analysis of a vapor compression refrigeration system, In: *Proc XV IIR Cong*, Venice, Italy, 1979
- [42] 刘维华. 变环境参数 HFC134A 汽车空调系统动态性能研究及系统优化, 博士论文. 上海: 上海交通大学动力与能源工程学院, 1995
- [43] 葛云亭. 房间空调器系统仿真模型研究, 博士论文. 北京: 清华大学热能工程系, 1997
- [44] 丁国良, 张春路, 李灏等. 制冷空调装置智能仿真方法初探. *制冷学报*, 1998, (2): 13—14
- [45] ASHRAE. *Equipment handbook*. 1988: 19.21—19.30
- [46] Ataer O E, Ilert A, Gogüs Y. Transient behavior of finned-tube cross-flow heat exchangers. *Int J Refrig*, 1995, 18(1): 153—160
- [47] Bittle R R, Pate M B. A theoretical model for predicting adiabatic capillary tube performance with alternative refrigerants. *ASHRAE Transactions*, 1996, 102(2): 52—64
- [48] Ceylan H T, Myers G E. Long-time solutions to heat-conduction transient with time-dependent inputs. *ASME Journal of Heat Transfer*, 1980, 102: 115—120
- [49] Ding Guoliang, Zhang Chunlu, Ge Hongming, et al. Synthesis of thermal response factors and Z-transfer function coefficients for calculation of room temperature variation. *Journal of Shanghai Jiao Tong University*, 1996, E-1(2): 49—52
- [50] Dmitriyev V I, Pisarenko V E. Determination of optimum refrigerant charge for domestic refrigerator units. *Int J Refrig*, 1984, 7(3): 178—180
- [51] Escanes F, Perez-Segarra C D, Oliva A. Numerical simulation of capillary-tube expansion devices. *Int J Refrig*, 1995, 18(2): 113—122
- [52] Farzad M, O'Neal D. The effect of void fraction model on estimation of air conditioner system performance variables under a range of refrigerant charging conditions. *Int J Refrig*, 1994, 17(2): 85—93

- [53] Haghghi F, Liang H. Determination of transient heat conduction through building envelopes - a review. *ASHRAE Transactions*, 1992, 98(1): 284-290
- [54] Janssen M J P, Kuipers L J M, De Wit J A. Theoretical and experimental investigation of a dynamic model for small refrigerating systems. In: *Proc IIR-Commissions B2-Purdue, USA, 1988, 2*: 215-257
- [55] Jia X, Tso C P, Chia P K, et al. A distributed model for prediction of the transient response of an evaporator. In: *J Refrig*, 1995, 18(5): 336-342
- [56] Kuehl S J, Goldschmidt V W. Modeling of steady flows of R22 through capillary tubes. *ASHRAE Transactions*, 1990, 96(1): 139-148
- [57] Kuipers L J M, Janssen M J P. Influence of thermal non equilibrium on capillary tube mass flow. In: *Proc XIVth Int Cong Refrig, Paris, 1983, B2(2)*: 307-315
- [58] Kuipers L, Janssen M, De Wit J. Experimental verification of liquid hold-up predictions in small refrigeration heat exchangers. In: *Proc XVIIth Int Cong Refrig, Wien, 1987*: 307-315
- [59] Li R Y, Liu S, Chen Z H. Numerical modeling of thermodynamic non equilibrium flow of refrigerant through capillary tubes. *ASHRAE Transactions*, 1990, 96(1): 542-549
- [60] MacArthur J W, Grald E W. Unsteady compressible two phase flow model for predicting cyclic heat pump performance and a comparison with experimental data. *Int J Refrig*, 1989, 12(1): 29-41
- [61] MacArthur J W. Transient heat pump behaviour; a theoretical investigation. In: *J Refrig*, 1984, 7(2): 123-132
- [62] McQuiston F C. Correlation of heat, mass and momentum transport coefficients for plate-fin-tube heat transfer surfaces with staggered tubes. *ASHRAE Transactions*, 1978, 81(1): 294-301
- [63] McQuiston F C. Finned tube heat exchangers: state of the art for the air side. *ASHRAE Transactions*, 1981, 87(1): 1077-1085
- [64] Melo C, Pereira R H. Dynamic behaviour of a vapor compression refrigerator; a theoretical and experimental analysis. In: *Proc IIR Conf Commission B2, Purdue, USA, 1988, 2*: 141-149
- [65] Murphy W E, Goldschmidt V W. Cyclic characteristics of a typical residential air conditioner-modeling of start-up transients. *ASHRAE Transactions*, 1985, 91(2): 427-444
- [66] Murphy W E, Goldschmidt V W. Cycling characteristics of a residential air conditioner-modeling of shutdown transients. *ASHRAE Transactions*, 1986, 92(1A): 186-202
- [67] Murphy W E, Goldschmidt V W. Transient response of air conditioners-a qualitative interpretation through a sample case. *ASHRAE Transactions*, 1984, 90(1B): 997-1008
- [68] Pierre B. Flow resistance with boiling refrigerants-part I. *ASHRAE J*, 1964, (9): 58-65
- [69] Pierre B. Flow resistance with boiling refrigerants-part II. *ASHRAE J*, 1964, (9): 73-77
- [70] Rajendran N, Pate M B. A computer model of the startup transients in a vapor-compression refrigeration system. In: *Proc IIR Conf Commissions B2, Purdue, USA, 1986, 1*: 201-213
- [71] Sami S M, Zhou Y. Numerical prediction of heat pump dynamic behavior using ternary non-zeotropic refrigerant mixtures. *Int J Energy Research*, 1995, 19(1): 19-35
- [72] Seem J E, Klein S A, Beckman W A, et al. Model reduction of transfer functions using a dominant root method. *ASME Journal of Heat Transfer*, 1990, 112: 547-554
- [73] Seem J E, Klein S A, Beckman W A, et al. Transfer functions for efficient calculation of multidimensional transient heat transfer. *ASME J Heat Transfer*, 1989, 111: 5-12
- [74] Stephenson D G, Mitalas G P. Calculation of heat conduction transfer functions for multi-layer slabs. *ASHRAE Transactions*, 1971, 77(2): 117-126
- [75] Zijie W, Krauss G. Dynamic models of heating and cooling coils with one dimensional air distribution. *J Thermal Science*, 1993, 2(2): 126-134
- [76] 鲍世雄. 神经网络及其在制冷空调业的应用. *流体机械*, 1997, 25(3): 31-37
- [77] 陈宝村. 最优化理论与算法. 北京: 清华大学出版社, 1989
- [78] 陈芝久, 胡雄才, 丁国良. 制冷系统热动力学. 北京: 机械工业出版社, 1998

- [79] 邓定国, 束鹏程. 回转压缩机, 第二版. 北京: 机械工业出版社, 1989
- [80] 丁国良, 陈芝久. 制冷装置保温层模型研究. 制冷学报, 1991, (2): 9—13
- [81] 丁国良, 王险峰, 陈芝久. 小型制冷装置 HFC134a 和 HFC152a 充注量的研究. 流体机械, 1995, 23(8)
- [82] 丁国良, 张春路, 陈芝久. 空调动态负荷的新型谐波法. 上海交通大学学报, 1996, 30(8): 100—103
- [83] 丁国良, 张春路, 陈芝久. 空调动态负荷计算方法的状态空间重构. 科学通报, 1996, 41(23): 2198—2200
- [84] 丁国良, 张春路, 李灏等. 分体式家用空调器动态仿真. 上海交通大学学报, 1999, 33(3): 262—264
- [85] 丁国良, 张春路, 王险峰等. 状态空间法计算墙体 Z 传递函数. 暖通空调, 1997, (2): 15—17
- [86] 丁国良, 张春路, 于兵等. 异丁烷冰箱动态仿真. 制冷学报, 1998, (4): 19—24
- [87] 丁国良, 张春路, 詹涛等. 制冷压缩机热力计算的复合模糊模型. 科学通报, 2000, 45(6): 660—663
- [88] 丁国良, 张春路. 反应系数与传递函数的合成及室温计算. 暖通空调, 1999, 29(5): 67—68
- [89] 丁国良, 张春路, 李灏等. 毛细管内流动的近似分析模型. 科学通报, 43(23), 1998: 2506—2508
- [90] 李伯虎. 90 年代计算机仿真技术发展展望. 国防科技大学学报, 1994, 16: 1—6
- [91] 李灏, 张春路, 丁国良. 计算墙体反应系数的模型降阶方法. 上海交通大学学报, 1998, 32(7): 14—17
- [92] 李灏. 神经网络理论在空调器仿真中的应用研究, 硕士论文. 上海: 上海交通大学动力与能源工程学院, 1999
- [93] 李士勇. 模糊控制、神经控制和智能控制论. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 1996
- [94] 李树林. 空调用制冷设备. 北京: 机械工业出版社, 1990
- [95] 李文林, 周瑞秋, 赵超人. 回转式制冷压缩机. 北京: 机械工业出版社, 1992
- [96] 缪道平. 活塞式制冷压缩机, 第二版. 北京: 机械工业出版社, 1992
- [97] 宋徐辉. 家用热泵空调器换向特性及制冷系统动态特性研究, 博士论文. 上海: 上海交通大学动力与能源工程学院, 1997
- [98] 孙学军. 空调车室空气流场数值模拟与汽车空调系统优化研究, 博士论文. 上海: 上海交通大学动力与能源工程学院, 1997
- [99] 孙增圻, 张再兴, 邓志东. 智能控制理论与技术. 北京: 清华大学出版社, 1997
- [100] 王恒森, 曹建国. 系统仿真的发展沿革与展望. 系统仿真学报, 1997, 9(1): 1—3
- [101] 翁史烈 主编. 船舶动力装置仿真技术. 上海: 上海交通大学出版社, 1991
- [102] 许万增, 王行刚, 徐筱棣等. 人工智能对人类社会的影响. 北京: 科学出版社, 1996
- [103] 杨杰. 系统仿真的新技术探讨(3): 人工智能. 计算机仿真, 1996, 13(3): 51—54
- [104] 张春路, 丁国良, 陈芝久. 空调动态负荷变步长计算方法. 上海交通大学学报, 1999, 33(3): 251—254
- [105] 张春路, 丁国良, 陈芝久. 空调负荷计算的横向分解反应系数法. 暖通空调, 2000, 30(2): 15—17
- [106] 张春路, 丁国良, 陈芝久. 空调负荷计算中反应系数和传递系数的异步长关系研究. 上海交通大学学报, 1997, 31(9): 10—12
- [107] 张春路, 丁国良, 李灏. 绝热毛细管性能模拟的平均参数模型. 上海交通大学学报, 1999, 33(8): 934—938
- [108] 张春路, 丁国良, 李灏. 毛细管内两相流的通用积分模型. 化工学报, 1999, 50(4): 552—556
- [109] 张春路, 丁国良. 绝热毛细管中制冷剂流动特性的一阶积分模型. 应用基础与工程科学学报, 2000, 8(2): 195—200
- [110] 赵振宇, 徐用懋. 模糊理论和神经网络的基础与应用. 北京: 清华大学出版社, 1996
- [111] 中华人民共和国国家标准 GB/T7725—1996: 房间空气调节器. 1996
- [112] 周子成. 房间空调器热泵运行时的瞬态仿真. 制冷学报, 1998, (4): 14—18

