Technology 实用技术

机械公式活用手册

MECHANICAL FORMULA HANDBOOK

〔日〕安达胜之　坂本欣也　菅野一仁
住野和男　野口和晴　著
杨晓辉　白彦华　徐方超　译

科学出版社

(TH-0483.0101)
责任编辑　杨　凯
责任制作　董立颖　魏　谨
封面设计　王　珍

Technology 实用技术

◎涵盖机械设计所需要的各种公式

◎选用最有代表性的公式，尽量使用图表便于记忆

◎每个公式均用例题讲解其典型应用及注意事项

◎书后附录便于读者查阅相关数据

www.sciencep.com
ISBN 978-7-03-030946-4
9 787030 309464 >

科学出版社　东方科龙公司
联系电话：010-82840399
E-mail：boktp@mail.sciencep.com
有关网址：http://www.okbook.com.cn

销售分类建议：工业技术/机械

定　价：25.00元

机械公式活用手册

〔日〕安达胜之　坂本欣也　菅野一仁
住野和男　野口和晴　著
杨晓辉　白彦华　徐方超　译

科学出版社
北京

内 容 简 介

本书覆盖机械设计所需要的各种公式，内容分成10个方面、118个问题，从理论力学、振动力学和材料力学等机械设计的基本公式，到螺纹、齿轮、轴承、弹簧，以及铆焊接头等零件设计公式，机械加工和测量公式，最后是流体力学和流体机械，热力学和热力机械。本书重点是灵活使用公式，所以没有列出公式的变形、变换式以及说明等，选用的公式具有代表性，每个公式均用例题讲解其典型应用。

本书应用性强，实用价值高，是从事机械工程领域的各类人员及学生必备的手册。

图书在版编目(CIP)数据

机械公式活用手册/(日)安达胜之等著；杨晓辉等译. —北京：科学出版社，2011

ISBN 978-7-03-030946-4

Ⅰ.机… Ⅱ.①安… ②杨… Ⅲ.机械设计-公式-手册 Ⅳ.TH12-62

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第078337号

责任编辑：杨 凯 / 责任制作：董立颖 魏 谨

责任印制：赵德静 / 封面设计：王 珍

北京东方科龙图文有限公司 制作

http://www.okbook.com.cn

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码：100717

http://www.sciencep.com

北京天时彩色印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2011年6月第 一 版 开本：A5(890×1240)

2011年6月第一次印刷 印张：9 1/4

印数：1—5 000 字数：275 000

定 价：25.00元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

译者序

Preface

机械设计涵盖的知识面非常广泛，设计新产品时需要进行各种计算，包括运动分析、受力分析、零件形状和尺寸的确定等等。如何灵活运用各种公式是设计人员需要解决的难题。

本书几乎覆盖了机械设计所需要的各种公式，从理论力学、振动力学和材料力学等机械设计的基本公式，到螺纹、齿轮、轴承、弹簧，以及铆焊接头等零件设计公式，机械加工和测量公式，最后是流体力学和流体机械，热力学和热力机械，涉及到十个方面。书中的理论叙述很少，列出的公式均有实用价值，主要是通过例题来学习公式的运用。所以本手册不仅对从事机械工程领域的各类人员有实际作用，对工科院校相关专业学生学习机械知识也有所帮助。

本书第 1、2、3、5、6 章由徐方超翻译，7、8、9、10 章由白彦华翻译，第 4 章由刘旭翻译，全书由杨晓辉修订。由于译者水平有限，译文中难免存在不足和纰漏，敬请广大读者批评指正。

致读者

Introduction

在工程领域，设计一个新产品的过程实际上就是将迄今为止已有的机械要素进行重新组合的过程，在这个过程中，不仅仅是简单的要素组合，还有人员的合理配置和交流。一个新技术要在不同的领域和专业间进行各种交流，其中技术人员需要积累与产品有关的广泛知识和经验，对于复杂的装配还必须进行不同的领域和专业间的协作。现将生产新产品所要掌握的基本问题整理成书，供机械行业的技术人员参考使用。

本书有以下特点：

(1) 将精心挑选的机械设计内容分成10个方面、118个问题，每个问题用两页篇幅进行阐述。

(2) 在知识点中概述了正确使用公式的注意事项和典型应用。

(3) 本书的精华是对公式的灵活使用，所以没有列出公式的变形、变换式以及说明等。

(4) 选用最有代表性的公式，并尽量使用图表便于记忆。

(5) 例题基本上是讲解公式的典型应用实例。

(6) 知识扩展是与题目相关的知识介绍。

(7) 附录是使用公式时需要查找的数据。

本书不仅对从事机械工程领域的各类人员有实际作用，也对工科院校相关专业学生学习机械知识有所帮助。本书涉及机械设计多领域的知识，如能成为诸位的有力助手而被广泛使用，将深感欣慰。

最后，感谢为编写本书而使用到的各种文献和参考资料的作者，同时对本书出版给予支持的OHM社的各位表示感谢。

2008年6月
编者

目 录

Contents

第 3 章 材料力学

第 4 章 零件设计

第 5 章　机械加工法

第 6 章　测量技术

第 7 章　流体力学

第 8 章　流体机械

第 9 章　热力学

第 1 章　理论力学

1.1 力的合成

Composition of forces

知识点

当一个物体受到几个力共同作用时，我们可以求出这样一个力，这个力的作用效果与原来几个力共同作用的效果相同，那么就把这个力叫做那几个力的合力。求两个或两个以上力的合力的过程叫做力的合成。在原物体上施加合力的反作用力之后，各力达到平衡，原物体将保持静止。

1 当两个力的夹角为直角时　($\alpha=90°$)

$$F=\sqrt{F_1^2+F_2^2}\quad(\mathrm{N})\qquad ①$$

$$\tan\phi=\frac{F_2}{F_1}\qquad ②$$

F：F_1 和 F_2 的合力。

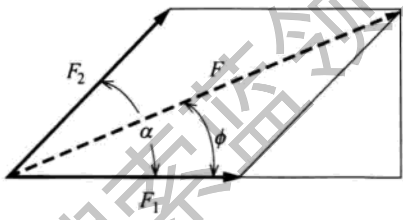


图 1

2 当两个力的夹角为 α 时

$$F=\sqrt{F_1^2+F_2^2+2F_1F_2\cos\alpha}\quad(\mathrm{N})\qquad ③$$

$$\tan\phi=\frac{F_2\sin\alpha}{F_1+F_2\cos\alpha}\qquad ④$$

例题 1

如图 2 所示，当大小分别为 30 N 和 40 N 的两个力的夹角为直角时，求合力的大小和方向(角 ϕ 的大小)。

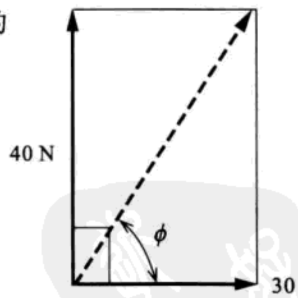


图 2

解　由①式得：

$$F=\sqrt{F_1^2+F_2^2}=\sqrt{30^2+40^2}=50\ (\mathrm{N})$$

$$\tan\phi=\frac{40}{30}=1.33$$

$$\therefore\ \phi=53.1°$$

例题 2

如图 3 所示，两个力 F_1 和 F_2 的夹角 $\alpha=60°$，且 $F_1=1000$ N，$F_2=450$ N，求合力 F 和角 ϕ 的大小。

解　由③式得：

$$F=\sqrt{F_1^2+F_2^2+2F_1F_2\cos\alpha}$$

$$
\begin{aligned}
&= \sqrt{1000^2 + 450^2 + 2 \times 1000 \times 450 \times \cos 60^\circ} \\
&= 1290\ (\mathrm{N})
\end{aligned}
$$

由④式得：

$$
\begin{aligned}
\tan\phi &= \frac{F_2 \sin\alpha}{F_1 + F_2 \cos\alpha} \\
&= \frac{450 \times \sin 60^\circ}{1000 + 450 \times \cos 60^\circ} \\
&= 0.318
\end{aligned}
$$

$\therefore \quad \phi = 17.6^\circ$

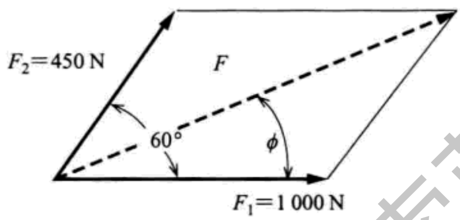


图 3

◎ 知识扩展 ◎

当两个力的夹角为直角时，把 $\cos 90^\circ = 0$，$\sin 90^\circ = 1$ 的值代入③、④式，可推导出①、②式。

求合力的反过程，即把一个力分解成两个以上力的过程，称为力的分解。这几个力就叫做原来那个力的分力，各分力方向可根据实际情况确定，但是，通常情况下会把力沿着相互垂直的两个方向进行分解（如图 4 所示），并称为正交分解，正交分解后的两个分力称为直角分力（F_x、F_y）。

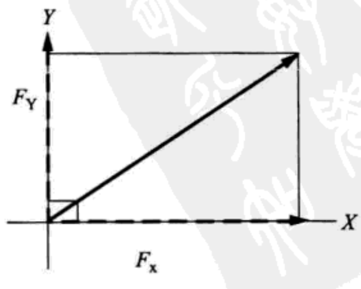


图 4

1.2 力 矩

Moment

▶▶知识点

力对物体产生转动作用的物理量，称为力矩。力矩的大小等于回转中心到力作用线的垂直距离与力的乘积。如果力矩达到平衡，静止的物体不会发生转动。

1 力矩的大小

$$M = Fl\sin\theta \quad (\text{N} \cdot \text{m}) \qquad ①$$

当 $\theta = 90°$时

$$M = Fl \quad (\text{N} \cdot \text{m}) \qquad ②$$

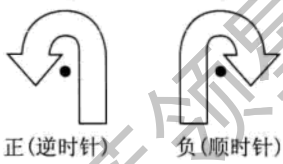


图 1

力矩的方向如图 1 所示，逆时针方向的力矩为正，用"＋"表示(可省略)；顺时针方向的力矩为负，用"－"表示。

2 力偶矩的大小

$$M = Fd \quad (\text{N} \cdot \text{m}) \qquad ③$$

如图 3 所示，大小相等、方向相反、不在同一作用线上的一对平行力称为力偶；两力作用线间的距离称为力偶臂(d)；平行力中的一个力(F)与力偶臂(d)的乘积称作力偶矩；力偶矩方向的确定方法与上述力矩的确定方法相同。

3 力矩的合成

$$M = \sum M_i \qquad ④$$

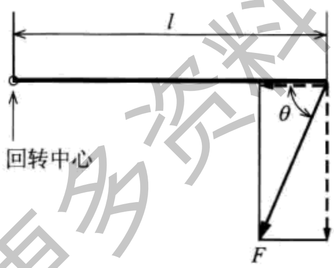


图 2

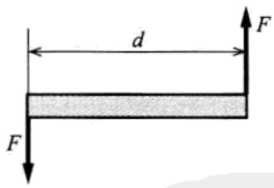


图 3 力偶

例题 1

如图 4 所示，求以 O 点为回转中心的力矩。解题时注意力矩的方向("＋"、"－"符号)。

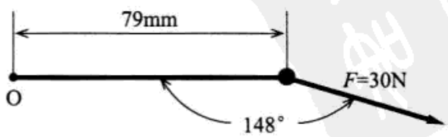


图 4

◁解▷ 由①式计算力矩的大小，由图 4 可确定力矩为顺时针方向，即用负号(－)表示。

$$
\begin{aligned}
M &= -30\ \text{N} \times 79\ \text{mm} \times \sin 148^\circ \\
&= -1260\ \text{N} \cdot \text{mm} \\
&= -1.26 \times 10^3\ \text{N} \cdot \text{mm}
\end{aligned}
$$

故力矩为$-1.26 \times 10^3\ \text{N} \cdot \text{mm}$。

例题 2

求图 5 中各力偶矩。

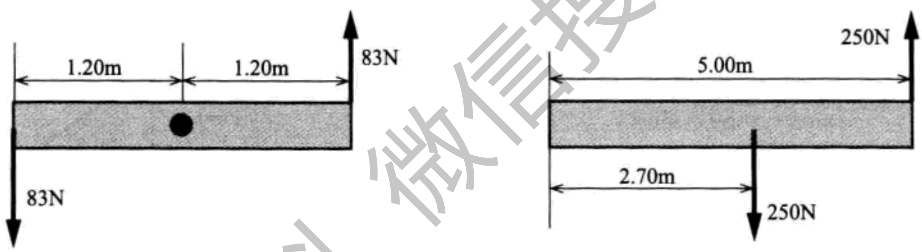
◁解▷ 由③式计算力偶矩的大小,并注意力偶矩的方向。

(1)在左图中力偶矩方向为逆时针,故符号为+,因此

$$
\begin{aligned}
M &= 83\ \text{N} \times (1.20 + 1.20)\ \text{m} \\
&= 199.2\ \text{N} \cdot \text{m} \\
&\approx 199\ \text{N} \cdot \text{m}
\end{aligned}
$$

(2)在右图中力偶矩方向为顺时针,故符号为−,因此

$$
\begin{aligned}
M &= 250\ \text{N} \times (5.00 - 2.70)\ \text{m} \\
&= 575\ \text{N} \cdot \text{m}
\end{aligned}
$$



(a) (b)

图 5

◎ 知识扩展 ◎

对于力偶,回转中心常位于力偶臂的中点,如汽车的方向盘(参照例题 2 图 5(a))。实际上,将力偶作用点的直线上的任意一点作为回转中心(内分点、外分点均可),力偶矩都不会发生改变。因此在例题 2(2)中,并非一定要明示回转中心,图 3 也是如此。

在例题 2(2) 中,逆时针方向力矩 $250 \times 5.00\ \text{N} \cdot \text{m}$ 大于顺时针方向力矩 $250 \times 2.70\ \text{N} \cdot \text{m}$,因此,合力矩为逆时针方向力矩,逆时针方向力矩的符号"+"可省略不写。

1.3 力的平衡

Equilibrium of force

知识点

当物体同时受到几个力的共同作用时，仍然保持静止状态，则称这几个力相互平衡。但是，力平衡的时候，力矩不一定平衡；当力平衡而力矩不平衡的时候，物体会发生转动。

1 力的平衡方程式

$$F_1+F_2+F_3+\cdots F_i+\cdots=0 \quad ①$$

F_i：各力为矢量。

2 作图法分析力的平衡

如果作用在一点上的三个力达到平衡，那么这三个力必然能构成一个闭合的三角形。

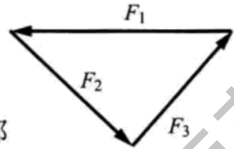


图 1

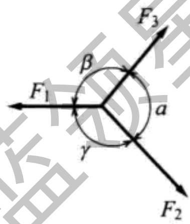


图 2

即：在同一平面内，当三个共点力的合力为零时，其中任一个力与其它两个力夹角正弦的比值相等（拉密定理）。

$$\frac{F_1}{\sin\alpha}=\frac{F_2}{\sin\beta}=\frac{F_3}{\sin\gamma} \quad ②$$

3 坐标法分析力的平衡

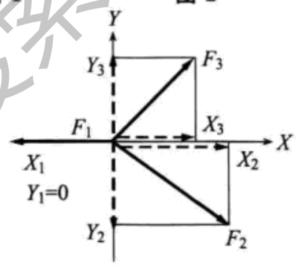


图 3

力 F_1、F_2、F_3…在 X、Y 轴上的分力分别为（X_1，Y_1）、（X_2，Y_3）、（X_3，Y_3）…，则

（1）共点力的平衡条件

$$\left.\begin{aligned}X_1+X_2+X_3+\cdots=0\\ Y_1+Y_2+Y_3+\cdots=0\end{aligned}\right\} \quad ③$$

（2）作用点不同的力的平衡条件

$$\left.\begin{aligned}X_1+X_2+X_3+\cdots=0\\ Y_1+Y_2+Y_3+\cdots=0\\ M_1+M_2+M_3+\cdots=0\end{aligned}\right\} \quad ④$$

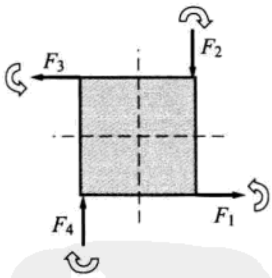


图 4

此处，M 表示力矩。

例题 1

如图 5 所示，重 200 N 的物体吊在两条绳索下方保持静止，求绳索的张力 T_1、T_2。

解 绳索的张力 T_1、T_2 和物体重力 W 三力保持平衡。

由③式得：

$$T_{1x}+T_{2x}+W_x=0\cdots(1)$$

$$T_{1y}+T_{2y}+W_y=0\cdots(2)$$

把 $T_{1x}=T_1\cos45°=0.0707T_1$，$T_{1y}=T_1\sin45°=0.0707T_1$，$T_{2x}=-T_2\cos60°=-0.5T_2$，$T_{2y}=T_2\sin60°=0.866T_2$，$W_x=0$，$W_y=-200$ 代入(1)、(2)式得：

$$0.707T_1-0.5T_2=0\cdots(3)$$

$$0.707T_1+0.866T_2-200=0\cdots(4)$$

式(4)－式(3)得：

$$1.366T_2=200$$

$\therefore T_2=146\ \text{N}, T_1=103\ \text{N}$

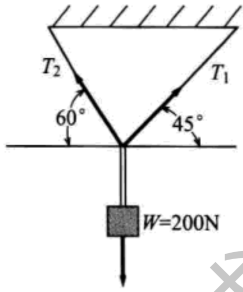


图 5

例题 2

如图 6 所示，某杆件可绕 A 端转动，自由端 B 受 250 N 载荷的作用，在绳索的拉拽下此杆保持水平状态，求绳索的张力和杆件对墙壁的垂直压力。

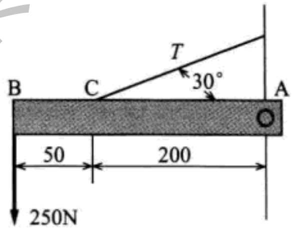


图 6

◁解▷ 作用于杆件上的力有三个：250 N 载荷，A 端的垂直反力和绳索的张力，这三个力保持平衡，则以 A 点为回转中心的力矩也保持平衡。

首先，由力矩公式得：

$$M_1=250\times(200+50), M_2=-T\sin30°\times200$$

代入④得：

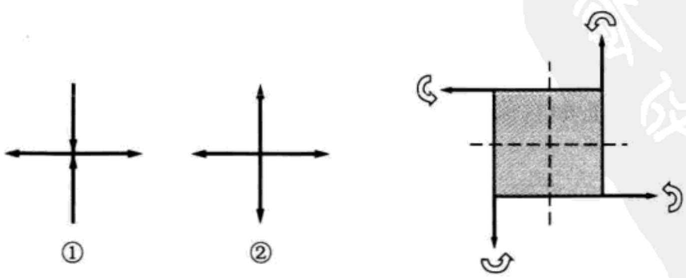
$$M=250\times250-T\sin30°\times200=0$$

$\therefore T=625\ \text{N}$

杆件对墙壁的垂直压力为：$T\cos30°=625\times\cos30°=541\ (\text{N})$

◎ 知识扩展 ◎

在考虑不在同一个作用点上的力的平衡时，力矩的平衡是一个必要条件。



(a) 平衡状态　　(b) 回转状态(不平衡)

图 7

1.4 几何中心与重心

Center of gravity and centroid

▶▶ 知识点

任何物体都可看作是由许多微小部分组成的集合体，每个微小部分上都有重力。但在实际中，通常取各重力的合力，认为各部分受到的重力作用集中于一点，这一点叫做物体的重心。厚度和密度均匀的物体可视作平面图形，平面图形的几何中心即是物体的重心。在解决有关任意形状物体的力的平衡问题时，重心或几何中心是必须首先要考虑的问题。

1 重心的求法

各微小部分对于某一点的力矩之和等于整个物体对于该点的力矩，即

$$\sum w_i x_i = W\bar{x},\ \sum w_i y_i = W\bar{y}$$

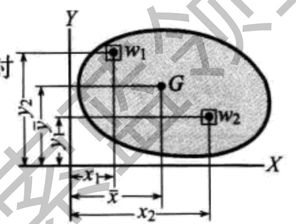


图 1

由以上两个方程式可得：

$$\left.\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{w_1x_1 + w_2x_2 + w_3x_3 + \cdots}{W} = \frac{\sum w_i x_i}{W} \\ \bar{y} &= \frac{w_1y_1 + w_2y_2 + w_3y_3 + \cdots}{W} = \frac{\sum w_i y_i}{W}\end{aligned}\right\} ①$$

式中，$W = w_1 + w_2 + w_3 + \cdots$：物体的重量；$(\bar{x}, \bar{y})$：重心坐标。

2 几何中心的求法

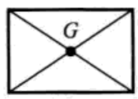
$$\left.\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\sum a_i x_i}{A} \\ \bar{y} &= \frac{\sum a_i y_i}{A}\end{aligned}\right\} ②$$

A：图形全面积。

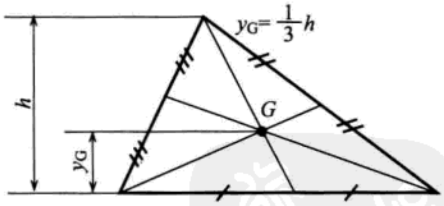
把重心公式①中各部分的重量替换成各部分的面积即可得几何中心的求解公式。

3 基本形状的重心

基本形状的重心如右侧图 2 所示。



(a) 矩形



(b) 三角形

(c) 圆

图 2

例题 1

如图 3 所示，求平面图形的几何中心坐标，长度单位 mm。

◁解▷　把图形分成图 4 所示的两部分。

$$W=150^2+300\times150=67\ 500\ (\text{mm}^2)$$

x 方向的几何中心位置：

$$\bar{x}=\frac{150^2\times75+300\times150\times150}{67\ 500}=125$$

y 方向的几何中心位置：

$$\bar{y}=\frac{150^2\times225+300\times150\times75}{67\ 500}=125$$

∴　$\bar{x}=125\text{ mm},\bar{y}=125\text{ mm}$

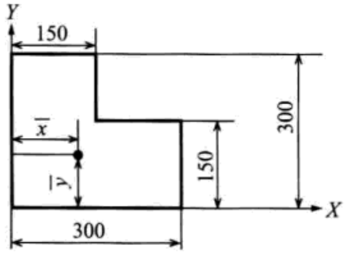


图 3

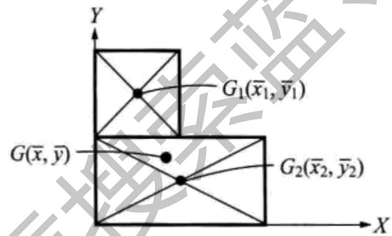


图 4

例题 2

如图 5 所示，在密度均匀的正方形薄板上有一圆孔，求此薄板的重心位置。

◁解▷　如图 5 所示，薄板重心位于 x 轴上，圆孔部分面积以负力矩进行计算。

令无孔正方形和圆孔的面积及 x 方向重心位置分别为 a_1,a_2,x_1,x_2，则：

$$a_1x_1=50\times50\times25=62\ 500\ (\text{mm}^2)$$

$$a_2x_2=-\pi\times10^2\times(25+10)=-11\ 000\ (\text{mm}^2)$$

$$A=50\times50-\pi\times10^2=2190$$

把 $A=2190$ 代入②式，可得 x 方向重心位置：

$$\bar{x}=\frac{62\ 500-11\ 000}{2190}=23.5\ (\text{mm})$$

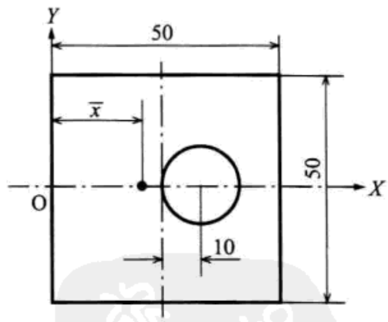


图 5

◎ 知识扩展 ◎

当计算具有复杂几何外形物体的重心时，可以把物体分成容易求得重心位置的几个部分（参照图 2），另外，缺损部分要作为负值进行计算。

1.5 桁架问题

Truss

▶▶知识点

由若干直杆(二力杆)通过铰接点连接而成的、具有三角形单元的框架结构称为桁架。有关桁架构造的计算问题,主要是计算各构件所承受的拉力或压力的大小。桁架在减轻自重和增大刚度的工程结构中得到广泛应用。

1 杆件各部分的作用力

W:载荷 (N);

R_1,R_2:支点反力 (N);

F_i:杆件 i 的内力。

通过作用于三角形桁架的各作用力(W,R_1,R_2)可以求得各个杆件的内力。

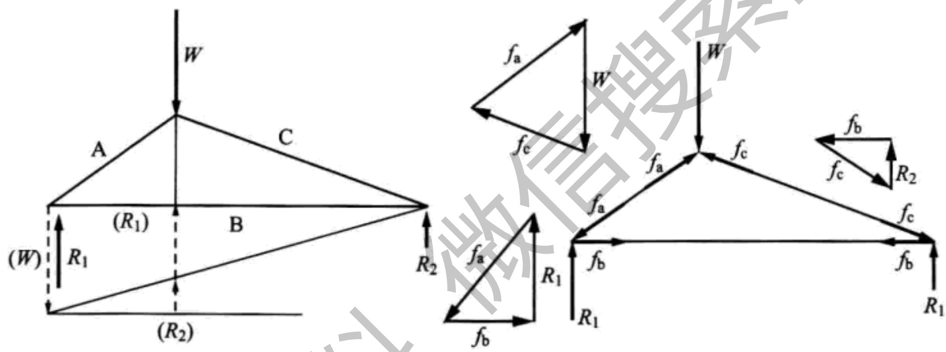


图 1

另外,在作图时,杆件内力的作用线可以进行平行移动。

2 解　法

对于以上问题,有多种解法,在此只讨论图解法和算式解法这两种基本方法。

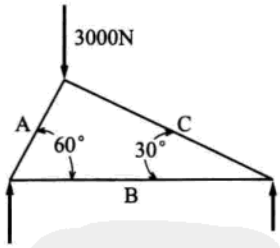


图 2

例题 1

如图 2 所示,求桁架的支点反力和各杆件的内力。

◁解▷ 由于此桁架结构是 30°和 60°的直角三角形,根据三角形相似形原理可以求得各边的长度,如图 3 所示。

(1) 支点反力：

$$\frac{R_1}{R_2}=\frac{\text{①和④两点间的长度}}{\text{④和②两点间的长度}}=\frac{\text{①和②两点间的长度}\times\sin30^\circ\times\cos60^\circ}{\text{①和②两点间的长度}\times\cos30^\circ\times\cos30^\circ}=\frac{1}{3}$$

由 $R_1+R_2=3000$ N 得：

$R_1=2250$ N, $R_2=750$ N

(2) 杆件内力：

同样，根据三角形的相似比可以求出以下各值：

杆件 B 的内力 1300 N(拉力)。

杆件 A 的内力 2600 N(压力)。

杆件 C 的内力 1500 N(压力)。

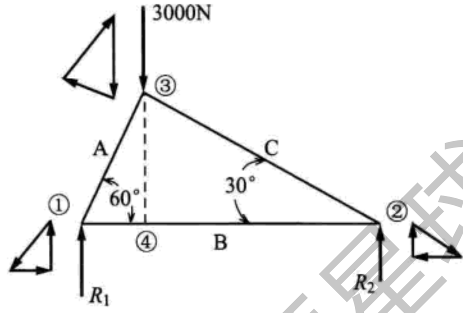


图 3

例题 2

如图 4 所示，求桁架结构中各杆件的内力。

◁解▷ 由于此桁架结构为左右对称，所以两个支点反力都为 100 N。以支点①为研究对象，则根据力的平衡方程式可得：

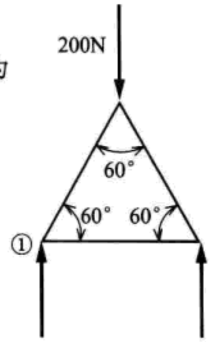


图 4

水平方向：

$$F_B=F_A\cos60^\circ$$

垂直方向：

$$F_A\sin60^\circ=100\ \text{N}$$

$$F_A=100\times\frac{\sqrt{3}}{2}=86.6\ (\text{N})$$

$$F_B=100\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{2}=43.3\ (\text{N})$$

◎ 知识扩展 ◎

在分析力学问题时，应注意力的向量性质和平衡条件。

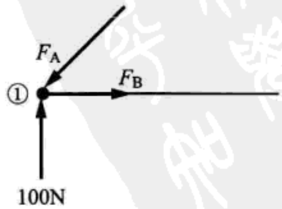


图 5

1.6 力和运动

Force and motion

▶▶知识点

物体的位置随着时间的变化而变化称为运动。力的作用是改变物体的运动状态。本节需要特别注意的是力和加速度的方向。

1 三大运动定律

第一运动定律:惯性定律。

第二运动定律:运动定律。

运动方程式:$F=ma$

第三运动定律:作用力与反作用力定律。

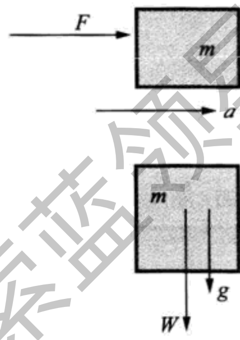


图 1

2 运动方程式

$$F=ma=\frac{W}{g}a\rightarrow a=\frac{Fg}{W} \quad ①$$

$$W=mg\rightarrow m=\frac{W}{g} \quad ②$$

W:物体的重力(N); m:物体的质量(kg);

F:作用物体上的力(N);a:作用力 F 产生的加速度(m/s^2)。

3 匀加速运动

(1) 加速度

$$a=\frac{v-v_0}{t} \quad ③$$

a:加速度(m/s^2);v_0:初始速度(m/s);

v:经过时间 t 后的速度(m/s);t:时间(s)。

(2) 匀加速运动

$$v=v_0+at \quad ④$$

$$v=v_0t-\frac{1}{2}at^2 \quad ⑤$$

s:移动的距离(m)。

4 力和运动关系的思考方法

(1) 需要考虑作用在物体上的每一个力。

(2) 求出所有力的合力 F_s 及合力矩。

(3) 当 $F_s=0$,$M=0$ 时,力和力矩达到平衡,物体的运动状态保持不变。

(4) 物体按照合力矩 M 的方向作旋转运动。

(5) 假定有一个大小相等,方向相反的力 $-R$(称为惯性力),这样,包括惯性力在内的所有力达到平衡时,物体处于静止状态。

例题 1

如图 2 所示，在水平面上的某物体质量 m 为 2.50 kg，该物体与水平面的静摩擦系数为 0.20，求使该物体水平运动的力。

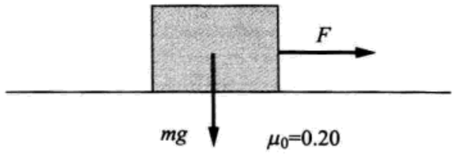


图 2

解 根据静摩擦力公式：$f=W\mu_0$，则

$$f=2.50\times9.81\times0.20=4.91\ (\mathrm{N})$$

例题 2

如图 3 所示，在某固定装置上有一个光滑定滑轮，跨过此定滑轮的细线两端各系住质量分别为 3 kg 和 2 kg 的物体 A、B。开始时，用手拽住物体 B，求当松开 2 秒后物体 A 的下落距离。

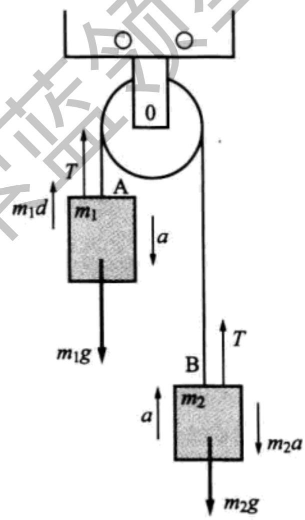


图 3

解 松开手后，物体 B 上升，物体 A 下降。根据力的平衡条件：

$$m_1g-T=m_1\alpha$$

$$T-m_2g=m_2\alpha$$

$$\alpha=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}g$$

把此结果代入公式⑤（$v_0=0$）得：

$$-s=-(v_0t-\frac{1}{2}at^2)=\frac{1}{2}at^2=\frac{m_1-m_2}{2(m_1+m_2)}gt^2$$

把 $m_1=3, m_2=2$ 代入得：

$$\frac{3-2}{2\times(3+2)}\times9.81\times2^2=3.92\ (\mathrm{m})$$

◎ **知识扩展** ◎

在求解力学问题时，首先应分析力的平衡条件，然后建立力矩、冲量、动量等力学物理量的平衡方程式，进行解答。

1.7 动量守恒定律和碰撞

Law of conservation of momentum and collision

▶▶知识点

运动的两个物体即使发生碰撞，它们的动量之和也保持不变，这称为动量守恒定律。物体与物体发生碰撞之时，它们彼此之间必然会发生动量的传递，但总动量保持不变。

1 动量守恒定律

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \quad ①$$

m_1, m_2：两个物体各自的质量（kg）；

v_1, v_2：两个物体各自的初始速度（m/s）；

v_1', v_2'：相互作用后各自的速度（m/s）。

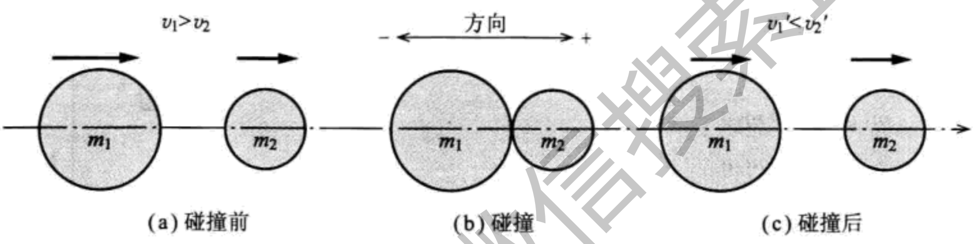


图 1　动量守恒定律（由碰撞决定的恢复系数 e）

2 碰　撞

$$e = \frac{v_2' - v_1'}{v_1 - v_2} \quad ②$$

$$v_1' = v_1 - \frac{m_2(v_1 - v_2)}{m_1 + m_2}(1+e) \quad ③$$

$$v_2' = v_2 - \frac{m_1(v_1 - v_2)}{m_1 + m_2}(1+e) \quad ④$$

e：恢复系数。

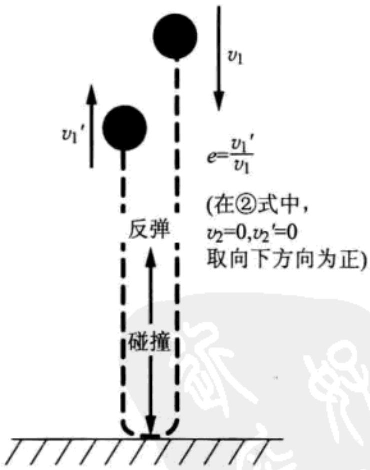


图 2　落体运动的恢复系数 e

例题 1

如图 3 所示，有一个质量为 80 kg 的小船静止在水面上，如果质量为 75 kg 的人以 5 m/s 的速度从小船后面跳出，问小船将如何运动。

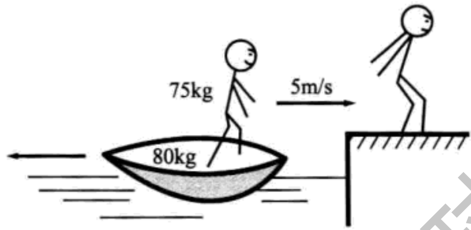


图 3

◁解▷

$75\times 5+80\times v=0$

$v=-4.69\ (\mathrm{m/s})$

∴小船将以 4.69m/s 的速度向前运动。

例题 2

如图 4 所示，质量为 7.26 kg 的钢球 A 以 0.6 m/s 的速度与静止的钢球 B 发生碰撞，碰撞之后钢球 A 静止，求钢球 B 的速度和质量。已知恢复系数 $e=0.8$。

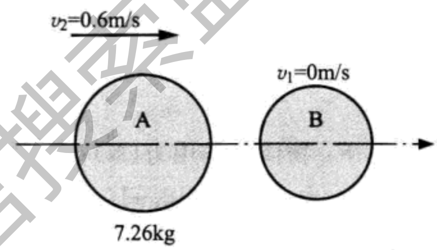


图 4

◁解▷

把 $e=0.8, v_1=0, v_2=0.6\mathrm{m/s}, v_2'=0\ \mathrm{m/s}$ 代入②式得：

$$0.8=\frac{0-v_1'}{0-0.6}$$

∴ $v_1'=0.8\times 0.6=0.48\ (\mathrm{m/s})$

由③式可得：

$$0.48=0-\frac{7.26\times(0-0.6)}{m_1+7.26}(1+0.8)$$

$m_1=5.81\ (\mathrm{kg})$

◎ 知识扩展 ◎

运动物体的质量与速度的乘积称为动量，力与距离的乘积称为功，单位时间所作的功称为功率。在这里必须清楚地区分动量和功，两者都是物体移动的动因，与力相乘的物理量不同，建立的方程式也不相同。

动量的单位是 kg·m/s，功率的单位是 N·m/s。

1.8　动量与冲量

Momentum and impulse

▶▶知识点

动量的大小用物体质量和速度的乘积来表示。若施加在运动物体上的作用力持续一段时间后，该物体的动量发生变化，作用力与作用时间的乘积称为冲量。例如，在求解弹簧等缓冲装置对冲击力的吸收时间时，首先要求出冲量的大小。

1 动　量

动量$=mv$ (kg · m/s)　　①

2 冲　量

(1) 力不随时间发生变化时

$$F=ma=m\frac{v-v_0}{t}=\frac{mv-mv_0}{t} \quad ②$$

$$f_t=mv-mv_0 \quad ③$$

F：物体的作用力(N)；

t：力 F 的作用时间(s)；

v_0：初速度(m/s)；

v：t 秒后的速度(m/s)。

(2) 力随时间发生变化时

$$\int_0^t F(t)\mathrm{d}t = mv - mv_0 \quad ④$$

$F(t)$：以时间函数来表示作用力的大小(N)。

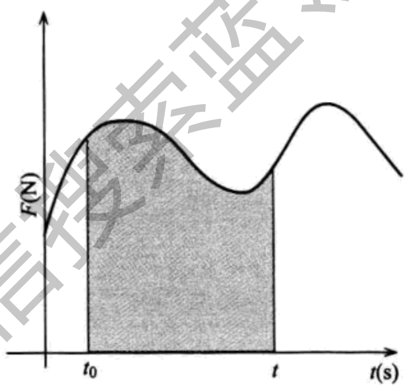


图 1

例题 1

质量为 50 kg 的物体以 15 m/s 的速度作直线运动，在该物体上施加一个 100 N 的作用力，如果力的方向与该物体的运动方向一致，作用时间为 2 秒，求 2 秒后物体的运动速度。

◀解▶　由②可得：

$$F=\frac{mv-mv_0}{t}$$

$$v=\frac{Ft}{m}+v=\frac{100\times2}{50}+15=19(\text{m/s})$$

例题 2

质量为 1000 kg 的重锤以 9 m/s 的速度进行打桩作业时，若从重锤接触桩到重锤停止所需时间为 0.1 秒，求桩所受力的大小。

解 重锤所受作用力为：

$$F=m\frac{v-v_0}{t}=1000\times\frac{0-9}{0.1}=-90000\ (\mathrm{N})=-90\ \mathrm{kN}$$

负号表示重锤所受力的方向与其运动方向相反，此力的反作用力是桩所受的力，用 90 kN 表示。

例题 3

质量为 0.26kg 的物体以 10m/s 的速度沿水平方向飞行，当物体在短时间内受到一个冲击力作用后，以 10m/s 的速度沿原路返回，求此冲击力的冲量。另外，若此冲击力的作用时间为 0.2 秒，求此冲击力的大小。

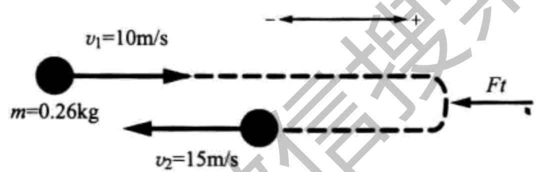


图 2

解 如图 2 所示，取向右的方向为正方向，则由③式得：

$$\begin{aligned}Ft&=mv-mv_0\\&=0.260\times(-15)-0.260\times10\\&=-6.50\ (\mathrm{N\cdot s})\end{aligned}$$

∴冲量为 $-6.50\ \mathrm{N\cdot s}$

由②式得：

$$F=\frac{-6.50}{0.2}=-32.5\ (\mathrm{N})$$

◎ 知识扩展 ◎

1.6 节“力与运动”、1.7 节“动量守恒定律和碰撞”和 1.9 节“功、功率与能量”的内容相互关联，应交叉阅读，便于理解。

1.9 功、功率与能量

Work · power · energy

知识点

功的大小用力和距离的乘积来表示。在作功时，要获取必要的能量和功率，需要特别注意的是功率是与时间相关的物理量，能够表示作功的本质。例如，起动功率就是发动机性能的一个重要参数。

1 功

(1) 作用力方向与物体的移动方向相同

$A = Fl$ (J)

(2) 作用力方向与物体的移动方向成 θ 角

$A = F\lambda = Fl\cos\theta$ (J) ①

A:功(N·m)；

F:物体的作用力(N)；

λ:位移量(m)。

2 功　率

$$P = \frac{A}{t} = \frac{F \cdot l}{t} = F \cdot v \text{ (N·m/s)} \quad ②$$

功率的单位：

1N·m/s=1J/s=1W

1PS=735W

v:速度(m/s)。

3 能　量

(1) 势能 $E_p = mgh$ (J) ③

(1) 动能 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ (J) ④

h:高度方向上的位移量(m)。

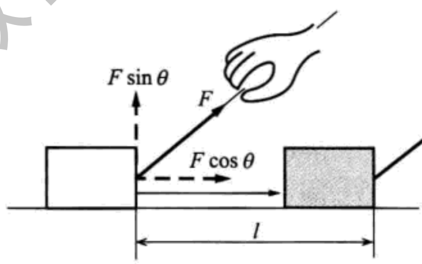


图 1

例题 1

如图 2 所示，重 500 t 的列车以 54 km/h 的速度上坡（坡度为 1/100），行车阻力为 5 kg/t，求列车在上坡时的功率。

◁解▷ 由于 θ 角很小，可以简化计算：

$\sin\theta = \tan\theta = 1/100$

由①式得：

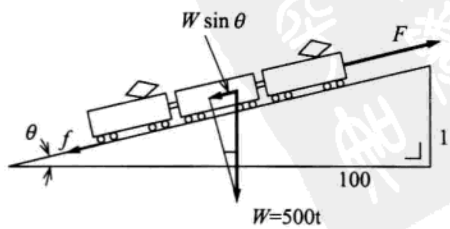


图 2

$$F=500\times1000\times9.81\times1/100+500\times5\times9.81=73\ 575\ (\mathrm{N})$$

由 $v=54\ \mathrm{km/h}=15\mathrm{m/s}$ 可得：

$$P=73\ 575\times15=1\ 100\ 000\ (\mathrm{W})=1100\ (\mathrm{kW})$$

例题 2

如图 3 所示，质量为 2.50 kg 的钢球以 30 m/s 的速度垂直向上发射，求 2 秒后钢球的势能和动能。将发射点作为势能的基准点。

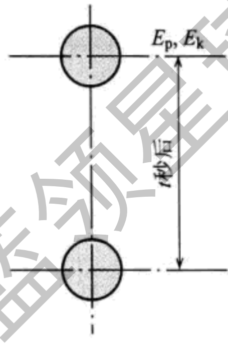


图 3

◁解▷ 首先求出钢球发射 2 秒后的速度和高度，由匀加速运动公式得：

$$v=30-9.81\times2=10.38\ (\mathrm{m/s})$$

$$h=30\times2-\frac{1}{2}\times9.81\times2^2=40.38\ (\mathrm{m})$$

由③和④式得：

$$E_p=2.50\times9.81\times40.38=990\ (\mathrm{J})$$

$$E_k=\frac{1}{2}\times2.50\times10.38^2=135\ (\mathrm{J})$$

例题 3

如果质量为 5000 kg 的卡车以 50 km/h 的速度行驶，求此卡车的动能。

◁解▷ 为了统一成动能的单位将 $J\rightarrow\mathrm{N\cdot m}$，时速需要转换成秒速。

$50\ \mathrm{km/h}=13.9\ \mathrm{m/s}$

$$E_k=\frac{1}{2}\times5000\times13.9^2=4.83\times10^5\ (\mathrm{N\cdot m})$$

$$=4.83\times10^5\ (\mathrm{J})=483\ (\mathrm{kJ})$$

◎ 知识扩展 ◎

能量的大小表示作功的能力大小，因此，能量和功的单位相同，用焦耳 J 表示。另外，功率是单位时间作功的多少，单位用瓦特 W 表示。

1.10 滑动摩擦

Sliding friction

▶▶知识点

静摩擦力与动摩擦力不同，静摩擦力是物体在静止状态下受到的摩擦力，在物体开始运动之前，静摩擦力随着外部作用力的增大而增加，静摩擦力与外部作用力保持平衡，当其增大到最大值时，外部作用力与摩擦力的平衡被打破，物体开始运动。

1 静摩擦力

$$F_0=\mu_0 N\ (\text{N}) \qquad ①$$

$$\tan\phi_0=\mu_0$$

F_0：最大静摩擦力(N)；

ϕ_0：静摩擦角；

N：接触面的垂直反力；

μ_0：静摩擦系数。

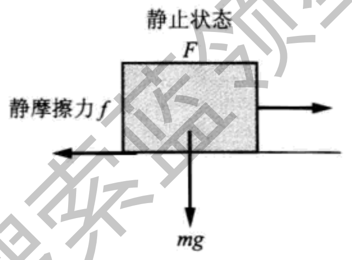


图 1 静摩擦力

2 动摩擦力

$$F=\mu N\ (\text{N}) \qquad ②$$

$$\tan\phi=\mu$$

F：动摩擦力(N)；

ϕ：动摩擦角；

N：接触面的垂直反力；

μ：动摩擦系数。

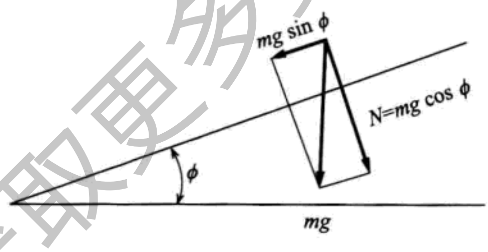


图 2

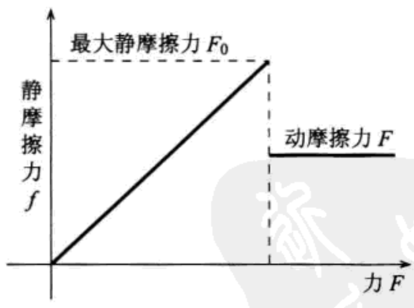


图 3

例题 1

质量为 100 kg 的物体静止在水平面上，当其受到一个 200 N 的水平力作用后开始运动，求静摩擦系数和静摩擦角。

◁解▷ 由①式得：

$$200=\mu_0\times100\times9.81$$

$\therefore \mu_0=0.204$

由 $\tan\phi_0=0.204$ 可得：

$$\phi_0=11.5°$$

例题 2

把质量为 50 kg 的物体置于水平板上，如果慢慢倾斜平板，当倾角达到 30°时物体开始滑动。把平板放回水平状态，求使物体在水平方向开始运动的最小力。

◁解▷ 如图 4 所示，物体在倾角为 30°的板上开始运动，此时物体重力沿接触面的平行分力与最大静摩擦力相等。

$$mg\cdot\sin\phi=\mu_0\cdot mg\cos\phi$$

$$\mu_0=\tan\phi$$

物体在水平板上沿水平方向开始运动的最小力，即最大静摩擦力 F_0。

$$F_0=\mu_0 N=\tan30°\times50\times9.81=283\ (\text{N})$$

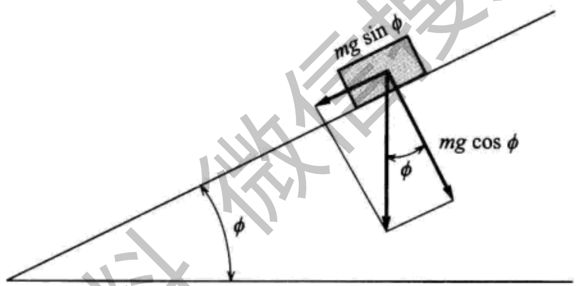


图 4

◎ 知识扩展 ◎

动摩擦力大约是最大静摩擦力的一半。如果在两个物体的接触面加上润滑油，那么动摩擦力的值会变得更小，物体能够更平滑地移动。

1.11 圆周运动

Circular motion

▶▶知识点

物体以一定的速度在圆周上作回转运动，将这种运动称为匀速圆周运动，以一定的加速度作圆周运动称为匀角加速度圆周运动。角度的大小可以用圆弧的长度与半径的比值来计算，单位是弧度(rad)。

1 匀速圆周运动

$$v=\frac{2\pi r}{T}=r\omega \quad ①$$

$$\omega=\frac{\theta}{t}=\frac{2\pi}{t}n \quad ②$$

v：速度(m/s)；T：周期(s)；

r：半径(m)；ω：角速度 (rad/s)；

θ：t 秒的角位移 (rad)；

n：转速(r/min)。

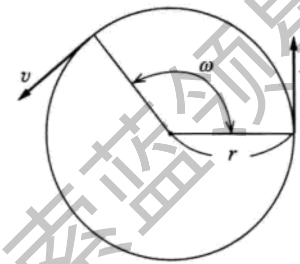


图 1

2 匀角加速度运动

$$\beta=\frac{\omega-\omega_0}{t} \quad ③$$

$$\omega=\omega_0+\beta t \quad ④$$

$$\theta=\omega_0 t+\frac{1}{2}\beta t^2 \quad ⑤$$

β：角加速度(rad/s^2)。

转速 n(r/min)与角速度 ω 的关系：

$$\omega=\frac{2\pi}{60}n\ (\text{rad/s}) \quad ⑥$$

$$\left(1\ \text{r/min}\rightarrow\frac{1}{60}\ \text{r/s}\rightarrow\frac{2\pi}{60}\ \text{rad/s}\right)$$

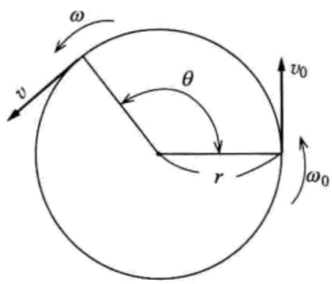


图 2

例题 1

正在机床上加工的圆杆直径为 100 mm，转速为 1500 r/min，求圆杆的角速度和线速度。

◁解▷ 由⑥式得：

$$\omega=\frac{2\pi n}{60}=\frac{2\times\pi\times1500}{60}=157\ (\text{rad/s})$$

把 $r=\frac{0.100}{2}=0.0500$ m，$\omega=157$ rad/s 代入①得：

$$v=r\omega=0.05\times157=7.85\ (\mathrm{m/s})$$

例题 2

轴的转速在 5 秒钟内从 1000 r/min 增大到 1500 r/min，求此时轴的角加速度。

解 由②可得：

$$\omega_0=\frac{2\times\pi}{60}\times1000=105\ (\mathrm{rad/s})$$

$$\omega=\frac{2\times\pi}{60}\times1500=157\ (\mathrm{rad/s})$$

$$\beta=\frac{\omega-\omega_0}{t}=\frac{157-105}{5}=10.4\ (\mathrm{rad/s^2})$$

例题 3

当切断砂轮机的开关时，砂轮的转速为 2400 r/min，若砂轮以 $-5\ \mathrm{rad/s^2}$ 的角加速度减速，则到砂轮停止时需要转动多少转？

解 由⑥式得：

$$\omega=2400\times\frac{2\pi}{60}=80\pi\ (\mathrm{rad/s})$$

把 $\omega_0=80\pi\ (\mathrm{rad/s})$，$\omega=0\ \mathrm{rad/s}$，$\beta=-5\ \mathrm{rad/s^2}$ 代入④式得：

$$0=80\pi+(-5)t$$

$$t=50.3\ \mathrm{s}$$

由⑤式得：

$$\theta=80\pi\times50.3+\frac{1}{2}\times(-5)\times50.3^2=6320\ (\mathrm{rad})$$

因此，转数为：

$$\frac{6320}{2\pi}=1006$$

1.12 向心力与离心力

Centripetal force and centrifugal force

知识点

物体作圆周运动时指向圆心的力称为向心力。离心力是考虑力的平衡而引入的一个假想力，离心力与向心力大小相等，方向相反。物体作圆周运动时，若在半径方向上没有运动，则向心力和离心力保持平衡；如果离心力大时，物体将沿着半径方向运动。

1 向心加速度

$$a=\frac{v^2}{r}=r\omega^2 \qquad ①$$

a：向心加速度（m/s^2）；

r：圆周运动的半径(m)；

v：线速度(m/s)；

ω：角速度(rad/s)。

2 向心力(离心力)

$$F=ma=\frac{mv^2}{r}=mr\omega^2 \qquad ②$$

F(N)：向心力(离心力)。

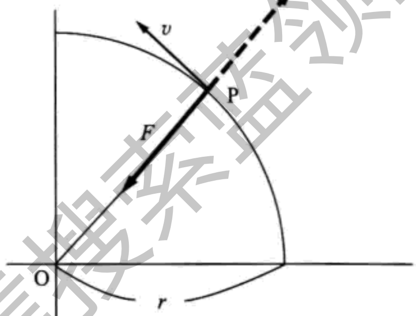


图 1

例题 1

如图 2 所示，质量为 7.26 kg 的物体系在 2000 mm 长细线的一端，如果物体以细线的另一端为圆心作匀速圆周运动，转速为每分钟 120 转，求此时物体的角速度、线速度、加速度及物体的向心力和离心力。

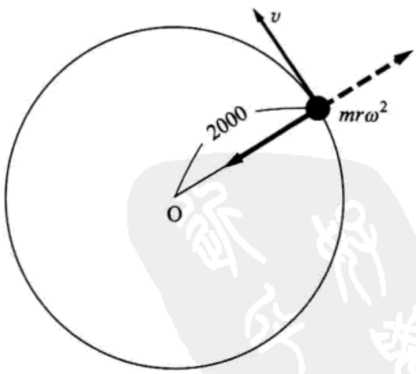


图 2

解

(1) 物体的角速度

转数＝120 圈/min＝2 圈/s

$\therefore 2\pi\times2=12.6$ (rad/s)

(2) 物体的线速度

$v=r\omega=2000\times12.6=25\ 200$ (mm/s)

$=25.2$ (m/s)

(3) 物体的加速度

2000 mm＝2 m

由①式得：

$$a=r\omega^2=2\times(12.6)^2$$

(4) 向心力和离心力

$$F=ma=7.26\times318=2310\ (\mathrm{N})$$

例题 2

如图 3 所示，某摩托车手欲以 50 km/h 的速度转过半径为 50 m 的路弯，问需要把摩托车倾斜多大角度（相对于垂直地面方向）才能顺利通过转弯处。

◁解▷ 如图 3 所示，摩托车和人的重力 mg、地面支持力 R 和离心力 F 三力保持平衡，则：

$$mg\tan\theta=F$$

代入②式 $F=\dfrac{mv^2}{r}$ 得：

$$mg\tan\theta=\frac{mv^2}{r}$$

由 50 km/h=13.9 m/s 可得：

$$\tan\theta=\frac{v^2}{gr}=\frac{13.9^2}{9.81\times50}=0.394$$

$$\theta=21.5°$$

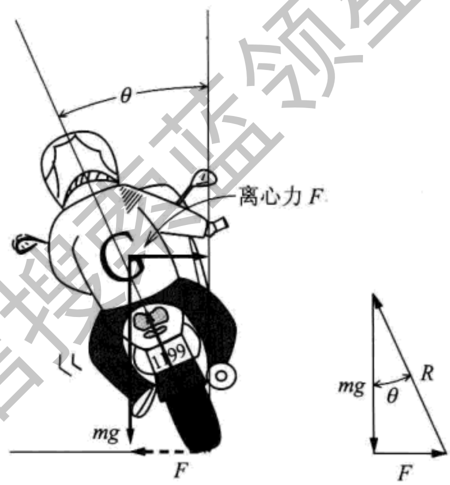


图 3

◎ 知识扩展 ◎

虽然离心力是考虑力的平衡而引进的一个假想力，但能感觉到，比较容易理解。例如，摩托车在通过转弯处时会感到有一个向外侧甩出的力；田径项目中，在投掷链球时，手会感觉到链子拉拽的力；还有离心分离器利用的也是离心力的原理，总之在日常生活中能够遇到各种各样与离心力相关的情境。

1.13　转动惯量

Moment of inertia

▶▶知识点

对于物体的运动，若物体上各质点不作直线运动，而是以物体的轴线作圆周运动，称为转动。在用力矩的思考方法解决转动物体的相关问题时，引入了转动惯量这一物理量。转动惯量越大，使静止的物体转动起来越难，反之，使转动的物体停止下来越难。电机可使机器转动，在计算电机性能时需要使用转动惯量。

1 转动惯量

$$J=\sum m_i r_i^2 \quad ①$$

J：转动惯量 $(kg \cdot m^2)=(N \cdot m \cdot s^2)$；

m_i：各质点质量 (kg)；

r_i：各质点到转轴的距离 (m)。

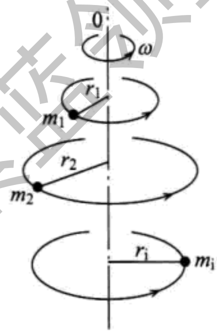


图 1

2 回转半径

$$k=\sqrt{\frac{J}{m}}\,(m) \quad ②$$

k：回转半径 (m)；m：物体总质量 (kg)。

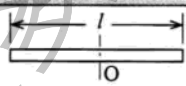
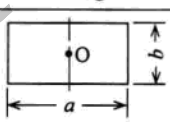
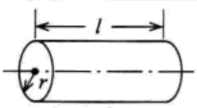
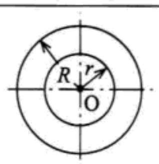
3 转动动能

$$E_r=\frac{J \cdot \omega^2}{2} \quad ③$$

E_r：转动动能；ω：角速度 (rad/s)。

4 基本的转动惯量

表 1

种　类	形　状	转　轴	J	k^2
细长棒		通过中心、垂直于棒	$\frac{ml^2}{12}$	$\frac{l^2}{12}$
矩形板		通过中心、平行于 b 边	$\frac{ma^2}{12}$	$\frac{a^2}{12}$
圆　柱		圆柱的轴	$\frac{mr^2}{2}$	$\frac{r^2}{2}$
环形板		通过重心、垂直于板面	$\frac{1}{2}m(r^2+R^2)$	$\frac{r^2+R^2}{2}$

例题 1

如图 2 所示的管状物体(单位:cm)的密度为 $\rho=2.7\ \text{kg/cm}^3$,求其对中心轴的转动惯量和回转半径。

◁解▷ 首先由密度公式求出物体质量:

$$m=\pi\times(R^2-r^2)\times t\times\rho$$
$$=\pi\times(40^2-30^2)\times10\times2.7$$
$$=59\ 400\ (\text{g})=59.4\ (\text{kg})$$

查表 1 得:

$$J=\frac{1}{2}m(R^2+r^2)=\frac{1}{2}\times59.4\times(4^2+3^2)$$
$$=743\ (\text{kg}\cdot\text{m}^2)=743\ (\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^2)$$
$$k=\sqrt{\frac{743}{59.4}}=3.54\ (\text{m})$$

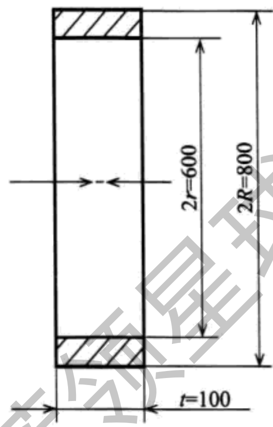


图 2

例题 2

某转动物体的转动惯量为 $50\ \text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^2$,角速度为 15 rad/s,求此物体的转动动能。

◁解▷ 由③式得:

$$E_r=\frac{50\times15^2}{2}=5625\ (\text{J})$$

◎ 知识扩展 ◎

为了确保发动机等机械部件能够平稳地转动,常采用飞轮。飞轮是安装在机器回转轴上的具有较大转动惯量的轮状蓄能器。在此,飞轮所利用的是惯性定律。当机器转速增高时,飞轮的动能增加,把能量贮蓄起来;当机器转速降低时,飞轮动能减少,把能量释放出来。

转动惯量的回转半径是指合力矩到回转中心的垂直距离,它与重心位置的求法完全相同。

1.14　转矩与转动

Torque and rotatory motion

知识点

物体作回转运动时，回转力与其到回转中心距离的乘积称为转矩。例如，当机械手的姿态发生变化时，转动惯量会随之变化，所以驱动电机的转矩也会发生变化。

1 转　矩

$$T=Fr \quad ①$$

$$T=\frac{P}{\omega}=\frac{60}{2\pi n}P \quad ②$$

T：转矩（N·m）；

F：回转力（N）；

r：力 F 与回转轴之间的距离（m）；

P：功率（N·m/s）；

1（kW）=1（kN·m/s）；

1（PS）=735（N·m/s）；

n：转速（r/min）。

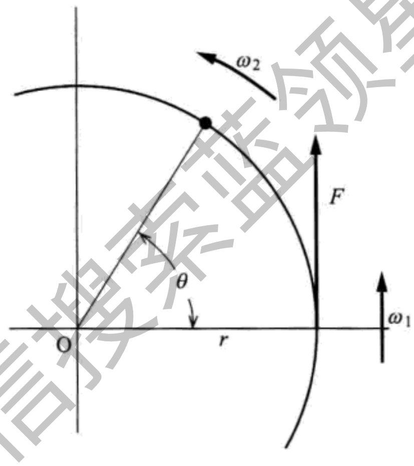


图 1

2 转动方程式

$$T=J\beta \quad ③$$

J：转动物体的转动惯量（kg·m²）；

β：角加速度（rad/s²）。

例题 1

在图 2 所示的皮带传动中，如果紧边的皮带张力为 1200 N，松边的皮带张力为 490 N，求皮带轮的转矩。

◁解▷　皮带轮周边的动力为紧边的皮带张力与松边的皮带张力之差。把 $F=1200-490=710$（N），$r=0.2$ 代入①式得：

$$T=710\times0.2=142\ (\text{N})$$

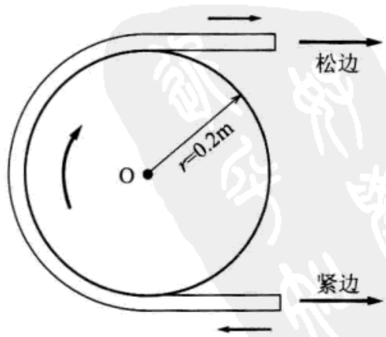


图 2

例题 2

质量为 200 kg 的某转动物体的回转半径为 500 mm，如果用 5 秒将转速从 120 r/min 增大到 360 r/min，问需对物体施加多大的转矩。

◁解▷ 由回转半径公式 $k=\sqrt{\frac{J}{m}}$ 得：

$$0.5=\sqrt{\frac{J}{200}}$$

则：

$$J=200\times0.5^2=50\ (\mathrm{kg\cdot m^2})$$

$$\omega_1=2\pi\times\frac{120}{60}=4\pi\ (\mathrm{rad/s})$$

$$\omega_2=2\pi\times\frac{360}{60}=12\pi\ (\mathrm{rad/s})$$

$$\omega_2-\omega_1=8\pi$$

$$\beta=\frac{8\pi}{5}=1.3\pi\ (\mathrm{rad/s^2})$$

$$T=J\beta=50\times1.3\pi=204\ \mathrm{kg\cdot m^2/s^2}=204\ \mathrm{N\cdot m}$$

例题 3

求转速为 1500 r/min、输出功率为 2 kW 的发动机的转矩。

◁解▷ 由②式可得：

$$T=\frac{60}{2\pi n}p=\frac{60}{2\times\pi\times1500}\times2000=12.7\ (\mathrm{N\cdot m})$$

◎ 知识扩展 ◎

转矩是力矩在回转运动中的特别称呼。另外，当转动轴受扭转力矩作用时，需要求解材料的应力、应变和强度等问题时称为扭矩，以区别于转矩。

1.15 回转运动的功、功率和能量

Rotatory motion work • power • energy

知识点

分析回转运动的功、功率和能量的方法基本上是和直线运动一致，但是，回转运动的轨迹是圆弧。由于机器多以回转构件构成，所以在此有必要整理一下有关圆周运动的性质。

1 功

$$A=T\theta \ (\mathrm{N \cdot m}) \quad ①$$

A：功（N·m）；

T：扭矩（N·m）←$T=Fr$（参照 1.14 节）；

θ：角位移（rad）。

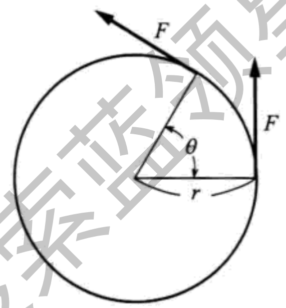


图 1

2 功　率

$$P=\frac{T\theta}{t}=T\omega=2\pi\times\frac{T}{60}N \ (\mathrm{N \cdot m/s}) \quad ②$$

P：功率（N·m/s）；

t：时间（s）；

ω：角速度（rad/s）；

N：转速（r/min）。

3 轴承的损耗功率

$$P_\omega=\frac{\mu\pi dWN}{60} \ (\mathrm{N \cdot m/s})$$

P_ω：损耗功率（N·m/s）；

μ：摩擦系数；

d：轴承的直径（m）；

W：轴承所受的载荷（N）；

N：转速（r/min）。

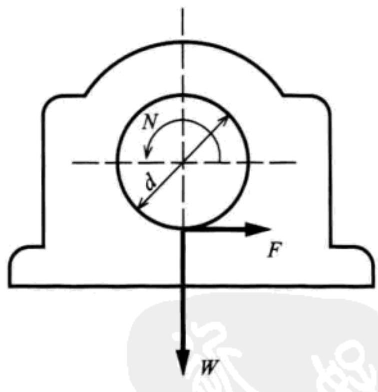


图 2

4 动　能

$$E_k=\frac{J\omega^2}{2}=\frac{J(\pi N)^2}{1800}(\mathrm{J})$$

E_k：动能（N·m）=（J）；

J：转动惯量（kg·m²）。

例题 1

转速为 1500 r/min、输出功率为 10 PS(7.35 kW)的电动机通过 5∶1 的减速装置驱动一轴转动，求此轴受到的扭矩大小，损耗忽略不计。

◁解▷ 令轴的转速为 N(r/min)，减速比为 5∶1，则：

$$N=\frac{1500}{5}=300\ (\text{r/min})$$

$$10\ \text{PS}=10\times735=7350\ (\text{N}\cdot\text{m/s})$$

把 $P=7350\ \text{N}\cdot\text{m/s}$，$N=300$ r/min 代入②式得：

$$7350=2\pi\times\frac{T}{60}\times300$$

$$\therefore T=234\ (\text{N}\cdot\text{m})$$

例题 2

质量为 53.9 kg，转动惯量 $J=4.11\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$、轴径为 50 mm 的飞轮以 200 r/min 的转速转动，求此飞轮到停止转动时需要多少转？已知轴承接触部的摩擦系数为 0.1。

◁解▷ 飞轮的动能就是轴承因摩擦而损耗的能量。把 $J=4.11\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$，$N=200$ r/min 代入④得：

$$E_k=\frac{4.11\times(\pi\times200)^2}{1800}=901\ (\text{N}\cdot\text{m})$$

若到飞轮停止转动所需要的转数为 N_W，其间消耗的功为 A_W，飞轮的质量为 W，参照③式可得：

$$A_W=\mu\pi dWN_W=0.1\times\pi\times0.05\times53.9\times9.81\times N_W$$

由 $E_k=A_W$ 可得：

$$901=8.30N_W$$

$$\therefore N_W=\frac{901}{8.30}=109$$

◎ 知识扩展 ◎

例题 2 中的 A_W 是把③式中的 $\frac{N}{60}$ 替换成 N_W 后而推导出来的。

1.16 滚动摩擦

Rolling friction

知识点

圆柱或圆球在滚动时，由接触面产生的阻力被称为滚动摩擦，滚动摩擦力的大小由接触面的种类和状态决定，若滚动摩擦力不存在，则物体不能转动；若滚动摩擦力增大，则阻力也随之增大。

1 滚动摩擦力

$$F=f\frac{W}{r}\ (\mathrm{N}) \quad ①$$

$$F'=f\frac{W}{d}\ (\mathrm{N}) \quad ②$$

F：滚动摩擦力（作用在中心上）(N)；
F'：滚动摩擦力（作用在圆周上）(N)；
f：滚动摩擦系数 (m)；
W：圆柱的重力 (N)；
N：垂直反力 (N)；
r：圆柱的半径 (m)；R：反力 (N)；
d：圆柱的直径 (m)。

