

中国广播电视出版社

DIAN GONG YU
DIAN LU JI CHU



电工与电 路基础

获取更多资料 微信搜索蓝领星球

● 王明庄 等编者 ●

● 中国广播电视出版社 ●



530274



530274

电工与电路基础

王明庄 等编著

获取更多资料 微信搜索蓝领星球



中国广播电视出版社

(京)新登字 097 号

DM38/3323

图书在版编目(CIP)数据

电工与电路基础/王明庄等编著. —北京:中国广播电视出版社, 1991. 11(1997. 4 重印)

ISBN 7-5043-1258-4

I. 电… I. 王… II. ①电工学②电路理论 N. TM1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(97)第 06252 号

TM1
WMZ

获取更多资料 微信搜索 蓝领星球

中国广播电视出版社出版发行

(北京复外真武庙二条 9 号 邮政编码:100866)

河北省地质局地质六队美术胶印厂印刷

全国各地新华书店经销

*

787×1092 16 开 384(千)字 16.5 印张

1996 年 11 月第 1 版 1998 年 8 月第 5 次印刷

印数:21601—24626 册 定价:19.00 元

前 言

本教材是受广播电影电视部教育司的委托,根据值机员培训计划中《电工与电路基础》课程培训大纲编写的。本教材是值机员岗位培训的基础教材,也可作为乡镇广播站机务员岗位培训的基础教材。

《电工与电路基础》是无线电专业的一门主要基础课。电台、电视台和微波站的值机员通过这门课程的学习可以掌握电路的基本原理和基本分析方法,并能进行简单的电路计算,为进一步学习较深的电路理论,解决各种复杂的实际问题打下基础。

全书共分十四章。其中第一章至第八章是电工学的主要内容,介绍了基本的直流、交流电路和三相电路,以及常用的电工仪表的原理与使用方法。第九章介绍了谐振电路;第十章是互感耦合电路;第十一章介绍二端口网络,这几种电路都是无线电技术中广泛使用的基本电路,其中二端口网络涉及的理论分析稍多一些。第十二章介绍了非正弦周期信号及其分析方法。第十三章分析了电路中的过渡过程。第十四章是分布参数电路。

各单位在组织培训的过程中,可以根据学员的实际水平和所从事的专业,对教材中的部分内容,特别是第十章以后的内容进行适当删节和取舍。

本书在编写过程中力求做到内容简明、语言通俗,着重阐明物理概念,避免繁琐的数学推导,适合具有高中文化水平的值机员和无线电技术人员阅读,既可作为岗位培训的基础教材,也可以作为广播电视技术业务培训班、中专专业证书班的基础教材。

参加本书编写工作的有王明庄、林昌等同志。全书经王明庄同志修改定稿。本书在编写过程中,参考了国内有关培训教材和中专教材的部分章节,并得到许多同志的帮助和指教,在此一并表示感谢。

由于时间仓促,编者水平有限,书中有错误和不妥之处,请读者指正。

编 者

1991年4月

出版者的话

根据广播电影电视部关于开展值机员岗位培训的要求,我们编辑出版了六种岗位培训教材:《无线电数学》、《电工与电路基础》、《模拟与数字电路》、《广播发送技术》、《电视调频发送技术》、《微波技术》。教材力求文字简明、概念正确、结合岗位工作实际,适合于具有高中文化程度的技术人员阅读。

广播电影电视部教育司

获取更多资料 微信搜索蓝领星球

目 录

第一章 电荷与电场	(1)
1.1 电荷与物质的电结构.....	(1)
1.2 导体、半导体和绝缘体.....	(2)
1.3 电场力和电场强度.....	(3)
1.4 电位与电位差.....	(4)
1.5 电容与电容器.....	(6)
1.6 电容器中的电场能量.....	(9)
1.7 静电场的屏蔽.....	(10)
1.8 尖端放电.....	(10)
第二章 简单直流电路	(13)
2.1 电路的基本构成.....	(13)
2.2 电阻与电导.....	(14)
2.3 欧姆定律.....	(16)
2.4 电功率与电流热效应.....	(18)
2.5 电阻的串联与并联.....	(21)
2.6 电源的串联与并联.....	(27)
第三章 复杂直流电路的分析与计算	(30)
3.1 基尔霍夫定律.....	(30)
3.2 基尔霍夫定律的应用.....	(32)
3.3 叠加原理.....	(35)
3.4 戴维南定理.....	(37)
3.5 负载获得最大功率的条件.....	(38)
3.6 电流源与电压源的等效互换.....	(39)
3.7 电桥电路.....	(41)
3.8 星形和三角形网络的等效互换.....	(44)
第四章 磁场、磁路及电磁感应	(49)
4.1 磁铁和磁极.....	(49)
4.2 磁场和磁力线.....	(50)
4.3 电流产生的磁场.....	(51)
4.4 磁路的基本组成.....	(52)
4.5 磁场强度和磁化曲线.....	(54)
4.6 电磁力.....	(58)

4.7	电磁感应现象和电磁感应定律.....	(60)
4.8	自感与互感.....	(63)
4.9	涡流.....	(66)
4.10	电感线圈中的磁场能量.....	(67)
第五章	正弦交流电路的基本概念.....	(71)
5.1	正弦交流电的三要素.....	(71)
5.2	正弦交流电的周期、频率和角频率.....	(72)
5.3	初相角及相位差.....	(73)
5.4	正弦交流电的有效值与平均值.....	(74)
5.5	复数及其四则运算.....	(75)
5.6	正弦量的相量表示法.....	(78)
5.7	正弦交流电路中的电阻元件.....	(80)
5.8	正弦交流电路中的电感元件.....	(83)
5.9	正弦交流电路中的电容元件.....	(87)
第六章	正弦交流电路的计算.....	(93)
6.1	复数形式的基尔霍夫定律.....	(93)
6.2	电阻与电感的串联电路.....	(94)
6.3	电阻与电容的串联电路.....	(96)
6.4	电阻、电感和电容串联电路.....	(99)
6.5	复数阻抗的串联与并联.....	(101)
6.6	交流电路的功率和功率因数.....	(104)
第七章	三相交流电路.....	(107)
7.1	三相交流电源.....	(107)
7.2	三相电源的接法.....	(109)
7.3	三相负载的接法.....	(111)
7.4	三相功率的计算.....	(118)
7.5	保护接地和保护接零.....	(119)
第八章	电工测量的基本知识.....	(123)
8.1	电工测量仪表的基本知识.....	(123)
8.2	常用电工仪表的构造原理及用途.....	(129)
8.3	电流表及电流的测量.....	(133)
8.4	电压表及电压的测量.....	(136)
8.5	电阻表及电阻的测量.....	(138)
8.6	电度表及电能的测量.....	(141)
8.7	万用表及其使用.....	(143)
第九章	谐振电路.....	(148)
9.1	串联谐振电路.....	(148)
9.2	并联谐振电路.....	(155)

9.3	谐振电路的应用举例	(161)
9.4	压电谐振体	(162)
第十章	互感耦合电路及变压器	(164)
10.1	互感线圈的串联和并联	(164)
10.2	互感耦合电路的反射阻抗	(168)
10.3	理想变压器	(169)
10.4	几种常见变压器的分析方法	(171)
第十一章	二端口网络	(177)
11.1	什么叫二端口网络	(177)
11.2	二端口网络的基本方程和参数	(179)
11.3	二端口网络的输入阻抗、输出阻抗和传输函数	(187)
11.4	线性二端口网络的等效电路	(191)
11.5	二端口网络的特性阻抗与传输常数	(194)
11.6	相移器、衰减器和滤波器简介	(199)
第十二章	非正弦周期信号	(204)
12.1	非正弦周期信号的产生	(204)
12.2	非正弦周期信号的谐波分析和频谱	(205)
12.3	波形和谐波成份的某些关系	(208)
12.4	非正弦周期信号作用下的线性电路	(211)
12.5	非正弦周期信号的有效值和功率	(214)
第十三章	电路中的过渡过程	(217)
13.1	电容、电感在换路时的情况	(217)
13.2	RC 电路的过渡过程	(220)
13.3	RL 电路的过渡过程	(225)
13.4	要素法求解 RC 、 RL 电路的过渡过程	(227)
13.5	RLC 串联电路的过渡过程	(229)
第十四章	均匀传输线	(233)
14.1	分布参数电路的概念	(233)
14.2	均匀传输线的正弦稳态响应方程式	(234)
14.3	均匀传输线上的波和传播特性	(237)
14.4	终端接有负载的传输线	(241)
14.5	无损耗传输线	(243)

第一章 电荷与电场

1.1 电荷与物质的电结构

摩擦生电是人们很早就发现了一种客观现象。最简单的摩擦生电实验是用丝绸摩擦玻璃棒，丝绸和玻璃棒都会带电，它们都能吸引纸屑等轻微物体。我们把塑料钢笔杆在头发上摩擦，钢笔杆也能吸起小纸片。这种现象叫做物体带有电，或者说带有电荷。

为了研究电荷的特性，我们将用丝绸摩擦过的玻璃棒用一根细线悬挂起来，然后用另一根丝绸摩擦过的玻璃棒靠近吊起来玻璃棒的一端，这两根玻璃棒会互相排斥，如图1-1所示。同样，两根用毛皮摩擦过的硬橡胶棒也会互相排斥，但是，如果用毛皮摩擦过的硬橡胶棒去靠近被丝绸摩擦过的玻璃棒，那么，玻璃棒就会被橡胶棒所吸引。

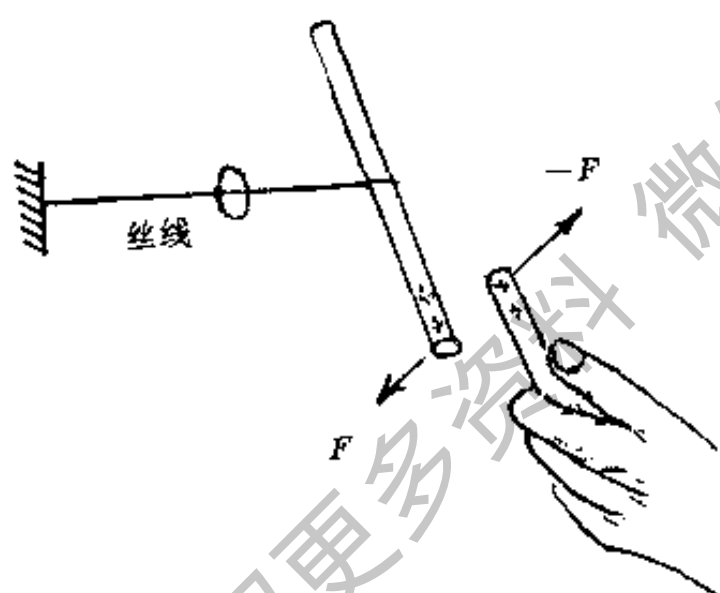


图1-1 电荷之间的相互作用力

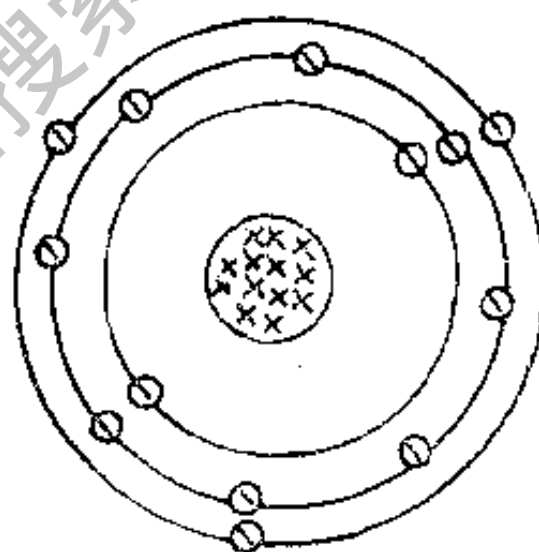


图1-2 铝原子的结构示意图

上述现象可以说明，在摩擦过程中，棒上产生了电荷，电荷之间存在着力的作用，或是相吸，或是相斥。显然，玻璃棒和橡胶棒上所带的电荷是性质不同的，玻璃棒上的电荷叫做正电荷，橡胶棒上的电荷叫做负电荷。因此，我们从摩擦生电的现象中得出以下三点结论：