附录 数值方法基础

A-1 一阶微分方程描述对象

在制冷空调装置仿真中,有些部分在一定假设下,可用一阶微分方程近似描述。下面举例说明。

[例 A-1] 货物冷却。

对于货物送入冷藏箱中进行冷却,如图 A-1 所示。设冷藏箱中空气温度为 θ_a ; 设货物的温度为 θ , 质量为 M , 定容比热为 C , 与空气传热面积为 F , 货物与空气的当量传热系数为 K 。

货物的蓄热量 U 为

$$U = CM\theta \quad (\text{A-1})$$

传给货物的热量应等于货物蓄热量的变化

$$\frac{dU}{dt} = KF(\theta_a - \theta) \quad (\text{A-2})$$

将式(A-1)代入(A-2)并整理得

$$\frac{d\theta}{dt} + \frac{KF}{CM}\theta = \frac{KF}{CM}\theta_a \quad (\text{A-3})$$

式(A-3)即是包含 θ 对 t 求导的一阶微分方程。反映了一定条件下,货物随冷藏室内空气温度的变化规律。

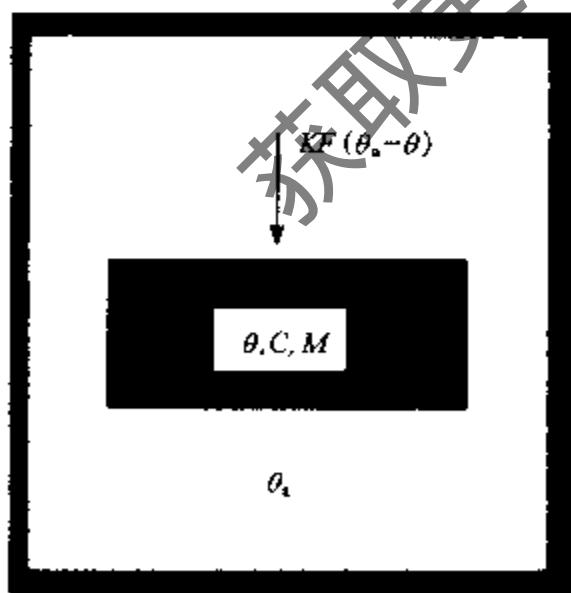


图 A-1 冷藏货物

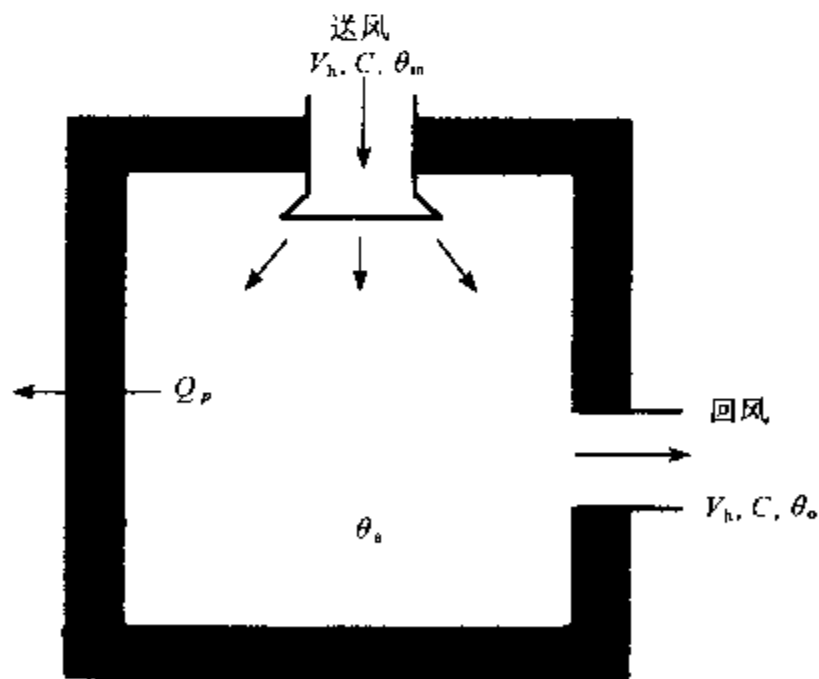


图 A-2 空调室对象

[例 A-2] 空调室温度动态特性描述。

空调室简化图如图 A-2 所示。空调室容积为 V , 室内温度为 θ_a , 室外温度为 θ_{amb} , 送风

温度 θ_m , 空调室内人体与机器产生的设备热量为 Q_m , 空气的定容比热为 C , 在单位时间内进出空调房间的空气的体积量为 V_h 。

空调室内加入的热量 Q_{in} 为送风热 $Q_{in,a}$ 和人体、设备热量 Q_m 。

$$Q_{in} = Q_{in,a} + Q_m = CV_h\theta_{in} + Q_m \quad (A-4)$$

空调室内散失的热量 Q_{out} 为回风热 $Q_{out,a}$ 和围壁结构渗出热 $Q_{out,w}$ 。

$$Q_{out} = Q_{out,a} + Q_{out,w} = CV_h\theta_a + Q_{out,w} \quad (A-5)$$

室内空气的蓄热量 U 为

$$U = CV\theta_a \quad (A-6)$$

假设围壁结构及家具都不蓄热, 则空调室的蓄热量变化的方程式为

$$\frac{dU}{dt} = Q_{in} - Q_{out} \quad (A-7)$$

将式(A-4)、(A-5)、(A-6)代入式(A-7)得

$$CV \frac{d\theta_a}{dt} = CV_h\theta_{in} + Q_m - CV_h\theta_a - Q_{out,w} \quad (A-8)$$

假设围壁结构不传热, 无人体设备热, 则有 $Q_{out,w} = 0$, $Q_m = 0$, 代入式(A-8), 并整理得

$$\frac{d\theta_a}{dt} + \frac{V_h}{V}\theta_a = \frac{V_h}{V}\theta_{in} \quad (A-9)$$

上式即是包含 θ_a 对 t 求导的一阶微分方程。它反映了一定条件下, 送入室内的外界空气温度引起室内空气温度随时间变化的规律。

上面两个例子示出的是用一阶微分方程描述的对象, 这是制冷空调装置中简单与基本的对象, 对于这种对象的仿真是制冷空调装置仿真的基础。而对此进行仿真必须求解这些微分方程, 因此对于一阶微分方程进行求解是数字仿真的基础。

A-2 微分方程数值解

对于对象的仿真即是求解对象的模型。对于式(A-3)、(A-9)这样的微分方程模型, 可以通过推导求得分析解。但这种能够求得分析解的对象模型, 是在大量假设情况下得到的, 对于一般的微分方程, 即便是一阶微分方程, 也难以直接求得分析解, 因此对于数字仿真而言, 微分方程的数值解法是最基本的方法。

对于一阶微分方程, 为了确定惟一解, 需要有定解条件。相对应地, 对于实际对象, 需要已知初始时刻的状态。

对于包括上面例子在内的一般微分方程模型, 可以统一用如下形式表示:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = f(t, y) \\ y(t_0) = y_0 \end{cases} \quad (A-10)$$

下面就讨论如何求解此方程。

A-2-1 欧拉(Euler)法

方程(A-10)的解应为

$$y = y_0 + \int_0^t f[t, y(t)] dt \quad (\text{A-11})$$

问题是如何找到积分的近似解。在欧拉法中,导函数是采用前面一个点的值,则上面式子的解为

$$y = y_0 + \int_{t_0}^t f[t_0, y(t_0)] dt = y_0 + f(t_0, y_0)(t - t_0) \quad (\text{A-12})$$

实际用于系统仿真时,根据仿真时间的长短与精度要求,取合适的步长,逐点应用上述公式。首先利用这个方程获得 $t=t_1$ 时 $y(t_1)$ 的近似值 y_1 。

$$y_1 = y_0 + f(t_0, y_0)(t_1 - t_0) \quad (\text{A-13})$$

重复上述做法,当 $t=t_2$ 时 $y(t_2)$ 的近似值 y_2 为

$$y_2 = y_1 + f(t_1, y_1)(t_2 - t_1) \quad (\text{A-14})$$

当 $t=t_n$ 时,

$$y_{n+1} = y_n + f(t_n, y_n)(t_{n+1} - t_n) \quad (\text{A-15})$$

令 $t_{n+1} - t_n = h_n$, 称为第 n 步的计算步距。

图 A-3 表明了欧拉法的几何解释。图 A-3(a) 与图 A-3(b) 中的实线表示的是 f 与 y 的实际变化过程。图 A-3(a) 中,在 $t_1 \sim t_2$ 这个过程中, f 对于时间 t 的积分应等于面积 1-2-0'-0。在欧拉法中,此积分值取为矩形 1-2'-0'-0 的面积。这就造成图 A-3(b) 中计算得到的点 2' 与实际点 2 的差别。欧拉法在图 A-3(b) 中的几何解释为,在点 1 处作切线,用此切线代替原曲线,得到下一时刻计算点 2'。在点 2' 处再作与点 2 切线平行的直线,再得到下一时刻点 3'。这样就得到图(b)中 1-2'-3' 这样一条折线,并且越到后面各点,与真实解的偏差越大。

这种方法最早是由欧拉提出的,常称为欧拉法,又因它是用折线来近似实际的曲线,也称为折线法。这种方法计算方法简单,但计算精度比较低,为了提高精度,唯一的办法是减少步距,但是跟着又会出现新的问题:计算机字长有限,计算中免不了产生舍入误差,步距小,不仅计算工作量大了,而且由于计算次数加多,舍入误差也加大,因此计算精度很难提高。

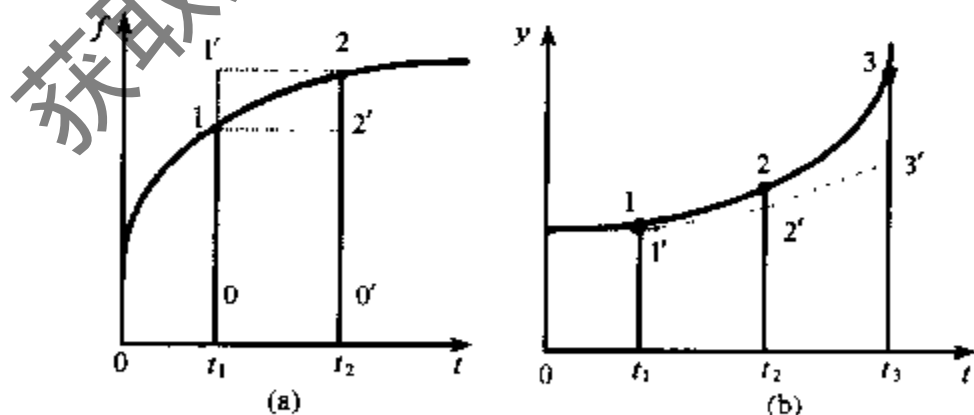


图 A-3 欧拉法的几何解释

A-2-2 梯形法

欧拉法误差较大,误差的来源是由于在采用积分公式(A-11)时,对于函数 $f[t, y(t)]$ 的近似处理。在图 A-3(a) 中,对于点 1-2 之间的误差,可以归结为由于用直线 1-2' 代替曲线造成的,两者的差值为直线 1-2' 向 t 坐标轴的矩形投影面积与曲线 1-2 向 t 坐标轴的投

影面积之差。面直线 1-2 向 t 坐标轴的投影形成的梯形,在面积上显然较上述矩形更接近实际曲线形成的面积,因此人们就想到用梯形代替矩形以改善欧拉公式的精度。

取

$$\int_{t_0}^{t_1} f[t, y(t)] dt = \frac{1}{2} [f(t_0, y_0) + f(t_1, y_1)] (t_1 - t_0) \quad (\text{A-16})$$