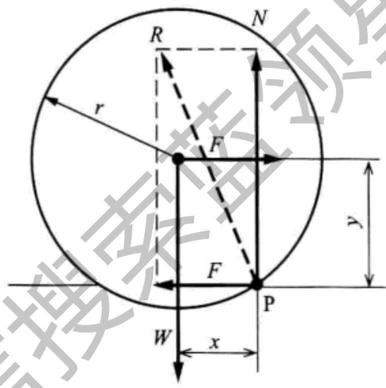


图 1

2 摩擦系数

$$f=\frac{Fr}{W}\ (\mathrm{m}) \quad ③$$

例题 1

如图 2 所示，直径 20 cm 的车轮在倾角 3°的斜面上匀速滚动下落，求此时的滚动摩擦系数。

解 在图 2 中，车轮的质量为 W'，车轮沿斜面的滚动力（滚动摩擦力）$=W'\sin\theta$，斜面所受的垂直压力$=W'\cos\theta$。

把 $F=W'\sin\theta$，$W=W'\cos\theta$，$\theta=3°$代入①式得：

$$r=\frac{0.20}{2}=0.10\ (\mathrm{m})$$

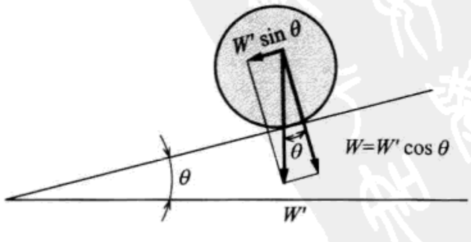


图 2

$$W'\sin\theta = f\,\frac{W'\cos\theta}{0.10}$$

$$f = \frac{W'\sin\theta}{W'\cos\theta} \times 0.10 = \tan 3^\circ \times 0.10 = 0.0052(\text{N})$$

例题 2

如图 3 所示，质量为 10 kg、直径为 100 mm 的两个圆柱滚子平行置于水平面上，在它们之上有质量为 500 kg 的平台和重物，求平台推力的最小值。已知，滚子与平台间、平面与滚子间的摩擦系数分别为：2×10^{-3} m 和 3×10^{-3} m。

◁解▷ 在图 3 中，质量为 500 kg 的荷载平均分配作用在两个滚子上，加上滚子本身 10 kg 质量是每个滚子对平面的作用力。对于其中一个滚子，在滚子与平面间以及滚子和平台间会产生两个滚动摩擦力，分别用 F_1 和 F_2 表示：

$$F_1 = 2\times10^{-3}\times\frac{250\times9.81}{0.1} = 49.1\ (\text{N})$$

$$F_2 = 3\times10^{-3}\times\frac{(250+10)\times9.81}{0.1} = 76.5\ (\text{N})$$

对于两个滚子的总的滚动摩擦力 F：

$$F = 2(F_1+F_2) = 2\times(49.1+76.5) = 251\ (\text{N})$$

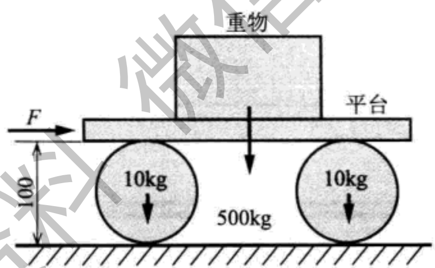


图 3

◎ 知识扩展 ◎

滚动摩擦力要比滑动摩擦力小很多，因此在运输货物和移动重物时，使用滚子或车轮就比较省力。

1.17 曲柄连杆机构

Reciproslider · crank mechanism

知识点

曲柄连杆机构是圆周运动与往复直线运动相互转换的机构，相对而言，使用往复直线运动的情况比较多，如冲压机、发动机内部结构等，应用领域广泛。在此主要介绍由圆周运动向往复直线运动转换的情况。

1 滑块的位移、速度和加速度

$$x=r\cos\theta+l-\frac{r^2}{2l}\sin^2\theta \qquad ①$$

$$v=-r\omega\sin\theta-\frac{r^2}{l}\omega\sin\theta\cos\theta \qquad ②$$

$$a=-r\omega^2\left(\cos\theta+\frac{r}{l}\cos2\theta\right) \qquad ③$$

x：曲柄连接点 P 的位移（m）；

v：曲柄连接点 P 的速度（m/s）；

a：曲柄连接点 P 的加速度（m/s^2）；

r：A 杆的长度（m）；

l：B 杆的长度（m）。

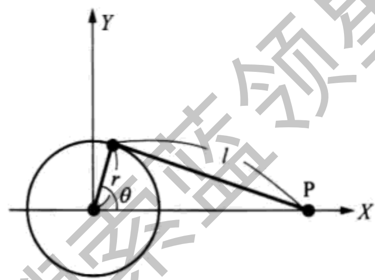


图 1

例题 1

求图 2 中 $\theta=0°$，90°，180°，270°时，曲柄连接点 P 的位移、速度和加速度。

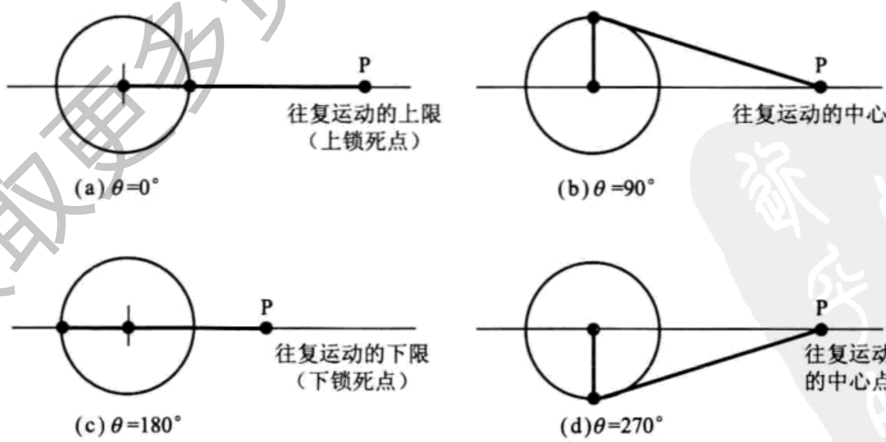


图 2

◁解▷ 把 θ 的值代入①～③式得：

（1）当 $\theta=0^\circ$ 时

$$x=r\cos0^\circ+l-\frac{r^2}{2l}\sin^2 0^\circ=r+l$$

$$v=-r\omega\sin0^\circ-\frac{r^2}{l}\omega\sin0^\circ\times\cos0^\circ=0$$

$$a=-r\omega^2\left[\cos0^\circ+\frac{r}{l}\cos(2\times0^\circ)\right]=-r\omega^2\left(1+\frac{r}{l}\right)$$

（2）当 $\theta=90^\circ$ 时

$$x=r\cos90^\circ+l-\frac{r^2}{2l}\sin^2 90^\circ=l-\frac{r^2}{2l}$$

$$v=-r\omega\sin90^\circ-\frac{r^2}{l}\omega\sin90^\circ\times\cos90^\circ=-r\omega$$

$$a=-r\omega^2\left[\cos90^\circ+\frac{r}{l}\cos(2\times90^\circ)\right]=\frac{r^2\omega^2}{l}$$

（3）当 $\theta=180^\circ$ 时

$$x=r\cos180^\circ+l-\frac{r^2}{2l}\sin^2 180^\circ=-r+l$$

$$v=-r\omega\sin180^\circ-\frac{r^2}{l}\omega\sin180^\circ\times\cos180^\circ=0$$

$$a=-r\omega^2\left[\cos180^\circ+\frac{r}{l}\cos(2\times180^\circ)\right]=r\omega^2\left(1-\frac{r}{l}\right)$$

（4）当 $\theta=270^\circ$ 时

$$x=r\cos270^\circ+l-\frac{r^2}{2l}\sin^2 270^\circ=1+\frac{r^2}{2l}$$

$$v=-r\omega\sin270^\circ-\frac{r^2}{l}\omega\sin270^\circ\times\cos270^\circ=r\omega$$

$$a=-r\omega^2\left[\cos270^\circ+\frac{r}{l}\cos(2\times270^\circ)\right]=\frac{r^2\omega^2}{l}$$

◎ 知识扩展 ◎

在刨床中，就是利用曲柄连杆机构把回转运动转变为直线运动的；在摩托车和汽车的发动机内部，则是利用活塞连杆机构把直线运动转变为旋转运动的。在实际应用中，可根据动力源和具体使用目标的运动形态来转换机构。

1.18 轮轴与滑轮

Wheel set and pulley

▶▶知识点

轮轴是由两个直径不同的圆柱体组合、可以共同转动的机件。滑轮的轮和轴都能分别转动。使用轮轴和滑轮都可以实现用较小的力做相同的功的目的，一般情况下滑轮的实用性更高。

1 轮　轴

$$F=W\frac{d}{D}\ (\mathrm{N}) \qquad ①$$

F：大圆柱体上的拉力（N）；

W：小圆柱体上物体的重力（N）；

D：大圆柱的直径（m）；

d：小圆柱的直径（m）。

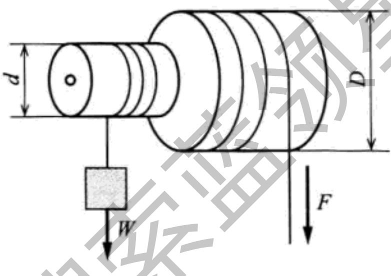


图 1　轮轴

2 定滑轮

不改变力的大小，只改变力的方向。

3 动滑轮

n 个动滑轮的情况：

$$F=\frac{W}{2^n}\ (\mathrm{N}) \qquad ②$$

F：滑轮上的拉力（N）；W：滑轮上物体的重力（N）。

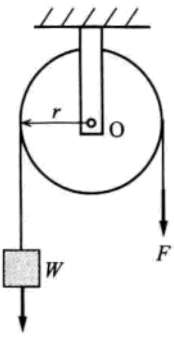


图 2　定滑轮

4 差动滑轮

$$F=W\frac{D-d}{2D} \qquad ③$$

D：定滑轮的轮直径（m）；d：定滑轮的轴直径（m）。

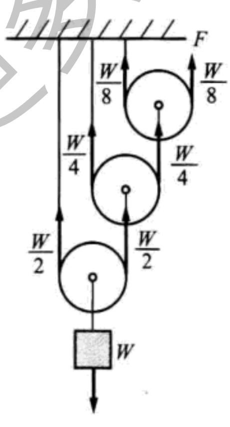


图 3　动滑轮组

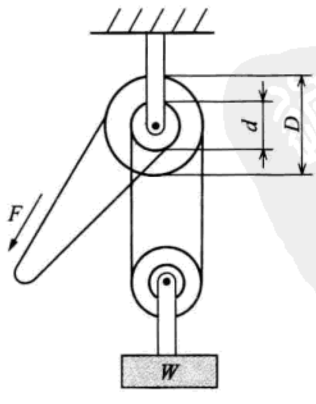


图 4　差动滑轮

例题 1

某轮轴的轮直径为 500 mm，轴直径为 50 mm，绕在轴上的绳索有一个 1000 N 的作用力，求从轮的一端拉动绳索的最小力。

〈解〉 由①式得：

$$F=W\frac{d}{D}=1000\times\frac{50}{500}=100\ (\mathrm{N})$$

例题 2

使用图 3 所示的动滑轮组向上牵引 1000 N 的重物，问至少需要多大的拉力。

〈解〉 由②式得：

$$F=\frac{1600}{2^3}=200\ (\mathrm{N})$$

例题 3

使用图 4 所示的差动滑轮向上牵引 5000 N 的重物，若定滑轮的轮直径和轴直径分别为 300 mm 和 250 mm，问至少需要多大的拉力。

〈解〉 由③式得：

$$F=5000\times\frac{300-250}{2\times300}=417\ (\mathrm{N})$$

◎ 知识扩展 ◎

在向上牵引重物时，物体的重量与向上牵引的距离的乘积为所消耗的功。当功的大小一定时，移动的距离越长所施加的力就越小，动滑轮和不等径滑轮组都可以实现这个功能。即使人或机器的力量较小，也能通过连续拉拽较长的绳索来向上牵引相当重的重物。

第 2 章　振动力学

2.1 简谐振动

Simple harmonic oscillation

▶▶知识点

在匀速圆周运动中，如果物体在与其运动平面垂直的投影面上的运动是沿一直线作往复运动，那么，此运动称为简谐振动。在简谐振动过程中，存在一个方向始终指向振动中心的力，使物体的运动持续下去。

1 周期和振动频率

$$T=\frac{2\pi}{\omega} \quad ①$$

$$f=\frac{1}{T}=\frac{\omega}{2\pi} \quad ②$$

$$x=r\sin\theta=r\sin\omega t \quad ③$$

T：周期（s）；

f：振动频率（Hz）；

ω：圆周运动的角速度（rad/s）。

2 速度和加速度

$$v=r\omega\sin\omega t \quad ④$$

$$a=-\omega^2 y \quad ⑤$$

v：简谐振动的速度（m/s）；

a：简谐振动的加速度（m/s²）；

r：圆周运动的半径（m）；

θ：角位移（rad）；

y：到振动中心的位移（m）；

m：匀速圆周运动物体的质量（kg）；

v_0：匀速圆周运动物体的速度（m/s）。

3 振动方程式

$$F=-ma=-m\omega^2 y \quad ⑥$$

F：指向振动中心的回复力（N）；

m：简谐振动物体质量(kg)。

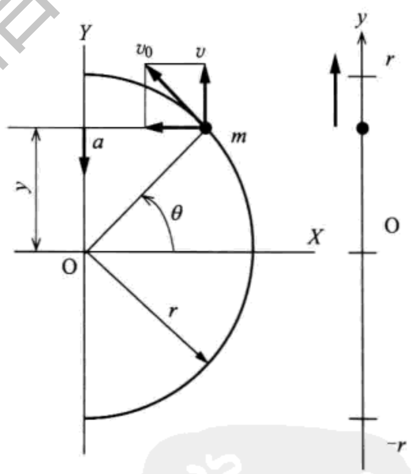


图 1

例题 1

使质量为 0.8 kg 的物体作振幅为 500 mm，振动频率为 10 Hz 的简谐振动，求振动周期、圆周运动的角速度以及最大回复力。

◁解▷ 由②式得：

$$T=\frac{1}{f}=\frac{1}{10}=0.1(\mathrm{s})$$

$$\therefore \omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\times\pi}{0.1}=62.8(\mathrm{rad/s})$$

在⑤式中，$m=0.5$ kg，$\omega=62.8$ rad/s，当 $y=0.5$ m 时，回复力 F 为最大值，即

$$F=-0.8\times 62.8^2\times 0.5=-1578(\mathrm{N})$$

例题 2

已知某物体正在作振幅为 1200 mm，最大速度为 2 m/s 的简谐振动，求振动周期、距离振动中心 550 mm 处的加速度。

◁解▷ 最大速度是物体位于振动中心处的速度，因此 $\omega t=90°$，$\sin\omega t=1$，把 $r=1.20\mathrm{m}$，$\sin\omega t=1$，$v=2\mathrm{m/s}$ 代入④式得：

$$2=1.20\times\omega\times 1$$

$$\omega=1.67(\mathrm{rad/s})$$

把 $\omega=1.67$，$y=0.55$ 代入⑤式得：

$$a=-1.67^2\times 0.55=-1.53(\mathrm{m/s^2})$$

◎ 知识扩展 ◎

如果在图 1 所示的坐标系中，引入一个与 y 轴正交的坐标，设 x 轴为时间轴 t，那么 y 轴上的运动轨迹就是正弦曲线。另外，采用同样的方法，也可将弹簧振子和简谐振子的振动用正弦波来表示。在 2.5 节的简谐振动曲线中将会对以上内容进行总结。

2.2 单　摆

Simple pendulum

▶▶知识点

无弹性细线一端固定，另一端悬挂一物体，若将物体移离平衡位置，使细线与竖直方向成θ角，然后将物体由静止释放，那么物体就在平衡位置附近作往复摆动，这种结构称为单摆。对于结构确定的单摆，振动频率和振动周期是一定的，但在摆动过程中，由于摆线的张力总是不断变化，所以重锤的势能和动能也在相互转换。

1 单摆的运动方程式

$$F=-\frac{mg}{l}x \qquad ①$$

F：重锤重力在与摆线垂直方向上的分力（N）；

m：重锤的质量（kg）；

l：摆线的长度（m）；

x：重锤切线方向上的位移（m）；

S：摆线的张力（N）。

2 周期和振动频率

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \qquad ②$$

$$f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}} \qquad ③$$

T：周期（s）；

f：振动频率（Hz）。

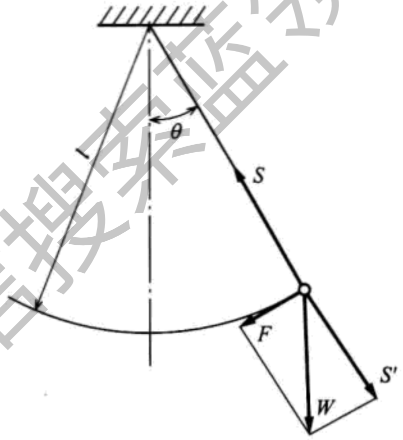


图 1

例题 1

某单摆从一端摆动到另一端刚好用时 1 秒钟，求此单摆摆线的长度。

◁解▷ 振动周期是单摆在振幅间摆动一次所需时间的 2 倍，则把 $T=2$ s，$g=9.81$ m/s² 代入②式得：

$$2=2\times\pi\times\sqrt{\frac{l}{9.81}}$$

$$\therefore\quad l=\left(\frac{2}{2\times\pi}\right)^2\times 9.81=0.995\ (\text{m})$$

例题 2

某钟摆式时钟一天快 2 分钟，问这个时钟的钟摆长度为多少时钟表准时，已知钟摆原来的长度为 400 mm。

解 由②式可知，振动周期 T 与钟摆长度的平方根成正比，与振动频率(即时钟走过的刻度数)成反比例。令准时的钟摆长度为 l_0，现在的长度为 l，则

$$\frac{l_0}{l}=\left[\frac{24\times 60^2+2\times 60}{24\times 60^2}\right]^2=1.001\ 39^2=1.002\ 78$$

$$l_0=1.002\ 78l=400\times 1.002\ 78=401.112\ (\text{mm})$$

因此，钟摆需要加长 $l_0-l=1.11\text{mm}$。

例题 3

在 A 地准时的某钟摆式时钟移到 B 地后，一天快 5 秒钟，试比较两地的重力加速度。

解 由②式可知，单摆振动周期 T 与 g 的平方根成反比例。令 A 地和 B 地的振动周期为 T_a 和 T_b，重力加速度为 g_a 和 g_b，则

$$\frac{T_a}{T_b}=\sqrt{\frac{g_b}{g_a}}$$

$$\therefore\quad \frac{g_b}{g_a}=\left[\frac{T_a}{T_b}\right]^2 \tag{1}$$

另外，振动周期 T 与振动频率(即时钟走过的刻度数)成反比例，即

$$\frac{T_a}{T_b}=\frac{24\times 60^2+5}{24\times 60^2} \tag{2}$$

由(1)、(2)式得：

$$g_a : g_b=1 : 1.000\ 116$$

◎ 知识扩展 ◎

当单摆振幅较小时，换言之，当摆线与竖直方向的夹角 θ_0 在较小范围内变化时，即使 θ_0 发生变化，单摆的振动周期也保持不变，这被称为单摆的等时性。

②式就是用数学方程式解释了单摆等时性的现象，单摆振动周期的大小只与摆线的长度和重力加速度有关，与重锤的重量和振幅无关。

2.3 弹簧振子

Spring pendulum

▶▶ 知识点

在悬挂弹簧的自由端挂一物体，弹簧伸长到 O 点达到平衡，如果再继续拉长弹簧，之后松开，物体将以 O 点为中心作简谐振动。重锤的位移取 O 点下侧为正"+"，上侧为负"−"。使用弹簧时，如果预先求出所挂物体的振动频率，就能保证机械的安全运转。

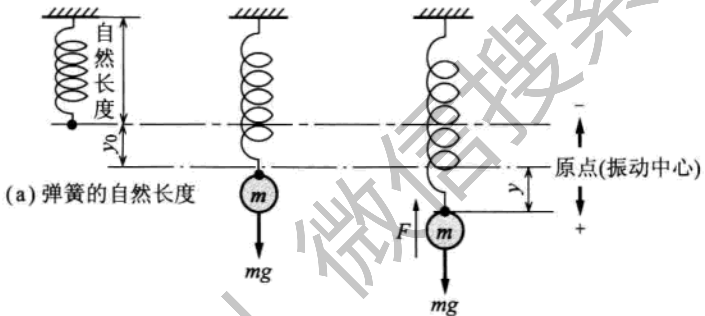
1 弹簧振子运动方程式

$$ky_0 = mg \quad (\mathrm{N}) \qquad ①$$

$$F = -ky \quad (\mathrm{N}) \qquad ②$$

k：弹簧的刚度系数 (N/m)；y_0：悬挂重物后弹簧长度的伸长量 (m)；

F：弹簧的回复力 (N)；y：物体相对平衡点的位移 (m)。



(b) 悬挂重物的平衡状态　　(c) 振动状态

图 1

2 振动周期和频率

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad ③$$

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \qquad ④$$

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{y_0}} \qquad ⑤$$

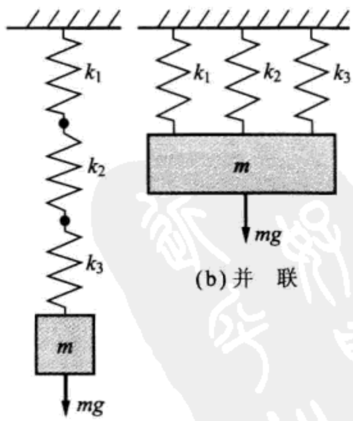
T：振动周期 (s)；f：振动频率 (Hz)。

3 组合弹簧

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{k} &= \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \cdots\cdots = \sum \frac{1}{k_i} \\ k &= k_1 + k_2 + \cdots\cdots = \sum k_i \end{aligned}\right\} ⑥$$

k：组合弹簧的刚度系数 (N/m)；

k_i：各个弹簧的刚度系数 (N/m)。



(a) 串　联

图 2

例题 1

如图 3 所示，刚度系数为 20 N/m 的弹簧一端悬挂一质量为 0.20 kg的物体，求此弹簧振子的振动周期。

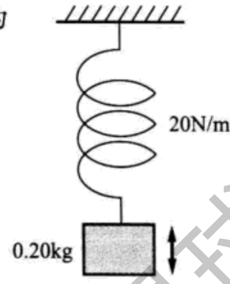


图 3

◁解▷ 由③式可得：

$$T=2\times\pi\times\sqrt{\frac{0.20}{20}}=0.628\ (\mathrm{s})$$

例题 2

某工厂在安装新机器时，为了防振，在机器底座上安装了防振橡胶和弹簧。机器放到防振底座上后，底座下沉 5 mm，求整个机械装置的固有振动频率。

◁解▷ 由⑤式可得：

$$f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{y_0}}=\frac{1}{2\times\pi}\sqrt{\frac{9.81}{0.005}}=7.05\ (\mathrm{Hz})$$

◎知识扩展◎

⑤式是由①式和④式推导出来的。

由④式可知，振动频率是由物体质量和弹簧刚度系数决定的，与振幅无关，因此称之为弹簧振子的固有频率。在计算由弹簧或轮胎、橡胶等近似弹性体支持的机械、汽车、建筑物等的固有频率时，可以参考④式。

根据弹簧的自然长度和平衡状态的长度，能够得到初始位移 y_0，代入⑤式就能够求出物体的固有频率。

2.4 扭　摆

Torsion pendulum

▶▶知识点

在上端固定的杆状物体的下端施加一个力矩，物体发生扭转，撤掉力矩后物体向反方向扭转，之后物体重复这种运动形成振动，称之为扭摆。例如，某些机械部件长期处于扭转振动状态时，就容易发生疲劳破坏。

1 抗扭刚度

$$k_t = \frac{M}{\theta}\ (\mathrm{N \cdot m/rad}) = \frac{CI_P}{l}\ (\mathrm{N \cdot m}) \qquad ①$$

k_t：抗扭刚度（N·m/rad）；

M：作用于轴端的力矩（N·m）；

θ：扭转角(rad)；

G：轴的横弹性模量（N/m^2）；

I_p：轴的截面极惯性矩（m^4）；

l：轴的长度(m)。

2 振动周期和频率

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{k_t}} \qquad ②$$

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_t}{J}} \qquad ③$$

T：振动周期（s）；

f：振动频率（Hz）；

J：物体的转动惯量（$kg \cdot m^2$）。

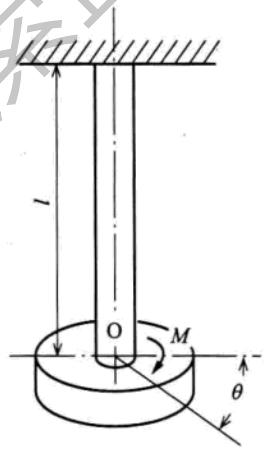


图 1

例题 1

如图 1 所示，某扭摆的圆盘直径为 200 mm，质量为 10 kg，材质为钢的轴长度为 200 mm，横弹性模量为 $8.24 \times 10^{10}\ N/m^2$，横截面的极惯性矩为 $1.57 \times 10^{-12}\ m^4$，求此时的振动周期。

◁解▷　把 $G = 8.24 \times 10^{10}\ N/m^2$，$I_p = 1.57 \times 10^{-12}\ m^4$，$l = 0.2$ m 代入①式得：

$$k_t = \frac{8.24 \times 10^{10} \times 1.57 \times 10^{-12}}{0.2} = 0.647\ (\mathrm{N \cdot m})$$

由 1.13 节的表 1 可知，圆板的转动惯量为：

$$J = \frac{mr^2}{2} = \frac{10 \times 0.100^2}{2} = 0.05\ (\mathrm{kg \cdot m^2})$$

把求得的 k_t、J 代入②式得：

$$T=2\times\pi\times\sqrt{\frac{0.05}{0.647}}=1.75\ (\mathrm{s})$$

例题 2

某扭摆的钢轴的抗扭刚度为 2.00N·m/rad，振动频率为 2 Hz，求轴端物体的转动惯量。

◁解▷ 把 $f=2$ Hz，$k_t=2.00$N·m/rad 代入③式得：

$$2=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2.00}{J}}$$

$$\therefore\quad J=\frac{2.00}{(2\times2\times\pi)^2}=0.0127\ (\mathrm{kg\cdot m^2})$$

◎ 知识扩展 ◎

弹簧振子和扭摆都是利用了材料的弹性。弹簧振子的回复力是直线方向，而扭摆的回复力是回转方向。若把弹簧振子的质量 m 替换成扭摆的转动惯量 J，则弹簧振子和扭摆的各方程式完全相同。

2.5　振动的衰减和共振

Oscillation

知识点

当物体在外力的作用下发生振动时，振动会随时间而衰减。若汽车的发动机工作时，则以汽车的固有频率振动；当汽车行驶中从路面传递给汽车的振动频率正好等于汽车的固有频率时，则汽车的振动将大幅增加。无论什么机器发生振动，即使不影响正常工作，也会影响机器的寿命、效率、功能和精度。

以同样波形周期的重复振动称为简谐振动。

在实际的振动中，振幅会随时间而逐渐减小，直到最终停止，这种振动称为阻尼振动。

1 简谐振动曲线

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad ①$$

$$f=\frac{1}{T}=\frac{\omega}{2\pi} \qquad ②$$

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}} \qquad ③$$

T：周期（s）；

ω：角频率（rad/s）；

f：振动频率（Hz）；

k：弹簧刚度系数（N/m）。

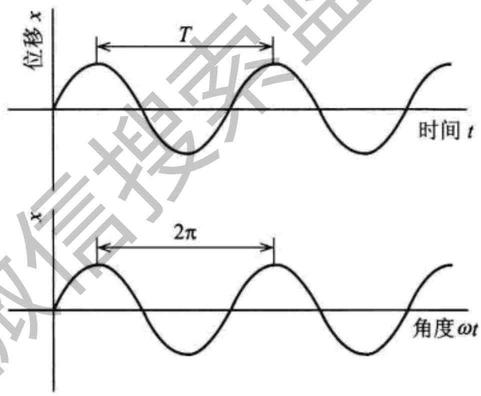


图 1　简谐振动曲线

2 阻尼振动

$$f_d=\frac{1}{2\pi}\sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_0 \qquad ④$$

f_d：阻尼振动频率（Hz）；

ζ：阻尼比；

ω_0：固有角频率（rad/s）；

t：时间(s)。

如果在振动体上再加上受迫振动，振动的合成如图 3 所示，自由振动、阻尼振动与受迫振动合成后均为受迫振动。

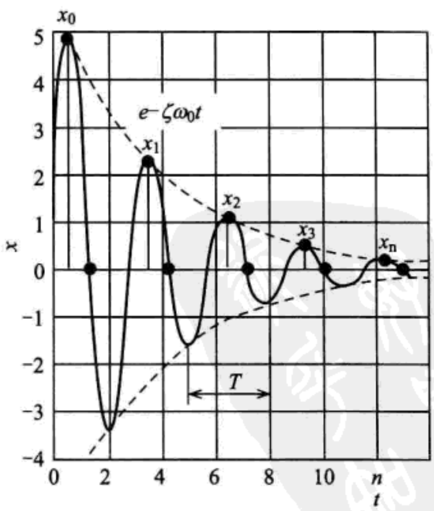


图 2　阻尼振动曲线

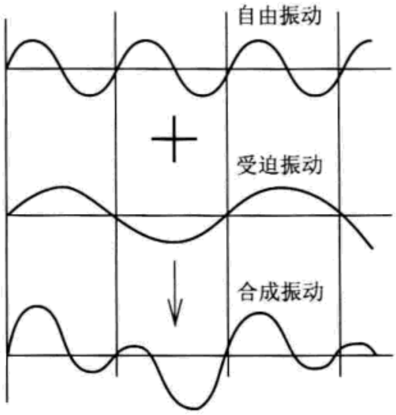


图 3 自由振动和受迫振动的合成

3 共振

物体在外力的作用下作受迫振动时，若外力的角频率接近机器的固有频率，则振动频率增大，即使外力很小，振幅也会大幅度增加(共振)。

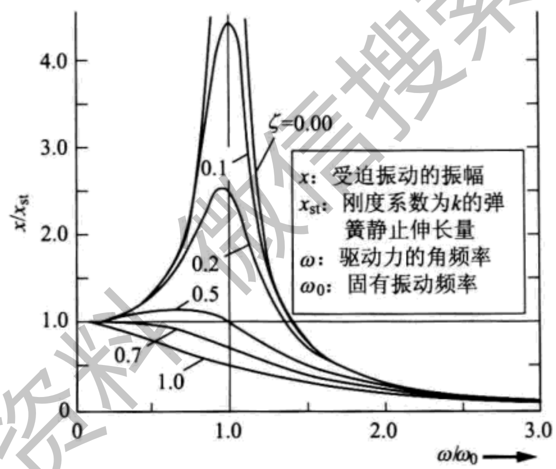


图 4 共振曲线(有阻尼)

◎ 知识扩展 ◎

机器在运转时，如果轴或弹簧发生共振，则机器发生突然破坏的危险性很高。虽然机器的振动无法完全消除，但我们在设计机器时，可以准确计算机器的固有频率，然后根据所预测外力的角频率设法消除共振。

第 3 章　材料力学

3.1 正应力与剪应力

Normal stress and shearing stress

▶▶ 知识点

单位面积所受的内力称为应力。

应力与拉伸、压缩、剪切、弯曲、扭转这 5 种载荷相对应，有 5 种应力。正应力(拉伸和压缩)和剪应力(剪切)可被视为单应力，弯曲和扭转的应力可用单应力来表示。

1 正应力

$$\sigma=\frac{N}{A}(W=N)\quad(\text{MPa})\qquad ①$$

σ：与假想截面垂直的内力 N 与该截面面积 A 之比。

2 剪应力

$$\tau=\frac{F}{A}(W=F)\quad(\text{MPa})\qquad ②$$

τ：与假想截面平行的内力 F 与该截面面积 A 之比。

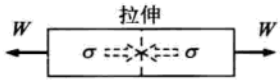


图 1

图 2

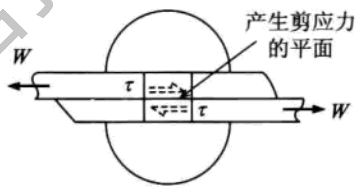


图 3

例题 1

如图 4 所示，某直径为 30 mm 的圆杆两端受 4000 N 的作用力，求圆杆内的拉应力。

◀解▶ 在①式中，$W=4000$ N

$$A=\frac{\pi}{4}d^2=\frac{\pi}{4}\times30^2$$

$$\sigma=\frac{4000}{225\pi}\approx5.66\ (\text{MPa})$$

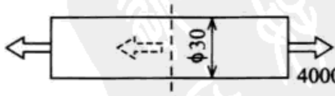


图 4

例题 2

如图 5 所示，在与直径为 20 mm 螺栓轴线垂直的方向上有一对 1500 N 的剪切

作用力，求螺栓轴的剪应力。

◁解▷ 在②式中，$W=1500$ N

$$A=\frac{\pi}{4}\times 20^2$$

$$\tau=\frac{1500}{314}\approx 4.78\ (\mathrm{MP})$$

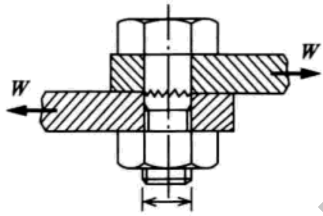


图 5

◎ 知识扩展 ◎

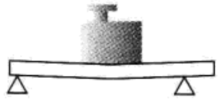
弯曲应力是拉应力和压应力的复合。

扭转应力就是剪应力。

应力是张量。

3.2 应变和泊松比

Strain and Poisson's ratio



▶▶知识点

应变是物体在外部载荷作用下产生的内部应力所引起的微小变形，根据外部载荷的不同，分别称为拉应变、压应变、剪应变、弹性应变（弹性限度内）和塑性应变（超过弹性限度）。与载荷的作用方向相同的应变称为纵向应变，与载荷的作用方向垂直的应变称为横向应变，横向应变与纵向应变之比称为泊松比，它的倒数为泊松数。在弹性极限范围内，对于给定的材料，泊松比的值一定。

1 拉应变与压应变

拉应变：$\varepsilon_t=\dfrac{\text{变形量}}{\text{原长}}\times 100=\dfrac{l-l_0}{l_0}\times 100\ (\%)$

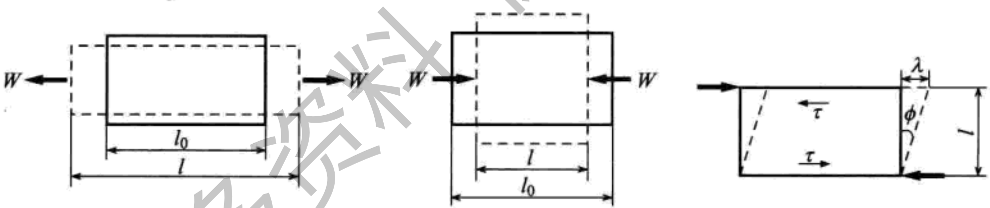
压应变：$\varepsilon_c=\dfrac{\text{变形量}}{\text{原长}}\times 100=\dfrac{l_0-l}{l_0}\times 100\ (\%)$

若长度的变化量用 l' 来表示，则

$$\varepsilon=\frac{l'}{l} \qquad ①$$

2 剪应变

$$\gamma=\frac{\lambda}{l}=\tan\phi\approx\phi \qquad ②$$



(a) 拉应变　　(b) 压应变　　(c) 剪应变

图 1

3 泊松比和泊松数

纵向应变 ε

横向应变 ε_1

泊松比：$v=\dfrac{\varepsilon_1}{\varepsilon}=\dfrac{1}{m}$　　③

泊松数：$m=\dfrac{1}{v}=\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_1}$　　④

图 2　纵向应变和横向应变

例题 1

伸长量为 0.8 mm 时，应变为 0.04%，求物体的原长为多少。

◁解▷

$$l=\frac{l'}{\varepsilon}$$

由 $l'=0.8$，$\varepsilon=0.0004$ 可得：

$$l=\frac{0.8}{0.0004}=2000\ \text{mm}$$

例题 2

某长度 100 mm 的铝材的截面为边长 30 mm 的正方形，当此铝材两端受到压缩载荷作用后，长度压缩量为 0.78 mm，求此时的截面面积。已知铝的泊松比为 0.34。

◁解▷ 首先根据③式和①式求解横向应变，然后求出截面面积。

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}=\frac{1}{m}$$

由 $v=0.34$，$l'=0.78$，$l=100$ 可得：

$$\varepsilon_1=\frac{1}{m}\cdot\varepsilon=\frac{1}{m}\cdot\frac{l'}{l}=0.34\times0.0078=0.002652$$

压缩后截面的边长变为：

$$30(1+\varepsilon_1)=30\times(1+0.002652)\approx30.08$$

因此，

$$\text{截面面积}=(30.08\ \text{mm})^2\approx905\ \text{mm}^2$$

3.3 弹性模量和弹性能

Elastic modulus and energy

▶▶知识点

由胡克定律可知，应力与其应变成正比。比例系数 E 为纵弹性模量（杨氏弹性模量），比例系数 G 为横（剪切）弹性模量。因外力作用，在物体内部由应变存储的能量称为弹性能。

1 正应力 σ 与线应变 ε 的关系

$$\sigma=E\varepsilon=\frac{Wl}{A\lambda}\quad(\text{MPa})\qquad①$$

2 剪应力 τ 与剪应变 γ 的关系

$$\tau=G\gamma=\frac{W_s l}{A\lambda_s}=\frac{W_s}{A\phi}\quad(\text{MPa})\qquad②$$

3 弹性能

当截面面积为 A、长度为 l、纵弹性模量为 E 的物体受到外部载荷 W 的作用时，伸长量为 λ，应力为 σ，此时物体内部存储的弹性能为 U。

从 $P=\sigma A,\lambda=\dfrac{PL}{AE}=\dfrac{\sigma L}{E}$ 得：

$$U=\frac{\sigma^2}{2E}AL=\frac{1}{2}W\lambda\quad(\text{N}\cdot\text{m})\qquad③$$

例题 1

直径为 20 mm，长度为 3 m 的低碳钢圆杆受到 50 kN 的拉力作用，求杆的伸长量。已知纵弹性模量为 200 GPa。

◁解▷ 由①式可得：

$$\lambda=\frac{50\times10^3\times3}{(\pi/4)\times20^2\times(10^{-3})^2\times200\times10^9}=0.002\ 39\ (\text{m})=2.39\ (\text{mm})$$

例题 2

80 kN 的拉力作用在直径 20 mm、长度 3 m 的低碳钢圆杆上，求在此圆杆中存储的弹性能。已知纵弹性模量为 200 GPa。

◁解▷ 把 $\lambda=\dfrac{Wl}{AE}$ 代入③得：

$$U=\frac{1}{2}W\lambda=\frac{1}{2}W\frac{Wl}{AE}=\frac{W^2 l}{2AE}$$

把已知数值代入得：

$$U=\frac{(80\times10^3)^2\times1}{2\times\frac{\pi}{4}\times25^2\times(10^{-3})^2\times200\times10^9}$$

$$=\frac{64\times10^3}{625\times\pi}$$

$$=32.6\ (\mathrm{N\cdot m})$$

◎ 知识扩展 ◎

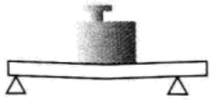
- 主要工业材料的弹性模量如下表。

表 1 主要工业材料的弹性模量

材 料	E(GPa)	G(GPa)	v
低碳钢	206	82	0.28～0.3
高碳钢	200	78	0.28
铸 铁	157	61	0.26
铜	123	46	0.34
黄 铜	100	37	0.35
钛	103	—	—
铝	73	26	0.34
硬 铝	72	27	0.34
玻 璃	71	29	0.35
混凝土	20	—	0.2

3.4 应力集中

Stress concentration



▶▶知识点

当材料上有孔、切口或轴肩时，在截面面积发生变化的局部区域，应力急剧增大的现象称为应力集中。根据应力集中系数可以知道应力集中的程度。

1 应力集中系数

$$\alpha_k = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_n}$$

σ_{max}：截面上的最大应力；

σ_n：截面上的平均应力。

①

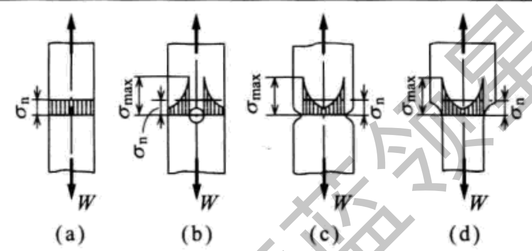


图 1　应力集中

2 各种形状的应力集中系数

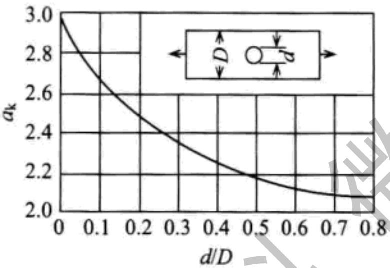


图 2　带圆孔的板条

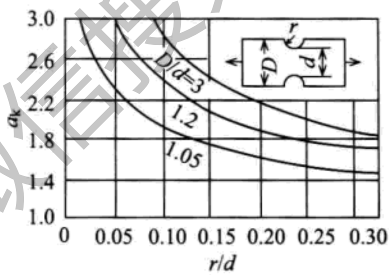


图 3　切槽的板条

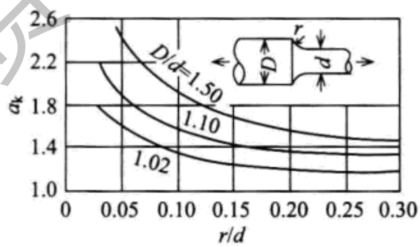


图 4　带轴肩的圆杆

例题 1

在宽度 80 mm、厚度 10 mm 的板条中央有一个直径为 20 mm 的圆孔，在此板条的轴线方向施加一对 20 kN 的拉力，求由应力集中引起的最大应力。

◁解▷ 没有应力集中情况下的平均正应力为：

$$\sigma_n=\frac{W}{A}=\frac{20\times10^3}{(80-20)\times10\times(10^{-3})^2}=33.3\ (\mathrm{MPa})$$

$$\frac{d}{D}=\frac{20}{80}=0.25$$

由图 2 得应力集中系数 $\alpha_k=2.4$

由①式得：

$$\sigma_{max}=\alpha_k\cdot\sigma_n$$

$$\sigma_{max}=2.4\times33.3=79.9\ (\mathrm{MPa})$$

例题 2

如图 4 所示，在 $D=22$ mm、$d=20$ mm 的圆杆轴肩处有一圆角，半径 $r=2$ mm，若在轴线方向施加一对 10 kN 的拉力，求由应力集中引起的最大应力。

◁解▷

$$\sigma_n=\frac{W}{A}=\frac{10\times10^3}{(\pi/4)\times20^2\times(10^{-3})^2}=31.8\ (\mathrm{MPa})$$

$$\frac{d}{D}=1.1,\ \frac{r}{d}=\frac{2}{20}=0.1$$

查图 4 得：$\alpha_k=1.6$

$$\sigma_{max}=1.6\times31.8=50.9\ (\mathrm{MPa})$$

◎ 知识扩展 ◎

为了避免因应力集中而引起的破坏，在设计时应尽可能避免设计截面面积急剧变化的形状。

3.5 热应力

Thermal stress

知识点

物体会随着温度的上升而自由膨胀，随着温度的下降而自由收缩。在没有外载荷的情况下，因温度变化导致材料伸缩而在材料内部所产生的应力称为热应力。因局部加热等引起的材料内部温度不均匀分布所产生的应力也属于热应力。

1 热应变

$$\varepsilon=\frac{\lambda}{l}=\frac{\alpha(t_1-t_2)l}{l}=\alpha(t_1-t_2) \qquad ①$$

α：材料的线膨胀系数；

t_1：初始温度（℃）；

t_2：变化后的温度（℃）。

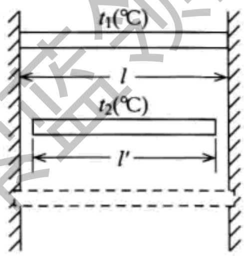


图 1

2 热应力

$$\sigma=E\varepsilon=E\alpha(t_1-t_2) \qquad ②$$

σ：拉应力为 +（正），压应力为 −（负）。

例题 1

将两端固定的低碳钢杆件从 20℃ 加热到 50℃ 时，杆内产生的热应力为多少？若圆杆的直径为 25 mm，固定端会产生多大的压力？已知纵弹性模量 $E=200$ GPa，钢的线膨胀系数 $\alpha=11.5\times10^{-6}$。

〈解〉 把 $E=200$ GPa，$\alpha=11.5\times10^{-6}$，$t_1=20$ ℃，$t_2=50$ ℃代入②式得：

$$\sigma=200\times10^9\times11.5\times10^{-6}\times(20-50)$$
$$=-2\times3\times11.5\times10^6\ (\text{Pa})$$
$$=-69.0\ (\text{MPa})$$

应力值为负值，因此为压应力。

固定端的压力为：

$$\omega=\sigma A=69.0\times10^6\times\frac{\pi}{4}\times25^2\times(10^{-3})^2$$
$$=3.39\times10^4\ (\text{N})$$
$$=33.9\ (\text{kN})$$

例题 2

在气温 25℃的情况下，用焊接的方法把铁轨接头结合在一起，之后气温下降到 −3℃，求此时所产生的热应力。已知纵弹性模量 $E=2.1\times10^4$ kgf/mm²，钢的线膨胀系数 $\alpha=11.5\times10^{-6}$。

◁解▷ 把 $E=2.1\times10^4\ \text{kgf/mm}^2=200\ \text{GPa}$，$\alpha=11.5\times10^{-6}$，$t_1=25℃$，$t_2=-3℃$代入②式得：

$$\begin{aligned}\sigma &=200\times10^9\times11.5\times10^{-6}\times[25-(-3)]\\ &=64.4\times10^6\,(\text{Pa})\\ &=64.4\,(\text{MPa})\end{aligned}$$

◎ 知识扩展 ◎

各种材料的线膨胀系数如下表。

表 1 各种材料的线膨胀系数

材料	线膨胀系数 ($\times10^{-6}$)	μm/100 mm·℃[1)]	材料	线膨胀系数 ($\times10^{-6}$)	μm/100 mm·℃[1)]
块规	11.51±1[2)]	1.05～1.25	铸铁	9.2～11.8	0.92～1.18
碳素钢	11.7−(0.9×C%)[3)]	1.01～1.17	铬钢	11～13	1.1～1.3
镍铬钢	13～15	1.3～1.5	纯铜	17	1.7
七三黄铜	19	1.9	四六黄铜	18.4	1.84
青铜	17.5	1.75	炮铜	18	1.8
纯铝	24.6	2.46	硬铝	22.6	2.26
Y合金	22	2.2	硅铝明合金	19.8～22	1.95～2.2
劳塔尔铝硅铜合金	21～22	2.1～2.2	活塞铝合金	19	1.9
纯镁	25.5～28.7	2.55～2.87	镁合金	24	2.4
锌合金	27	2.7	碳化钨	5～6	0.5～0.6
无铅玻璃	8.9	0.89	含铅玻璃	7.9	0.79
石英玻璃	0.5	0.05	氯乙烯树脂[4)]	$7\sim25\times10^{-5}$	7～25
酚醛树脂	$3\sim4.5\times10^{-5}$	3～4.5	甲醛树脂	2.7×10^{-5}	2.7
聚乙烯	$0.5\sim5.5\times10^{-5}$	0.5～5.5	尼龙	$10\sim15\times10^{-5}$	10～15

1) 100 mm 的物体温度上升 1℃的伸长量；

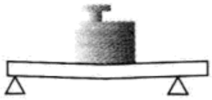
2) 日本工业标准确定的一般范围；

3) C%：碳元素含量；

4) 合成树脂因增塑剂或填料的不同，性能的差别很大。

3.6 许用应力和安全系数

Allowable stress and safety factor



▶▶知识点

为了防止材料失效破坏，从安全方面考虑，材料在实际使用时，将处在弹性极限以下材料不被破坏的最大应力称为许用应力。材料的标准强度(标准应力)与许用应力的比值称为安全系数，安全系数的值越大，安全性越高。

1 许用应力和安全系数

$$S=\frac{\sigma_b}{\sigma_a} \qquad ①$$

σ_b：材料的标准应力（强度极限，如抗拉强度）；

σ_a：许用应力；

S：安全系数。

例题 1

当边长 30 mm 正方形截面的铁杆受到 30 kN 外载荷的作用时，求安全系数的大小。已知铁杆的抗拉强度为 380 MPa。

◁解▷ 把 $W=30$ kN，$A=30^2\times(10^{-3})^2$ 代入 $\sigma=W/A$ 得：

$$\sigma=\frac{30\times10^3}{30^2\times(10^{-3})^2}=33.3\ (\text{MPa})$$

由①式可得安全系数：

$$S=\frac{380}{33.3}=11.4$$

例题 2

在机械结构用碳素钢(S45C)钢丝的一端吊一重 30 kN 物体，问安全的钢丝直径应为多少。已知 S45C 的抗拉强度为 700 MPa，安全系数 $S=5$。

◁解▷ 由①式可得：

$$\sigma_a=\frac{\sigma_b}{S}=\frac{700}{5}=140\ (\text{MPa})$$

$$A=\frac{W}{\sigma_a}=\frac{30\times10^3}{140\times10^6}=2.14\times10^{-4}$$

钢丝的半径为：

$$r=\sqrt{\frac{A}{\pi}}=\sqrt{\frac{2.14\times10^{-4}}{3.14}}=8.26\times10^{-3}\ (\text{m})=8.26\ (\text{mm})$$

因此，直径 $d=2\times8.26=16.5$ (mm)。

◎ 知识扩展 ◎

表1是由实验和经验得到的钢铁的许用应力。过分追求经济性而降低安全系数很容易引起破坏性的安全事故。但是，航天飞机和火箭等如果不以最低安全系数来设计，就会因重量的原因而无法飞上天空。

表1　钢铁的许用应力 (N/mm^2)

载荷		低碳钢	中碳钢	铸钢	铸铁
拉伸	a	90～150	120～180	60～120	30
	b	60～100	80～120	40～80	20
	c	30～50	40～60	20～40	10
压缩	a	90～150	120～180	90～150	90
	b	60～100	80～120	60～100	60
弯曲	a	90～150	120～180	75～120	—
	b	60～100	80～120	50～80	—
	c	30～50	40～60	25～40	—
剪切	a	72～120	96～144	48～96	30
	b	48～80	64～96	32～64	20
	c	24～40	32～48	16～32	10
扭转	a	60～120	90～144	48～96	—
	b	40～80	60～96	32～64	—
	c	20～40	30～48	16～32	—

注：载荷栏中，a、b、c分别指静载荷、动载荷和循环载荷。

表2　安全系数

安全系数 / 材料	静载荷	动载荷		变化载荷或冲击载荷
		循环载荷	交变载荷	
铸铁	4	6	10	15
低碳钢	3	5	8	12
铸钢	3	5	8	15
木材	7	10	15	20
砖、石材	20	30	—	—

3.7 受内部压力的薄壁圆筒

Tin cylinder with internal pressure

▶▶知识点

如下图所示，当密闭的圆筒容器内部有一定压力时，不仅要在圆筒的纵向(在 X-X′方向上)产生应力，还要在圆筒的圆周(横向)方向(在 Y-Y′方向上)产生应力，其中圆周方向的应力称为周向应力。

1 纵向应力

$$\sigma_1=\frac{pd}{4t}\quad(\text{MPa})\qquad ①$$

2 圆周方向应力(周向应力)

$$\sigma_2=\frac{pd}{2t}\quad(\text{MPa})\qquad ②$$

d:圆筒的内径 (mm);

t:圆筒的壁厚 (mm);

p:内压 (Pa)。

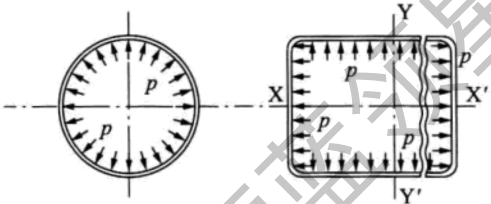


图 1　作用在薄壁圆筒的力

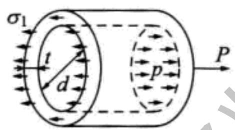


图 2　纵向上的压力和应力

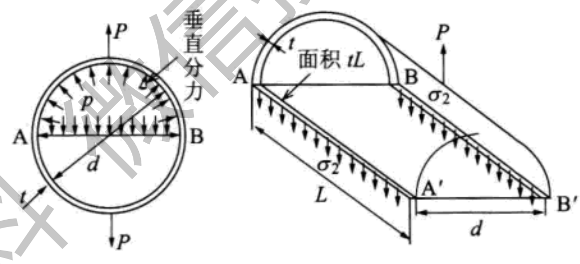


图 3　横向上的压力和应力

例题 1

有一内径 350 mm、壁厚 6 mm 的低碳钢制薄壁圆筒，当内压力为 2 MPa 时，求在筒壁上产生的应力。

◁解▷ 由 $d=350$ mm，$t=6$ mm 得：

$$\sigma_1=\frac{350\times2}{4\times6}=29.2\ (\text{MPa})$$

$$\sigma_2=\frac{350\times2}{2\times6}=58.3\ (\text{MPa})$$

例题 2

对于内径 200 mm 的薄壁圆筒，如果要承受 1.5 MPa 的内压，求筒壁的安全厚度。已知筒壁的许用应力为 80 MPa。

解 由①式和②式可知：$\sigma_2=2\sigma_1$，因此强度计算应采用②式。

※对于薄壁圆筒，通常采用的是周向应力。

把 $d=200$ mm，$p=1.5$ MPa，$\sigma_2=8$ MPa 代入②式得：

$$t=\frac{dp}{2\sigma_2}$$

$$=\frac{200\times1.5}{2\times80}=1.88\ (\text{mm})$$

例题 3

采用内径 100 mm、外径 110 mm 的无缝钢管作为给水管，管中水的压力为 2.5 MPa，材料的抗拉强度为 400 MPa，求此条件下的安全系数。

解 把 $d=100$ mm，$t=\dfrac{110-100}{2}=5$ mm，$p=2.5$ MPa 代入②式得：

$$\sigma_2=\frac{100\times2.5}{2\times5}=25.0\ (\text{MPa})$$

则安全系数 S 为：

$$S=\frac{400}{25.0}=16$$

◎ 知识扩展 ◎

在图 2 中，截面面积 A＝截面面积-中空面积＝$\pi dt+\pi t^2$，因壁厚 t 较小，故 πt^2 可忽略不计。通常情况下，壁厚 t 小于内径的 10%（$t<0.1d$）时称为薄壁；$t\geqslant0.1d$ 时称为厚壁（此时上式中的 πt^2 就不可以忽略）。然而根据最新数据，外半径与内半径之比小于 1.3 时均可称为薄壁。

3.8 冲击载荷

Impact load

▶▶知识点

由冲撞等引起的突然增加的载荷称为冲击载荷。根据能量守恒定律可知，重物的势能与弹性体存储的应变能相等。即使在高度为 0 的情况下，施加高速载荷所产生的最大伸长量和最大应力都是同等静载荷作用下的 2 倍。

1 冲击载荷产生的应力

$$\sigma=\frac{W}{A}\left[1+\sqrt{1+\frac{2EAh}{Wl}}\right]\quad(\text{MPa})\qquad ①$$

2 高速载荷产生的应力

$$\sigma=\frac{2W}{A}\quad(\text{MPa})\text{①式中 } h=0 \text{ 的情况}\qquad ②$$

h:高度（m）

A:截面积（m^2）

W:重量（kN）

E:纵弹性系数（GPa）

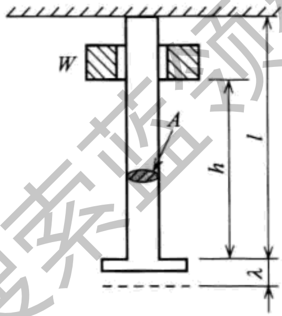


图 1

例题 1

在直径 20 mm、长度 3 m 的钢制圆杆上施加一个 40 kN 的高速载荷，求圆杆内产生的应力和瞬间最大伸长量。已知 $E=200$ GPa。

◁解▷ 把 $W=40$ kN，$A=(\pi/4)\times20^2\times(10^{-3})^2$ 代入②式得：

$$\sigma=\frac{2\times40\times1000}{(\pi/4)\times20^2\times(10^{-3})^2}=255\ (\text{MPa})$$

由 $\sigma/\varepsilon=E$，$\varepsilon=\lambda/l$ 可得伸长量 λ：

$$\lambda=\frac{\sigma}{E}l=\frac{255\times10^6\times3}{200\times10^9}$$

$$=3.83\ (\text{mm})$$

例题 2

如图 1 所示，圆杆的直径为 40 mm、长度为 2 m，重 1 kN 的物体从 150 mm 的高度落下与圆杆碰撞，求圆杆内产生的冲击应力及圆杆的伸长量。已知 $E=200$ GPa。

◁解▷ 把 $W=1$ kN, $A=(\pi/4)\times40^2\times(10^{-3})^2$ m², $l=2$ m, $E=200$ GPa 代入①式得：

$$\sigma=\frac{1000}{(\pi/4)\times40^2\times(10^{-3})^2}\times\left[1+\sqrt{\frac{2\times200\times10^9\times(\pi/4)\times40^2\times(10^{-3})^2\times0.15}{2\times1000}}\right]$$
$$=\frac{10}{4\times\pi\times10^{-6}}(1+\sqrt{50\times\pi\times40^2\times0.15})$$
$$=155\ (\text{MPa})$$

伸长量由 $\lambda=(\sigma/E)l$ 得：

$$\lambda=\frac{\sigma}{E}l=\frac{155\times10^6\times2}{200\times10^9}=1.55\ (\text{mm})$$

例题 3

如图 2 所示，在下端固定的铝制圆柱上方 1 m 处，一个重 4.5 kN 的物体自由落下与圆柱碰撞，求圆柱内产生的最大压应力。已知圆柱高 6 m、直径 300 mm，$E=72$ MPa。

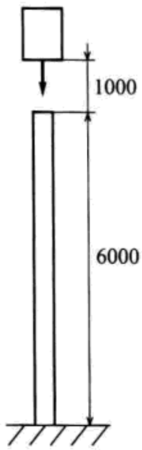


图 2

◁解▷ 把 $W=4.5$ kN, $A=\frac{\pi}{4}\times300^2\times(10^{-3})^2$, $E=72$ MPa, $l=6$ m, $h=1$ m 代入①式得：

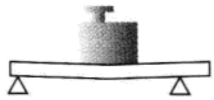
$$\sigma=\frac{4500}{(\pi/4)\times300^2\times(10^{-3})^2}\times\left[1+\sqrt{\frac{2\times72\times10^9\times(\pi/4)\times300^2\times(10^{-3})^2\times1}{4500\times6}}\right]$$
$$=\frac{5}{25\times\pi\times10^{-6}}(1+\sqrt{12\times\pi\times10^4})$$
$$=39.2\ (\text{MPa})$$

◎ 知识扩展 ◎

重力是一种力，不是质量，其单位在国际单位制中是牛顿，用 N 表示。

3.9 梁的支点反力

Reaction force of beam's support



▶▶知识点

当梁在外载荷作用下保持静止平衡状态时，在支点上会产生一个与外载荷方向相反的力，这个力称为支点反力。根据平行力的平衡条件可知，作用在梁上的外力之和为0；关于梁上任意点的力矩之和为0。

1 受集中载荷作用的两端支撑梁

根据对支点A的力矩可得：

$$R_B=(w_1l_1+w_2l_2+w_3l_3)/l \quad (N) \qquad ①$$

$$R_A=w_1+w_2+w_3-R_B \quad (N) \qquad ②$$

2 受均布载荷作用的两端支撑梁

$$R_A=R_B=\frac{wl}{2} \quad (N) \qquad ③$$

w：均布载荷的集度（N/m）；

R_A：支点A的反力；

R_B：支点B的反力。

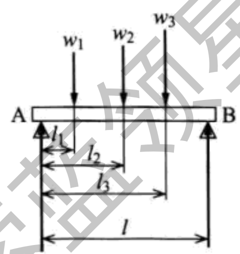


图 1

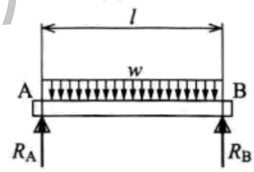


图 2

例题 1

如图3所示，求各支点的反力。

◁解▷ 由①式得：

$$R_B=\frac{2000\times300\times10^{-3}+3000\times500\times10^{-3}}{1}$$

$$=2100 \text{ (N)}$$

由②式得：

$$R_A=2000+3000-2100=2900 \text{ (N)}$$

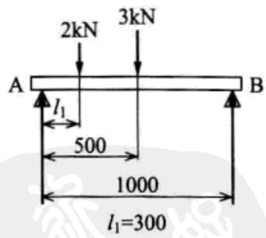


图 3

例题 2

如图4所示，求各支点的反力。

◁解▷ 均布载荷等效于作用于中点的集中载荷 W：

$$W=wl=5000\times600\times10^{-3}=3 \text{ (kN)}$$

由①式得：

$$R_B = \frac{3000\times500\times10^{-3}+2000\times900\times10^{-3}}{1.2}$$

$$=2750\ (\mathrm{N})$$

$$R_A=3000+2000-2750=2250\ (\mathrm{N})$$

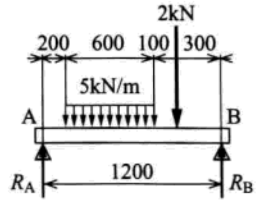


图 4

例题 3

如图 5 示，求各支点的反力。

◁解▷ 根据相对于 B 点的总力矩得：

$$1500\times(200+200+300)\times10^{-3}+5000\times300\times10^{-3}-R_A\times(200+300)\times10^{-3}=0$$

∴ $R_A=5100\ (\mathrm{N})$

$R_B=1500+5000-5100=1400\ (\mathrm{N})$

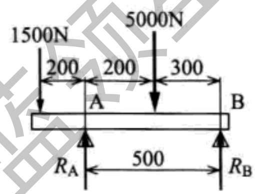


图 5

例题 4

如图 6 示，求各支点的反力。

◁解▷ 与例题 2 的解法相同，均布载荷的等效合力为：

$W=5000\times1=5000\ (\mathrm{N})$

由②式得：

$$R_B = \frac{2500\times400\times10^{-3}+5000\times(1000/2)\times10^{-3}}{1}$$

$$=3500\ (\mathrm{N})$$

$$R_A=2500+5000-3500=4000\ (\mathrm{N})$$

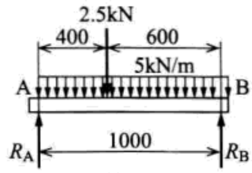
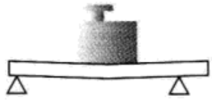


图 6

3.10 梁的剪切力和弯曲力矩

Shearing force and bending moment of beam



▶▶知识点

作用在梁的假想截面上的剪切力大小与作用在假想截面两侧的外作用力之和相等，方向相反。因此，只要求出截面左右任意一侧的作用力代数和，就可知道该截面上的剪切力大小。

弯曲力矩（弯矩）大小同样可以通过求解假想截面一侧的力矩代数和而求得。

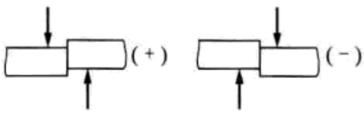
1 梁的剪切力（F）

通过假想截面 X 一侧的力的代数和求得：

AC 之间：$F=-R_A$ （N）

CB 之间：$F=-R_A+W=-R_B$ （N）

剪切力的符号如下图所示。



(a) (b)

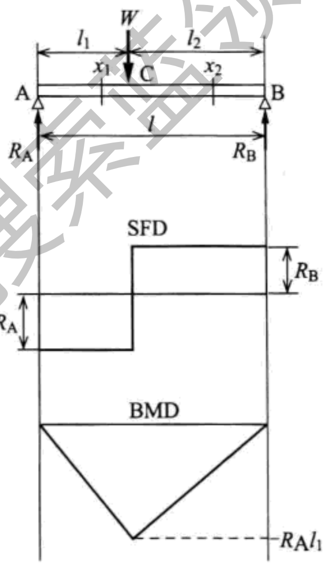


图 1

2 梁的弯矩

通过假想截面 X 一侧的力矩代数和求得：

AC 之间：$M=-R_A x_1$ （N·m）

CB 之间：$M=-R_A x_2+W(x_2-l_1)$ （N·m）

x_1：到支点 A 的距离；

x_2：到支点 B 的距离。

弯矩的符号如下图所示。

(a) (b)

3 剪力图（SFD）和弯矩图（BMD）

剪力图和弯矩图是将各截面上剪切力和弯矩的数值用纵轴来表示，梁的长度用横轴来表示的图线（图 1）。

SFD：Shearing Force Diagram；

BMD：Bending Moment Diagram。

例题 1

如图 2 所示，求在梁的假想截面 X_1 和 X_2 上的剪切力和弯矩。

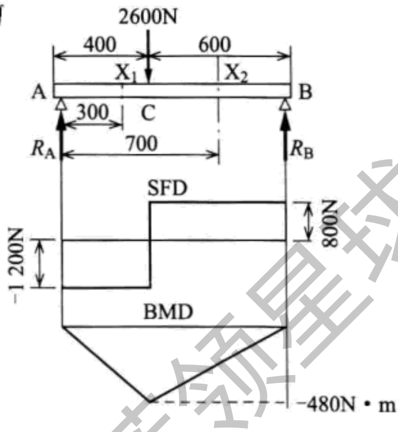


图 2

◁解▷ (1)首先求出支点反力：

$$R_A=\frac{2000\times600\times10^{-3}}{1}=1200\ (\mathrm{N})$$

$$R_B=2000-1200=800\ (\mathrm{N})$$

(2) 剪切力由①式得：

X_1 截面：$F_{x1}=-R_A=-1200\ (\mathrm{N})$

X_2 截面：$F_{x2}=-1200+2000=800\ (\mathrm{N})$

(3) 弯矩

X_1 截面：$M_{x1}=-1200\times300\times10^{-3}$

$=-360\ (\mathrm{N\cdot m})$

X_2 截面：$M_{x2}=-1200\times700\times10^{-3}$

$+2000\times(700-400)\times10^{-3}$

$=-240\ (\mathrm{N\cdot m})$

例题 2

绘制图 2 中梁的 SFD 和 BMD。

◁解▷

(1) SFD

AC 之间：$F=-1200$ N

CB 之间：$F=800$ N

(2) BMD

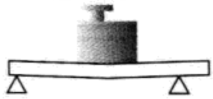
AC 之间：$M_x=-1200x\times10^{-3}\quad(0\leqslant x\leqslant400)$

CB 之间：$M_x=-1200x\times10^{-3}+200(x-400)\times10^{-3}\quad(400\leqslant x\leqslant1000)$

将以上结果用如图 2 所示的 SFD 和 BMD 表示。

3.11 受集中载荷作用的悬臂梁

Cantilever with concentrated load



▶▶知识点

如图 1 所示的悬臂梁，一端为固定端（A 端），一端为自由端（B 端）。最大弯矩作用的截面最容易发生破坏，称之为危险截面。

1 支座反力

$$R=W \quad (\mathrm{N}) \qquad ①$$

2 剪切力

$$F=-W \quad (\mathrm{N}) \qquad ②$$

3 弯　矩

$$M_x=Wx \quad (0\leqslant x\leqslant l) \qquad ③$$

$$M_{\max}=Wl \quad (\mathrm{N\cdot m})$$

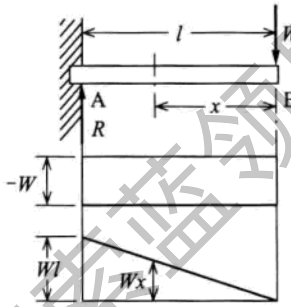


图 1

例题 1

如图 2 所示的悬臂梁，试绘制它的剪力图(SFD)和弯矩图(BMD)。

◁解▷　由①式得：

$$R=2000\ \mathrm{N}$$

因为假想截面右侧只有外载荷 W，所以截面上作用的剪切力为：

$$F=-W=-2000\ \mathrm{N}$$

因此，SFD 为平行于横轴的一条直线。

弯矩以集中载荷的作用点为起点进行计算，由③式得：

$$M_x=2000x \ (0\leqslant x\leqslant 1)$$

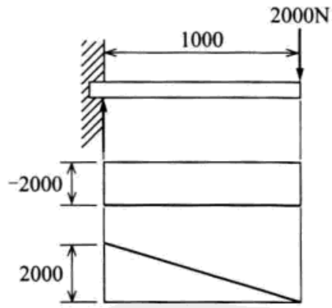


图 2

例题 2

在图 2 中，BMD 是一次函数(斜线)，可以直接把固定端的最大弯矩 2000 N·m 和自由端的 0 连成一条直线。

如图 3 所示，如果有两个集中载荷作用在悬臂梁上，请绘制此梁的 SFD 和 BMD。

◁解▷　(1) 剪切力：从自由端 B 考虑，则：

BC 之间：$F=-1000\ \mathrm{N}$

CA 之间：$F=-1000-2500=-3500$ N

(2) 弯矩：首先绘制只有 1000 N 载荷情况下的 BMD(mnp)，然后再绘制只有 2500 N 载荷情况下的 BMD(pq′r)，两种情况的 BMD 合成之后为 mnqr。