- 第一，摩擦可以使物体带电；
- 第二，电荷有正、负之分；
- 第三，电荷与电荷之间有相互作用力。同性电荷相排斥，异性电荷相吸引。

为什么不同物体摩擦后会带有电荷，这些电荷是从哪里来的？回答这些问题需要从物质的电结构谈起。大家知道，自然界的一切物质都是由分子组成，分子则是由更小的微粒——原子组成。一般地讲，原子的性质和原来物质的性质已经没有相同之处了。例如水分子是

由两个氢原子和一个氧原子构成，但是氧原子和氢原子都不具有水的任何性质。

原子还可以继续分裂为一个原子核和一些围绕原子核旋转的电子。原子核又分为质子和中子，中子不带电荷，质子带正电荷，所以原子核带正电荷。电子带负电荷，并按一定的轨道围绕原子核旋转。图1-2为铝原子的结构示意图。每个质子所带的电荷量和每个电子所带的电荷量相等，均为 1.6×10^{-19} 库仑。

实验证明，各种元素的原子核所含的质子数和中子数都是不相同的，因而原子核所带的电荷也不相同。但是无论哪种元素的原子，在正常状态下，原子核内质子的数目总是等于绕核旋转的电子数目，所以原子呈中性状态。图1-2所示的铝原子，原子核带有13个正电荷，外层电子共有13个，分三层围绕原子核旋转，对外不显带电，所以在一般情况下物质不带电。

当丝绸摩擦玻璃棒时，棒的温度将要升高，棒内分子、原子的热运动增强，使得原子外层电子比较容易摆脱原子核的束缚而跑出来，闯进丝绸中，结果失去电子的玻璃棒带正电，获得电子的丝绸就带负电。玻璃棒失去多少电子，丝绸就增加多少电子，玻璃棒所带正电荷的多少正好等于丝绸所增加的负电荷的多少。由此可见，电荷是一种客观存在的物质，既不能创造，也不能消失，只能从一个物体转移到另一个物体，这叫电荷守恒。

1.2 导体、半导体和绝缘体

根据物质导电性能可分为导体、半导体和绝缘体三类。

导体的特点是带电的质点（电子和离子）能在物体内部自由移动，因此具有显著的导电性。导体有两类，一类是金属和碳。在这类导体中，其原子结构的特点是最外层轨道上的电子很容易在外力的作用下挣脱原子核的束缚而成为自由电子，这些自由电子在外电场的作用下按相同方向流动就形成电流。铜、铝等金属材料常用来做导线，就是因为它们具有良好的导电性能。第二类导体是电解液，如酸类、盐类和碱类的溶液，在溶剂的作用下将产生电离现象，把分子分解成正离子和负离子。所以离子和电子是不同的，正离子是缺少电子的原子，负离子是电子过多的原子，这些离子如同金属中的自由电子一样，能在溶液内自由移动，参加导电而形成电流。

在绝缘体中，原子核对电子的束缚力很强，在一般条件下不能产生大量的自由电子，因此不易导电，如橡胶、塑料、玻璃、云母、陶瓷、电木和干燥空气等都是良好的绝缘体。导线的外皮，电木开关和电工工具的绝缘手柄都是用这类材料做成。但是当电压过高而将绝缘体击穿时，绝缘体也会导电，因此任何绝缘材料都有一定的耐压限度，超过限度就不能保证安全。

还有一类介于导体和绝缘体之间的物质叫半导体。这类物质的电子既不像导体那样容易挣脱原子核的束缚，又不像绝缘体那样被原子核紧紧束缚，所以它们的导电性能介于导体和绝缘体之间，如硅、锗、锑以及不少氧化物（如氧化亚铜）和硫化物（如硫化铊）等。

由于半导体有许多特殊的性质，因此其用途非常广泛，尤其是在现代电子技术中，半导体器件和材料有着广泛的应用，各种晶体管、集成电路都是用半导体材料制成的。

1.3 电场力和电场强度

两个带电体之间存在着力的作用，这个力叫电场力。电场力的大小不仅和带电体所带的电量有关，而且还和它们的形状、大小及周围的介质有关，情况比较复杂。当两个带电体之间的距离比带电体的大小大得多的情况下，我们可以把带电体当成点电荷，点电荷之间的作用力可以用库仑定律求得：

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon r^2} \quad \text{牛顿(N)} \quad (1-1)$$

式中： F 表示两个点电荷之间的作用力，单位为牛顿。 q_1 、 q_2 分别代表两个点电荷的电量，单位为库仑。 r 为两点电荷之间的距离，单位为米。 ϵ 为介电系数，它与电介质的性质有关。

库仑定律说明，在均匀介质中，两个点电荷的相互作用力，和它们电荷量的乘积成正比，和距离平方成反比。

在真空中介电系数用 ϵ_0 表示，它是一个常数，可表示为：

$$\epsilon_0 \approx 8.854 \times 10^{-12} \text{法/米 (F/m)}$$

在实用中常引入相对介电系数的概念，它是某一介电质的介电系数与真空中介电系数 ϵ_0 的比值，用 ϵ_r 表示，即：

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \quad (1-2)$$

由于真空中的介电系数最小，所以 ϵ_r 总是大于1。引入相对介电系数后，库仑定律便可写成下列形式：

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon r^2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 \epsilon_r r^2} \quad (1-3)$$

相对介电系数没有单位。空气中的介电系数和真空中的介电系数数值接近，所以空气的相对介电系数等于1，其它介电质的相对介电系数都大于1。常见物质的相对介电系数如

表1-1 常用介质的相对介电系数

介质	ϵ_r	介质	ϵ_r
空气	1	瓷	5.8
矿物油	2.2	青石	6.7
橡皮	2.7	云母	6~7.5
蜡纸	4.3	大理石	8.3
人造云母	5.2	赛璐珞	4~16
玻璃	5.5~5.8	水	80~81

表1-1所示。

[例1-1] 两点电荷的电量分别为50微库与-50微库(1微库=10⁻⁶库),在空气中相距50厘米,试求该两电荷之间的作用力。

[解] 根据库仑定律:

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r^2} = \frac{50 \times 10^{-6} \times (-50 \times 10^{-6})}{4\pi \times 8.854 \times 10^{-12} \times 1 \times 0.5^2} \approx -89.93 \text{ 牛顿}$$

负号表示两电荷是相互吸引。

带电体的周围具有电场力作用的空间叫做电场。有电荷存在的地方,电荷周围就有电场。静止电荷产生的电场不随时间变化,我们称为静电场。

电场的大小和方向可以用电力线来表示。电力线都是从正电荷出发,到负电荷终止,电力线必须垂直于带电体表面,并且任何两条电力线都不会相交。电力线箭头所示的方向,代表该点正电荷受力的方向;电力线的疏密程度,表示电场的强弱。图1-3为两平

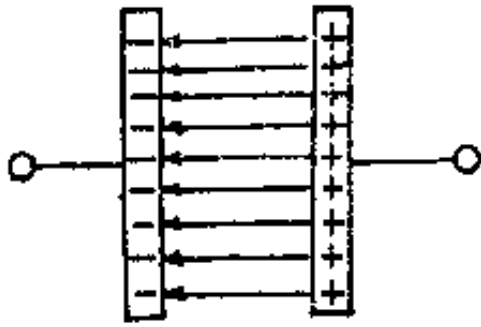


图1-3 平行极板之间的电场

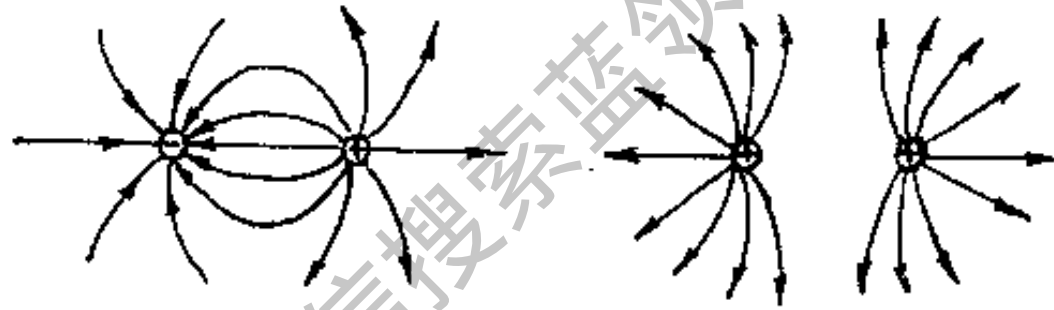


图1-4 非均匀电场

行极板间的电场,电力线从带正电荷的极板出发,终止在带负电荷的极板上。在这种情况下,电力线是一组疏密均匀的平行直线,说明电场内的电场力大小和方向均相同,这种电场叫均匀电场。图1-4是带有等量正电荷和带有等量异性电荷的电场,这些电场都是非均匀电场。必须指出,实际上电力线并不存在,只是人们用来形象描述电场的一种方法。

为了定量地描述电场,引入了电场强度的概念。在静电场中的某一确定点,实验正电荷所受的力与它所带电量之比是一个常数,这个比值称为电场强度,用符号 E 表示,即

$$E = \frac{F}{q_0} \text{ 牛顿/库仑} \quad (1-4)$$

上式说明,电场中任一点的电场强度,在数值上等于单位正电荷所受的电场力的大小;电场强度的方向就是正电荷受力的方向。在实用制单位中,电场强度的单位用伏特/米表示,1伏特/米 = $\frac{1 \text{ 焦耳/米}}{1 \text{ 库仑}} = \frac{1 \text{ 牛顿}}{1 \text{ 库仑}}$ 。

1.4 电位与电位差

有带电体存在就有电场存在,电荷在电场中受到电场力的作用,因此电荷在电场中移动就需要做功。如果将一个单位正电荷从电场强度为零的无限远处移到正电场内某一点,

外力必须克服电场力做功，我们把外力将单位正电荷从无限远处移到电场内某一点，克服电场力所做的功叫做该点的电位。电场中每一点都有一个确定的电位值，所谓电位，就是单位正电荷在这一点所具有的电位能，用 V 表示。

在图1-5中，外力把单位正电荷从电场外移到电场内 a 点，外力克服电场力所做的功为 W ，如果电荷的电量为 q ，则点 a 的电位为：

$$V = \frac{W}{q} \quad (1-5)$$

电位是表示电场内能量的一种物理量，实验证明，电位与电荷所带电量的大小无关，因为电量增大多少倍，外力所做的功也增加同样的倍数，故电位只与位置有关，电场中每一点都有一个确定的电位。

一般规定，电荷在电场力作用下移动时，电场力所做的功为正值，电荷在外力作用下，反抗电场力移动时，电场力所做的功为负值，实际上是外力做功。电场力做正功，电荷位能减少，电场力做负功，电荷位能增加。在上述例子中，外力将正电荷从无限远处移到 a 点，电场力做负功，单位正电荷位能增加为 V_a 。