则

$$y_1 = y_0 + \frac{1}{2} [f(t_0, y_0) + f(t_1, y_1)] (t_1 - t_0) \quad (\text{A-17})$$

一般的方程为

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{2} [f(t_n, y_n) + f(t_{n+1}, y_{n+1})] (t_{n+1} - t_n) \quad (\text{A-18})$$

记 $h = t_{n+1} - t_n$, 则上式就成为

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{2} h [f(t_n, y_n) + f(t_{n+1}, y_{n+1})] \quad (\text{A-19})$$

用梯形法来计算,产生了一个新的问题,即在计算 y_{n+1} 时, y_{n+1} 尚不知道,那么 $f(t_{n+1}, y_{n+1})$ 也就未知,因而必须研究如何求 y_{n+1} 的方法。通常是用迭代方法来求解,即取

$$\begin{aligned} y_{n+1}^{(0)} &= y_n + hf(t_n, y_n) \\ y_{n+1}^{(1)} &= y_n + \frac{1}{2} h [f(t_n, y_n) + f(t_{n+1}, y_{n+1}^{(0)})] \\ y_{n+1}^{(k+1)} &= y_n + \frac{1}{2} h [f(t_n, y_n) + f(t_{n+1}, y_{n+1}^{(k)})] \end{aligned}$$

可以证明,如果步距 h 取得比较小,则数列 $y_{n+1}^{(0)}, y_{n+1}^{(1)}, y_{n+1}^{(2)}, \dots$ 是收敛的,也就是说当 $k \rightarrow \infty$ 时,这个序列趋于某一极限值,因而可以用此极限值来作为 y_{n+1} 。但实际计算中,当然不可能进行无穷多次的迭代。尽管在一般情况下,迭代次数多一些有利于精度提高,但迭代次数的增加就意味着计算量的增加,实际使用时通常只迭代一次,这样一来计算公式就成为

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{2} h [f(t_n, y_n) + f(t_{n+1}, y_{n+1}^{(0)})] \quad (\text{A-20a})$$

$$y_{n+1}^{(0)} = y_n + hf(t_n, y_n) \quad (\text{A-20b})$$

计算过程是先用公式(A-20b),再用式(A-20a)。

通常这类公式叫做预报校正公式,其中式(A-20b)叫做预报公式,由它预报 y_{n+1} 的一个值;式(A-20a)叫做校正公式,由它得出 y_{n+1} 的校正值。应用这种方法,每求一个 y 值,计算量比欧拉法多一倍。

A-2-3 龙格-库塔法(Runge-Kutta)法

对于式(A-10)所示的微分方程

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = f(t, y) \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

假设从 t_0 跨出一步, $t_1 = t_0 + h$, t_1 时刻的解为 $y_1 = y(t_0 + h)$, 可以在 t_0 附近展开成泰勒(Taylor)级数。如果只保留 h^2 项, 舍入以后的项, 则

$$\begin{aligned} y_1 &= y_0 + hf(t_0, y_0) + \frac{1}{2}h^2 \left. \frac{df(t, y)}{dt} \right|_{t=t_0, y=y_0} \\ &= y_0 + hf(t_0, y_0) + \frac{1}{2}h^2 \left(\frac{\partial f}{\partial t} + f \frac{\partial f}{\partial y} \right) \Big|_{t=t_0, y=y_0} \end{aligned} \quad (\text{A-21})$$

假设这个解可写成:

$$y_1 = y_0 + h(a_1 K_1 + a_2 K_2) \quad (\text{A-22a})$$

$$K_1 = f(t_0, y_0) \quad (\text{A-22b})$$

$$K_2 = f(t_0 + b_1 h, y_0 + b_2 K_1 h) \approx f(t_0, y_0) + (b_1 h \frac{\partial f}{\partial t} + b_2 K_1 h \frac{\partial f}{\partial y}) \Big|_{t=t_0, y=y_0} \quad (\text{A-22c})$$

即

$$y_1 = y_0 + a_1 h f(t_0, y_0) + a_2 h (b_1 h \frac{\partial f}{\partial t} + b_2 K_1 h \frac{\partial f}{\partial y}) \Big|_{t=t_0, y=y_0} \quad (\text{A-23})$$

比较式(A-23)与式(A-21), 可得

$$\begin{cases} a_1 + a_2 = 1 \\ a_2 b_1 = \frac{1}{2} \\ a_2 b_2 = \frac{1}{2} \end{cases} \quad (\text{A-24})$$

上式中有四个未知数, 但只有三个方程, 所以尚可以自由选择一方程, 今取 $a_1 = a_2$, 则结合式(A-24)可得 $a_1 = a_2 = \frac{1}{2}$, $b_1 = 1, b_2 = 1$, 于是得到下面一组计算公式:

$$y_1 = y_0 + \frac{h}{2} (K_1 + K_2) \quad (\text{A-25a})$$

$$K_1 = f(t_0, y_0) \quad (\text{A-25b})$$

$$K_2 = f(t_0 + h, y_0 + K_1 h) \quad (\text{A-25c})$$

公式调用次序为: 先调式(A-25b), 再调式(A-25c), 最后调式(A-25a)。

由于式(A-21)中只用到 h, h^2 两项, 而将更高阶项略去了, 所以这种计算方法的截断误差正比于 h^3 。又由于计算时只取 h 及 h^2 项, 故这种方法被称为二阶龙格-库塔法(Runge-Kutta method)。

将式(A-25)三个式子与式(A-20)相对比, 可以发现, 这两组计算公式其实是一样的。由此可以证明: 梯形法只迭代一次是可行的, 其截断误差正比于 h^3 。

二阶龙格-库塔法仍有如欧拉法所存在的问题: 为提高精度、减少截断误差, 就要求选较小的步距, 这样就将增加计算次数, 因而舍入误差加大, 所以并不适合精度要求较高的场合。

在精度要求较高的场合, 常采用四阶龙格-库塔法。它的推导过程基本上与二阶龙格-库塔法相同, 这里略去其推导过程, 而给出其表达公式:

$$\begin{cases} y_1 = y_0 + \frac{1}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) \\ K_1 = f(t_0, y_0) \\ K_2 = f(t_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{h}{2}K_1) \\ K_3 = f(t_0 + \frac{h}{2}, y_0 - \frac{h}{2}K_2) \\ K_4 = f(t_0 + h, y_0 + hK_3) \end{cases} \quad (\text{A-26})$$

上式中的计算次序为 $K_1 \rightarrow K_2 \rightarrow K_3 \rightarrow K_4 \rightarrow y_1$ 。

四阶龙格-库塔法是电子计算机的常用算法,其优点是精度高,程序简单,计算过程稳定,并且易于调节步长。四阶龙格-库塔法也有不足之处,它要求函数有较高的光滑性,如果光滑性差,那么它的精度可能还不如欧拉公式或改进的欧拉公式。另一个缺点是计算量比较大,需要耗费较多的机器时间(每一步需要四次计算函数 f 的值)。

对于函数的泰勒展开,若只取 h 这一项,而将 h^2 及以上的高阶项全略去,则由式(A-21)可知:

$$y_1 = y_0 + hf(t_0, y_0) \quad (\text{A-27})$$

这就是欧拉公式,由此可知,欧拉公式的误差正比于 h^2 ,这在上面介绍的几种方法中是最差的。

A-2-4 单步法的收敛性和稳定性

对于上面介绍的三种方法(欧拉法、梯形法、龙格-库塔法),在计算 y_{n+1} 时只用到 y_n ,而不直接用 y_{n-1}, y_{n-2} 等等,也就是说,在后一步的计算中,仅仅利用前一步的计算结果,而不利用再前面 n 步的结果,所以统称为单步法。

对于单步法,步长在整个计算中并不要求固定,可根据精度需要变化。

我们看到,数值解法的基本思想是,通过某种离散化手续,将微分方程转化为差分方程(代数方程)来求解。这种转化是否合理,还要看差分问题的解 y_n 当步长 $h \rightarrow 0$ 时是否会收敛到微分方程的准确解 $y(t_n)$ 。需要注意的是,如果只考虑 $h \rightarrow 0$,那么节点 $t_n = t_0 + nh$ 对固定的 n 将趋向于 t_0 ,这时讨论收敛性是没有意义的。

先就下列简单的初值问题考察欧拉方法的收敛性:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = \lambda y \\ y(0) = y_0 \end{cases} \quad (\text{A-28})$$

其欧拉公式是

$$y_{n+1} = (1 + \lambda h)y_n \quad (\text{A-29})$$

它显然有解

$$y_n = y_0(1 + \lambda h)^n \quad (\text{A-30})$$

由于这里 $t_0 = 0, t_n = nh$,有

$$y_n = y_0[(1 + \lambda h)^{\frac{1}{h}}]^{t_n} \quad (\text{A-31})$$

再注意到当 $h \rightarrow 0$ 时,

$$(1 + \lambda h)^{\frac{1}{h}} \rightarrow e \quad (\text{A-32})$$

差分方程的解 y_n 当 $h \rightarrow 0$ 时确实收敛到原微分方程的准确解

$$y(t_n) = y_0 e^{\lambda t_n} \quad (\text{A-33})$$

对于上面所列出的几个单步法,在一般的情况下,其收敛性都是不成问题的。在制冷空调装置仿真应用上述方法时,一般不需要专门对其收敛性进行验证。从几何意义上讲,如果函数是光顺的(如图 A-3 所示),当步长取得小时,数值方法得到的曲线总是不断靠近实际曲线。对于数值积分方法收敛条件及其证明,可参见专门的数值分析论著。

前面关于收敛性的讨论有个前提,必须假定数值方法本身的计算是准确的。然而实际情形并不是这样,差分方程的求解存在计算误差,例如由于数字舍入而引起的小扰动。这类小扰动在传播过程中会不会恶性增长,以至于“淹没”了差分方程的“真解”呢?这就是差分方法的稳定性问题。在实际计算中,在某一步产生的扰动,在后面的计算中必须能够被控制,并希望逐步衰减。如果做不到这一点,则该方法不能被采用。

对于一阶微分方程

$$\frac{dy}{dt} + ay + b = 0 \quad (\text{A-34})$$

采用欧拉法,则可得到如下的差分方程:

$$y_{n+1} = y_n + h(-ay_n - b) = (1 - ah)y_n - bh \quad (\text{A-35})$$

假定 y_n 的偏差为 δ ,即实际求得的值为

$$y'_n = y_n + \delta \quad (\text{A-36})$$

因此面求得的 $n+1$ 点的实际计算值为

$$y'_{n+1} = (1 - ah)y'_n - bh \quad (\text{A-37})$$

式(A-37)与(A-35)相减得

$$|y'_{n+1} - y_{n+1}| = |(1 - ah)\delta| \quad (\text{A-38})$$

只有当 $|1 - ah| \leq 1$ 时误差才是得到控制的,也就是说上述一阶微分方程应用欧拉法稳定的条件为

$$0 \leq ah \leq 2 \quad (\text{A-39})$$

由于步长 $h > 0$,因此对于原来方程的系数必须有 $a \geq 0$,否则上式的条件不能满足,则表示原微分方程如用欧拉法计算是不稳定的。对于制冷空调装置中的一阶惯性环节,总有 $a > 0$,则欧拉方法稳定的条件变为

$$h \leq \frac{2}{a} \quad (\text{A-40})$$

对于其他的方法,在选择计算步长时,也需要考虑保证计算的稳定性。一般来讲,步长取得小一些,有利于提高计算稳定性,但是带来仿真时间变长的问题。

A-3 高阶微分方程数值解

A-3-1 高阶微分方程描述对象

用一阶微分方程描述的只能是非常简单与理想化的对象,在制冷空调装置仿真中,如

果考虑稍多一些影响参数的话,则必须采用更高阶的方程。下面举例说明。

[例 A-3] 变空气温度下的货物冷却。

本例仍然是货物送入冷藏箱中进行冷却的过程计算。与例 A-1 不同的是,空气温度是变化的,而送入箱内的热量是一定的,设为 Q 。设冷藏箱中空气温度为 θ_a ,质量为 M_a ,定容比热为 C_a ;设货物的温度为 θ ,质量为 M ,定容比热为 C ,与空气传热面积为 F ,货物与空气的当量传热系数为 K 。货物送入冷藏箱中进行冷却,箱体结构为绝热。如图 A-4 所示。