1000 N 载荷情况下的弯矩，由③式得：

$M_B=0$

$M_C=1000\times200\times10^{-3}=200$ (N·m)

$M_A=1000\times500\times10^{-3}=500$ (N·m)

2500 N 载荷情况下的弯矩，由③式得：

$M_C=0$

$M_A=2500\times300\times10^{-3}=750$ (N·m)

最大弯矩为：

$M_{max}=500+750=1250$ (N·m)

以上结果如图 3 所示。

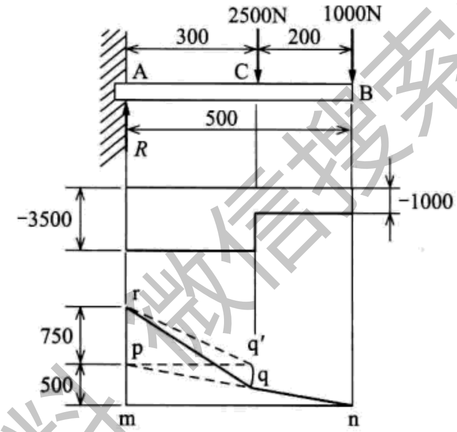


图 3

3.12 受均布载荷作用的悬臂梁

Cantilever with uniformly distributed load

▶▶知识点

如图 1 所示，长度为 l(m)的悬臂梁受到集度为 w(N/m)的均布载荷作用时，可以把均布载荷转化为与之等效的集中载荷，大小为 wl(N)，作用点位于 l 的中点。

1 支座反力

$$R=wt \quad (\mathrm{N}) \qquad ①$$

2 剪切力

$$F=wl \quad (\mathrm{N}) \qquad ②$$

3 弯　矩

$$M=\frac{wx^2}{2} \quad M_{\max}=\frac{wl^2}{2} \quad (\mathrm{N \cdot m}) \qquad ③$$

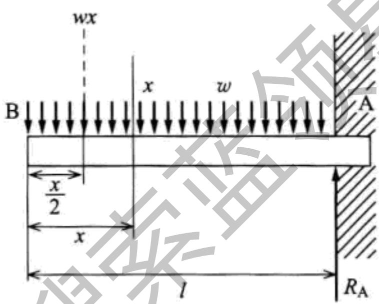


图 1

例题 1

如图 2 所示的悬臂梁受均布载荷作用，绘制此梁的剪力图(SFD)和弯矩图(BMD)。

◁解▷ (1) 剪切力：把 $w=3$ kN/m 代入②式得：

$$F=-3x$$

x 是以 B 点为起点的距离。

B 点：$F=0$ N

A 点：$F=-3000\times1500\times10^{-3}$

$=-4500$ (N)

(2) 弯矩：把 $w=3$ kN/m $=3000$ N/m 代入③式得：

$$M=\frac{3000x^2}{2} \text{（抛物线）}$$

B 点：$M_B=0$

A 点：$M_A=\dfrac{3000\times1500^2\times(10^{-3})^2}{2}=3375$ (N·m)

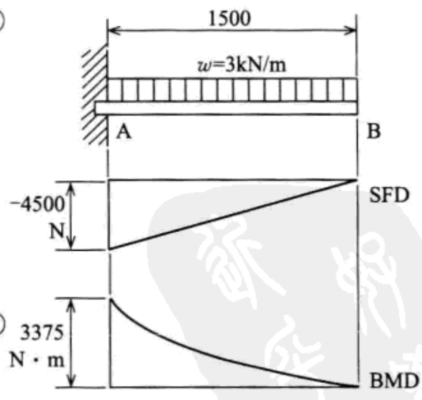


图 2

根据以上结果，绘制出图 2 中的剪力图(SFD)和弯矩图(BMD)。

例题 2

如图 3 所示，悬臂梁的一部分受均布载荷作用，绘制此梁的剪力图(SFD)和弯矩图(BMD)。

◁解▷ (1) 剪切力：受集中载荷 1000 N 作用产生的剪切力为：

$$F=-W=-1000\ \text{N}$$

受均布载荷作用产生的剪切力，由②式得：

$$F=-2000\times500\times10^{-3}$$
$$=-1000\ (\text{N})$$

把以上两个剪切力合成后得到图 3 中的 SFD。

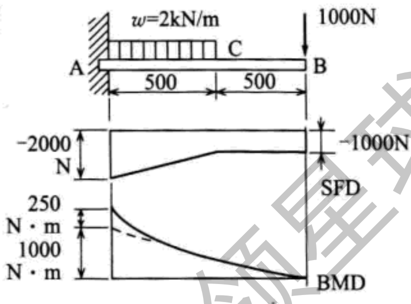


图 3

(2) 弯矩：由集中载荷 1000 N 产生的弯矩为：

$$M_{\max}=Wl=1000\times1000\times10^{-3}$$
$$=1000\ (\text{N}\cdot\text{m})$$

由均布载荷产生的弯矩为：

$$M_{\max}=\frac{wl^2}{2}=\frac{2000\times500^2\times(10^{-3})^2}{2}$$
$$=250\ (\text{N}\cdot\text{m})$$

把以上两个弯矩合成后得到图 3 中的 BMD。

3.13 受集中载荷作用的两端支撑梁

Both ends supported beam with concentrated load

▶▶知识点

受集中载荷作用的两端支撑梁，当剪切力由正变负时，弯矩最大。另外，在最大载荷作用处弯矩也为最大，这些规律在绘制剪力图(SFD)和弯矩图(BMD)时非常有用。

1 公式 1

(1) 剪切力

AC 之间：$F_1=-R_A=-Wl_2/l$ (N)

BC 之间：$F_2=W-R_A=R_B$ (N)

(2) 弯矩

AC 之间：$M_1=-R_Ax_1=-\dfrac{Wl_2}{l}x_1$ (N·m)

BC 之间：$M_2=-\dfrac{Wl_1(l-x_2)}{l}$ (N·m)

$$M_{max}=-\frac{Wl_1l_2}{l}\quad (\text{N}\cdot\text{m})$$

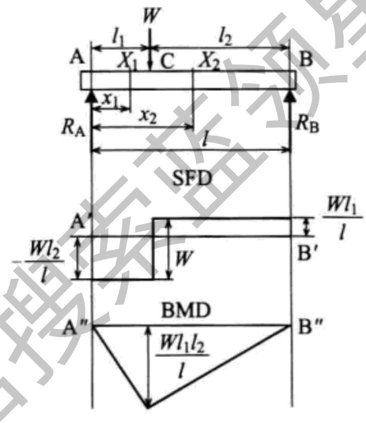


图 1

2 公式 2

(1) 剪切力

AC 之间：$F_1=-R_A$ (N)

CD 之间：$F_2=-R_A+W_1$ (N)

DB 之间：$F_3=-R_A+W_1+W_2=R_B$ (N)

(2) 弯矩

AC 之间：$M_1=-R_Ax$ (N·m)

CD 之间：$M_2=-R_Ax+W(x-l_1)$ (N·m)

DB 之间：$M_3=-R_Ax+w_1(x-l_1)$

$\qquad\qquad +w_2(x-l_2)$

$\qquad\quad =-R_B(l-x)$ (N·m)

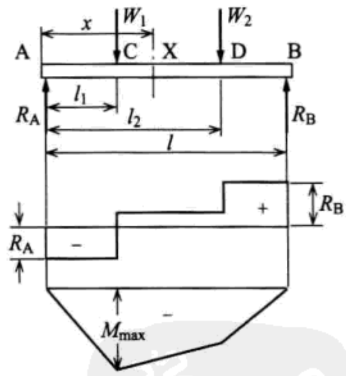


图 2

例题 1

已知如图 3 所示的梁，绘制其剪力图(SFD)和弯矩图(BMD)。

◁解▷ 支座反力：

$$R_A=\frac{3000\times(1000-400)\times10^{-3}+2000\times(1000-700)\times10^{-3}}{1000\times10^{-3}}=2400\ (\text{N})$$

$R_B = 3000 + 2000 - 2400 = 2600\ (\mathrm{N})$

剪切力由公式②得：

AC 之间：$F_1 = -R_A = -2400\ (\mathrm{N})$

CD 之间：$F_2 = -R_A + W_1$

$= -2400 + 3000 = 600\ (\mathrm{N})$

DB 之间：$F_3 = R_B = 2600\ (\mathrm{N})$

弯矩由公式②得：

AC 之间：$M_1 = -R_A x = -2400x$

C 点：$x = 400$

$M_C = -2400 \times 400 \times 10^{-3} = -960\ (\mathrm{N \cdot m})$

CD 之间：$M_2 = -2400x + 3000(x - 400)$

D 点：$x = 700$

$M_D = -2400 \times 700 \times 10^{-3} + 3000 \times (700 - 400) \times 10^{-3}$

$= -780\ (\mathrm{N \cdot m})$

M_{max} 位于 C 点：

$M_{max} = M_C = -960\ (\mathrm{N \cdot m})$

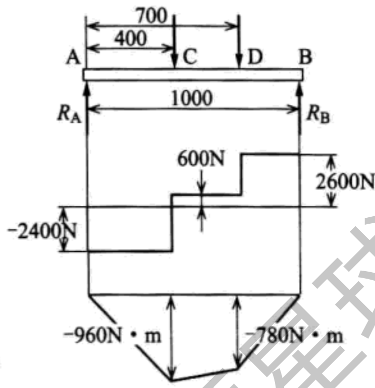


图 3

例题 2

已知如图 4 所示的梁，绘制其剪力图(SFD)和弯矩图(BMD)。

◁解▷ 支座反力：

$$R_B = \frac{(5000 \times 300 + 4000 \times 700) \times 10^{-3}}{1000 \times 10^{-3}} = 4300\ (\mathrm{N})$$

$R_A = 5000 + 4000 - 4300 = 4700\ (\mathrm{N})$

剪切力为：

AC 之间：$F_1 = -R_A = -4700\ (\mathrm{N})$

CD 之间：$F_2 = -R_A + W_1 = -4700 + 5000 = 300\ (\mathrm{N})$

DB 之间：$F_3 = -R_A + W_1 + W_2$

$= -4700 + 5000 + 4000 = 4300\ (\mathrm{N})$

弯矩为：

$M_C = R_A l_1 = -4700 \times 300 \times 10^{-3} = -1410\ (\mathrm{N \cdot m})$

$M_D = -R_B(l - l_2) = -4300 \times (1000 - 700) \times 10^{-3}$

$= -1290\ (\mathrm{N \cdot m})$

因为 $|M_C| > |M_D|$，所以最大弯矩为：

$M_{max} = M_C = -1410\ (\mathrm{N \cdot m})$

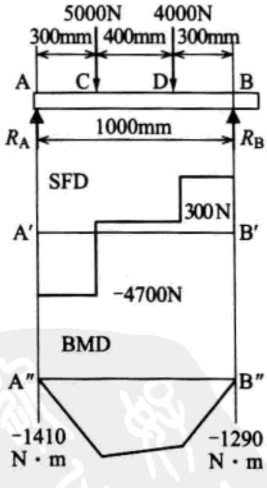


图 4

3.14 受均布载荷作用的两端支撑梁

Both ends supported beam with uniformly distributed load

▶▶ 知识点

受均布载荷作用的两端支撑梁，在剪切力为 0 时，弯矩达到最大值。两端支撑梁的支点处(同时受集中载荷和均布载荷作用)的剪切力大小(绝对值)等于支座反力的大小，支点处的弯矩为 0。

1 支座反力

$$R_A = R_B = \frac{wl}{2} \qquad ①$$

2 剪切力　到 A 点的距离 x

$$\left.\begin{aligned} &F = -R_A + wx = -\frac{w}{2}(l-2x) \\ &x=0,\ F=-\frac{wl}{2}=-R_A \quad (\mathrm{N}) \\ &x=\frac{l}{2},\ F=0 \\ &x=l,\ F=\frac{wl}{2}=R_B \quad (\mathrm{N}) \end{aligned}\right\} \qquad ②$$

3 弯　矩

$$\left.\begin{aligned} &M = -R_A x + wx\,\frac{x}{2} = -\frac{w}{2}(lx - x^2) \quad (\mathrm{N \cdot m}) \\ &x=\frac{l}{2},\ M_{max} = -\frac{wl^2}{8} \quad (\mathrm{N \cdot m}) \end{aligned}\right\} \qquad ③$$

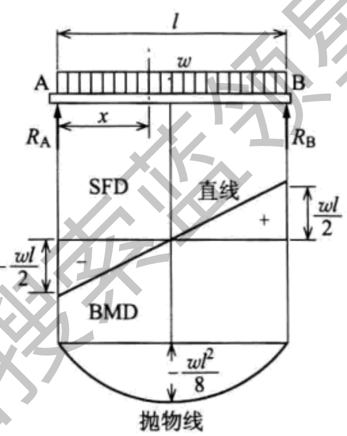


图 1

例题 1

如图 2 所示，$w=5$ kN/m 的均布载荷作用在长度为 1000 mm 的两端支撑梁上，绘制其剪力图(SFD)和弯矩图(BMD)。

解　(1) 支座反力由①式得：

$$R_A = R_B = (3000 \times 1000 \times 10^{-3})/2 = 1500 \ (\mathrm{N})$$

(2) 剪切力由②式得：

$$F_A = wl/2 = -1500 \ (\mathrm{N})$$

$$F_C = 0 \ \mathrm{N}$$

$$F_B = wl/2 = 1500 \ (\mathrm{N})$$

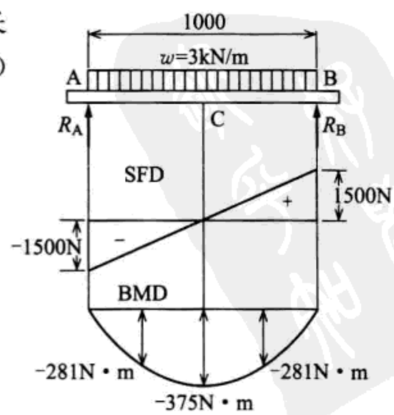


图 2

(3) 弯矩由③式得：

$$M_{max}=-wl^2/8=[(-3000\times1000^2)\times(10^{-3})^2]/8=-375\ (\mathrm{N\cdot m})$$

在 $x=250$ 处

$$M=-\frac{3000}{2}[1000\times250\times(10^{-3})^2-250^2\times(10^{-3})^2]=-281\ (\mathrm{N\cdot m})$$

$x=750$ 与 $x=250$ 处的弯矩相等(抛物线左右对称)

例题 2

如图 3 所示，两端支撑梁的一部分受到 $w=6$ kN/m的均布载荷作用，绘制其剪力图(SFD)和弯矩图(BMD)，并求最大弯矩。

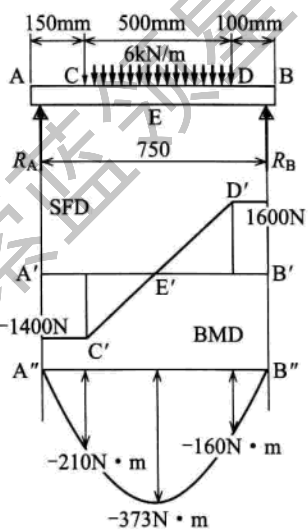


图 3

◁解▷ $l=750$ mm，l_1(AC 之间)$=150$ mm，l_2(CD 之间)$=500$ mm，$w=6$ kN/m。

(1) 支座反力，令 A 点到均布载荷等效力作用点(CD 中点)的距离为 a，则：

$$a=l_1+\frac{l_2}{2}=150+\frac{500}{2}=400\ (\mathrm{mm})$$

$$R_B=\frac{awl_2}{l}=\frac{400\times10^{-3}\times6000\times500\times10^{-3}}{750\times10^{-3}}$$

$$=1600\ (\mathrm{N})$$

$$R_A=wl_2-R_B=6000\times500\times10^{-3}-1600=1400\ \mathrm{N}$$

(2) 剪切力：

AC 之间：$F_1=-R_A=-1400\ (\mathrm{N})$

BD 之间：$F_2=R_B=1600\ (\mathrm{N})$

连接直线 C′D′画出 SFD。

(3) 弯矩：

C 点：$M_C=-R_Al_1=-1400\times150\times10^{-3}=-210\ (\mathrm{N\cdot m})$

D 点：$M_D=-R_Bl_3=-1600\times100\times10^{-3}=-160\ (\mathrm{N\cdot m})$

在 SFD 中，在 A′B′与 C′D′的交点 E 处弯矩为最大。

由 CE+ED=500 得：

$$\mathrm{CE}:\mathrm{ED}=\mathrm{CE}:(500-\mathrm{CE})=|R_A|:|R_B|=7:8$$

$$\therefore\quad \mathrm{CE}=\frac{7}{8+7}\times500\approx233\ (\mathrm{mm})$$

$$M_{max}=w\mathrm{CE}^2/2-R_A(l_1+\mathrm{CE})$$

$$=\frac{[6000\times233^2\times(10^{-3})^2]}{2}-1400\times(150+233)\times10^{-3}$$

$$\approx-373\ (\mathrm{N\cdot m})$$

根据以上结果绘制出 BMD。

3.15 受多个载荷作用的梁

Beam with several loads

▶▶ 知识点

叠加原理：无论是数个集中载荷或均布载荷单独作用情况下的，还是两种载荷同时作用情况下的剪力图 SFD 和弯矩图 BMD，可以将各个载荷单独作用情况下的支座反力、剪切力和弯矩叠加。

例题 1

如图 1 所示的受载荷作用的两端支撑梁，绘制剪力图(SFD)和弯矩图(BMD)，另外，求最大弯矩。

◁解▷ (1) 支座反力：

集中载荷作用情况下：

$$R_{A1}=\frac{6000\times 750\times 10^{-3}}{1000\times 10^{-3}}=4500\ (\mathrm{N})$$

$$R_{B1}=6000-4500=1500\ (\mathrm{N})$$

均布载荷作用情况下：

$$R_{A2}=R_{B2}=\frac{4000\times 1000\times 10^{-3}}{2}$$

$$=2000\ (\mathrm{N})$$

(2) 剪切力：

集中载荷作用情况下：

AC 之间：$F_1=-R_{A1}=-4500\ (\mathrm{N})$

CB 之间：$F_1=R_{B1}=1500\ (\mathrm{N})$

均布载荷作用情况下：根据 $F=\dfrac{-w(l-2x)}{2}$ 可得：

A 点：$F_2=-2000\ (\mathrm{N})$

B 点：$F_2=2000\ (\mathrm{N})$

合成后的剪切力图如图 1(c)所示，在 C 点处的剪切力由负值变为正值。

(3) 弯矩：

集中载荷作用情况下：

$M_1=-R_{A1}x=-450x$

C 点：$M_{C1}=-4500\times 250\times 10^{-3}=-1125\ (\mathrm{N\cdot m})$

均布载荷作用情况下：

$$M_2=-\frac{0.4}{2}(1000x-x^2)$$

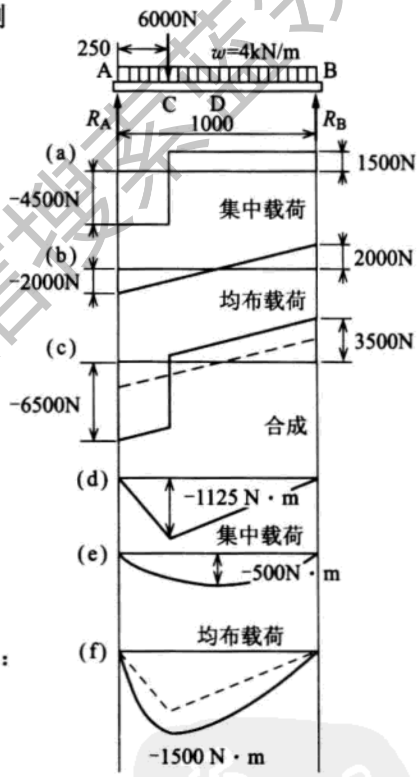


图 1

中点 D 处：

$$M_{D2}=-\frac{wl^2}{8}=-\frac{4000\times1000^2\times(10^{-3})^2}{8}=-500\ (\mathrm{N\cdot m})$$

C 点($x=250$)处：

$$M_{C2}=-\frac{4000}{2}[1000\times250\times(10^{-3})^2-250^2\times(10^{-3})^2]=-375$$

最大弯矩在 C 点，是两种载荷分别作用情况下弯矩的叠加：

$$M_{max}=(-1125)+(-375)=-1500\ (\mathrm{N\cdot m})$$

合成后的弯矩图如图 1(f)所示。

例题 2

受载荷作用的悬臂梁如图 2 所示，绘制其剪力图(SFD)和弯矩图(BMD)，并求最大弯矩。

【解】 (1) 支座反力：

集中载荷作用情况下：$R_A=W$

均布载荷作用情况下：$R_A=wl$

二者合成之后得：

$$R_A=W+wl=3000+5000\times1000\times10^{-3}$$
$$=8000\ (\mathrm{N})$$

(2) 剪切力：

集中载荷作用情况下：$F_x=-W$

均布载荷作用情况下：$F_x=-wx$

二者合成之后得：

$$F_x=-W-wx\ (\mathrm{N\cdot mm})\quad(0\leqslant x\leqslant l)$$

将图 2(a)中集中载荷作用时的长方形剪力图与均布载荷作用时的直角三角形剪力图合成之后，得到的 SFD 为梯形 AA″B′B。

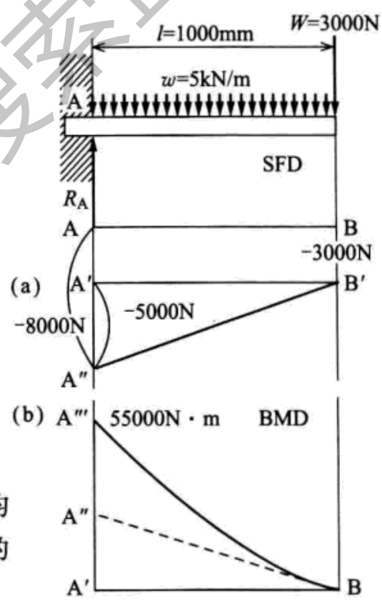


图 2

(3) 弯矩：

集中载荷作用情况下：$M_{max}=Wl$

均布载荷作用情况下：$M_{max}=\frac{wl^2}{2}$

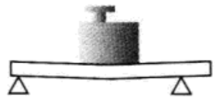
二者合成之后得：

$$M_{max}=Wl+\frac{wl^2}{2}=3000\times1000\times10^{-3}+\frac{5000\times1000^2\times(10^{-3})^2}{2}$$
$$=5500\ (\mathrm{N\cdot m})$$

最终的 BMD 是由图 2(b)中集中载荷作用时的弯矩图(ΔBA′A″)与均布载荷作用时的弯矩图(抛物线 BA‴)的合成。

3.16 截面惯性矩和截面系数

Moment of inertia area and section modulus



▶▶知识点

在截面形状一定时，截面惯性矩和截面系数都是定值。即使截面面积相同，截面系数也会因截面形状及载荷施加方向的不同而异。因此，在比较弯曲强度时会应用到截面系数。

1 中性轴的截面惯性矩

$$I=\sum y^2 \Delta a \quad (\mathrm{mm}^4) \qquad ①$$

2 截面系数

$$\left.\begin{aligned} Z_c&=\frac{I}{y_c} \quad (\mathrm{mm}^3) \\ Z_t&=\frac{I}{y_t} \quad (\mathrm{mm}^3) \end{aligned}\right\} \qquad ②$$

y_c 与 y_t 到中性轴的距离，若是对称截面，则：

$$Z=\frac{I}{y} \quad (\mathrm{mm}^3)$$

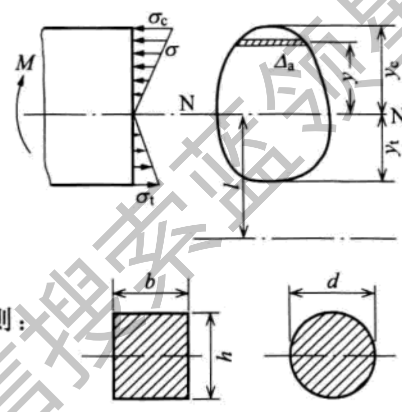


图 1

3 主要截面的 *I* 和 *Z*

矩形：$I=\frac{1}{12}bh^3$， $Z=\frac{1}{6}bh^3$ ③

圆：$I=\frac{\pi}{64}d^4$， $Z=\frac{\pi}{32}d^3$ ④

4 对中性轴的平行轴的截面惯性矩

$$I_x=I+Al^2 \quad (\mathrm{mm}^2)$$

A：截面面积； l：平行轴与中性轴之间的距离（mm）。

例题 1

如图 2 所示的长方形截面，宽 60 mm、高 100 mm，求此截面的 I 和 Z。

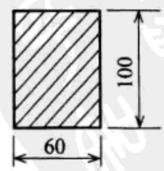


图 2

◁解▷ 由③式得：

$I=(1/12)\times 60\times 100^3=5\ 000\ 000\ (\mathrm{mm}^4)$

$Z=(1/6)\times 60\times 100^2=100\ 000\ (\mathrm{mm}^3)$

例题 2

求图 3 所示圆环截面的 I 和 Z。

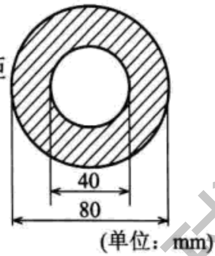


图 3

◁解▷ 圆环的截面惯性矩等于外圆和内圆的截面惯性矩之差。

外圆：$I_1=(1/64)\times\pi\times80^4=2\ 009\ 600\ (\text{mm}^4)$

内圆：$I_2=(1/64)\times\pi\times40^4=125\ 600\ (\text{mm}^4)$

圆环：$I=I_1-I_2=1\ 884\ 000\ (\text{mm}^4)$

$$Z=\frac{I}{y}=\frac{1\ 884\ 000}{40}=47\ 100\ (\text{mm}^3)$$

例题 3

求图 4 所示截面的 I 和 Z。

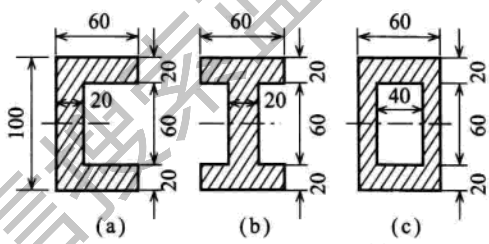


图 4

◁解▷ 参考上面圆环的解法：

$$I=I_1-I_2=\frac{60\times100^3}{12}-\frac{40\times60^3}{12}$$

$$=4\ 280\ 000\ (\text{mm}^4)$$

$$Z=\frac{I}{y}=\frac{4\ 280\ 000}{50}=85\ 600\ (\text{mm}^3)$$

(a)、(b)、(c)三种截面的值相等。

例题 4

如图 5 所示，试比较同一个矩形截面的梁在(a)和(b)两种方式下使用的强度。

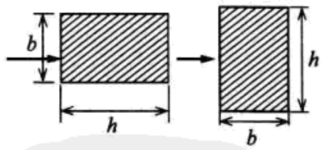


图 5

◁解▷ 由③式得：

$Z_{(a)}=bh^2/6, Z_{(b)}=bh^2/6$

若 $h=210$ mm，$h=100$ mm，则：

$Z_{(a)}=(100\times210^2)/6=735\ 000\ (\text{mm}^3)$

$Z_{(b)}=(210\times100^2)/6=350\ 000\ (\text{mm}^3)$

在(a)和(b)两种方式下，当作用的弯矩大小相等时，由 $\sigma=\dfrac{M}{Z}$ 得：

$\sigma_{(a)}=M/735\ 000$

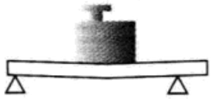
$\sigma_{(b)}=M/350\ 000$

$\sigma_{(b)}:\sigma_{(a)}=1/350\ 000:1/735\ 000=2.1:1$

由上式可知，(b)方式下将产生 2.1 倍应力，换言之，梁在(a)方式下的使用强度是(b)方式下的 2.1 倍。

3.17 弯曲应力

Bending stress



▶▶知识点

梁在弯矩的作用下向上弯曲时，在上侧产生压应力，在下侧产生拉应力。这种压应力和拉应力统称为弯曲应力。没有伸缩变形的面(图 1 中的 EE′FF′)称为中性层，中性层与梁截面的交线称为中性轴。

1 弯曲应力(σ)和曲率半径(ρ)

$$\sigma=\varepsilon E=\frac{y}{\rho}E \qquad ①$$

E：纵弹性模量。

2 弯矩(M)和曲率半径(ρ)

$$M=\frac{E}{\rho}I \qquad ②$$

3 弯曲应力(σ_b)、弯矩(M)和截面系数(Z)

$$M=\sigma_b Z,\sigma_b=\frac{M}{Z} \qquad ③$$

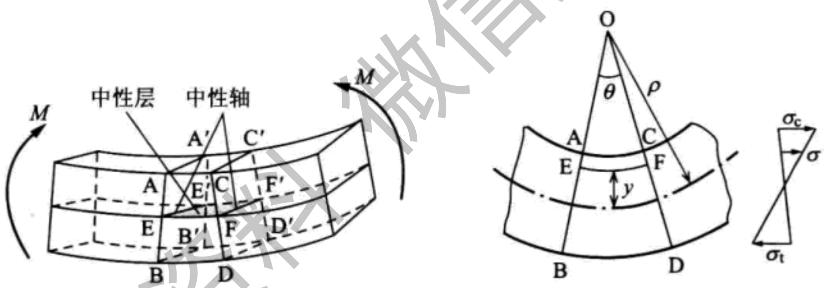


图 1　弯曲应力

例题 1

如图 2 所示，w=5 kN/m 的均布载荷作用在悬臂梁上，求在固定端处产生的弯曲应力。已知：b=60 mm，h=100 mm。

◁解▷　在固定端处产生的弯矩为：

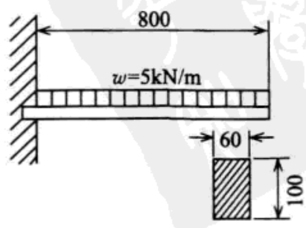


图 2

$$M=\frac{wl^2}{2}=\frac{5000\times800^2\times(10^{-3})^2}{2}$$

$$=1600\ (\mathrm{N\cdot m})$$

截面系数：

$$Z=bh^2/6=1/6\times60\times100^2\times(10^{-3})^3$$

$=100\times10^{-6}$

由③式得：

$$\sigma_b=\frac{M}{Z}=\frac{1600}{100\times10^{-6}}=16.0\ (\text{MPa})$$

例题 2

如图 3 所示，求受集中载荷作用的梁的截面尺寸。已知材料的许用应力为 60 MPa，矩形截面的长宽之比 $b:h=1:2$。

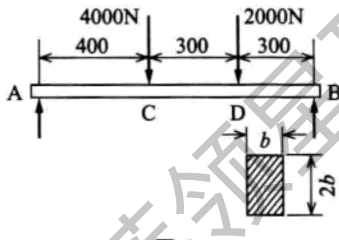


图 3

◁解▷ 根据力的平衡得支座反力为：

$R_A=R_B=3000\ \text{N}$

C 点和 D 点的弯矩为：

$M_C=-3000\times400\times10^{-3}=-1200\ (\text{N}\cdot\text{m})$

$M_D=-3000\times700\times10^{-3}+4000\times300\times10^{-3}=-900\ (\text{N}\cdot\text{m})$

因为 $|M_C|>|M_D|$，则

$M_{max}=-1200\ (\text{N}\cdot\text{m})$

由③式得：

$$Z=\frac{M}{\sigma_b}=\frac{1200}{60\times10^6}=20000\times10^{-9}\ \text{m}^3=20\ 000\ (\text{mm}^3)$$

由于 $n=2b$，则：$(1/6)\times b\times(2b)^2=20\ 000$

宽：$b=\sqrt[3]{30\ 000}\approx31.1\ (\text{mm})$

高：$h=2b=31.1\times2=62.2\ (\text{mm})$

例题 3

托架如图 4 所示，求在 X 截面上产生的应力。

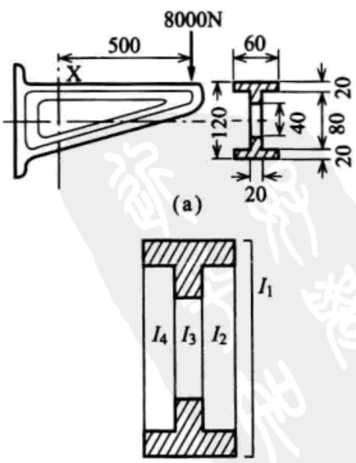


图 4

◁解▷ 如图 4(b)所示，截面惯性矩 I 等于 60×120 的矩形 I_1 减去左右对称的两个矩形 I_2 和中央的一个矩形 I_3。

$I=I_1-(I_2+I_3)$

$=(60\times120^3-40\times80^3-20\times40^3)/12$

$\approx6\ 830\ 000\ (\text{mm}^4)$

$$Z=\frac{I}{y}=\frac{6\ 830\ 000}{120/2}\approx113\ 800\ (\text{mm}^3)$$

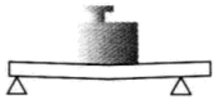
$\approx114\times10^{-6}\ (\text{mm}^3)$

$$\sigma_b=\frac{M}{Z}=\frac{8000\times50\times10^{-3}}{114\times10^{-6}}$$

$=3.51\times10^6\ \text{Pa}=3.51\ (\text{MPa})$

3.18 梁的挠度

Deflection of beam



▶▶知识点

将梁的弯曲状态用其轴线变形的曲线 $y=f(x)$ 表示，称之为挠曲线。挠曲线的 y 坐标值称为挠度，另外，挠曲线的切线与水平轴线的夹角 i 称为挠度角。

1 挠曲线的曲率半径(ρ)

$$\frac{l}{\rho}=\frac{M}{EI} \qquad ①$$

2 最大挠度

$$\delta_{\max}=\beta\frac{Wl^3}{EI}(\beta\text{:系数}) \qquad ②$$

3 挠度角

$$i_{\max}\approx\alpha\frac{Wl^2}{EI}(\alpha\text{:系数}) \qquad ③$$

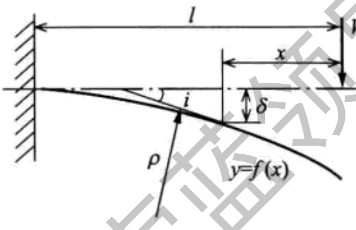
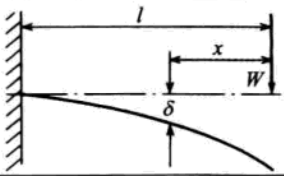
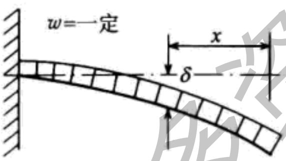
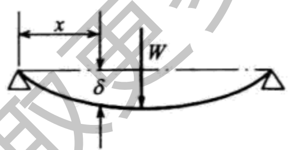
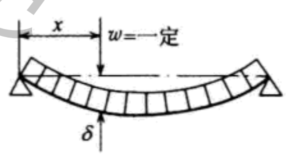


图 1

表 1　挠度和挠度角

梁的种类	β	挠度 δ	α	挠度角 i
	$\frac{1}{3}$	$\delta=\frac{Wl^3}{3EI}\left(1-\frac{3x}{2l}+\frac{x^3}{2l^3}\right)$	$\frac{1}{2}$	$i=\frac{Wl^2}{2EI}\left(1-\frac{x^2}{l^2}\right)$
	$\frac{1}{8}$	$\delta=\frac{wl^4}{8EI}\left(1-\frac{4x}{3l}+\frac{x^4}{3l^4}\right)$	$\frac{1}{6}$	$i=\frac{wl^3}{6EI}\left(1-\frac{x^3}{l^3}\right)$
	$\frac{1}{48}$	$\delta=\frac{Wl^3}{48EI}\left(\frac{3x}{l}-\frac{4x^3}{l^3}\right)$ $\left(0\leqslant x\leqslant\frac{l}{2}\right)$	$\frac{1}{16}$	$i=-\frac{Wl^2}{16EI}\left(1-\frac{4x^2}{l^2}\right)$ $\left(0\leqslant x\leqslant\frac{l}{2}\right)$
	$\frac{1}{384}$	$\delta=\frac{5wl^4}{384EI}$ $\left(\frac{x}{l}-\frac{2x^3}{l^3}+\frac{x^4}{l^4}\right)$	$\frac{1}{24}$	$i=-\frac{wl^3}{24EI}$ $\left(1-\frac{6x^2}{l^2}+\frac{4x^3}{l^3}\right)$

例题 1

在长度为 600 mm 的悬臂梁自由端施加一个 5000 N 的载荷，求最大挠度 δ_{max}。已知梁的截面是宽 40 mm、高 60 mm 的长方形，$E=200$ GPa。

◁解▷ 截面惯性矩 I：

$$I=\frac{1}{12}bh^3=\frac{40\times10^{-3}\times60^3\times(10^{-3})^3}{12}=720\times10^{-9}$$

由公式②和表 1 得：

$$\delta_{max}=\frac{Wl^3}{3EI}=\frac{5000\times600^3\times(10^{-3})^3}{3\times200\times10^9\times720\times10^{-9}}=2.50\times10^{-3}\,(\mathrm{m})=2.50\ (\mathrm{mm})$$

例题 2

在长度为 1 m 的两端支撑梁的左半部施加一 $w=1000$ N/m 的均布载荷，如图 2 所示。求 C 点的挠度 δ_C。已知 $E=200$ GPa。

◁解▷ 截面惯性矩 I：

$$I=\frac{(12\times10^{-3})\times(20\times10^{-3})^3}{12}=8\times10^{-9}\,(\mathrm{m}^4)$$

在 $x=\frac{l}{2}$ 处的挠度 δ_C 由下式可得：

$$\begin{aligned}\delta_C&=\frac{1}{EI}\left[\frac{w}{24}\left(\frac{l}{2}\right)^4-\frac{wl}{16}\left(\frac{l}{2}\right)^3+\frac{3wl^3}{128}\left(\frac{l}{2}\right)\right]\\&=\frac{10^3}{(200\times10^9)\times(8\times10^{-9})}\times\frac{5}{768}\\&=4.1\times10^{-3}\,(\mathrm{m})=4.10\ (\mathrm{mm})\end{aligned}$$

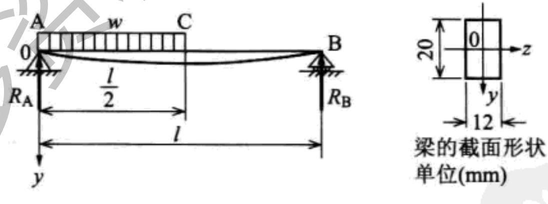
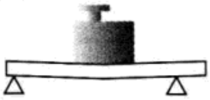


图 2

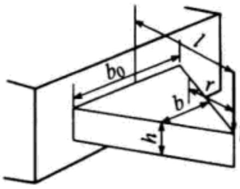
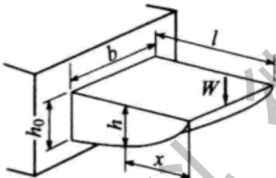
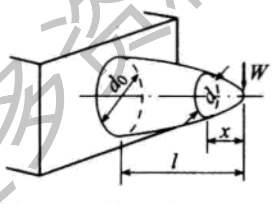
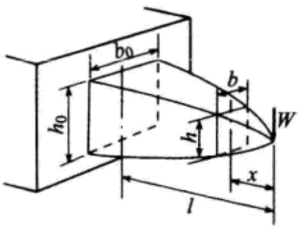
3.19 等强度梁

Beam of uniform strength

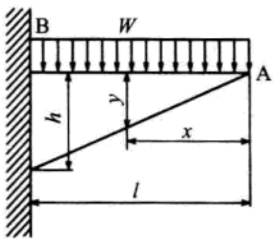
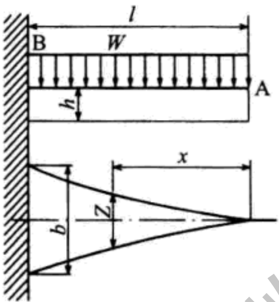


▶▶知识点

在悬臂梁上施加载荷时，梁上的最大弯矩和最大弯曲应力都产生在固定端。将梁的截面形状根据弯矩的大小改变，使各个截面上的弯曲应力大小相等，这样的梁称为等强度梁。等强度梁具有减轻重量、节省资源的优点。

载　荷	梁的形状	公　式
集中载荷	**1** 厚度一定的长方形截面（弹力三角板）	$b=\frac{6Wx}{h^2\sigma_b}$ 固定端$b_0=\frac{6Wl}{h^2\sigma_b}$ $\delta=\frac{6W}{bE}\left(\frac{l}{h}\right)^3$ $\sigma_b=\frac{6Wl}{bh^2}$
	2 宽度一定的长方形截面	$h=\sqrt{\frac{6Wx}{\sigma_b b}}$ 固定端 $h_0=\sqrt{\frac{6Wl}{\sigma_b b}}$ $\delta=\frac{8W}{bE}\left(\frac{l}{h}\right)^3$ $\sigma_b=\frac{6Wl}{bh^2}$
	3 圆形截面	$d=\sqrt[3]{\frac{32Wx}{\pi\sigma_b}}$ 固定端 $d_0=\sqrt[3]{\frac{32Wl}{\pi\sigma_b}}$ $\delta=\frac{192}{5}\cdot\frac{W}{\pi dE}\left(\frac{l}{d}\right)^2$ $\sigma_b=\frac{32Wx}{\pi d^3}$
	4 相似长方形截面	$h=\sqrt[3]{\frac{6Wx}{m\sigma_b}}$ 固定端 $h_0=\sqrt[3]{\frac{6Wl}{m\sigma_b}}$ $\left(m=\frac{b}{h}\right)$

续表

载　荷	梁的形状	公　式
均布载荷	**5** 宽度一定 	$y=x\sqrt{\frac{3Wl}{bl\sigma_b}}$　$h=\sqrt{\frac{3Wl^2}{b\sigma_b}}$ $\delta=\frac{6Wl}{bE}\left(\frac{l}{h}\right)^3$
	6 高度一定 	$Z=\frac{3Wl}{l\sigma_b}\left(\frac{x}{h}\right)^2$　$b=\frac{3Wl^2}{h^2\sigma_b}$ $\delta=\frac{3Wl}{bE}\left(\frac{l}{h}\right)^3$

例题 1

长 120 mm、厚 3 mm 的三角板簧受到 40 N 最大载荷作用时，产生 2 mm 的挠度，求固定端的宽度和最大弯曲应力。已知 $E=200$ GPa。

◁解▷ 由公式 1 变形得：

$$b=\frac{6W}{\delta E}\left(\frac{l}{h}\right)^3$$

代入各数值得：

$$b=\frac{6\times40\times120^3\times(10^{-3})^3}{2\times10^{-3}\times200\times10^9\times3^3\times(10^{-3})^3}=38.4\times10^{-3}\,(\mathrm{m})$$

$$\sigma_b=\frac{6Wl}{bh^2}=\frac{6\times40\times120\times10^{-3}}{38.4\times10^{-3}\times3^2\times(10^{-3})^2}$$

$$=83.3\times10^6\ \mathrm{Pa}=83.3\ (\mathrm{MPa})$$

3.20 压　曲

Buckling

▶▶ 知识点

在材料力学中，将受压缩载荷作用并伴有弯曲应力的构件称为压杆。压杆在未被压坏之前，常会出现因弯曲作用而引起的破坏现象，称之为压曲。是压曲失效还是压缩引起的破坏，要根据长细比（柔度）来判断。

【欧拉公式】

1 最小截面惯性半径和长细比

最小截面惯性半径：

$$k=\sqrt{\frac{I}{A}} \quad ①$$

$$长细比=\frac{l}{k} \quad ②$$

I：最小截面惯性矩；

A：截面面积。

2 屈服载荷

$$W=n\pi^2\frac{EI}{l^2} \quad ③$$

3 屈服应力

$$\sigma=\frac{n\pi^2 E}{\left(\frac{l}{k}\right)^2} \quad ④$$

【戈登-兰金公式】

1 屈服载荷

$$W=\frac{\sigma_c A}{1+\frac{a}{n}\left(\frac{l}{k}\right)^2}$$

2 屈服应力

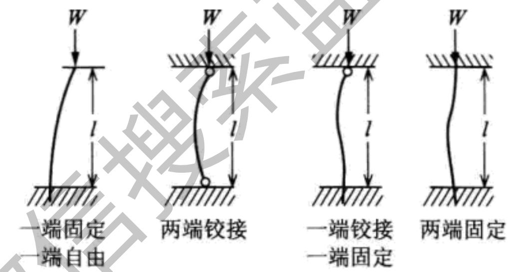
$$\sigma=\frac{\sigma_c}{1+\frac{a}{n}\left(\frac{l}{k}\right)^2}$$

σ_c：由材料决定的常系数；

a：由材料种类决定的系数。

表 1　欧拉公式的适用范围

材　质	铸　铁	低碳钢和高碳钢	木　材
$\frac{l}{k}$的值	≥80	≥90	≥100



n	$\frac{1}{4}$	1	2	4

图 1　终端条件和对应的终端系数

表 2　戈登-兰金公式的适用范围

材　质	铸　铁	低碳钢	高碳钢	木　材
$\frac{l}{k}$的值	<80	<90	<100	<60

表 3　戈登-兰金公式的系数

材　料	屈服应力(MPa)	系数 a
低碳钢	330	$\frac{1}{7500}$
高碳钢	480	$\frac{1}{5000}$
铸铁	550	$\frac{1}{1600}$
木材	50	$\frac{1}{750}$

例题 1

求长度为 3 m 两端铰接的低碳钢压杆的临界载荷。已知压杆的截面为长方形（宽 100 mm、高 50 mm），$E=200$ GPa，安全系数为 5。

◁解▷ 首先求长细比：

$$A=100\times10^{-3}\times50\times10^{-3}=5\times10^{-3}$$

$$I=\frac{bh^3}{12}=\frac{100\times10^{-3}\times50^3\times(10^{-3})^3}{12}=1.04\times10^{-6}$$

$$k=\sqrt{\frac{I}{A}}=\sqrt{\frac{1.04\times10^{-6}}{5\times10^{-3}}}=1.44\times10^{-2}$$

$$\frac{l}{k}=\frac{3}{1.44\times10^{-2}}\approx208\ (④式)$$

由表 1 可知：208>90→欧拉公式

根据③式：

$$W=n\pi^2\frac{EI}{l^2}$$

由图 1 可知：$n=1$

$$W=(3.14)^2\times\frac{200\times10^9\times1.04\times10^{-6}}{3^2}=228\ (\text{kPa})$$

因安全系数为 5，所以：

$$\frac{228}{5}=45.6\ (\text{kPa})$$

3.21 扭 转

Torsion

知识点

圆杆一端固定，另一自由端在力偶的作用下会发生偏转，将杆件在力偶作用下任意两个横截面绕轴线的相对转动现象，称为扭转变形。受扭转作用的杆件称为轴。对于轴，强度和刚度都很重要，通常，把 1 m 长度内的 1/4°扭转角作为轴的刚度极限。

1 因扭转引起的剪应变

$$\gamma=\tan\phi\approx\phi=\frac{r\theta}{l} \qquad ①$$

2 扭转应力(剪应力)

$$\tau=G\phi=G\,\frac{r\phi}{l} \qquad ②$$

G：横弹性模量。

3 截面极惯性矩和抗扭截面系数

截面极惯性矩：

$$I_p=\sum\rho^2\Delta a \qquad ③$$

抗扭截面系数：

$$Z_p=\frac{I_p}{r} \qquad ④$$

圆截面：

$$I_p=\frac{\pi d^4}{32},\ Z_p=\frac{\pi d^3}{16} \qquad ⑤$$

圆环截面：

$$I_p=\frac{\pi}{32}(d_2^4-d_1^4),\ Z_p=\frac{\pi}{16}\left[\frac{d_2^4-d_1^4}{d_2}\right] \qquad ⑥$$

4 扭矩和剪应力

$$T=\tau Z_p,\ \tau=\frac{T}{Z_p} \qquad ⑦$$

τ：剪应力(MPa)；T：扭矩(N·m)。

5 轴的传动动力

$$T=9.74\times10^9\times\frac{P}{N}\quad(\text{N}\cdot\text{m}) \qquad ⑧$$

P：功率(kW)；N：转速(r/min)。

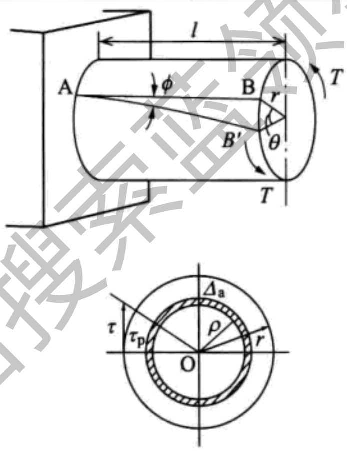


图 1

6 扭转角

$$\theta=\frac{Tl}{GI_p\times10^6}\ (\text{rad})=57.3\times\frac{Tl}{GI_p\times10^6}\ (°) \qquad ⑨$$

传动功率与扭转角(θ)：

$$\theta=9.74\times10^3\times\frac{P}{N}\times\frac{l}{GI_p}(\text{rad})=5.58\times10^4\times\frac{Pl}{NGI_p}\ (°) \qquad ⑩$$

N:转速(r/min)。

例题 1

求直径 40 mm 圆截面的 I_p 和 Z_p。

◁解▷ 由⑤式得：

$$I_p=\frac{\pi\times40^4}{32}=251\ 000\ (\text{mm}^4)$$

$$Z_p=\frac{\pi\times40^3}{16}=12\ 600\ (\text{mm}^3)$$

例题 2

直径 30 mm、长 500 mm 的圆杆在扭矩作用下，当扭转角达到 1°时，求此时杆内产生的剪应力。已知 $G=82$ GPa。

◁解▷ 把 $\theta=\pi/180$ 和其他值代入②式得：

$$\tau=82\times10^9\times\frac{15\times10^{-3}\times\pi}{500\times10^{-3}\times180}=42.9\ (\text{MPa})$$

例题 3

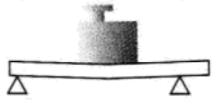
某轴的转速为 1000 r/min，传动动力为 10 kW，求轴的扭矩。

◁解▷ 把 $P=10$ kW，$N=1000$ r/min 代入⑧式得：

$$T=9.74\times10^9\times\frac{10}{1000}=9.74\times10^7(\text{N}\cdot\text{m})$$

3.22 组合(复合)应力(1)

Combined stress (1)



▶▶ 知识点

在拉力或压力作用下，材料将沿着与轴线方向成 45°角的截面发生断裂破坏。复合应力垂直作用的平面称为主平面，主平面上作用的垂直应力称为主应力。主平面内没有剪应力。

1 倾斜截面上的应力(图 1)

$$\sigma_n=\sigma\sin^2\theta \qquad ①$$

$$\tau=\frac{\sigma}{2}\sin2\theta \qquad ②$$

$$\left.\begin{aligned}\sigma_{n\,max}&=\sigma(\theta=0°)\\ \tau_{max}&=\frac{\sigma}{2}(\theta=45°)\end{aligned}\right\} \qquad ③$$

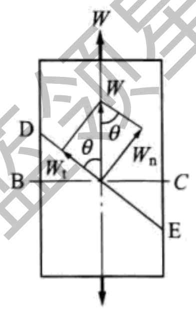


图 1

2 剪应力的性质(图 2)

剪应力是成对存在的，在相互垂直的平面内的一对剪应力 τ 和 τ' 大小相等。

$$\tau=\tau' \qquad ④$$

在与 τ 成 45°的方向上产生大小相等的垂直应力。

$$\sigma_n=\tau \qquad ⑤$$

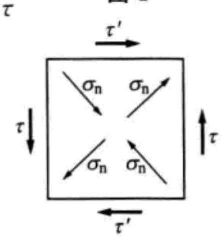


图 2

3 相互垂直的正应力作用情况下

$$\sigma_n=\sigma_x\cos^2\theta+\sigma_y\sin^2\theta \qquad ⑥$$

$$\tau=\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\sin2\theta \qquad ⑦$$

当 $\sigma_x>\sigma_y$ 时

$\theta=0$(主平面)　$\sigma_{n\,max}=\sigma_x$(主应力)　⑧

$\theta=90°$(主平面)　$\sigma_{n\,min}=\sigma_y$(主应力)　⑨

$\theta=45°$　$\tau_{max}=\dfrac{\sigma_x-\sigma_y}{2}$，$\theta=0°$　$\tau_{min}=0$　⑩

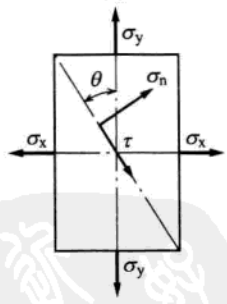


图 3

例题 1

杆件在拉力作用下产生 80 MPa 的拉应力，求与轴线成 30°角的斜面上的正应力和剪应力。

◁解▷ 由①式和②式得：

$$\sigma_n = 80 \times (\sin 30°)^2 = 20\ (\text{MPa})$$

$$\tau = \frac{80}{2}\sin 60° = 34.6\ (\text{MPa})$$

例题 2

当杆件在轴线方向产生 60 MPa 的拉应力时，求与轴线成 50°角的斜截面上的正应力和剪应力，以及二者的合应力。

◁解▷ 由①式和②式得：

$$\sigma_n = 60 \times (\sin 50°)^2 = 35.2\ (\text{MPa})$$

$$\tau = \frac{60}{2}\sin 100° = 29.5$$

根据勾股定理得合应力：

$$P = \sqrt{\sigma_n + \tau^2} = \sqrt{(35.2)^2 + (29.5)^2} = 45.9\ (\text{MPa})$$

例题 3

如图 4 所示，在相互垂直的两个平面上分别作用 50 MPa 和 30 MPa 的拉应力，求正应力和剪应力的最大值和最小值。

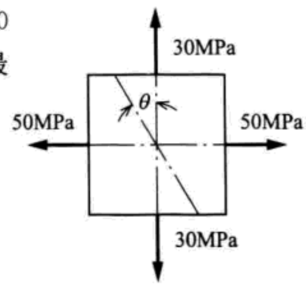


图 4

◁解▷ 由公式⑧、⑨、⑩得：

$\theta = 0°$时

$$\sigma_{n\,max} = 50\ (\text{MPa})$$

$$\tau_{min} = 0$$

$\theta = 90°$时

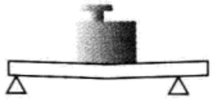
$$\sigma_{n\,min} = 30\ (\text{MPa})$$

$\theta = 45°$时

$$\tau_{max} = \frac{1}{2} \times (50 - 30) = 10\ (\text{MPa})$$

3.23 组合(复合)应力(2)

Combined stress (2)



▶▶ 知识点

在一对相互垂直的微面上，垂直于交线的剪应力应大小相等，方向共同指向或背离交线。这就是剪应力互等定理。

铸铁是脆性材料，抗拉强度与剪切强度相比较小，它在较小的拉应力下就被拉断，没有屈服和颈缩现象。

相互垂直的正应力和剪应力共同作用时

❶ 主应力

$$\sigma_{\max}=\frac{1}{2}(\sigma_x+\sigma_y)+\sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_x-\sigma_y)^2+\tau^2} \quad ①$$

$$\sigma_{\min}=\frac{1}{2}(\sigma_x+\sigma_y)-\sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_x-\sigma_y)^2+\tau^2} \quad ②$$

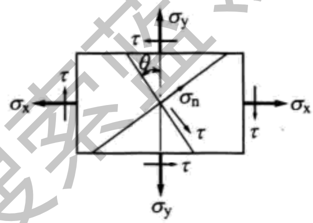


图 1

❷ 主平面位置

$$\tan 2\theta=\frac{2\tau}{\sigma_x-\sigma_y} \quad ③$$

❸ 最大剪应力(与主平面成 45°角的斜截面上)

$$\tau_{\max}=\frac{\sigma_{\max}-\sigma_{\min}}{2}=\sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_x-\sigma_y)^2+\tau^2} \quad ④$$

例题 1

如图 2 所示，在相互垂直的平面上分别产生 60 MPa 和 20 MPa 的拉应力，在与它们垂直的方向上产生 20 MPa 的剪应力，求主应力和最大剪应力。

◁解▷ 由①式和②式得：

$$\sigma_{\max}=\frac{1}{2}(60+20)\times10^6+\sqrt{\frac{1}{4}\times(60-20)^2\times10^{12}+20^2\times10^{12}}$$

$$=40\times10^6+28.3\times10^6=68.3\ (\text{MPa})$$

$$\sigma_{\max}=40\times10^6-28.3\times10^6=11.7\ (\text{MPa})$$

由③式得：

$$\tan 2\theta=\frac{2\times20}{60-20}=1$$

$$2\theta=45^\circ \quad \theta=22.5^\circ$$

由④式得：

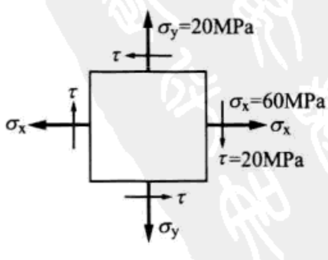


图 2

$$\tau_{max}=\frac{\sigma_{max}-\sigma_{min}}{2}=\frac{1}{2}\times(68.3-11.7)\times10^6=28.3\ (\text{MPa})$$

例题 2

如图 3 所示，受弯曲和扭转作用的杆件的拉应力为 40 MPa，当产生的剪应力为 30 MPa 时，求 σ_{max} 和 τ_{max}。

◁解▷ 没有产生 σ_y，即 $\sigma_y=0$，由①式和④式得：

$$\sigma_{max}=\frac{1}{2}\sigma_x+\sqrt{\frac{1}{4}\sigma_x{}^2+\tau^2}$$

$$=\frac{40}{2}\times10^6+\sqrt{\frac{40^2}{4}\times10^{12}+30^2\times10^{12}}$$

$$=56.1\ (\text{MPa})$$

$$\tau_{max}=\sqrt{\frac{1}{4}\sigma_x{}^2+\tau^2}=\sqrt{\frac{40^2}{4}\times10^{12}+30^2\times10^{12}}$$

$$=36.1\ (\text{MPa})$$

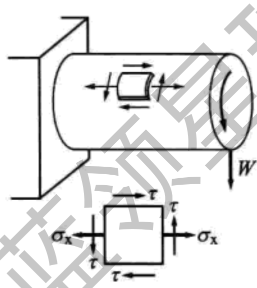


图 3

例题 3

如图 4 所示，在相互垂直的平面上分别产生 50 MPa 的拉应力和 30 MPa 的压应力，并在与它们的垂直方向上产生 20 MPa 剪应力，求 σ_{max} 和 τ_{max}。

◁解▷ 由于 σ_y 是压应力，所以 $\sigma_y=-30$ MPa。

$$\sigma_{max}=\frac{1}{2}\times[50+(-30)]\times10^6$$

$$+\sqrt{\frac{1}{4}\times[50-(-30)]^2\times10^{12}+20^2\times10^{12}}$$

$$=54.7\ (\text{MPa})$$

$$\tau_{max}=\sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_x-\sigma_y)^2+\tau^2}$$

$$=\sqrt{\frac{1}{4}\times[50-(-30)]^2\times10^{12}+20^2\times10^{12}}$$

$$=44.7\ (\text{MPa})$$

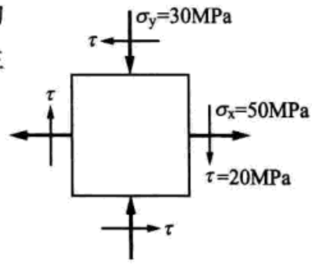
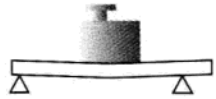


图 4

3.24 组合(复合)应力(3)

Combined stress (3)



▶▶知识点

在图1所示的构件上施加载荷 W,构件内会产生因拉(a)压(b)和弯矩引起的弯曲应力。另外,发动机的主轴和凸轮轴等构件,不仅受扭矩作用,还会在轴内产生因支撑弯矩引起的弯曲应力。

1 受弯矩和拉力的情况

$$\sigma_{max}=\sigma_t+\sigma_b=\frac{W}{A}+\frac{Wl}{Z} \quad ①$$

A:截面面积; W:载荷。

2 受弯矩和压力的情况

$$\sigma_{max}=\sigma_c+\sigma_b=-\frac{W}{A}-\frac{Wl}{Z} \quad ②$$

3 受弯矩和扭矩的情况(圆杆)

$$\sigma_{max}=\frac{16(M+\sqrt{M^2+T^2})\times10^{-4}}{\pi d^3} \quad ③$$

M:弯矩;T:扭矩。

相当于受$(M+\sqrt{M^2+T^2})$的扭矩作用。

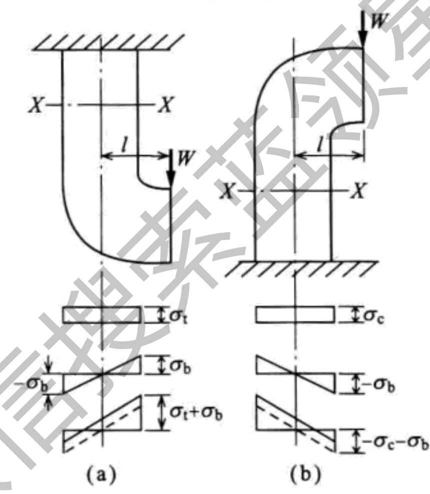


图 1

例题 1

如图2所示的长方形截面的短柱体,当在距截面中心 40 mm 处受到 5000 N 的载荷作用时,求柱上产生的最大应力。

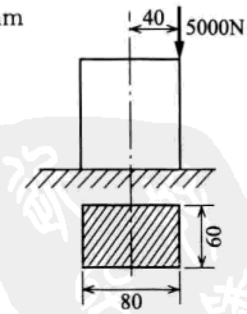


图 2

◁解▷ 最大应力产生于压缩一侧的表面处,由②式得:

$$Z=\frac{bh^2}{6}=\frac{60\times80^2\times10^{-9}}{6}=64\ 000\times10^{-9}$$

$$\sigma_{max}=-\frac{50\ 000}{4800\times10^{-6}}-\frac{50\ 000\times40\times10^{-3}}{64\ 000\times10^{-9}}$$

$$=-(10.4+31.3)\times10^6=-41.7\ (\text{MPa})$$

例题 2

如图3所示,用 2000 N 的拧紧力把材料紧固在弓形夹钳上,求 m-n 截面上产生的最大应力。

◁解▷ m-n 截面

$A=30\times20=600\ (\mathrm{mm}^2)$

$Z=\dfrac{bh^2}{6}=\dfrac{1}{6}\times20\times30^2$

$=3000\ \mathrm{mm}^3$

$l=100\ \mathrm{mm}$

由①式得：

$$\sigma_{\max}=-\frac{2000}{600\times10^{-6}}+\frac{2000\times100\times10^{-3}}{3000\times10^{-9}}$$

$=(3.33+66.7)\times10^6$

$=70.0\ (\mathrm{MPa})$

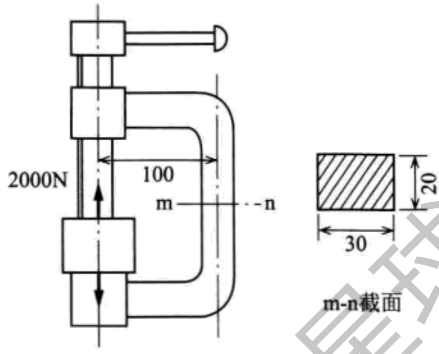


图 3

例题 3

某低碳钢圆杆同时受到 25×10^6 N·m 的弯矩和 30×10^6 N·m 的扭矩作用，求此圆杆的最小直径。已知此圆杆的许用应力为 40 MPa。

◁解▷ 令 T_e 为等效扭矩，则

$T_e=25\times10^6+\sqrt{(25\times10^6)^2+(30\times10^6)^2}$

$=64.1\times10^6(\mathrm{N\cdot m})$

由③式得：

$$40\times10^6=\frac{16\times(64.1\times10^6)\times10^{-4}}{\pi d^3}$$

$\therefore\quad d^3=\dfrac{16\times64.1\times10^{-4}}{40\times\pi}\approx8.17\times10^{-4}$

$d=\sqrt[3]{8.17\times10^{-4}}=0.0935\ (\mathrm{m})=93.5\ (\mathrm{mm})$

第 4 章　零件设计

4.1 铆 接

Riveted joint

▶▶ 知识点

铆接的接头强度取决于铆钉的强度和被连接板的强度两个方面，用单位铆钉节距的强度表示。

铆接时，铆钉杆因受压力而充满铆钉孔的间隙，所以从安全考虑，在强度计算时要计算铆钉的公称直径。

1 铆钉的剪断拉力

(1) 搭接接头时

$$W=\frac{\pi}{4}d^2\tau \quad (\mathrm{N}) \qquad ①$$

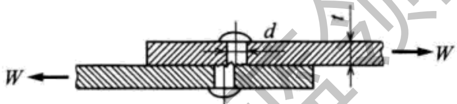


图 1 搭接接头

(2) 双接接头时

$$W=2\,\frac{\pi}{4}d^2\tau=\frac{\pi}{2}d^2\tau \quad (\mathrm{N}) \qquad ②$$

2 铆钉孔板的破坏拉力

$$W=(p-d_1)t\sigma_t \quad (\mathrm{N}) \qquad ③$$

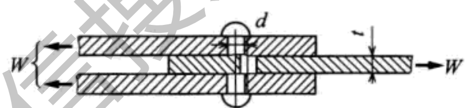


图 2 双接接头

3 铆钉与铆钉孔壁的压力

$$W=dt\sigma_c \quad (\mathrm{N}) \qquad ④$$

t：板厚 (mm)；τ：铆钉的剪切应力 (MPa)；

p：铆钉间距 (mm)；d：铆钉直径 (mm)；

d_1：铆钉孔直径 (mm)；σ_t：板的许用拉伸应力 (MPa)；

σ_c：板或铆钉的许用压应力 (MPa)。

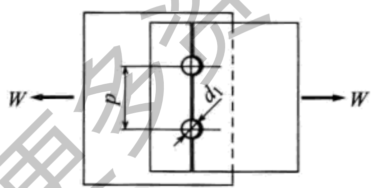


图 3

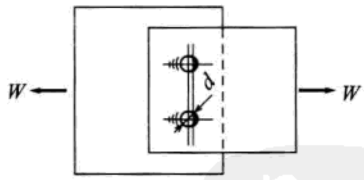


图 4

例题 1

铆接用板厚度为 12 mm，铆钉孔直径 17 mm，铆钉直径 16 mm，问使用搭接接头时铆钉孔的间距应为多少？设板的许用拉伸应力为 50 MPa，铆钉的许用剪切应力为 40 MPa。

◁解▷ (1) 由式①求铆钉的许用剪断拉力

$$W=\frac{\pi}{4}d^2\tau=\frac{\pi}{4}\times16^2\times40=8040\ (\mathrm{N})$$

(2) 将剪断拉力代人式③中,求铆钉孔的间距

$$p=\frac{W}{t\sigma_t}+d_1=\frac{8040}{12\times50}+17=30.4\ (\mathrm{mm})$$

例题 2

用 2 根直径为 16 mm 的铆钉排成 1 列,按搭接方式铆接两板,如图 5 所示。已知板宽 80 mm,板厚 10 mm,铆钉孔直径为 17 mm,问该连接能承受多大拉力?并比较铆钉的许用剪切力,以及 2 铆钉孔板的许用拉伸载荷。设铆钉的许用剪应力为 40 MPa,板的许用拉应力为 50 MPa。

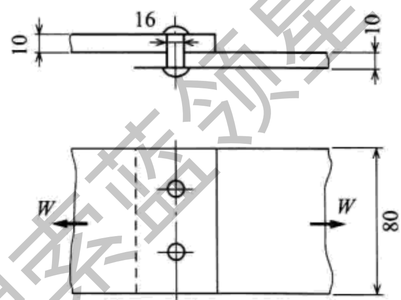


图 5

◁解▷ (1) 两根铆钉($N=2$)被剪断时的载荷,由式①得

$$P=N\frac{\pi}{4}d^2\tau=2\times\frac{\pi}{4}\times16^2\times40$$
$$=16\ 100\ (\mathrm{N})$$