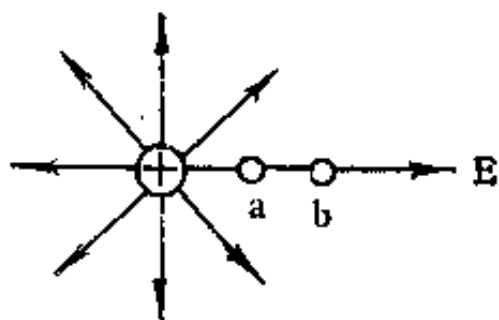


图1-5 电场中某点的电位

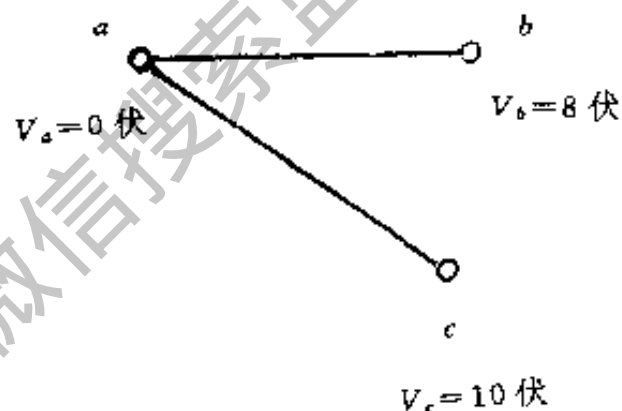


图1-6 电场中零电位点的选择

在实际应用中，常常用到的不是电场中某点的电位，而是某一点与另一点之间的电位差，就是我们平时说的电压。例如在图1-5中，要使正电荷 q 从 b 点移到 a 点，就得用外力做功，外力克服电场力所做的功就是正电荷 q 增加的位能，即：

$$W = q(V_a - V_b)$$

式中， $V_a - V_b$ 叫做 a 、 b 两点间的电位差，也称做 a 、 b 两点间的电压，用 U 表示。故上式可写成：

$$U = \frac{W}{q} \quad (1-6)$$

在实用单位制中，功与能量的单位用焦耳，电压与电位的单位用焦耳/库仑，也叫伏特，因此

$$1 \text{ 伏特} = 1 \frac{\text{焦耳}}{\text{库仑}}$$

电压常用的大单位是千伏(kV)，1千伏 = 10^3 伏特，常用的小单位是毫伏(mV)和微伏(μV)，1毫伏 = 10^{-3} 伏特，1微伏 = 10^{-6} 伏特。

在实际应用中，我们常引入零电位的概念。零电位实际上是一个基准，确定零电位之

后，才能计算其它各点的电位。

前面曾提到，点电荷电场在无限远处的电位为零。实际上，电场内任一点的电位都可以当作零电位。选择不同的零电位点，电场各点的电位也不相同，所以电场内任一点的电位其大小与零电位点的选择有关，但是电场内任意两点之间的电位差，即电压都与零电位点的选择无关。例如图1-6表示某一电场中的a、b、c三点的电位，如果选a点为零电位点， $V_a = 0$ 伏，则 $V_b = 8$ 伏， $V_c = 10$ 伏。

那么可求得它们之间的电压分别为：

$$U_{ab} = V_a - V_b = 0 \text{伏} - 8 \text{伏} = -8 \text{伏}$$

$$U_{ac} = V_a - V_c = 0 \text{伏} - 10 \text{伏} = -10 \text{伏}$$

$$U_{bc} = V_b - V_c = 8 \text{伏} - 10 \text{伏} = -2 \text{伏}$$

若选b点为零电位点，则a、b、c三点的电位分别为 $V_a = -8$ 伏； $V_b = 0$ 伏； $V_c = 2$ 伏

可求得它们之间的电压分别为：

$$U_{ab} = V_a - V_b = -8 \text{伏} - 0 \text{伏} = -8 \text{伏}$$

$$U_{ac} = V_a - V_c = -8 \text{伏} - 2 \text{伏} = -10 \text{伏}$$

$$U_{bc} = V_b - V_c = 0 \text{伏} - 2 \text{伏} = -2 \text{伏}$$

由此可见，无论选电场中哪点为零电位，电场中任意两点之间的电压是不变的。通常为了方便起见，把大地的电位当作零电位。

1.5 电容与电容器

用电介质把两个任何形状的金属体分开，就能储存电量，构成一个电容器，这两个金属体叫做电容器的极板。

如果把电容器的两个极板分别接到电源的正负电极上，如图1-7所示。在电场力的作用下，电源负极的自由电子将移向与它连接的极板上；另一极板的自由电子将移向电源的正极，使极板上出现等量的正电荷。这一过程直至该极板和另一极板上的电压与电源电压相等为止。

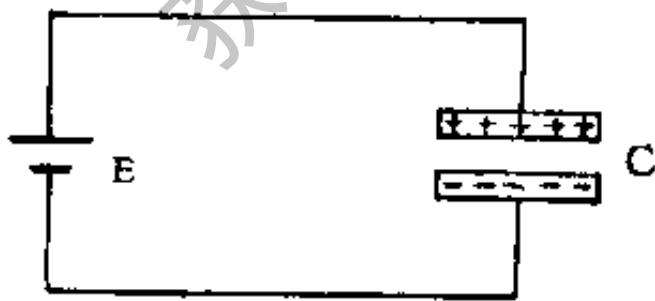


图1-7 电容器极板上的电荷

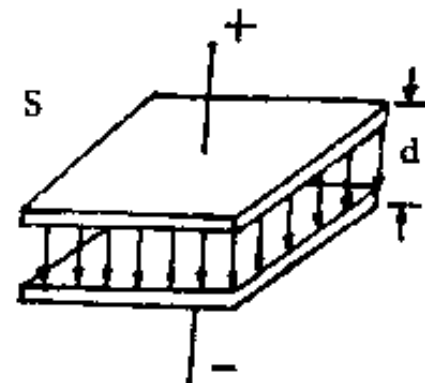


图1-8 平板电容器

电容器所能存储的电量 Q 与电容器两极板的电压成正比，这个比例常数叫做电容，用 C 表示，则：

$$C = \frac{Q}{U} \quad (1-7)$$

式中， C 的单位是法拉(F)； Q 的单位是库仑； U 的单位是伏特。

在实用时，法拉的单位太大，所以采用较小的单位，即微法(μF)或皮法(pF)。1微法 $=10^{-6}$ 法拉，1皮法 $=10^{-12}$ 法拉。

一个孤立的导体，本身就是一个极板，而大地是另一个极板，这样就构成了一个电容器，导体的电位就是它与大地之间的电压。

两块相互平行的极板，中间有介质隔开，就组成了平板电容器，如图1-8所示。如平板电容极板间的距离远小于极板的长度和宽度，那么极板间的电场可以认为是均匀的。平板电容器的电容可以由下式求得：

$$C = \frac{\epsilon S}{d} \quad (\text{法拉}) \quad (1-8)$$

式中， $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$ 为电介质的介电系数，单位为法拉/米； S 为每块极板的面积，单位为米²； d 为两极板间的距离，单位为米。

上式说明，平板电容器的电容量与极板面积 S 及电介质介电系数成正比，与极板间的距离成反比。为了增大平板电容器的容量可以增大其极板的尺寸，缩小极板间的距离，采用介电系数较大的电介质。电容器还必须考虑耐压，当电压过高可能击穿电介质而使电容器受到损坏，所以电容器都标有额定工作电压，不允许电容器在高于额定电压的条件下工作。

实际上，有时会碰到电容器容量不够，或者额定电压不符合要求的情况，因此需要采用若干个电容器并联或串联来解决。

图1-9为电容器的并联使用，如果 a 、 b 两端加的直流电压为 U ，那么每个电容器上的电压均为 U ，它们极板上的电荷之和就是并联等效电容器上的总电荷，如各电容器的电容为：

$$C_1 = \frac{Q_1}{U} \quad Q_1 = C_1 U$$

$$C_2 = \frac{Q_2}{U} \quad Q_2 = C_2 U$$

$$C_3 = \frac{Q_3}{U} \quad Q_3 = C_3 U$$

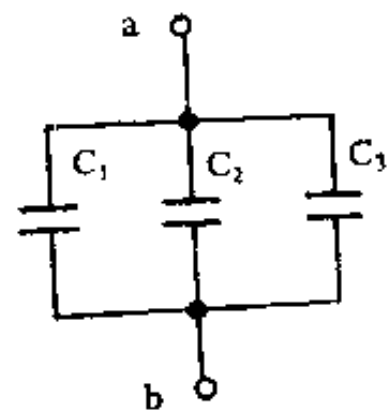


图1-9 电容器的并联

则总电荷量 $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$

所以总电容 $C = \frac{Q}{U} = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{U} = C_1 + C_2 + C_3 \quad (1-9)$

从上可知，电容器并联时，总电容等于各电容器电容之和，因此并联电容器可以加大电容量。通常用于并联的电容器应具有相同的额定电压，否则额定电压较低的电容器容易被击穿。

图1-10为电容器的串联，如果 a 、 b 两端加的直流电压为 U ，那么和电压正端相接的电容器极板上出现某一数量的正电荷，它的另一个极板感应出等量的负电荷。与它相接的第二个电容器的极板上出现等量的正电荷，而另一个极板上则出现等量的负电荷，依此类推，串联电容的每一个电容器上的电荷是相等的，如设电源给电容器提供的电荷量为 Q ，

那么

$$Q = Q_1 = Q_2 = Q_3$$

接成串联的电容器，它的总电压等于各个电容器的电压之和，即：

$$U = U_1 + U_2 + U_3$$

各电容器上的电压与电容器容量之间的关系为：

$$U_1 = \frac{Q}{C_1}; \quad U_2 = \frac{Q}{C_2}; \quad U_3 = \frac{Q}{C_3}$$

所以求得

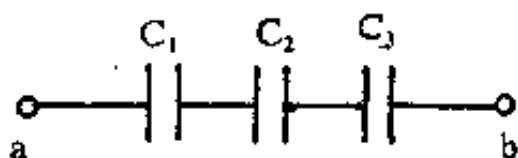


图1-10 电容器的串联

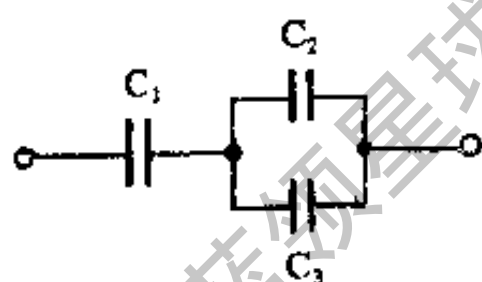


图1-11 电容器的串并联

$$\frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3}$$

$$\text{总电容 } \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \quad (1-10)$$

由此可知，电容器串联时，总电容的倒数等于各电容器倒数之和。电容器串联后总的容量变小，而且比串联电路中任何一个电容器的容量都要小。

〔例1-2〕在图1-11中三只电容器分别为 $C_1 = 0.5$ 微法， $C_2 = 0.1$ 微法， $C_3 = 0.25$ 微法，试求总电容量。

〔解〕先求出 C_2, C_3 并联总电容 C' ：

$$C' = C_2 + C_3 = 0.1 + 0.25 = 0.35 \text{ 微法}$$

$$\text{总电容 } C = \frac{C' \times C_1}{C' + C_1} = \frac{0.35 \times 0.5}{0.35 + 0.5} = \frac{0.175}{0.85} \approx 0.21 \text{ 微法}$$

〔例1-3〕设有三个相串联电容器的容量分别为1微法、5微法、10微法，两端极板接至220伏的电源上，试求分配于各电容器上的电压。

〔解〕串联电容器的总电容 C 为：

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{1} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{13}{10}$$

故总电容

$$C = \frac{10}{13} \text{ 微法}$$

串联电容每个电容器上的电荷量均相等

由公式 $Q = CU$ 可求得

$$Q = 220 \times \frac{10}{13} \times 10^{-8} = \frac{22}{13} \times 10^{-4} \text{ 库仑}$$

$$\text{所以 } U_1 = \frac{Q}{C_1} = \frac{22 \times 10^{-4}}{13 \times 1 \times 10^{-8}} = 169 \text{ 伏}$$

$$U_2 = \frac{Q}{C_2} = \frac{22 \times 10^{-4}}{13 \times 5 \times 10^{-8}} = 34 \text{ 伏}$$

$$U_3 = \frac{Q}{C_3} = \frac{22 \times 10^{-4}}{13 \times 10 \times 10^{-8}} = 17 \text{ 伏}$$

1.6 电容器中的电场能量

电容器充电后，在极板上储积了电荷，极板之间建立了电场，电场中储存有电场能。如果在充满电荷的电容器两端，连接上一个小灯泡，灯泡会发光，电场逐渐将能量释放，通过灯泡转换成光能和热能，最终电容极板上的电压降至零，电场能全部释放。有经验的电器技术人员都知道，当停电后对设备进行检修时，必须将电容器上的电荷全部放电。当采用放电棒（它的一端接地）对高压大电容放电时，放电电流可以产生很强的火光和发出巨大的响声。人体接触到充有电荷的高压电容器时，则足以将人电死。