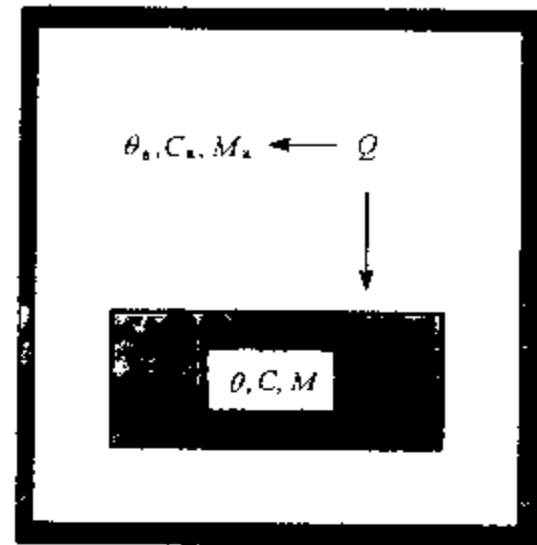


图 A-4 考虑空气蓄热时的货物冷藏

空气的蓄热量 U 为

$$U_a = C_a M_a \theta_a \quad (A-41)$$

货物的蓄热量 U 为

$$U = CM\theta \quad (A-42)$$

传给货物的热量应等于货物蓄热量的变化

$$CM \frac{d\theta}{dt} = KF(\theta_a - \theta) \quad (A-43)$$

传给空气的热量与传给货物的热量之和为总的热量 Q

$$CM \frac{d\theta}{dt} + C_a M_a \frac{d\theta_a}{dt} = Q \quad (A-44)$$

由式(A-43)得

$$\theta_a = \theta + \frac{CM}{KF} \frac{d\theta}{dt} \quad (A-45)$$

将式(A-45)代入式(A-44)得

$$CM \frac{d\theta}{dt} + C_a M_a \frac{d\theta}{dt} + \frac{CM C_a M_a}{KF} \frac{d^2\theta}{dt^2} = Q$$

$$\frac{CM C_a M_a}{KF} \frac{d^2\theta}{dt^2} + (CM + C_a M_a) \frac{d\theta}{dt} = Q \quad (A-46)$$

上面的二阶常微分方程描述了冷藏箱内货物的冷却过程。如果考虑空气与箱体结构的传热,而把箱体结构作为一阶惯性环节,则得到的式子为三阶微分方程。如果对于厚的货物,需要考虑表层与内部温度变化的不一致,则所得到的方程阶数还要高。

一般地,描述系统的高阶微分方程可统一用如下形式:

$$\frac{d^n y}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dy}{dt} + a_n y = c_0 \frac{d^n u}{dt^n} + c_1 \frac{d^{n-1} u}{dt^{n-1}} + \dots + c_{n-1} \frac{du}{dt} + c_n u \quad (A-47)$$

通常的物理系统输入量 u 的阶数低于输出量 y 的阶数 n ,即 $c_0=0$,或还有 $c_1=0$, $c_2=0, \dots$

A-3-2 微分方程组求解

对于高阶微分方程的求解比较困难,一般都是转化为二阶微分方程组进行求解。实际对象特性建模时,可以直接采用一阶微分方程组形式,或者先建立高阶微分方程形式的模

型,再转化为一阶微分方程组。

对于例 A-3,可以直接建立一阶微分方程组。根据式(A-43)和式(A-44),可以得到

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{KF}{CM}(\theta_s - \theta) \quad (\text{A-48a})$$

$$\frac{d\theta_s}{dt} = \frac{Q - KF(\theta_s - \theta)}{C_s M_s} \quad (\text{A-48b})$$

假定一个连续系统可用下式描述:

$$\frac{d^n y}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dy}{dt} + a_n y = u(t) \quad (\text{A-49})$$

为了将其转化为低阶微分方程组,需引入 n 个状态变量

$$\begin{aligned} x_1 &= y \\ x_2 &= \dot{x}_1 = \frac{dy}{dt} \\ x_3 &= \dot{x}_2 = \frac{d^2 y}{dt^2} \\ &\vdots \\ x_n &= \dot{x}_{n-1} = \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} \end{aligned} \quad (\text{A-50})$$

则有

$$\begin{aligned} \dot{x}_n &= \frac{d^n y}{dt^n} = -a_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} - \dots - a_{n-1} \frac{dy}{dt} - a_n y + u(t) \\ &= -a_1 x_n - a_2 x_{n-1} - \dots - a_{n-1} x_2 - a_n x_1 + u(t) \end{aligned} \quad (\text{A-51})$$

将上述 n 个一阶偏微分方程组写成矩阵形式可得

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \dots & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad (\text{A-52a})$$

$$y = [1 \ 0 \ \dots \ 0] X \quad (\text{A-52b})$$

$$\text{令} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \dots & -a_1 \end{bmatrix} = A, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = B, [1 \ 0 \ \dots \ 0] = C$$

可得一般形式

$$\dot{X} = AX + Bu \quad (\text{A-53a})$$

$$y = CX \quad (\text{A-53b})$$

式(A-53a)称为状态方程,式(A-53b)称为输出方程。

对于式(A-47)所示的一般系统,还要考虑输入量 u 的阶数是否低于输出量 y 的阶数 n ,如果是,即 $c_0=0$,则方程变为

$$\frac{d^n y}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dy}{dt} + a_n y = c_1 \frac{d^{n-1} u}{dt^{n-1}} + c_2 \frac{d^{n-2} u}{dt^{n-2}} + \dots + c_{n-1} \frac{du}{dt} + c_n u \quad (\text{A-51})$$

引入 n 个状态变量 x_1, x_2, \dots, x_n , 设

$$\frac{d^n x_1}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} x_1}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dx_1}{dt} + a_n x_1 = u \quad (\text{A-55})$$

再令

$$\begin{aligned} x_2 &= \dot{x}_1 = \frac{dx_1}{dt} \\ x_3 &= \dot{x}_2 = \frac{d^2 x_1}{dt^2} \\ &\vdots \\ x_n &= \dot{x}_{n-1} = \frac{d^{n-1} x_1}{dt^{n-1}} \end{aligned}$$

代入式(A-55), 得

$$\begin{aligned} \dot{x}_n &= \frac{d^n x_1}{dt^n} = -a_1 \frac{d^{n-1} x_1}{dt^{n-1}} - \dots - a_{n-1} \frac{dx_1}{dt} - a_n x_1 + u(t) \\ &= -a_1 x_n - a_2 x_{n-1} - \dots - a_{n-1} x_2 - a_n x_1 + u(t) \end{aligned}$$

所以得到状态方程

$$\dot{X} = AX + Bu \quad (\text{A-56})$$

式中,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \dots & -a_1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

这与式(A-53a)完全一致。

为了建立输出方程, 需要考察式(A-44)与式(A-55)的关系。此两式中, 方程的左边微分式子形式是一致的, 只是方程的右边式子不同。对于方程

$$\frac{d^n x}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dx}{dt} + a_n x = f(u) \quad (\text{A-57})$$

当 $f(u) = u$ 时, 由式(A-55), 确定其解为 $x = x_1$ 。根据线性系统的叠加原理, 当 $f(u) = c_n u$ 时, 其解为 $x = c_n x_1$; 当 $f(u) = c_{n-1} \frac{du}{dt}$ 时, 其解为 $x = c_{n-1} \frac{dx_1}{dt} = c_{n-1} x_2$; \dots ; 当 $f(u) = c_1 \frac{d^{n-1} u}{dt^{n-1}} + c_2 \frac{d^{n-2} u}{dt^{n-2}} + \dots + c_{n-1} \frac{du}{dt} + c_n u$ 时, 其解为 $x = c_n x_1 + c_{n-1} x_2 + \dots + c_1 x_n$

因此可得式(A-48)的输出方程为

$$y = c_n x_1 + c_{n-1} x_2 + \dots + c_1 x_n \quad (\text{A-58})$$

写成标准输出方程为

$$y = CX \quad (\text{A-59})$$

这里

$$C = [c_n \quad c_{n-1} \quad \dots \quad c_1] \quad (\text{A-60})$$

对于式(A-47)所示的一般系统,如果输入量 u 的阶数等于输出量 y 的阶数 n , 即 $c_0 \neq 0$, 将方程(A-47)写成传递函数形式

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{c_0 s^n + c_1 s^{n-1} + \dots + c_{n-1} s + c_n}{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} = G(s) = \frac{K(s)}{D(s)} \quad (\text{A-61})$$

因为 $c_0 \neq 0$, 经过长除法后转化成

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K(s)}{D(s)} = c_0 + \frac{K_1(s)}{D(s)} \quad (\text{A-62})$$

其中, $K_1(s)$ 为长除后所得余式, 其阶数低于 $D(s)$ 。设其形式为

$$K_1(s) = c'_1 s^{n-1} + \dots + c'_{n-1} s + c'_n \quad (\text{A-63})$$

对于 $\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K_1(s)}{D(s)}$, 由上面所述的公式可以求得状态空间表达式, 对于 $\frac{Y(s)}{U(s)} = c_0$, 则有 $y = cu$, 最后的输出应该是两部分迭加。根据前面类似的方法, 可以得到最后的状态空间方程为

$$\dot{X} = AX + Bu \quad (\text{A-64a})$$

$$y = CX + du \quad (\text{A-64b})$$

式中,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \dots & -a_1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$C = [c'_n \quad c'_{n-1} \quad \dots \quad c'_1], \quad d = c_0$$

上面推导最后得到的是一组一阶微分方程, 就可以用前面介绍的对于一阶微分方程的解法。比如用欧拉法求解上面方程, 由于已知

$$\dot{x}_{i,k} = f_i(x_{1,k}, x_{2,k}, \dots, x_{n,k}, t_k) \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (\text{A-65})$$

由欧拉公式,

$$x_{i,k+1} = x_{i,k} + h\dot{x}_{i,k} \quad (\text{A-66})$$

如果用矩阵表达, 则为

$$X_{k+1} - X_k = (AX_k + Bu_k)h$$

故

$$\begin{aligned} X_{k+1} &= (I + Ah)X_k + Bu_k h \\ y &= CX_{k+1} + du_{k-1} \end{aligned} \quad (\text{A-67})$$