N:铆钉的个数。

(2) 铆钉孔两处板被拉坏时的载荷,由式③得

$$W=(p-d_1)t\sigma_t=(L-2d_1)t\sigma_t$$
$$=(80-2\times17)\times10\times50$$
$$=23\ 000\ (\mathrm{N})$$

比较以上两载荷可知,因铆钉被剪断而造成接头断裂的拉伸载荷为 16 100 N,这是该铆接的许用载荷。

◎ 知识扩展 ◎

铆钉长度 L(不含头)等于被连接的板厚加上 1.3~1.6 倍的铆钉直径 d;铆钉孔直径一般比铆钉直径 d 大 1.0~1.5 mm。

4.2 铆接效率

Efficient of rivet

▶▶ 知识点

板的连接效率为开孔的板强度与强度之比。铆钉的效率为铆钉的剪切强度与没开孔时板的强度之比。铆接效率取板的效率和铆钉的效率之中数值较小的。

1 板的效率

$$\eta=\frac{p-d_1}{p} \qquad ①$$

2 铆钉的效率

$$\eta_1=\frac{n\frac{\pi}{4}d^2\tau}{pt\sigma} \qquad ②$$

d：铆钉直径（mm）；d_1：铆钉孔直径（mm）；

P：铆钉孔的节距（mm）；n：铆钉剪断面的个数；

σ：板的许用拉伸应力（MPa）；τ：铆钉的剪切应力（MPa）。

例题 1

已知板厚 16mm，铆钉直径 24 mm，铆钉孔直径 25.5 mm，如果是以节距 80 mm 排成 1 列的搭接方式铆接，求铆接效率为多少？设板的许用拉伸应力为 50 MPa，板的许用剪切应力为 40 MPa。

◁解▷ 由式①求板的效率

$$\eta=\frac{p-d_1}{p}=\frac{80-25.5}{80}=0.681$$

由式②求铆钉的效率

$$\eta_1=\frac{n\frac{\pi}{4}d^2\tau}{pt\sigma}=\frac{1\times\frac{\pi}{4}\times24^2\times40}{80\times16\times50}=0.283$$

比较 η 与 η_1 的大小，取小者为该铆接的效率，所以效率为 0.283。

例题 2

铆钉直径为 18 mm，铆钉孔直径为 19 mm，如果是以节距 60 mm 排成 1 列的搭接接头铆接，当板厚为 12 mm，受 15 000 N 拉伸载荷作用时，求板受到的拉伸应力、

铆钉受到的剪切应力，以及铆接的板效率为多少？

◁解▷ (1) 求板受到的拉伸应力：由 4.1 节的式③得

$$\sigma_t=\frac{W}{(p-d_1)t}=\frac{15\ 000}{(60-19)12}=30.5\ (\mathrm{MPa})$$

(2) 求铆钉受到的剪切应力：由 4.1 节的式①得

$$\tau=\frac{4W}{\pi d^2}=\frac{4\times 15\ 000}{\pi\times 18^2}=59.0\ (\mathrm{MPa})$$

(3) 求板的效率：由式①得

$$\eta=\frac{p-d_1}{p}=\frac{60-19}{60}=0.683$$

◎ 知识扩展 ◎

铆接接头的破坏有铆钉被破坏和板被破坏两种情况。铆接接头的效率应分别计算板的效率和铆钉的效率，取两者中数值较小的。

为了使铆接接头的效率最大化，通常使 $\eta=\eta_1$，然后确定 d、d_1 和 p 的数值。

铆接接头的计算可使用经验公式，铆钉直径 $d=\sqrt{50t}-4\ \mathrm{mm}$，节距 $p=3d$。

4.3 焊接接头

Welded joint

▶▶知识点

焊接可分为对焊和角焊两类。由于焊接时熔化的部分高出(高出部分叫堆高)板材平面,所以接头的断面积较大,但在计算接头强度时,出于安全考虑不计算高出部分的面积。

对接接头是以母材的厚度作为计算标准,厚度不同的板,按较薄板的厚度计算。

侧面角焊时,以焊缝厚度的断面计算剪切应力。

1 对焊接头的拉应力

$$\sigma=\frac{W}{hl}\ (\mathrm{MPa})$$

$$h=t \qquad ①$$

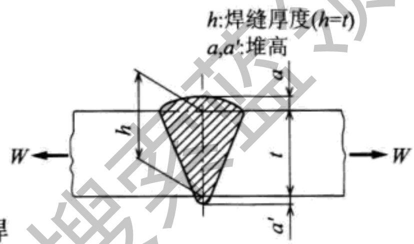


图 1

2 前端有角焊接头的拉应力

角焊时按 $a=0.7t$ 计算。因为有两处角焊缝,如图 2 所示,所以

$$\sigma=\frac{W}{2al}\ (\mathrm{MPa}) \qquad ②$$

3 侧面有角焊接头的剪切应力

因为有两处角焊缝,如图 3 所示,所以

$$\tau=\frac{W}{2atl}\ (\mathrm{MPa}) \qquad ③$$

W:载荷(N);

h:焊缝厚度(mm);

l:焊缝长度(mm);

t:板厚(mm);

a:理论焊缝厚度(mm)。

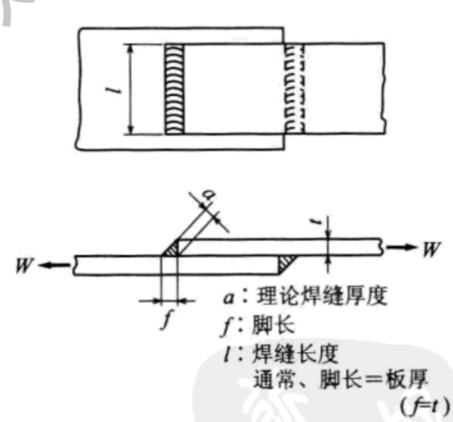


图 2

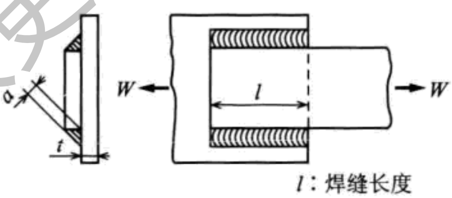


图 3

例题 1

将 10 mm 厚的板对焊后，当两端施加 200 kN 的拉力时，求焊缝处的拉应力是多少？已知焊缝长度为 200 mm。

◁解▷ 由式①求拉应力

$$\sigma=\frac{W}{hl}=\frac{50\ 000}{10\times200}=25\ (\mathrm{MPa})$$

例题 2

将 12 mm 厚的板侧面角焊连接，当两端施加 200 kN 的拉力时，求焊缝处的剪应力是多少？已知焊缝长度为 200 mm。

◁解▷ 由式③求剪切应力

$$\tau=\frac{W}{2atl}=\frac{200\ 000}{2\times0.7\times12\times200}=59.5\ (\mathrm{MPa})$$

例题 3

如图 3 所示，将 10 mm 厚的板材侧面角焊连接，如果要吊起 40 000 N 的载荷，问焊缝长度多少适宜？板材的许用剪切强度为 50 MPa，接头效率为 0.8。

◁解▷ 求角焊时的焊缝厚度

$$a=0.7t=0.7\times10=7\ (\mathrm{mm})$$

连接效率为 0.8 时的剪切应力

$$\tau=50\times0.8=40\ (\mathrm{MPa})$$

根据式③求焊缝长度

$$l=\frac{W}{2a\tau}=\frac{40\ 000}{2\times7\times40}=71.4\ (\mathrm{mm})$$

焊缝长度应不小于 72 mm。

◎ 知识扩展 ◎

从焊缝强度考虑，应尽可能采用对焊。

前端角焊接头按焊缝的厚度断面计算拉应力；侧面角焊接头则要计算剪切应力。

在计算焊缝强度时，可将连接部分和母材作为一体考虑。

4.4 螺纹的旋合长度及其接触面应力

Thread length

▶▶ 知识点

螺纹的旋合长度应保证内外螺纹旋合时，外螺纹和内螺纹的牙不能从根部被剪断。

当外螺纹和内螺纹的许用剪切应力相同时，应首先考虑外螺纹的强度。

螺母高度由螺纹牙面上的接触应力和螺纹牙的剪切应力大小决定。

1 螺纹的旋合长度（螺孔深或螺母高）

$$h=\frac{Wp}{\pi d_2 h' q}\quad(\text{mm}) \tag{①}$$

2 螺纹旋合部分的牙数

$$n=\frac{h}{p}=\frac{W}{\pi d_2 h' q}\quad(\text{牙}) \tag{②}$$

3 作用在螺纹牙面上的接触应力

$$q=\frac{W}{\pi d_2 h' n}\quad(\text{MPa}) \tag{③}$$

表 1　螺纹的许用接触面应力（MPa）

外螺纹	内螺纹	连接用	传动用
低碳钢	低碳钢或青铜	30	10
高碳钢	高碳钢或青铜	40	13
高碳钢	铸铁	15	5

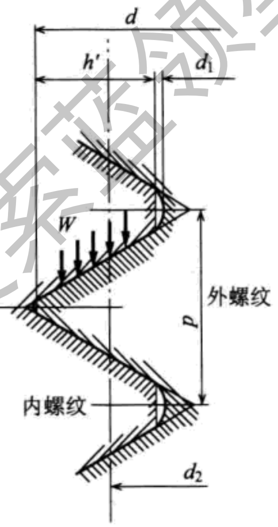


图 1

p：螺距（mm）；W：螺栓轴向载荷（N）；

q：螺纹许用接触面应力（MPa）；h'：螺纹牙上的接触高度（mm）；

d_2：螺纹中径[$=(d+d_1)/2$]（mm）；d：螺纹大径（mm）；

d_1：螺纹小径（mm）；h：螺纹旋合长度（mm）；

n：螺纹旋合部分 h 的牙数。

例题 1

用如图 2 所示的吊环螺栓吊起 6000 N 的载荷时，问螺纹的大径和内螺纹长度（板厚）应为多少？设螺纹的抗拉强度 40 MPa，许用接触面应力为 15 MPa。

◁解▷ (1) 求螺纹大径，由 4.5 节的式①得

$$d=\sqrt{\frac{2W}{\sigma}}=\sqrt{\frac{2\times6000}{40}}=17.3\ (\text{mm})$$

所以，吊环螺纹的外径为 M20(查标准)。

(2) 求螺纹旋合长度，M20 的螺距为 2.5 mm，中径 18.376 mm，接触高度 1.353 mm(从螺纹标准表中选取的)，代入式①得

$$h=\frac{Wp}{\pi d_2 h' q}=\frac{6000\times2.5}{\pi\times18.376\times1.353\times15}=12.8\ (\text{mm})$$

所以，内螺纹长度(板厚)为 13 mm。

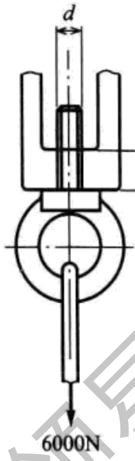


图 2

例题 2

在内外螺纹的大径为 18 mm 的连接用螺纹上施加 8000 N 的轴向拉力，求相互旋合的螺纹牙数应为多少？设螺纹的中径为 16.376 mm，螺纹牙的接触高度为 1.353 mm ，许用接触面应力 30 MPa。

◁解▷ 由式②求得螺纹旋合部分的牙数

$$n=\frac{W}{\pi d_2 h' q}=\frac{8000}{\pi\times16.376\times1.353\times30}=3.83\ (\text{牙})$$

所以，旋合部分的牙数取 4 牙。

◎ 知识扩展 ◎

螺纹中径是假想的圆，中径到螺纹牙顶和螺纹牙底的高度相等。

螺纹的旋合长度应保证外螺纹和内螺纹的接触面应力大于许用接触面应力。

螺母的高度尺寸必须保证能够完全承受接触面应力。螺栓的旋合量与螺母的高度相等即可。

通常，螺栓和螺母均为低碳钢时，螺母高度是螺栓大径的 0.8～1 倍；螺栓为低碳钢，螺母为铸铁时，螺母高度是螺栓大径的 1.3～1.5 倍。

4.5　螺栓的直径

bolt

▶▶知识点

因为螺栓所受的载荷是各种不同方向载荷的复杂组合，所以要准确把握这些载荷的状态从而确定螺栓的尺寸比较困难。

螺纹的尺寸计算一般是分别计算受单项载荷作用时的尺寸，如受轴向载荷单独作用、受轴向载荷和扭转载荷共同作用、受与轴线垂直的剪切力的作用等等。根据使用条件，分别计算螺纹的尺寸。螺纹的大小用外螺纹的大径表示，内螺纹用于其配合使用的外螺纹的大径表示。

1 仅受轴向载荷作用时

$$d=\sqrt{\frac{2W}{\sigma}}\quad(\mathrm{mm})\qquad ①$$

2 受轴向载荷和扭转载荷同时作用时

$$d=\sqrt{\frac{8W}{3\sigma}}\quad(\mathrm{mm})\qquad ②$$

3 受与轴线垂直的剪切力作用

$$d=\sqrt{\frac{4W}{\pi\tau}}\quad(\mathrm{mm})\qquad ③$$

W：螺栓所受载荷 (N)；

d：螺纹大径 (mm)；

d_1：螺纹小径 (mm)；

σ：许用拉应力 (MPa)；

τ_a：许用剪切应力 (MPa)。

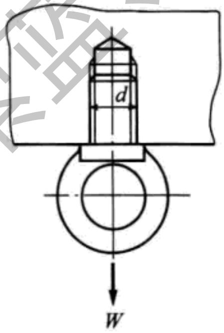


图 1

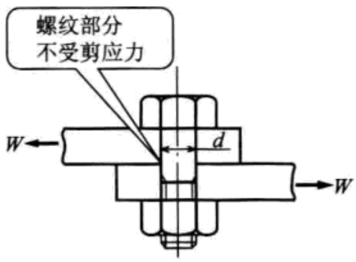


图 2

例题 1

求承受 30 kN 拉伸载荷作用时的螺栓直径。设螺栓的许用拉应力 60 MPa。

◁解▷　由式①求螺栓大径

$$d=\sqrt{\frac{2W}{\sigma}}=\sqrt{\frac{2\times 30\,000}{60}}=31.6\ (\mathrm{mm})$$

所以螺栓直径取 32 (mm)。

例题 2

问 10 kN 的螺旋压力机的螺纹大径应为多少？设许用拉应力为 60 MPa。

◁解▷ 螺旋压力机受轴向载荷和扭转载荷共同作用，所以

由式②求螺纹大径

$$d=\sqrt{\frac{8W}{3\sigma}}=\sqrt{\frac{8\times 10\ 000}{3\times 60}}=21.1\ (\mathrm{mm})$$

所以螺纹大径取 M22。

例题 3

问 M18 螺栓能够承受多大的剪切载荷？设螺栓的剪切应力为 40 MPa。

◁解▷ 由式③求载荷

$$W=\frac{d^2\pi\tau}{4}=\frac{18^2\times\pi\times 40}{4}=10\ 200\ (\mathrm{N})$$

所以能够承受 10 kN 剪切载荷的作用。

◎ **知识扩展** ◎

三角形螺纹适合做连接螺纹使用，方螺纹适合做受较大载荷作用的传动螺纹使用。

螺栓受剪切力作用时，螺纹部分所受的剪切力作用在螺纹小径上。

计算时，螺纹的小径 d_1 可按 0.8 倍的螺纹大径 d 计算，即 $d_1=0.8d$。

4.6 螺旋弹簧

Coiled spring

知识点

弹簧所受的力与其变形量(伸缩量)之比叫弹簧常数。

压缩弹簧的端部(座)磨平时,因为常将磨平部分与一部分弹簧丝压紧,所以弹簧除去并紧部分的总圈数叫弹簧的有效圈数。

通常,压缩弹簧的总圈数 N 比有效圈数 N_a 多 2 圈,即 $N_a=N-2$;拉伸弹簧的总圈数 N 等于有效圈数 N_a,即 $N_a=N$。

1 扭转应力

$$\tau=k\frac{8DW}{\pi d^3}\quad(\text{MPa})\qquad ①$$

$$k=\frac{4c-1}{4c-4}+\frac{0.615}{c}\qquad ②$$

2 伸缩量

$$\delta=\frac{8N_aD^3W}{Gd^4}\quad(\text{mm})\qquad ③$$

3 弹簧常数

$$\kappa=\frac{W}{\delta}=\frac{Gd^4}{8N_aD^3}\quad(\text{N/mm})\qquad ④$$

4 螺旋弹簧的有效圈数

$$N_a=\frac{GD\delta}{8c^4W}\qquad ⑤$$

W:施加弹簧上的载荷 (N);D:弹簧的中径 (mm);

d:弹簧丝的直径 (mm);k:应力修正系数;

c:弹簧指数($c=D/d$:一般为 4~10);

G:切变模量 (MPa);δ:伸缩量 (mm)。

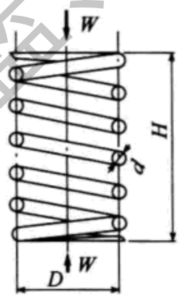


图 1

例题 1

有一螺旋弹簧的中径为 50 mm,弹簧丝的直径为 5 mm,有效圈数为 10 圈,求施加 100 N 载荷时的伸缩量、修正系数、扭转应力和弹簧常数。已知切变模量 $G=80$ GPa。

解 (1) 由式③求伸缩量

$$\delta=\frac{8N_aD^3W}{Gd^4}=\frac{8\times10\times50^3\times100}{80\times10^3\times5^4}=20\ (\text{mm})$$

(2) 求考虑修正系数的扭转应力

求弹簧指数 c、修正系数 k(式②)和扭转应力(式①)

$$c=\frac{D}{d}=\frac{50}{5}=10$$

$$k=\frac{4c-1}{4c-4}+\frac{0.615}{c}=\frac{4\times10-1}{4\times10-4}+\frac{0.615}{10}=1.14$$

$$\tau=k\frac{8DW}{\pi d^3}=1.14\times\frac{8\times50\times100}{\pi\times5^3}=116\ (\mathrm{MPa})$$

(3) 由式④求弹簧常数

$$\kappa=\frac{W}{\delta}=\frac{100}{20}=5\ (\mathrm{N/mm})$$

例题 2

有一螺旋拉力弹簧，弹簧丝的直径为 2 mm，弹簧中径为 20 mm，有效圈数为 200，求下面各值。已知 $G=80$ GPa。

(1) 求弹簧常数；

(2) 求两个弹簧并联和串联后的弹簧常数；

(3) 求对一个弹簧、两个弹簧并联的组合弹簧分别施加 10 N 后伸缩量。

解 (1) 由式④求一个弹簧的弹簧常数

$$\kappa_1=\frac{W}{\delta}=\frac{Gd^4}{8N_aD^3}=\frac{80\times10^3\times2^4}{8\times200\times20^3}=0.1\ (\mathrm{N/mm})$$

(2) 弹簧并联如图 2 的(b)图和(c)图所示，两个弹簧并联后的弹簧常数如下式所示

$$\kappa=\kappa_1+\kappa_2=\kappa_1+\kappa_1=0.1+0.1=0.2\ (\mathrm{N/mm})$$

(3) 求一个弹簧的伸缩量

$$\delta=\frac{W}{\kappa_1}=\frac{10}{0.1}=100\ (\mathrm{mm})$$

求两个弹簧并联的伸缩量

$$\delta=\frac{W}{\kappa}=\frac{10}{0.2}=50\ (\mathrm{mm})$$

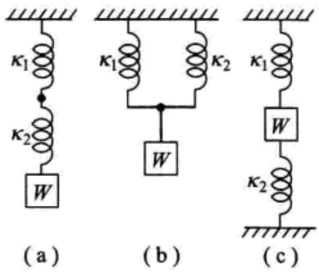


图 2

◎ 知识扩展 ◎

作用在弹簧上的剪切应力在弹簧内侧较大，外侧较小，通常用应力系数进行修正。

4.7 平板弹簧

Leaf spring

知识点

平板弹簧的弯曲应力可按矩形截面的悬臂梁求得。

对于矩形的板簧,各处弯曲应力不一样,固定端处的弯曲应力最大。

梯形板簧各处的弯曲应力相同。

1 矩形板簧的弯曲应力

$$\sigma=\frac{6Wl}{bt^2} \quad (\text{MPa}) \qquad ①$$

2 矩形板簧自由端的挠度

$$\delta=\frac{4Wl^3}{bt^3E} \quad (\text{mm}) \qquad ②$$

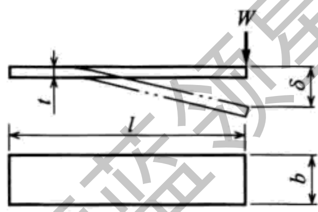


图 1

3 梯形板簧的弯曲应力

$$\sigma=\frac{6Wl}{bt^2} \quad (\text{MPa}) \qquad ③$$

4 梯形板簧自由端的挠度

$$\delta=k\,\frac{4Wl^3}{bt^3E} \quad (\text{mm}) \qquad ④$$

b:宽度 (mm);l:长度 (mm);

t:厚度 (mm);W:载荷 (N);

E:弹性模量 (MPa);k:挠度修正系数。

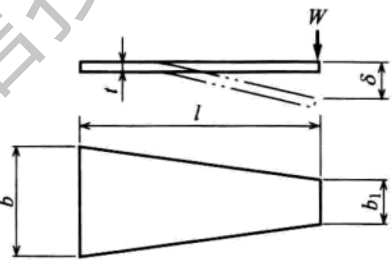


图 2

例题 1

图 3 的矩形板簧宽度为 12 mm,厚度为 2 mm,长度为 100 mm,当自由端施加 50 N 的载荷时,问应力和挠度各为多少?已知弹性模量 $E=210$ GPa。

解 由式①求弯曲应力

$$\sigma=\frac{6\times50\times100}{12\times2^2}=\frac{30\ 000}{48}=625\ (\text{MPa})$$

由式②求自由端的挠度

$$\delta=\frac{4Wl^3}{bt^3E}=\frac{4\times50\times100^3}{12\times2^3\times210\times10^3}$$

$$=9.92\ (\text{mm})$$

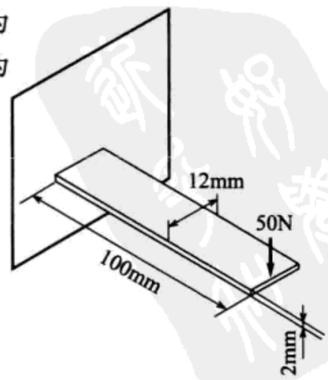


图 3

例题 2

梯形板簧如图 4 所示，自由端宽度为 20 mm，固定端宽度为 50 mm，厚度为2 mm，长度为 100 mm，当自由端受 200 N 的载荷时，求应力和挠度各为多少？已知修正系数 $k=1.2$，弹性模量 $E=210$ GPa。

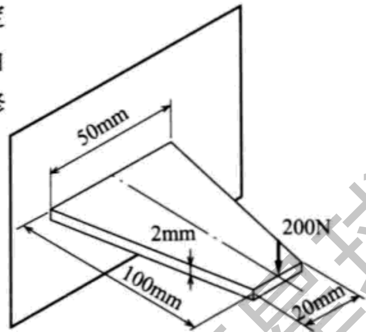


图 4

〈解〉 由式③求弹簧的弯曲应力

$$\sigma=\frac{6Wl}{bt^2}=\frac{6\times200\times100}{50\times2^2}=600\ (\text{MPa})$$

由式④求弹簧的自由端的挠度

$$\delta=k\frac{4Wl^3}{bt^3E}$$

$$=1.2\times\frac{4\times200\times100^3}{50\times2^3\times210\times10^3}$$

$$=11.4\ (\text{mm})$$

◎ 知识扩展 ◎

矩形板簧可以认为是梯形板簧自由端宽度与固定端宽度的比值(b_1/b)等于 1 ($k=1$)时的特例；三角形板簧可以认为是梯形板簧宽度比 b_1/b 等于 0 ($k=1.5$)时的特例。所以，三角形板簧自由端的挠度 δ 可由下式求得

$$\delta=k\frac{4Wl^3}{bt^3E}=1.5\frac{4Wl^3}{bt^3E}=\frac{6Wl^3}{bt^3E}\ (\text{mm})$$

4.8 叠板弹簧

Laminated reaf spring

▶▶知识点

叠板弹簧可以认为是将弹簧钢板切成多个细长的三角板，重叠组合使用的一种弹簧。

叠板弹簧重叠组合后需要固定，固定方法有中心螺栓法和卡箍固定法。叠板弹簧在汽车和火车上作为缓冲装置使用。

1 相同厚度板叠合时弹簧的弯曲应力

$$\sigma=\frac{3Wl}{2nbt^2}\quad (\text{MPa}) \qquad ①$$

2 相同厚度板叠合时弹簧的挠度

$$\delta=\frac{3Wl^3}{8nbt^3E}\quad (\text{mm}) \qquad ②$$

W：作用在弹簧中心的载荷（N）；

l：跨距（mm）；b：板的宽度（mm）；

t：板的厚度（mm）；n：板的数量；

E：弹性模量（GPa）。

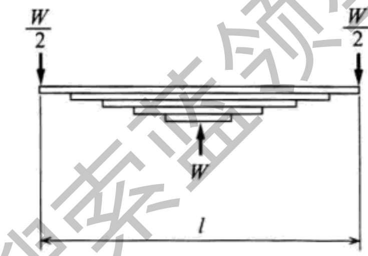


图 1

3 用卡箍紧固时的跨距

$$l'=l-0.6e\quad (\text{mm}) \qquad ③$$

e：卡箍的宽度(mm)。

4 考虑板间摩擦时的端头挠度

$$\delta_1=\frac{5(1\pm\mu)}{5+\mu}\delta\quad (\text{mm}) \qquad ④$$

$(1\pm\mu)$加载荷时取“－”号，去除载荷时取“＋”号。

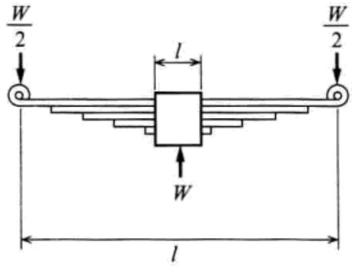


图 2

例题 1

如图 1 所示，由 5 片宽度为 80 mm、厚度均为 12 mm、跨距为 1200 mm 的钢板构成的叠板弹簧。求在受 10 000 N 载荷作用时产生的弯曲应力和挠度。已知弹性模量 $E=210$ GPa，板间的摩擦忽略不计。

◁解▷ 由式①求弯曲应力

$$\sigma=\frac{3Wl}{2nbt^2}=\frac{3\times10\ 000\times1\ 200}{2\times5\times80\times12^2}=\frac{36\ 000\ 000}{115\ 200}=312.5\ (\text{MPa})$$

由式②求挠度

$$\delta=\frac{3Wl^3}{8nbt^3E}=\frac{3\times10\ 000\times1200^3}{8\times5\times80\times12^3\times2.1\times10^5}=44.6\ (\text{mm})$$

例题 2

在图 1 的叠板弹簧中，跨距为 600 mm，宽度为 45 mm，厚度为 6 mm，许用应力 400 MPa，当施加 2000 N 的载荷时，求挠度和片数，板间的摩擦忽略不计。另外，如果考虑板间有摩擦，摩擦系数为 0.15，求变形量。已知弹性模量 $E=210$ GPa。

◁解▷　由式①求叠板弹簧的片数

$$n=\frac{3Wl}{2bt^2\sigma}=\frac{3\times 2000\times 600}{2\times 45\times 6^2\times 400}=2.78$$

因此，叠板弹簧的片数取 3 片。

由式②求叠板弹簧的挠度

$$\delta=\frac{3Wl^3}{8nbt^3E}=\frac{3\times 2000\times 600^3}{8\times 3\times 45\times 6^3\times 210\times 10^3}=26.5\ (\mathrm{mm})$$

因此，变形量为 27 mm。

由式④求有板间摩擦时的弹簧挠度

$$\delta_1=\frac{5(1-0.15)}{5+0.15}\times 27=22.3\ (\mathrm{mm})$$

考虑板间摩擦时的变形量取 23 mm。

例题 3

如图 2 所示，跨距为 1500 mm，宽度为 80 mm，厚度为 10 mm，卡箍的宽度为 80 mm，当片数为 4 的叠板弹簧受 12 000 N 载荷时，求叠板弹簧的挠度。已知 $E=210$ GPa，板间摩擦忽略不计。

◁解▷　由式③求加装卡箍后的跨距

$$l'=l-0.6e=1500-0.6\times 80=1452\ (\mathrm{mm})$$

由式②求叠板弹簧挠度

$$\delta=\frac{3Wl'^3}{8nbt^3E}=\frac{3\times 12\,000\times 1452^3}{8\times 4\times 80\times 10^3\times 210\times 10^3}=205\ (\mathrm{mm})$$

4.9 压力容器

Pressure vessel

知识点

对于厚壁容器，壁厚与容器内径的比值大时较好。在容器壁断面产生的应力（拉应力），内壁与外壁不等，随着壁厚的增加，内壁的应力比外壁的应力大。

1 圆周方向的应力

$$\sigma=\frac{P(r_2^2+r_1^2)}{r_2^2-r_1^2} \quad (\text{MPa}) \qquad ①$$

2 r_2 与 r_1 的比

$$\frac{r_2}{r_1}=\frac{\sqrt{\sigma+p}}{\sqrt{\sigma-p}} \qquad ②$$

r_1、r_2：分别为容器内表面半径和外表面半径（mm）。

r：容器壁上任意一点的半径（mm）。

P：容器内的压强（MPa）。

σ：圆周方向的应力（MPa）。

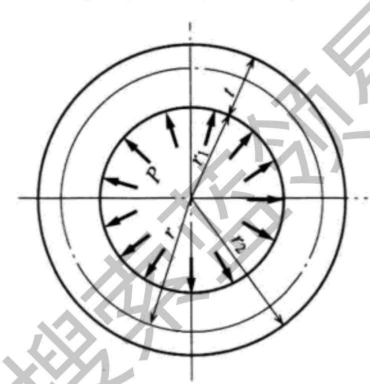


图 1　厚壁圆筒

例题 1

厚壁圆筒容器的内径为 120 mm，求容器内压为 10 MPa 时的壁厚。设容器的抗拉强度为 30 MPa。

◁解▷　(1) 由式②求 r_2 与 r_1 的比

$$\frac{r_2}{r_1}=\frac{\sqrt{\sigma+p}}{\sqrt{\sigma-p}}=\frac{\sqrt{30+10}}{\sqrt{30-10}}=1.41$$

(2) 求外表面半径 r_2

$$r_2=1.41\times r_1=1.41\times 60=84.6\ (\text{mm})$$

(3) 求壳板壁厚

$$t=r_2-r_1=84.6-60=24.6\ (\text{mm})$$

例题 2

有一外径为 250 mm，内径为 200 mm 的厚壁容器，求内压为 20 MPa 时最大拉应力是多少？

◁解▷ 由式①求拉应力

$$\sigma=\frac{p(r_2^2+r_1^2)}{r_2^2-r_1^2}=\frac{20(250^2+200^2)}{250^2-200^2}=91.1\ (\text{MPa})$$

例题 3

有一内径为 100 mm 的油缸，通入 15 MPa 的液压油时，问油缸的外径为多大时安全？设油缸的抗拉强度为 60 MPa。

◁解▷ 由式②求外径

$$r_2=\frac{r_1(\sqrt{\sigma+p})}{\sqrt{\sigma-p}}=\frac{100(\sqrt{60+15})}{\sqrt{60-15}}=129\ (\text{mm})$$

◎ 知识扩展 ◎

薄壁球形容器的应力和壁厚可用下面的公式求得：

$$\sigma=\frac{dp}{4t}\ (\text{MPa})$$

$$t=\frac{dp}{4\sigma\eta}+c\ (\text{MPa})$$

d：容器内径（mm）；

t：容器壁厚（mm）；

P：容器内的压强（MPa）；

σ：壁板的许用拉应力（MPa）；

η：铆接或焊接的接头效率；

c：容器的腐蚀留量。

4.10 受弯矩作用轴的直径

Bending stress shaft

>> 知识点

在计算受扭转作用和弯曲作用轴的直径时，应采用较大的值。

轴受到弯矩作用时，最大弯矩在轴的外径处。

设计轴时，扭转、弯曲和剪切都要考虑。对于较长的轴，不仅要考虑扭转和挠曲等变形，也要考虑旋转产生的共振等情况。

1 受弯矩作用时的实心轴直径

$$d=\sqrt[3]{\frac{10M}{\sigma}}\quad (\text{mm}) \qquad ①$$

M：轴受的最大弯矩（N·mm）；

σ：轴的许用弯应力（MPa）；

d：实心轴的直径（mm）。

2 受弯矩作用时的空心轴直径

$$d_2=\sqrt[3]{\frac{10M}{(1-k^4)\sigma}}\quad (\text{mm}) \qquad ②$$

d_1、d_2：分别为空心轴的内径和外径（mm）；

k：内径和外径比（$=d_1/d_2$）。

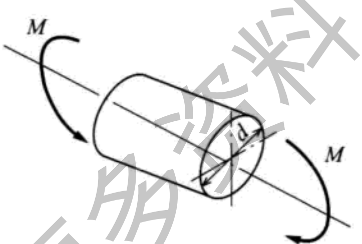


图 1

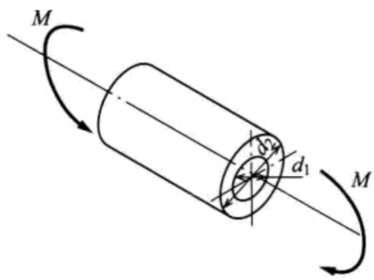


图 2

例题 1

台车如图 3 所示，求载重量为 250 kN 时台车的轴径应为多少？已知 $l=200$ mm，轴的许用弯曲应力为 50 MPa。

◁解▷ 一个车轮承受的载荷

$$W=\frac{250}{2}=125\ \text{kN}=125\times10^3\,(\text{N})$$

轴的最大弯矩在 $l=200$ mm 处

$$M=W\times l=125\times10^3\times200=25\ 000\times10^3(\mathrm{N\cdot mm})$$

由式①求轴的直径

$$d=\sqrt[3]{\frac{10M}{\sigma}}=\sqrt[3]{\frac{10\times25\ 000\times10^3}{50}}=170.99$$

因此，取轴径为 170 mm。

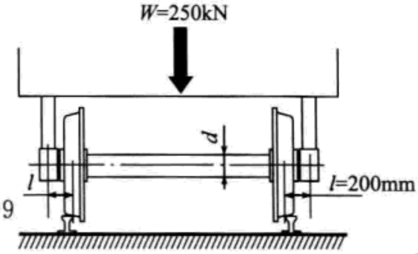


图 3

例题 2

有一内径和外径比为 0.5、许用弯曲应力为 50 MPa 的中空轴，求作用最大弯矩为 8000 N · mm 时中空轴的内径和外径。

◁解▷ 由式②求轴的外径 d_2

$$d_2=\sqrt[3]{\frac{10M}{(1-k^4)\sigma}}=\sqrt[3]{\frac{10\times8000\times10^3}{(1-0.5^4)\times50}}=120\ (\mathrm{mm})$$

因此，取外径为 120 mm。

由 $k=d_1/d_2$，求轴内径 d_1

$$d_1=k\cdot d_2=0.5\times120=60(\mathrm{mm})$$

因此，取内径为 60 mm。

◎ 知识扩展 ◎

在确定轴的直径时，取用式①和式②求得的数值较大者。

通常，轴是受扭转和弯曲作用，当轴上有键槽或轴径差等情况时，应综合考虑应力集中等因素，必须保证轴有足够的强度。

车轴等轴类主要受弯矩的作用。

旋转轴等由于高速旋转会引起振动，当超过临界速度时，可能出现异常振动和破坏，所以静态平衡和动态平衡都必须考虑。

4.11 受扭矩作用轴的直径

Torsion ha ft

▶▶知识点

轴以动力传递为目的，轴主要受扭转、弯曲和扭矩作用。

作用在轴上的最大应力不能够大于许用应力。

主要是传递转矩的电机等轴，受扭转载荷的作用。

中空轴比相同截面积的截面惯性矩大，所以具有重量轻、抗扭转和弯曲能力强的特点。

1 受扭转作用时的实心轴直径

$$d=\sqrt[3]{\frac{5T}{\tau}}\quad(\mathrm{mm})\qquad ①$$

2 受扭矩作用时的空心轴直径

$$d_2=\sqrt[3]{\frac{5T}{\tau(1-k^4)}}\quad(\mathrm{mm})\qquad ②$$

d：实心轴直径 (mm)；

d_1、d_2：分别为空心轴内径和外径 (mm)；

T：轴所受的最大扭矩 (N·mm)；

τ：轴的许用扭转应力 (MPa)；

k：内径和外径比($=d_1/d_2$)。

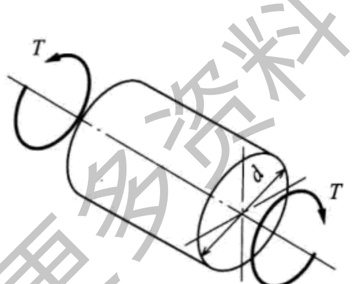


图 1

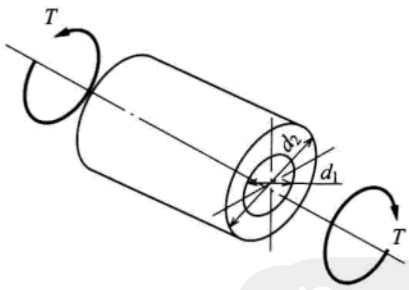


图 2

例题 1

求受 2×10^5 N·mm 扭矩作用的实心轴直径。另外，如果是空心轴，外径为 30 mm，求内径。设许用扭转应力为 50 MPa。

◁解▷ 由式①求实心轴直径

$$d=\sqrt[3]{\frac{5T}{\tau}}=\sqrt[3]{\frac{5\times2\times10^5}{50}}=27.1\ (\mathrm{mm})$$

因此，取轴的直径为 28 mm。

由式②求空心轴的直径

$$k=\sqrt[4]{1-\frac{5T}{d_2^3\tau}}=\sqrt[4]{1-\frac{5\times2\times10^5}{30^3\times50}}=0.713$$

由 $k=d_1/d_2$ 可知

$$d_1=k\cdot d_2=0.713\times30=21.4$$

因此，取空心轴的内径为 20 mm。

例题 2

有一空心轴的外径为 70 mm、内径为 40 mm，求与其具有相同强度的实心轴的直径。设条件相同，两轴的截面系数相等。

◁解▷ 实心轴的截面系数

$$Z_1=\frac{\pi d^3}{16}$$

空心轴的截面系数

$$Z_2=\frac{\pi}{16}\left(\frac{d_2^4-d_1^4}{d_2}\right)$$

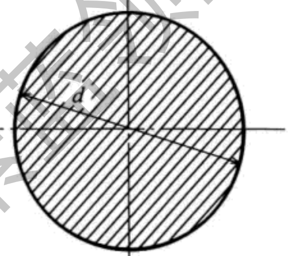
根据已知条件，$Z_1=Z_2$

$$\frac{\pi d^3}{16}=\frac{\pi}{16}\left(\frac{d_2^4-d_1^4}{d_2}\right)$$

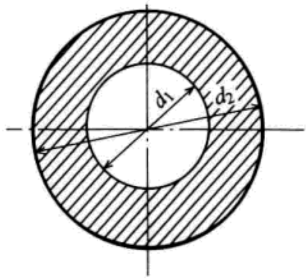
求得实心轴直径 d

$$d=\sqrt[3]{\frac{d_2^4-d_1^4}{d_2}}=\sqrt[3]{\frac{70^4-40^4}{70}}=67.4\ (\mathrm{mm})$$

因此，取实心轴直径 d 为 68 mm。



(a) 实心轴



(b) 空心轴

图 3

◎ 知识扩展 ◎

因轴的规格尺寸已被 JIS 标准化了，所以应按标准选择轴的规格尺寸。

传递转矩的轴，在轴的外径处产生最大剪切应力。

4.12 受扭转和弯曲同时作用的轴径

Twisting and bending shaft

知识点

通常轴的截面是圆形的。因为受扭矩和弯矩的作用，所以设计时必须考虑到轴要有足够的强度，能够承受弯曲、扭转和剪切载荷的作用。

求轴的直径时，应分别计算只受弯矩或扭矩作用时的轴径，然后取其中数值较大的。

1 等效弯矩

$$M_e=\frac{1}{2}(M+T_e)\quad (\mathrm{N\cdot mm})\quad ①$$

实心轴外径

$$d=\sqrt[3]{\frac{10M_e}{\sigma}}\quad (\mathrm{mm})\quad ②$$

空心轴外径

$$d_2=\sqrt[3]{\frac{10M_e}{(1-k^4)\sigma}}\quad (\mathrm{mm})\quad ③$$

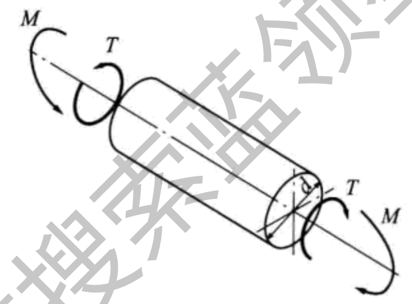


图 1

2 等效扭矩

$$T_e=\sqrt{M^2+T^2}\quad (\mathrm{N\cdot mm})\quad ④$$

实心轴外径

$$d=\sqrt[3]{\frac{5T_e}{\tau}}\quad (\mathrm{mm})\quad ⑤$$

空心轴外径

$$d_2=\sqrt[3]{\frac{5T_e}{(1-k^4)\tau}}\quad (\mathrm{mm})\quad ⑥$$

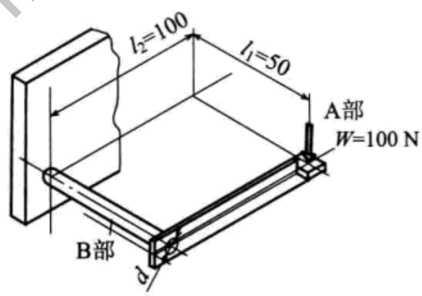


图 2

T：作用在轴上的最大扭矩（N·mm）；

M：作用在轴上的最大弯矩（N·mm）；

k：空心轴的内径和外径比（d_1/d_2）。

例题 1

如图 2 所示的悬臂曲柄，如果在 A 处施加 100 N 的载荷，求 B 处轴的直径应为多少？设 B 处轴的许用扭转应力为 30 MPa。

解 （1）求弯矩 M

$$M=Wl_1=100\times 50=5000\ (\mathrm{N\cdot mm})$$

(2) 求扭矩 T

$$T=Wl_2=100\times100=10\ 000\ (\text{N}\cdot\text{mm})$$

(3) 由式④求等效扭矩 T_e

$$T_e=\sqrt{M^2+T^2}=\sqrt{5000^2+10\ 000^2}=11\ 200\ (\text{N}\cdot\text{mm})$$

(4) 由式⑤求 B 处轴径

$$d=\sqrt[3]{\frac{5T_e}{\tau}}=\sqrt[3]{\frac{5\times11\ 200}{30}}=12.3\ (\text{mm})$$

因此,取轴径 $d=14$ mm。

例题 2

求同时受到 4×10^5 N·mm 弯矩和 6×10^5 kN·mm 扭矩作用的空心轴的内径和外径?已知轴的许用弯曲应力为 50 MPa,许用扭转应力为 25 MPa,$k=0.5$。

解 (1) 由式④求等效扭矩 T_e

$$T_e=\sqrt{M^2+T^2}=\sqrt{(4\times10^5)^2+(6\times10^5)^2}=7.21\times10^5\,(\text{N}\cdot\text{mm})$$

(2) 由式①求等效弯矩

$$M_e=\frac{1}{2}(M+T_e)=\frac{1}{2}(4\times10^5+7.21\times10^5)=5.61\times10^5\,(\text{N}\cdot\text{mm})$$

(3) 由式⑥求空心轴的直径

$$d_2=\sqrt[3]{\frac{5T_e}{(1-k^4)\tau}}=\sqrt[3]{\frac{5\times7.21\times10^5}{(1-0.5^4)\times25}}=53.6\ (\text{mm})$$

由 $k=d_1/d_2$ 得

$$d_1=0.5\times54=27\ \text{mm}$$

因此,取空心轴的外径为 54 mm,内径为 26 mm。

◎ 知识扩展 ◎

当轴的材料是碳钢等塑性材料时,常常会因为剪切应力而被破坏,所以只需要计算等效扭矩;如果是铸铁和淬火钢等脆性材料时,因弯曲应力被破坏的可能性较大,所以只需要计算等效弯矩。

4.13 传动轴的直径

Power transmission shaft

▶▶知识点

在设计传动轴的直径时，应分别计算只受驱动力时的轴径和受扭力时的轴径，取其中数值较大的。

另外，设计时还应考虑避免键槽、轴径差和沟槽等直径方向的尺寸变化等情况造成的强度降低、应力集中和振动等；当安装齿轮、皮带轮、链轮和联轴器等时，要尽量安装在轴承附近。

1 考虑扭转刚度时的轴径

$$d=2173\sqrt[4]{\frac{P}{NG}} \qquad ①$$

2 传递动力、转数和轴径的关系

实心轴的直径

$$d=365\sqrt[3]{\frac{P}{\tau N}} \quad (\mathrm{mm}) \qquad ②$$

空心轴的外径

$$d_2=365\sqrt[3]{\frac{P}{(1-k^4)\tau N}} \quad (\mathrm{mm}) \qquad ③$$

P：传递功率（kW）；

N：转速（r/min）；

G：切变模量（kg/mm^2）；

τ_a：许用扭转应力（MPa）；

d：轴的直径（mm）；

d_1：空心轴的内径（mm）；

d_2：空心轴的外径（mm）；

k：空心轴的内/外径比（$k=d_1/d_2$）。

例题 1

若要以 300 r/min 的转速传递 30 kW 的动力，问传动轴的直径应为多少？设许用扭转应力为 30 MPa，切变模量为 90 MPa，1 米的扭转角为 1/4°。

◁解▷ 用式①求轴的直径

$$d=2.173\sqrt[4]{\frac{30}{300\times90\times10^3}}=70.5\ (\mathrm{mm})$$

用式②求轴的直径

$$d=365\sqrt[3]{\frac{30}{30\times300}}=54.5\ (\text{mm})$$

从①、②式计算出的轴径中，取其中数值较大的，所以直径取 70 mm(选标准值)。

例题 2

空心轴的外径为 80 mm，内径为 70 mm，求转速在 600 r/min 时传递的动力为多少。设轴的许用扭转应力为 50 MPa。

◁解▷ 求内外径比

$$k=\frac{d_1}{d_2}=\frac{70}{80}=0.875$$

由式③求传递的动力，因为是中空轴，所以

$$P=\left(\frac{d_2}{365}\right)^3\cdot(1-k^4)\tau N=\left(\frac{80}{365}\right)^3\times(1-0.875^4)\times50\times600$$

$$=130.7\ (\text{kW})$$

因此，传递的动力为 130 kW。

◎ 知识扩展 ◎

当传动轴上有齿轮、皮带轮、链轮和联轴器等时，轴承之间的距离(跨度)长是造成挠曲和振动的原因。

传动轴主要受扭矩的作用，当轴的扭力较大时，即使剪切应力小于许用应力，也必须考虑扭转角。

轴受扭力时，必须要有足够的刚度。所谓刚度是在单位长度 1 m 内产生的扭转角，一般将 1 m 长轴的扭转角控制在 1/4°以内。

4.14 轴端为径向轴承的轴颈设计

Radial journal 1

知识点

将作用方向与轴线垂直的载荷叫做径向载荷。

在回转或移动的轴上，将以油膜为介质的支撑部分叫做轴承，轴承支撑部分的轴段叫轴颈。

轴颈上所受的载荷可认为是将全部载荷在轴颈长度方向上均匀分布的均布载荷，所以一端的轴颈就是受均布载荷的悬臂梁。

1 轴颈的直径

$$d=\sqrt[3]{5\frac{Wl}{\sigma}}\quad (\text{mm})\qquad ①$$

2 最大压力速度系数（pV值）

$$pV=\frac{\pi WN}{60\ 000l}\qquad ②$$

3 轴承平均压力、轴颈的长度与直径比

$$p=\frac{W}{dl}\quad (\text{MPa})\qquad ③$$

$$\frac{l}{d}=\sqrt{\frac{\sigma}{5p}}\qquad ④$$

σ:许用弯曲应力（MPa）;W:载荷（N）;

d:轴颈的直径（mm）;l:轴颈的长度（mm）;

p:轴承压力（MPa）; N:轴的转速（r/min）。

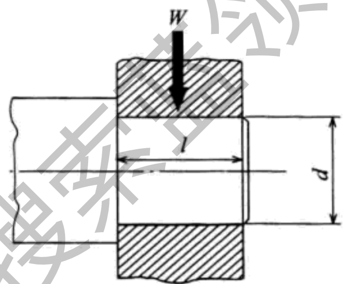


图 1

例题 1

轴径为 100 mm，许用弯曲应力为 50 MPa，许用轴承压力为 4MPa。求轴颈长度及所能够承受的载荷。

解 由式④得

$$\frac{l}{d}=\sqrt{\frac{\sigma}{5p}}=\sqrt{\frac{50}{5\times4}}=1.58$$

$$l=1.581\times d=1.58\times100=158$$

由式③得

$$W=pdl=4\times100\times160=64\ 000\ (\text{N})$$

因此，轴颈长度为 160 mm，所能够承受的载荷为 64 000 N。

例题 2

如图 2 所示，如果一径向轴承受 10 000 N 的载荷，$l/d=1.5$，求轴承的轴颈直径和长度。设许用弯曲应力为 40 MPa。

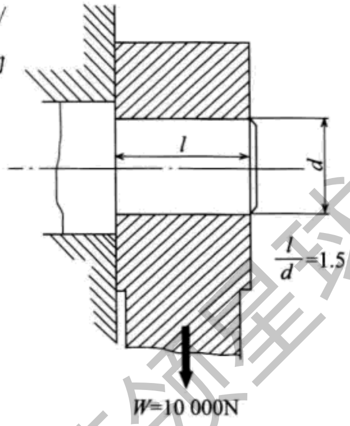


图 2

◁解▷ 将 $l=1.5d$ 代入式①能够求出 d

$$d=\sqrt{\frac{5\times W\times 1.5}{\sigma}}$$

$$=\sqrt{\frac{5\times 10\ 000\times 1.5}{40}}=43.3\ (\text{mm})$$

$$l=1.5d=1.5\times 44=66\ \text{mm}$$

因此，轴承的轴颈直径为 44 mm，长度为 66 mm。

例题 3

如果径向轴承受 10 000 N 的载荷，转数为 140 r/min，求轴承的轴径和长度。设许用弯曲应力为 50 MPa，许用最大压力速度系数 pV 为 1.5 MPa·m/s。

◁解▷ 由式②能够求出轴颈的长度

$$l=\frac{\pi WN}{60\ 000pV}=\frac{\pi\times 10\ 000\times 140}{60\ 000\times 1.5}=48.8\ (\text{mm})$$

由式①能够求出轴颈的直径

$$d=\sqrt[3]{5\frac{Wl}{\sigma_a}}=\sqrt[3]{\frac{5\times 10\ 000\times 50}{50}}=36.8\ (\text{mm})$$

因此，轴承的轴颈长度为 50 mm，直径为 38 mm。

◎ 知识扩展 ◎

轴承压力是轴颈所受的载荷除以由轴颈的直径和长度围成的投影面积，所以，确定轴颈部分的直径和长度时要注意使轴承压力小于最大许用压力。

为了保证轴颈上的油膜完整，轴颈部分的长度与直径比 l/d 应适当，将适当的 l/d 称为标准长径比，通常标准长径比为 1.0。考虑发热问题时，要计算最大压力速度系数 pV，并使 pV 值小于最大许用压力速度系数。

4.15 中间受径向力时轴颈的设计

Radial journal 2

▶▶知识点

两端支撑的中间受径向力的轴承，其最大弯矩在轴颈的中间位置。

作用在轴颈部分的载荷是作用在轴颈表面的压强，将轴颈表面所受的平均压强叫做轴承压力。

1 轴颈的直径与弯矩

$$d=\sqrt[3]{\frac{4WL}{\pi\sigma}}=\sqrt[3]{\frac{1.25WL}{\sigma}}=\sqrt[3]{\frac{1.25eWl}{\sigma}}\quad(\mathrm{mm})\quad ①$$

$$M=\frac{WL}{8}\quad(\mathrm{N\cdot mm})\quad ②$$

($L=el$，通常取 $e=1.5$)

L：轴颈的总长 (mm)($=l+2\,l_1$)；

l：轴颈部分的长度 (mm)；

l_1：支撑部分的长度 (mm)；

W：施加在轴承上载荷 (N)。

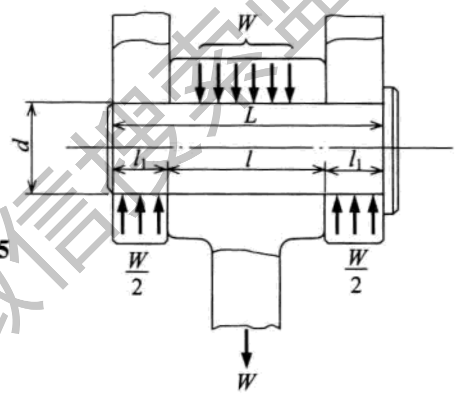


图 1

2 轴承的平均压力、长度与直径比、$e=1.5$ 时的轴径

$$p=\frac{W}{dl}\quad(\mathrm{MPa})\quad ③$$

$$\frac{l}{d}=\sqrt{\frac{\sigma}{1.9p}}\quad ④$$

$$d=\sqrt[3]{1.25\times1.5\frac{pdl^2}{\sigma}}\quad(\mathrm{mm})⑤$$

σ：许用弯曲应力 (MPa)；

p：轴承平均压力 (MPa)。

例题 1

当中间轴颈上作用有 20 000 N 的载荷时，求轴颈的直径、长度和轴承压力。已知 $e=1.5$，许用弯曲应力为 40 MPa，$l/d=1.4$，$L=1.5\,l$。

◁解▷ 由式①能够求出轴颈的直径

$$d=\sqrt[3]{\frac{1.25WL}{\sigma}}=\sqrt[3]{\frac{1.25W\ 1.5l}{\sigma}}$$

$$d=\sqrt{\frac{1.25\times W\times1.5\times1.4}{\sigma}}=\sqrt{\frac{1.25\times20\ 000\times1.5\times1.4}{40}}=36.2\ (\mathrm{mm})$$

因此，直径为 38 mm。

轴颈长度由 $l/d=1.4$ 可求

$$l=1.4d=1.4\times 38=53.2\ (\mathrm{mm})$$

因此，轴颈长度为 54 mm。

由式③可求出轴承压力

$$p=\frac{W}{dl}=\frac{20\ 000}{38\times 54}=9.75\ (\mathrm{MPa})$$

例题 2

中间轴颈上作用有 10 000 N 的载荷，当轴颈长度为 40 mm，两端支撑部分为 10 mm时，求轴径和力矩。已知 $e=1.5$，许用弯曲应力为 30 MPa。

◁**解**▷ 由式②能够求出力矩

$$M=\frac{WL}{8}=\frac{10\ 000\times(40+2\times 10)}{8}=75\ 000\ (\mathrm{N\cdot mm})$$

由式①可求出轴径

$$d=\sqrt[3]{\frac{1.25eWl}{\sigma}}=\sqrt[3]{\frac{1.25\times 1.5\times 10\ 000\times 40}{30}}=29.2\ (\mathrm{mm})$$

因此，直径为 30 mm。

◎ 知识扩展 ◎

轴承的接触面为光滑接触，接触面间的润滑油必须形成油膜才能够保证轴的旋转。所以，当轴承压力较大时，接触面间的润滑油被挤出，就起不到润滑的作用。

轴颈的总长 $L=l+2l_1$。

4.16 摩擦生热时轴承的尺寸

bearing

知识点

轴承在接触面上有相对转动和滑动时，接触面会产生摩擦热，当接触面润滑不良时容易发生烧结。为了防止烧结，必须将单位时间的摩擦功($a_f=\mu pV$)控制在许用范围内，也可以控制 pV 值，并将这个 pV 值叫做最大许用压力速度系数。

1 单位时间的摩擦功

$$A_f=Fv=\mu WV=\mu W\frac{\pi dN}{1000\times60}\quad(\text{MPa}\cdot\text{m/s})\qquad ①$$

2 单位时间单位面积的摩擦功

$$a_f=\frac{A_f}{dl}=\frac{\mu WV}{dl}=\mu pV\quad(\text{MPa}\cdot\text{m/s})\qquad ②$$

3 压力速度系数

$$pV=\frac{W}{dl}\cdot\frac{\pi dN}{1000\times60}=\frac{\pi WN}{1000\times60l}\quad(\text{MPa}\cdot\text{m/s})\qquad ③$$

4 轴颈的长度

$$l=\frac{\pi WN}{1000\times60pV}\quad(\text{mm})\qquad ④$$

W:施加在轴颈上的载荷 (N);V:圆周速度 (m/s);F:摩擦力 (N);
μ:摩擦系数;d:轴颈的直径 (mm);l:轴颈的长度 (mm);
σ:许用弯曲应力(MPa)。

例题 1

如果一受径向载荷作用的轴承，受 6000 N 的载荷作用，以 300 r/min 的速度旋转，求轴颈的长度和直径。已知 $pV=2$ MPa·m/s，许用弯曲应力 50 MPa。

解 (1) 由式④能够求出轴颈的长度

$$l=\frac{\pi WN}{1000\times60pV}=\frac{\pi\times6000\times300}{60000\times2}=47.1\ (\text{mm})$$

因此，轴颈的长度取 48 mm。

(2) 根据 4.14 节的式①能够求出轴颈的直径

$$d=\sqrt[3]{5\frac{Wl}{\sigma}}=\sqrt[3]{5\frac{6000\times48}{50}}=30.7\ (\text{mm})$$

因此，直径取 32 mm。

例题 2

如果轴承的直径为 50 mm,以 300 r/min 的速度旋转,问承受 10 000 N 载荷时的摩擦功、轴颈的长度和直径是多少?已知摩擦系数为 0.01,许用最大压力速度系数(pV 值)为 2 MPa·m/s。

◁解▷ (1) 求圆周速度

$$V=\frac{\pi dN}{1000\times 60}=\frac{\pi\times 50\times 300}{60000}=0.785\ (\mathrm{m/s})$$

(2) 由式①求摩擦功

$$A_f=\mu WV=0.01\times 10000\times 0.785=78.5\ (\mathrm{MPa\cdot m/s})$$

(3) 由式④求轴颈的长度

$$l=\frac{\pi WN}{1000\times 60pV}=\frac{\pi\times 10000\times 300}{60000\times 2}=78.5\ (\mathrm{mm})$$

因此,轴颈的长度取 79 mm。

(4) 由式③求许用轴承压力

$$pV=\frac{\pi WN}{1000\times 60l}=\frac{\pi\times 10000\times 300}{60000\times 79}=1.99$$

$$p=\frac{2}{0.785}=2.55\ (\mathrm{MPa})$$

(5) 根据 4.14 节的式③能够求出轴颈的直径

$$d=\frac{W}{pl}=\frac{10000}{2.55\times 79}=49.6\ (\mathrm{mm})$$

因此,直径取 50 mm。

4.17 止推轴颈的设计

Thrust journal

知识点

对于止推轴承轴径的计算可以不考虑弯矩的作用，只需计算轴承压力和最大压力速度系数 pV 值即可。

1 轴承压力

端面接触时，参见图 1(a)

$$p=\frac{4W}{\pi d^2}\quad(\text{MPa})\qquad ①$$

环面接触时，参见图 1(b)、(c)、(d)

$$p=\frac{4W}{z\pi(d_2^2-d_1^2)}\quad(\text{MPa})\qquad ②$$

2 轴承的直径

端面接触时，参见图 1(a)

$$d=\frac{WN}{30\ 000\ pV}\quad(\text{mm})\qquad ③$$

环面接触时，参见图 1(b)、(c)、(d)

$$d_2-d_1=\frac{WN}{z30\ 000pV}\quad(\text{mm})\qquad ④$$

z：凸缘的个数。

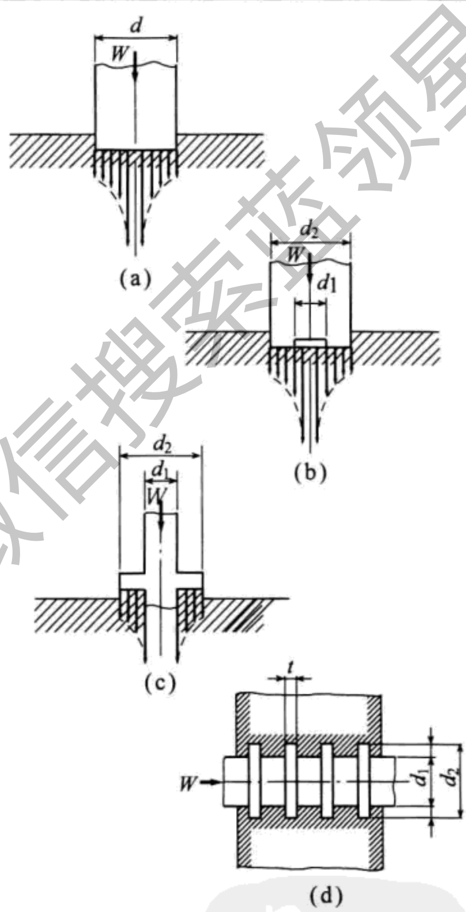


图 1

例题 1

在如图 1(a)所示的止推轴颈上作用的轴向载荷为 5000 N，转数为 200 r/min，问轴颈的直径和轴承压力应为多少？设 pV 值为 1.5 MPa・m/s。

解 (1) 根据式③能够求出轴承的直径

$$d=\frac{WN}{30\ 000pV}=\frac{5000\times200}{30\ 000\times1.5}=22.2\ (\text{mm})$$

因此，取直径为 23 mm。

(2) 根据式①求轴承压力

$$p=\frac{4W}{\pi d^2}=\frac{4\times 5000}{\pi\times 23^2}=12.0\ (\text{MPa})$$

例题 2

在如图 1(b)所示的止推轴颈上作用的轴向载荷为 4900 N，转数为 150 r/min，当轴颈端部的小径为 20 mm 时，求轴颈的外径和轴承压力。设 pV 值为 1.5 MPa·m/s。

◁解▷ (1) 根据式④能够求出轴承的外径

$$d_2=\frac{WN}{z30\ 000pV}+d_1=\frac{4900\times 150}{1\times 30\ 000\times 1.5}+20=36.3\ (\text{mm})$$

因此，取轴承的外径为 37 mm。

(2) 根据式②求轴承压力

$$p=\frac{4W}{z\pi(d_2^2-d_1^2)}=\frac{4\times 4900}{1\times\pi(37^2-20^2)}=6.44\ (\text{MPa})$$

例题 3

如图 2 所示的止推轴颈上有 4 个凸缘，内径为 60 mm，转数为 150r/min，求作用载荷为 10 000 N 时，凸缘的外径和轴承压力为多少？设 pV 值为 1.2 MPa·m/s。

◁解▷ (1) 根据式④能够求出轴承的凸缘外径

$$\begin{aligned}d_2&=\frac{WN}{z30\ 000pV}+d_1\\&=\frac{10\ 000\times 150}{4\times 30\ 000\times 1.2}+60\\&=70.4\ (\text{mm})\end{aligned}$$

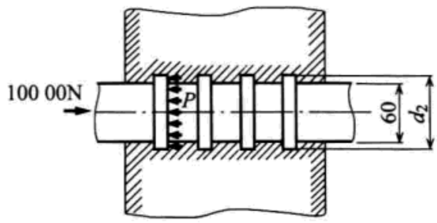


图 2

因此，取凸缘外径为 72 mm。

(2) 根据式②求轴承压力

$$p=\frac{4W}{z\pi(d_2^2-d_1^2)}=\frac{4\times 10\ 000}{4\times\pi\times(72^2-60^2)}=2.01\ (\text{MPa})$$

4.18 滚动轴承的寿命

Ball bearing

知识点

在同一实验条件下，取一批相同型号的轴承进行实验，将 90% 的轴承不因疲劳破坏的总转数或在一定转数下的工作时间称为轴承的额定寿命。

轴承的额定动载荷，是指额定寿命为 100 万转（以每分钟 33.3 转，工作 500 小时）时能够承受的方向大小均不变的载荷。实验时将轴承外环固定，使内环转动。

1 速度系数

$$f_n = \left(\frac{33.3}{n}\right)^{\frac{1}{3}} \qquad ①$$

2 寿命系数

$$f_h = f_n \frac{C}{W} \qquad ②$$

3 额定寿命

$$L_h = 500 fh^3 \qquad ③$$

C：额定动载荷 (N)；

W：施加在轴承上的载荷 (N)；

n：转数 (r/min)。

例题 1

单列深沟球轴承(6206)承受 2000 N 的径向载荷，以 800 r/min 的速度旋转，求轴承的寿命是多少小时。已知轴承的额定动载荷为 19 500 N。

解 (1) 由式①能够求出速度系数

$$f_n = \left(\frac{33.3}{800}\right)^{\frac{1}{3}} = 0.347$$

(2) 根据式②能够求出寿命系数

$$f_h = f_n \frac{C}{W} = 0.347 \times \frac{19\ 500}{2000} = 3.38$$

(3) 根据式③求额定寿命

$$L_h = 500 fh^3 = 500 \times 3.38^3 = 19\ 300$$

因此，额定寿命为 19 300 小时。

例题 2

轴承的内径为 25 mm，内环转数为 1000 转，轴承的寿命是 20 000 小时，请选取一个能够承受 1000 N 径向载荷的单列深沟球轴承。

◁解▷ (1) 由式③能够求出寿命系数

$$f_h=\left(\frac{L_h}{500}\right)^{\frac{1}{3}}=\left(\frac{20\ 000}{500}\right)^{\frac{1}{3}}=3.42$$

(2) 根据式①能够求出速度系数

$$f_h=\left(\frac{33.3}{1000}\right)^{\frac{1}{3}}=0.322$$

(3) 根据式②求额定动载荷

$$f_h=f_n\frac{C}{W}$$

$$C=\frac{f_h W}{f_n}=\frac{3.42\times 1000}{0.322}=10\ 600\ (\text{N})$$

查单列深沟球轴承的标准，选取型号为 6205 的轴承。其内径为 25 mm，额定动载荷为 14 000 N。

◎ 知识扩展 ◎

轴承在承受载荷最大的滚动体与滚道接触处的塑性变形量之和达到万分之一滚动体直径时，所能承受的载荷为额定静载荷。

轴承的寿命用在疲劳剥落前能达到的总转数或在一定转数下的工作时间表示。

一般情况(无冲击的平滑运转)使用时，载荷系数取 1～1.5。

额定寿命、额定动载荷、额定静载荷等请参照生产厂家的参数表。

4.19　摩擦离合器

Friction clutch

知识点

圆盘离合器的摩擦面分布在圆周上，中心部位不设摩擦面能够充分发挥摩擦力的作用。

施加在圆盘离合器接触面上的压力不能超过许用值。

圆锥离合器因为是圆锥面接触，所以可以实现用比较小的力得到较大的接触压强的目的。

1 圆盘离合器传递的转矩

$$T = zF\mu\frac{D_a}{2}$$

$$= z\pi b\mu\frac{D_a^2}{2}f \quad (\mathrm{N \cdot mm}) \qquad ①$$

z：接触面数；

F：轴向力（N）；

D_a：接触面平均直径$(D_1+D_2)/2$（mm）；

D_1、D_2：分别为接触面的内径和外径（mm）；

μ：摩擦系数；

f：接触面的平均压力（MPa）；

b：接触面的宽度($(D_1-D_2)/2$)（mm）。

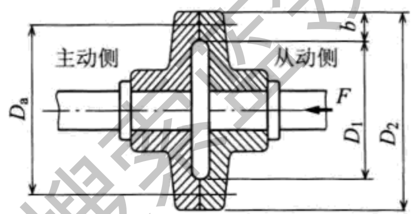


图 1

2 圆锥离合器摩擦面上的正压力

$$F_1 = \pi D_a b p_a \quad (\mathrm{N}) \qquad ②$$

3 圆锥离合器传递的转矩

$$T = \mu F_1\frac{D_a}{2} \quad (\mathrm{N \cdot mm}) \qquad ③$$

F_1：作用在摩擦面上的正压力（N）；

b：圆锥摩擦面宽度（mm）；

p_a：接触面的压强（MPa）。

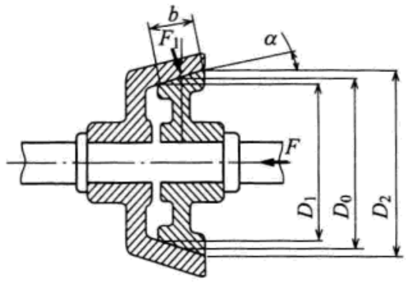


图 2

例题 1

如图 1 所示，圆盘离合器的转数为 1000 r/min，当传递功率为 20 kW 时离合器的内径和外径是多少？已知 $D_2/D_1=1.5$，接触面的压强为 0.2 MPa，摩擦系数为 0.3。