电容器所存储的电场能量可以用下式表示：

$$W_c = \frac{1}{2} CU^2 \quad (1-11)$$

W_c ——电容器中存储的电场能，单位焦耳。

U ——电容器的电压，单位伏。

C ——电容器的容量，单位法。

电容器两端建立电压的过程就是电源向电容器充电，电容器储存能量的过程，电容器放电则是把电场能释放出来。理想的电容器在存储能量和释放能量的过程中并不损耗能量，因此电容器是一种储存电能的元件，这一点和电阻有着本质的不同。

电容器充电和放电都需要一定的时间，反映出电能的建立和消耗都是一个逐渐的过程，而不能发生突变，这是在分析包含有电容器这类储能元件的电路时常要用到的一个重要概念。

1.7 静电场的屏蔽

通常，电子仪器都有一个密封的金属外壳，晶体管也都需要用一个金属外壳罩起来，有些导线在绝缘层的外皮还要套上一层金属丝网，所有这些措施，都是为了隔离外部电场对设备、器件和电路的影响。金属外壳和丝网的这种作用叫做屏蔽，金属为什么具有屏蔽作用，需要分析金属在静电场中的情况。

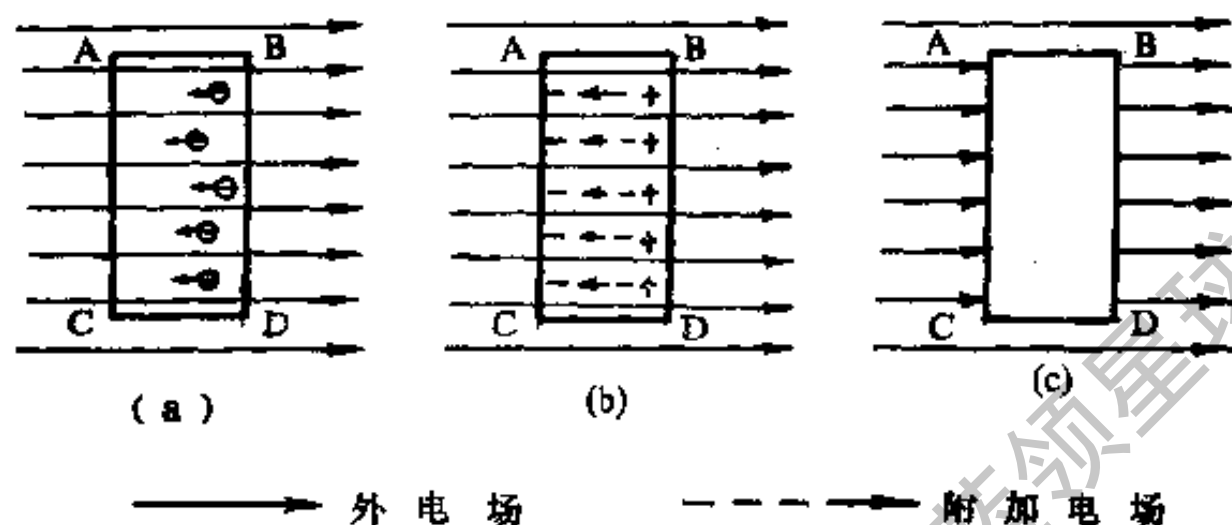


图1-12 均匀电场中的金属

如果将一块金属体放置在一个均匀电场中，如图1-12所示。在均匀电场的作用下，金属的两个垂直平面上会出现电荷，左边平面带负电，右边平面带正电。导体内的电荷因受外电场作用而重新分布的现象就是静电感应。这时产生的电荷叫做感应电荷。当外电场消失，感应电荷相互中和，金属也就不再显示带电特性。

图1-12(b)表示在外电场作用下，金属体内部形成一个附加电场。图中虚线表示附加电场的电力线，它和外电场的方向正好相反。在稳定状态下，附加电场和外电场正好抵消，金属体内部没有电场存在。不管金属体是空心还是实心，只要金属体是密封的，在稳定状态下，它的内部场强就一定为零。就好像电力线不能够穿透金属表面进入到内部一样，如图1-12(c)所示。

根据这一原理，如果把电子仪器置于密封的金属盒中，就不会受到外界电场的干扰，在许多情况下，可以用网眼很密的金属网来代替金属板，也能起到良好的屏蔽效果。

1.8 尖端放电

我们知道，金属导体在静电场中会出现感应电荷，而且这些感应电荷是分布在导体表面上的。实验证明，电荷在导体表面分布情况，与导体表面的形状有关，导体表面的曲率愈大，聚积的电荷也愈多，电荷的面密度就愈大；而曲率较小的部位，聚积的电荷就少。因而在导体的尖端处，电力线密集，表示该处的电场强度特别强，如图1-13所示。这种强电场可能使周围的空气发生电离而导电，形成尖端放电，使导体尖端处的电荷被中和。

建筑物的避雷针就是利用尖端放电原理，达到保护建筑物和电气设备的目的。在雷雨天气，雷电云块中聚积了大量的电荷，当这那云块离地面较近时，就可能对地面的建筑

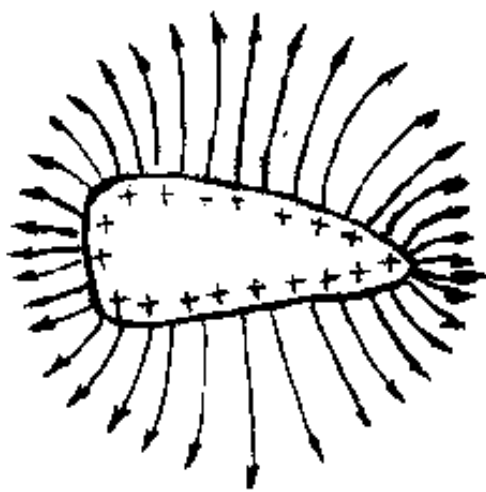
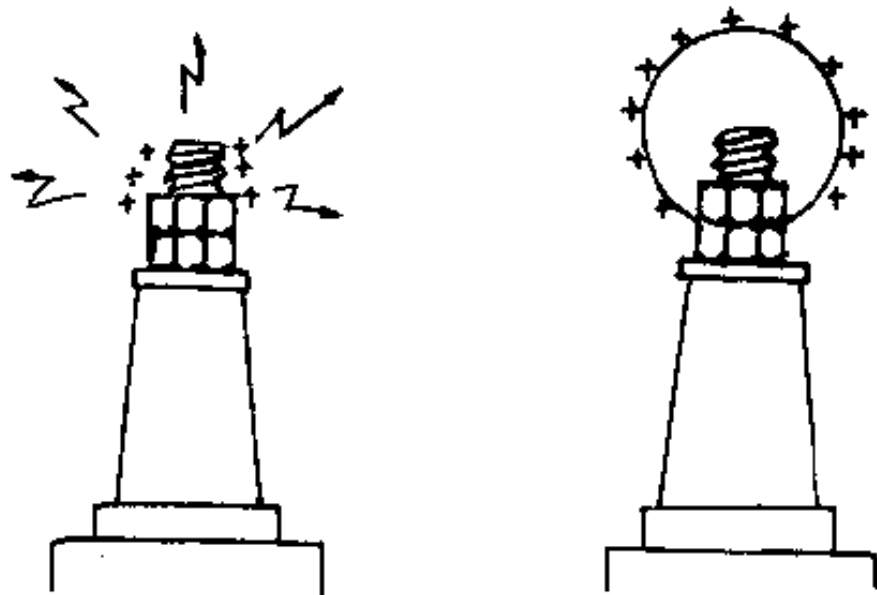


图1-13 电荷在导体表面的分布



1-14 消除尖端放电的措施

物、电气设备和其它物体感应出大量的异性电荷。如果云层和地面物体之间的电场强度很强，就可能使空气击穿，形成雷击。雷击产生的时间很短，往往只有千分之几秒，但是产生的雷击电流可高达10万安培以上，这样巨大的电流具有很大的破坏性，能在瞬间将建筑物击坏，设备烧毁。如果安装避雷针，那么大量的感应电荷将集中在避雷针的尖端处，它不断地放电和云层中的电荷中和，雷击发生时，雷击电流通过避雷针的引线流入大地，防止建筑物和设备遭到破坏。为了使避雷针有效地起到保护作用，避雷针的引线要足够的粗，接地要十分良好。

在广播电视设备中，特别是大功率发射机的高压系统，常常会因为电压过高而产生尖端放电打火，影响发射机的正常工作，图1-14表示高压供电系统的螺栓产生的尖端放电现象。如果在螺栓上套上一个曲率较小的光滑金属圆球，就能有效地防止尖端放电。在发射机的高压电容器两端也并有类似的金属圆球，当电容器的两端电压超过一定限度时，可以通过圆球放电，起到保护电容器的作用。

习 题

1. 从摩擦生电现象可以得出哪些结论？
2. 导体、半导体和绝缘体的原子结构有什么特点和区别？
3. 在空气中两个带有同性电荷的点电荷，所带电荷量分别为4微库和2.5微库，两者相距0.1米，试求两电荷之间的作用力。
4. 在电场中某点放入一个电量 $q = 15 \times 10^{-8}$ 库仑的实验电荷，它所受到的电场力等于0.01牛顿，求该点的电场强度。
5. 画出图1-15中a、b、c三点的电场强度的方向。
6. 在图1-16所示的均匀电场中，电场强度为10伏/米，实验电荷的电量为 10^{-6} 库仑，试问电荷从O点开始沿OA方向，OB方向和OC方向各移动1米，电场力所做的功各为多少？
7. 有四个电容器的容量均为C，按图1-17所示的方法连接，试求各种情况下的等效电容。