同样, 也可以用其他方法, 如梯形法、龙格-库塔法, 对状态方程进行求解, 确定各个状态变量, 再根据输出方程, 确定最后希望得到的原高阶微分方程的解。

A-4 优化方法

A-4-1 概述

最优化理论与算法是一个重要的数学分支, 它所研究的问题是讨论在众多的方案中

什么样的方案最优,以及怎样找出最优方案。

理论上的优化问题与工程优化问题既密切相关又有一定的区别。从优化这一理论分支的产生到各个阶段的发展,其动力就主要来自工程优化问题。但是理论上的最优化方案在实际应用中往往达不到最优,这主要是由于优化模型(尤其是目标函数)的提出都是近似的。因此,工程实际中的优化往往是指获得比现有方案“更优”的结果,而不是“最优”的结果。

最优化理论的分类,最基本的可分为线性规划与非线性规划。由于实际问题的复杂性和计算机水平的发展,现在的研究和应用以非线性规划为主。其中,根据不同的关注角度,又有以下几种主要分类。

1) 连续优化与离散优化,以及介乎其中的混合优化。以制冷空调装置的优化为例,目标函数中的设计参数可包括蒸发器、冷凝器的换热面积、毛细管长度、压缩机型号等,其中,有些参数是连续变量(换热面积、毛细管长度),有些则是离散变量(压缩机型号),故这是个混合优化问题。

2) 静态优化与动态优化。动态优化是指在目标函数或约束条件中加入时间坐标,而静态优化则没有。但需要注意的是绝大多数动态问题是按某种定义(如 COP, 能耗)转化为静态优化问题的。由于目前的动态优化方法尚不成熟,只能解决线性问题以及少量的特殊的非线性问题,故在工程实际中较少采用,在本书中就不再展开了。

3) 局部优化与全局优化。这主要是从优化算法角度来划分的。我们知道,绝大多数情况下极值点的判据是当地梯度为 0。如果目标与约束条件是凸的,则极值点就是全局最优点;反之,就可能是局部最优点。传统的经典方法基本上都是非全局优化方法(穷举法是个例外,但适用面太窄),如最速下降法、共轭方向法等;在近代则产生了一些引人注目的全局优化方法,如同伦算法、模拟退火算法、遗传算法等。

4) 光滑优化与非光滑优化。这是近年来才展开的一个问题,是从目标函数和约束条件角度来讲的。传统的方法大都含有或隐含有光滑的前提,如一阶导数、二阶导数等,而工程实际中的问题大多是不光滑的。另一方面,通过编程计算引入的各类数值误差,也会造成复杂目标函数计算结果的不光滑,我们研究的制冷空调装置仿真的结果亦是如此。因此,近年来就出现了非光滑优化方法的研究,这对于我们的研究而言,是可以有所借鉴的。

其他还有一些优化的分支,如随机优化、整型优化等,这里不再一一介绍了,有兴趣或将来在这方面应用研究较多的读者可以去查阅专门的文献资料。本节主要介绍一些基本的经典优化方法。

A-4-2 一维优化

一维优化也叫一维搜索、线搜索,顾名思义就是单变量的优化问题。一维优化主要解决两方面的问题,一是实际的单变量优化问题;二是多维优化中沿某一方向(如最速下降方向)的搜索问题,其数学上的表述如下:

设目标函数为 $f(x)$, 过点 $x^{(k)}$ 沿方向 $d^{(k)}$ 的直线可用点集来表示, 记作

$$L = \{x | x = x^{(k)} + \lambda d^{(k)}, -\infty < \lambda < \infty\} \quad (\text{A-68})$$

求在 $f(x)$ 直线 L 上极小点就转化为求一元函数

$$\varphi(\lambda) = f(x^{(k)} + \lambda d^{(k)}) \quad (\text{A-69})$$

的极小点。

如果 $\varphi(\lambda)$ 的极小点为 λ_k , 通常称 λ_k 为沿方向 $d^{(k)}$ 的步长因子, 或简称步长, 那么函数 $f(x)$ 在直线 L 上的极小点就是

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + \lambda_k d^{(k)} \quad (\text{A-70})$$

一维优化方法很多, 归纳起来, 大体可分成两类:

1) 试探法。采用这类方法, 需要按某种方式找试探点, 通过一系列试探点来确定极小点。常见的试探法有 0.618 法(黄金分割法)、Fibonacci 法、进退法等。本书介绍 0.618 法和进退法, 这两种方法及其改进型方法在实际中用得较多。

2) 函数逼近法, 或称插值法。这类方法是用某种较简单的曲线逼近原来的函数曲线, 通过求逼近函数的极小点来估计目标函数的极小点。常见的函数逼近法有牛顿法、割线法、抛物线法(也叫二次插值法或 Müller 法)、三次插值法、有理插值法等。本书介绍牛顿法、割线法和抛物线法。

这两类方法一般只能求得极小点的近似值。

在一维搜索中, 可能出现这样的情形: 在直线上存在多个极小点。这时可采取不同的策略。可以选择第一个极小点, 也可以从中选择最小点, 甚至还可以从这若干个极小点中任意选择一个, 只要这点的函数值不超过在点 $x^{(k)}$ 处的目标函数值即可。

1. 0.618 法(黄金分割法)

0.618 法适用于单峰函数。所谓单峰函数, 简单的讲, 就是在闭区间 $[a, b]$ 内有单一极值点的函数。这一函数可以是连续的, 也可以是不连续的。

关于 0.618 法的原理, 有兴趣的读者可参阅一些最优化方法的教材。这里只给出 0.618 法的计算步骤:

1) 置初始区间 $[a_1, b_1]$ 及精度要求 $\epsilon > 0$, 计算试探点 u_1 和 v_1 , 计算函数值 $f(u_1)$ 和 $f(v_1)$ 。计算公式是

$$u_1 = a_1 + 0.382(b_1 - a_1)$$

$$v_1 = a_1 + 0.618(b_1 - a_1)$$

令 $k = 1$ 。

2) 若 $b_k - a_k < \epsilon$, 则停止计算。否则, 当 $f(u_k) > f(v_k)$ 时, 转步骤 3; 当 $f(u_k) \leq f(v_k)$ 时, 转步骤 4。

3) 置 $a_{k+1} = u_k, b_{k+1} = b_k, u_{k+1} = v_k$,

$$v_{k+1} = a_{k+1} + 0.618(b_{k+1} - a_{k+1})$$

计算函数值 $f(v_{k+1})$, 转步骤 5。

4) 置 $a_{k+1} = a_k, b_{k+1} = v_k, v_{k+1} = u_k$,

$$u_{k+1} = a_{k+1} + 0.382(b_{k+1} - a_{k+1})$$

计算函数值 $f(u_{k+1})$, 转步骤 5。

5) 置 $k := k + 1$, 返回步骤 2。

2. 进退法

0.618 法需要事先给定一个包含极小点的区间, 有些别的算法也有此要求。为此, 需

要采用进退法。进退法的思路很简单,就是从一点出发,按一定的步长,试图确定出函数值呈现“高-低-高”的三点。一个方向不成功,就退回来,再沿相反方向寻找。进退法的搜索效率偏低,故较少单独使用,而是经常与其他方法(如 0.618 法)联合起来运用,为其他方法寻找初始区间。

进退法的计算步骤如下:

- 1) 给定初点 $x^{(0)}$, 初始步长 $h_0 > 0$, 置 $h = h_0, x^{(1)} = x^{(0)}$, 计算 $f(x^{(1)})$, 并置 $k = 0$ 。
- 2) 令 $x^{(4)} = x^{(1)} + h$, 计算 $f(x^{(4)})$, 置 $k := k + 1$ 。
- 3) 若 $f(x^{(4)}) < f(x^{(1)})$, 则转步骤 4; 否则, 转步骤 5。
- 4) 令 $x^{(2)} = x^{(1)}, x^{(1)} = x^{(4)}, f(x^{(2)}) = f(x^{(1)}), f(x^{(1)}) = f(x^{(4)})$, 置 $h := 2h$, 转步骤 2。
- 5) 若 $k = 1$, 则转步骤 6; 否则转步骤 7。
- 6) 置 $h := -h, x^{(2)} = x^{(4)}, f(x^{(2)}) = f(x^{(4)})$, 转步骤 2。
- 7) 令 $x^{(3)} = x^{(2)}, x^{(2)} = x^{(1)}, x^{(1)} = x^{(4)}$, 停止计算。

这样, 得到含有极小点的区间 $[x^{(1)}, x^{(3)}]$ 或者 $[x^{(3)}, x^{(1)}]$ 。

实际应用中, 要注意选择初始步长 h_0 。如果 h_0 取得太小, 则迭代进展比较慢; 如果 h_0 取得太大, 则难以确定单峰区间。为了获得合适的 h_0 , 有时需要做多次的试探才能成功。

3. 牛顿法

牛顿法的基本思想是, 在极小点附近用二阶泰勒展开式近似目标函数 $f(x)$, 进而求出极小点的估计值。

考虑问题:

$$\min f(x) \quad x \in E^1$$

令

$$\varphi(x) = f(x^{(k)}) + f'(x^{(k)})(x - x^{(k)}) + \frac{1}{2}f''(x^{(k)})(x - x^{(k)})^2$$

又令

$$\phi(x) = f'(x^{(k)}) + f''(x^{(k)})(x - x^{(k)}) = 0$$

得到 $\varphi(x)$ 的驻点, 记作 $x^{(k+1)}$, 则

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - \frac{f'(x^{(k)})}{f''(x^{(k)})} \quad (\text{A-71})$$

在点 $x^{(k)}$ 附近, $f(x) \approx \varphi(x)$, 因此可用函数 $\varphi(x)$ 的极小点作为目标函数 $f(x)$ 的极小点的估计。如果 $x^{(k)}$ 是 $f(x)$ 的极小点的一个估计, 那么利用上式可以得到极小点的一个进一步的估计。这样, 利用上式可以得到一个序列 $\{x^{(k)}\}$ 。可以证明, 在一定条件下, 这个序列收敛于问题的最优解。

运用牛顿法时, 初始点的选择很关键。如果初始点靠近极小点, 则可能很快收敛; 如果初始点远离极小点, 迭代产生的点列可能不收敛。

由于牛顿法涉及目标函数的一阶导数和二阶导数, 故目标函数不可能太复杂, 因此在工程实际中较少直接应用牛顿法, 但牛顿法在许多方法的基础。

4. 割线法

割线法的基本思想是,用割线逼近目标函数的导函数的曲线,

$$y = f'(x)$$

把割线的零点作为目标函数的驻点的估计,如下图所示。

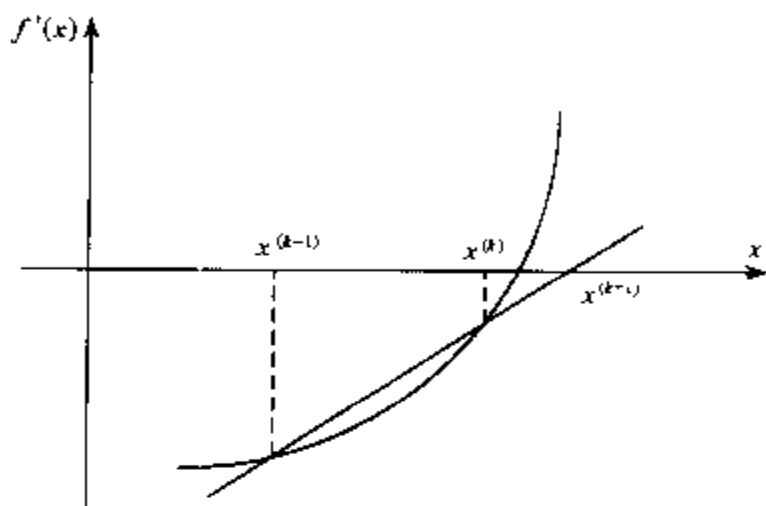


图 A-5 割线法示意图

设在点 $x^{(k)}$ 和 $x^{(k-1)}$ 处的导数分别为 $f'(x^{(k)})$ 和 $f'(x^{(k-1)})$,

$$\varphi(x) = f'(x^{(k)}) + \frac{f'(x^{(k)}) - f'(x^{(k-1)})}{x^{(k)} - x^{(k-1)}}(x - x^{(k)}) = 0$$