解　(1) 由下面的功率、转数和转矩的关系式求转矩

$$T = 9\,550\,000\times\frac{P}{N} = \frac{9\,550\,000\times 20}{1000} = 191\,000 \ (\mathrm{N \cdot mm})$$

P：传递的动力（kW）；N：转速（r/min）。

（2）将式①变形，求离合器内径

$$T=z\pi b\mu\frac{D_a^2}{2}f$$

$$D_1=\sqrt[3]{\frac{16T}{3.125z\pi\mu f}}=\sqrt[3]{\frac{16\times191\ 000}{3.125\times\pi\times1\times0.3\times0.2}}=173\ (\text{mm})$$

因此，离合器内径取 174 mm。

（3）求离合器外径

$$D_2/D_1=1.5$$

$$D_2=1.5\times D_1=174\times1.5=261\ (\text{mm})$$

因此，离合器外径取 261 mm。

例题 2

图 2 所示的圆锥离合器外径为 240 mm，内径为 250 mm，接触面的宽度为 30 mm，求转数 600 r/min，传递功率为 3.75 kW 时，接触面的正压力及其传递的最大扭矩？已知接触面的许用压力为 0.4 MPa，接触面的摩擦系数为 0.3。

◁解▷ （1）由式②求接触面的正压力

$$D_a=(D_1+D_2)/2=(230+240)/2=235\ (\text{mm})$$

$$F_1=\pi Dabp_a=\pi\times235\times30\times0.4=8850\ (\text{N})$$

（2）由式③求传递的最大扭矩

$$T=\mu F_1\frac{D_a}{2}=0.3\times8850\times\frac{235}{2}=312\ 000\ (\text{N}\cdot\text{mm})$$

◎ 知识扩展 ◎

圆盘离合器的直径比 D_2/D_1，一般为 1.5 左右。

圆锥离合器接触面的夹角一般为 10°～15°。

4.20 棘　轮

Ratchet wheel

知识点

棘轮机构通过棘爪和轮棘的啮合能够实现间歇运动，常在防止逆转时使用。

棘轮实际使用的齿数一般为 8～12 个（最大为 20）；为了使棘轮机构能够准确工作，棘爪角度一般取 14～17°；通常，齿数 z 的设计范围为 6～25。

1 棘轮的齿距（大圆上的齿距）

$$t = 3.75\sqrt[3]{\frac{T}{xz\sigma}} \quad (\text{mm}) \qquad ①$$

2 大圆的直径

$$D = \frac{zt}{\pi} \quad (\text{mm}) \qquad ②$$

z：棘轮的齿数；

T：棘轮的扭矩（N・mm）；

x：为 b/t（铸铁取 0.5～1，铸钢取 0.3～0.5）；

σ：齿的许用弯曲应力（MPa）。

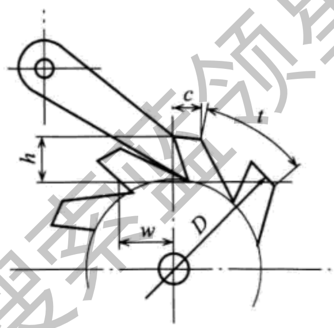


图 1

例题 1

承受力矩为 250 kN・mm 的棘轮齿数为 20，求齿距及大圆的直径是多少？设 $x=0.3$，齿的许用弯曲应力为 40 MPa。

◁解▷ （1）由式①求外接圆上的齿距

$$t = 3.75\sqrt[3]{\frac{T}{xz\sigma}} = 3.75\sqrt[3]{\frac{250\times10^3}{0.3\times20\times40}} = 38.0\ (\text{mm})$$

因此，齿距取 38 mm。

（2）由式②求外接圆的直径

$$D = \frac{zt}{\pi} = \frac{20\times38}{\pi} = 241.9\ (\text{mm})$$

因此，取外接圆的直径为 242 mm。

例题 2

求承受力矩为 1 kN・m 的棘轮各部分尺寸。设棘轮的齿数为 18，材料为铸铁，许用弯曲应力为 40 MPa，$x=0.5$。

◁解▷ （1）由式①求大圆上的齿距

$$t=3.75\sqrt[3]{\frac{T}{xz\sigma}}=3.75\sqrt[3]{\frac{1000\times10^3}{0.5\times18\times40}}=52.7\ (\text{mm})$$

因此，棘轮的齿距取 53 mm。

(2) 由式②求大圆的直径

$$D=\frac{zt}{\pi}=\frac{18\times53}{\pi}=303.8\ (\text{mm})$$

因此，取大圆的直径为 304 mm。

如果以齿距 t 为基准数，设齿宽为 b，垂直测得的齿高为 h，齿顶处的齿厚为 c，参见图 1，则 $b=xt$，$h=0.35t$，$w=0.5t$，$c=0.25t$。各部分尺寸计算如下：

b(宽)= $xt=0.5\times53=27$ (mm)

h(高)$=0.35t=0.35\times53=19$ (mm)

w(齿厚)$=0.5t=0.5\times53=27$ (mm)

c(齿顶厚)$=0.25t=0.25\times53=14$ (mm)

◎ 知识扩展 ◎

棘轮的许用弯曲应力 σ：铸铁取 20～30 MPa，铸钢或锻钢取 40 MPa。棘轮的尺寸一般是以齿距 t 为基准数计算。

h(高)$=0.35t$。

b(宽)=(铸铁取 0.5～1，铸钢取 0.3～0.5)t。

w(齿厚)$=0.5t$。

c(齿顶厚)$=0.25t$。

4.21 单块式制动器

Single block brake

知识点

块式制动器是通过摩擦使机器减速或停止，所以必须研究摩擦系数与杆的支点之间的关系。单块式制动器是从一侧按压制动轮时，轴要受弯曲力矩的作用。因此，当需要较大制动力矩时应使用多块式制动器(制动力矩能增大2倍)。

1 工作力

$$f=\mu W \quad (\mathrm{N}) \qquad ①$$

2 制动力矩

$$T=f\,\frac{D}{2}=\frac{\mu WD}{2} \quad (\mathrm{N\cdot mm}) \qquad ②$$

3 制动杠杆力(操作力)

$$F=\frac{2T(l_2\pm\mu l_3)}{\mu D l_1}=\frac{f(l_2\pm\mu l_3)}{\mu l_1} \quad (\mathrm{N}) \qquad ③$$

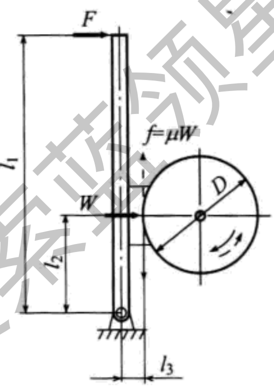


图 1

方向符号，制动鼓顺时针旋转为正“+”，逆时针旋转为负“−”

D：制动鼓的直径（mm）；

μ：摩擦系数；

l_1：制动杠杆的长度（mm）；

l_2：从支点到制动鼓中心的距离（mm）；

l_3：从支点到制动块与鼓接触中心的距离（mm）。

4 支点关系如图2所示的单块式制动器，操作制动杆需要的力(操作力)

$$F=\frac{f(l_2\pm\mu l_3)}{\mu l_1} \quad (\mathrm{N}) \qquad ④$$

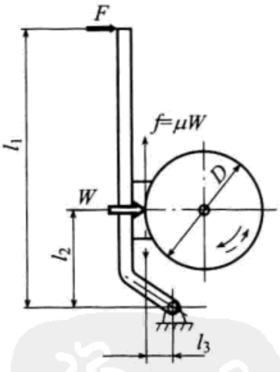


图 2

方向符号，制动鼓顺时针旋转为正“+”，逆时针旋转为负“−”

当 $l_3=0$ 时

$$F=\frac{f l_2}{\mu l_1} \quad (\mathrm{N})$$

例题 1

单块式制动器如图 3 所示，制动鼓直径为 300 mm，工作转矩为 20 000 N・ mm，分别求出制动鼓顺时针旋转和逆时针旋转时制动所需要的操作力 F 是多少？设 $l_1=1400$ mm，$l_2=300$ mm，$l_3=40$ mm，$\mu=0.2$。

解 (1) 由式③求顺时针旋转的操作力

$$F=\frac{2T(l_2+\mu l_3)}{\mu D l_1}$$

$$=\frac{2\times 20\ 000(300+0.2\times 40)}{0.2\times 300\times 1400}$$

$$=146.7\ (\text{N})$$

因此，操作力为 147 N。

(2) 由式③求逆时针旋转时的操作力

$$F=\frac{2T(l_2-\mu l_3)}{\mu D l_1}=\frac{2\times 20\ 000(300-0.2\times 40)}{0.2\times 300\times 1400}$$

$$=139.0\ (\text{N})$$

因此，操作力为 140 N。

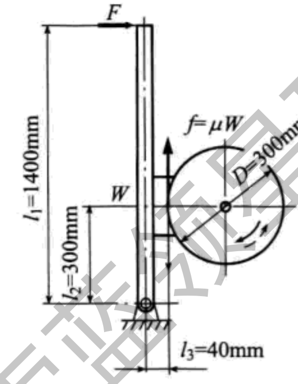


图 3

例题 2

已知单块式制动器的制动鼓直径为 400 mm，制动杆长 1800 mm，$l_2=600$ mm，$l_3=80$ mm，制动鼓得工作转矩为 40 000 N・ mm，求施加在制动鼓上的操作力是多少？设制动鼓顺时针旋转，$\mu=0.3$。

解 (1) 由式②求制动力

$$f=\frac{2T}{D}=\frac{2\times 40\ 000}{400}=200\ (\text{N})$$

(2) 由式③求操作力

$$F=\frac{f(l_2+\mu l_3)}{\mu l_1}=\frac{200(600+0.3\times 80)}{0.3\times 1800}=231.1\ (\text{N})$$

因此，操作力为 232 N。

◎ 知识扩展 ◎

制动力与制动杆的支点位置 l_3 有关。

操纵制动杆所需要的力，手动时为 100～150N；杆长比 l_1/l_2 为 3～6，最大不超过 10。

4.22 带式制动器

Band brake

▶▶知识点

带式制动器一般使用钢制的制动带，制动带厚一般不超过 2～4 mm，带宽不超过 150 mm，与制动鼓的距离为 1～5 mm。

包角 θ 值为 180°～270°；σ 值，钢带为 60～80 MPa(考虑摩擦时为 50～60 MPa)。

1 钢带的张力

张紧侧张力

$$F_1=f\frac{e^{\mu\theta}}{e^{\mu\theta}-1}\quad (\mathrm{N})\qquad ①$$

松弛侧张力

$$F_2=f\frac{1}{e^{\mu\theta}-1}\quad (\mathrm{N})\qquad ②$$

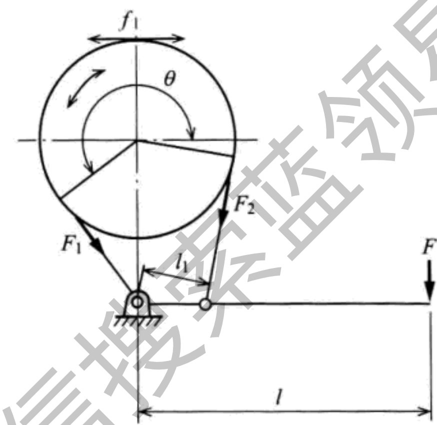


图 1

2 施加在控制杆上的力

◎图 1 时

顺时针时

$$Fl=F_2l_1$$

$$F=\frac{f}{l}\cdot\frac{l_1}{(e^{\mu\theta}-1)}\quad (\mathrm{N})\qquad ③$$

逆时针时

$$Fl=F_1l_1$$

$$F=\frac{f}{l}\cdot\frac{l_1e^{\mu\theta}}{(e^{\mu\theta}-1)}\quad (\mathrm{N})\qquad ④$$

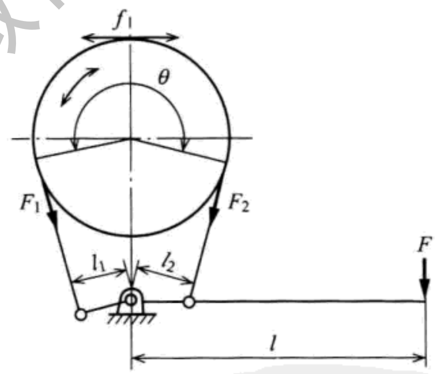


图 2

◎图 2 时

顺时针时

$$Fl=F_2l_2-F_1l_1$$

$$F=\frac{f}{l}\cdot\frac{l_2-l_1e^{\mu\theta}}{(e^{\mu\theta}-1)}\quad (\mathrm{N})\qquad ⑤$$

逆时针时

$$Fl=F_1l_2-F_2l_1$$

$$F=\frac{f}{l}\cdot\frac{l_2e^{\mu\theta}-l_1}{(e^{\mu\theta}-1)}\quad (\mathrm{N})\qquad ⑥$$

f：制动力(N)；μ：摩擦系数；

θ：带与制动轮的包角(rad)；

e：自然对数底($e^{\mu\theta}$ 的数值见表 1)。

表 1　$e^{\mu\theta}$ 值

θ°	θ(rad)	$e^{\mu\theta}$		
		θ=0.2	θ=0.3	θ=0.4
210	3.6652	2.081	3.003	4.332
240	4.1888	2.311	3.514	5.342
270	4.7124	2.566	4.111	6.586

例题 1

如图 1 所示的带式制动器，制动轮直径为 250 mm，以 200 r/min 转速顺时针旋转，传递动力为 12 kW，求制动时制动杆上需要的力。已知 $l=800$ mm，包角 $\theta=270°$，摩擦系数 $\mu=0.4$。

◁解▷ 通过下式求转矩

$$T=9\ 740\ 000\,\frac{P}{N}=\frac{9\ 740\ 000\times 12}{200}=584\ 400\ (\mathrm{N\cdot mm})$$

作用在制动轮圆周上的制动力

$$f=\frac{2T}{D}=\frac{2\times 584\ 400}{250}=4675\ (\mathrm{N})$$

由表 1 查 $e^{\mu\theta}$，得 6.586，由式③求施加在控制杆上的力

$$F=\frac{f}{l}\cdot\frac{l_1}{(e^{\mu\theta}-1)}=\frac{4675\times 80}{800(6.586-1)}=83.7\ (\mathrm{N})$$

4.23 带传动的速比、长度及包角

Angle of contact

知识点

带传动装置是依靠带和带轮间的摩擦来传递动力的，所以不能得到准确的速比。

计算速比时要严格地考虑滑动和皮带的厚度，要减小滑动就要增大包角。

1 速　比

$$i=\frac{N_2}{N_1}=\frac{D_1}{D_2} \quad ①$$

2 皮带的长度

(1) 开口传动

$$L=2L_1+\frac{\pi}{2}(D_1+D_2)+\frac{(D_1-D_2)^2}{4L_1} \quad (\mathrm{mm}) \quad ②$$

(2) 交叉传动

$$L=2L_1+\frac{\pi}{2}(D_1+D_2)+\frac{(D_1+D_2)^2}{4L_1} \quad (\mathrm{mm}) \quad ③$$

3 包　角

(1) 开口传动

$$\theta_1=180°-2\gamma=180°-2\arcsin\left(\frac{D_2-D_1}{2L_1}\right) \quad (°) \quad ④$$

$$\theta_2=180°+2\gamma=180°+2\arcsin\left(\frac{D_2-D_1}{2L_1}\right) \quad (°) \quad ⑤$$

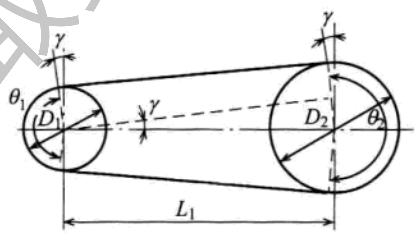
(2) 交叉传动

$$\theta_1=\theta_2=180°+2\gamma=180°+2\arcsin\left(\frac{D_2+D_1}{2L_1}\right) \quad (°) \quad ⑥$$

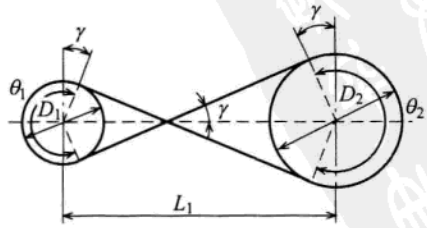
N_1、N_2：分别为主动轮和从动轮的转速 (r/min)；

D_1、D_2：分别为主动轮和从动轮轮直径 (mm)；

γ：两轴中心线与皮带的夹角；L_1：中心距 (mm)；



(a) 开口传动



(b) 交叉传动

图 1

例题 1

开口皮带传动装置的两轮中心距为 3200 mm，主动轮直径为 200 mm，从动轮直径为 500 mm，求皮带的长度。

◁解▷ 由式②求皮带的长度

$$L=2\times3200+\frac{\pi}{2}(500+200)+\frac{(500-200)^2}{4\times3200}=7510\ (\mathrm{mm})$$

例题 2

交叉皮带传动装置的两轮中心距为 2000 mm，主动轮直径为 180 mm，从动轮直径为 360 mm，求皮带传动装置的速比、皮带的包角和长度。

◁解▷ (1) 由①式求速比

$$i=\frac{D_1}{D_2}=\frac{180}{360}=0.5$$

(2) 由⑥式求包角

$$\theta_1=\theta_2=180^\circ+2\arcsin\left(\frac{D_2+D_1}{2L_1}\right)=180^\circ+2\arcsin\left(\frac{360+180}{2\times2000}\right)=196^\circ$$

(3) 由③式求皮带的长度

$$\begin{aligned}L&=2L_1+\frac{\pi}{2}(D_1+D_2)+\frac{(D_1+D_2)^2}{4L_1}\\&=2\times2000+\frac{\pi}{2}(180+360)+\frac{(180+360)^2}{4\times2000}\\&=4880\ (\mathrm{mm})\end{aligned}$$

◎ **知识扩展** ◎

皮带的长度是近似计算。计算中没有考虑皮带的伸缩、打滑及皮带厚度，所以从动轮的实际转速要比计算的转速小 1%～3%。

带传动的速比与皮带轮的直径成反比。

皮带打滑在 3%以上时，容易出现发热和带脱落的情况。

4.24 皮带的张紧力

Belt tension

▶▶知识点

带传动装置在静止时给皮带和皮带轮的接触面适当压力，把这个力称为初始张紧力。

皮带传动时张紧边的张紧力大，松弛边的张紧力小，两者的差称为有效张紧力，是传动力。

1 张紧边皮带的张力

$$F_1=\left(\frac{e^{\mu\theta}}{e^{\mu\theta}-1}\right)F_e+\frac{\omega v^2}{g}\ (\mathrm{N}) \quad ①$$

在低速时，忽略离心力

$$F_1=\frac{e^{\mu\theta}}{e^{\mu\theta}-1}F_e(\mathrm{N}) \quad ②$$

2 松弛边皮带的张力

$$F_2=\left(\frac{1}{e^{\mu\theta}-1}\right)F_e+\frac{\omega v^2}{g}\ (\mathrm{N}) \quad ③$$

在低速时，忽略离心力

$$F_2=\frac{1}{e^{\mu\theta}-1}F_e(\mathrm{N}) \quad ④$$

3 皮带的初始张力

$$F=\frac{F_1+F_2}{2}\ (\mathrm{N}) \quad ⑤$$

4 皮带的有效张力

$$F_e=F_1-F_2(\mathrm{N}) \quad ⑥$$

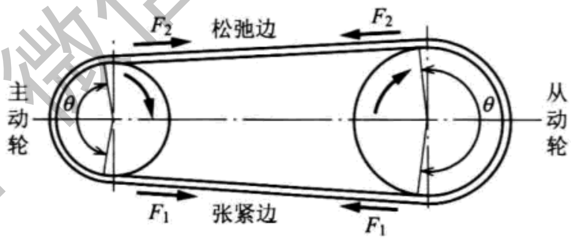


图 1

v：皮带的速度（m/s）；

μ：皮带与皮带轮的摩擦系数；

θ：包角（rad）；w：单位长度皮带的重量（kg/m）；

g：重力加速度（$=9.8\mathrm{m/s^2}$）；e：自然对数底（$=2.718$）。

例题 1

开口传动皮带的张紧一侧的张力为 2000 N，松弛一侧的张力为 800 N，求这个皮带的有效张力及初始张力？忽略离心力。

◁解▷ (1) 由式⑤求初始张力

$$F=\frac{F_1+F_2}{2}=\frac{2000+800}{2}=1400\ (\text{N})$$

(2) 由式⑥求有效张力

$$F_e=F_1-F_2=2000-800=1200\ (\text{N})$$

例题 2

开口皮带传动装置中带轮直径为 500 mm，有效张力为 500 N，皮带与轮的摩擦系数为 0.2，带轮的包角为 150°，求皮带张紧边的张力、松弛边的张力及初始张力？按皮带速度较低计算。

◁解▷ (1) 求张紧边的张力，由表 1 知

$$(e^{\mu\theta}-1)/\ e^{\mu\theta}=0.408$$

由式②得

$$F_1=\frac{e^{\mu\theta}}{e^{\mu\theta}-1}F_e=\frac{1}{0.408}\times 500=1230\ (\text{N})$$

(2) 由式⑥求松弛边的张力

$$F_2=F_1-F_e=1230-500=730\ (\text{N})$$

(3) 由式⑤求初始张力

$$F=\frac{F_1+F_2}{2}=\frac{1230+730}{2}=980\ (\text{N})$$

表 1　$e^{\mu\theta}-1/e^{\mu\theta}$值

$\theta°$	μ		
	0.2	0.3	0.4
150	0.408	0.544	0.649
160	0.428	0.567	0.673
170	0.448	0.589	0.695

◎ 知识扩展 ◎

带传动时，对皮带的速度有限制，一般为 20 m/s 左右。

4.25 滚子链的链节数与传递动力

Roller chain

知识点

链传动适用于在两轴间传递较大动力，由于链轮在旋转中角速度不恒定，所以不适合在高速旋转时使用，广泛用于低速(2～3m/s)旋转。

链轮的齿数应在 17～70 范围内选择。齿数小于 17 时，旋转运动不滑顺。轻载荷时，齿数最小可以达到 13。另外，齿数尽量选用奇数。

1 链条的平均速度

$$v=\frac{pZ_1N_1}{60\ 000}=\frac{pZ_2N_2}{60\ 000}\ (\mathrm{m/s}) \quad ①$$

2 链轮的速比

$$i=\frac{N_2}{N_1}=\frac{Z_1}{Z_2} \quad ②$$

3 传递的动力

$$P=\frac{F_1vm}{1000}\ (\mathrm{kW}) \quad ③$$

4 链节数

$$X=2\frac{a}{P}+\frac{Z_1+Z_2}{2}+\frac{\left(\frac{Z_2-Z_1}{2\pi}\right)^2}{a}\times p$$

$$=\frac{2a}{p}+\frac{Z_1+Z_2}{2}+\frac{0.0253p(Z_2-Z_1)^2}{a} \quad ④$$

求出的链节数是奇数时，如果没有奇数链接头链节，可取偶数。

p：节距(mm)；

a：最大中心距(mm)；

P：传递的动力(kW)；

F_C：链条的断裂载荷(N)；

N_1：主动轮的转速(r/min)；

N_2：从动轮的转速(r/min)；

Z_1：主动链轮的齿数；

Z_2：从动链轮的齿数；

F_1：许用载荷(N)。

例题 1

主动轮的转速为 250 r/min，两轮的中心距为 400 mm，转速比 $i=1/2$，传递的动力 $P=2$ kW，链条的速度为 2m/s，请选择链条和链轮。已知安全系数为 12。

◁解▷ (1) 根据式③求断裂载荷

$$F_1=\frac{P\times 1000}{vm}=\frac{2\times 1000}{2}=1000\ (\mathrm{N})$$

$$F_c=F_1\times s=1000\times 12=12\ 000\ (\mathrm{N})=12\ (\mathrm{kN})$$

因此，40 号链条的断裂载荷为 15.2kN，选择 40 号链条。

(2) 根据式①求主动链轮的齿数

$$Z_1=\frac{60\ 000v}{pN_1}=\frac{60\ 000\times 2}{12.7\times 250}=37.8$$

因此，主动链轮的齿数取 38。

(3) 根据式②求从动链轮的齿数

$$i=\frac{Z_1}{Z_2}=\frac{1}{2}$$

$$Z_2=2Z_1=2\times 38=76$$

因此，从动链轮的齿数取 76。

(4) 根据式④求链节数

$$\begin{aligned}X&=\frac{2a}{p}+\frac{Z_1+Z_2}{2}+\frac{0.0253p(Z_2-Z_1)^2}{a}\\&=\frac{2\times 400}{12.7}+\frac{38+76}{2}+\frac{0.0253\times 12.7(76-38)^2}{400}\\&=121.2\end{aligned}$$

因此，链节数取 122。

◎ **知识扩展** ◎

链条上的许用载荷应小于断裂载荷的 1/7。

选择链条时，链条的断裂载荷应是链条张紧边张力的 7 倍以上。

通常，转速比应不大于 8；链条的平均速度取 2～3 m/s；链节总数最好取偶数，尽可能不使用奇数链接头链节。

4.26 齿轮的模数与径节

Module pitch

知识点

齿距 t 等于分度圆周长 πD 除以齿数 Z；模数 m 等于分度圆直径 D 除以齿数 Z，两者都能够表示轮齿的大小。轮齿的高度大约是模数的 2 倍。模数不同的齿轮不能够啮合使用。

1 齿距 t

$$t=\frac{\text{分度圆周长}}{\text{齿数}}=\frac{\pi D}{Z}\ (\text{mm}) \quad ①$$

2 模数 m

$$m=\frac{\text{分度圆直径}}{\text{齿数}}=\frac{D}{Z}\ (\text{mm}) \quad ②$$

3 齿距与模数的关系

$$m=\frac{t}{\pi}\ (\text{mm}) \quad ③$$

4 中心距

$$C=\frac{D_1+D_2}{2}\ (\text{mm}) \quad ④$$

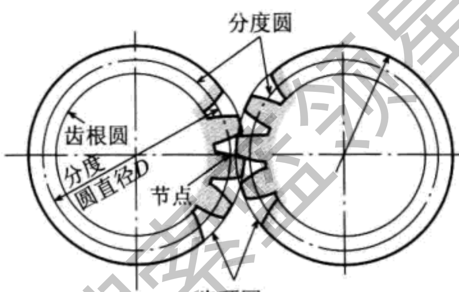


图 1

例题 1

分度圆直径为 240 mm，齿数为 80，求齿轮的齿距是多少？

解 将 $D=240$ mm，$Z=80$ 代入式①得

$$t=\frac{3.14\times 240}{80}=9.42\ (\text{mm})$$

例题 2

分度圆直径为 600 mm，齿数为 100，求齿轮的模数是多少？

解 将 $D=600$ mm，$Z=100$ 代入式②得

$$m=\frac{600}{100}=6\ (\text{mm})$$

例题 3

求模数是 5 mm、齿数为 60 齿轮的分度圆直径和齿距是多少？

◁解▷ $D=mZ=5\times60=300$ (mm)

$t=\pi m=3.14\times5=15.7$ (mm)

例题 4

有一齿数为 40 的齿轮，与分度圆直径为 60 mm、齿数为 20 的齿轮啮合，求该齿轮的分度圆直径是多少？

◁解▷ 模数为

$$m=\frac{60}{20}=3$$

啮合齿轮的模数也为 3，因此分度圆直径为

$$D_2=m\times Z_2=3\times40=120\ (\text{mm})$$

例题 5

有一对齿轮的齿数分别为 46 和 72，模数为 2.5 mm，求这对齿轮的中心距。

◁解▷ 分度圆直径分别为

$$D_1=Z_1m=46\times2.5=115$$

$$D_2=Z_2m=72\times2.5=180$$

中心距

$$C=\frac{115+180}{2}=148\ (\text{mm})$$

◎ 知识扩展 ◎

模数是国标规定的标准值，所以设计者要根据需要在标准中选取。

标准齿轮在分度圆处啮合，所以啮合齿轮的中心距就是两个分度圆半径之和。

长度单位如图 2 所示，纳米级的加工技术叫纳米技术，是目前的热门技术。

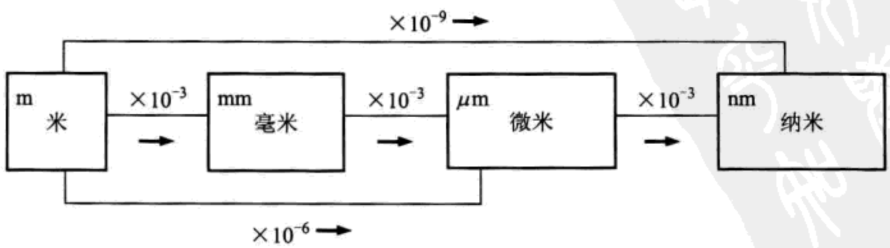


图 2

4.27 标准直齿轮的尺寸

Size of standard gear

▶▶知识点

标准直齿轮是在距离较近的两个平行轴之间传递动力或运动时使用。标准直齿轮的各部分尺寸均与模数有关。

1 齿顶圆直径(D_0)

$$D_{01}=(Z_1+2)\ m \qquad D_{02}=(Z_2+2)\ m \qquad ①$$

2 分度圆直径(D)

$$D_1=Z_1 m\ (\text{mm}) \qquad D_2=Z_2 m\ (\text{mm}) \qquad ②$$

3 基圆直径(D_g)

$$D_{g1}=Z_1 m\cos\alpha\ (\text{mm}) \qquad D_{g2}=Z_2 m\cos\alpha\ (\text{mm}) \qquad ③$$

4 中心距

$$C=\frac{1}{2}(Z_1+Z_2)m\ (\text{mm}) \qquad ④$$

α:压力角。

5 基圆齿距

$$t_n=\frac{\pi D_g}{Z}\ (\text{mm}) \qquad ⑤$$

$$t_n=t\cos\alpha\ (\text{mm}) \qquad ⑥$$

6 速　比

$$i=\frac{D_2}{D_1}=\frac{Z_2}{Z_1} \qquad ⑦$$

7 齿宽(b)、全齿高(h)

$$b=(8\sim15)m\ (\text{mm}) \qquad ⑧$$

$$h\geqslant 2.25\ m\ (\text{mm}) \qquad ⑨$$

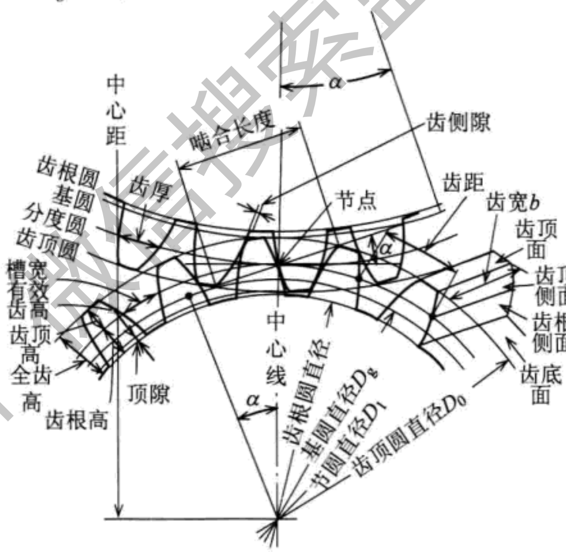


图 1　齿轮啮合

例题 1

试确定齿数 $Z=48$、模数 $m=5$ 的标准直齿轮的分度圆直径、齿顶圆直径及齿宽。

◁解▷　分别将数值代入式②、①、⑧，则

$$D=48\times5=240\ (\text{mm}) \qquad D_0=(48+2)\times5=250\ (\text{mm})$$

$$b=(8\sim15)\times5=40\sim75\ (\text{mm})$$

例题 2

有一对标准直齿轮，模数 $m=6$，齿数 $Z_1=40$、$Z_2=100$，压力角为 20°。试确定各齿轮的尺寸是多少？

◁解▷ 分度圆直径

$D_1=Z_1m=30\times6=180\ (\mathrm{mm})$

$D_2=Z_2m=80\times6=480\ (\mathrm{mm})$

齿顶圆直径

$D_{01}=(Z_1+2)\ m=(30+2)\times6=192\ (\mathrm{mm})$

$D_{02}=(Z_2+2)\ m=(80+2)\times6=492\ (\mathrm{mm})$

基圆直径

$D_{g1}=Z_1m\cos\alpha=30\times6\cos20°=169\ (\mathrm{mm})$

$D_{g2}=Z_2m\cos\alpha=80\times6\cos20°=451\ (\mathrm{mm})$

全齿高

$h\geqslant2.25\ m=13.5\ (\mathrm{mm})$

齿宽

$b=(8\sim15)\times6=48\sim90(\mathrm{mm})$

例题 3

试确定中心距为 300 mm，速比为 2，$m=4$ 的一对标准直齿轮的分度圆直径。

◁解▷ 根据式④

$Z_1+Z_2=2C/m\quad Z_1+Z_2=150$

根据式⑦

$Z_2=2Z_1$

由以上两式得齿数

$Z_1=50, Z_2=100$

分度圆直径

$D_1=Z_1m=50\times4=200\ (\mathrm{mm})$

$D_2=Z_2m=100\times4=400\ (\mathrm{mm})$

◎ 知识扩展 ◎

标准直齿轮是基准齿条的基准线与齿轮的基准分度圆相切的齿轮。其中，压力角为 20°的使用较多。

4.28 刘易斯公式

Lewis formula ,turning effort,transfer power

▶▶ 知识点

在求齿轮能够传递的动力或回转力时必须要知道轮齿的强度。齿根弯曲强度是保证轮齿不断裂的指标,设计时可用刘易斯公式进行简便计算。

1 传递的动力

$$P=\frac{Fv}{1000}\ (\mathrm{kW}) \quad ①$$

F:齿轮的圆周力 (N);

v:分度圆的圆周速度(m/s)。

2 刘易斯公式

$$F=\sigma_b tby$$

$$F=\pi\sigma_b bmy\ (\mathrm{N}) \quad ②$$

σ_b:作用在齿轮上的弯曲应力 (MPa);

t:齿距(mm)($t=\pi m$);

b:齿宽(mm);y:齿形系数。

3 弯曲应力的修正式

$$\sigma_b=f_v f_w \sigma_0\ (\mathrm{MPa}) \quad ③$$

f_v:速度系数;f_w:载荷系数;σ_0:材料的许用弯曲强度;

σ_0 的数值小于材料拉伸强度的 60%,参见附录 3。

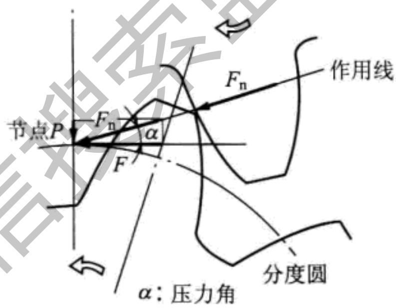


图 1 在节点上的作用力

表 1

f_v	条 件	f_w	条 件
$\frac{3.05}{3.05+v}$	粗加工齿轮 $v=0.5\sim10$ m/s 的低速用	0.8	静载荷
$\frac{6.1}{6.1+v}$	精加工齿轮 $v=5\sim20$ m/s 的中速用	0.74	动载荷
$\frac{5.55}{5.55+\sqrt{v}}$	精密加工齿轮 $v=20\sim50$ m/s 高速用	0.67	冲击载荷
$\frac{0.75}{1+v}+0.25$	非金属齿轮		

例题 1

齿轮的圆周力 $F=986$N,分度圆的圆周速度 $v=2.57$ m/s 时,传递的动力是

多少?

◁解▷ 将$F=986N$,$v=2.57$ m/s 代入式①得

$$P=986\times2.57/1000=2.53(kW)$$

例题 2

求回转力为3150N、齿数为30、模数 $m=4$、转速为550r/min 的齿轮传递的动力。

◁解▷ $v=\dfrac{\pi DN}{60\times1000}=\dfrac{3.14\times4\times30\times550}{60\times1000}=3.45\ (m/s)$

$$P=Fv/1000=3150\times3.45/1000=10.9\ (kW)$$

例题 3

小齿轮的材质为S35C($H_B=200$),$Z_1=30$,$N_1=600$r/min;大齿轮的材质为SC 450,$Z_2=60$,$N_2=300$r/min,$m=4$,齿宽$b=40$ mm,压力角$\alpha=20°$,求齿轮传递的动力。设这对标准直齿轮啮合时的圆周力为静载荷。

◁解▷ 小齿轮

$$v=\frac{3.14\times4\times30\times600}{60\times1000}=3.77\ (m/s)$$

$$f_v=\frac{3.05}{3.05+v}=\frac{3.05}{3.05+3.77}=0.45$$

根据附录2得 $y=0.114$,根据附录3得

$$\sigma_0=510\times0.6=306MPa,f_v=0.45,f_w=0.8$$

将以上数值代入式②计算得

$$F=\pi f_v f_w \sigma_0 bmy=3.14\times0.45\times0.8\times306\times40\times4\times0.114=6310\ (N)$$

$$P=\frac{6310\times3.77}{1000}=23.8\ (kW)$$

大齿轮,将$y=0.134$,$\sigma_0=450\times0.6=270MPa$ 等数值代入式②计算得

$$F=3.14\times0.45\times0.8\times270\times40\times4\times0.134=6540\ (N)$$

$$P=\frac{6540\times3.77}{1000}=24.7\ (kW)$$

取数值较小的,动力为23.8kW。

◎ 知识扩展 ◎

在计算动力和圆周速度时,必须求圆周力,所设计的齿轮要能够承受这个圆周力。

通常取齿宽与模数比 $K=b/m$ 为6~10。实际使用时,小齿轮的齿宽略大于大齿轮的齿宽。

4.29 齿面接触强度与圆周力

Surface durability of gear tooth, turning effort

知识点

计算齿轮能够传递的动力或圆周力时需要齿面接触强度。齿面接触强度是施加在齿面上压强的极限值。

齿轮的强度通常是指齿面接触强度。

1 由许用接触应力求圆周力

$$F=\left(\frac{\sigma_{\mathrm{Hlim}}}{Z_{\mathrm{H}}Z_{\mathrm{E}}}\right)^{2}\frac{u}{u+1}\cdot\frac{bmZ_{1}}{K_{\mathrm{A}}K_{\mathrm{v}}}\ (\mathrm{N})\quad ①$$

σ_{Hlim}：许用接触应力(MPa)，见附录 4；

Z_{H}：区域系数($\sigma=20°$时为 2.49)；

Z_{E}：材料弹性系数[$(\mathrm{MPa})^{1/2}$]，见附录 5；

u：齿数比($=Z_2/Z_1, Z_1\leqslant Z_2$)；

K_{A}：使用系数，见附录 6；

K_{V}：动载系数($=1.2$)。

2 由接触应力系数求圆周力

$$F=f_{\mathrm{v}}kD_{1}b\,\frac{2Z_{2}}{Z_{1}+Z_{2}}\ (\mathrm{N})\quad ②$$

f_{v}：速度系数；

k：接触应力系数(MPa)，见附录 7；

D_1：小齿轮的分度圆直径(mm)；

b：齿宽(mm)；

Z_1：小齿轮的齿数；

Z_2：大齿轮的齿数。

例题 1

求一对标准直齿轮啮合时的圆周力及其传递的动力。已知小齿轮的材质为 S35C($H_{\mathrm{B}}=200$)，$Z_1=30$，$N_1=600\mathrm{r/min}$；大齿轮的材质为 SC 450，$Z_2=60$，$N_2=300\mathrm{r/min}$，m=4，齿宽 $b=40$ mm，压力角 $\alpha=20°$。

解 根据材质查附录 4，许用接触应力 $\sigma_{\mathrm{Hlim}}=505$ MPa 和 355 MPa，取数值较小的 355 MPa；$u=Z_2/Z_1=60/30=2$，$Z_{\mathrm{H}}=2.49$，查附录 5，$Z_{\mathrm{E}}=189(\mathrm{MPa})^{1/2}$，$K_{\mathrm{V}}=1.2$；查附录 6，$Z_{\mathrm{A}}=1.0$。将以上数值代入式①计算得

$$F=\left(\frac{355}{2.49\times189}\right)^{2}\times\frac{2}{2+1}\times\frac{40\times4\times30}{1.0\times1.2}=1520\ (\mathrm{N})$$

$$v=\frac{\pi m Z_1 N_1}{1000\times 60}=\frac{3.14\times 4\times 30\times 600}{1000\times 60}=3.77\ (\mathrm{m/s})$$

$$P=\frac{1520\times 3.77}{1000}=5.73\ (\mathrm{kW})$$

与 4.28 节的例题 3 相比，本题计算所得的动力数值较小，所以应采用该数值为设计值。

例题 2

用接触面应力系数的方法检验例题 1。

◁解▷ 查附录 7，接触面应力系数

$k=0.383$ MPa

根据 4.28 节的表 1 可知速度系数为

$$f_v=\frac{3.05}{3.05+v}=\frac{3.05}{3.05+3.77}=0.45$$

代入式②计算得

$$F=0.45\times 0.383\times 4\times 30\times 40\times\frac{2\times 60}{30\times 60}=1100\ (\mathrm{N})$$

根据例题 1 的计算 $v=3.77\mathrm{m/s}$ 可知

$$P=\frac{1100\times 3.77}{1000}=4.15\ (\mathrm{kW})$$

◎ 知识扩展 ◎

设计齿轮时，先用齿根弯曲强度和齿面接触强度分别计算圆周力，然后取数值较小的圆周力。

为了使相互啮合的齿面能够平滑过渡并传递动力，齿面间需要加润滑油，所以两齿面间要设计出间隙(齿侧隙)。

确定接触面应力系数时，需要求齿面的布氏硬度。

4.30 斜齿轮的当量齿数与强度

Helical gear, equivalent number of teeth, strength

知识点

斜齿轮也叫螺旋齿轮，由于齿线是倾斜的，所以能够平滑地啮合，并且传动噪声小。但斜齿轮有轴向力，需要采取相应的措施消除。将斜齿轮的齿数换算为与直齿轮相当的齿数叫做当量齿数。用滚齿机切齿时要使用当量齿数。

1 斜齿轮的尺寸

项　目	法　向	端　面
模数	m	$m_0=\dfrac{m}{\cos\beta}$　④
压力角	α：14.5°，20°，一般为20°	α_0：$\tan\alpha_0=\dfrac{\tan\alpha}{\cos\beta}$　⑤
螺旋角	β	β
分度圆直径	$D=\dfrac{Zm}{\cos\beta}$　①	$D=Zm0$　⑥
齿顶圆直径	$D_0=\left(\dfrac{Z}{\cos\beta}+2\right)m$　②	$D_0=D+2m=Zm_0+2m$　⑦
中心距	$C=\dfrac{(Z_1+Z_2)m}{2\cos\beta}$	$C=\dfrac{D_1+D_2}{2}=\dfrac{(Z_1+Z_2)m}{2}$　⑧

※法向为与齿线垂直的断面；端面为与轴线垂直的断面。

2 当量齿数

$$Z_e=\frac{Z}{\cos^3\beta} \quad ⑨$$

Z：实际齿数；β：螺旋角。

3 圆周力

在分度圆切线方向上的力

$$F=f_v f_w \pi\sigma_0 bmy\ (\mathrm{N}) \quad ⑩$$

f_v：速度系数；

f_w：载荷系数；

σ_b：齿轮材料的许用弯曲应力(MPa)；

b：齿宽(mm)；

m：法向模数(mm)；

y：当量齿轮的齿形系数。

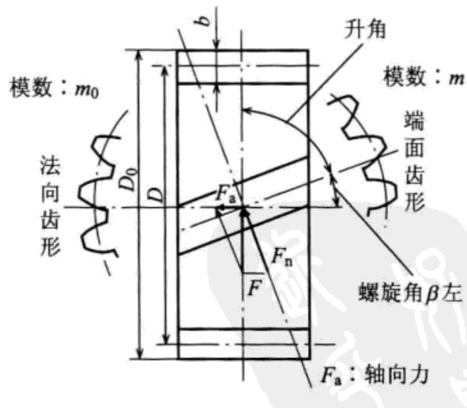


图 1　斜齿轮的尺寸

例题 1

使用转速为 500r/min、齿数为 $Z=30$、螺旋角 $\beta=30°$、刀具压力角为 20°的斜齿轮能够传递 75kw 的动力。试从弯曲强度的角度来求圆周力 F。设材质为 S45C($H_B=200$),$f_w=0.8$,$m=5$ mm,$b=110$ mm。

◁解▷　由式④得

$$m_0=\frac{m}{\cos\beta}=\frac{5}{\cos 30°}=5.77$$

$$D=5.774\times 30=173\ \text{mm}$$

$$v=\frac{3.14\times 173\times 500}{1000\times 60}=4.53\ (\text{m/s})$$

因为速度系数

$$f_v=3.05/(3.05+4.5)=0.4$$

$$Z_e=30/\cos^3 30°=46$$

所以,查附录 2,$y=0.127$,由附录 3 得

$$\sigma_0=569\times 0.6=341\ \text{MPa},$$

代入式(10),则

$$\begin{aligned}F_v&=f_v f_w \pi \sigma_0 b m y\\&=0.4\times 0.8\times 3.14\times 341\times 110\times 5\times 0.127\\&=23900\ (\text{N})\\&=23.9\ (\text{kN})\end{aligned}$$

◎ 知识扩展 ◎

斜齿轮的加工虽然比直齿轮复杂,但能够传递较大的动力。

相同螺旋角的两个斜齿轮背靠背组合得到的齿轮叫人字齿轮,人字齿轮能够抵消轴向力,并可传递较大的动力。

4.31 圆锥齿轮的尺寸与当量齿数

Bevel gear ,equivalent number of teerh

▶▶知识点

在两个相交轴之间传递动力时可以使用圆锥齿轮,圆锥齿轮的轮齿是加工在圆锥面上的。

1 锥角与当量齿数

表 1　锥角与当量齿数

名　称	符　号	主动轮	从动轮
分度圆锥角	γ_0	$\tan\gamma_{01}=\frac{\sin\theta}{(Z_2/Z_1)+\cos\theta}$	$\tan\gamma_{02}=\frac{\sin\theta}{(Z_1/Z_2)+\cos\theta}$
轴交角	θ	$\theta=\gamma_{01}+\gamma_{02}$	
背锥角	α	$\alpha_1=90^\circ-\gamma_{01}$	$\alpha_2=90^\circ-\gamma_{02}$
当量齿	Z_e	$Z_{e1}=\frac{Z_1}{\cos\gamma_{01}}$	$Z_{e2}=\frac{Z_2}{\cos\gamma_{02}}$

2 斜齿圆锥齿轮的尺寸

表 2　斜齿圆锥齿轮的尺寸

名　称	符　号	主动轮	从动轮
分度圆直径	D	$D_1=\frac{N_2}{N_1}$　$D_2=mZ_1$	$D_2=\frac{N_1}{N_2}$　$D_1=mZ_2$
齿顶圆直径	D_0	$D_{01}=D_1+2h_1\cos\gamma_{01}$	$D_{02}=D_2+2h_1\cos\gamma_{02}$
锥距	A	$A=\frac{D_1}{2\sin\gamma_{01}}$	$A=\frac{D_2}{2\sin\gamma_{02}}$
顶锥角	γ_b	$\gamma_{b1}=\gamma_{01}+\beta$	$\gamma_{b2}=\gamma_{02}+\beta$
根锥角	γ_d	$\gamma_{d1}=\gamma_{01}-\delta$	$\gamma_{d2}=\gamma_{02}-\delta$
齿顶角　$\beta=\mathrm{acrtan}\,\frac{h_1}{A}$　　齿根角　$\delta=\mathrm{acrtan}\,\frac{h_2}{A}$			

在圆锥齿轮大端分度圆处与分度圆锥母线垂直的母线形成的圆锥称为圆锥齿轮的背锥。相当于圆锥齿轮大端面齿形的直齿圆柱齿轮称之为圆锥齿轮的当量齿轮,其齿数称为当量齿数。特别将 γ_0 为 90° 的齿轮称为冕状齿轮,一对齿数相等的圆锥齿轮称为等径锥齿轮。

例题 1

圆锥齿轮的分度圆锥角分别为 $\gamma_{01}=34°46'$，$\gamma_{02}=55°14'$，齿数分别为 $Z_1=25$，$Z_2=36$，求该圆锥齿轮的当量齿数。

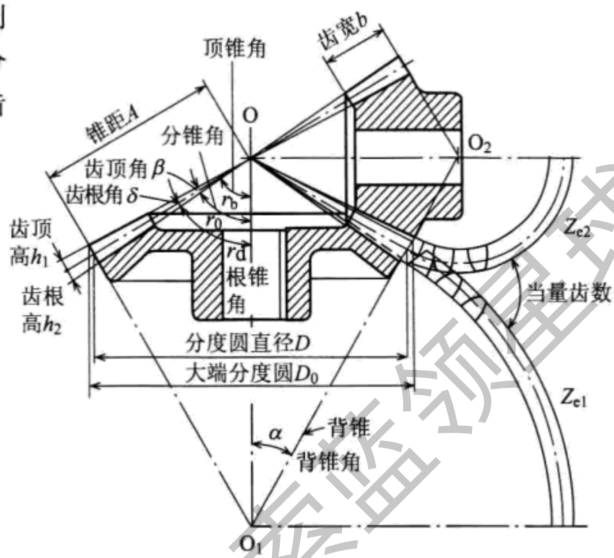


图 1

◁解▷ 根据表 1 求当量齿数

$$Z_{e1}=\frac{25}{\cos 34°46'}\approx 30$$

$$Z_{e2}==\frac{36}{\cos 55°14'}\approx 63$$

例题 2

问两轴交角 $\theta=90°$、齿数分别为 $Z_1=25$，$Z_2=36$ 的圆锥齿轮的分度圆锥角是多少？

◁解▷ $\tan\gamma_{01}=\dfrac{\sin 90°}{(36/25)+\cos 90°}=\dfrac{25}{36}=0.694$

所以，$\gamma_{01}=34°46'$，$\gamma_{02}=90°-\gamma_{01}=55°14'$。

例题 3

已知两轴垂直相交的圆锥齿轮的转速比 $i=2$，求分度圆锥角是多少？

◁解▷ 因为 $\theta=90°$，$i=\dfrac{Z_2}{Z_1}$，所以

$$\tan\gamma_{01}=\frac{\sin 90°}{(Z_2/Z_1)+\cos 90°}=\frac{1}{Z_2/Z_1}=\frac{Z_1}{Z_2}=\frac{1}{i}$$

$$\tan\gamma_{02}=\frac{\sin 90°}{(Z_1/Z_2)+\cos 90°}=\frac{1}{Z_1/Z_2}=\frac{Z_2}{Z_1}=i$$

所以，$\gamma_{01}=26°34'$，$\gamma_{02}=63°26'$。

◎ 知识扩展 ◎

圆锥齿轮根据轮齿的方向，可分为直齿圆锥齿轮、斜齿圆锥齿轮和曲线齿圆锥齿轮。

圆锥齿轮的支撑通常是单侧的，不仅要有足够的强度，还要离齿轮近一些，否则齿轮轴容易弯曲。另外，还要注意轴向力的问题。

4.32 齿轮系的速比

Gear train, velocity ratio

知识点

齿轮系是为了满足设计所要求的转数和方向，使用多对齿轮的组合。要想在较小的空间实现较大的速比就必须使用齿轮系。

1 如图 1 所示的齿轮系的传动比

$$i_{AD}=\frac{N_A}{N_D}=\frac{Z_{B1}\times Z_{C1}\times Z_D}{Z_A\times Z_{B2}\times Z_{C2}}=\frac{N_A}{N_B}\cdot\frac{N_B}{N_C}\cdot\frac{N_C}{N_D} \qquad ①$$

$$\text{齿轮系的速比}=\frac{\text{主动轮的转数}}{\text{从动轮的转数}}=\frac{\text{主动轮的齿数之积}}{\text{从动轮的齿数之积}}$$

传动比也叫速比，减速齿轮系的传动比叫减速比。

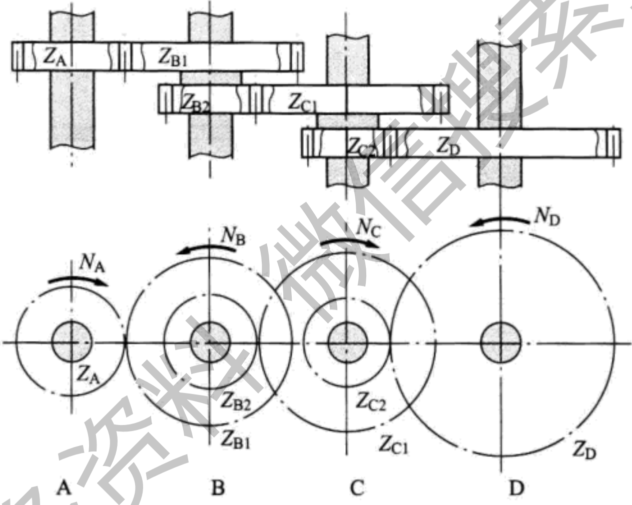


图 1　齿轮系

例题 1

如图 1 所示的齿轮系中，当 $Z_A=40$，$Z_{B1}=60$，$Z_{B2}=30$，$Z_{C1}=70$，$Z_{C2}=20$，$Z_D=80$ 时，求速比 i_{AD}。如果 A 的转速为 1400 r/min，那么 D 的转速是多少？

◁解▷　根据式①求 A、D 的速比

$$i_{AD}=\frac{Z_{B1}\times Z_{C1}\times Z_D}{Z_A\times Z_{B2}\times Z_{C2}}=\frac{60\times70\times80}{40\times30\times20}=14$$

因此，齿轮 D 的转速 $N_D=N_A/i_{AD}=1400/14=100$ (r/min)。

例题 2

如图 1 所示的齿轮系中，设 $i_{AD}=30$，当 $Z_A=100$，$Z_{B1}=110$，$Z_{B2}=22$，$Z_{C1}=100$，$Z_{C2}=15$ 时，求 Z_D 应为多少？

◁解▷ 根据式①

$$30=\frac{110\times 100\times Z_D}{100\times 22\times 15}$$

$$\therefore Z_D=\frac{100\times 22\times 15\times 30}{110\times 100}=90$$

例题 3

在如图 2 所示的齿轮系中，如果速比为 15，最小齿数是 16，求大齿轮的齿数是多少？

◁解▷ $i=\dfrac{Z_{B1}\cdot Z_C}{Z_A\cdot Z_{B2}}=15=15\times 3$

设 $Z_A=Z_{B2}=16$，则

$Z_{B1}/Z_A=5$

$Z_C/Z_{B2}=3$

$Z_{B1}=80$，

$Z_C=48$

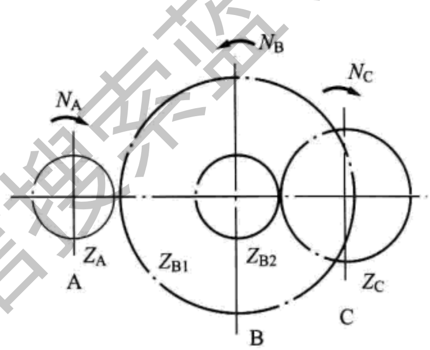


图 2

例题 4

齿轮系如图 2 所示，$Z_A=Z_{B2}=16$，$Z_{B1}/Z_A=6$，$Z_C/Z_{B2}=2.5$。当模数为 5 时，求齿轮 A 与齿轮 C 的中心距。

◁解▷ 根据 4.27 节的式④，将 $Z_A=Z_{B2}=16$，$Z_{B1}=96$，$Z_C=40$ 代入

$$C=\frac{(Z_A+Z_{B1}+Z_{B2}+Z_C)\times m}{2}=\frac{(16+96+16+40)\times 5}{2}=420\ (\text{mm})$$

本题求出的中心距比例题 3 中模数为 5 时的中心距大。

如果齿轮系中各节点的速比变化大，那么齿轮系的尺寸变化也大。

◎ 知识扩展 ◎

单纯外接的三个齿轮的中间轮，如果不影响速比的称为过渡轮。

求速比时一定要区分主动轮和被动轮。

4.33 行星齿轮装置

Planetary gear

知识点

行星齿轮装置也称为周转轮系，其特点是转速比范围大，小型化和轻量化，在齿轮传动电机(带齿轮机构的电机)等装置中使用。

1 构　造

齿轮 B 与齿轮 A 为外啮合，通过系杆 H 连接；齿轮 B 与齿轮 C 内啮合。

齿轮 B 要一边自转，一边公转。设逆时针旋转为(+)。

2 正向转数

①+②=③

① 为全体胶合，即 A、B 和 H 之间没有相对运动时全体的转数；

② 为固定系杆后所有齿轮的转数；

③ 为轮系的正向转数。

在下面表格中的③正向转数一栏反映题意和解，是由上式中的①和②的转数决定的。

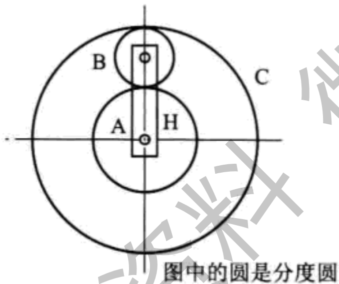


图 1　行星齿轮装置

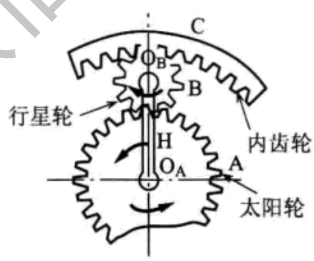


图 2　行星轮与太阳轮

例题 1

当齿轮 A 固定，使系杆 H 旋转 1 圈时，求齿轮 B 和齿轮 C 的正向转数。

解　根据题意填好上表即可得到答案。

	H	A	B	C
①全体胶合	$\boxed{+1}$	$\boxed{+1}$	$\boxed{+1}$	$\boxed{+1}$
②系杆固定	$\boxed{0}$	$\boxed{-1}$	$+\dfrac{Z_A}{Z_B}$	$+\dfrac{Z_A}{Z_C}$
③正向转数	$\boxed{+1}$	$\boxed{0}$	$1+\dfrac{Z_A}{Z_B}$	$1+\dfrac{Z_A}{Z_C}$

例题 2

行星齿轮装置的齿数分别为 $Z_A=40$，$Z_B=20$，$Z_C=80$。当 A 齿轮固定，使系杆 H 旋转 +1 时，求 B 和 C 的旋转方向和正向转速。

◁解▷

	H	A	B	C
①全体胶合	+1	+1	+1	+1
②系杆固定	0	−1	$\frac{Z_A}{Z_B}=\frac{40}{20}=2$	$\frac{Z_A}{Z_C}=\frac{40}{80}=\frac{1}{2}$
③正向转数	+1	0	1+2=3	$1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

例题 3

行星齿轮装置的齿数分别为 $Z_A=40$，$Z_B=20$，$Z_C=80$。当 C 齿轮固定，使系杆 H 旋转 +1 时，求 A 和 B 的旋转方向和正向转速。

◁解▷

	H	A	B	C
①全体胶合	+1	+1	+1	+1
②系杆固定	0	$(-1)\times(-1)\times\frac{80}{40}=2$	$(-1)\times\frac{80}{20}=-4$	−1
③正向转数	+1	1+2=3	1−4=−3	0

◎ 知识扩展 ◎

全体胶合是指齿轮与系杆没有相对运动，但全体胶合时，能够作为一个整体转动。

计算转数之前，要根据题意将所有的数值都填到表格中，不能有空栏。

4.34 差动齿轮装置

Differential gear

▶▶知识点

差动齿轮装置是行星齿轮装置的一种。例如汽车的转向装置，将驱动轮的动力转变为左右两个转向轮的不同转速，能够防止空转或打滑等情况。其原理与行星齿轮装置相同。如图 1 所示，齿轮 A 与齿轮 B 的齿数相同，齿轮 C 与系杆 H 是一体的。如果使用圆锥齿轮还能够改变轴线方向和旋转方向。

1 转数和

齿轮 C 和系杆 H 转 N_C 圈时，齿轮 A 与齿轮 B 的转数和为 $2N_C$。

$$N_A + N_B = 2N_C \qquad ①$$

例如，发动机的动力使齿轮 C 转 N_C 圈时，左右转向轮分别转 N_A 和 N_B 圈，是发动机传递到差动齿轮上转数的 2 倍，为齿轮 A 与齿轮 B 的转数之和。

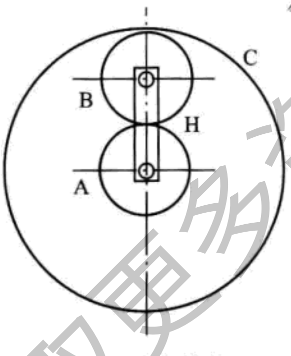


图 1　差动齿轮装置

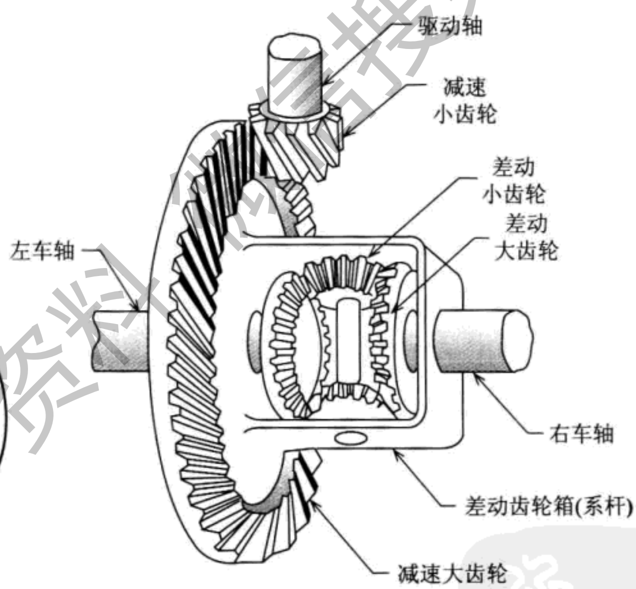


图 2　汽车的差动齿轮装置

例题 1

如图 1 所示的差动齿轮装置，当齿轮 C 和系杆 H 转 N_C 圈，同时齿轮 A 转 N_A 圈时，求齿轮 B 的转数。

◁解▷

	H	A	B	C
①全体胶合	$+N_C$	$+N_C$	$+N_C$	$+N_C$
②系杆固定	0	$-N_C+N_A$	$-(-N_C+N_A)$	0
③正向转数	N_C	N_A	$2N_C-N_A$	N_C

因此，$N_B=2N_C-N_A$。

例题 2

安装了差动齿轮装置的汽车，当左轮的转速为 480r/min，右轮的转速为 520r/min 时，求发动机传递过来的转速。

另外，当汽车开始向左转后 2 秒间，求左右轮移动的距离。已知轮胎的外径为0.7m。

◁解▷ 根据式①可知

$$2N_C=480+520$$

$$N_C=500\ (\text{rpm})$$

左轮的圆周速度

$$v_L=\frac{\pi D\times 480}{60}=\frac{3.14\times 0.7\times 480}{60}=17.6\ (\text{m/s})$$

左轮移动的距离

$$L_L=17.6\times 2=35.2\ (\text{m})$$

右轮的圆周速度

$$v_R=19.0\ (\text{m/s})$$

右轮移动的距离

$$L_R=38.0\ (\text{m})$$

◎ 知识扩展 ◎

汽车在积雪路面行驶，当一侧的车轮被雪掩埋高速空转时，如果另一侧的车轮不转车也走不出来。这时，如果车有差速锁止功能，使两个车轮的转速相同就能够走出来。

第 5 章　机械加工法

5.1 根切现象的极限齿数

limit number of teeth of undercut

▶▶知识点

当用插齿或滚齿的方法加工齿形时，齿数较少时会引起根切现象，因此在设计小齿轮时，要特别注意齿数。如果采用齿顶高系数较小的变位齿轮，也可以加工齿数较少的齿轮。

1 根切现象的极限齿数

$$Z=\frac{2h_1}{m\cdot\sin^2\alpha_n} \qquad ①$$

h_1：齿顶高系数；m：模数(mm)；

α_n：刀具的压力角(与齿轮的压力角相等)；Z：根切现象的理论极限齿数。

表 1　根切现象的极限齿数($h_1=m$ 时)

压力角	20°	14.5°
理　论	17	32
实　际	14	26

一般情况下压力角为 20°，在特殊情况下，为了减少齿轮齿数，可以采用 14.5°的变位角。

2 变位系数

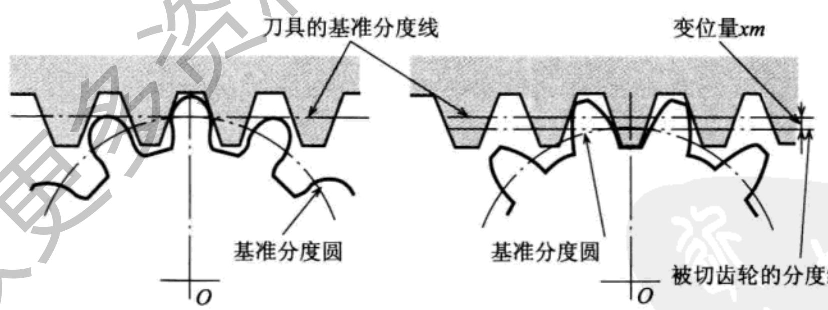
$$x\geqslant x_0=1-\frac{1}{2}Z\cdot\sin^2\alpha \qquad ②$$

3 基准分度线的变位量

$$L_t=xm; \qquad ③$$

x：变位系数；x_0：根切现象的极限变位系数；

Z：齿数；α：压力角；m：模数(mm)。



(a) 无变位下切制的齿轮　　(b) 正变位时切制的齿轮

图 1

例题 1

以模数为 4 mm、压力角为 20°的滚齿刀加工齿轮，若齿轮的齿顶高系数为 4，则理论上的避免根切现象的齿数最小值是多少？

◁解▷ 把 $m=4$ mm，$\alpha_n=20°$，$h_1=4$ 代入①式得：

$$Z=\frac{2\times 4}{4\times \sin^2 20°}=\frac{2}{0.342^2}=17.1\approx 17$$

例题 2

在切制模数为 6 mm、压力角为 20°、齿顶高系数为 4.8 的齿轮时，求理论上的避免根切现象的齿数最小值。

◁解▷ 因齿顶高系数小于模数，则所切制的齿轮为变位齿轮，此变位齿轮的根切现象的理论极限齿数为：

$$Z=\frac{2\times 4.8}{6\times \sin^2 20°}=\frac{9.6}{6\times 0.342^2}=13.7\approx 14$$

例题 3

当切制模数 m、齿顶高系数为 $0.7m$、压力角为 20°的齿轮时，求理论上的避免根切现象的最小齿数。

◁解▷ 因齿顶高系数小于模数，所切制的齿轮为变位齿轮，此变位齿轮的根切现象的理论极限齿数为：

$$Z=\frac{2\times 0.7m}{m\cdot \sin^2 20°}=\frac{1.4}{0.342^2}=12$$

例题 4

若要以标准插齿刀切制模数为 15 mm、压力角为 20°、齿数为 12 的齿轮时，求变位量应为多少。

◁解▷ 把 $\alpha=20°$，$Z=12$ 代入②式得

$$x_0=1-\frac{1}{2}\times 12\times \sin^2 20°=1-6\times 0.342^2=0.298$$

把 $x=0.30$，$m=15$ mm 代入③式得

$$L_t=xm=0.30\times 15=4.5(\text{mm})$$

◎ 知识扩展 ◎

齿轮啮合时，若齿数较少且传动比（大齿轮的齿数/小齿轮的齿数）较大时，小齿轮的齿根会发生根切现象。在实际应用中，若要使用比根切现象极限齿数还少的齿轮，可采用减小齿顶高系数的变位齿轮。在切制齿形时，若变位过大，会导致齿顶过尖，这是需要注意的问题。

5.2 切削速度与转速

Cutting speed and number of revolution

▶▶知识点

使用刀具对金属工件进行切削加工，不是一件简单的事情，刀具和工件在高速旋转的同时，还要以点或线的方式进行接触。机床的切削速度和转速由刀具和工件的材质、切削量和进给量等因素决定(参见附录 8、9、10)。