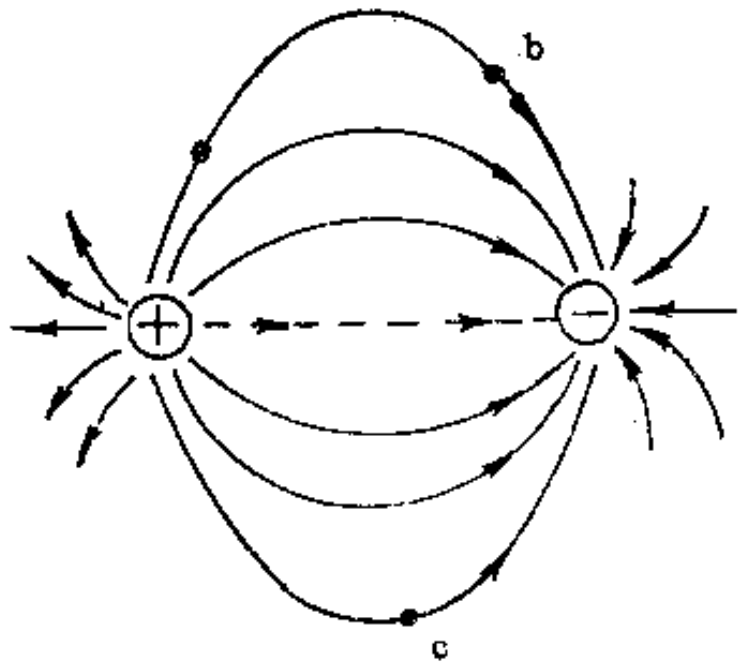


图1-15 题5图

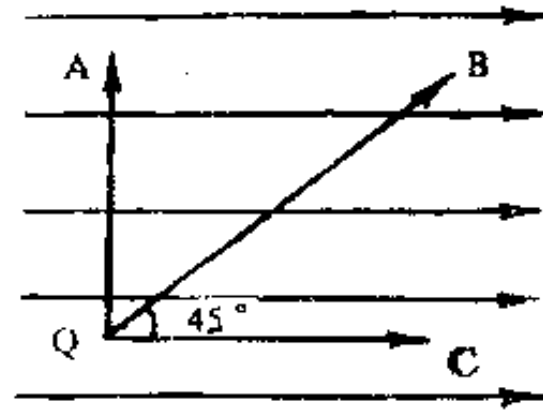


图1-16 题6图

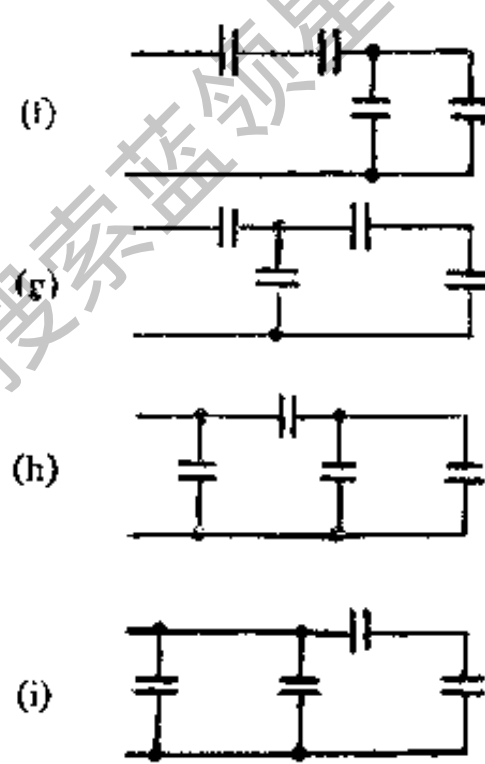
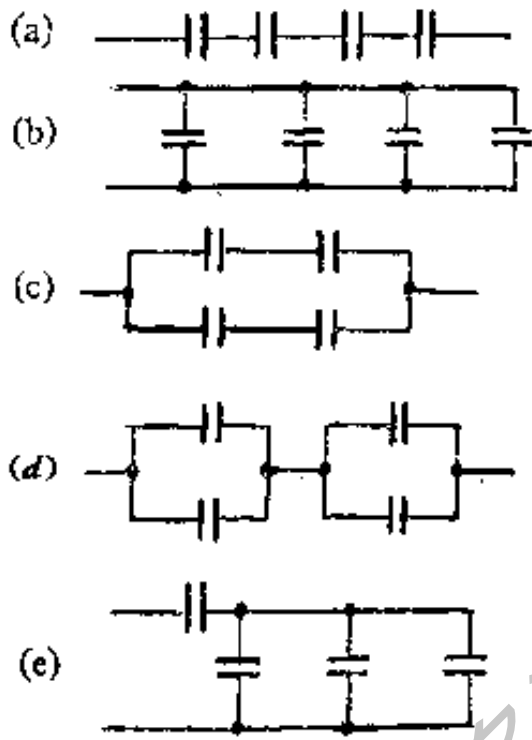


图1-17 题7图

8. 设电容器按图1-18连接, 已知电容器的容量为 $C_1 = C_3 = C_4 = C_5 = C_6 = 3$ 微法, $C_2 = 2$ 微法, 总的端电压为9000伏, 求各个电容器上的电压。

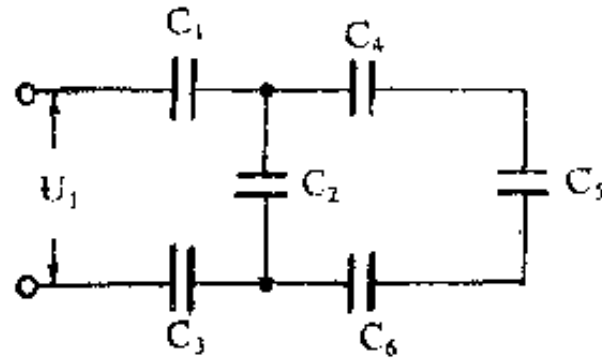


图1-18 题8图

第二章 简单直流电路

2.1 电路的基本构成

图2-1是一个最简单的电路。如果给电路下个定义，可以认为电路就是电流所流经的路径。一个完整的电路是由电源、负载、连接导线和开关这几部分组成，当电路开关接通时，灯泡就会发光，这表明在电路中有电流流过。

一、电流

什么叫电流呢？电荷有规则的移动，就称为电流。在直流电路中，电荷朝一个方向移动；在交流电路中，电荷移动的方向按一定的规律变化。

在金属导体内部，自由电子可以在原子间作无规则的运动；在电解液中，正负离子可以在溶液中自由运动。但在常态下，这些电子和离子的运动都是处于无规则的热运动状态，任一瞬间通过导体和溶液任一截面的总电荷量为零，所以不形成电流。如果导体两端加上电压，在导体内形成电场，电荷就会在电场力的作用下，作有规则的运动形成电流。

电流的大小是通过导体横截面的电荷量对时间的变化率来衡量，称作电流强度，即

$$i = \frac{\Delta q(\text{库仑})}{\Delta t(\text{秒})} \quad (\text{安培}) \quad (2-1)$$

上式表明，电流强度的大小等于单位时间内通过导体截面的电荷量。

由于电荷有正负之分，在同一电场力的作用下，正负电荷的移动方向正好相反。为了分析方便，规定电流的正方向代表正电荷移动的方向。今后在分析电路时，可在电流流经的线路上标上一箭头，假定它代表电路中正电荷流动的方向。如果计算出电流为负值，则说明电流的实际方向和假定的方向相反。电流正方向的规定是分析电路时的一个十分重要的概念。

在直流电路中，电流的大小和方向都不变，任何时刻的电流强度均为恒定值，则直流电路中的电流强度为：

$$I = \frac{Q}{t} \quad (2-2)$$

电荷量的单位为库仑，时间单位为秒，则电流强度单位为安培，用符号A表示，简称



图2-1 最简单的电路

安。常用的电流强度单位还有毫安 (mA) 和微安 (μA)，1毫安 = 10^{-3} 安培，1微安 = 10^{-6} 安培。

二、电源

电源是产生电能的装置，它可以将其他形式的能量，如化学能、热能、机械能、原子能等转变成电能。在电路中，电源是维持电路中电流流动的源动力。它可以使电路两端保持一定的电位差，从而使正电荷源源不断地从高电位经负载流向低电位；负电荷源源不断地从低电位经负载流向高电位，形成连续的电流。

在不同的电源中产生电位差的原因是不同的。例如电池是由于电池内部电解液和极板间的化学作用；发电机则是由于电磁感应作用。但是它们的共同之处是，在电源内部把正电荷推向正极，负电荷推向负极，以形成并维持电源电极间的电位差，显然这种使电荷运动的力不是电场力，它和电场力对电荷的作用方向正好相反。我们把电源内部这种移动电荷的力称之为局外力，局外力移动电荷所做的功就叫电源的电动势。通过局外力对电荷做功，就将其它形式的能转变成了电能，因此电源就是将其它形式能转变成电能的装置。

三、负载

负载是电路中消耗电能的装置，它实际上就是各种用电设备。根据用电设备性质的不同，它可以将电能转变成光能、热能和机械能。

四、导线和开关

导线和开关是电源和负载之间不可缺少的连接和控制部件，起着传输和分配能量的作用。开关还起着控制和保护电气设备的作用，只有合上开关，才有电流流过负载。

当然，实际遇到的电路是很复杂的，但不管怎样复杂，其基本组成部分都是相同的。

2.2 电阻与电导

当把不同的负载接到同一电源上的时候，负载中通过的电流大小是不相同的。如果我们用不同材料几何尺寸相同的金属导体作负载，施加相同的电压，会发现在铜导体中流过的电流要比铁导体中的电流大许多倍，这是因为不同材料的导电性能不同的缘故。我们把加在导体两端的电压和通过导体电流的比值叫做电阻。

衡量电阻大小的单位是欧姆，用符号 Ω 表示。如果导体两端加上1伏电压，通过导体的电流为1安，那么该导体的电阻就是1欧姆，即

$$1\text{欧姆}(\Omega) = \frac{1\text{伏特}(V)}{1\text{安培}(A)}$$

实际上，有时嫌欧姆这个单位太小，可以用千欧 ($k\Omega$) 和兆欧 ($M\Omega$) 做单位， $1k\Omega = 10^3\Omega$ ， $1M\Omega = 10^6\Omega$ 。

导体电阻的大小主要由两个因素所决定，一是导体的导电性能；二是导体的几何尺

寸。实验证明，同一材料的导体，其电阻与导体的长度成正比，与导体的横截面积成反比，其计算公式为：

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad (2-3)$$

式中， l 为导体的长度，单位是米； S 为导体截面积，单位是平方毫米； ρ 为比例常数叫做电阻率，单位是 $\frac{\text{欧} \cdot \text{毫米}^2}{\text{米}}$ 。

电阻率 ρ 是长1米、截面为1平方毫米导体的电阻值。

几种常用材料在20℃时的电阻率如表2-1所示。

表 2-1

用途	材料名称	电阻率 ρ (20℃) (欧·毫米 ² /米)	电阻温度系数 α (1/℃)
导电材料	铝	0.029	0.004
	银	0.0165	0.0036
	铜	0.0175	0.004
	黄铜	0.07~0.08	0.002
	钨	0.056	0.0046
电阻材料	锰铜	0.42	0.000005
	康铜	0.44	0.000005
	镍铬铁	1.0	0.00013
	铝镍铁	1.2	0.00008

从表2-1可见，常用导体的电阻率除银之外，铜的电阻率最小，导电性能最好，铝的导电性能次之。由于我国铝的储藏量丰富，价格也比铜低得多，所以输电线大量采用铝导线。反之，各种电热器、电阻器需要采用电阻率高的合金材料，如镍铬合金的电阻率高，并具有长期承受高温的能力，常用来制造电热器的发热电阻丝。

〔例2-1〕 一对线径为3毫米的架空铜线，从甲站通到乙站，其间距离为5公里，试求这对线路的电阻为几欧姆。

〔解〕 根据线径可求出它的截面积，即：

$$S = \frac{\pi}{4} d^2 = \frac{3.14}{4} \times 3^2 = 7.06 \text{毫米}^2 = 7.06 \times 10^{-6} \text{米}^2$$

线路总长度 $l = 5 \times 2 = 10$ 公里 = 10000 米

从表中查出铜的电阻率 $\rho = 0.0175 \times 10^{-6}$ 欧米

将 S 、 l 、 ρ 代入式 (2-3)，求得线路总电阻：

$$R = \rho \frac{l}{S} = 0.0175 \times 10^{-6} \times \frac{10^4}{7.06 \times 10^{-6}} = 24.8 \text{欧}$$

〔例2-2〕 在收音机中，需要绕制一个30欧的电阻，若用长度为15米的锰铜线，试计

算铜线的截面积为多少?