由此解得

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - \frac{x^{(k)} - x^{(k-1)}}{f'(x^{(k)}) - f'(x^{(k-1)})} f'(x^{(k)}) \quad (\text{A-72})$$

用上式进行迭代,得到序列 $\{x^{(k)}\}$ 。可以证明,在一定的条件下,这个序列收敛于解。

割线法与牛顿法相比,收敛速率较慢,但不需要计算二阶导数。它的缺点与牛顿法有类似之处,都不具有全局收敛性,如果初始点选择得不好,可能不收敛。

5. 抛物线法

抛物线法的基本思想是,在极小点附近,用二次三项式 $\varphi(x)$ 逼近目标函数 $f(x)$,令 $\varphi(x)$ 与 $f(x)$ 在三点 $x^{(1)} < x^{(2)} < x^{(3)}$ 处有相同的函数值,并假设

$$f(x^{(1)}) > f(x^{(2)}), f(x^{(2)}) < f(x^{(3)})$$

令

$$\varphi(x) = a + bx + cx^2$$

又令

$$\varphi(x^{(1)}) = a + bx^{(1)} + c(x^{(1)})^2 = f(x^{(1)})$$

$$\varphi(x^{(2)}) = a + bx^{(2)} + c(x^{(2)})^2 = f(x^{(2)})$$

$$\varphi(x^{(3)}) = a + bx^{(3)} + c(x^{(3)})^2 = f(x^{(3)})$$

为求二次逼近函数 $\varphi(x)$ 的系数 b 和 c ,令

$$B_1 = [(x^{(2)})^2 - (x^{(3)})^2]f(x^{(1)})$$

$$B_2 = [(x^{(3)})^2 - (x^{(1)})^2]f(x^{(2)})$$

$$B_3 = [(x^{(1)})^2 - (x^{(2)})^2]f(x^{(3)})$$

$$\begin{aligned}
 C_1 &= (x^{(2)} - x^{(3)})f(x^{(1)}) \\
 C_2 &= (x^{(3)} - x^{(1)})f(x^{(2)}) \\
 C_3 &= (x^{(1)} - x^{(2)})f(x^{(3)}) \\
 D &= (x^{(1)} - x^{(2)})(x^{(2)} - x^{(3)})(x^{(3)} - x^{(1)})
 \end{aligned}$$

得

$$\begin{aligned}
 b &= \frac{B_1 + B_2 + B_3}{D} \\
 c &= -\frac{C_1 + C_2 + C_3}{D}
 \end{aligned}$$

为求 $\varphi(x)$ 的极小点, 令

$$\varphi'(x) = b + 2cx = 0$$

由此解得

$$x = -\frac{b}{2c}$$

把 $\varphi(x)$ 的驻点 x 记作 $x^{(k)}$, 则

$$x^{(k)} = \frac{B_1 + B_2 + B_3}{2(C_1 + C_2 + C_3)} \quad (\text{A-73})$$

这样, 把 $x^{(k)}$ 作为 $f(x)$ 的极小点的一个估计。再从 $x^{(1)}, x^{(2)}, x^{(3)}, x^{(k)}$ 中选择目标函数值最小的点及其左右两点, 给与相应的上标, 代入上式, 求出极小点的新的估计值 $x^{(k+1)}$, 以此类推, 产生点列 $\{x^{(k)}\}$, 在一定条件下, 这个点列收敛于问题的解。在实际应用中, 不必无止境迭代下去, 只要满足精度要求即可。一般用目标函数值的下降量或位移来控制, 即当

$$|f(x^{(k+1)}) - f(x^{(k)})| < \epsilon$$

或当

$$|x^{(k+1)} - x^{(k)}| < \delta$$

时, 终止迭代。式中 ϵ, δ 为事先给定的允许误差。

A-4-3 多维优化

这里介绍的多维优化方法是无约束最优化方法。对于有约束的最优化问题, 可以通过一定的方法变换成无约束的最优化问题, 这些在本书中不作介绍, 有兴趣的读者可以阅读相关书籍。

无约束问题的算法大致可分成两类: 一类是使用导数的最优化方法, 这类方法在计算过程中要用到目标函数的导数; 另一类只用到目标函数值, 不必计算导数, 通常称为直接方法。我们这里要介绍的最速下降法和牛顿法属于前者, 而单纯形法和 Powell 法则属于后者。

1. 最速下降法

考虑无约束问题:

$$\min f(x) \quad x \in E^n$$

式中, 函数 $f(x)$ 具有一阶连续偏导数, E^n 为 n 维欧氏空间。

人们在处理这类问题时,总希望从某一点出发,选择一个目标函数值下降最快的方向,以利于尽快达到极小点。正是基于这样一种愿望,早在1847年法国著名数学家Cauchy提出了最速下降法,并发展成为最基本的优化算法之一。下面我们先来讨论怎样选择最速下降方向。

我们知道,函数 $f(x)$ 在点 x 处沿方向 d 的变化率可用方向导数来表达,对于可微函数,方向导数等于梯度与方向的内积,即

$$Df(x;d) = \nabla f(x)^T d$$

因此,求函数 $f(x)$ 在点 x 处的下降最快的方向,可归结为求解下列非线性规划:

$$\min_{\|d\| \leq 1} \nabla f(x)^T d$$

根据Schwartz不等式,有

$$|\nabla f(x)^T d| \leq \|\nabla f(x)\| \|d\| \leq \|\nabla f(x)\|$$

去掉绝对值符号,可以得到

$$\nabla f(x)^T d \geq -\|\nabla f(x)\|$$

由上式可知,当

$$d = -\frac{\nabla f(x)}{\|\nabla f(x)\|} \quad (\text{A-74})$$

时等号成立。因此,在点 x 处沿式(A-74)所定义的方向变化率最小,即负梯度方向为最速下降方向。

这里需要指出的是,在不同尺度下最速下降方向是不同的。这里定义的最速下降方向,是在向量 d 的欧氏范数 $\|d\|_2 \leq 1$ 的限制下得到的,属于欧氏度量下的最速下降方向。这也是最常用的一种定义,一般我们的解题方法都是在欧氏空间中论述的。

最速下降法的迭代公式是

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + \lambda_k d^{(k)} \quad (\text{A-75})$$

式中, $d^{(k)}$ 是从 $x^{(k)}$ 出发的搜索方向,这里取在点 $x^{(k)}$ 处的最速下降方向,即

$$d^{(k)} = -\nabla f(x^{(k)})$$

λ_k 是从 $x^{(k)}$ 出发沿方向 $d^{(k)}$ 进行一维搜索的步长,即 λ_k 满足

$$f(x^{(k)} + \lambda_k d^{(k)}) = \min_{\lambda \geq 0} f(x^{(k)} + \lambda d^{(k)}) \quad (\text{A-76})$$

计算步骤如下:

1) 给定初始点 $x^{(1)} \in E^n$,允许误差 $\epsilon > 0$,置 $k=1$ 。

2) 计算搜索方向 $d^{(k)} = -\nabla f(x^{(k)})$ 。

3) 若 $\|d^{(k)}\| \leq \epsilon$,则停止计算;否则,从 $x^{(k)}$ 出发,沿方向 $d^{(k)}$ 进行一维搜索,求 λ_k ,使得

$$f(x^{(k)} + \lambda_k d^{(k)}) = \min_{\lambda \geq 0} f(x^{(k)} + \lambda d^{(k)})$$

4) 令 $x^{(k+1)} = x^{(k)} + \lambda_k d^{(k)}$,置 $k := k+1$,转第2步。

最后,就最速下降法的应用作一些补充说明。最速下降方向反映了目标函数的一种局部性质。从局部看,最速下降方向确是函数值下降最快的方向,选择这样的方向进行搜索是有利的。但从全局来看,由于在计算过程中存在“锯齿现象”,即使向着极小点移近不太大的距离,也要经历不小的弯路,因此使收敛速率大为减慢。最速下降法并不是收敛最快

的方法,相反,从全局看,它的收敛是比较慢的。因此,最速下降法一般适用于计算过程的前期迭代或作为间插步骤。当接近极小点时,再使用最速下降法,试图用这种方法达到迭代的终止并不有利。

2. 牛顿法

前面曾介绍过一维搜索中的牛顿法,这里将之加以推广,给出求解一般无约束问题的牛顿法。

设 $f(x)$ 是二次可微实函数, $x \in E^n$ 。又设 $x^{(k)}$ 是 $f(x)$ 的极小点的一个估计,我们把 $f(x)$ 在 $x^{(k)}$ 展成泰勒级数,并取二阶近似:

$$\begin{aligned} f(x) &\approx \phi(x) \\ &= f(x^{(k)}) + \nabla f(x^{(k)})^T (x - x^{(k)}) + \frac{1}{2} (x - x^{(k)})^T \nabla^2 f(x^{(k)}) (x - x^{(k)}) \end{aligned}$$

式中, $\nabla^2 f(x^{(k)})$ 是 $f(x)$ 在 $x^{(k)}$ 处的 Hessian 矩阵。为求 $\phi(x)$ 的平稳点,令

$$\nabla \phi(x) = 0$$

即

$$\nabla f(x^{(k)}) + \nabla^2 f(x^{(k)}) (x - x^{(k)}) = 0$$

设 $\nabla^2 f(x^{(k)})$ 可逆,则得牛顿法的迭代公式

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - \nabla^2 f(x^{(k)})^{-1} \nabla f(x^{(k)}) \quad (\text{A-77})$$

式中, $\nabla^2 f(x^{(k)})^{-1}$ 是 Hessian 矩阵 $\nabla^2 f(x^{(k)})$ 的逆矩阵。这样,在知道 $x^{(k)}$ 后,算出在这一点处目标函数的梯度和 Hessian 矩阵的逆,代入式(A-77),便得到后继点 $x^{(k+1)}$,用 $k+1$ 代替 k ,再用式(A-77)计算,又得到 $x^{(k+1)}$ 的后继点。依此类推,产生序列 $\{x^{(k)}\}$ 。可以证明,在适当的条件下,该序列收敛。

对于二次凸函数(类似于二维的一元二次函数),用牛顿法求解,经 1 次迭代即达极小点。这种性质称为二次终止性。

值得注意的是,当初始点远离极小点时,牛顿法可能不收敛。原因是牛顿方向

$$d = -\nabla^2 f(x)^{-1} \nabla f(x)$$

不一定是下降方向,经迭代,目标函数值可能上升。此外,即使目标函数值下降,得到的点 $x^{(k+1)}$ 也不一定是沿牛顿方向的最好点或极小点。因此,人们对牛顿法提出了各种修正方法,其中阻尼牛顿法是较为常见的一种。

阻尼牛顿法与普通牛顿法的区别在于增加了沿牛顿方向的一维搜索,其迭代公式是

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + \lambda_k d^{(k)} \quad (\text{A-78})$$