1 回转运动时的切削速度

$$v=\frac{\pi\times D\times N}{1000}\ (\text{m/min}) \qquad ①$$

$$N=\frac{1000v}{\pi D}\ (\text{r/min}) \qquad ②$$

D：直径（mm)，对于车床等机床在切削加工中指旋转工件的直径，对于铣床等机床在切削加工中指旋转刀具的直径；

N：工件或刀具的转速（r/min)。

2 直线运动时的切削速度

$$v=\frac{n\times L}{1000\times a}\ (\text{m/min}) \qquad ③$$

n：切削刀具在 1 分钟内的往复次数（次/min)；

L：直线运动行程(mm)；

a：切削刀具一个往复运动所用时间与一个往复运动相对应的切削行程所用时间之比(通常为 3/5～2/3)。

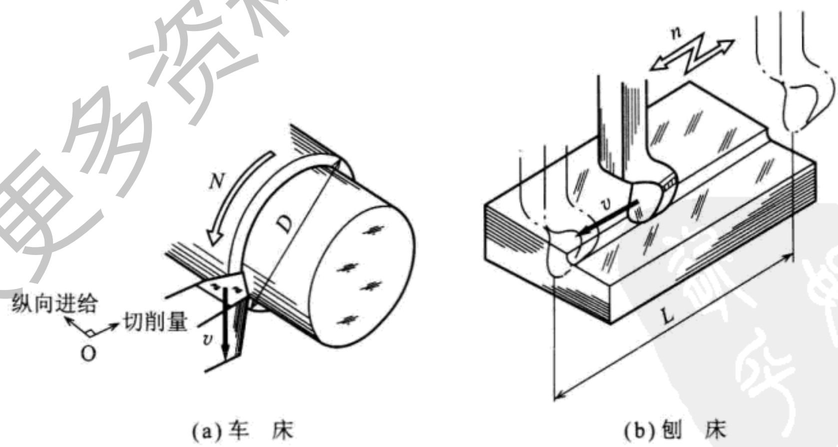


图 1　切削加工

例题 1

在车床上，若用超硬质合金刀具以 180 m/min 的进给速度粗车直径 50 mm 钢材，则转速应该为多少？

◁解▷ 由②式得：

$$N=\frac{1000\times180}{\pi\times50}=1150\ (\mathrm{r/min})$$

例如，在切削圆柱端面时，车刀在向端面中心横向进给时，即使工件的转速保持不变，切削速度也在逐渐变小。

例题 2

用高速钢刀具在刨床上切削低碳钢时，一分钟内刀具的往复次数应该为多少？已知，切削速度为 20 m/min，切削行程为 500 mm，切削刀具一个往复运动所用时间与一个往复运动相对应的切削行程所用时间之比为 3/5。

◁解▷ ③式变形后代入数值得：

$$n=\frac{1000av}{L}=\frac{1000\times\frac{3}{5}\times20}{500}=24\ (次/\mathrm{min})$$

例题 3

用 ϕ25 mm 的钻头在铸铁上钻孔，若切削速度为 18 m/min，则钻头转速为多少？

◁解▷ 切削速度为钻头外圆的线速度，②式代入数值得：

$$N=\frac{1000\times18}{\pi\times25}=299\ (\mathrm{r/min})$$

对于普通的钻床，因为没有无级变速，只能在各级变速中选择一个与计算值接近的转速。

◎ 知识扩展 ◎

对于圆周运动，在转速相同的情况下，半径越大线速度越大，切削状态也就越严格。

切削液可以减小刀具和工件以及刀具和切屑之间的摩擦，同时，还起着把摩擦热传到外部的重要作用。

5.3 型砂的透气性

Permeability of molding sand

▶▶知识点

在铸造时，金属从高温熔融状态到冷却凝固的过程中，如果型砂产生的水蒸气或气体无法全部排到外部而停留在铸件内，就无法得到优质的铸件。通常，在湿砂型中用排气针来设置排气孔，使水蒸气或气体能够顺利排到铸型外。

1 型砂的透气率

$$P=\frac{Vh}{pAt}\ (\mathrm{cm/min})$$

V：通过试样的空气量（通过空气量）(ml)；

h：试样的高度 (cm)；

p：气压 ($\mathrm{cmH_2O}$)；

A：试样的截面面积 ($\mathrm{cm^2}$)；

t：使 V(ml) 空气通过的排气时间 (min)。

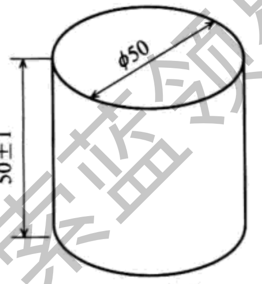


图 1　试样

表 1　各种砂型检验法

名　称	目　的	试验方法
透气性试验	考查排气的难易程度	使一定压力和一定量的空气通过试样，由空气通过的时间和压力差计算透气率。
成分试验	考查粘土的含量	将干燥后的试验材料与氢氧化钠在搅拌机上充分混合1小时后，放掉液体，用水清洗剩余的砂子后完全干燥，称其质量。
粒度试验	考查粒度分布	15分钟内，用标准筛子把试验材料分成数个粒度等级，然后求其重量分布。
强度试验	考查成形性和抗压强度	对试样加压直到破坏，得到破坏时的压力大小。

例题 1

求通过空气量为 2000 ml、排气时间为 15 分钟的型砂的透气率为多少？已知，压力差为 10 mm 水柱，试样的直径和高度都为 50 mm。

◁解▷

$$A=\frac{3.14\times5^2}{4}=19.6\ (\mathrm{cm}^2)$$

$$P=\frac{Vh}{pAt}=\frac{2000\times5}{1\times19.6\times15}=34.0\ (\mathrm{cm/min})$$

例题 2

在型砂的透气性试验中，通过空气量为 2000 cc，对应的排气时间为 14 分钟，求型砂的透气率。已知，压力差为 10 mm 水柱，试样的直径为 50 mm、高度为 49 mm。

◁解▷

$$A=\frac{3.14\times5^2}{4}=19.6\ (\mathrm{cm}^2)$$

$$P=\frac{Vh}{pAt}=\frac{2000\times4.9}{1\times19.6\times14}=35.7\ (\mathrm{cm/min})$$

◎ 知识扩展 ◎

铸造，就是按照模样制成砂型，然后制造铸件产品的加工方法。

型砂的成分因岩石产地的不同而不同，SiO_2 成分所占比例大的型砂的质量好。

因型砂与熔融金属直接接触，因此对型砂的耐热性有要求，同时对型砂的成形性和强度也有要求。

由湿砂型产生的水蒸气和其他气体是铸件中形成气孔的主要原因，可以采用壳型铸造法和熔模铸造法解决这一问题。

5.4 金属液对铸型的压力

Pressure of molten metal

知识点

铸型是根据模样制成的具有空腔的砂型。要得到优质铸件，铸型在铸造过程中必须具有一定的强度，即能够承受金属液从浇注型腔到冷却凝固过程中的压力。

1 对上箱的压力

$$F_1=\frac{\rho g H A_1}{1000}\ (\mathrm{N}) \qquad ①$$

ρ：金属液的密度（g/cm^3）；

g：重力加速度 9.81（m/s^2）；

H：浇口杯表面到上下砂箱分型面的高度（cm）；

A_1：金属液对上箱的投影面积（cm^2）。

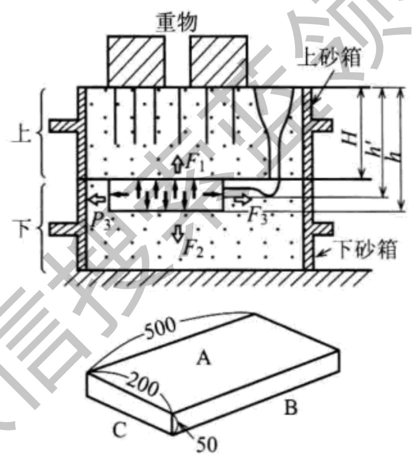


图 1

2 对下箱的压力

$$F_2=\frac{\rho g h A_2}{1000}\ (\mathrm{N}) \qquad ②$$

h：浇口杯表面到铸型型腔底部的高度（cm）；

A_2：金属液对下箱的投影面积（cm^2）。

3 对型腔侧面的压力

$$F_3=\frac{\rho g h' A_3}{1000}\ (\mathrm{N}) \qquad ③$$

h'：上箱的上表面到型腔侧面中心的高度（cm）；

A_3：型腔侧面积（cm^2）。

4 型芯受到的浮力

$$F_4=\frac{(\rho-\rho')gV}{1000}\ (\mathrm{N}) \qquad ④$$

ρ'：型芯的密度（g/cm^3）；

V：型芯的体积（cm^3）。

例题 1

如图 1 所示，当用铸造方法制造时，工件的 A 面向上，浇口的高度为 100 mm，金属液的密度为 7.3g/cm³，注入金属液时，对上砂型的抬箱力为多少。

◁解▷　把 $H=100\ \text{mm}=10\ \text{cm}$，$A_1=50\times20=1000\ \text{cm}^2$ 代入①式得：

$$F_1=\frac{7.3\times9.81\times10\times1000}{1000}=716\ (\text{N})$$

在上砂型的上表面放置压铁时，理论上，压铁的重量 $=F_1-$ 上砂型重量，但实际上通常要额外增加 F_1 的 1/3～1/2。

例题 2

在上例中，若 B 面朝上进行铸造，求注入金属液时对上砂型的抬箱力。

◁解▷　$A_1=50\times5=250\ \text{cm}^2$ 变换后代入①式得：

$$F_1=\frac{7.3\times9.81\times10\times250}{1000}=179\ (\text{N})$$

例题 3

以密度为 1.75 g/cm³ 的材料制成体积为 800 cm³ 的型芯，放入铸型中，当注入密度为 8.9 g/cm³ 的青铜液时，求对型芯的浮力是多少？

◁解▷　由④式得：

$$F_4=\frac{(\rho-\rho')gV}{1000}=\frac{(8.9-1.75)\times9.81\times800}{1000}=56.1\ (\text{N})$$

◎ 知识扩展 ◎

铸造的优点是可以比较容易地制造形状复杂的产品，材料的浪费较少。

常用金属熔融后的密度(g/cm³)如下，低合金铸铁：6.8～7.0，普通铸铁：6.5～6.9，镁：1.58，铜：7.9，铝：2.35。

常温下的密度参看附录 10。

铸铁的浇铸温度为 1350～1450℃。

5.5 坯料尺寸

Blank size

知识点

利用金属的塑性，对金属板材进行弯曲等冲压加工时，先要采用铸件或锻件制造出模具，然后使用模具把坯料加工成所要形状。利用塑性进行加工与切削加工相比，加工时间较短。

1 板材坯料

在用金属板加工图 1 所示的机件时，坯料的长度 L 为：

$$L=A+B+1.57(R+kt)\frac{\theta^\circ}{90^\circ} \qquad ①$$

t：厚度；

k 值如图 3 所示，$k=0.2\sim0.5$。R/t 的值越大，k 值越大，但 k 值增大会导致工件的硬度值增大。可以使用简化方法计算，端面弯曲的 $kt=t/4$，V 形弯曲的 $kt=t/3$。

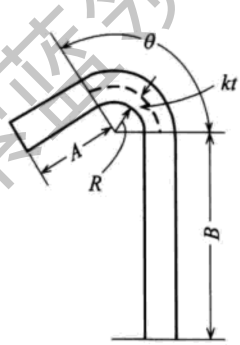


图 1

2 圆筒形容器的坯料

图 2 所示圆筒形容器的坯料为直径为 D 的圆板。

(1) 容器底部弯角为锐角时

$$D=\sqrt{d^2+4dh} \qquad ②$$

(2) 容器底部弯角>90°时

$$D=\sqrt{d^2+4dh-1.72rd} \qquad ③$$

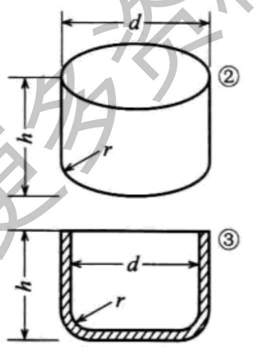


图 2

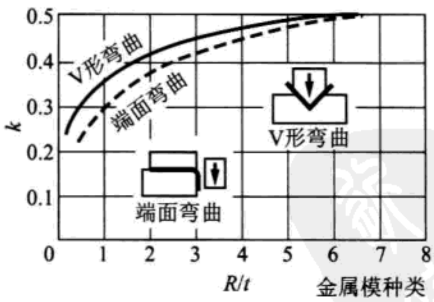


图 3 k 值

例题 1

加工图 4 所示的构件，求坯料的长度。已知 $k=0.46$。

◁解▷ 把 $A=26-(8+2)=16$，$B=40-(8+2)=30$，$R=8$，$t=2$，$\theta=90°$代入①式得：

$$L=16+30+1.57\times(8+0.46\times2)\times\frac{90°}{90°}\approx60\ (\text{mm})$$

即，需要准备厚 2 mm、长 60 mm 的板材。

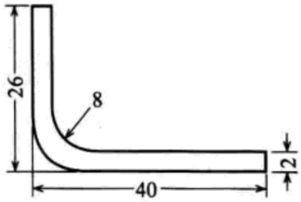


图 4

例题 2

在例题 1 中，若 $R=5$ mm，则坯料的长度为多少？

◁解▷ 由 $R/t=5/2=2.5$ 查图 3 得：$k=0.4$

$$L=16+30+1.57\times(5+0.40\times2)\times\frac{90°}{90°}\approx55\ (\text{mm})$$

即，需要准备厚 2 mm、长 55 mm 的板材，与例题 1 比较可知，弯曲部分的曲率半径越小，坯料的长度越短。

例题 3

若要加工直径 60 mm、高 130 mm 的圆筒形容器，则坯料的直径为多少？

◁解▷ 容器底部弯角为锐角时，由②式得：

$$D=\sqrt{60^2+4\times60\times130}=187\ (\text{mm})$$

即，需要准备直径 187 mm 的圆板。

◎ 知识扩展 ◎

回弹：板材在弯曲加工时，当撤去外力之后，变形有少量的恢复称之为回弹。板材是一边拉伸一边弯曲的，若在板厚方向对构件进行适当的压缩，则能够减小回弹量。

起皱：就像用订书机装订纸张时，订书钉压入金属模后被弯曲的那样，在冲压加工时板材边缘的卷曲问题称为起皱。

5.6 拉伸加工

Drawing

知识点

利用凸模和凹模，把平面圆板坯料制成带底容器的加工方法，称之为拉伸加工。采用拉伸加工方法，可以制成切削加工无法加工的薄壁容器，因此拉伸加工作为饮料罐的制造方法应用广泛。由于金属模具的价格较高，因此拉伸加工适用于大批量生产的加工方法。

1 拉伸系数

坯料的直径为 D，制成品的直径为 d，则

$$m=d/D \qquad ①$$

金属的拉伸系数大约为 0.5～0.6。

2 拉伸加工中对冲头施加的力

$$F=\pi C_1 dt\sigma_a\,(\mathrm{N}) \qquad ②$$

C_1：与拉伸系数有关的系数；

σ_a：板材的拉伸强度（MPa）；

t：板厚。

表 1　C_1 的值

拉伸系数 $m(=d/D)$	C_1
0.8	0.4
0.7	0.6
0.6	0.9
0.55	1.1

（第一次拉伸时使用）

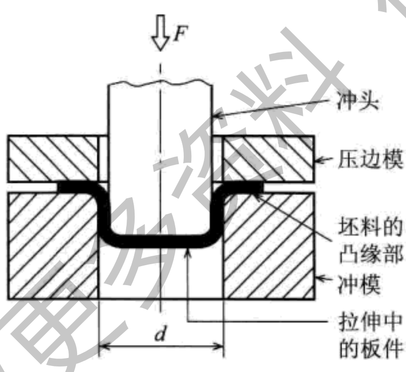


图 1　拉伸加工

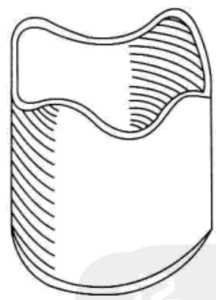


图 2　拉伸加工产生的折皱

例题 1

采用拉伸加工方法，把直径为 100 mm、板厚 1.2 mm 的坯料加工成直径为70 mm 的圆筒形容器，若所用板材的拉伸强度为 400 MPa，求施加在冲头上的力是多少。

◁解▷ 由①式得：$m=70/100=0.7$，查表 1 可知 $C_1=0.6$，各数值代入②式得：

$$F=\pi C_1 dt\sigma a$$
$$=3.14\times0.6\times70\times1.2\times400=63.3(\text{kN})$$

若没有压边模，拉伸制成品的端部通常有 4 个耳形。但如果采用压边模去制造带有凸缘的制品，会形成折皱。

例题 2

在例题 1 中，如果要加工直径为 55 mm 的圆筒形容器，求施加在冲头上的力的大小。

◁解▷ 由①式得：$m=55/100=0.55$，查表 1 可知 $C_1=1.1$，各数值代入②式得：

$$F=\pi C_1 dt\sigma_a$$
$$=3.14\times1.1\times55\times1.2\times400=91.2\ (\text{kN})$$

拉伸系数越小，施加在冲头上的力也必须增加。

◎ 知识扩展 ◎

当坯料直径 D 一定时，板厚 t 越小，施加在冲头上的载荷也相应减小，所以板厚越小加工的难度要增大。

多次拉伸：一次拉伸不能完全成形的情况下，需要进行重复拉伸。

- 首次拉伸，若 $D\rightarrow d_1$，则拉伸系数 d_1/D，通常为 55%～60%。
- 二次拉伸，若 $d_1\rightarrow d_2$，则拉伸系数 d_2/d_1，在有压边模时为 75%～85%，在没有压边模时为 85～90%。
- 三次以上的拉伸参照二次拉伸的计算方法。

表 2 实际应用中的拉伸系数

材料	深拉伸的极限拉伸系数	多次拉伸的极限拉伸系数
深冲压钢板	0.55～0.60	0.75～0.80
不锈钢	0.50～0.55	0.80～0.85
Cu	0.55～0.60	0.88
黄铜	0.50～0.55	0.85
锌	0.65～0.70	0.85～0.90
Al	0.53～0.60	0.80
硬铝	0.55～0.60	0.90

5.7 冲　裁

Blanking

知识点

利用冲头和冲模(也称凸模和凹模)在板材上直接冲制工件或冲孔的加工方法称为冲裁,冲裁加工方法适用于大量生产。

1 冲裁所需要的力

$$F=A\tau_f(\text{N}) \quad ①$$

A:剪切面积(m^2),剪切切口外周长和板厚的乘积;

τ_f:抗剪强度(Pa),抗剪强度的值由材料种类决定,通常为拉伸强度的80～90%。

2 作用在冲头上的压应力

$$\sigma_c=\frac{F}{A_p}\ (\text{Pa}) \quad ②$$

A_p:与坯料接触的冲头面积(m^2)。

3 模具间隙 C

模具冲头和冲模之间必须设计适当的间隙,低碳钢钢板的间隙,大约是板厚的6%～9%。

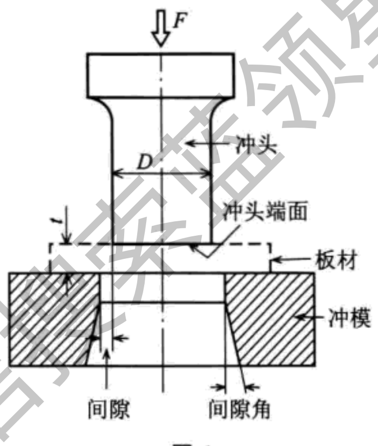


图 1

模具间隙小时,剪切面质量好,但是剪切力增大,模具和材料间的摩擦力增大,模具的寿命减少。

表 1　各种材料的抗剪强度和模具间隙

材　料	抗剪强度 (N/mm^2)	间隙 c/t(%)
低碳钢	320～400	6～9
高碳钢	550～900	8～12
不锈钢	520～560	7～11
铜(软质)	250～300	6～10
铜(硬质)	180～220	6～10
铝(硬质)	130～180	6～10
铝(软质)	70～110	5～8

例题 1

从厚度为 2 mm 的薄钢板冲裁直径 100 mm 的圆形板时，求作用在冲头上的载荷和压应力大小。已知钢板的抗剪强度为 500 MPa。

◁解▷ 由①式得：

$$F=\pi Dt\times\tau_f=3.14\times100\times10^{-3}\times2\times10^{-3}\times500\times10^{6}$$
$$=314\ 000\ \text{N}=314\ (\text{kN})$$
$$A_p=\frac{\pi D^2}{4}=\frac{3.14\times(0.1)^2}{4}=0.007\ 85\ (\text{m}^2)$$

由②式得：

$$\sigma_c=\frac{F}{Ap}=\frac{314\ 000}{0.00785}=40\ (\text{MPa})$$

例题 2

从厚度 3 mm 的铝板上冲裁直径 10 mm 的圆形件时，求作用在冲头上的载荷大小。已知铝板的抗剪强度为 130 MPa。

◁解▷ 由①式得：

$$F=A\tau_f=\pi Dt\times\tau_f$$
$$=3.14\times10\times3\times130=12.2\ (\text{kN})$$

例题 3

采用直径 120 mm 的冲头，取 8% 的间隙，若冲裁的钢板厚度为 5 mm，求冲模的直径为多少？

◁解▷ 在冲头的径向要留有间隙

$$C=5\times0.08=0.4\ (\text{mm})$$

因此，冲模直径为

$$120+0.4\times2=120.8$$

这样就可以保证在模具间都存在必要的间隙。

◎ 知识扩展 ◎

在冲裁制成品的剪切面上，通常有塌角和毛刺。

为了尽量减少冲裁后的废料，在冲裁之前需要充分考虑冲件在板料上的排列和冲件之间的距离，这是冲裁加工前的排样。

第 6 章　测量技术

6.1 螺纹公称直径的三针测量法

Measurement of pitch diameter by three－wire system

▶▶知识点

螺纹是连接和传动等领域内应用广泛的重要机械元件，本节将介绍三针法测定螺纹的公称直径。螺纹的公称直径是螺纹的基本参数值，在强度计算和研究旋合精度时都要使用。外螺纹和内螺纹如果不能旋合好，螺纹就不能正常起作用。

1 螺纹公称直径(d_2)的测定

如图 1 所示，三根针与螺纹的斜面接触，测得 M 的尺寸，然后可以计算出螺纹的公称直径 d_2。

$$d_2 = M - d\left[1 + \frac{1}{\sin\alpha}\right] + \frac{1}{2}p\cot\alpha \ (\text{mm}) \quad ①$$

$$\cot\alpha = 1/\tan\alpha$$

d：针的直径 (mm)；

p：螺纹的螺距 (mm)；

α：螺纹的牙型半角。

当牙型角 $2\alpha = 60°$时

$$d_2 = M - 3d + 0.866p \ (\text{mm}) \quad ②$$

2 最佳三针直径

三针测量法中所使用三针的直径由下式确定：

$$d = \frac{p}{2\cos\alpha} \ (\text{mm}) \quad ③$$

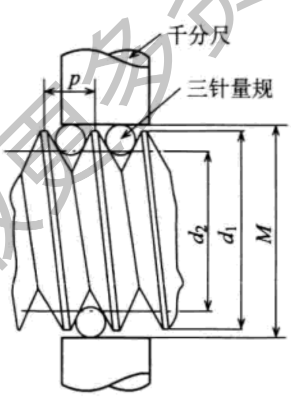


图 1

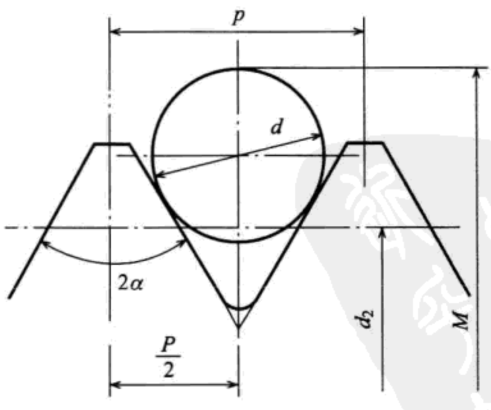


图 2

例题 1

当用三针法测量螺距为 2.50、牙型角为 60°的螺纹的公称直径时，采用直径 $d=1.43$的三针，用千分尺测得 $M=20.51$，求螺纹的公称直径。

◁解▷ 把 $\alpha=60°/2=30°$，$p=2.5$，$M=20.51$，$d=1.43$ 代入①式得：

$$d_2=20.51-1.43\times(1+\frac{1}{\sin 30°})+\frac{1}{2}\times 2.5\times \cot 30°$$
$$=18.39\ (\mathrm{mm})$$

也可以直接把各数值代入②式得：

$$d_2=20.51-3\times 1.43+0.866\times 2.5$$
$$=18.39\ (\mathrm{mm})$$

例题 2

求例题 1 中三针的最佳直径是多少？

◁解▷ 把 $p=2.5$，$\alpha=30$ 代入②式得：

$$d=\frac{2.5}{2\cos 30°}=1.443\ (\mathrm{mm})$$

所以选取直径 1.443mm 的三针。

◎ 知识扩展 ◎

图 1 中的 M 通常是使用千分尺来测定的。

螺纹的公称直径也可以用显微镜来测量。

在内外螺纹旋合时，公称直径是一个重要指标，如果公称直径的误差较大时，旋合就会又硬又涩。

在现场通常用量块作为长度的基准。从 103 个标准量块中选择数个进行组合时，需要确定最小位数，使组合中量块个数最少。

在使用量块时要小心谨慎。只要光着手拿着量块几秒钟，量块就会因热而膨胀，所以要戴手套或用纱布来拿量块。

6.2 公法线长度的测量

Measurement of base tangent length

▶▶ 知识点

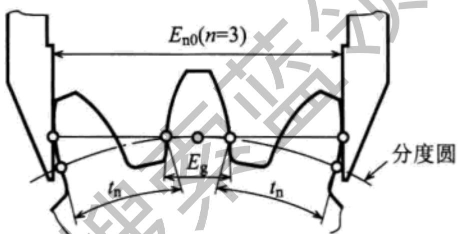
公法线长度测量是齿轮加工中应用最广泛的齿轮尺寸的测定方法。在测量公法线长度时，使用公法线千分尺。在切制轮齿时，一边测量公法线长度，一边调整切削量使之逐步接近计算的目标公法线长度，保证加工完成后的齿轮符合要求。

1 跨齿数

$$n=\frac{\alpha Z}{180}+0.5 \quad ①$$

α：压力角（°）；

Z：齿数。



t_n：分度圆上的齿距

E_g：分度圆上的圆弧齿厚

图 1　公法线长度

2 标准齿轮的公法线长度 E_{n0}

当 $\alpha=14.5°$时

$$E_{n0}=(0.005\,37Z+3.041\,52n-1.520\,76)\,m$$

当 $\alpha=20°$时

$$E_{n0}=(0.014\,01Z+2.952\,13n-1.476\,06)\,m \quad ②$$

Z：齿数；

n：跨齿数；

m：模数（mm）。

3 比标准切入深度更深的公法线长度 E_n

$$E_n=E_{n0}-2\sin\alpha\Delta t \quad ③$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{当 } \alpha=14.5° \text{ 时} \\ \quad E_n=E_{n0}-0.500\,76\Delta t \\ \text{当 } \alpha=20° \text{ 时} \\ \quad E_n=E_{n0}-0.684\,04\Delta t\end{array}\right\} \quad ④$$

Δt：为了给出必要的齿侧间隙 B 的切入量

$$\Delta t=\frac{B}{2\sin\alpha} \quad ⑤$$

例题 1

压力角为 20°，齿数 $Z_1=40$、$Z_2=82$，模数为 3 mm 的标准直齿轮的公法线长度为多少？

◁解▷ 把齿数代入①得：

$$n=\frac{20\times40}{180}+0.5=4.9\approx5$$

把 $n=5$，$m=3\text{mm}$ 代入②式得：

$$E_{n0}=(0.014\,01\times40+2.952\,13\times5-1.476\,06)\times3=41.535\ (\text{mm})$$

用同样方法得：

$$n=\frac{20\times82}{180}+0.5=9.6\approx10$$

$$E_{n0}=(0.014\,01\times82+2.952\,13\times10-1.476\,06)\times3$$
$$=87.582\ (\text{mm})$$

例题 2

压力角为 20°，模数为 6 mm，齿数为 $Z_1=17$、$Z_2=70$ 的一对齿轮以标准中心距安装，若齿侧间隙 $B=0.04$ m，问两个齿轮的公法线长度各为多少？

◁解▷ 由 $\alpha=20°$，$Z_1=17$ 可知，小齿轮的齿数为根切现象的极限齿数。因此，若要把小齿轮当做标准齿轮使用，需要把大齿轮相比标准更深的切入量加工出齿侧间隙。

把各数值代入①式得小齿轮跨齿数为：

$$n=\frac{20\times17}{180}+0.5=2.4\approx2$$

把各数值代入②式得小齿轮的公法线长度：

$$E_{n0}=(0.014\,01\times17+2.952\,13\times2-1.476\,06)\times6=27.998\ (\text{mm})$$

把各数值代入①式得大齿轮跨齿数为：

$$n=\frac{20\times70}{180}+0.5=8.3\approx8$$

由②式得：

$$E_{n0}=(0.014\,01\times70+2.952\,13\times8-1.476\,06)\times6=138.730\ (\text{mm})$$

由⑤式得：

$$\Delta t=\frac{B}{2\sin\alpha}=\frac{0.04\times6}{2\times\sin20°}=0.351$$

因此由④式得大齿轮的公法线长度为：

$$E_n=E_{n0}-0.684\,04\Delta t$$
$$=138.730-0.684\,04\times0.351=138.490\ (\text{mm})$$

6.3 液压压力计

Differential manometer

▶▶知识点

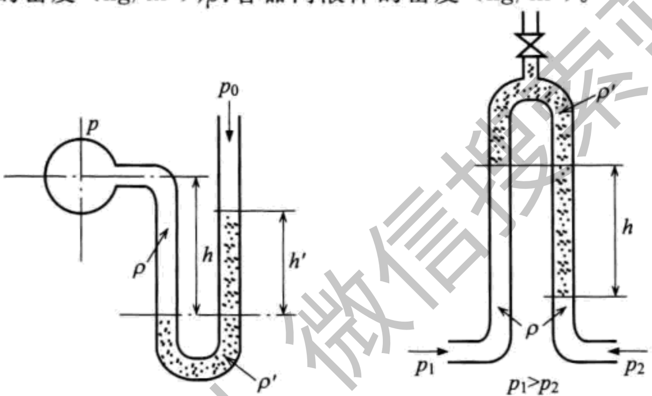
可以通过读取水或水银等液柱的高度来测定压力，比如 U 形管压力计、逆 U 形管压力计、倾斜微压计等都是利用了这个原理。

1 U 形管压力计

$$p-p_0=(\rho'h'-\rho h)g\ (\text{Pa}) \quad ①$$

p：容器内的压力 (Pa)；p_0 玻璃管自由表面上的压力(Pa)(绝对压力为大气压 0.101 32 MPa 时，压力计计测压力为 0 kPa)；

ρ'：水银的密度 (kg/m^3)；ρ：容器内液体的密度 (kg/m^3)。



(a) U形管压力计　　(b) 逆U形管压力计

图 1　液柱压力计

2 逆 U 形管压力计

$$p_1-p_2=(\rho-\rho')gh\ (\text{Pa}) \quad ②$$

p_1，p_2：管内的压力 (Pa)；

ρ：所测定液体的密度 (kg/m^3)；

ρ'：玻璃管内部液体的密度 (kg/m^3)。

3 倾斜微压计

$$\Delta p=(\rho-\rho')gl(\sin\theta+\frac{a}{A})^2\ (\text{Pa}) \quad ③$$

$$\frac{l}{h}=\sin\theta+\frac{a}{A} \quad ④$$

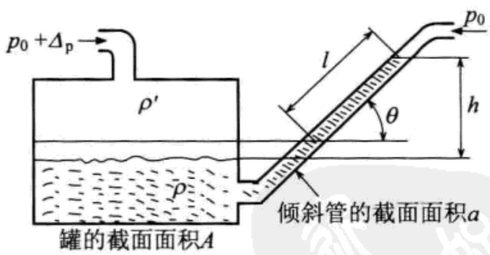


图 2　倾斜微压计

Δp：容器内增加的压力 (Pa)；ρ'：所测定气体的密度 (kg/m^3)；

ρ：罐内液体的密度 (kg/m^3)；l：倾斜管内液体上升距离 (m)；

a：倾斜管的截面面积 (m^2)；A：罐的截面面积 (m^2)；

l/h：放大率(倍率)。

例题 1

图 1 所示的 U 形管，当 $h=15$ cm，$h'=40$ cm 时，求管内的压力 p。已知管内水的密度为 1000 kg/m^3，水银的密度为 13.6×10^3 kg/m^3。

◁解▷ 绝对压力 $p_0=0.101\ 32$ MPa，$\rho'=13.6\times10^3$ kg/m^3，$\rho=1000$ kg/m^3，$g=9.81$ m/s^2，$h'=0.4$ m，$h=0.15$ m 把以上各数值代入①式得：

$$p=0.101\ 32\times10^6+13.6\times10^3\times9.81\times0.4-1000\times9.81\times0.15$$
$$=153\ 215\ (\text{Pa})\approx153\ (\text{kPa})=0.153\ (\text{MPa})$$

例题 2

采用上部注满密度 900 kg/m^3 油的逆 U 形管去测量水管两点间的压力差，当 $h=40$ cm 时，压力差为多少？当使用空气来替代油时，那么逆 U 形管的水面差是多少？

◁解▷ 把 $\rho=1000$kg/m^3，$\rho'=900$ kg/m^3，$h=0.4$ m、$g=9.81$ m/s^2 代入②式得：

$$p_1-p_2=(1000-900)\times9.81\times0.4=392\ (\text{Pa})$$

使用空气代替油的情况下，空气在 10℃下的密度为 $\rho'=1.247$ kg/m^3，因为水的密度为 $\rho=1000$kg/m^3，所以在②式中 $\rho'\ll\rho$，可简化为 $\rho'=0$。

$$h=\frac{p_1-p_2}{\rho g}=\frac{392}{1000\times9.81}=0.04\ \text{m}=4\ (\text{cm})$$

例题 3

在图 2 中，倾斜微压计一端与大气相连，容器内注入密度为 820 kg/m^3 的酒精来测定空气压力的变化，此时倾斜管内酒精向上移动的距离为 $l=100$ mm，另外，已知 $A=2.83\times10^{-3}$ m^2，$a=1.96\times10^{-5}$ m^2，$\theta=25°$，空气的密度为 1.247 kg/m^3，求压力增加多少？

◁解▷ 把 $\rho=820$ kg/m^3，$\rho'=1.247$ kg/m^3，$l=0.1$ m 代入③式得：

$$\Delta p=(820-1.247)\times9.81\times0.1\times\left[\sin25°+\frac{1.96\times10^{-5}}{2.83\times10^{-3}}\right]^2=339\ (\text{Pa})$$

6.4 流量测量(孔板、文丘里管、皮托管)

Flowmeter

知识点

通常是在管路中减小某处的截面积，通过测量截面前后的压力差来求流量。皮托管法是使用 2 个差压管来求得流速的。

1 孔 板

$$v=\sqrt{\frac{2(p_1-p_2)}{\rho}}=\sqrt{2gH}\ (\mathrm{m/s}) \quad ①$$

$$Q_a=CA\sqrt{\frac{2(p_1-p_2)}{\rho}}=CA\sqrt{2gH}\ (\mathrm{m^3/s}) \quad ②$$

v：孔板的流出速度 (m/s)；Q_a：实际流量($\mathrm{m^3/s}$)；

C：流量系数$=C_c$(收缩系数)·C_v(速度系数)；

ρ'：U 形压差计内的液体密度；

H'：U 形压差计内的液体压头差；

H：压头差$=\frac{p_1-p_2}{\rho g}=(\frac{\rho'}{\rho}-1)H'$

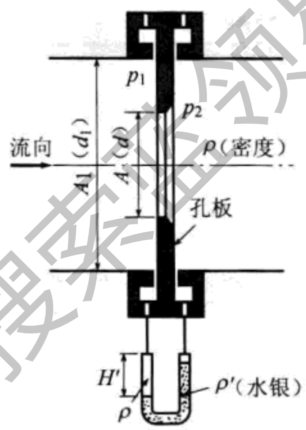


图 1　孔板流量计

2 文丘里管

$$v_2=\frac{1}{\sqrt{1-(\frac{A_2}{A_1})^2}}\sqrt{\frac{2(p_1-p_2)}{\rho}}\ (\mathrm{m/s}) \quad ③$$

$$Q_a=CA_2v_2=\frac{CA_2}{\sqrt{1-(\frac{A_2}{A_1})^2}}\sqrt{\frac{2(p_1-p_2)}{\rho}}$$

$$=\frac{CA_2}{\sqrt{1-(\frac{A_2}{A_1})^2}}\sqrt{2gH}\ (\mathrm{m^3/s}) \quad ④$$

C：流量系数(0.96～0.99)；

H：压头差(参照孔板流量计)。

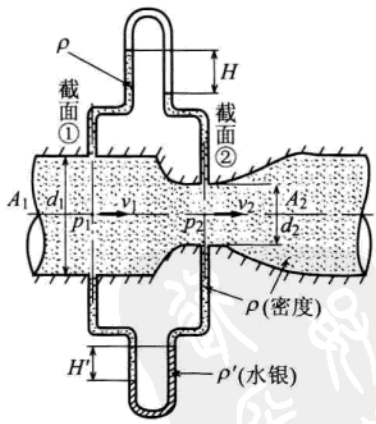


图 2　文丘里管

3 皮托管

$$v_a=C\sqrt{\frac{2(p_2-p_1)}{\rho}}=C\sqrt{2gH}\ (\mathrm{m/s}) \quad ⑤$$

C：皮托管系数(0.98～1.01)；

H：动压的压头差$=\frac{p_2-p_1}{\rho g}=\frac{\rho'}{\rho}H'$

例题 1

在管路中设置了孔径为 40 mm 的孔板流量计，当孔板前后的压力差为 49 100 Pa 时，问此时的流量是多少？已知流量系数为 0.6，水的密度为 1000 kg/m³。

◁解▷ 由②式得：

$$H=\frac{p_1-p_2}{\rho g}=\frac{49\ 100}{1000\times 9.81}=5.01\ (\mathrm{m})$$

$$Q_a=CA\sqrt{2gH}$$

$$=0.6\times\frac{\pi}{4}\times 0.04^2\times\sqrt{2\times 9.81\times 5.01}=0.007\ 47\ (\mathrm{m^3/s})$$

例题 2

如图 2 所示，在内径 80 mm 水流管路上，安装上喉部内径为 40 mm 的文丘里管，U 形压差计显示的压力差为 60 mmHg，当流量系数为 0.98 时的实流量是多少？已知水银的密度为 13.6×10^3 kg/m³，重力加速度为 9.81 m/s²。

◁解▷ 水的压力差为 H，把 $\rho=1000\mathrm{kg/m^3}$，$H'=0.06$ m 代入得：

$$H=\frac{p_1-p_2}{\rho g}=(\frac{\rho'}{\rho}-1)H'=(\frac{13\ 600}{1000}-1)\times 0.06=0.756\ (\mathrm{m})$$

然后把 $C=0.98$，$A_1=\frac{\pi}{4}\times 0.08^2=0.005\ 02\ \mathrm{m^2}$，$A_2=\frac{\pi}{4}\times 0.04^2=0.0126\ \mathrm{m^2}$，$H=0.756$ m 代入④式得：

$$Q_a=\frac{0.98\times 0.001\ 26}{\sqrt{1-(\frac{0.001\ 26}{0.005\ 02})^2}}\times\sqrt{2\times 9.81\times 0.756}=0.00491\ (\mathrm{m^3/s})$$

例题 3

在用皮托管测定水的流速时，动压为 50 mm 水银柱，皮托管系数为 0.99，问流速为多少？已知水银的密度为 13.6×10^3 kg/m³。

◁解▷ 动压为

$$p_2-p_1=\rho' gH'=13.6\times10^3\times 9.81\times 50\times 10^{-3}=6671\ (\mathrm{Pa})$$

由⑤式得：

$$v_a=C\sqrt{2gH}=C\sqrt{\frac{2g\rho' H'}{\rho}}=0.99\times\sqrt{\frac{2\times 6671}{1000}}=3.62\ (\mathrm{m/s})$$

第 7 章　流体力学

7.1 水压机原理

Principle of hydraulic press

▶▶知识点

在密闭容器中,如果向流体的任一点施加压力,则该压力向四周传递,使容器内的各处压力相同。水压机和油压机就是利用这一原理。

1 帕斯卡定律

$$p=\frac{F_1}{A_1}=\frac{F_2}{A_2}\ \text{(Pa)} \qquad ①$$

$$F_1=pA_1=F_2\frac{A_1}{A_2}\ \text{(N)} \qquad ②$$

$$A_1h_1=A_2h_2 \quad h_1=\frac{A_2}{A_1}h_2\,\text{(m)} \qquad ③$$

p:流体内压强 (Pa);

A_1、A_2:分别为活塞 1 和 2 的面积(m^2);

h_1、h_2:分别为活塞 1 和 2 移动的距离 (m);

F_1、F_2:分别为作用在活塞 1 和 2 的压力 (N)。

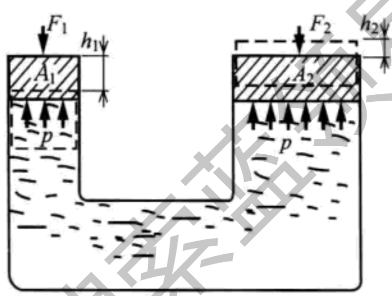


图 1 水压机原理

例题 1

水压机的大活塞直径为 250 mm,小活塞直径为 25 mm,要使大活塞能举升 15 kN 的载荷,作用在小活塞上的力应是多少?小活塞的压强是多少?如果使大活塞上升 10 mm,那么小活塞向下移动的距离应是多少?

◁解▷ 设小活塞直径为 d_1,大活塞直径为 d_2,面积分别为 A_1、A_2。

$$A_1=\frac{\pi}{4}d_1^2 \qquad A_2=\frac{\pi}{4}d_2^2$$

面积比为

$$\frac{A_1}{A_2}=\frac{\pi d_1^2/4}{\pi d_2^2/4}=\frac{d_1^2}{d_2^2}=\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2$$

将 $d_1=25$ mm ,$d_2=250$ mm 代入上式

$$\frac{A_1}{A_2}=\left(\frac{25}{250}\right)^2=\frac{1}{100}$$

设小活塞作用力为 F_1,大活塞作用力为 F_2,由式②得

$$F_1=F_2\frac{A_1}{A_2}=15\ 000\times\frac{1}{100}=150\text{N}=0.15\ \text{(kN)}$$

液体压强根据式①计算

$$A_1=\frac{\pi}{4}d_1^2=\frac{3.14}{4}\times(0.025)^2=4.91\times10^{-4}\ (\mathrm{m}^2)$$

$$p=\frac{F_1}{A_1}=\frac{150}{4.91\times10^{-4}}=305\ 499.0(\mathrm{Pa})=0.350\ (\mathrm{MPa})$$

小活塞向下移动的距离根据式③计算，将 $h_2=10$ mm 代入式③得

$$h_1=h_2\ \frac{A_2}{A_1}=10\times100=1000\ (\mathrm{mm})=1\ (\mathrm{m})$$

例题 2

水压机的小活塞直径为 40 mm，如果向小活塞施加 0.8 kN 的作用力，在大活塞能够产生 20 kN 作用力，问大活塞直径是多少？

◁解▷ 设小活塞作用力为 F_1、直径为 d_1；大活塞作用力为 F_2，直径为 d_2。将 $F_1=0.8$ kN，$F_2=20$ kN，$d_1=40$ mm 代入式②得

$$F_1=F_2\ \frac{A_1}{A_2}=F_2\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2$$

$$d_2=\sqrt{\frac{F_2\times d_1^2}{F_1}}=\sqrt{\frac{20\times10^3\times40^2}{0.8\times10^3}}=200\ (\mathrm{mm})$$

◎ 知识扩展 ◎

压强的国际单位(SI)为帕。

1 Pa= 1 N/m^2；

1 kgf/m^2=9.8 N/m^2；

1 mHg =133.322 kPa。

7.2 容器壁的压力

Force on wall

▶▶知识点

液体作用在任意形状平面上的总压力大小等于均匀作用在该平面重心上的压力，方向垂直于平面。该方法可以用于计算闸门等受水的作用力。

1 作用在与水面垂直的侧壁上的总压力

$$F=\frac{1}{2}\rho gH\times BH=\frac{1}{2}\rho gBH^2\text{(N)} \qquad ①$$

F:总压力（N）;B:侧壁宽度（m）;

H:液面到壁底的距离（m）;

ρ:液体密度（kg/m^3）。

2 作用在液体中垂直放置的平板上的总压力

$$F=\rho gcA\ \text{(N)} \qquad ②$$

c:从液面到平板重心的距离（m）;

A:平板的面积(m^2)。

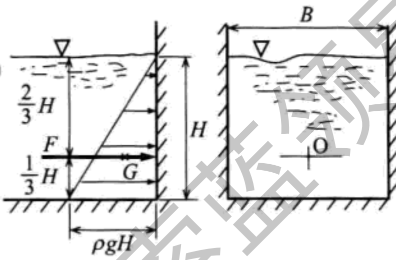
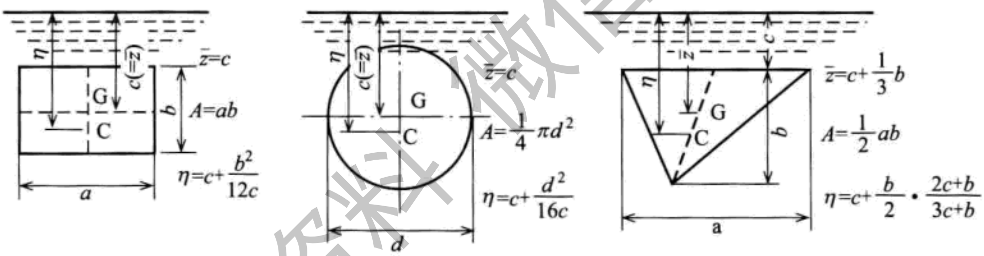


图 1 作用在壁面上的压力



(a) 矩形板　(b) 圆形板　(c) 三角形板

图 2 压力中心

例题 1

如图 1 所示，将宽度为 4 m 的平板垂直放入深度为 3 m、密度为 780 kg/m^3 的油中，求作用在该板上的总压力和压力中心的位置？

◁解▷ 总压力由式①得

$$F=\frac{1}{2}\rho gBH^2=\frac{1}{2}\times780\times9.81\times4\times3^2=137\ 732.4\ \text{(N)}\approx138\ \text{(kN)}$$

压力的中心由图②知，$c=\frac{H}{2}$，$b=H$ 得

$$\eta=\frac{H}{2}+\frac{H^2}{12\times\frac{H}{2}}=\frac{2}{3}H=\frac{2}{3}\times3=2\ \text{(m)}$$

例题 2

如图 3 所示，将距离水面深 4 m 的水管用直径为 3 m 的圆板盖住，求作用在该圆板上的总压力和压力中心的位置？

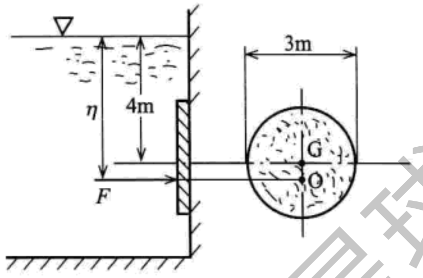


图 3

解 总压力由式②得

$$F=\rho gcA=1000\times 9.81\times 4\times \frac{\pi}{4}\times 3^2$$

$$=277\ 231\ (\mathrm{N})\approx 277\ (\mathrm{kN})$$

压力中心的位置由图 2(b)得

$$\eta=c+\frac{d^2}{16c}=4+\frac{3^2}{16\times 4}=4.14\ (\mathrm{m})$$

例题 3

如图 4 所示，把宽度 $B=3$ m 的水槽用一个与水槽垂直的闸门截断，若上游一侧的水深为 4 m，下游一侧的水深为 2 m，求作用在闸门上的总压力和压力中心？

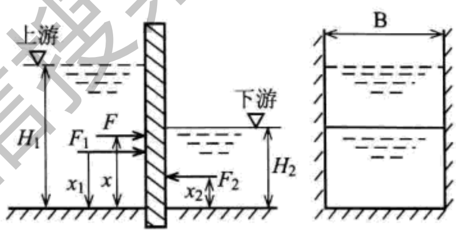


图 4　水槽的闸门

解 根据式①求 F_1、F_2

$$F_1=\frac{1}{2}\times 1000\times 9.81\times 3\times 4^2$$

$$=235\ 440\ (\mathrm{N})$$

$$F_2=\frac{1}{2}\times 1000\times 9.81\times 3\times 2^2=58\ 860\ (\mathrm{N})$$

F_1 与 F_2 的合力为

$$F=F_1-F_2=176\ 580\ (\mathrm{N})\approx 177\ (\mathrm{kN})$$

力矩

$$F_x=F_1x_1-F_2x_2$$

$$x_1=\frac{1}{3}H_1,\ x_2=\frac{1}{3}H_2$$

$$x=\frac{F_1\times\frac{H_1}{3}-F_2\times\frac{H_2}{3}}{F}=\frac{235\ 440\times\frac{4}{3}-58\ 860\times\frac{2}{3}}{176580}=1.56\ (\mathrm{m})$$

7.3 连续方程与雷诺数

Low of continuity Reynolds number

知识点

流体在管内任意断面处的流量都是恒定的。断面积大的地方流速小，断面积小的地方流速大。雷诺数是表示流动状态的参数。

1 连续方程

$$Q=A_v\,(m^3/s) \quad ①$$

$$q_m=\rho Q=\rho Av\ (kg/s) \quad ②$$

$$q_m=\rho_1A_1v_1=\rho_2A_2v_2=一定\ (kg/s) \quad ③$$

$$Q=\frac{q_m}{\rho}=A_1v_1=A_2v_2=一定\ (m^3/s) \quad ④$$

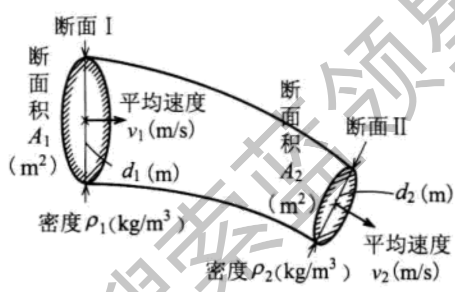


图 1 连续方程

Q：流量（m^3/s）；A：断面积（m^2）；

v：平均流速（m/s）；

q_m：质量流量（kg/s）；

ρ：流体密度（kg/m^3）。

2 雷诺数

$$R_e=\frac{vd}{\nu} \quad ⑤$$

R_e：雷诺数；v：平均流速（m/s）；

d：管道内径（m）；ν：($\frac{\mu}{\rho}$)流体运动粘度系数(m^2/s)；

μ：流体动力粘度系数（Pa·s）。

表 1 水的运动粘度系数和动力粘度系数(在 1atm 下)

温度(℃)	0	5	10	15	20	30	50
粘度系数(Pa·s)(×10^{-3})	1.792	1.519	1.307	1.138	1.002	0.797	0.547
运动粘度系数(m^2/s)(×10^{-6})	1.792	1.519	1.307	1.139	1.004	0.801	0.554

※表中的数值的后面要附带()中的数值。

表 2 空气的运动粘度系数和动力粘度系数(在 760 mmHg 下)

温度(℃)	0	10	20	30	40
粘度系数(Pa·s)(×10^{-5})	1.724	1.774	1.824	1.872	1.920
运动粘度系数(m^2/s)(×10^{-5})	1.334	1.423	1.515	1.608	1.704

※表中的数值的后面要附带()中的数值。

例题 1

如图 1 所示，断面Ⅰ、Ⅱ处的直径 d_1、d_2 分别为 400mm、200mm，水以 1 m/s 的速度流过断面Ⅰ，求水通过断面Ⅱ的流速为多少？水的流量和质量流量各为多少？已知水的密度 1000 kg/m^3。

◁解▷ 断面Ⅱ的流速用式④计算，将 $d_1=400mm$，$d_2=200mm$，$v_1=1$ m 代入式④得

$$v_2=\frac{A_1}{A_2}v_1=\frac{\frac{\pi}{4}d_1^2}{\frac{\pi}{4}d_2^2}v_1=\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2v_1=\left(\frac{0.4}{0.2}\right)^2\times1=4.0\ (m/s)$$

流量

$$Q=A_1v_1=\frac{\pi}{4}d_1^2v_1=\frac{\pi\times0.4^2}{4}\times1=0.126\ (m^3/s)$$

质量流量

$$q_m=\rho Q=1000\times0.126=126\ (kg/s)$$

例题 2

若水以 4 m/s 的流速流动，求每秒流过 50 L 的水需要管路内径是多少？

◁解▷ 设内径为 d，那么水流的断面积就是 $A=\frac{\pi}{4}d^2$，代入式①，整理得

$$d=\sqrt{\frac{4Q}{\pi v}}$$

将 $Q=0.05\ m^3/s$，$v=4m/s$ 代入上式得

$$d=\sqrt{\frac{4\times0.050}{\pi\times4}}=0.126\ (m)=126\ (mm)$$

例题 3

已知 10℃的水以 2 m/s 流速在内径为 100 mm 管路中流动时的雷诺数？

◁解▷ 查表 1，$\nu=1.307\times10^{-6}\ m^2/s$，$d=0.1m$，$v=2m/s$ 代入式⑤

$$R_e=\frac{vd}{\nu}=\frac{2\times0.1}{1.307\times10^{-6}}=1.53\times10^5\text{（紊流）}$$

◎ 知识扩展 ◎

雷诺数小于 2300 的流动为有规律的层流，雷诺数大于 2300 时，流动状态由层流变为无规律的紊流。

7.4 伯努利定理与托里拆利定理

Bernoulli's theorem and Torricelli's theorem

▶▶知识点

伯努利定理用文字描述为任意断面处压能、动能和位能三者和都是恒定的，经常在流体机械中考察流体流动时使用。托里拆利定理用文字描述则是流体离开出口时的流速由液面到出口的高度决定。

1 伯努利定理

$$\frac{p_1}{\rho g}+\frac{v_1^2}{2g}+z_1=\frac{p_2}{\rho g}+\frac{v_2^2}{2g}+z_2=H(\text{m}) \quad ①$$

$$\frac{p_1}{\rho}+\frac{v_1^2}{2}+gz_1=\frac{p_2}{\rho}+\frac{v_2^2}{2}+gz_2(\text{J/kg}) \quad ②$$

z_1、z_2：分别为断面Ⅰ和Ⅱ处的位置水头（m）；H：总水头（m）；

$p_1/\rho gr$、$p_2/\rho g$：分别为断面Ⅰ和Ⅱ处的压力水头（m）；ρ：流体密度（kg/m^3）；

$v_1{}^2/2g$、$v_2{}^2/2g$：分别为断面Ⅰ和Ⅱ处的速度水头（m）；g：重力加速度（m/s^2）。

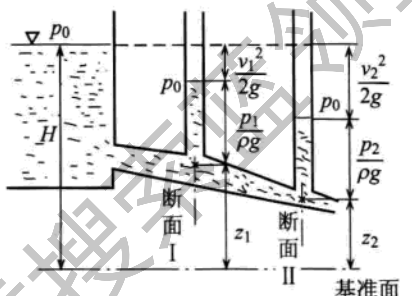


图 1　伯努利定理

2 托里拆利定理

$$v_2=\sqrt{2gH}\ (\text{m/s}) \quad ③$$

v_2：流出速度（m/s）；

H：到液面的距离（m）。

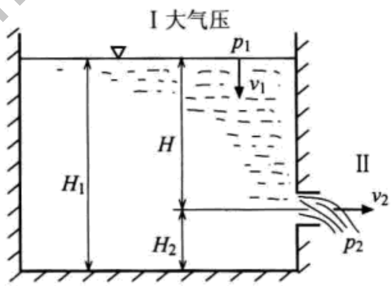


图 2　托里拆利定理

例题 1

如图 1 所示，从基准面向上 2m 高的断面Ⅰ处内径为 25 cm、压力为 200 kPa，到基准面上方 6 m 高的断面Ⅱ处内径为 15 cm，求压力为多少？已知水的流量 300 L/s。

◁解▷ 因为 $1000\text{L}=1\text{m}^3$，所以

$$Q=300\ \text{L/s}=0.3\ \text{m}^3/\text{s}$$

断面Ⅰ和断面Ⅱ处的流速为 v_1、v_2，则

$$v_1=\frac{Q}{A_1}=\frac{0.3}{\frac{\pi}{4}\times 0.25^2}=6.11\ (\text{m/s})$$

$$v_2=\frac{Q}{A_2}=\frac{0.3}{\frac{\pi}{4}\times 0.15^2}=17\ (\text{m/s})$$

分别将 $p_1=200\times10^3\,\text{Pa}$，$z_1=2\ \text{m}$，$z_2=6\ \text{m}$，$v_1=6.11\ \text{m/s}$，$v_2=17\ \text{m/s}$，$\rho=1000\ \text{kg/m}^3$，$g=9.81\ \text{m/s}^2$ 代入式①

$$2+\frac{200\times10^3}{1000\times9.81}+\frac{6.11^2}{2\times9.81}=6+\frac{p_2}{1000\times9.81}+\frac{17^2}{2\times9.81}$$

由此得到 $p_2=34926\ \text{Pa}\approx34.9\ \text{kPa}$。

例题 2

当水从图 3 所示的管路流过时，断面Ⅰ处的内径是 40 mm，平均流速是 4 m/s，水压为 300 kPa，断面Ⅱ处的内径是20 mm，求该处的流速、压力水头和水压是多少？

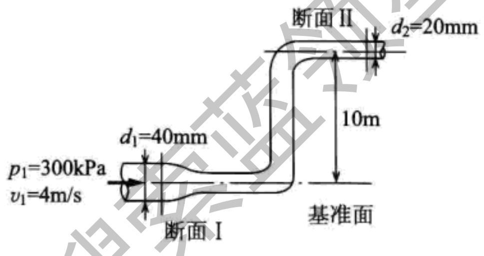


图 3 管 路

解 由连续方程知

$$Q=A_1v_1=A_2v_2$$

$$v_2=\frac{A_1}{A_2}v_1=\frac{\frac{\pi}{4}d_1^2}{\frac{\pi}{4}d_2^2}v_1=\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2v_1=\left(\frac{0.04}{0.02}\right)^2\times4=16\ (\text{m/s})$$

然后，确定图 3 所示的基准面，分别将 $z_1=0\ \text{m}$，$p_1=300\times10^3\,\text{Pa}$，$v_1=4\ \text{m/s}$，$v_2=16\ \text{m/s}$，$z_2=10\ \text{m}$，$\rho=1000\ \text{kg/m}^3$，$g=9.81\ \text{m/s}^2$ 代入式①

$$\frac{300\times10^3}{1000\times9.81}+\frac{4^2}{2\times9.81}+0=\frac{p_2}{1000\times9.81}+\frac{16^2}{2\times9.81}+10$$

压力水头

$$\frac{p_2}{1000\times9.81}\approx8.35\ (\text{m})$$

水压

$$P_2=8.35\times1000\times9.81=81\,914\ (\text{Pa})\approx81.914\ (\text{kPa})$$

例题 3

将水放入图 2 所示的水槽中，如果在水深 4m 处开出水口，问出水口处水的速度是多少？

解 将 $H=4\text{m}$，$g=9.81\text{m/s}^2$ 代入式③得

$$v_2=\sqrt{2gH}=\sqrt{2\times9.81\times4}=\sqrt{78.48}=8.86\ (\text{m/s})$$

7.5 管内流动损失

Loss of pipe line

▶▶知识点

管内流体的流动损失分两种，一种是由于流体与管壁间发生摩擦造成的能量损失，另一种是由于管路形状的变化导致流动突然变化或涡流引起的能量损失。在求管路系统的能量损失时需要计算各种能量损失。

1 沿程损失

$$h=\lambda\frac{l}{d}\cdot\frac{v^2}{2g}\ (\mathrm{m}) \qquad ①$$

d:管径（m）；l:管的长度（m）；v:管内的平均流速（m/s）；

h:损失水头（m）；

λ:摩擦系数，层流时

$$\lambda=\frac{64}{R_e}=\frac{64\nu}{vd}$$

R_e:雷诺数；ν:流体动力粘度系数($\mathrm{m^2/s}$)，圆管内的紊流查附录 12。

2 局部损失

$$h=\xi\frac{v^2}{2g}\ (\mathrm{m}) \qquad ②$$

h:损失水头（m）；ξ:损失系数(参见附录 13)。

3 管路系统总损失

$$h_t=\left(\lambda\frac{l}{d}+\sum\xi_n\right)\frac{v^2}{2g}\ (\mathrm{m}) \qquad ③$$

h:总损失水头（m）；$\sum$:多项和。

例题 1

当水在内径为 20 cm 的水管中以 $0.04\mathrm{m^3/s}$ 的流量流过时，求长度为 100 m 的沿程损失水头。已知 $\lambda=0.02$。

◁解▷ 由 $Q=0.04\mathrm{m^3/s}$，$d=0.2\mathrm{m}$ 求管内的流速

$$v=\frac{4Q}{\pi d^2}=\frac{4\times0.04}{\pi\times0.2^2}=1.27\ (\mathrm{m/s})$$

将 $\lambda=0.02$，$l=100\mathrm{m}$，$d=0.2\mathrm{m}$，$v=1.27\ \mathrm{m/s}$ 代入①求摩擦损失

$$h=\lambda\frac{l}{d}\cdot\frac{v^2}{2g}=0.02\times\frac{100}{0.2}\cdot\frac{1.27^2}{2\times9.81}=0.822\ (\mathrm{m})$$

如果变换成压力差，则

$$\Delta p=\rho gh=1000\times9.81\times0.822=8064\ (\mathrm{Pa})\approx8.06\ (\mathrm{kPa})$$

例题 2

有一水平管路，内径从 30cm 急剧变化到 50cm，当水以每秒 300 L 的流量在管中流过时，求损失水头。

◁解▷ 细管管路流速 v 和损失系数 ζ（附录 13）

$$v=\frac{Q}{A_1}=\frac{4Q}{\pi d_1^2}=\frac{4\times 0.3}{3.14\times 0.3^2}=4.25\ (\mathrm{m/s})$$

$$\xi=\left[1-\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2\right]^2=\left[1-\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2\right]^2=\left[1-\left(\frac{0.3}{0.5}\right)^2\right]^2=0.410$$

损失水头根据式②得

$$h=\xi\frac{v^2}{2g}=0.410\times\frac{4.25^2}{2\times 9.81}=0.377\ (\mathrm{m})$$

例题 3

当 10℃的水以 2 m/s 的平均流速在管径为 15 cm 的铸铁管中流动时，求长度为 600 m 的沿程损失水头。已知铸铁管的粗糙度 0.26mm。

◁解▷ 10℃水的动力粘度系数由 7.3 节中的表 1 查得

$$\nu=1.307\times 10^{-6}\ \mathrm{m^2/s}$$

$$R_e=\frac{vd}{\nu}=\frac{2\times 15\times 10^{-2}}{1.307\times 10^{-6}}=2.30\times 10^5\text{（紊流）}$$

再根据管的 $e/d=0.26/150=0.00173$，由附录 12 查得

$$\lambda=0.024$$

损失水头 h

$$h=\lambda\frac{l}{d}\cdot\frac{v^2}{2g}=0.024\times\frac{600}{15\times 10^{-2}}\times\frac{2^2}{2\times 9.81}=19.6\ (\mathrm{m})$$

◎ 知识扩展 ◎

在慕德线图（附录 12）中的 λ 值与管壁的粗糙度、材料种类及其雷诺数有关，是通过大量实验得到的数值，必须根据不同条件选择使用。在实际中铸铁管时，取 $\lambda=0.03$。

7.6 射流对物体的作用力

yet force

▶▶知识点

如果流体是连续地与板发生碰撞，那么板就是连续受力。叶轮就是利用这一原理工作的，如水车、风车、涡轮机。

1 作用于静止平面上的力

$$F=\rho Qv\sin\theta\ (\mathrm{N}) \quad ①$$

F：作用于平面上的力（N）；

Q：流量（m^3/s）；ρ：流体密度（kg/m^3）；

v：射流的速度（m/s）；θ：平面与力的夹角。

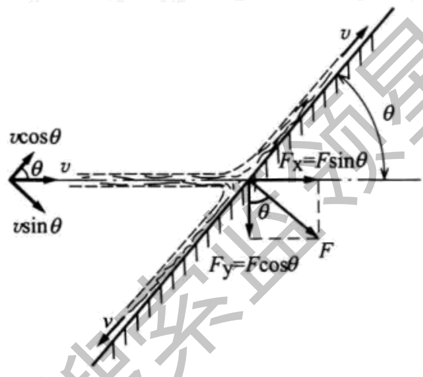


图 1　作用于静止平面上的射流

2 作用于曲面上的力

（1）当射流冲击静止的曲面时

$$F_x=\rho Qv(1-\cos\theta)\ (\mathrm{N}) \quad ②$$

$$F_y=\rho Qv\sin\theta\ (\mathrm{N}) \quad ③$$

F_x：作用于曲面上的 x 方向分力（N）；

F_y：作用于曲面上的 y 方向分力（N）。

（2）当射流冲击运动的曲面时

（a）多个曲面

$$F_x=\rho Q(v-u)(1-\cos\theta)\ (\mathrm{N}) \quad ④$$

$$F_y=-\rho Q(v-u)\sin\theta\ (\mathrm{N})$$

（b）单个曲面

$$F_x=\rho\frac{Q}{v}(v-u)^2(1-\cos\theta)\ (\mathrm{N}) \quad ⑤$$

$$F_y=-\rho\frac{Q}{v}(v-u)^2\sin\theta\ (\mathrm{N})$$

u：曲面移动速度（m/s）；

F_x 与 F_y 的合力为

$$F=\sqrt{F_x^2+F_y^2}\ (\mathrm{N}) \quad ⑥$$

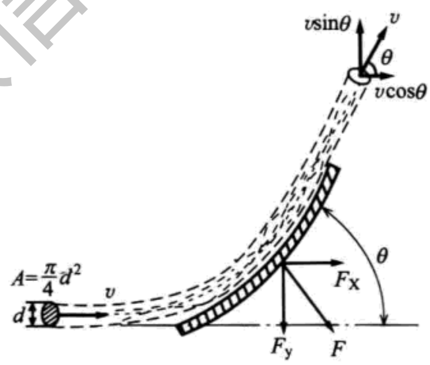


图 2　作用于曲面上的射流

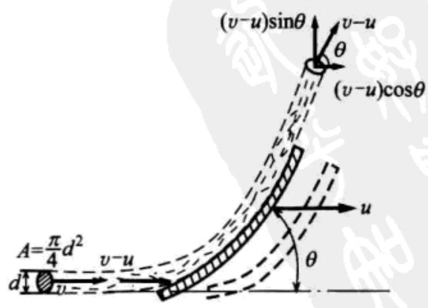


图 3　作用于运动曲面上的射流

例题 1

已知射流的直径为 4 cm，当它将水以每秒 40 L 的流量垂直射向平板时，求作用于平板上的力。已知水的密度 1000 kg/m³。

◁解▷ $d=0.04\text{m}, Q=40\ L/s=0.04\text{m}^3/s$

$$A=\frac{\pi}{4}d^2=\frac{\pi}{4}\times 0.04^2=0.001\ 26(\text{m}^2)$$

$$v=\frac{Q}{A}=\frac{0.04}{0.001\ 26}=31.7\ (\text{m/s})$$

将 $\rho=1000\ \text{kg/m}^3, \theta=90°$ 代入式①得

$$F=1000\times 0.04\times 31.7\times 1=1268\ (\text{N})\approx 1.27\ (\text{kN})$$

例题 2

水射流的直径为 50 mm，当它以 30 m/s 的速度冲击静止的曲面板时，求射流的冲击力是多少？已知射流在曲面板上的流出角为 120°。

◁解▷ 将 $Q=\pi d^2 v/4=3.14\times 0.05^2\times 30/4=0.0589\ (\text{m}^3/\text{s}), v=30\ \text{m/s}$, $\cos 120°=-0.5$ 代入式②和式③得

$$F_x=1000\times 0.0589\times 30\times(1+0.5)=2\ 651\ (\text{N})$$

$$F_y=-1000\times 0.0589\times 30\times 0.866=-1530\ (\text{N})$$

曲面板受到的合力由式⑥得

$$F=\sqrt{2651^2+(-1530)^2}=3061\ \text{N}\approx 3.6\ (\text{kN})$$

例题 3

如图 4 所示，已知水射流的直径为 40 mm，以 24 m/s 的速度冲击与它同方向运动的曲面板，水射流以相反方向流出，曲面板的运动速度为 18 m/s，试计算作用于曲面板上的力。