〔解〕查锰铜的电阻率 $\rho = 0.42 \times 10^{-6}$ 欧米

$$S = \rho \frac{l}{R} = 0.42 \times 10^{-6} \cdot \frac{15}{30} = 0.21 \text{毫米}^2$$

导电材料的电阻率不仅和材料本身特性及尺寸有关,而且还受温度的影响。大部分金属导体的电阻值随温度升高而增大,但碳和一些合金材料的电阻值却随温度升高而减小。

一般情况下,可以认为导体电阻的改变数值与温度变化成正比。如以 R_1 表示起始温度 T_1 的导体电阻, R_2 是温度为 T_2 的导体电阻,则电阻与温度的变化关系可表示为:

$$R_2 = R_1[1 + \alpha(T_2 - T_1)]$$

也就是说 T_2 时的导体电阻比 T_1 时增加了 $\alpha(T_2 - T_1)$ 倍。 α 称为温度系数,它代表导体温度每增高 1°C 时,每欧导体电阻所变化的电阻数值,其单位为 $1/^\circ\text{C}$ 。当 α 为正值时,表示电阻随温度增高而增大; α 为负值时,表示电阻随温度的增高而减少。表2-1中也列出了一些常用材料的电阻温度系数。

从表中可以看出,康铜、锰铜的电阻温度系数很小,因而常用来做标准电阻、变阻器以及仪表中的分流器和倍压器。铂的电阻温度系数很大,可用来作电阻温度计,通过测量铂的电阻变化,就可知道设备(如发电机的定子和转子铁芯)的工作温度。

为了计算方便,电阻值有时用它的倒数来表示,叫电导。电导用符号 G 或 g 表示, $G = \frac{1}{R}$,其单位为西门子,简称西,用 S 表示。

2.3 欧姆定律

电阻 R 两端在电压 U 的作用下,会有电流 I 通过,如图2-2所示。实验可以证明,流过电阻 R 的电流 I 与电阻两端的电压 U 成正比,与电阻 R 成反比,这就是欧姆定律。用公式表示为:

$$I = \frac{U}{R} \quad (2-4)$$

式中,电压的单位用伏特,电阻的单位用欧姆,则电流的单位是安培。

这个公式表达了电路中电压、电流和电阻的关系,它说明:

1. 如果保持电阻不变,当电压增大时,电流也将成比例地增加;电压减小时,电流也将成比例地减小。

2. 如果维持电压不变,当电阻增大时,电流与电阻成反比例地减小,即电阻增大一倍,电流减至原来的二分之一;当电阻减小时,电流成反比例地增加。

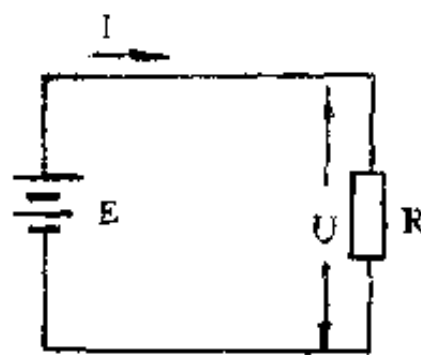


图2-2 说明电压、电流和电阻关系的简单电路

根据欧姆定律，我们可以从两个已知量中求得另一个未知量，所以欧姆定律的表达式有以下三种形式。

1. 已知电压、电阻求电流：

$$I = \frac{U}{R}$$

2. 已知电流、电阻求电压：

$$U = IR \quad (2-5)$$

3. 已知电压、电流求电阻：

$$R = \frac{U}{I} \quad (2-6)$$

应该注意，欧姆定律表达式中的电压与电流必须是从同一电阻上取得。

〔例2-3〕 测得电路中某一电阻上的电压为10伏，其中电流为2毫安，问此电阻阻值为多少？若该电阻通过15毫安的电流，其电压为多少？

〔解〕 根据式(2-6)求得电阻：

$$R = \frac{U}{I} = \frac{10}{2 \times 10^{-3}} = 5 \text{千欧}$$

从式(2-5)中求电压：

$$U = RI = 5 \times 10^3 \times 15 \times 10^{-3} = 75 \text{伏}$$

根据欧姆定律，可以求出某一电阻的电压与电流的关系。例如，设 $R = 5$ 千欧，在不同的电压值下，可求得相应的电流，如下表所列。

U (V)	5	10	15	20	25	30	35	40
$I = \frac{U}{R}$ (mA)	1	2	3	4	5	6	7	8

如果用水平方向的横轴代表电压 U ；纵轴代表电流 I ，则上表中的关系用图形表示出来就是一条线，如图2-3所示。

我们把图2-3中反映电压电流关系的线段称为伏安特性。伏安特性为一条直线，所以电阻称为线性电阻。严格地讲，线性电阻是不存在的。例如导体通过电流会发热，引起温度变化，而温度变化又会使电阻的阻值发生改变。在一般情况下，导体电阻的变化值很小，可以近似当作线性元件来考虑。

有些电阻元件的伏安特性不是直线，而是曲线，如图2-4所示。图中曲线a代表钨丝灯泡的伏安特性，其电阻随温度升高而增大；曲线b代表碳丝灯泡。其电阻随温度升高而减小。这种具有非直线伏安特性的电阻元件称为非线性电阻。

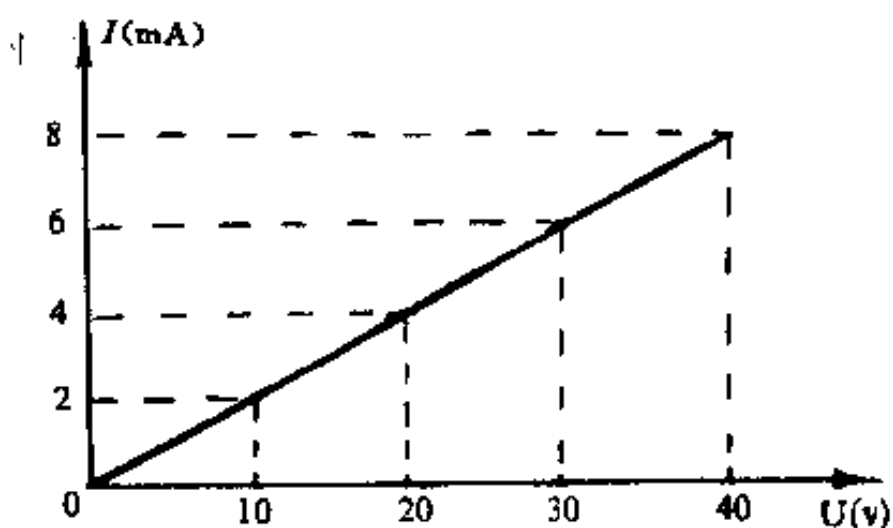


图2-3 线性电阻的伏安特性

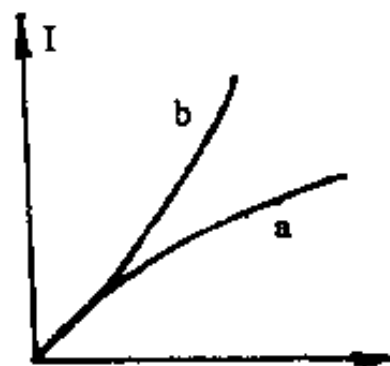


图2-4 非线性伏安特性

电子管、晶体管等器件可以等效看成一个电阻器，它两端的电压与流过它的电流的关系也服从欧姆定律，但是它们的伏安特性都是非线性的。晶体二极管正向伏安特性可以用图2-5(a)所示实验电路求得。利用电位器W可以改变二极管的端电压U，因而流过二极管电流I也随着变化，将所测得的电压和电流在图2-5(b)的坐标上找到对应的点，将这些点连

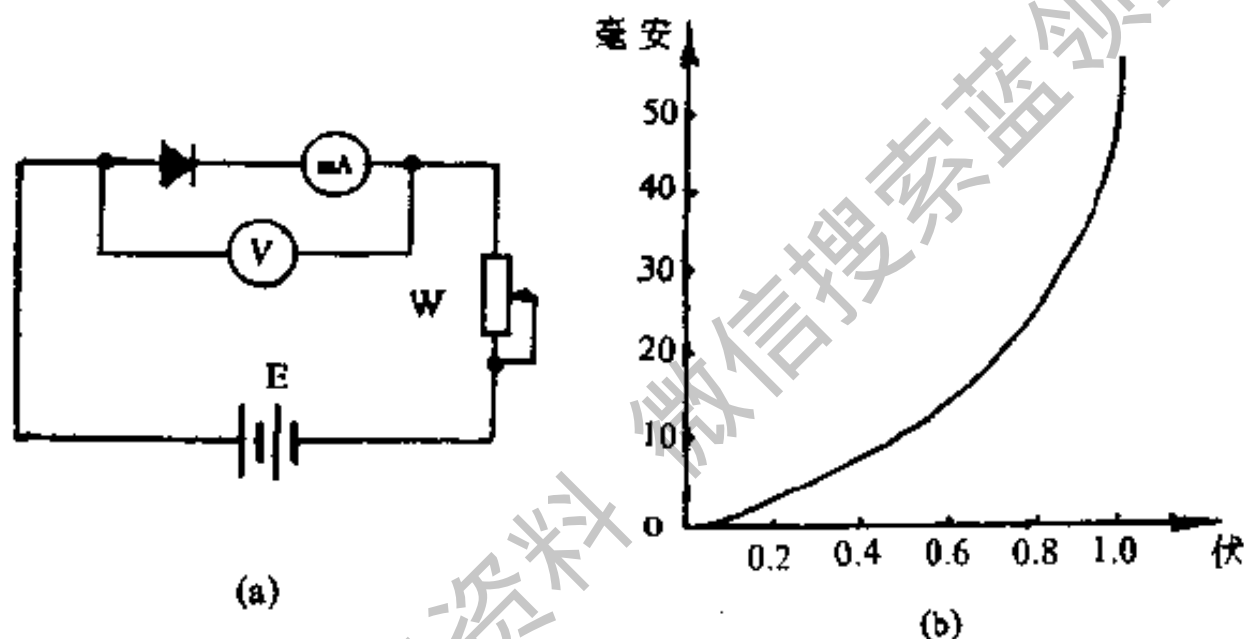


图2-5 晶体二极管正向伏安特性

起来，就得到一条晶体二极管正向伏安特性。可见，它的伏安特性不是一条直线。换句话说，晶体二极管可以看成是一个非线性电阻。非线性电阻的伏安特性是要通过实验或专门的仪器测绘出来。

2.4 电功率和电流热效应

电路的主要任务是传送、控制和转换电能，分析和计算电路时，经常要遇到电功率和电能转换成热能的问题。不同的用电设备，消耗的电功率有很大不同，大型的发射机耗电量可达几千千瓦，而小型的报话机耗电仅为几瓦。

一、电功率

电功率的定义是单位时间内电场力搬运电荷所做的功。设在 Δt 的时间内，电场力搬运电荷 ΔQ 所做的功为 ΔA ，则电功率可表示为：

$$P = \frac{\Delta A}{\Delta t} \quad (2-7)$$

因为 $\Delta A = U \cdot \Delta Q$, 故电功率为:

$$P = \frac{U \Delta Q}{\Delta t} = UI \quad (2-8)$$

由此可知, 电功率等于电压与电流的乘积。式中电压的单位为伏, 电流的单位为安, 则电功率的单位为瓦特, 简称瓦, 用符号W表示。

将 $U = IR$ 代入式(2-8)中, 则电阻 R 所消耗的功率为 $P = I^2 R$ (2-9)

上式说明, 在电流一定的情况下, 功率与电阻成正比。

如果用 $I = \frac{U}{R}$ 代入式(2-9)中, 则电阻 R 所消耗的功率又可表示为:

$$P = \frac{U^2}{R} \quad (2-10)$$

上式说明, 当电压一定时, 功率与电阻成反比, 即负载电阻愈小, 所消耗的功率就愈大。

〔例2-4〕 试求额定电压均为220伏, 功率为100瓦和25瓦的灯泡的电阻各为多少? 如果将它们串联接到220伏电源上, 灯泡实际消耗的功率各为多少?