式中, $d^{(k)} = -\nabla^2 f(x^{(k)})^{-1} \nabla f(x^{(k)})$ 为牛顿方向, λ_k 是由一维搜索得到的步长,即满足

$$f(x^{(k)} + \lambda_k d^{(k)}) = \min_{\lambda \geq 0} f(x^{(k)} + \lambda d^{(k)})$$

阻尼牛顿法的计算步骤如下:

1) 给定初始点 $x^{(1)} \in E^n$, 允许误差 $\epsilon > 0$, 置 $k=1$ 。

2) 计算 $\nabla f(x^{(k)})$, $\nabla^2 f(x^{(k)})^{-1}$ 。

3) 若 $\|\nabla f(x^{(k)})\| < \epsilon$, 则停止迭代; 否则, 令

$$d^{(k)} = -\nabla^2 f(x^{(k)})^{-1} \nabla f(x^{(k)})$$

4) 从 $x^{(k)}$ 出发, 沿方向 $d^{(k)}$ 进行一维搜索:

$$f(x^{(k)} + \lambda_k d^{(k)}) = \min_{\lambda \geq 0} f(x^{(k)} + \lambda d^{(k)})$$

令 $x^{(k+1)} = x^{(k)} + \lambda_k d^{(k)}$ 。

5) 置 $k := k+1$, 转第 2 步。

由于阻尼牛顿法含有一维搜索, 因此每次迭代目标函数值一般有所下降(决不会上升)。可以证明, 阻尼牛顿法在适当的条件下具有全局收敛性, 且与普通牛顿法一样, 为 2 阶收敛。

3. 单纯形法

这里要介绍的单纯形法是一种无约束最优化的直接方法, 不同于线性规划的单纯形法。

所谓单纯形是指 n 维空间 E^n 中具有 $n+1$ 个顶点的凸多面体。比如, 一维空间中的线段、二维空间中的三角形、三维空间中的四面体等, 均为相应空间中的单纯形。若单纯形的 $n+1$ 个顶点中任意两点间的距离都相等, 则称此单纯形为正规单纯形。

在单纯形法中, 给定 E^n 中的一个单纯形后, 求出 $n+1$ 个顶点上的函数值, 确定出有最大函数值的点(称为最高点)和最小函数值的点(称为最低点), 然后通过反射、扩展、压缩等方法(几种方法不一定同时使用)求出一个较好点, 用它取代最高点, 构成新的单纯形, 或者通过向最低点收缩形成新的单纯形, 用这样的方法逼近极小点。

下面, 以极小化二元函数 $f(x_1, x_2)$ 为例, 说明怎样实现单纯形的转换。

首先, 在平面上取不共线的三点 $x^{(1)}$ 、 $x^{(2)}$ 和 $x^{(3)}$, 构成初始单纯形(如图 A-6 所示)。设最高点为 $x^{(3)}$, 最低点为 $x^{(1)}$, 即

$$f(x^{(1)}) < f(x^{(2)}) < f(x^{(3)})$$

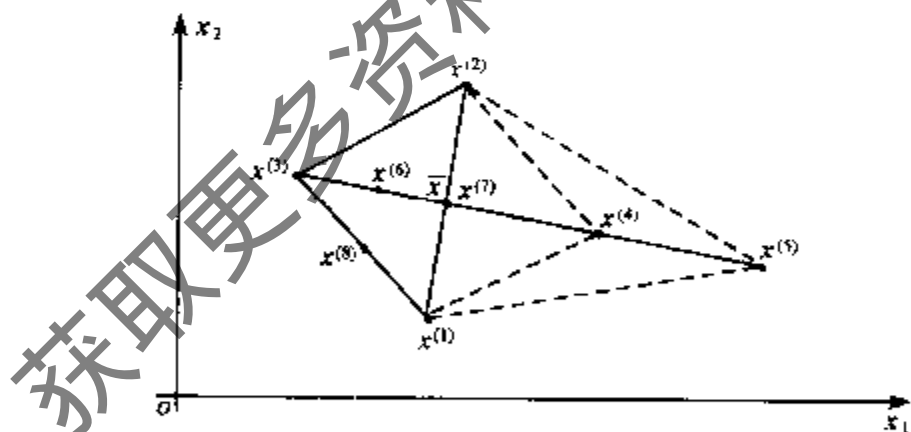


图 A-6 单纯形法示意图

现在进行反射步骤。我们将最高点经过其余点的形心进行反射, 运用单纯形法时, 总是如此。对于本问题, 就是将 $x^{(3)}$ 经过线段 $x^{(1)} x^{(2)}$ 的中点

$$x = \frac{1}{2}(x^{(1)} + x^{(2)})$$

进行反射。得到反射点

$$x^{(4)} = x + \alpha(\bar{x} - x^{(3)})$$

式中, 正数 α 称为反射系数, 一般取 $\alpha=1$ 。

反射后有三种可能的情形:

1) 如果 $f(x^{(4)}) < f(x^{(1)})$, 则表明方向

$$d = x^{(4)} - \bar{x}$$

对于函数值的减小是有利的,于是沿此方向进行扩展。令

$$x^{(5)} = x + \gamma(x^{(4)} - x)$$

式中, $\gamma > 1$ 称为扩展系数。若

$$f(x^{(5)}) < f(x^{(4)})$$

则用 $x^{(5)}$ 取代 $x^{(3)}$, 得到以 $x^{(1)}$ 、 $x^{(2)}$ 和 $x^{(5)}$ 为顶点的新的单纯形。

若

$$f(x^{(5)}) \geq f(x^{(4)})$$

则扩展失败。这时,用 $x^{(4)}$ 替换 $x^{(3)}$, 得到以 $x^{(1)}$ 、 $x^{(2)}$ 和 $x^{(4)}$ 为顶点的新的单纯形。

2) 如果 $f(x^{(1)}) \leq f(x^{(4)}) \leq f(x^{(2)})$, 即 $f(x^{(4)})$ 不小于最低点处的函数值, 不大于次高点处的函数值, 则用 $x^{(4)}$ 替换 $x^{(3)}$, 得到以 $x^{(1)}$ 、 $x^{(2)}$ 和 $x^{(4)}$ 为顶点的新的单纯形。

3) 如果 $f(x^{(4)}) > f(x^{(2)})$, 即 $f(x^{(4)})$ 大于次高点处的函数值, 则进行压缩步骤。为此, 在 $x^{(4)}$ 和 $x^{(3)}$ 中选择函数值最小的点, 令

$$f(x^{(h)}) = \min\{f(x^{(3)}), f(x^{(4)})\}$$

式中, $x^{(h)} \in \{x^{(3)}, x^{(4)}\}$, 令

$$x^{(6)} = \bar{x} + \beta(x^{(h)} - \bar{x})$$

式中, $\beta \in (0, 1)$ 为压缩系数。这样, $x^{(6)}$ 位于 \bar{x} 与 $x^{(h)}$ 之间。

若 $f(x^{(6)}) \leq f(x^{(h)})$, 则用 $x^{(6)}$ 取代 $x^{(3)}$, 得到以 $x^{(1)}$ 、 $x^{(2)}$ 和 $x^{(6)}$ 为顶点的新的单纯形。

若 $f(x^{(6)}) > f(x^{(h)})$, 则进行收缩。最低点 $x^{(1)}$ 不动, 其余两点 $x^{(2)}$ 和 $x^{(3)}$ 均向 $x^{(1)}$ 移近一半距离。令

$$x^{(7)} = x^{(2)} + \frac{1}{2}(x^{(1)} - x^{(2)})$$

$$x^{(8)} = x^{(3)} + \frac{1}{2}(x^{(1)} - x^{(3)})$$

得到以 $x^{(1)}$ 、 $x^{(7)}$ 和 $x^{(8)}$ 为顶点的新的单纯形。

以上几种情形, 不论属于哪一种, 所得到的新的单纯形, 必有一个顶点其函数值小于或等于原单纯形各顶点上的函数值。每得到一个新的单纯形后, 再重复以上步骤, 直至满足收敛准则为止。

单纯形法的具体计算步骤如下:

1) 给定初始单纯形, 其顶点

$$x^{(i)} \in E^n \quad i = 1, 2, \dots, n+1$$

反射系数 $\alpha > 1$, 扩展系数 $\gamma > 1$, 压缩系数 $\beta \in (0, 1)$, 允许误差 $\epsilon > 0$ 。计算函数值

$$f(x^{(i)}) \quad i = 1, 2, \dots, n+1$$

置 $k=1$ 。

2) 确定最高点 $x^{(h)}$ 、次高点 $x^{(g)}$ 、最低点 $x^{(l)}$, $h, g, l \in \{1, 2, \dots, n+1\}$, 使得

$$f(x^{(h)}) = \max\{f(x^{(1)}), f(x^{(2)}), \dots, f(x^{(n+1)})\}$$

$$f(x^{(g)}) = \max\{f(x^{(i)}) \mid x^{(i)} \neq x^{(h)}\}$$

$$f(x^{(l)}) = \min\{f(x^{(1)}), f(x^{(2)}), \dots, f(x^{(n+1)})\}$$

计算除 $x^{(h)}$ 外的 n 个点的形心 \bar{x} , 令

$$x = \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^{n+1} x^{(i)} - x^{(h)} \right]$$

计算出 $f(x)$ 。

3) 进行反射, 令

$$x^{(n+2)} = \bar{x} + \alpha(x - x^{(h)})$$

计算 $f(x^{(n+2)})$ 。

4) 若 $f(x^{(n+2)}) < f(x^{(l)})$, 则进行扩展, 令

$$x^{(n+3)} = \bar{x} + \gamma(x^{(n+2)} - x)$$

计算 $f(x^{(n+3)})$, 转步骤 5; 若

$$f(x^{(l)}) \leq f(x^{(n+2)}) \leq f(x^{(g)})$$

则置 $x^{(h)} = x^{(n+2)}$, $f(x^{(h)}) = f(x^{(n+2)})$, 转步骤 7;

若 $f(x^{(n+2)}) > f(x^{(g)})$, 则进行压缩, 令

$$f(x^{(h')}) = \min \{ f(x^{(h)}), f(x^{(n+2)}) \}$$

式中, $h' \in \{h, n+2\}$ 。令

$$x^{(h+4)} = x + \beta(x^{(h')} - x)$$

计算 $f(x^{(h+4)})$, 转步骤 6。

5) 若 $f(x^{(n+3)}) < f(x^{(n+2)})$, 则置

$$x^{(h)} = x^{(n+3)}, f(x^{(h)}) = f(x^{(n+3)})$$

转步骤 7; 否则, 置

$$x^{(h)} = x^{(n+2)}, f(x^{(h)}) = f(x^{(n+2)})$$

转步骤 7。

6) 若 $f(x^{(n+4)}) \leq f(x^{(h)})$, 则置

$$x^{(h)} = x^{(n+4)}, f(x^{(h)}) = f(x^{(n+4)})$$

进行步骤 7; 否则, 进行收缩, 令

$$x^{(i)} = \frac{1}{2} (x^{(i)} + x^{(i+1)}) \quad i = 1, 2, \dots, n+1$$

计算 $f(x^{(i)})$, $i=1, 2, \dots, n+1$, 进行步骤 7。

7) 检验是否满足收敛准则。若

$$\left\{ \frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^{n+1} [f(x^{(i)}) - f(x)]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} < \epsilon$$

则停止计算, 现行最好点可作为极小点的近似; 否则, 置 $k := k+1$, 返回步骤 2。

关于单纯形法的使用效果, 有人在许多问题上进行了试验, 并取得成功。但也有人认为, 对于多变量的情形, 比如 $n \geq 10$ 的问题, 单纯形法基本无效。