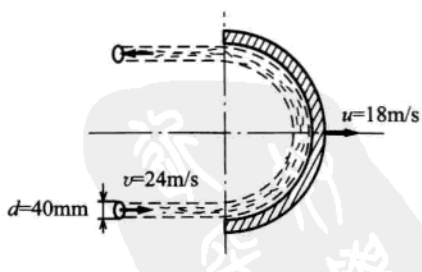


图 4　碰撞的水射流

◁解▷ 将 $Q=\pi d^2 v/4=3.14\times 0.04^2\times 24/4=0.0301\text{m}^3/\text{s}, v=24\ \text{m/s}, u=18\ \text{m/s}, \cos 180°=-1$, $\sin 180°=0$ 代入式⑤得

$$F=F_x$$

$$=1000\times\frac{0.0301}{24}\times(24-18)^2\times 2=90.3\ (\text{N})$$

第 8 章　流体机械

8.1 水轮机的特性

Turbine characteristics

▶▶知识点

水只要处于高的地方，就具有能量。水轮机就是将水具有的这种能量转变成有用的机械能的机械。水轮机分为冲动水轮机和反动水轮机。

水轮机的效率是指水轮机能够将水具有的能量转换成有效的机械能的能力。机械比速度是指水的落差为 1 米时，水轮机能够产生 1 kW 功率的转数，是反应水轮机特性的参数。

1 输出功率与效率

$$P=\frac{\rho gQH}{1000}\ (\mathrm{kW}) \qquad ①$$

$$P_e=P\times\eta=\frac{\rho gQH}{1000}\eta\ (\mathrm{kW}) \qquad ②$$

$$P'_e=P\times\eta\times\eta'=\frac{\rho gQH}{1000}\eta\eta'\ (\mathrm{kW}) \qquad ③$$

P：理论功率（kW）；P_e：有效功率（产生的功率）（kW）；

P_e'：发电机的有效功率（实际可利用的功率）（kW）；

η：水轮机的效率（$\eta<1$）；η'：发电机的效率（η'：<1）；

ρ：水的密度（kg/m^3）；g：9.81（m/s^2）；

Q：流量（m^3/s）；H：有效落差（m）。

2 比速度

$$n_s=n\frac{P^{1/2}}{H^{5/4}}=\frac{n\sqrt{P}}{H^{5/4}}\ (\mathrm{m\cdot kW}) \qquad ④$$

例题 1

若提供给水轮机的输入功率为 3000 kW，水轮机的效率为 86%，发电机的效率为 92%，求水轮机的输出功率是多少？发电机的输出功率是多少？

◁解▷ 由式②和式③得

$$P_e=P\times\eta=3000\times0.86=2580\ (\mathrm{kW})$$

$$P_e'=P\times\eta\times\eta'=3000\times0.86\times0.92=2370\ (\mathrm{kW})$$

例题 2

求有效落差为 280 m，流量为 10 m³/s 的水轮机的有效功率是多少？已知水轮机的效率为 90%，水的密度为 1000 kg /m³。

◁解▷ 代入式②得

$$P_e=\frac{1000\times 9.81\times 10\times 280}{1000}\times 0.9=24\ 700\ (\mathrm{kW})=24.7\ (\mathrm{MW})$$

例题 3

已知有效落差为 60 m，流量为 20 m³/s 的水轮机的有效功率为 10 200 kW，求该水轮机的效率是多少？

◁解▷ 由式②得

$$\eta=\frac{P_e}{P}=P_e\times\frac{1000}{\rho gQH}=10\ 200\times\frac{1000}{1000\times 9.81\times 20\times 60}=0.866$$

水轮机的效率为 86.6%。

例题 4

当有效落差为 12m，水轮机的转速为 200 r/min，输出功率为 110 kW 时，求该水轮机的比速度是多少？

◁解▷ 将 $n=200$ r/min，$P=110$ kW ，$H=12$ m 代入④得

$$n_s=\frac{200\sqrt{110}}{12^{5/4}}=\frac{200\times 10.5}{22.33}=94.0\ (\mathrm{m\cdot kW})$$

◎ 知识扩展 ◎

利用冲击动力的冲动水轮机有佩尔顿冲动水轮机；利用反动力的反动水轮机有法兰西斯式水轮机和螺旋桨水轮机。

n_s 越大，叶轮半径方向的尺寸越小。为使水轮机小型化，应选择较大的 n_s。另外，当叶轮内的流速增大时，容易出现气穴（参见 8.4 节图 2）。

在夜间核电站和火力发电站常有剩余的电力，用剩余的电力使螺旋桨式水轮机反转，将其作为扬水泵使用。

8.2 佩尔顿冲动水轮机

Pelton wheel

知识点

佩尔顿冲动水轮机是通过射流具有的冲击能量得到动力的，所以应在高落差、低流量时使用。水轮机的功率和转数可以通过改变喷嘴处管路的断面积进行调节。

1 射流的速度 v_0 与喷嘴的效率 η_n

$$v_0 = C_v\sqrt{2gH}\ (\text{m/s}) \qquad ①$$

$$\eta_n = \frac{v^2/2g}{H} = C_v^2 (=0.90\sim0.96) \qquad ②$$

C_v：速度系数(0.95～0.98)；

H：有效落差。

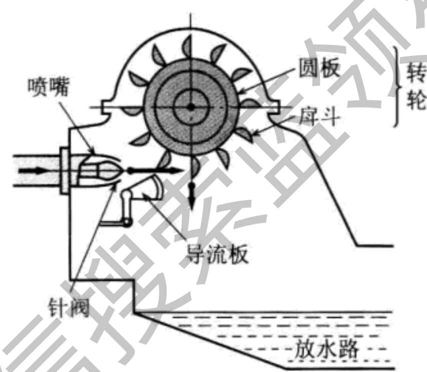


图 1　佩尔顿冲动水轮机的构造

2 叶轮的功率

$$P = \rho Qu(v_0 - u)(1+\cos\beta)\quad (\text{N}\cdot\text{m/s}),(\text{J/s}),(\text{W}) \qquad ③$$

圆周速度 $u=v/2$ 时

$$P = \rho Q\cdot\frac{v_0^2}{4}(1+\cos\beta)\quad (\text{N}\cdot\text{m/s}),(\text{J/s}),(\text{W}) \qquad ④$$

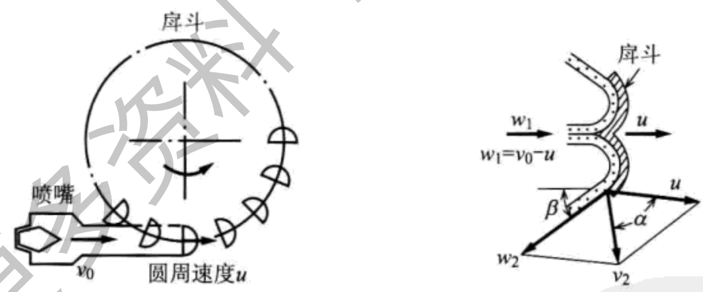


图 2　戽斗和射流

3 最大效率时的实际圆周速度 u 与叶轮的节圆直径 D

$$u = (0.44\sim0.48)v_0 = k\sqrt{2gh}\ (\text{m/s}) \qquad ⑤$$

$$D = 84.6k\frac{\sqrt{H}}{N}\ (\text{m}) \qquad ⑥$$

k：系数(0.42～0.47)；

N：转数 (r/min)。

例题 1

某一佩尔顿冲动水轮机从喷嘴喷出的速度为 40 m/s，流量为 0.2m³/s，当叶片的出口角 $\beta_2=10°$时，求该机的最大功率及该时刻的有效落差是多少。其中损失不计。

◁解▷ 将 $\cos\beta=\cos 10°$，$Q=0.2\ \mathrm{m^3/s}$ ，$v_0=40\ \mathrm{m/s}$ 代入式④得

$$P=1000\times 0.2\times\frac{40^2}{4}(1+\cos 10°)=159\ 000\ (\mathrm{N\cdot m/s})=159\ (\mathrm{kW})$$

因为不计有效落差的损失，所以当 $C_v=1$ 时，根据式①得

$$H=\frac{v_0^2}{2g}=\frac{40^2}{2\times 9.81}=81.5\ (\mathrm{m})$$

例题 2

当佩尔顿冲击式水轮机的转速为 240 r/min，流量为 2.2m³/s，有效落差 $H=250\mathrm{m}$ 时的输出功率为 4500 kW，求该水轮机的节圆直径 D、射流直径 d 和水轮机的效率 η 是多少。设 $C_v=0.97$，$k=0.46$。

◁解▷ 根据式⑥

$$D=84.6k\ \frac{\sqrt{H}}{N}=84.6\times 0.46\times\frac{\sqrt{250}}{240}=2.56\ (\mathrm{m})$$

由式①求得喷射水的速度 v_0 和射流直径 d

$$v_0=C_v\ \sqrt{2gH}=0.97\times\sqrt{2\times 9.81\times 250}=67.9\ (\mathrm{m/s})$$

$$d=\sqrt{\frac{4Q}{\pi v_0}}=\sqrt{\frac{4\times 2.2}{\pi\times 67.9}}=0.203\ (\mathrm{m})$$

根据 8.1 节的式②

$$\eta=\frac{P_e}{\rho gQH/1000}=\frac{P_e}{gQH}=\frac{4500}{9.81\times 2.2\times 250}=0.834$$

$\therefore \eta=83.4\%$

◎ 知识扩展 ◎

佩尔顿冲击式水轮机是在高落差、低流量时使用效率最佳的水轮机。

叶轮、针阀及戽斗容易更换。

一个转轮上最多可以设置 6 个喷嘴。

8.3 法兰西斯式水轮机

Francis turbine

知识点

法兰西斯式水轮机主要是利用水的压力，是典型的反动式水轮机。水轮机工作时水经倾斜的叶片流入涡室中心，使与发电机直连的叶轮转动而发电，具有对落差和流量适用范围广、效率高的特点，是应用最广的水轮机。

1 叶轮的功率

$$P=\rho Q(u_1 v_1 \cos\alpha_1 - u_2 v_2 \cos\alpha_2) \quad (\mathrm{N\cdot m/s}),(\mathrm{W}) \qquad ①$$

$$P_{max}=\rho Q u_1 v_1 \cos\alpha_1 \quad (\mathrm{N\cdot m/s}),(\mathrm{W}) \qquad ②$$

2 水力效率

$$\eta=\frac{u_1 v_1 \cos\alpha_1}{gH} \quad (\alpha_2=90°) \qquad ③$$

P：功率；H：有效落差（m）；

P_{max}：最大功率（$\alpha_2=90°$）；

α_1、α_2：分别为流入角和流出角；

v_1、v_2：分别为入口处和出口处的水流速度（m/s）；

u_1、u_2：分别为入口处和出口处的叶轮圆周速度（m/s）。

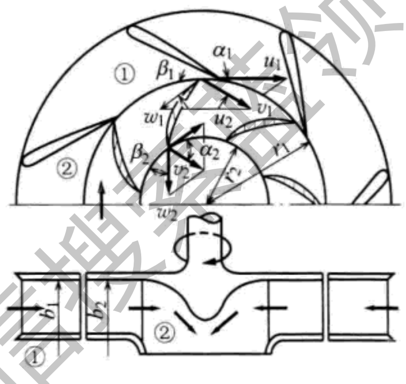


图 1　叶　轮

例题 1

在一个法兰西斯式水轮机的叶轮上，有 10m³/s 水从叶轮的入口流入，当流入角为 30°，流速为 30 m/s 时，求水轮机的最大功率。设叶轮的圆周速度为 33m/s。

〈解〉 将 $\cos\alpha_1=\cos30°=0.866$，$Q=10\mathrm{m^3/s}$，$u_1=33$ m/s，$v_1=30$ m/s 代入式②得

$$P_{max}=1000\times10\times33\times30\times0.866=8570\ (\mathrm{kN\cdot m/s})=8570\ (\mathrm{kW})$$

例题 2

当法兰西斯式水轮机的叶轮节圆 $D_1=1250$ mm，有效落差 $H=150$m，流量 $Q=5.5\mathrm{m^3/s}$，转速 $n=400$ r/min，流入角 $\alpha_1=20°$，流出角 $\alpha_2=90°$，叶轮入口面积 $A_1=0.11\ \mathrm{m^2}$ 时，求此时叶轮的功率及水力效率。

◁解▷ 水的绝对流入速度

$$v_1=\frac{Q}{A_1}=\frac{5.5}{0.11}=50\ (\text{m/s})$$

$$u_1=\frac{\pi D_1 n}{60}=\frac{\pi\times1.25\times400}{60}=26.2\ (\text{m/s})$$

因为 $\alpha_2=90°$,将数据分别代入式②和式③计算得:

$$P_{max}=1000\times5.5\times26.2\times50\times\cos20°$$
$$=6770\ (\text{kN}\cdot\text{m/s})$$
$$=6770\ (\text{kW})$$

$$\eta=\frac{26.2\times50\times\cos20°}{9.81\times150}=0.837$$

$\therefore\eta=83.7\%$

◎ 知识扩展 ◎

法兰西斯式水轮机因构造简单和效率高而被广泛使用。在日本80%水轮机是法兰西斯式水轮机。

可通过导向叶轮调节流量。

中等以上流量采用立式水轮机。

叶轮应安装在水面下约7米的位置处,否则容易发生气穴。

沿着叶轮流动的水流方向与离心泵相反。

表1 水轮机的性能比较

水轮机种类	有效落差	比速度	叶片或戽斗数	效率(%)
佩尔顿水轮机	50～2000	8～30	16～30	86～91
法兰西斯水轮机	30～700	50～350	13～17	84～84
螺旋桨式水轮机 卡普兰式水轮机	10～80	200～900	4～10	85～93

8.4 泵的功率和效率

Pumo efficiency and pump output

▶▶知识点

泵是通过电机或发动机给予流体机械能量，使流体压能提高后输送出去的机械。泵的种类有使叶轮和导叶转动的涡轮泵、高压用的齿轮泵和柱塞泵。应根据需要的扬程、流量选择泵的种类，并配备保证运行所需功率的发动机。

1 扬　程

$$H = H_a + \frac{P'' - P'}{\rho g} + h = \frac{P_d - P_s}{\rho g} + \frac{v_d^2 - v_s^2}{2g} + y\ (\mathrm{m}) \quad ①$$

H_a：实际扬程（m）$H_a = H_d + H_s$；

H_d：输出实际扬程（m）；

H_s：吸入实际扬程（m）；

P'：吸入液面上的压力（Pa）；

P''：输出液面上的压力（Pa）；

h：管路的总损失（m）；

p_d：泵的出口压力（Pa）；

p_s：泵的入口压力（Pa）；

v_d：泵出口的平均流速（m/s）；

y：压力计之间的距离（m）；

v_s：泵入口的平均流速（m/s）。

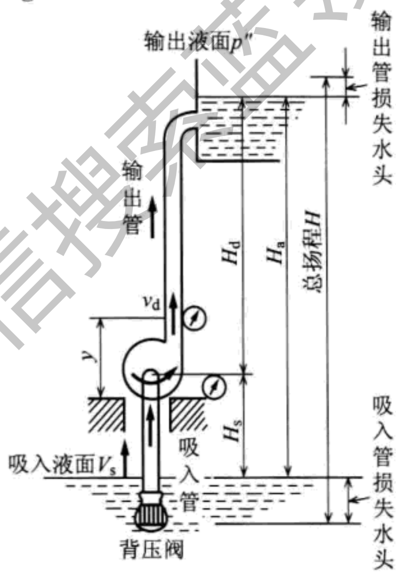


图 1

2 有效功率

$$P_0 = \frac{\rho g Q H}{1000}\ (\mathrm{kW}) \quad ②$$

ρ：流体密度（kg/m³）；

Q：流量（m³/s）；

H：总扬程（m）。

3 轴功率

$$P = \frac{P_0}{\eta}\ (\mathrm{kW})\ (\eta = 65\% \sim 85\%) \quad ③$$

4 泵的效率

$$\eta = \eta_v \eta_h \eta_m \quad ④$$

η_v：体积效率（93%～96%）；

η_h：水力效率（70%～92%）；

η_m：机械效率（85%～95%）。

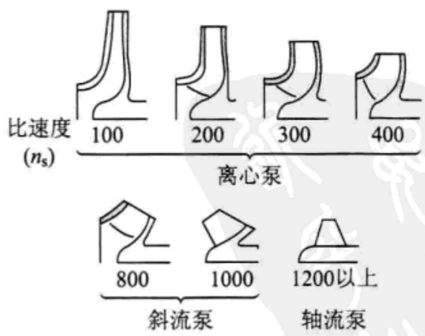


图 2　叶轮形状和比速度

例题 1

泵的扬程为 27m，出水量为 $6m^3/min$，求当轴动力为 33kW 时该泵的效率？

◁解▷ 将 $\rho=1000\ kg/m^3$，$g=9.8\ m/s^2$，$h=27m$，$Q=6/60\ m^3/s$ 代入式②和③式得

$$P_0=\frac{\rho gQH}{1000}=\frac{1000\times 9.81\times 0.1\times 27}{1000}=26.5\ (kW)$$

$$\eta=(P_0/P)\times 100=(26.5/33)\times 100=80.3\%$$

例题 2

求扬程为 24m，出水量为 $0.56\ m^3/min$，效率为 65% 的离心泵需要的轴动力为多少 kW？已知水温为 20℃。

◁解▷ 水温为 20℃时，$\rho=998\ kg/m^3$，$g=9.81\ m/s^2$，$h=24m$，$Q=0.56/60\ m^3/s$ 代入式②、式③

$$P=\frac{\rho gQH}{1000\eta}=\frac{998\times 9.81\times 0.56\times 24}{1000\times 60\times 0.65}=3.37\ (kW)$$

◎ **知识扩展** ◎

对于卧式泵，比速度越大，泵本体高度方向尺寸越小，流体的流动越接近轴的方向，呈横向流动。例如，$n_s>1200$ 的泵为轴流泵。

n_s越小，泵本体尺寸越高，属高扬程、低流量的泵。

管路损失随管路的长度、弯管和阀的数量增加而增大，因腐蚀等原因引起的管路断面积减少也会增加管路损失。

8.5 离心泥

Volute pump

知识点

在离心泵中没有导叶的泵称为螺旋泵。流体在涡旋形管路中流动时，动能转变成压能。螺旋泵的扬程范围比较宽，也广泛用于除水以外的液体输送。有导叶的是涡轮泵，在需要大扬程的场合使用。

1 理论扬程

$$H_{th}=\frac{1}{g}(u_2 v_2\cos\alpha_2-u_1 v_1\cos\alpha_1)\ (\mathrm{m}) \qquad ①$$

$$H_{amx}=\frac{1}{g}u_2 v_2\cos\alpha_2$$

$$=\frac{1}{g}u_2(u_2-w_2\cos\beta_2) \qquad ②$$

（$\alpha_1=90°$时 H_{th}最大）

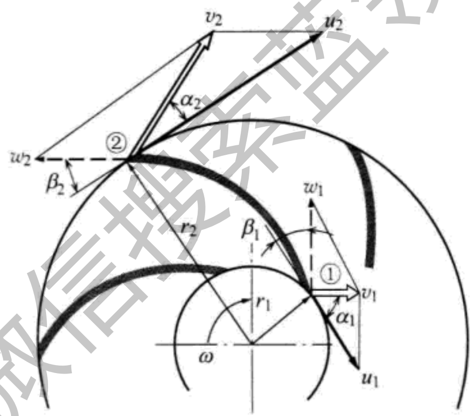


图 1

u_1、u_2：分别为叶轮入口和出口处的圆周速度；

v_1、v_2：分别为水的流入和流出速度（绝对速度）；

w_1、w_2：分别为入口和出口处水与叶轮的相对速度；

β_2：流出角。

2 比速度

$$n_s=n\frac{Q^{1/2}}{H^{3/4}}=\frac{n\sqrt{Q}}{H^{3/4}} \quad (\mathrm{m}),(\mathrm{m^3/min}),(\mathrm{r/min}) \qquad ③$$

n：转速(r/min)；Q：流量($\mathrm{m^3/min}$)；H：扬程 (m)。

例题 1

已知泵的叶轮出口直径为 380 mm，转速 1700r/min，$\alpha_1=90°$，$\beta_2=25°$，$w_2=12\mathrm{m/s}$，求泵的理论扬程为多少？

◁解▷ $u_2=\frac{\pi D_2 n}{60}=\frac{\pi\times0.38\times1700}{60}=33.8\ (\mathrm{m/s})$

将 $\cos\beta_2=\cos25°=0.906$，$w_2=12\mathrm{m/s}$ 代入式②得

$$H_{max}=\frac{1}{9.81}\times33.8\times(33.8-12\times0.906)=79.0\ (\mathrm{m})$$

例题 2

求例题 1 中的水的流出速度 v_2 是多少?

◁解▷ 由图 1 知

$$v_2^2=(w_2\sin\beta_2)^2+(u_2-w_2\cos\beta_2)^2$$

$$v_2=\sqrt{(w_2\sin\beta_2)^2+(u_2-w_2\cos\beta_2)^2}$$

将数值代入式中计算

$$v_2=\sqrt{(12\times\sin25°)^2+(33.8-12\times\cos25°)^2}=23.5\ (\mathrm{m/s})$$

例题 3

求扬程为 10m,流量为 14m³/min,转速为 600 r/min 离心泵的比速度 n_s 是多少?

◁解▷ 将 $n=600$ r/min,$Q=14$ m³/min,$H=10$ m 代入式③得

$$n_s=\frac{600\sqrt{14}}{\sqrt[4]{10^3}}=\frac{600\times3.74}{5.62}\approx400\ (\mathrm{m}),(\mathrm{m^3/min}),(\mathrm{r/min})$$

该泵是 8.4 节图 2 所示的离心泵中小型的。

◎ 知识扩展 ◎

离心泵工作时容易产生轴向力,可以采用双侧吸入等措施来抵消轴向力。

泵内管路断面积增大时,由于扩散效应,压力增加。

水轮机的导叶有整流和调节流量的作用,而泵的导叶有减小流速和提高压力的作用。

比速度 n_s 相同其特性也应相同,所以可以使用与实物有相似关系的模型进行性能实验。

8.6 液压缸

Hydraulic actuator

▶▶ 知识点

使用液压传动时,1个管路就可以将动力传递到远处。油缸是典型的液压执行装置,能将液压油具有的压能转变为机械功。油缸被广泛使用在各种机械控制方面,特别适合建筑机械等需要大功率的场合使用。液压油在油泵内高速运动,在输出大推力的油缸中则是低速运动。

1 理论推力

$$F_1 = A_1 p_1 - A_2 p_2 = \frac{\pi}{4}[D^2 p_1 - (D^2 - d^2) p_2]\ (\mathrm{N}) \quad ①$$

$$F_2 = A_2 p_2 - A_1 p_1 = \frac{\pi}{4}[(D^2 - d^2) p_2 - D^2 p_1]\ (\mathrm{N}) \quad ②$$

F_1:前进方向(推杆的方向)油缸的推力 (N);

F_2:后退方向(回程方向)油缸的推力 (N)

A_1:活塞侧的面积 (m^2);

A_2:活塞杆侧的面积 (m^2);

p_1:活塞侧的压强 (Pa);

p_2:活塞杆侧的压强 (Pa);

D:油缸的内径 (m);

d:活塞杆的外径 (m)。

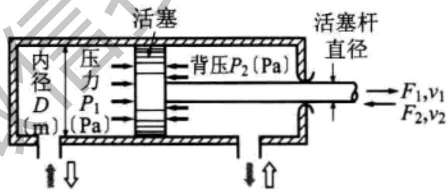


图 1 双作用缸

2 实际推力

$$F_1' = \lambda(A_1 p_1 - A_2 p_2) = \lambda \frac{\pi}{4}[D^2 p_1 - (D^2 - d^2) p_2]\ (\mathrm{N}) \quad ③$$

$$F_2' = \lambda(A_2 p_2 - A_1 p_1) = \lambda \frac{\pi}{4}[(D^2 - d^2) p_2 - D^2 p_1]\ (\mathrm{N}) \quad ④$$

λ:负载压力系数(由摩擦阻力决定的常数,一般取 0.97)。

3 移动速度

$$v_1 = \lambda \frac{Q_1}{A_1}\ (\mathrm{m/s}) \quad ⑤$$

$$v_2 = \lambda \frac{Q_2}{A_2}\ (\mathrm{m/s}) \quad ⑥$$

v_1、v_2:分别为前进和后退速度 (m/s);

Q_1、Q_2:分别为活塞侧和活塞杆侧工作油的流量 (m^3/s)。

4 活塞功率

$$P = F' v\ (\mathrm{W}) \quad ⑦$$

F:油缸的推力 (N);v:移动速度 (m/s)。

例题 1

如图 1 所示，油缸缸体内径 45 mm，活塞杆的直径 16 mm，活塞头端每分钟供给 10 升 3.8MPa 的液压油，求活塞的推力、速度和功率？活塞杆端的背压 0.1MPa。

解 将 $D=45\ \text{mm}, p_1=3.8\times10^6\ \text{Pa}, d=16\ \text{mm}, p_2=0.1\times10^6\ \text{Pa}, \lambda=0.97$ 代入式③得

$$F_1'=\lambda(A_1p_1-A_2p_2)=\lambda\frac{\pi}{4}[D^2p_1-(D^2-d^2)p_2]$$

$$=0.97\times\frac{3.14}{4}\times\left\{\left(\frac{45}{1000}\right)^2\times3.8\times10^6-\left[\left(\frac{45}{1000}\right)^2-\left(\frac{16}{1000}\right)^2\right]\times0.1\times10^6\right\}$$

$$=5720\ (\text{N})=5.72\ (\text{kN})$$

代入式⑤求速度

$$v_1=\lambda\frac{Q_1}{A_1}=0.97\times\frac{10}{1000\times60}\times\frac{4}{3.14\times\left(\frac{45}{1000}\right)^2}=0.102\ \text{m/s}$$

代入式⑦求功率

$$P=F_1'\times v_1=5720\times0.102=583\ (\text{W})$$

◎ 知识扩展 ◎

液压回路的构成除了管路、马达和储存液压油的油箱外，还包括调整压力、流量和方向的控制阀、实际做功的液压执行装置等。

由于液压油在温度升高时粘度降低，会产生气泡，所以需要冷却。

液压泵通常使用压力高的容积泵。

第 9 章　热力学

9.1 热量、功与内能

Quantity of heat, work, internal energy

▶▶ 知识点

把热能的多少称为热量。热和功都是能量的表现形式，热可以转变成功，功也可以转变成热。分子具有的能量称为内能。热机就是利用这些原理工作的。

1 热　量

$$Q=mc(T_2-T_1)\ (\mathrm{J}) \qquad ①$$

$$T=t+273.15\ (\mathrm{K}) \qquad ②$$

Q:热量 (J);

c:比热 (J/(kg·K));

m:质量 (kg);

T_1、T_2:物质热力学温度 (K);

t:摄氏温度 (℃)。

2 热力学第一定律

$$Q=W(\mathrm{J})=\frac{1}{4.19}W\ (\mathrm{cal}) \qquad ③$$

W:功(J);

1 cal=4.19 J。

3 内　能

$$Q=(U_2-U_1)+W\ (\mathrm{J}) \qquad ④$$

U_2:变化后的内能 (J);

U_1:变化前的内能 (J)。

例题 1

把质量 20 kg 的水从 30℃升到 60℃ 需要多少热量？已知水的比热为 4.186 kJ/(kg·K)。

◁解▷ 将 $t_2=60$℃，$t_1=30$℃代入式②得

$T_2=333.15$ K，$T_1=303.15$ K

将 $m=20$ kg，$c=4.186$(J/(kg·K))代入式①得

$$Q=mc(T_2-T_1)=20\times4.186\times(333.15-303.15)$$

$$=2511.6\ (\mathrm{kJ})\approx2.511\ (\mathrm{MJ})$$

例题 2

把质量 60 kg 的物体举升 60 m 所做的功换算成热量为多少?

◁解▷ 质量为 m,重力加速度 g 为 9.81 m/s²,距离为 60 m,需要的热量为

$$Q=W=mgl=60\times9.81\times60=11\ 772\ (\mathrm{J})$$

由③式知 1 cal=4.19 J,将热量用 cal 表示,则得

$$Q=\frac{W}{4.19}=\frac{11772}{4.19}=2809.5(\mathrm{cal})\approx2.81\ (\mathrm{kcal})$$

例题 3

汽缸中有 0.4 kg 的气体,当气体获得 4000 J 热量时对外界做 2000 J 的功。求单位质量气体内能增加多少?

◁解▷ 将 $Q=4000$ J,$W=2000$ J 代入④式得

$$U_2-U_1=Q-W=4000-2000=2000\ (\mathrm{J})=2\ (\mathrm{kJ})$$

用 U_2-U_1 除以 $m=0.4$ kg 得单位质量气体内能

$$u_2-u_1=\frac{U_2-U_1}{m}=\frac{2000}{0.4}=5000\ (\mathrm{J/kg})$$

◎ 知识扩展 ◎

在 SI 单位制中热量和功都用 J 表示。在重力单位制中,热量用 kcal 表示,功用 kgf · m 表示。他们之间换算关系为

$$W=JQ\ (\mathrm{kgf\cdot m}),Q=W/J\ (\mathrm{kcal})$$

其中 J 为热功当量,$J=426.8\approx427$ (kgf · m/kcal)

功热当量 $\frac{1}{J}=\frac{1}{426.8}\approx\frac{1}{427}$ (kcal/kgf · m)

9.2 P-V 曲线与焓

P-V diagram and enthalpy

知识点

P-V 曲线是表示气体状态变化的图形，全功可以用曲线下方的面积表示。焓可以用气体内能加上压力与体积的积来计算。

1 气体膨胀做功

(1) 压力恒定时

$$W = pAl = pV \text{ (J)} \quad ①$$

W：气体对活塞做功 (J)；

p：气体压力 (Pa)；

A：活塞面积 (m^2)；

l：活塞移动距离 (m)；

V：活塞移动后的体积变化量($=Al$) (m^3)。

(2)压力变化时

$$W = \sum p\Delta V = \int_1^2 p\mathrm{d}V \quad ②$$

$\sum$：微小变化量全部加和的符号；

ΔV：体积的增量；

Δ：微小变化的符号；

$\int_1^2 \mathrm{d}V$：对体积从 1 到 2 的积分。

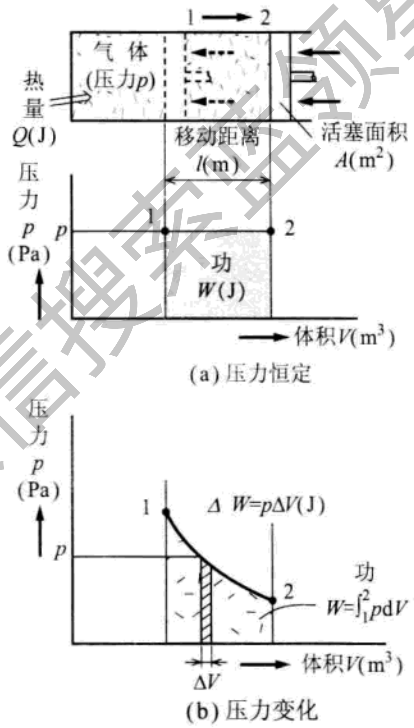


图 1　气体膨胀所做的功

2 焓

$$H = U + pV \text{ (J)} \quad ③$$

$$h = \frac{H}{m} = \frac{U}{m} + p\frac{v}{m} = u + pv \text{ (J/kg)} \quad ④$$

H：焓 (J)；U：内能 (J)；h：单位质量焓 (J/kg)；

u：单位质量内能 (J/kg)；v：单位质量体积 (m^3/kg)。

例题 1

气体膨胀时压力保持在 0.4 MPa，求活塞移动 400 mm 时所做的功？设活塞面积为 0.0707 m^2。

◁解▷ 压力一定，将 $p=0.4\ \text{MPa}=0.4\times10^6\ \text{Pa}$，$V=Al=0.0707\times0.4=0.0283\ \text{m}^3$ 代入① 得

$$W=pV=0.4\times10^6\times0.0283=11\ 320(\text{J})=11.32\ (\text{kJ})$$

例题 2

某理想气体压力 300 kPa，体积从 0.3 m^3 等温膨胀 5 倍时，压力降到 60 kPa，求对外部所做的功？

◁解▷ 根据 $p_1V_1=PV=$常数，将 $p=\dfrac{p_1V_1}{V}$ 代入②，并将 $p_1=300\times10^3\ \text{Pa}$，$V_1=0.3\ \text{m}^3$，$V_2/V_1=5$ 代入计算

$$W=\int_1^2 p\text{d}V=p_1V_1\int_1^2\frac{\text{d}V}{V}=p_1V_1\ln\frac{V_2}{V_1}=300\times10^3\times0.3\times\ln5=145\ (\text{kJ})$$

例题 3

某理想气体从压力为 400 kPa，体积为 0.2 m^3 状态变化到压力为 100 kPa，体积为 0.4 m^3，求焓的变化？假定内能不变。

◁解▷ 根据式③，焓的变化为

$$H_2-H_1=U_2-U_1+p_2V_2-p_1V_1$$

因为内能不变，所以

$$U_2-U_1=0。$$

将 $p_1=400\ \text{kPa}$，$p_2=100\ \text{kPa}$，$V_1=0.2\ \text{m}^3$，$V_2=0.4\ \text{m}^3$ 代入上式得

$$H_2-H_1=100\times0.4-400\times0.2=40-80=-40\ (\text{kJ})$$

因此，焓减少了 40 kJ。

9.3 理想气体状态方程

Equation of state of ideal gas

知识点

理想气体是指 $PV=RT$ 关系式成立的假想气体，理想气体状态方程形式简单。工程上常常将实际气体视为理想气体进行处理。

1 理想气体状态方程

$$PV=mRT \quad ①$$

$$Pv=RT \quad ②$$

$$PV=nMRT=nR_0T=\frac{m}{M}R_0T \quad ③$$

$$R=\frac{8314.33}{M}\ (\mathrm{J/kg\cdot K}) \quad ④$$

p:压力 (Pa);V:体积 (m^3);

T:温度(K); m:质量(kg);

R:气体常数 (J /(kg·K)) ;

v:比容积 (m^3/ kg);

M:理想气体的摩尔质量;

n:理想气体的摩尔数($=m/M$) (mol) ;

R_0:一般气体常数($=MR=8314.33$ [J /(kmol·K)])。

表 1 常用理想气体常数、标准密度和比热

气体	气体常数 R	标准密度 ρ_0(101.325kPa, 273.15K)	比热及比热比(0 Pa,273.15K)		
			定压比热	定容比热	比热比 γ
	J /kg·K	kg/m³	kJ /(kg·K)		
氢气	4124.6	0.089 885	14.25	10.12	1.408
氧气	259.833	1.42 900	0.914	0.654	1.398
空气	287.03	1.293 04	1.005	0.718	1.400
二氧化碳	188.920	1.977 00	0.819	0.630	1.30
水蒸气	461.517	—	—	—	—
乙炔	319.318	1.179 10	1.513	1.216	1.244
甲烷	518.266	0.716 8	2.16	1.63	1.32

例题 1

在温度 273.15 K，压力 101.325 kPa 条件下，求 1 m^3 空气的比体积和 1kmol 体积。已知空气的气体常数为 287.03 J/(kg·K)。

◁解▷ 将 $T=273.15$ K，$p=101.325\times10^3$ Pa，$V=1$ m^3，$n=1$ mol，$R=287.03$ J/(kg·K)，$R_0=8314.33$ J/(kmol·K)代入式②，比体积为

$$v=\frac{RT}{p}=\frac{287.03\times273.15}{101.325\times10^3}=0.774\ (m^3/kg)$$

1 kmol 体积为：

$$V=\frac{nR_0T}{p}=\frac{1\times8314.33\times273.15}{101.325\times10^3}=22.4\ (m^3)$$

例题 2

求温度 293 K，压力 102 kPa，体积 2 m^3 氧气的质量？如果改变氧气的状态，使温度为 384 K，压力为 1.01 MPa 时，问体积是多少？

◁解▷ 由表 1 查得 $R=259.833$ J/(kg·K)，$T_1=293$K，$p_1=102\times10^3$ Pa，$V_1=2m^3$，$T_2=384$ K，$p_2=1.01\times10^6$ Pa，代入式①，质量为

$$m=\frac{p_1V_1}{RT_1}=\frac{102\times10^3\times2}{259.833\times293}=2.68\ (kg)$$

状态变化后的体积为：

$$V_2=\frac{mRT_2}{p_2}=\frac{2.68\times259.833\times384}{1.01\times10^6}=0.265\ (m^3)$$

◎ 知识扩展 ◎

理想气体符合波义耳—查理定律，但在热机中使用的工作介质能够完全符合这一定律的气体是不存在的，氧气、氢气和空气等气体可以视为理想气体。

9.4 理想气体状态变化

State change in ideal gas

知识点

温度、体积和压力 3 个状态量无论哪一个保持一定，通过理想气体状态方程式都可以求得其他未知的状态量。

1 等容变化

$$\frac{p_1}{T_1}=\frac{p_2}{T_2}=\frac{p}{T}=\text{常数} \quad ①$$

$$Q=U_2-U_1=mc_v(T_2-T_1)\text{(J)} \quad ②$$

p_1、p_2：分别为状态 1 和 2 的压力 (Pa)；

T_1、T_2：分别为状态 1 和 2 的温度 (K)；

U_1、U_2：分别为状态 1 和 2 的内能(J)

Q：热量 (J)；m：气体质量 (kg)；

c_v：等容比热，$c_v=\frac{1}{\kappa-1}R$(J/(kg·K))，其中 κ 为绝热系数；R 为气体常数(J/(kg·K))。

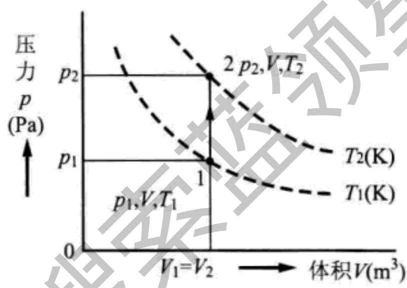


图 1　等容变化

2 等压变化

$$\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2}=\frac{V}{T}=\text{常数} \quad ③$$

$$W=p(V_2-V_1)\text{(J)} \quad ④$$

$$Q=(H_2-H_1)=mc_p(T_2-T_1)\text{(J)} \quad ⑤$$

V_1、V_2：分别为状态 1 和 2 的体积 (m³)；

H_1、H_2：分别为状态 1 和 2 的焓 (J)；

W：功 (J)；m：气体质量 (kg)；

c_p：等压比热 $c_p=\frac{\kappa}{\kappa-1}R$ (J/(kg·K))。

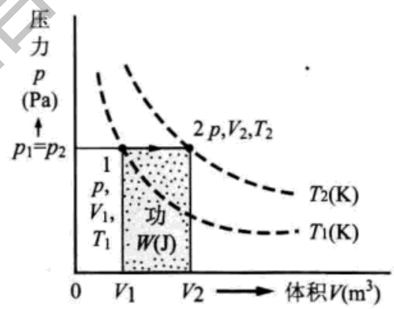


图 2　等压变化

3 等温变化

$$P_1V_1=P_2V_2=pV=\text{常数} \quad ⑥$$

$$W=Q=mRT\times\ln\frac{V_2}{V_1}$$

$$=mRT\times ln\frac{p_1}{p_2}\text{ (J)} \quad ⑦$$

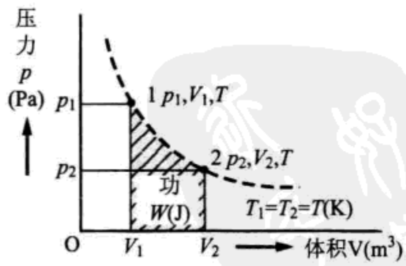


图 3　等温变化

4 绝热变化

$$P_1V_1^{\kappa}=P_2V_2^{\kappa}$$

$$=pV^{\kappa}=\text{常数} \quad ⑧$$

$$T_1V_1^{\kappa-1}=T_2V_2^{\kappa-1}$$

$$=TV^{\kappa-1}=\text{常数} \quad ⑨$$

$$\frac{p_1^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}{T_1}=\frac{p_2^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}{T_2}$$

$$=\frac{P^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}{T}=\text{常数} \quad ⑩$$

$$W=U_1-U_2$$

$$=mc_v(T_1-T_2)(\mathrm{J}) \quad ⑪$$

$$H_1-H_2=mc_p(T_1-T_2)$$

$$=\gamma W=\kappa W(\mathrm{J}) \quad ⑫$$

κ:绝热系数(理想气体 $\kappa=\gamma$);

γ:比热比($\gamma=c_p/c_v$);

H_1-H_2:绝热热降。

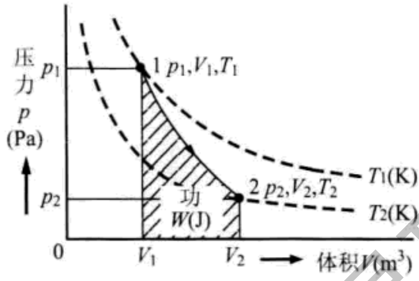


图 4 绝热变化

例题 1

将 4 kg 空气从压力 1 MPa、温度 250℃等温变化到 0.1 MPa,求热量是多少?

◁解▷ 将 $m=4$ kg,$R=287.03$ J/(kg·K),$T=250+273.15=523.15$ K,$p_1=1$ MPa,$p_2=0.1$ MPa 代入式⑦得

$$Q=4\times287.03\times523.15\times\ln(1/0.1)=138\ 302\ (\mathrm{J})\approx1.3\ (\mathrm{MJ})$$

例题 2

将 20℃的空气绝热压缩到原体积的 1/10,求压缩后温度是多少?

◁解▷ 因为是绝热变化,所以将 $\kappa=\gamma=1.402$,$T_1=20+273.15=293.15$K,$V_1=10\mathrm{m}^3$,$V_2=1\mathrm{m}^3$ 代入式⑨得

$$\frac{T_2}{T_1}=\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1}$$

$$T_2=\left(\frac{10}{1}\right)^{1.402-1}\times293.15=739.8\ \mathrm{K}$$

$$t=739.8-273.15=467\ ℃$$

9.5 多方变化

Polytropic change

▶▶ 知识点

实际进行的气体状态变化(多方变化)能用“$Pv^n=$常数”表示。多方变化是气体状态变化的一般表现形式。

1 多方变化

$$pV^n=\text{常数},\ TV^{n-1}=\text{常数},\ p^{(n-1)/n}/T=\text{常数} \quad ①$$

p:压力 (Pa);V:体积 (m^3);T:绝对温度 (K);

n:多变指数($n=0$ 为等压变化,$n=1$ 为等温变化,$n=\kappa$ 为绝热变化,$n=\infty$为等容变化)。

2 多方变化的功

$$W=\frac{p_1V_1}{n-1}\left[1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1}\right]=\frac{p_1V_1}{n-1}\left[1-\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]$$

$$=\frac{1}{n-1}(p_1V_1-p_2V_2)=\frac{mR}{n-1}(T_1-T_2)$$

$$=mc_v\frac{\kappa-1}{n-1}(T_1-T_2)=m\frac{\kappa-1}{n-1}(u_1-u_2)(\mathrm{J}) \quad ②$$

m:质量(kg);R:气体常数(J/kg·K);

c_v:等容比热(J/kg·K);u:单位质量内能(J/kg);κ:绝热指数。

3 多方变化的热量

$$Q=mc_n(T_2-T_1)=mc_v\frac{n-\kappa}{n-1}(T_2-T_1)(\mathrm{J}) \quad ③$$

$$c_n=c_v\frac{n-\kappa}{n-1}$$

4 多方变化的内能

$$U_2-U_1=mc_v(T_2-T_1)=\frac{1}{\kappa-1}mRT_1\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}-1\right](\mathrm{J}) \quad ④$$

U_1、U_2:分别为状态 1 和 2 的内能 (J)。

5 多方变化的焓

$$H_2-H_1=mc_p(T_2-T_1)=\frac{\kappa}{\kappa-1}mRT_1\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}-1\right](\mathrm{J}) \quad ⑤$$

例题 1

压力为 100 kPa，温度为 280 K 的 3kg 空气按 $Pv^{1.25}$=常数的规律变化，结果内能增加了 200 kJ。求变化终了的压力、体积和温度？

〈解〉 已知 $m=3$ kg，$p_1=100$ kPa，$T_1=280$ K，$n=1.25$，$U_2-U_1=200$ kJ，由 9.3 节表 1 查得 $c_v=0.178$ kJ /kg · K，$R=287.03$ J /kg · K。变化终了的温度 T_2，由式④变形式得

$$T_2=\frac{U_2-U_1}{mc_v}+T_1=\frac{200}{3\times0.718}+280=373\ (\mathrm{K})$$

变化终了的压力 p_2，由①变形式得

$$p_2=p_1\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{n}{n-1}}=100\times\left(\frac{373}{280}\right)^{\frac{1.25}{1.25-1}}=420\ (\mathrm{kPa})$$

变化终了的体积 V_2，由理想状态方程式得

$$V_2=\frac{mRT_2}{p_2}=\frac{3\times287.03\times373}{420\times10^3}=0.765\ (\mathrm{m}^3)$$

例题 2

将压力为 110 kPa，体积为 0.03 m³，温度 20℃的空气输入汽缸中，按 $Pv^{1.3}$=常数的变化规律将体积压缩到 1/20，温度和压力分别变化到 720 K 和 5401 kPa，求压缩所做得功是多少？

〈解〉 将 $V_1=0.03$ m³，$V_2=V_1/20=0.0015$ m³，$p_1=110$ kPa，$p_2=5401$ kPa 代入式②，压缩所做的功为

$$W=\frac{1}{n-1}(p_1V_1-p_2V_2)$$

$$=\frac{1}{1.3-1}\times(110\times0.03-5401\times0.0015)=-16.0\ (\mathrm{kJ})$$

第 10 章　热力机

10.1 热力学第二定律

Composition of forces

▶▶知识点

热力学第二定律表述为，热从高温物体向低温物体传递时一部分能量可以转变为功。热机就是利用这一原理工作的。

1 热机的热效率

$$W=Q_1-Q_2 \quad (\mathrm{J}) \qquad ①$$

$$\eta=\frac{W}{Q_1}=\frac{Q_1-Q_2}{Q_1}=1-\frac{Q_2}{Q_1} \qquad ②$$

W：有效功(J)；Q_1：从高热源得到的热量(J)；

Q_2：向低热源放出的热量(J)；η：热力机的热效率。

2 卡诺循环

$$\frac{Q_2}{Q_1}=\frac{T_2}{T_1} \qquad ③$$

$$\eta_c=1-\frac{Q_2}{Q_1}=1-\frac{T_2}{T_1} \qquad ④$$

Q_2/Q_1：放出的热量与得到的热量比；η_c：卡诺循环热效率。

3 熵

$$S=\frac{Q}{T}\ (\mathrm{J/K}) \quad \Delta s=\frac{\Delta q}{T}\ (\mathrm{J/(kg\cdot K)}) \qquad ⑤$$

S：熵(J /K)；s：单位质量熵(J /(kg · K))。

(1)等温变化

$$s_2-s_1=\frac{q}{T}=R\ln\frac{V_2}{V_1}=R\ln\frac{P_1}{P_2}\ (\mathrm{J/(kg\cdot K)}) \qquad ⑥$$

q：单位质量的热量(J/kg)；R：气体常数(J/(kg · K))。

(2)等压变化

$$s_2-s_1=c_p\ln\frac{T_2}{T_1}=c_p\ln\frac{V_2}{V_1}\ (\mathrm{J/(kg\cdot K)}) \qquad ⑦$$

c_p：等压比热(J/(kg · K))。

(3)等容变化

$$s_2-s_1=c_v\ln\frac{T_2}{T_1}=c_v\ln\frac{P_2}{P_1}\ (\mathrm{J/(kg\cdot K)}) \qquad ⑧$$

c_v：等容比热(J /(kg · K))。

(4)多方变化

$$s_2-s_1=c_v\frac{n-\gamma}{n-1}\ln\frac{T_2}{T_1}=c_v\frac{n-\gamma}{n}\ln\frac{P_2}{P_1}\ (\mathrm{J/(kg\cdot K)}) \qquad ⑨$$

n：多方变化指数；γ：比热比。

例题 1

内燃机在高温为 800 K 和低温为 400 K 的温度之间作卡诺循环，求内燃机的热效率、放热量和吸热量？

解 将 $T_1=800$ K，$T_2=400$ K 代入式③和④得

$$\frac{Q_2}{Q_1}=\frac{T_2}{T_1}=\frac{400}{800}=0.5$$

$$\eta_c=1-\frac{T_2}{T_1}=1-0.5=0.5\rightarrow 50\%$$

例题 2

将压力为 700 kPa，温度为 430 K 的 1kg 空气按 $Pv^{1.25}=$常数变化，求空气膨胀到温度为 290 K 时熵的变化量？假设空气的等容比热 c_v 为 0.721 kJ /(kg·K)。

解 将 $T_1=430$ K，$T_2=290$ K，$n=1.25$，$\gamma=1.4$，$c_v=0.721$ kJ /(kg·K)代入式⑨得

$$\begin{aligned} s_2-s_1 &= c_v\frac{n-\gamma}{n-1}\ln\frac{T_2}{T_1} \\ &= 0.721\times\frac{1.25-1.4}{1.25-1}\times\ln\frac{290}{430} \\ &= 0.170\ (\mathrm{kJ/(kg\cdot K)}) \end{aligned}$$

例题 3

在 0.101 325 MPa 压力下，将质量为 1kg，温度为 100℃ 的水变成同温同压的水蒸气需要 2 256.9 kJ 热量，求熵的增加量？

解 因水蒸发时温度一定，故将 $T=273.15+100=373.15$ K，$\Delta q=2256.9$ kJ 代入式⑤得

$$\Delta s=s_2-s_1=\frac{\Delta q}{T}=\frac{2256.9}{373.15}=6.05\ (\mathrm{kJ/(kg\cdot K)})$$

10.2 蒸汽循环

Composition of forces

知识点

蒸汽循环最少是由蒸汽锅炉、汽轮机、冷凝器和供水泵四个装置构成的封闭循环。利用这种循环可提高蒸汽装置的热效率。

1 兰肯循环

$$\eta_R = \frac{w_t - w_p}{q_1}$$

$$= \frac{(h_3 - h_4) - (h_2 - h_1)}{(h_3 - h_1) - (h_2 - h_1)} \quad ①$$

$$\eta_R = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_1} \quad ②$$

$(h_2 - h_1)$较小时

q_1:提供的单位质量热量(J/kg);

w_t:汽轮机单位质量有用功(J/kg);

w_p:供水泵的单位质量功(J/kg);

$h_1 \sim h_4$:参见图 1。

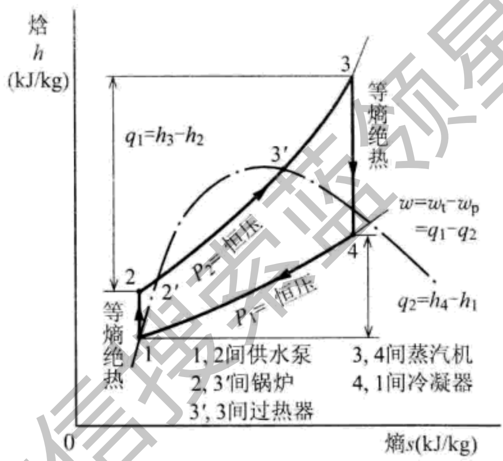


图 1 兰肯循环

2 再热循环

$$\eta_{th} = \frac{w_t}{q_1}$$

$$= \frac{(h_3 - h_a) + (h_b - h_4)}{(h_3 - h_1) + (h_b - h_a)} \quad ③$$

$h_1 \sim h_4$、h_a、h_b:参见图 2。

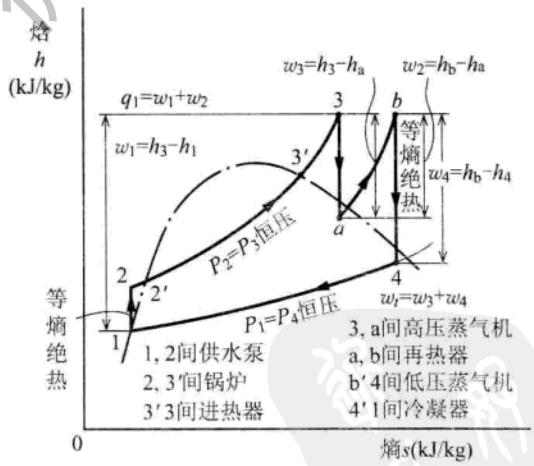


图 2 再热循环

3 回热循环

二次抽汽(混合给水加热器)

$$\eta_{th} = \frac{(h_3 - h_4) - [m_1(h_{e1} - h_4) + m_2(h_{e2} - h_4)]}{h_3 - h_{f1}} \quad ④$$

$$m_1 = (h_{f1} - h_{f2})/(h_{e1} - h_{f2}) \ (\text{kg}) \qquad m_2 = \frac{(h_{e1} - h_{f1})(h_{f2} - h_1)}{(h_{e1} - h_{f2})(h_{e2} - h_1)} \ (\text{kg})$$

例题 1

在兰肯循环中，提供给汽轮机的压力为 5 MPa，温度为 500 ℃，当冷凝器的压力为 50 kPa 时，求循环的理论热效率是多少？

◁解▷ 在 $p_1=50\ \text{kPa}$，$p_2=5\ \text{MPa}$，$t_3=500\ ℃$下，图 1 中的点 1 是饱和水，$p_1=50\ \text{kPa}=0.05\ \text{MPa}$，根据附录 15 的饱和表查得 $h_1=h'=340.564\ \text{kJ/kg}$；点 3 根据附录 16 的压缩水与过热蒸汽表查得 $p_2=p_3=5\ \text{MPa}$ 时，$h'=h_3=3433.7\ \text{kJ/kg}$；点 4，由于从点 3 到点 4 是绝热膨胀，所以熵相等。由 $p_4=p_1=50\ \text{kPa}$ 从 h-s 曲线查得 $h_4=2427\ \text{kJ/kg}$。将这些已知量代入式②得

$$\eta_R=\frac{h_3-h_4}{h_3-h_1}=\frac{3433.7-2427}{3433.7-340.564}$$
$$=0.325\rightarrow 32.5\%$$

例题 2

输送的蒸汽压力为 10 MPa，温度为 600 ℃，先使其膨胀到压力为 2 MPa，然后将蒸汽在此压力下加热到原来温度后，再使蒸汽膨胀到冷凝器的压力为 0.005 MPa，问该再热循环的理论热效率是多少？

◁解▷ 图 2 中的点 1 是饱和水，$p_1=0.005\ \text{MPa}$，根据附录 15 的饱和表查得 $h_1=h'=137.77\ \text{kJ/kg}$；点 3 根据附录 16 的压缩水与过热蒸汽表查得 $p_3=10\ \text{MPa}$，由 $t=600\ ℃$ 查得 $h_3=h'=3622.7\ \text{kJ/kg}$；因为从点 3 到点 a 为绝热膨胀，所以熵相等，由 $p_a=2\ \text{MPa}$，从 h-s 曲线(附录 17)查得 $h_a=3103\ \text{kJ/kg}$。点 b 由压力 $p_b=p_a$ 查 h-s 曲线得 $h_b=3689.2\ \text{kJ/kg}$；点 4 为绝热膨胀，所以熵相等，由 $p_4=p_1$ 从 h-s 曲线查得 $h_4=2349\ \text{kJ/kg}$；将这些已知量代入式③得

$$\eta_{th}=\frac{(h_3-h_a)+(h_b-h_4)}{(h_3-h_1)+(h_b-h_a)}$$
$$=\frac{(3622.7-3103)+(3689.2-2349)}{(3622.7-137.77)+(3689.2-3103)}$$
$$=0.457\rightarrow 45.7\%$$

10.3 蒸汽流的基本方程

Composition of forces

知识点

蒸汽在管道中流动时遵守质量守恒和能量守恒。蒸汽流的基本方程是考虑了流入流出的热量和功建立的蒸汽各能量的关系式。蒸汽流的基本方程在制造热效率高的汽轮机时使用。

1 蒸汽流做的功

$$\frac{A_1 w_1}{v_1}=\frac{A_2 w_2}{v_2}=\frac{Aw}{v}=q_m \quad (\mathrm{kg/s}) \qquad ①$$

$$q=h_2-h_1+\frac{w_2^2-w_1^2}{2}+W \quad (\mathrm{J/kg}) \qquad ②$$

v_1、v_2：分别为各断面单位质量的体积($\mathrm{m^3/kg}$)；

A_1、A_2：分别为各断面的面积（$\mathrm{m^2}$）；

w_1、w_2：分别为各断面的速度（m/s）；

q_m：质量流量(kg/s)；

q：单位质量蒸汽热量(J/kg)；

h_1、h_2：分别为各断面的焓(J/kg)；

W：对外做功(J/kg)。

2 喷嘴内的蒸汽流

$$w_2=\sqrt{2(h_1-h_2)}=\sqrt{2h_{ad}} \quad (\mathrm{m/s}) \qquad ③$$

w_2：喷嘴出口的速度(m/s)；h_{ad}：绝热热差($h_{ad}=h_1-h_2$)(J/kg)。

例题 1

求压力为 200 kPa、温度为 300℃的蒸汽在内径为 120 mm 的管内以 28 m/s 的速度稳定流动的质量流量，及以同样流量在内径 80 mm 的管内流动时的平均流速是多少？假定蒸汽的压力和温度不变，在压力 200 kPa、温度 300℃下，单位质量蒸汽的体积 $v=1.08\ \mathrm{m^3/kg}$。

◁解▷ 将 $w_1=28$ m/s，$d_1=120$ mm$=0.12$m，$v=1.08\ \mathrm{m^3/kg}$ 代入式①得质量流量

$$q_m=\frac{w_1 A_1}{v}=\frac{w_1 \pi d_1^2}{4v}=\frac{28\times\pi\times0.12^2}{4\times1.08}=0.293\ (\mathrm{kg/s})$$

在直径 80 mm 管内流动的平均流速可由式①得

$$\frac{w_1 A_1}{v}=\frac{w_2 A_2}{v},\ w_1 A_1=w_2 A_2$$

$$w_2 = w_1 \frac{A_1}{A_2} = w_1 \frac{d_1^2}{d_2^2} = 28 \times \frac{0.12^2}{0.08^2} = 63\ (\mathrm{m/s})$$

例题 2

空气以每小时 60 kg 流量在内径为 50 mm 的水平管中流动，在管的入口和出口空气的单位质量体积分别为 0.4288 m^3/kg 和 0.4298 m^3/kg，流动时从外界获得 20 kJ/h 的热量，求空气的焓增加多少？不计摩擦功。

〈解〉 管的入口和出口空气速度可由式①得

$$w_1 = \frac{q_m \times v_1}{\frac{\pi}{4} d^2} = \frac{\frac{60}{3600} \times 0.4288}{\frac{\pi}{4} \times (5 \times 10^{-2})^2} = 3.64\ (\mathrm{m/s})$$

$$w_2 = \frac{\frac{60}{3600} \times 0.4298}{\frac{\pi}{4} \times (5 \times 10^{-2})^2} = 3.65\ (\mathrm{m/s})$$

单位时间、单位质量的热量可由将 $q' = 20\ \mathrm{kJ/h} = 20\,000\ \mathrm{J/h}$，$m = 60$ kg 求得

$$q = \frac{q'}{m \times 60^2} = \frac{20 \times 10^3}{60 \times 60^2} = 0.092\,6\ (\mathrm{J/kg})$$

焓的增量可由式②和 $W = 0$ 求得

$$h_2 - h_1 = q - \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} = 0.092\,6 - \frac{3.65^2 - 3.64^2}{2} = 0.056\,2\ (\mathrm{J/kg})$$

10.4 传热与热交换器

Composition of forces

▶▶ 知识点

高温物体的热能要向低温物体传递，把热能传递方式和传递过程称为传热。应用这一原理是锅炉等。

1 导　热

$$\varphi=\lambda\frac{t_1-t_2}{d}\ (\mathrm{W/m^2}) \qquad ①$$

ϕ：热流通量（$\mathrm{W/m^2}$）；

λ：导热系数（$\mathrm{W/(m\cdot K)}$）

2 传热

$$\phi=\alpha(t_m-t)\ (\mathrm{W/m^2}) \qquad ②$$

α：传热系数（$\mathrm{W/(m^2\cdot K)}$）。

3 热传导

$$\phi=K(t_{\mathrm{I}}-t_{\mathrm{II}})\ (\mathrm{W/m^2}) \qquad ③$$

$$\frac{1}{K}=\frac{1}{\alpha_{\mathrm{I}}}+\frac{d}{\lambda}+\frac{1}{\alpha_{\mathrm{II}}} \qquad ④$$

K：传导系数（$\mathrm{W/(m^2\cdot K)}$）。

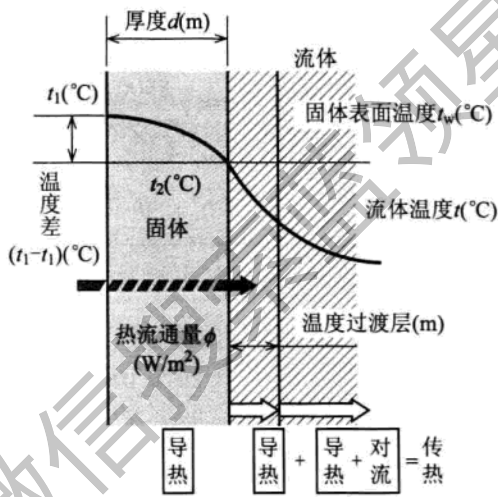


图 1　导热与传热

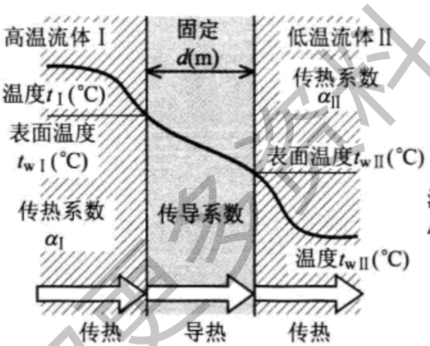


图 2　热传导

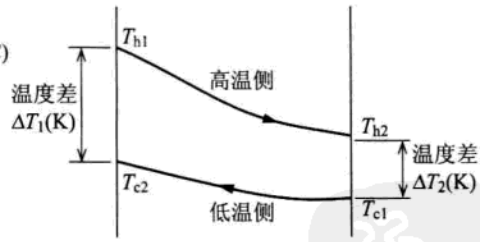


图 3　对流式热交换器的温度分布

4 热交换器

$$Q=KA\Delta T_m\ (\mathrm{W}) \qquad ⑤$$

$$\Delta T_m=\frac{\Delta T_1-\Delta T_2}{\ln\dfrac{\Delta T_1}{\Delta T_2}} \qquad ⑥$$

Q：交换热量（W）；　A：传热面积（$\mathrm{m^2}$）；

ΔT_m：对数平均温度差（K 或℃）。

例题 1

欲在 1 小时内由温度 500℃的固体表面向流体传导 40 000 J 的热量，如果传热面积为 3 m^2，流体温度为 200℃，求传热系数是多少？

解 $\phi=\dfrac{4\times10^4}{3600\times3}=3.70(\mathrm{J/(s\cdot m^2)})=3.70\ (\mathrm{W/m^2})$

将 $t_w=500$℃，$t=200$ ℃代入式②得

$$\alpha=\frac{\phi}{t_w-t}=\frac{3.70}{500-200}=0.0123\ (\mathrm{W/(m^2\cdot K)})$$

例题 2

厚度为 20 cm 的混凝土外侧接触大气，内侧有厚度为 3 cm 的红砖($\lambda_{\mathrm{I}}=0.90$ W/(m·K))，求此墙的热传导系数？已知内侧及外侧的传热系数 $\alpha_{\mathrm{I}}=120$ W/(m^2·K)，$\alpha_{\mathrm{II}}=11.0$ W/(m^2·K)，混凝土的导热系数 $\lambda_{\mathrm{II}}=1.20$ W/(m·K))

解 将 $d_{\mathrm{I}}=0.03$ m，$d_{\mathrm{II}}=0.2$ m 代入式④得

$$\frac{1}{K}=\frac{1}{\alpha_{\mathrm{I}}}+\frac{d_1}{\lambda_1}+\frac{d_2}{\lambda_2}+\frac{1}{\alpha_{\mathrm{II}}}=\frac{1}{120}+\frac{0.03}{0.90}+\frac{0.2}{1.2}+\frac{1}{11.0}=0.299$$

$$K=3.34\ (\mathrm{W/(m^2\cdot K)})$$

例题 3

通过二层对流管式热交换器，将温度为 65℃的油冷却到 30℃，冷却水温度 18℃。已知热传导系数 730 W/(m^2·K)，传热量 39.2 kW，求低温流体的出口温度为 33℃时的传热面积？

解 $\Delta T_1=T_{h1}-T_{c2}=65.0-33.0=32.0$ (℃)

$\Delta T_2=T_{h2}-T_{c1}=30.0-18.0=12.0$ (℃)

由式⑤和式⑥得

$$\Delta T_m=\frac{32.0-12.0}{\ln\dfrac{32.0}{12.0}}=20.4\ (℃)$$

$$A=\frac{Q}{K\Delta T_m}=\frac{39.2\times10^3}{730\times20.4}=2.63\ (\mathrm{m^2})$$

10.5 燃 烧

Composition of forces

知识点

包含在可燃气体中的水蒸气完全冷凝时的发热量称为高发热量；水蒸气未完全冷凝排放到外界时的称为低发热量。在热机中为了求得有效功率需要计算燃烧生成热，使锅炉高效运转也需要计算。

1 发热量

(1) 固体及液体燃料

低发热量

$$H_l=\frac{407.0}{12}c+\frac{240.0}{2}\left(h-\frac{o}{8}\right)+\frac{296.1}{32}s-2.5(1.13\times o+w)\ (\mathrm{MJ/kg}) \quad ①$$

高发热量

$$H_h=H_l+2.5(9h+w)\ (\mathrm{MJ/kg}) \quad ②$$

c,h,s,o,w：1 kg 燃料中碳、氢、硫、氧和水的质量(kg)。

(2) 气体燃料

低发热量

$$H_l=H_h-2000(h_2+2ch_4+3c_2h_6+2c_2h_4+c_2h_2+4C_3h_8+\cdots+\frac{n}{2}c_mh_n)\ (\mathrm{kJ/m^3N}) \quad ③$$

高发热量

$$H_h=12\,630co+12\,760h_2+39\,750\,ch_4+69\,640c_2h_6+62\,990c_2h_4+\cdots(\mathrm{kJ/m^3N}) \quad ④$$

co,h_2,c_mh_n：标准状态下 1 m^3 燃料中气体的体积比(m_n^3)。

※ 1m_N^3表示标准状态下 1 m^3 的体积。

2 燃料效率

$$\eta_c=\frac{\text{单位质量的燃料实际发热量 } H}{\text{燃料低发热量 } H_l} \quad ⑤$$

3 空气过剩率

$$\lambda=\frac{\text{供给单位质量燃料的实际空气量 } L\ (\mathrm{m_N^3/kg})}{\text{理论空气量 } L_t(\mathrm{m_N^3/kg})} \quad ⑥$$

$$L_t=\frac{1}{0.21}\cdot\frac{22.4}{32}\left(\frac{8}{3}c+8h+s-o\right)\ (\mathrm{m_N^3/kg}) \quad ⑦$$

例题 1

某一煤炭的成分为 c70%、h5%、o8%、s1%、n2%、灰分 8%和 w(水分)6%，求低发热量和高发热量是多少？当燃烧效率为 88%时燃烧 1kg 煤炭的发热量是多少？

◁解▷　将 $c=0.7, h=0.05, o=0.08, s=0.01, w=0.06$ 代入式①得

$$H_l=\frac{407.0}{12}\times 0.7+\frac{240.0}{2}\times\left(0.05-\frac{0.08}{8}\right)+\frac{296.1}{32}\times 0.01$$
$$-2.5\times(1.13\times 0.08+0.06)=28.3\ (\mathrm{MJ/kg})$$

根据式②求高发热量

$$H_h=28.3+2.5\times(9\times 0.05+0.06)=29.6\ (\mathrm{MJ/kg})$$

燃烧效率 88%时的发热量，根据式⑤计算

$$H=H_l\times\eta_c=28.3\times 0.88=24.9\ (\mathrm{MJ/kg})$$

例题 2

液体燃料的混合比例为碳 86.3%、氢 13.7%，求理论空气量和空气比为 1.2 时的实际空气量？

◁解▷　将 $c=0.863, h=0.137, o=0, s=0$ 代入式⑦，则理论空气量为

$$L_t=\frac{1}{0.21}\times\frac{22.4}{32}\left(\frac{8}{3}\times 0.863+8\times 0.137+0-0\right)=11.3\ (\mathrm{m_N^3/kg})$$