〔解〕 根据式(2-10)可求得:

$$100\text{瓦灯泡电阻 } R_1 = \frac{U^2}{P} = \frac{220^2}{100} = 484\text{欧}$$

$$25\text{瓦灯泡电阻 } R_2 = \frac{U^2}{P} = \frac{220^2}{25} = 1936\text{欧}$$

串联后接到220伏电源上, 总电流为:

$$I = \frac{U}{R_1 + R_2} = \frac{220}{484 + 1936} = 0.091\text{安}$$

$$R_1\text{消耗功率 } P_1 = I^2 R_1 = 0.091^2 \times 484 = 4\text{瓦}$$

$$R_2\text{消耗功率 } P_2 = I^2 R_2 = 0.091^2 \times 1936 = 16\text{瓦}$$

由此可看出, 当两个额定功率不同的灯泡相串联时, 额定功率小的灯泡消耗的功率大, 而额定功率大的灯泡消耗功率小。

实际上电器设备所消耗的功率都不能超过规定的数值, 否则该电器就会因过热而损坏, 因此电器上一般都标有额定电压和额定功率。常用的功率单位还有千瓦(kW)和毫瓦(mW), 1千瓦 = 10^3 瓦, 1毫瓦 = 10^{-3} 瓦。

〔例2-5〕 试求阻值为2千欧,额定功率为1/4瓦的电阻器,所允许的工作电流及电压。

〔解〕 根据式(2-9)求出允许的工作电流:

$$I = \sqrt{\frac{P}{R}} = \sqrt{\frac{1}{4 \times 2 \times 10^3}} = 0.0112 \text{安} = 11.2 \text{毫安}$$

根据式(2-10)求出允许的工作电压:

$$U = \sqrt{PR} = \sqrt{\frac{1}{4} \times 2 \times 10^3} = 22.3 \text{伏}$$

二、电能

电能和电功率是不同的概念。电能是指一段时间内电场力所做的功,电功率是指单位时间内电场力所做的功,它们之间的关系是:

$$W = Pt \quad (2-11)$$

电能的单位是千瓦-小时(kW·h),简称度。1千瓦-小时是指功率为1千瓦的电源(或负载),1小时内所输出(或消耗)的电能,电功率用瓦特表测量,电能用瓦时表(也称为电度表)测量。例如,60瓦灯泡是指灯泡的功率为60瓦,表明灯泡单位时间内耗电的能力,并不是灯泡实际消耗了多少电能,所以电器的额定功率并不是一个电能的概念。60瓦灯泡亮了10个小时,它耗电为 $W = Pt = 0.06 \times 10 = 0.6 \text{kWh}$,即耗电0.6度,这才是实际消耗的电能。

〔例2-6〕 有节能空调器的功率为450瓦,每天使用12个小时,整个夏天使用了76天,试问耗电多少度?如果按0.25元/度计算,电费为多少?

〔解〕 每天的耗电量为:

$$W_1 = Pt = 0.45 \times 12 = 5.4 \text{度}$$

整个夏天耗电量共为:

$$W = 5.4 \times 76 = 410.4 \text{度}$$

电费是 $0.25 \text{元} \times 410.4 = 102.6 \text{元}$

三、效率

能量在转换和传输过程中,会有各种各样的损失,只有一部分能量才能转变为有用的能量。例如,汽轮机的效率为40%左右,就是说输入汽轮机的高压蒸汽所具有的能量,只有40%变成了汽轮机输出的机械能,另外60%的能量由于机械摩擦和排汽而损失掉了。如果用 $W_{入}$ 表示输入的高压蒸汽能量,用 $W_{出}$ 表示输出的机械能,那么汽轮机的效率就是:

$$\eta = \frac{W_{出}}{W_{入}}$$

因为 $W = Pt$

所以效率又可写成

$$\eta = \frac{P_{\text{出}}}{P_{\text{入}}} \quad (2-12)$$

四、电流的热效应

电功率在消耗的过程中常常转变成热能,使导体温度升高,这种现象就叫做电流的热效应。电流的热效应在实际生产和生活中有广泛而重要的应用,如白炽灯、电炉、电热器以及电路的各种保险丝等。电流通过导体所放出的热量可由下式求得:

$$Q = 0.24I^2Rt$$

式中, Q 代表热量,单位为卡,电流的单位为安,电阻的单位为欧,时间的单位为秒。

当导体长时间通过电流时,电能不断地转换成热能,热量通过周围的介质如空气不断地扩散,因此导体本身的温度不会无限上升,而是最后平衡到一个稳定的温度。稳定温度的大小与导体内电流的大小、导线电阻的大小以及导体散热条件有关。

如果电源通向负载的两根导线被短路,电流不经过负载而直接流回电源,这时由于导线电阻很小,会产生很大的短路电流,使导线的绝缘层被烧焦或着火,以致损坏设备。为了防止短路事故,通常在电路中接入保险丝,保险丝是一种熔点很低($60^{\circ}\text{C} \sim 70^{\circ}\text{C}$)的合金,如用锡铅合金制成。它的粗细不同,其熔断的电流也不同,当电流超过额定值时,由于温度升高,保险丝会自动熔断,保护电路不被损坏。因此,必须根据电路中电流的大小,正确选用保险丝。

2.5 电阻的串联与并联

在实际电路中,负载往往不只一个,需要通过多种方式将它们连接起来,完成电能的传输与分配,最基本的连接方式是串联和并联。

一、电阻的串联

把几个电阻首尾连接起来,在这几个电阻中通过的是同一电流,这种连接方式叫串联,如图2-6所示。电阻的串联电路有以下特点:

1. 串联电路中,电流处处相同,且为同一电流。根据欧姆定律,串联电路的电流为

$$I = \frac{U}{R_1 + R_2 + R_3}$$

2. 串联电路两端的总电压等于各电阻上分电压之和,即 $U = U_1 + U_2 + U_3 = IR_1 + IR_2 + IR_3$ 。

3. 串联电路的总电阻等于所有电阻之和,即 $R = R_1 + R_2 + R_3$ 。若几个电阻串联,则总电阻为: $R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n$ (2-13)

当 $R_1 = R_2 = R_3 = \dots = R_n$ 时:

则总电阻 $R = nR$,

(2-14)

由上面分析可知, 串联电阻的总电阻必定大于电路中任何一个分电阻, 所以串联电阻是愈串愈大。

4. 串联电阻上的电压与电阻值成正比, 电阻值愈大, 所分得的电压也愈大。

$$U_1:U_2:U_3 = R_1:R_2:R_3 \quad (2-15)$$

5. 各电阻所消耗的功率, 与电阻阻值成正比, 电阻串联电路的总功率等于各电阻功

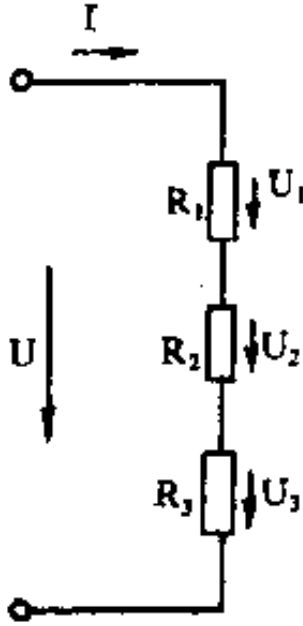


图2-6 电阻串联电路

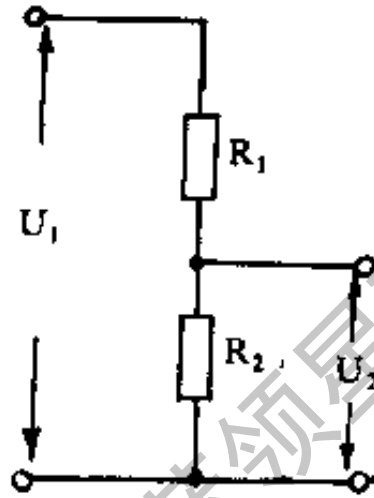


图2-7 电阻分压器

率之和。 $P_1 = I^2 R_1$, $P_2 = I^2 R_2$, $P_3 = I^2 R_3$

$$P_1:P_2:P_3 = R_1:R_2:R_3$$

总功率 $P = I^2 R = I^2 (R_1 + R_2 + R_3)$

$$= P_1 + P_2 + P_3 \quad (2-16)$$

串联电路中任何一个电阻发生变化, 都会引起总电流的变化, 并导致电压分配的改变和功率的变化。只要有一个电阻断路, 整个电路就断开, 故一般电力负载不采用串联方式。电阻串联电路在实际应用中被广泛用于分压器和限流器。

由于串联电路中的电压分配和电阻值成正比, 当电源电压高于负载额定电压时, 可以采用串联电阻构成的分压器来降低供电电压, 以满足负载的要求。图2-7是一个电阻分压器, 输出电压为 R_2 上分得的电压。

$$U_2 = R_2 I = R_2 \cdot \frac{U_1}{R_1 + R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_1$$

$$\text{或} \quad \frac{U_2}{U_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (2-17)$$

$\frac{R_2}{R_1 + R_2}$ 叫分压比, R_2 占总电阻为多大比例, 那么 U_2 也占总电压有多大比例。只要选择合适的 R_1 和 R_2 就可得到所需的电压。

〔例2-7〕 有一块伏特表，它的最大量程为250伏，内阻为250千欧，如果想用它测量500伏的电压，应采取什么措施？

〔解〕 扩大电压表量程的问题可以通过接入分压电阻来解决。加入一个串联电阻，使超过伏特表承受能力的那部分电压降在串联电阻上，而伏特表仍维持电压在250伏，这时电压表实际测量的电压是500伏，这样就把电压表量程扩大一倍。

根据串联电路电压与电阻成正比，则：

$$\frac{U_0}{U_0} = \frac{R_0}{R_0}, \quad \frac{500 - 250}{250} = \frac{R_0}{250}$$

所以 $R_0 = 250$ 千欧

这时伏特表的读数应乘以2才是实际测量的电压值。

〔例2-8〕 今有一表头，满偏电流为100微安，内阻 $r_0 = 1$ 千欧，若要改装成量程为5伏的直流电压表，需串接一个多大的内阻？

〔解〕 串接一个电阻后，在量5伏的直流电压时，电流表的电流应为100微安。据此得出

$$R + r_0 = \frac{U}{I}, \quad R = \frac{U}{I} - r_0$$

$$R = \frac{5}{100 \times 10^{-6}} - 10^3 = 50 \times 10^3 - 10^3 = 49 \text{ 千欧}$$

二、电阻的并联

几个电阻的两端分别接在一起，每个电阻两端所承受的是同一电压，这种连接方式叫做并联，如图2-8所示。电阻并联电路有以下特点：

1. 各个电阻两端的电压相等，都等于外电压，这是并联接法的主要特征。

2. 每个支路的电流和电阻成反比，电阻愈小，支路的电流愈大；电阻愈大，支路电

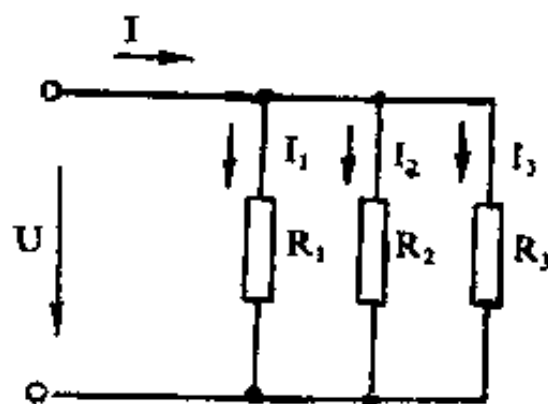


图2-8 电阻并联电路

流愈小。 $I_1 = \frac{U}{R_1}$ ； $I_2 = \frac{U}{R_2}$ ，所以得出 $\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$ 。

3. 并联电路的总电流，等于各个分支电流之和，即 $I = I_1 + I_2 + \dots + I_n$ 。

4. 并联电路总电阻的倒数，等于各支路电阻倒数之和。这是因为：

$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n \\ &= \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3} + \dots + \frac{U}{R_n} \end{aligned}$$

$$= U \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n} \right) = U \cdot \frac{1}{R}$$

所以总电阻为：

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n} \quad (2-18)$$

用电导表示，即：

$$g = g_1 + g_2 + g_3 + \dots + g_n \quad (2-19)$$

由以上分析可知，并联电路的总电阻总小于任何一个支路的电阻，所以并联电阻是愈并愈小。

在实际电路中，常常碰到两个电阻并联计算，总电阻为：

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \\ R &= \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \end{aligned} \quad (2-20)$$

如果 $R_1 = R_2$ ，则 $R = \frac{R_1}{2} = \frac{R_2}{2}$ 。由此可知，两个相同的电阻并联，其总电阻为其中一个电阻的二分之一。若 n 个相同的电阻并联，则总电阻为其中一个电阻的 $\frac{1}{n}$ 分之一。如果两个电阻相差悬殊，那么总电阻可以近似等于小阻值的电阻。

5. 并联电路中总消耗功率等于各支路电阻消耗功率之和。各支路电阻所消耗的功率与各支路电阻的阻值成反比，电阻愈小，消耗功率愈大。在并联电路中，若有 $I = I_1 + I_2$ ，两边同乘以 U ，则得： $UI = UI_1 + UI_2$

$$\text{故得} \quad P = P_1 + P_2 \quad (2-21)$$

各支路消耗的功率的比为：

$$\begin{aligned} P_1 : P_2 &= \frac{U^2}{R_1} : \frac{U^2}{R_2} \\ \frac{P_1}{P_2} &= \frac{R_2}{R_1} \end{aligned} \quad (2-22)$$