4. Powell 法

Powell 方法是一种有效的直接搜索法。Powell 法把整个计算过程分成若干个阶段, 每一阶段(一轮迭代)由 $n+1$ 次一维搜索组成。在算法的每一阶段中, 先依次沿着已知的 n 个方向搜索, 求得一个最好点, 然后沿本阶段的初始点与该最好点连线方向进行搜索, 求得这一阶段的最好点。再用最后的搜索方向取代前 n 个方向之一, 开始下一阶段的迭代。

具体计算步骤如下:

1) 给定初始点 $x^{(0)}$, n 个线性无关的方向

$$d^{(1,1)}, d^{(1,2)}, \dots, d^{(1,n)}$$

允许误差 $\epsilon > 0$, 置 $k=1$ 。

2) 置 $x^{(k,0)} = x^{(k-1)}$, 从 $x^{(k,0)}$ 出发, 依次沿方向

$$d^{(k,1)}, d^{(k,2)}, \dots, d^{(k,n)}$$

进行搜索, 得到点

$$x^{(k,1)}, x^{(k,2)}, \dots, x^{(k,n)}$$

再从 $x^{(k,n)}$ 出发, 沿方向

$$d^{(k,n+1)} = x^{(k,n)} - x^{(k,0)}$$

作一维搜索, 得到点 $x^{(k)}$ 。

3) 若 $\|x^{(k)} - x^{(k-1)}\| < \epsilon$, 则停止计算, 得点 $x^{(k)}$; 否则, 令

$$d^{(k+1,j)} = d^{(k,j+1)}, j = 1, \dots, n$$

置 $k := k+1$, 返回步骤 2。

尽管 Powell 方法具有二次终止性, 但是在 Powell 方法中, 保持 n 个搜索方向线性无关十分重要。上述的基本 Powell 方法可能选取线性相关或接近线性相关的搜索方向, 特别是变量很多时更是如此。这种可能性会给收敛性带来严重后果。为了避免这个困难, Powell 本人及其他人对这一方法进行了修正, 给出改进的 Powell 方法。这里介绍一种改进的 Powell 方法 (Sargent 形式)。具体计算步骤如下:

1) 给定初始点 $x^{(0)}$, n 个线性无关的方向

$$d^{(1,1)}, d^{(1,2)}, \dots, d^{(1,n)}$$

允许误差, $\epsilon > 0$, 置 $k=1$ 。

2) 置 $x^{(k,0)} = x^{(k-1)}$, 从 $x^{(k,0)}$ 出发, 依次沿方向

$$d^{(k,1)}, d^{(k,2)}, \dots, d^{(k,n)}$$

作一维搜索, 得到点

$$x^{(k,1)}, x^{(k,2)}, \dots, x^{(k,n)}$$

求指标 m , 使得

$$f(x^{(k,m-1)}) - f(x^{(k,m)}) = \max_{j=1, \dots, n} \{f(x^{(k,j-1)}) - f(x^{(k,j)})\}$$

令

$$d^{(k,n+1)} = x^{(k,n)} - x^{(k,0)}$$

若 $\|x^{(k,n)} - x^{(k,0)}\| \leq \epsilon$, 则停止计算; 否则, 进行步骤 3。

3) 求 λ_{n+1} , 使得

$$f(x^{(k,0)} + \lambda_{n+1} d^{(k,n+1)}) = \min_{\lambda} f(x^{(k,0)} + \lambda d^{(k,n+1)})$$

令

$$x^{(k+1,0)} = x^{(k)} = x^{(k,0)} + \lambda_{n+1} d^{(k,n+1)}$$

若 $\|x^{(k)} - x^{(k-1)}\| \leq \epsilon$, 则停止计算, 得点 $x^{(k)}$; 否则, 进行步骤 4。

4) 若

$$|\lambda_{n+1}| > \left[\frac{f(x^{(k,0)}) - f(x^{(k+1,0)})}{f(x^{(k,m-1)}) - f(x^{(k,m)})} \right]^{\frac{1}{2}}$$

则令

$$d^{(k+1,j)} = d^{(k,j)} \quad j = 1, \dots, m-1$$

$$d^{(k+1,j)} = d^{(k,j-1)} \quad j = m, \dots, n$$

置 $k := k+1$, 转步骤 2; 否则, 令

$$d^{(k+1,j)} = d^{(k,j)} \quad j = 1, \dots, n$$

置 $k := k+1$, 转步骤 2。

改进的 Powell 方法不再具有二次终止性, 但是, 它的计算效果仍然令人满意。

获取更多资料 微信搜索蓝领星球

序

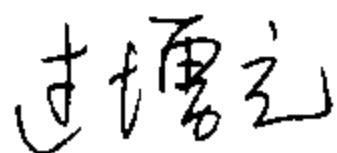
随着人类生活水平和生活质量的提高,制冷、空调系统已在各国得到了普遍应用,逐步成为世界上消耗能量最多的一种耗能系统。与此同时,人们对生活质量提高的要求是社会、经济发展的巨大驱动力,因此在新的世纪里制冷空调系统将具有更广阔的发展前景。我国的主要制冷空调产品产量已达到世界第一,但其所消耗能源、材料以及开发费用与先进国家相比仍然相当高。传统的制冷空调产品设计中主要依赖样机的反复制作与调试,既增加了开发费用,又谈不上产品的性能优化,不利于节能节材。通过制冷空调装置的计算机仿真与优化技术的应用,首先在计算机上面实现产品的优化设计,是制冷空调产品设计方法现代化的发展方向。更为重要的是,我国正处在进入 WTO 的前夕,发展具有自己知识产权的制冷空调系统尤为重要。

本书作者丁国良博士是上海交通大学的年轻教授、博士生导师。他从 1987 年开始进行制冷空调装置的仿真与优化研究,是完整的制冷空调装置仿真与优化理论的建立者之一。他所提出的制冷系统从部件到整体装置的建模与求解方法、基于现代控制理论的空调动态负荷计算理论,以及基于模型的智能化仿真,不仅使我国在制冷空调领域的仿真优化达到国际先进水平并有自己创新,而且促进了国际制冷界的设计方法的现代化。他直接开发,或作为负责人开发的各类制冷空调装置的仿真优化软件已经在美国开利、德国利勃海尔、春兰、海尔等国内外著名公司得到应用,并获得三项省部级奖。他个人也因此获得了霍英东教育基金会优秀青年教师科研奖,被评为上海市青年科技明星,并入选教育部骨干教师计划。

本书反映了丁国良教授及其合作者张春路博士多年从事制冷空调装置仿真与优化研究的成果。书中包括了仿真与优化的基本概念,制冷空调装置中各个部件的模型建立,以及如何在部件模型基础上实现整个装置的仿真与优化,还指出了仿真与优化研究进一步发展的方向,此外还初步介绍了智能化仿真的思路。书中的许多内容紧密结合合作者开发的已在企业应用的产品仿真优化设计软件,因此既有理论深度,同时也不乏实用性。

近年来丁国良教授在制冷空调装置的智能仿真研究上已取得了一定成绩,他本人也作为国家重大基础研究规划项目“高效节能中的重大科学问题”的骨干参加了“能量利用系统中的稳态与动态特性”研究课题。希望他能在原有研究基础上,再有所深入,并尽快形成具有自己知识产权的实用软件。相信本书的工作会对国内制冷空调以及热力系统研究的同行有所借鉴。

中国科学院院士



2001年4月

主要符号表

变 量			
a	热扩散率(m^2/s)	l	长度或厚度(m)
a_1, a_2, a_3, \dots	制冷剂物性公式中的系数	L	管长(m)
A	管横截面积(m^2); 换热面积(m^2); 系数或系数矩阵	m	质量流率(kg/s)
b, B	系数或系数矩阵	M	质量(kg)
c, C	热容[$\text{J}/(\text{K} \cdot \text{m})$]; 系数或系数矩阵	N	功率(W); 换热器管排数
d	直径或其他空间距离变量 (m); 空气含湿量($\text{kg}/\text{kg}_{\text{干空气}}$); 微分符号; 搜索方向; 系数	Nu	努塞尔特数
D	直径(m); 系数或系数矩阵	p	压力(Pa)
e	自然常数; 误差	Pr	普朗特数
E	能量(J); 欧氏空间	q, Q	热量(J)或热流密度(W)
f	摩擦系数; 系数	r	汽化潜热(J/kg)
$f(x)$	函数	R	气体常数
F	系数矩阵	Re	雷诺数
G	质量流速[$\text{kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$]; 系数矩阵	s	熵[$\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$]; 滑移比;
h	焓值(J/kg); 步长	t	温度($^{\circ}\text{C}$); 时间(s)
i, j, k, n	整型变量或系数	T	温度(K)
k	绝热或多变指数	u	输入变量; 流速(m/s)
K	传热系数[$\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$]	U	内能(J); 输入变量
		v	比容(m^3/kg)
		V	压缩机输气量(m^3/s); 体积、容积(m^3)
		w	反应系数
		x	制冷剂干度; 函数变量
		y	函数或函数变量
		Y	输出变量

z	z 算子	μ	动力粘度(Pa·s)
Z	z 变换	ν	运动粘度(m ² /s)
α	换热系数[W/(m ² ·K)]	π	圆周率
γ	空泡系数	Π	无量纲变量
Δ	增量,变化量	θ	过剩温度
ϵ	粗糙度(m); 迭代误差限	ρ	密度(kg/m ³)
η	压缩机电效率	σ	表面张力(N/m)
λ	压缩机容积效率; 算法中的步长	τ	时间(s)
		ξ	析湿系数

上 角 标

$\bar{}$	平均值	(0)	上一时刻
\cdot	导数	'	导数;
"	饱和气体		饱和液体

下 角 标

a, air	空气	DT	换热温差
acm	集液器	e, eva, evap	蒸发器
ado	出风干球温度	ef	有效值
awo	出风湿球温度	es	蒸发器与吸气管
back	背压	exp	实验值
c, con, cond	冷凝器	f	液体
cal	计算值	fg	热力性质的饱和气体值与 饱和液体值的差值
cap	毛细管	g	饱和气体
cf	饱和液体制冷剂壅塞流	h	当量水力直径
cg	饱和气体制冷剂壅塞流	i, in	进口;
ch	两相制冷剂壅塞流		内侧
CLN	压缩机气缸	l	液体
coe	系数	l	长度
com	压缩机	leak	泄漏
crit	临界值	ltog	液体蒸发
d	排气	m	平均值;
dew	露点		机械效率
div	换热器分路数	mo	压缩机电机
dry	干工况		

N	理论模型计算值	SC	过冷
o,out	出口； 外侧	SH	过热
os	外侧显热交换	sim	仿真值
p	定压	suc	吸气或吸气管
pf	定压下的液体性质	th	理论计算值
pool	池状沸腾	tot	总量
Q	换热	TP	两相
r,ref	制冷剂	tub	换热管
s	吸气； 饱和状态	u	单位阶跃扰量
s	等熵	v	气体； 饱和气体
sat	饱和状态	w	管壁

获取更多资料 微信搜索 蓝领星球

[G e n e r a l I n f o r m a t i o n]

书名 = 制冷空调装置仿真与优化

作者 =

页数 = 170

SS号 = 0

出版日期 =

获取更多资料 微信搜索 蓝领星球

封面
书名
版权
前言
正文
封底

获取更多资料 微信搜索蓝领星球