空气比（空气过剩率 λ）为 1.2 时，由式⑥得

$$L=\lambda L_t=1.2\times 11.3=13.6\ (\mathrm{m_N^3/kg})$$

◎ 知识扩展 ◎

表 1　各种燃料的低发热量和理论空气量

燃料种类	低发热量	理论空气量
无烟煤	$30.6\times10^3\sim33.5\times10^3$(kJ/kg)	$7.85\sim8.5(\mathrm{m_N^3/kg})$
焦　碳	$20.6\times10^3\sim30.1\times10^3$(kJ/kg)	$7.0\sim8.0(\mathrm{m_N^3/kg})$
重　油	$42.0\times10^3\sim42.4\times10^3$(kJ/kg)	$10.0\sim11.5(\mathrm{m_N^3/kg})$
丙烷气	$90.7\times10^3(\mathrm{kJ/m^3N})$	$23.8(\mathrm{m_N^3/m_N^3})$
高炉煤气	$3.0\times10^3\sim3.8\times10^3(\mathrm{kJ/m^3N})$	$0.7(\mathrm{m_N^3/m_N^3})$

10.6 锅炉性能

Composition of forces

知识点

表示锅炉性能的参数有传热面蒸发率、传热面热负荷、锅炉效率、等效蒸发量等，通过调整这些指标可改善锅炉的性能。

1 等效蒸发量

$$G_e=\frac{G(h_2-h_1)}{2257} \quad (\text{kg/h}) \qquad ①$$

G：蒸发量 (kg/h)；h_2：发生蒸汽焓 (kJ/kg)；

h_1：给水的焓 (kJ/kg)。

2 传热面蒸发率

$$\varepsilon=\frac{G}{A} \quad (\text{kg/(m}^2\cdot\text{h)}) \qquad ②$$

A：锅炉本体部分的传热面积(m^2)。

3 传热面热负荷

$$\varepsilon_t=\frac{G(h_x-h_e)}{A} \quad (\text{kg/(m}^2\cdot\text{h)}) \qquad ③$$

h_x：锅炉本体发生饱和蒸汽的焓(kJ/kg)；

h_e：锅炉入口处给水的焓(kJ/kg)。

4 锅炉效率

$$\eta_b=\frac{G(h_2-h_1)}{G_f H_l}=\frac{2257G_e}{G_f H_l} \qquad ④$$

G_f：燃料供给量(kJ/h)；H_l：低发热量(kJ/kg)。

例题 1

给水温度为 20℃，在压力为 27 MPa，温度 540℃下产生 2040t/h 水蒸气，求锅炉的等效蒸发量？

解 给水的焓 h_1 从附录 14 饱和表中查得 $h_1=84$ kJ/kg，发生蒸汽焓 h_2 从附录 17 的 h-s 线图中查得 $h_2=3300$ kJ/kg。代入式①得

$$G_e=\frac{2040\times1000\times(3300-84)}{2257}$$

$$=2\ 907\times10^3 \quad (\text{kg/h})$$

例题 2

某锅炉的蒸发量 3200 t/h，锅炉本体的传热面积 8000 m²，求锅炉的传热面蒸发率？

解 将 $G=3200\times1000=3.2\times10^{6}$ kg/h，$A=8000\text{m}^2$ 代入式②得

$$\varepsilon=\frac{3.2\times10^{6}}{8000}=400\ (\text{kg}/(\text{m}^2\cdot\text{h}))$$

例题 3

某锅炉的给水温度为 25℃，每小时产生 5t 压力为 1.5 MPa、温度为 300℃的水蒸气，如果锅炉每小时消耗 500 kg 的重油，锅炉的效率是多少？假定重油的低发热量 42000kJ/kg。

解 给水的焓 h_1 从附录 14 饱和表中查得 24℃时 $h_1=100.587$ kJ/kg，26℃时 $h_1=108.947$ kJ/kg，通过插值得

$$100.587+(108.947-100.587)\times\frac{25-24}{26-24}=104.767\approx105\ (\text{kJ/kg})$$

发生蒸汽焓 h_2 从附录 17 的 h-s 线图中查得 $h_2=3040$ kJ/kg，代入式④得

$$\eta_b=\frac{5000\times(3040-105)}{500\times42\,000}=0.699\rightarrow69.9\%$$

10.7 汽轮机性能

Composition of forces

▶▶知识点

实际汽轮机有内部损失、内部漏损失和外部损失等，这些损失比绝热热差的数值小。汽轮机的性能参数有功率、蒸汽初始温度、初始压力、排汽压力、抽汽次数、效率和热耗率等。

1 汽轮机效率

$$\eta_t=\frac{w_e}{h_{ad}} \quad ①$$

$$\eta_i=\frac{w_i}{h_{ad}} \quad ②$$

$$\eta_m=\frac{w_e}{h_{ad}} \quad ③$$

η_t：汽轮机效率；w_e：汽轮机的有效功（kJ/kg）；w_i：内部功（kJ/kg）；

h_{ad}：绝热热差(kJ/kg)；η_i：内部效率；η_m：机械效率($\eta_t=\eta_i\times\eta_m$)。

2 汽轮机的输出功率

$$P_e=\eta_t G_s h_{ad}(\mathrm{kW}) \quad ④$$

$$P_e=G_s w_e(\mathrm{kW}) \quad ⑤$$

P_e：汽轮机的功率(有效动力)(kW)；G_s：供给蒸汽量（kg/s）。

例题 1

功率为 70 000 kW 的汽轮机每小时消耗蒸汽 250 t/h，求该汽轮机蒸汽效率？假定绝热热差 h_{ad} 为 1200kJ/ kg。

◁解▷ 将 $G_s=250t/h=250\times1000/3600\mathrm{kg/s}$，$h_{ad}=1200\mathrm{kJ/kg}$，$P_e=70\ 000\mathrm{kW}$ 代入式④得

$$\eta_t=\frac{P_e}{G_s h_{ad}}=\frac{70\ 000\times3\ 600}{250\times10^3\times1\ 200}=0.84\to84\%$$

例题 2

有一汽轮机的内部效率为 90%，机械效率为 92%，求该汽轮机的单位时间有效功是多少？假定绝热热差 h_{ad} 为 1300 kJ/ kg，蒸汽消耗量 $G_s=200$ t/h。

◁解▷ 汽轮机有效功 P_e(kW)$=P_e$(kg/s)，为单位时间有效功。

将 $\eta_i=0.9$，$\eta_m=0.92$，$G_s=200\times1000\mathrm{kg/h}$，$h_{ad}=1300$ kJ/ kg 代入式④得

$$P_e = \eta_i \eta_m G_s h_{od} = 0.9 \times 0.92 \times 200 \times 10^3 \times 1300$$
$$= 215\ 280 \times 10^3\ kJ/h \approx 215.3 \times 10^3\ (MJ/h)$$

例题 3

某汽轮机每小时蒸汽供给量为 80 t，蒸汽的压力为 4 MPa，温度为 400℃时膨胀到 1 MPa，求汽轮机效率为 80%时输出功率为多少？

◁解▷ 压力 4 MPa，温度 400℃的蒸汽焓由附录 16 压缩水与过热蒸汽表查得 $h = 3215.7$ kJ/ kg，由附录 17 的 h-s 线图查得等熵膨胀 1 MPa 下 $h = 2880$ kJ/ kg，则其绝热热差 h_{ad} 为

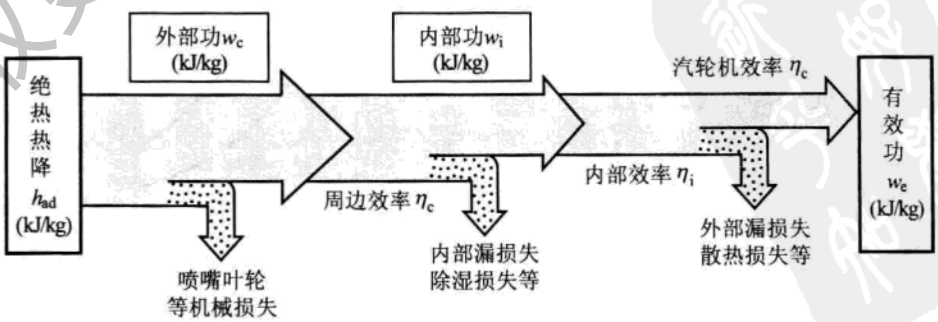
$$h_{ad} = 3215.7 - 2880 = 335.7\ (kJ/kg)$$

将 $\eta_i = 0.8$，$h_{ad} = 335.7$ kJ/ kg，$G_s = 80t/h = 80 \times 10^3/3600$ kg/s 代入式④得

$$P_e = \eta_t G_s h_{ad} = \frac{0.8 \times 80 \times 10^3 \times 335.7}{3\ 600} = 5968\ (kW)$$

◎ 知识扩展 ◎

汽轮机的损耗与效率之间的关系如下图所示。



10.8 内燃机压缩比与循环

Composition of forces

▶▶知识点

压缩比对内燃机的热效率影响较大。内燃机的循环是表示工作流体各种状态变化的过程，所以理论循环关系到内燃机热效率的提高。

1 压缩比

$$\varepsilon=\frac{V_c+V_s}{V_c}=\frac{V_t}{V_c} \quad ①$$

2 奥托循环(等容循环)

$$\eta_{tho}=1-\frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}} \quad ②$$

κ：绝热系数。

3 柴油机循环(等压循环)

$$\eta_{thd}=1-\frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}}\cdot\frac{\sigma^{\kappa}-1}{\kappa(\sigma-1)} \quad ③$$

σ：V_3/V_c（预胀比）。

4 萨巴蒂循环(复合循环)

$$\eta_{ths}=1-\frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}}\cdot\frac{\rho\sigma^{\kappa}-1}{(\rho-1)+\kappa\rho(\sigma-1)} \quad ④$$

ρ：最高压力比 p_3/p_2。

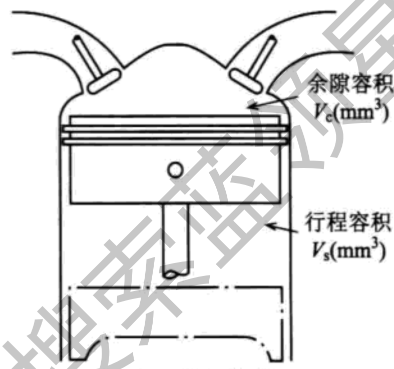


图 1 行程容积

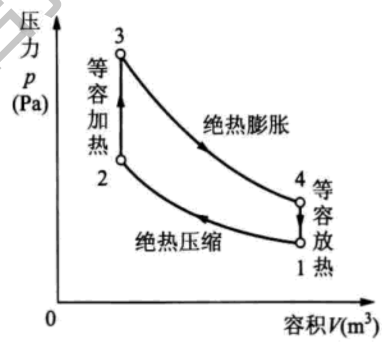


图 2 奥托循环

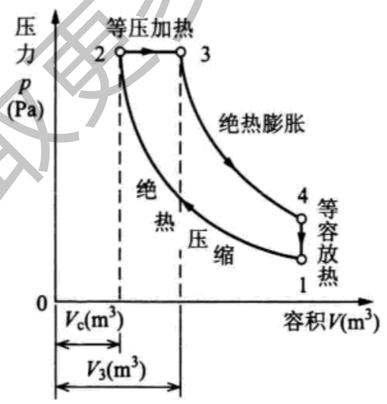


图 3 柴油机循环

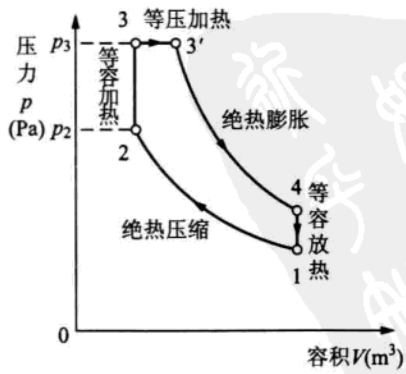


图 4 萨巴蒂循环

例题 1

试计算压力比为 7.5 的奥托循环的热效率。设 $\kappa=1.3$。

◁解▷ 将压缩比 $\varepsilon=7.5$，$\kappa=1.3$ 代入式②得

$$\eta_{tho}=1-\frac{1}{7.5^{1.3-1}}=0.454\rightarrow 45.4\%$$

例题 2

要使柴油机循环中的热效率达到 56%，压缩比应控制在多少较好？设预胀比 σ 为1.5，绝热常数 κ 为 1.4。

◁解▷ 将式③变形

$$\varepsilon=\sqrt[\kappa-1]{\frac{1}{1-\eta_{thd}}\cdot\frac{\sigma^{\kappa}-1}{\kappa(\sigma-1)}}$$

将 $\eta_{thd}=0.56$，$\sigma=1.5$，$\kappa=1.4$ 代入上式得

$$\varepsilon=\sqrt[0.4]{\frac{1}{1-0.56}\cdot\frac{1.5^{1.4}-1}{1.4\times(1.5-1)}}=9.69$$

例题 3

求压缩比为 12，预胀比为 2.0，压力比为 1.1 时萨巴蒂循环的热效率是多少？设热系数 $\kappa=1.4$。

◁解▷ 将 $\varepsilon=12$，$\sigma=2.0$，$\rho=1.1$，$\kappa=1.4$ 代入式④得

$$\begin{aligned}\eta_{ths}&=1-\frac{1}{12^{1.4-1}}\cdot\frac{1.1\times 2^{1.4}-1}{(1.1-1)+1.4\times 1.1\times(2.0-1)}\\&=0.571\rightarrow 57.1\%\end{aligned}$$

例题 4

求余隙容积为 50 cm³，行程容积为 350 cm³ 的内燃机压缩比？

◁解▷ 将 $V_s=50\ \text{cm}^3$，$V_c=350\ \text{cm}^3$ 代入式①得

$$\varepsilon=\frac{V_s}{V_c}+1=\frac{350}{50}+1=8$$

10.9　内燃机的输出功率与效率

Composition of forces

知识点

内燃机的实际循环与理论循环不同，在实际循环中由于工作流体的性质变化会有各种损失，需要通过性能实验来调整输出功率、扭矩和燃料消耗率等指标。

1 标称功率

$$P_i=\frac{P_{mi}V_s z}{1000\times10^3}\cdot\frac{na}{60}=\frac{P_{mi}\frac{\pi}{4}d^2 szna}{1000\times10^3\times60}\ (\text{kW}) \qquad ①$$

P_{mi}：平均标称压力（MPa）；V_s：行程容积（mm^3）；d：汽缸内径(mm)；

s：行程(mm)；z：汽缸数；n：转速(r/min)；

a：常数(四循环机构 $a=0.5$，二循环机构 $a=1$)。

2 理论热效率

$$\eta_e=\frac{3600P_e}{BH_l}=\frac{3600\times10^3}{bH_l} \qquad ②$$

b：燃料消耗率(g/kW·h)；B：单位时间供给的燃料(kg/h)；

H_l：低发热量(kJ/kg)；P_e：理论热效率。

3 轴功率(理论输出功率)

$$P_e=\frac{2\pi nT}{60\times1000}=\frac{2\pi nWL}{60\times1000}\ (\text{kW}) \qquad ③$$

T：轴扭距(N·m)；

W：测力计读数（N）；

L：力臂长度（m）。

4 机械效率

$$\eta_m=\frac{P_e}{P_i}=\frac{P_{me}}{P_{mi}} \qquad ④$$

P_{me}：平均理论有效压力(MPa)。

5 活塞的平均速度

$$v_{pm}=2sn/60\ (\text{m/s}) \qquad ⑤$$

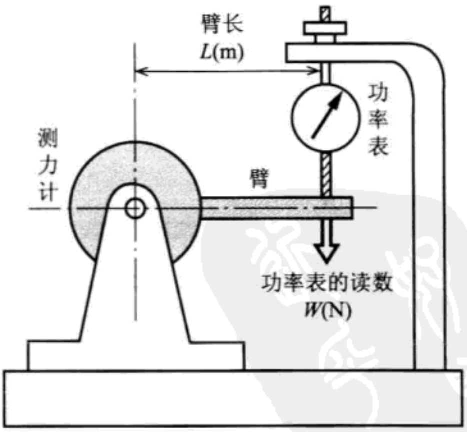


图 1　测力计

例题 1

二循环 4 缸柴油机的汽缸内径为 460mm，行程为 650mm。当柴油机发动机转速为 150 r/min 时，平均标称压力为 0.735 MPa，理论功率为 375 kW，1 kW 的燃料消耗量是 200kg。求柴油机的标称功率、机械效率、理论平均有效压力及理论热效率是多少？已知燃料的低发热量为 43 500 kJ/kg。

◁解▷ 标称功率由式①求得

$$P_i = \frac{P_{mi}\frac{\pi}{4}d^2 szna}{1000 \times 10^3 \times 60}$$

$$= \frac{0.735 \times \frac{\pi}{4} \times 460^2 \times 650 \times 4 \times 150 \times 1}{1000 \times 10^3 \times 60} = 794\ (\text{kW})$$

机械效率由式④得

$$\eta_m = \frac{P_e}{P_i} = \frac{375}{794} = 0.472 \rightarrow 47.2\%$$

理论平均有效压力由式④得

$$P_{me} = \eta_m P_{mi} = 0.472 \times 0.735 = 0.347\ (\text{MPa})$$

理论热效率由式②得

$$\eta_e = \frac{3600 \times 10^3}{bH_1} = \frac{3600 \times 10^3}{200 \times 43\,500} = 0.414 \rightarrow 41.4\%$$

例题 2

测定 4 循环发动机的输出功率，当转速为 2500 r/min 时，测力计力臂长度为 500 mm，测力计读数为 300 N，求该发动机的理论输出功率？

◁解▷ 理论输出功率（轴功率）P_e 由式③计算

$$P_e = \frac{2\pi nWL}{60 \times 1000} = \frac{2\pi \times 2\,500 \times 300 \times 0.5}{60 \times 1\,000} = 39.3\ (\text{kW})$$

◎ 知识扩展 ◎

1 PS(马力)=735.499 W；

1 kW=102 kgf·m/s；

1 PS(马力)=75 kgf·m/s。

附 录

附录 1　单位表

表 1　辅助单位

	词头名称	符　号		词头名称	符　号
10^{18}	艾	E	10^{-1}	分	d
10^{15}	拍[它]	P	10^{-2}	厘	c
10^{12}	太[拉]	T	10^{-3}	毫	m
10^{9}	吉[咖]	G	10^{-5}	微	μ
10^{6}	兆	M	10^{-9}	纳[诺]	n
10^{3}	千	k	10^{-12}	皮[可]	p
10^{2}	百	b	10^{-15}	飞[姆托]	f
10^{1}	十	da	10^{-18}	阿[托]	a

表 2　SI 单位和其他单位

	SI 单位	其他单位	
角　度	rad(弧度)	°(度)	
	1	57.296	
	0.017 453 3	1	
长　度	m(米)	in(英寸)	ft(英尺)
	1	39.370	3.280 8
	0.025 4	1	0.083 333
	0.304 8	12	1
力	N(牛[顿])	kgf(千克力)	lbf(磅力)
	1	0.101 97	0.224 81
	9.806 65	1	2.204 62
	4.448 22	0.453 59	1
应力 压力	Pa(帕[斯卡])	kgf/cm^2(千克力每平方厘米)	kgf/mm^2(千克力每平方毫米)
	1	$1.019\ 7\times10^{-3}$	$1.019\ 7\times10^{-2}$
	$9.806\ 65\times10^{4}$	1	0.01
	$9.806\ 65\times10^{5}$	100	1
力　矩	N·m(牛·米)	kgf·m(千克力米)	lbf ft(磅力英尺)
	1	0.109 72	0.737 561
	9.806 65	1	7.233 003
	1.355 82	0.138 255	1

	SI 单位	其他单位	
能　功	J(焦[尔])	W・h(瓦时)	cal(卡)
	1	0.00 027 778	0.238 888 6
	360 0	1	859.8452
	4.186 05	0.001 163	1
功　率	W(瓦[特])	kgf・m/s(千克力米每秒)	PS(马力)
	1	0.101 971 62	0.001 359 62
	9.806 65	1	0.013 333 33
	735.498 75	75	1

附录 2　直齿轮齿形系数 y 的值

齿数 Z	14.5° 标准齿	20° 标准齿	20° 短齿	齿数 Z	14.5° 标准齿	20° 标准齿	20° 短齿
12	0.067	0.078	0.099	26	0.098	0.110	0.135
13	0.071	0.083	0.103	28	0.100	0.112	0.137
14	0.075	0.088	0.108	30	0.101	0.114	0.139
15	0.078	0.092	0.111	34	0.104	0.118	0.142
16	0.081	0.094	0.115	38	0.106	0.122	0.145
17	0.084	0.096	0.117	50	0.110	0.130	0.151
18	0.086	0.098	0.120	60	0.113	0.134	0.154
19	0.088	0.100	0.123	75	0.115	0.138	0.158
20	0.090	0.102	0.125	100	0.117	0.142	0.161
21	0.092	0.104	0.127	150	0.119	0.146	0.165
22	0.093	0.105	0.129	300	0.122	0.150	0.170
24	0.095	0.107	0.132	齿条	0.124	0.154	0.175

附录 3　齿轮材料抗拉强度

材　质	符　号	MPa	材　质	符　号	热处理	MPa
灰钢铁	FC100	≥100	结构钢	S28C,S30C	正火	≥471
	FC150	≥150		S28C,S30C	调质	≥539
	FC200	≥200	碳素钢	S33C,S35C	正火	≥510
	FC250	≥250		S33C,S35C	调质	≥569
	FC300	≥300		S38C,S40C	正火	≥539
	FC350	≥350		S38C,S40C	调质	≥608
碳素钢铸钢	SC360	≥360		S43C,S45C	正火	≥569
	SC410	≥410		S43C,S45C	调质	≥686
	SC450	≥450		S48C,S50C	正火	≥608
	SC480	≥480		S48C,S50C	调质	≥735
不锈钢	SNC236	≥740		S53C,S55C	正火	≥647
	SNC631	≥830		S53C,S55C	调质	≥785
	SNC836	≥930	磷青铜铸件			200
青　铜		180	镍青铜锻造			640～900

附录 4　未经表面硬化处理的齿轮的许用弯曲应力及作用接触应力

材料(箭头参考)		硬　度		最小抗拉强度(MPa)(参考)	许用弯曲应力 $\sigma_{F\,\lim}$ (MPa)	许用接触应力 $\sigma_{H\,\lim}$ (MPa)
		HB	HV			
铸钢	SC360			363	71.2	335
	SC410			412	82.4	345
	SC450			451	90.6	355
	SC480			481	97.5	365
	SCC3 A	143	—	520	108	390
	SCC3 B	183	—	618	122	435

续表

材料（箭头参考）		硬度		最小抗拉强度（MPa）（参考）	许用弯曲应力 $\sigma_{F\lim}$（MPa）	许用接触应力 $\sigma_{H\lim}$（MPa）
		HB	HV			
正火碳素结构钢		120	126	382	135	405
		130	136	412	145	415
		140	147	441	155	430
		150	157	471	165	440
	S25C	160	167	500	173	455
		170	178	539	180	465
	S35C	180	189	569	186	480
		190	200	598	191	490
	S43C	200	210	628	196	505
	S48C	210	221	667	201	515
	S53C S58C	220	230	696	206	530
		230	242	726	211	540
		240	252	755	216	555
		250	263	794	221	565
调质碳素结构钢		230	242	726	255	700
		240	252	755	264	715
		250	263	794	274	730
		260	273	824	283	745
	SMn443	270	285	853	293	760
		280	295	883	302	775
	SNC836 SCM435	290	306	912	312	795
		300	316	951	321	810
	SCM440	310	327	981	331	825
	SNCM439	320	337	1010	340	840
		330	349	1040	350	855
		340	359	1079	359	870
		350	370	1108	369	885

附录

附录 5　材料弹性系数 Z_E

齿轮			啮合齿轮			材料弹性系数 Z_E ($\sqrt{MPa}$)
材料	符号	弹性模量 E (GPa)	材料	符号	弹性模量 E (GPa)	
钢	*	206	结构钢	*	206	190
			铸钢	SC	202	189
			球墨铸铁	FCD	173	181
			灰铸铁	FC	118	162
铸钢	SC	202	铸钢	SC	202	188
			球墨铸铁	FCD	173	181
			灰铸铁	FC	118	162
球墨铸铁	FCD	173	球墨铸铁	FCD	173	174
			灰铸铁	FC	118	157
灰铸铁	FC	118	灰铸铁	FC	118	144

注：带 * 的钢是碳素钢、合金钢、氮化钢和不锈钢。

附录 6　使用系数 K_A

驱动机械		被动机械运转特性			
运转特性	驱动机械举例	均一载荷 U	中度冲击 M	较重度冲击 MH	重度冲击 H
均一载荷 U	电机、蒸汽轮机、汽轮机	1.00	1.25	1.50	1.75
轻度冲击载荷 UM	蒸汽轮机、汽轮机、液压马达及电机	1.10	1.35	1.60	1.85
中度冲击载荷 M	多缸内燃机	1.25	1.50	1.75	2.0
重度冲击载荷 H	单缸内燃机	1.50	1.70	2.0	≥2.25

附录 7　齿面接触应力系数

齿轮材料		$k(\mathrm{N/mm^2})$	
小齿轮（硬度 H_B）	大齿轮（硬度 H_B）	$\alpha=14.5°$	$\alpha=20°$
钢(150)	钢(150)	0.196	0.265
钢(200)	钢(150)	0.284	0.383
钢(250)	钢(150)	0.392	0.520
钢(200)	钢(200)	0.392	0.520
钢(250)	钢(200)	0.510	0.677
钢(300)	钢(200)	0.647	0.844
钢(250)	钢(250)	0.647	0.844
钢(300)	钢(250)	0.795	1.050
钢(350)	钢(250)	0.961	1.275
钢(300)	钢(300)	0.961	1.275
钢(350)	钢(300)	1.138	1.511
钢(400)	钢(300)	1.246	1.648
钢(350)	钢(350)	1.344	1.785
钢(400)	钢(350)	1.560	2.060
钢(450)	钢(350)	1.668	2.217
钢(400)	钢(400)	2.296	3.051
钢(500)	钢(400)	2.433	3.227
钢(600)	钢(400)	2.570	3.414
钢(500)	钢(500)	2.874	3.816
钢(600)	钢(600)	4.218	5.582
钢(150)	铸铁	0.294	0.383
钢(200)	铸铁	0.579	0.775
钢(250)	铸铁	0.961	1.275
钢(300)	铸铁	1.030	1.364
钢(150)		0.304	0.402
钢(200)	磷青铜	0.608	0.804
钢(250)		0.903	1.324
铸铁	铸铁	1.295	1.844
		1.373	1.825
镍青铜铸件	镍青铜铸件	1.138	1.521

附录 8　切削加工条件(车床)

刀具材料		工件材料	切削速度 (m/min)	吃刀量 (mm)	进给量 (mm/rev)
高速工具钢	粗车	钢	35～45	2～3	0.2～0.3
		铸铁	18～25		
		铝	150～200		
	精车	钢	50～70	0.025～0.075	刀宽 1/3
		铸铁	30～35		
		铝	200～250		
超硬合金	粗车	钢	150～200	2	0.2～0.3
		铸铁	60～90		
		铝	600～800		
	精车	钢	220～300	0.05	0.05～0.1
		铸铁	90～130		
		铝	800～1000		

附录 9　少切削加工的切削速度与进给量

被切削材料	抗拉强度或硬度(MPa)	刀具材料	粗加工		精加工	
			切削速度 (m/min)	进给量 (mm/rev)	切削速度 (m/min)	进给量 (mm/rev)
钢	500>	P 25	100～160	0.3～0.5	120～180	0.1
	500～700	P 25	80～120	0.3～0.4	100～120	0.1
	700～1000	P 40	60～100	0.15～0.4	80～100	0.1
		金属陶瓷	100～200	0.15～0.4	150～250	0.05～0.1
调质钢	700～1000	P 40	60～100	0.15～0.4	80～100	0.1
	1000～1500	P 40	30～60	0.1～0.3	45～80	0.1
铸　钢	700	P 40	70～100	0.15～0.4	100～120	0.1
铸　铁	H_B 200～300	K 20	60～90	0.3～0.5	60～90	0.1
		陶瓷	—	—	300～500	0.05～0.1

续表

被切削材料	抗拉强度或硬度(MPa)	刀具材料	粗加工		精加工	
			切削速度	进给量	切削速度	进给量
黄　铜	H_B 80～120	K 20	150～220	0.15～0.4	170～300	0.1
青　铜	H_B 60～100	K 20	100～180	0.15～0.4	140～250	0.1
铝	H_B 60～100	K 20	300～600	0.15～0.4	500～800	0.1

附录 10　高速钢钻头标准切削条件

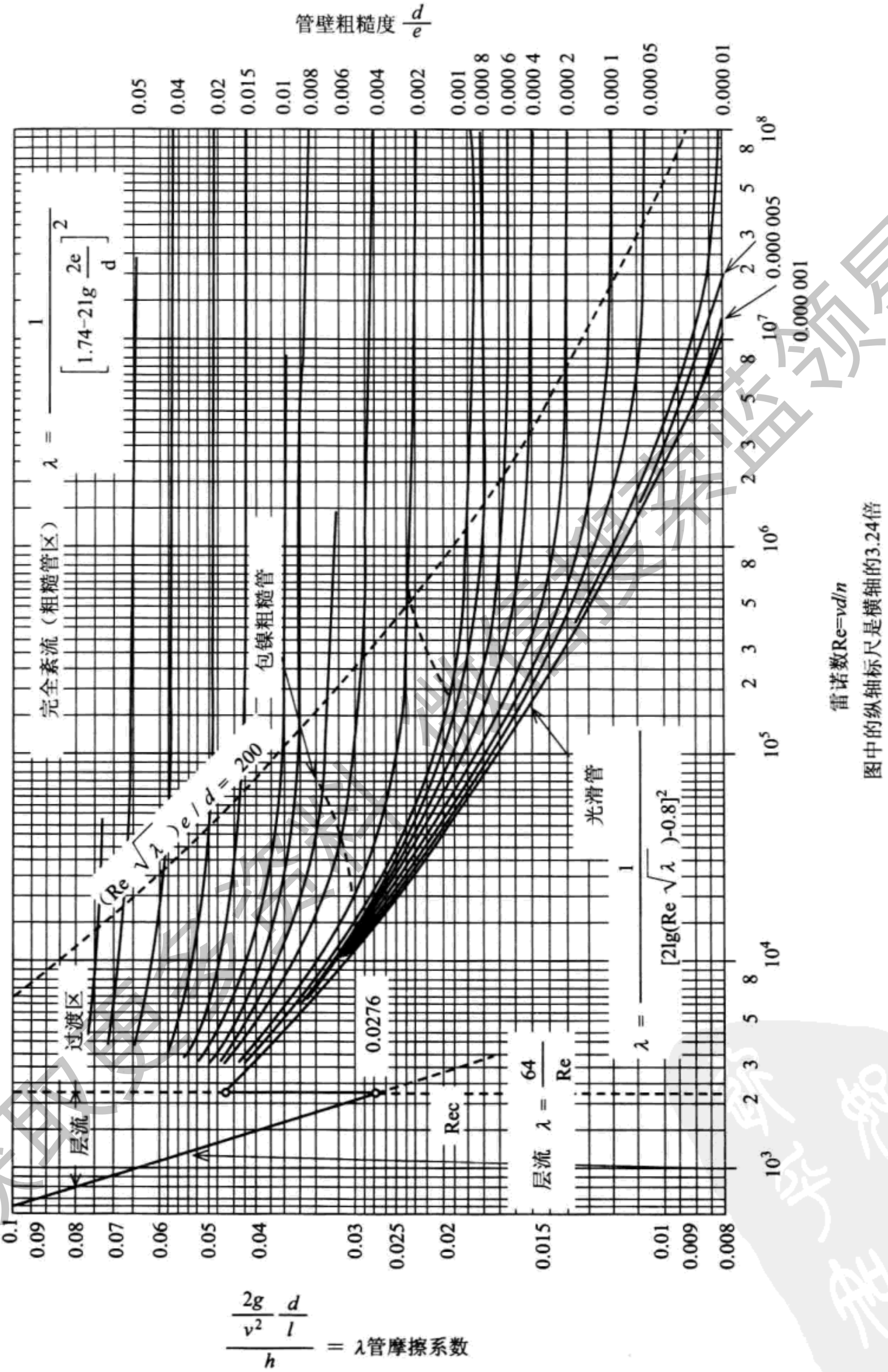
被切削材料	拉伸强度(MPa)	钻头直径 D(mm)									
		2～5		6～11		12～18		19～25		26～50	
		v	s	v	s	v	s	v	s	v	s
钢	500 以下	20～25	0.1	20～25	0.2	30～35	0.2	30～35	0.3	25～30	0.4
	500～700	20～25	0.1	20～25	0.2	20～25	0.2	25～30	0.2	25	0.2
	700～900	15～18	0.05	15～18	0.1	15～18	0.2	18～22	0.3	15～20	0.35
	900～1000	10～14	0.05	10～14	0.1	12～18	0.15	16～20	0.2	14～16	0.3
铸　铁	120～180	25～30	0.1	30～40	0.2	25～30	0.35	20	0.6	20	1.0
	180～300	12～18	0.1	14～18	0.15	16～20	0.2	16～20	0.3	16～18	0.4
黄　铜	（软）	50 以下	0.05	50 以下	0.15	50 以下	0.3	50 以下	0.45	50 以下	—
青　铜	（硬）	35 以下	0.05	35 以下	0.1	35 以下	0.2	35 以下	0.35	35 以下	—

注：v：切削速度，单位为 m/min；
　　s：进给量，单位为 mm/rev。

附录 11　各种金属密度熔点

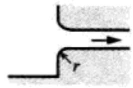
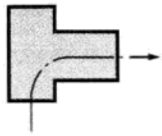
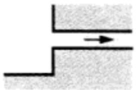
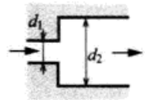
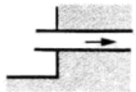
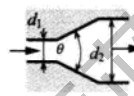
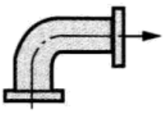
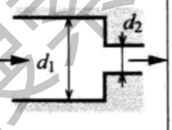
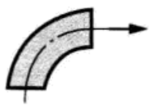
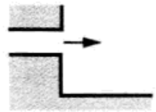
金属名	密度（g・cm^{-3}）	熔点(℃)	金属名	密度(g・cm^{-3})	熔点(℃)
钨　(W)	19.1	3387	金　(Au)	19.3	1064
铬　(Cr)	7.2	1890	银　(Ag)	10.5	962
钛　(Ti)	4.5	1675	铝　(Al)	2.7	660
铁　(Fe)	7.9	1535	锌　(Zn)	7.1	420
镍　(Ni)	8.9	1455	铅　(Pb)	11.3	328
铜　(Cu)	8.9	1085	锡　(Sn)	7.3	232

附录 12　慕德线图

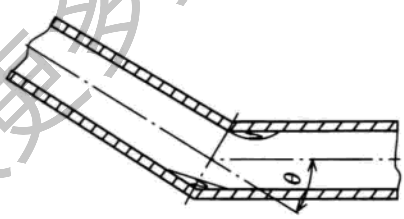


管壁粗糙度 $\frac{d}{e}$
0.05
0.04
0.02
0.015
0.01
0.008
0.006
0.004
0.002
0.001
0.000 8
0.000 6
0.000 4
0.000 2
0.000 1
0.000 05
0.000 01
0.000 005
0.000 001
完全紊流（粗糙管区）
$\lambda = \frac{1}{\left[1.74-2\lg\frac{2e}{d}\right]^2}$
包镍粗糙管
$(Re\sqrt{\lambda})e/d = 200$
过渡区
0.0276
层流
Rec
层流 $\lambda = \frac{64}{Re}$
光滑管
$\lambda = \frac{1}{[2\lg(Re\sqrt{\lambda})-0.8]^2}$
$\frac{\frac{2g}{v^2}\frac{d}{l}}{h} = \lambda$管摩擦系数
雷诺数Re=vd/n
图中的纵轴标尺是横轴的3.24倍

附录 13　管路形状与损失系数

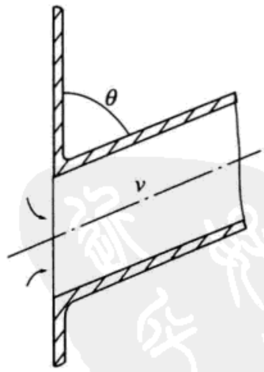
管路形状			损失系数ζ	管路形状			损失系数ζ
入口	带圆角		0.06(r小)～0.005(r大)	90°弯	T		0.88
入口	直角		0.5	管径突然变大			$\left[1-\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2\right]^2$
入口	带伸出端		0.5(钝角)～3.0(锐角)	管径逐渐放大			圆管 $\theta\approx5°30'$ 时 $0.135\left[1-\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2\right]^2$
90°弯	弯头		1.0	管径突然缩小			$\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2=0.1\sim0.9$ 时 0.41～0.036
90°弯	弯管		0.2～0.3	出口			1.0

弯头（弯角为 θ 时）



$$\zeta=0.946\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)+2.05\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

入口（倾角为 θ 时）



$$\zeta=\zeta_{\theta=90°}+0.3\cos\theta+0.2\cos^2\theta$$

（$\zeta_{\theta=90°}$ 为与壁面垂直时的值）

附录 14 饱和表(温度基准)

温度		压力	比体积(m^3/kg)		单位质量焓(kJ/kg)			单位质量熵(kJ/(kg·K))		
t(℃)	T(K)	P_s(MPa)	v'	v''	h'	h''	$r=h''-h'$	s'	s''	$r/Ts=s''-s'$
0	273.15	0.000 610 8	0.001 000 22	206.305	−0.042	2501.6	2501.6	−0.000 15	9.157 73	9.157 88
0.01	273.16	0.000 611 2	0.001 000 22	206.163	0.001	2501.6	2501.6	0.000 00	9.157 46	9.157 46
5	278.15	0.000 871 8	0.001 000 03	147.163	21.007	2510.7	2489.7	0.076 21	9.026 90	8.950 69
10	283.15	0.001 227 0	0.001 000 25	106.430	41.994	2519.9	2477.9	0.150 99	8.901 96	8.750 97
15	288.15	0.001 703 9	0.001 000 83	77.977 9	62.941	2529.1	2466.1	0.224 32	8.7825 7	8.558 25
20	293.15	0.002 336 6	0.001 001 72	57.838 3	83.862	2538.2	2454.3	0.296 30	8.668 40	8.372 10
25	298.15	0.003 166 0	0.001 002 89	43.401 7	104.767	2547.3	2442.5	0.367 01	8.559 16	8.192 15
30	303.15	0.004 241 5	0.001 004 31	32.928 9	125.664	2556.4	2430.7	0.436 51	8.454 56	8.018 05
35	308.15	0.005 621 6	0.001 005 95	25.244 9	146.557	2565.4	2418.8	0.504 86	8.354 34	7.849 48
40	313.15	0.007 375 0	0.001 007 81	19.546 1	167.452	2574.4	2406.9	0.572 12	8.258 26	7.686 13
50	323.15	0.012 335	0.001 012 11	12.045 7	209.256	2592.2	2382.9	0.703 51	8.077 57	7.374 06
60	333.15	0.019 920	0.001 017 14	7.678 53	251.091	2609.7	2358.6	0.830 99	7.910 81	7.079 82
70	343.15	0.031 162	0.001 022 85	5.046 27	292.972	2626.9	2334.0	0.954 82	7.756 47	6.801 65
80	353.15	0.047 360	0.001 029 19	3.409 09	334.916	2643.8	2308.8	1.075 25	7.613 22	6.537 96
90	363.15	0.070 109	0.001 036 15	2.361 30	376.939	2660.1	2283.2	1.192 53	7.479 87	6.287 34
100	373.15	0.101 325	0.001 043 71	1.673 00	419.064	2676.0	2256.9	1.306 87	7.355 38	6.048 51
110	383.15	0.143 27	0.001 051 87	1.209 94	461.315	2691.3	2230.0	1.418 49	7.238 80	5.820 31
120	393.15	0.198 54	0.001 060 63	0.891 524	503.719	2706.0	2202.2	1.527 59	7.129 28	5.601 69
130	403.15	0.270 13	0.001 070 02	0.668 136	546.305	2719.9	2173.6	1.634 36	7.026 06	5.391 70
140	413.15	0.361 38	0.001 080 06	0.508 493	589.104	2733.1	2144.0	1.738 99	6.928 44	5.189 45
150	423.15	0.476 00	0.001 090 78	0.392 447	632.149	2745.4	2113.2	1.841 64	6.835 78	4.994 14
160	433.15	0.618 06	0.001 102 23	0.306 756	675.474	2756.7	2081.3	1.942 47	6.747 49	4.805 02
170	443.15	0.792 02	0.001 114 46	0.242 553	719.116	2767.1	2047.9	2.041 64	6.663 03	4.621 39

续表

温度 t(℃)	T(K)	压力 P_s(MPa)	比体积(m^3/kg) v'	v''	单位质量焓(kJ/kg) h'	h''	$r=h''-h'$	单位质量熵(kJ/(kg·K)) s'	s''	$r/Ts=s''-s'$
180	453.15	1.002 7	0.001 127 52	0.193 800	763.116	2776.3	2013.1	2.139 29	6.581 89	4.442 60
190	463.15	1.255 1	0.001 141 51	0.156 316	807.517	2784.3	1976.7	2.235 58	6.503 61	4.268 03
200	473.15	1.554 9	0.001 156 50	0.127 160	852.371	2790.9	1938.6	2.330 66	6.427 76	4.097 10
210	483.15	1.907 7	0.001 172 60	0.104 239	897.734	2796.2	1898.5	2.424 67	6.353 93	3.929 26
220	493.15	2.319 8	0.001 189 96	0.086 037 8	943.673	2799.9	1856.2	2.517 79	6.281 72	3.763 93
230	503.15	2.797 6	0.001 208 72	0.071 449 8	990.265	2802.0	1811.7	2.610 17	6.210 74	3.600 57
240	513.15	3.347 8	0.001 229 08	0.059 654 4	1037.60	2802.2	1764.6	2.702 00	6.140 59	3.438 59
250	523.15	3.977 6	0.001 251 29	0.050 037 4	1085.78	2800.4	1714.7	2.793 48	6.070 83	3.277 34
260	533.15	4.694 3	0.001 275 63	0.042 133 8	1134.94	2796.4	1661.5	2.884 85	6.000 97	3.116 12
270	543.15	5.505 8	0.001 302 50	0.035 588 0	1185.23	2789.9	1604.6	2.976 35	5.930 45	2.954 10
280	553.15	6.420 4	0.001 332 39	0.030 126 0	1236.84	2780.4	1543.6	3.068 30	5.858 63	2.790 33
290	563.15	7.446 1	0.001 365 95	0.025 535 1	1290.01	2767.6	1477.6	3.161 08	5.784 78	2.623 70
300	573.15	8.592 7	0.001 404 06	0.021 648 7	1345.05	2751.0	1406.0	3.255 17	5.708 12	2.452 95
310	583.15	9.870 0	0.001 447 97	0.018 339	1402.39	2730.0	1327.6	3.351 19	5.627 76	2.276 57
320	593.15	11.289	0.001 499 50	0.015 479 8	1462.60	2703.7	1241.1	3.450 00	5.542 33	2.092 33
330	603.15	12.863	0.001 561 47	0.012 989 4	1526.52	2670.2	1143.6	3.552 83	5.449 01	1.896 18
340	613.15	14.605	0.001 638 72	0.010 780 4	1595.47	2626.2	1030.7	3.661 62	5.342 74	1.681 12
350	623.15	16.535	0.001 741 12	0.008 799 1	1671.94	2567.7	895.7	3.780 04	5.2176 6	1.437 62
360	633.15	18.675	0.001 895 9	0.006 939 8	1764.2	2485.4	721.3	3.921 02	5.060 03	1.139 01
370	643.15	21.054	0.002 213 6	0.004 972 8	1890.2	2342.8	452.6	4.110 80	4.814 39	0.703 59
374.15	647.30	22.120	0.003 170 0	0.003 170 0	2170.4	2170.4	0.0	4.442 86	4.442 86	0.0

附录 15 饱和表(压力基准)

压力 p (MPa)	饱和温度 t_s(℃)	比体积(m^3/kg) v'	v''	单位质量焓(kJ/kg) h'	h''	$r=h''-h'$	单位质量熵(kJ/(kg·K)) s'	s''	$r/T_S=s''-s'$
0.001 0	6.983	0.001 000 07	129.209	29.335	2514.4	2485.0	0.106 04	8.976 67	8.870 62
0.001 5	13.036	0.001 000 57	87.982 1	54.715	2525.5	2470.7	0.195 67	8.828 83	8.633 16
0.002 0	17.513	0.001 001 24	67.006 1	73.457	2533.6	2460.2	0.260 65	8.724 56	8.463 90
0.002 5	21.096	0.001 001 96	54.256 2	88.446	2540.2	2451.7	0.311 91	8.644 03	8.332 13
0.003 0	24.100	0.001 002 66	45.667 3	101.003	2545.6	2444.6	0.354 36	8.578 48	8.224 12
0.005	32.90	0.001 005 23	28.194 4	137.772	2561.6	2423.8	0.476 26	8.395 96	7.919 70
0.01	45.83	0.001 010 23	14.674 6	191.832	2584.8	2392.9	0.649 25	8.151 08	7.501 83
0.02	60.09	0.001 017 19	7.649 77	251.453	2609.9	2358.4	0.832 07	7.909 43	7.077 35
0.03	69.12	0.001 022 32	5.229 30	289.302	2625.4	2336.1	0.944 11	7.769 53	6.835 42
0.04	75.89	0.001 026 51	3.993 42	317.650	2636.9	2319.2	1.026 10	7.670 89	6.644 80
0.05	81.35	0.001 030 09	3.240 22	340.564	2646.0	2305.4	1.091 21	7.594 72	6.503 52
0.07	89.96	0.001 036 12	2.364 73	376.768	2660.1	2283.3	1.192 05	7.480 40	6.288 34
0.10	99.63	0.001 043 42	1.693 73	417.510	2675.4	2257.9	1.302 71	7.359 82	6.057 11
0.101 325	100.00	0.001 043 71	1.673 00	419.064	2676.0	2256.9	1.306 87	7.355 38	6.048 51
0.15	111.37	0.001 053 03	1.159 04	467.125	2693.4	2226.2	1.433 61	7.223 37	5.789 76
0.2	120.23	0.001 060 84	0.885 441	504.700	2706.3	2201.6	1.530 08	7.126 83	5.596 75
0.3	133.54	0.001 073 50	0.605 562	561.429	2724.7	2163.2	1.671 64	6.990 90	5.319 26
0.4	143.62	0.001 083 87	0.462 224	604.670	2737.6	2133.0	1.776 40	6.894 33	5.117 93
0.5	151.84	0.001 092 84	0.374 676	640.115	2747.5	2107.4	1.860 36	6.819 19	4.958 83
0.6	158.84	0.001 100 86	0.315 474	670.422	2755.5	2085.0	1.930 83	6.757 54	4.826 71
0.8	170.41	0.001 114 98	0.240 257	720.935	2767.5	2046.5	2.045 72	6.659 60	4.613 88
1.0	179.88	0.001 127 37	0.194 293	762.605	2776.2	2013.6	2.138 17	6.582 81	4.444 64

续表

压力 p (MPa)	饱和温度 t_s(℃)	比体积(m^3/kg)		单位质量焓(kJ/kg)			单位质量熵(kJ/(kg·K))		
		v'	v''	h'	h''	$r=h''-h'$	s'	s''	$r/Ts=s''-s'$
1.2	187.96	0.001 138 58	0.163 200	798.430	2782.7	1984.3	2.216 06	6.519 36	4.303 31
1.4	195.04	0.001 148 93	0.140 721	830.073	2787.8	1957.7	2.283 66	6.465 09	4.181 43
1.6	201.37	0.001 158 64	0.123 686	858.561	2791.7	1933.2	2.343 61	6.417 53	4.073 91
1.8	207.11	0.001 167 83	0.110 317	884.573	2794.8	1910.3	2.397 62	6.375 07	3.977 46
2.0	212.37	0.001 176 61	0.099 536 1	908.588	2797.2	1888.6	2.446 86	6.336 65	3.889 79
2.5	223.94	0.001 197 18	0.079 905 3	961.961	2800.9	1839.0	2.554 29	6.253 61	3.699 32
3.0	233.84	0.001 216 34	0.066 626 1	1008.35	2802.3	1793.9	2.645 50	6.183 72	3.538 22
3.5	242.54	0.001 234 54	0.057 025 5	1049.76	2802.0	1752.2	2.725 27	6.122 85	3.397 58
4	250.33	0.001 252 06	0.049 749 3	1087.40	2800.3	1712.9	2.796 52	6.068 51	3.271 98
5	263.91	0.001 285 82	0.039 428 5	1154.47	2794.2	1639.7	2.920 60	5.973 49	3.052 89
6	275.55	0.001 318 68	0.032 437 8	1213.69	2785.0	1571.3	3.027 30	5.890 79	2.863 49
7	285.79	0.001 351 32	0.027 373 3	1267.41	2773.5	1506.0	3.121 89	5.816 16	2.694 27
8	294.97	0.001 384 24	0.023 525 3	1317.10	2759.9	1442.8	3.207 62	5.747 10	2.539 47
9	303.31	0.001 417 86	0.020 495 3	1363.73	2744.6	1380.9	3.286 66	5.682 01	2.395 35
10	310.96	0.001 452 56	0.018 041 3	1408.04	2727.7	1319.7	3.360 55	5.619 80	2.259 26
12	324.65	0.001 526 76	0.014 283 0	1491.77	2689.2	1197.4	3.497 18	5.500 22	2.003 04
14	336.64	0.001 610 63	0.011 495 0	1571.64	2642.4	1070.7	3.624 24	5.380 26	1.756 01
16	347.33	0.001 710 31	0.009 307 5	1650.54	2584.9	934.3	3.747 10	5.253 14	1.506 04
18	356.96	0.001 839 9	0.007 497 7	1734.8	2513.9	779.1	3.876 54	5.112 77	1.236 23
20	365.70	0.002 037 0	0.005 876 5	1826.5	2418.3	591.9	4.014 87	4.941 20	0.926 34
22	373.69	0.002 670 9	0.003 726 5	2011.0	2195.4	184.4	4.294 51	4.579 57	0.285 06
22.12	374.15	0.003 170 0	0.003 170 0	2107.4	2107.4	0.0	4.442 86	4.442 86	0.0

附录 16 压力水和加热蒸汽表

压力 p(MPa) 饱和温度(℃)		蒸汽温度 t(℃) 100	150	200	250	300	350	400	500	600	700	800
0.005 (32.90)	v	29.783	34.417	39.041	43.661	48.280	52.896	57.513	62.129	71.360	80.591	89.822
	h	2593.7	2688.1	2783.4	2879.9	2977.6	3076.7	3177.4	3279.7	3489.2	3705.6	3928.8
	s	8.498 1	8.769 8	9.009 4	9.224 8	9.421 1	9.602 1	9.770 4	9.928 3	10.218 4	10.481 5	10.723 5
0.010 (45.83)	v	14.869	17.195	19.512	21.825	24.136	26.445	28.754	31.062	35.679	40.295	44.910
	h	2592.7	2687.5	2783.1	2879.6	2977.4	3076.6	3177.3	3279.6	3489.1	3705.5	3928.8
	s	8.175 7	8.448 6	8.688 8	8.904 5	9.101 0	9.282 0	9.450 4	9.608 3	9.898 4	10.161 6	10.403 6
0.020 (60.09)	v	0.001 012 1	8.585	9.748	10.907	12.064	13.219	14.374	15.529	17.838	20.146	22.455
	h	209.3	2686.3	2782.3	2879.2	2977.1	3076.4	3177.1	3279.4	3489.0	3705.4	3928.7
	s	0.703 5	8.1261	8.367 6	8.583 9	8.780 6	8.961 8	9.130 3	9.288 2	9.578 4	9.841 6	10.083 6
0.050 (81.35)	v	0.001 012 1	3.418	3.889	4.356	4.821	5.284	5.747	6.209	7.133	8.057	8.981
	h	209.3	2682.6	2780.1	2877.7	2976.1	3075.7	3176.6	3279.0	3488.7	3705.2	3928.5
	s	0.703 5	7.695 3	7.940 6	8.158 7	8.356 4	8.538 0	8.706 8	8.864 9	9.155 2	9.418 5	9.660 6
0.100 (99.63)	v	0.001 012 1	1.696	1.936	2.172	2.406	2.639	2.871	3.102	3.565	4.028	4.490
	h	209.3	2676.2	2776.3	2875.4	2974.5	3074.5	3175.6	3278.2	3488.1	3704.8	3928.2
	s	0.703 5	7.361 8	7.613 7	7.834 9	8.034 2	8.216 6	8.385 8	8.544 2	8.834 8	9.098 2	9.340 5
0.20 (120.23)	v	0.001 012 0	0.001 043 7	0.959 5	1.080	1.199	1.316	1.433	1.549	1.781	2.013	2.244
	h	209.4	419.1	2768.5	2870.5	2971.2	3072.1	3173.8	3276.7	3487.0	3704.0	3927.6
	s	0.703 4	1.306 8	7.279 4	7.507 2	7.709 6	7.893 7	8.063 8	8.222 6	8.513 9	8.777 6	9.020 1

续表

压力 p(MPa) 饱和温度(℃)		蒸汽温度 t(℃)										
		100	150	200	250	300	350	400	500	600	700	800
0.30 (133.54)	v	0.001 012 0	0.001 043 6	0.633 7	0.716 4	0.796 4	0.875 3	0.953 5	1.031	1.187	1.341	1.496
	h	209.5	419.2	2760.4	2865.5	2967.9	3069.7	3171.9	3275.2	3486.0	3703.2	3927.0
	s	0.703 4	1.306 7	7.077 1	7.311 9	7.517 6	7.703 4	7.874 4	8.033 8	8.325 7	8.589 8	8.832 5
0.40 (143.62)	v	0.001 011 9	0.001 043 6	0.470 7	0.534 3	0.595 2	0.654 9	0.713 9	0.772 5	0.889 2	1.005	1.121
	h	209.6	419.3	2752.0	2860.4	2964.2	3067.2	3170.0	3273.6	3484.9	3702.3	3926.4
	s	0.703 3	1.306 6	6.928 5	7.170 8	7.380 0	7.567 5	7.739 5	7.899 4	8.191 9	8.456 3	8.699 2
0.50 (151.84)	v	0.001 011 9	0.001 043 5	0.001 090 8	0.425 0	0.474 4	0.522 6	0.570 1	0.617 2	0.710 8	0.803 9	0.896 8
	h	209.7	419.4	632.2	2855.1	2961.1	3064.8	3168.1	3272.1	3483.8	3701.5	3925.8
	s	0.703 3	1.306 6	1.841 6	7.059 2	7.272 1	7.461 4	7.634 3	7.794 8	8.087 9	8.352 6	8.595 7
0.60 (158.84)	v	0.001 011 9	0.001 043 4	0.001 090 7	0.352 0	0.393 9	0.434 4	0.474 2	0.513 6	0.591 8	0.669 6	0.747 1
	h	209.8	419.4	632.2	2849.7	2957.6	3062.3	3166.2	3270.6	3482.7	3700.7	3925.1
	s	0.703 2	1.306 5	1.841 5	6.966 2	7.182 9	7.374 0	7.547 9	7.709 0	8.002 7	8.267 8	8.511 1
0.70 (164.96)	v	0.001 011 8	0.001 043 4	0.001 090 6	0.299 9	0.336 4	0.371 4	0.405 7	0.439 6	0.506 9	0.573 7	0.640 2
	h	209.8	419.5	632.3	2844.2	2954.0	3059.8	3164.3	3269.0	3481.6	3699.9	3924.5
	s	0.703 2	1.306 4	1.841 4	6.885 9	7.106 6	7.299 7	7.474 5	7.636 2	7.930 5	8.195 9	8.439 5
0.80 (170.41)	v	0.001 011 8	0.001 043 3	0.001 090 6	0.260 8	0.293 2	0.324 1	0.354 3	0.384 2	0.443 2	0.501 7	0.560 0
	h	209.9	419.6	632.3	2838.6	2950.4	3057.3	3162.4	3267.5	3480.5	3699.1	3923.9
	s	0.703 1	1.306 3	1.841 3	6.814 8	7.039 7	7.234 8	7.410 7	7.572 9	7.867 8	8.133 6	8.377 3

续表

压力 p(MPa) 饱和温度(℃)		蒸汽温度 t(℃) 100	150	200	250	300	350	400	500	600	700	800
0.90 (175.36)	v	0.001 011 7	0.001 043 3	0.001 090 5	0.230 3	0.259 6	0.287 4	0314 4	0.341 0	0.393 6	0.445 8	0.497 6
	h	210.0	419.7	632.4	2832.7	2946.8	3054.7	3160.5	3265.9	3479.4	3698.2	3923.3
	s	0.703 1	1.306 2	1.841 2	6.750 8	6.980 0	7.177 1	7.354 0	7.516 9	7.812 4	8.078 5	8.322 5
1.00 (179.88)	v	0.001 011 7	0.001 043 2	0.001 090 4	0.205 9	0.232 7	0.258 0	0.282 4	0.306 5	0.354 0	0.401 0	0.447 7
	h	210.1	419.7	632.5	2826.8	2943.0	3052.1	3158.5	3264.4	3478.3	3697.4	3922.7
	s	0.703 1	1.306 2	1.841 1	6.692 2	6.925 9	7.125 1	7.303 1	7.466 5	7.762 7	8.029 2	8.273 4
1.20 (187.96)	v	0.001 011 6	0.001 043 1	0.001 090 3	0.169 2	0.192 4	0.213 9	0.234 5	0.254 7	0.294 5	0.333 8	0.372 9
	h	210.3	419.9	632.6	2814.4	2935.4	3046.9	3154.6	3261.3	3476.1	3695.8	3921.4
	s	0.703 0	1.306 0	1.840 8	6.587 2	6.830 5	7.034 2	7.214 4	7.379 0	7.676 5	7.943 6	8.188 2
1.50 (198.29)	v	0.001 011 4	0.001 043 0	0.001 090 1	0.132 4	0.152 0	0.169 7	0.186 5	0.202 9	0.235 0	0.266 7	0.298 0
	h	210.5	420.1	632.8	2794.7	2923.5	3038.9	3148.7	3256.6	3472.8	3693.3	3919.6
	s	0.702 8	1.305 8	1.840 5	6.450 8	6.709 9	6.920 7	7.104 4	7.270 9	7.570 3	7.838 5	8.083 8
2.00 (212.37)	v	0.001 011 2	0.001 042 7	0.001 089 7	0.001 156 0	0.111 4	0.125 5	0.138 6	0.151 1	0.175 6	0.199 5	0.223 2
	h	211.0	420.5	633.1	852.6	2902.4	3025.0	3138.6	3248.7	3467.3	3689.2	3916.5
	s	0.702 6	1.305 4	1.839 9	2.330 0	6.545 4	6.769 6	6.959 6	7.129 5	7.432 3	7.702 2	7.948 5
3.0 (233.84)	v	0.001 010 8	0.001 042 2	0.001 089 0	0.001 155 0	0.070 55	0.081 16	0.090 53	0.099 31	0.116 1	0.132 3	0.148 3
	h	211.8	421.2	633.7	853.0	2854.8	2995.1	3117.5	3232.5	3456.2	3681.0	9310.3
	s	0.702 1	1.304 6	1.838 8	2.328 4	6.285 7	6.542 2	6.747 1	6.924 6	7.234 5	7.507 9	7.756 4

续表

压力 p(MPa) 饱和温度(℃)		蒸汽温度 t(℃)										
		100	150	200	250	300	350	400	500	600	700	800
4.0 (250.33)	v	0.001 041 7	0.001 088 3	0.001 154 0	0.001 251 2	0.058 83	0.066 45	0.073 38	0.086 34	0.098 76	0.110 9	0.122 9
	h	422.0	634.3	853.4	1085.8	2962.0	3095.1	3215.7	3445.0	3672.8	3904.1	4140.0
	s	1.303 8	1.837 7	2.326 8	2.793 4	6.364 2	6.587 0	6.773 3	7.090 9	7.368 0	7.618 7	7.849 5
5.0 (263.91)	v	0.001 041 2	0.001 087 7	0.001 153 0	0.001 249 4	0.045 30	0.051 94	0.057 79	0.068 49	0.078 62	0.088 45	0.098 09
	h	422.7	635.0	853.8	1085.8	2925.5	3071.2	3198.3	3433.7	3664.5	3897.9	4135.3
	s	1.303 0	1.836 6	2.325 3	2.791 0	6.210 5	6.454 5	6.650 8	6.977 0	7.257 8	7.510 8	7.743 1
6.0 (275.55)	v	0.001 040 6	0.001 087 0	0.001 151 9	0.001 247 6	0.036 14	0.042 22	0.047 38	0.056 59	0.065 18	0.073 48	0.081 59
	h	423.5	635.6	854.2	1085.8	2885.0	3045.8	3180.1	3422.2	3656.2	3891.7	4130.7
	s	1.302 3	1.835 5	2.323 7	2.788 6	6.069 2	6.338 6	6.546 2	6.881 8	7.166 4	7.421 7	7.655 4
7.0 (285.79)	v	0.001 040 1	0.001 086 3	0.001 151 0	0.001 245 8	0.029 46	0.035 23	0.039 92	0.048 09	0.055 59	0.062 79	0.0698 0
	h	424.2	636.2	854.6	1085.8	2839.4	3018.7	3161.2	3410.6	3647.9	3885.4	4126.0
	s	1.301 5	1.834 5	2.322 2	2.786 2	5.932 7	6.233 3	6.453 6	6.799 3	7.088 0	7.345 6	7.580 8
8.0 (294.97)	v	0.001 039 6	0.001 085 6	0.001 150 0	0.001 244 1	0.024 26	0.029 95	0.034 31	0.041 70	0.048 39	0.054 77	0.060 96
	h	425.0	636.8	855.1	1085.8	2786.8	2989.9	3141.6	3398.8	3639.5	3879.2	4121.3
	s	1.300 7	1.833 4	2.320 6	2.783 9	5.794 2	6.134 9	6.369 4	6.726 2	7.019 1	7.279 0	7.515 8
9.0 (303.31)	v	0.001 039 1	0.001 085 0	0.001 149 0	0.001 242 3	0.001 402 2	0.025 79	0.029 93	0.036 74	0.042 80	0.048 53	0.054 08
	h	425 8	637.5	855.5	1085.8	1344.6	2959.0	3121.2	3386.8	3631.1	3873.0	4116.7
	s	1.300 0	1.832 3	2.319 1	2.781 5	3.253 3	6.040 8	6.291 5	6.660 0	6.957 4	7.219 6	7.457 9

续表

压力 p(MPa) 饱和温度(℃)		蒸汽温度 t(℃)										
		100	150	200	250	300	350	400	500	600	700	800
10.0 (310.96)	v	0.001 038 6	0.001 084 3	0.001 148 0	0.001 240 6	0.001 397 9	0.022 42	0.026 41	0.032 76	0.038 32	0.043 55	0.048 58
	h	426.5	638.1	855.9	1085.8	1343.4	2925.8	3099.9	3374.6	3622.7	3866.8	4112.0
	s	1.299 2	1.831 2	2.317 6	2.779 2	3.248 8	5.948 9	6.218 2	6.599 4	6.901 3	7.166 0	7.405 8
15.0 (342.13)	v	0.001 036 1	0.001 081 1	0.001 143 3	0.001 232 4	0.001 377 9	0.011 46	0.015 66	0.020 80	0.024 88	0.028 59	0.032 09
	h	430.3	641.3	858.1	1086.2	1338.3	2694.8	2979.1	3310.6	3579.8	3835.4	4088.6
	s	1.295 4	1.825 9	2.310 2	2.768 0	3.227 8	5.446 7	5.887 6	6.348 7	6.676 4	6.953 6	7.201 3
20.0 (365.70)	v	0.001 033 7	0.001 077 9	0.001 138 7	0.001 224 7	0.001 360 6	0.001 666	0.009 947	0.014 77	0.018 16	0.021 11	0.023 85
	h	434.0	644.4	860.4	1086.7	1334.3	1647.2	2820.5	3241.1	3535.5	3803.8	4065.3
	s	1.291 6	1.820 7	2.303 0	2.757 4	3.208 9	3.730 8	5.558 5	6.145 6	6.504 3	6.795 3	7.051 1
25.0	v	0.001 031 3	0.001 074 8	0.001 134 3	0.001 217 5	0.001 345 3	0.001 600	0.006 014	0.011 13	0.014 13	0.016 63	0.018 91
	h	437.8	647.7	862.8	1087.5	1331.1	1625.1	2582.0	3165.9	3489.9	3771.9	4041.9
	s	1.287 9	1.815 6	2.295 9	2.747 2	3.191 6	3.682 4	5.145 5	5.965 5	6.360 4	6.666 4	6.930 6
30	v	0.001 028 9	0.001 071 8	0.001 130 1	0.001 210 7	0.001 331 6	0.001 554	0.002 831	0.008 681	0.011 44	0.013 65	0.015 62
	h	441.6	650.9	865.2	1088.4	1328.7	1610.0	2161.8	3085.0	3443.0	3739.7	4018.5
	s	1.284 3	1.810 5	2.289 1	2.737 3	3.175 7	3.645 5	4.489 6	5.797 2	6.234 0	6.556 0	6.828 8
35	v	0.001 026 6	0.001 068 9	0.001 126 0	0.001 204 2	0.001 319 1	0.001 519	0.002 111	0.006 925	0.009 519	0.011 52	0.013 27
	h	445.4	654.2	867.7	1089.5	1326.8	1598.7	1993.1	2998.3	3395.1	3707.3	3995.1
	s	1.280 7	1.805 6	2.282 4	2.727 9	3.160 8	3.614 9	4.221 4	5.634 9	6.119 4	6.458 4	6.740 0

续表

压力 p(MPa) 饱和温度(℃)		蒸汽温度 t(℃)										
		100	150	200	250	300	350	400	500	600	700	800
40	v	0.001 024 4	0.001 066 0	0.001 122 0	0.001 198 1	0.001 307	0.001 490	0.001 909	0.005 516	0.008 085	0.009 930	0.011 52
	h	4493	657.4	870.2	1090.8	1325.4	1589.7	1934.1	2906.8	3346.4	3674.8	3971.7
	s	1.277 1	1.800 7	2.275 8	2.718 8	3.146 9	3.588 5	4.119 0	5.476 2	6.013 5	6.370 1	6.660 6
50	v	0.001 020 0	0.001 060 5	0.001 114 4	0.001 186 6	0.001 287 4	0.001 444	0.001 729	0.003 882	0.006 111	0.007 720	0.009 076
	h	456.8	664.1	875.4	1093.6	1323.7	1576.4	1877.7	2723.0	3248.3	3610.2	3925.3
	s	1.270 1	1.791 2	2.263 2	2.701 5	3.121 3	3.543 6	4.008 3	5.178 2	5.820 7	6.213 8	6.522 2
60	v	0.001 015 7	0.001 055 2	0.001 107 3	0.001 176 1	0.001 269 8	0.001 408	0.001 632	0.002 952	0.004 835	0.006 269	0.007 460
	h	464.5	670.7	880.8	1096.9	1323.2	1567.1	1847.3	2570.6	3151.6	3547.0	3879.6
	s	1.263 3	1.782 0	2.251 1	2.685 1	3.098 1	3.505 9	3.938 3	4.937 4	5.6477	6.077 5	6.403 1
70	v	0.001 011 6	0.001 050 1	0.001 100 5	0.001 166 3	0.001 254 1	0.001 379	0.001 567	0.002 467	0.003 972	0.005 257	0.006 321
	h	472.1	677.5	886.3	1100.5	1323.6	1560.6	1827.8	2467.1	3060.4	3486.3	3835.3
	s	1.256 6	1.773 1	2.239 4	2.669 7	3.076 7	3.473 0	3.885 5	4.768 8	5.493 1	5.956 2	6.297 9
80	v	0.001 007 6	0.001 045 2	0.001 094 1	0.001 157 3	0.001 240 1	0.001 355	0.001 518	0.002 188	0.003 379	0.004 519	0.005 480
	h	479.7	684.3	891.9	1104.4	1324.7	1555.9	1814.2	2397.4	2980.3	3428.7	3792.8
	s	1.2501	1.764 4	2.228 1	2.655 0	3.057 0	3.443 6	3.842 5	4.648 8	5.359 5	5.847 0	6.203 4
100	v	0.000 999 9	0.001 035 9	0.001 082 1	0.001 140 7	0.001 215 5	0.001 315	0.001 446	0.001 893	0.002 668	0.003 536	0.004 341
	h	495.1	698.0	903.5	1113.0	1328.6	1550.6	1797.6	2316.1	2857.5	3324.4	3714.3
	s	1.237 3	1.747 6	2.206 7	2.627 5	3.021 0	3.392 2	3.773 8	4.491 3	5.150 5	5.657 9	6.039 7

附录 17　水蒸气 *h*-*s* 线图