在端电压不变的情况下，并联电路中各支路电阻发生变化，只影响该支路的电流，所以电力负载均采用并联方式，每个支路负载可以随意断开和接入，均不会影响其它支路。

并联电路支路电阻的变化虽然不会影响其它支路的电流，但是会改变总电流的分配比例，所以它常用来作分流器。分支电流和总电流的关系可由下式求得：

$$\frac{I_1}{I} = \frac{I_1}{I_1 + I_2} = \frac{\frac{U}{R_1}}{\frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (2-23)$$

$$\text{同理 } \frac{I_2}{I} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (2-24)$$

这说明两个电阻并联时，某一支路的电流等于总电流乘上一个分数，分母为两个支路电阻之和，分子是另一支路的电阻值。并联电阻电路在电流分流器中应用十分广泛。

〔例2-9〕 有一块微安表头，它的最大量程为100微安，内阻为1千欧，如果要改装为最大量程是10毫安，问分流电阻为多少？

〔解〕 如果在小量程电流表两端，并联一个小阻值电阻，使大部分电流都流经这一分流电阻，而流过表头的电流仍不超过其额定值，这就可大大扩展电流表的量程。

从图2-9中可知， $I_0 = 100$ 微安， $I = 10$ 毫安可求得 $I_1 = I - I_0 = 9.9$ 毫安。

$$\text{又因 } I_1 = I \frac{R_0}{R + R_0} \quad R = \frac{IR_0}{I_1} - R_0$$

$$\text{所以 } R = \frac{10 \times 1000}{9.9} - 1000 = 10.1 \text{ 欧}$$

因此，在微安表头上并接一个10.1欧姆的分流电阻就可以将量程扩大到10毫安，即量程扩大100倍。分流电阻的阻值必须十分准确，这样才能保证量程的精度。

接入不同阻值的分流电阻，可以构成不同量程的电流表。图2-10是一个三档量程的电

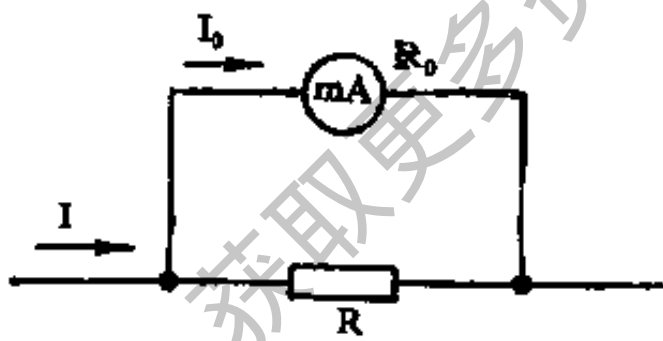


图2-9

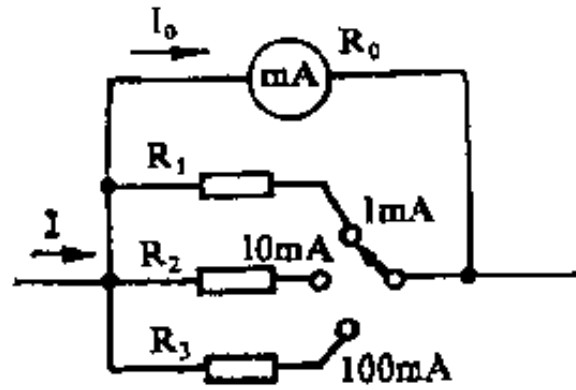


图2-10 三量程安培表

流表通过转换开关接入不同的分流电阻，改变量程。这种电路的缺点是当开关接触不良时，会导致大量电流流过表头，将表头烧毁。

三、电阻的混联

既有电阻串联，又有电阻并联的电路叫电阻的混联电路，混联电路在实际应用是很多的。

图2-11是一种简单的电阻混联电路。一般在计算混联电路时，先将电路简化，分别求出串联电阻值和并联电阻值，最后求出整个电路的等效电阻值。

图2-11中，ac段可求得 R_1 与 R_2 串联电阻值；cd段可求得 R_3 与 R_4 并联电阻值，然后求得总电阻值为：

$$R = (R_1 + R_2) + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}$$

混联电路的总电流为：

$$I = \frac{U}{R}$$

电阻 R_3 支路的电流为

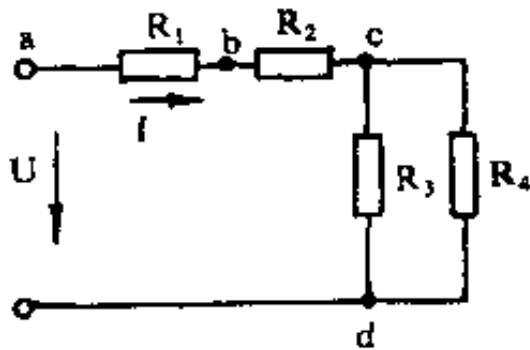


图2-11 电阻的混联电路

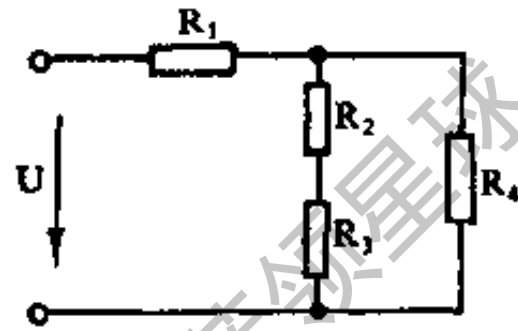


图2-12

$$I_1 = \frac{R_4}{R_3 + R_4} I$$

电阻 R_4 支路的电流为

$$I_2 = \frac{R_3}{R_3 + R_4} I$$

〔例2-10〕 在图2-12的混联电路中， $R_1 = R_2 = R_3 = 5$ 欧， $R_4 = 10$ 欧， $U = 100$ 伏，试求总电阻 R ，总电流 I 及分支电流 I_1 及 I_2 。

〔解〕 R_2 与 R_3 串联电阻值为：

$$R_{\text{串}} = R_2 + R_3 = 5 + 5 = 10 \text{ 欧}$$

并联电阻值为：

$$R_{\text{并}} = \frac{R_4 R_{\text{串}}}{R_4 + R_{\text{串}}} = \frac{10 \times 10}{10 + 10} = 5 \text{ 欧}$$

电路的总电阻 $R = R_1 + R_{\text{并}} = 5 + 5 = 10$ 欧

根据欧姆定律电路总电流为：

$$I = \frac{U}{R} = \frac{100}{10} = 10 \text{ 安}$$

因为两分支电阻相等，故

$$I_1 = I_2 = \frac{I}{2} = 5 \text{ 安}$$

2.6 电源的串联与并联

一、电源的串联

当单个电源的电势不够高时，可以将几个电源串起来使用，电源串接时，应将电源的正极接另一电源的负极，顺次连接。常用的手电筒和半导体收音机的电源都是由两个或更多的电池串接供电。图2-13为三个电源串联的接法。

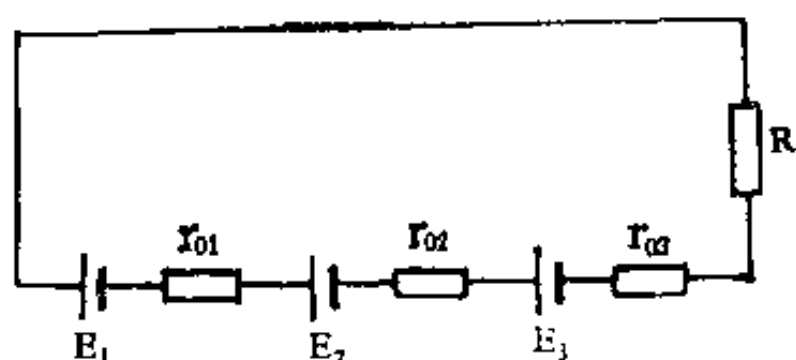


图2-13 电源串联

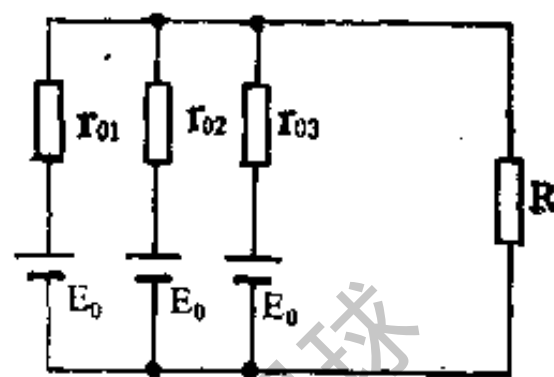


图2-14 电源并联

串接电源的总电势等于各个电势之和，即

$$E = E_1 + E_2 + E_3 + \dots \quad (2-25)$$

每个电源都有自己的内阻，电源串联之后，其总内阻等于各电源内阻之和，即

$$r_0 = r_{01} + r_{02} + r_{03} + \dots \quad (2-26)$$

二、电源的并联

当负载需要较大的电流，单个电源的额定电流无法满足时，可采用电源并联供电。图2-14为三个电源并联电路图。

电源并联应注意以下几点：

1. 各电源的正极和负极应分别接在一起。
2. 各电源的电势应相等，否则电势高的电源将向电势低的电源供电，在电源内部形成环流，增加电能的损耗。
3. 各电源的内阻应相同，否则电流分配不均，内阻小的电源供给较大的电流；内阻大的电源供出电流小，使电源负担不均，有可能还会超过它的额定值。实际上并联电源均采用相同型号电源，尽量做到电源的参数一致。

并联电源的总电势等于单个电源电势，即

$$E = E_0$$

线路上的总电流，等于各个电源供电电流之和，即 $I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots$ (2-27)

当各个电源供给的电流相同时，总电流为：

$$I = nI_1 \quad (2-28)$$

电源并联其内阻也相互并联，若各电源内阻均相等，则并联后的总内阻为

$$r_0 = \frac{r_{01}}{n}$$

(2-29)

〔例2-10〕 有一电池组，由三个电池串联，其电势分别为1.5伏、3伏和6伏，其内阻各为0.3欧、0.2欧和0.1欧，如果在电池组两端接上 $R = 20$ 欧的负载电阻，试求电路中的电流？

〔解〕 根据式(2-25)和(2-26)计算出总电势 E 和总内阻 r_0 。

$$E = E_1 + E_2 + E_3 = 1.5 + 3 + 6 = 10.5 \text{ 伏}$$

$$r_0 = r_{01} + r_{02} + r_{03} = 0.3 + 0.2 + 0.1 = 0.6 \text{ 欧}$$

电路的总电阻为：

$$R_{\text{总}} = R + r_0 = 20 + 0.6 = 20.6 \text{ 欧}$$

则电路中电流为：

$$I = \frac{E}{R_{\text{总}}} = \frac{10.5}{20.6} = 0.5097 \text{ 安}$$

〔例2-11〕 现有电势为1.5伏，额定电流为300毫安，电源内阻为0.3欧的电池若干，如果要用它们给出额定电压为4.5伏，电流为800毫安的负载供电应如何连接？总电源的电势、额定电流、内阻各为多少？

〔解〕 为了满足负载额定电压4.5伏，必须用三个电池串联，即 $E = 3E_0 = 4.5$ 伏。

为了满足负载额定电流800毫安，需使三个电池并联，即 $I = 3I_0 = 900$ 毫安。此值已大于负载额定电流。

因此，可用9个电池按三个串联，再三组并联的方式组成电池组，如图2-15所示。

各支路的等效电源内阻：

$$r_{\text{串}} = 3r_0 = 0.9 \text{ 欧}$$

总电源内阻等于3个串联等效内阻的并联：

$$r_{\text{并}} = \frac{r_{\text{串}}}{3} = 0.3 \text{ 欧}$$

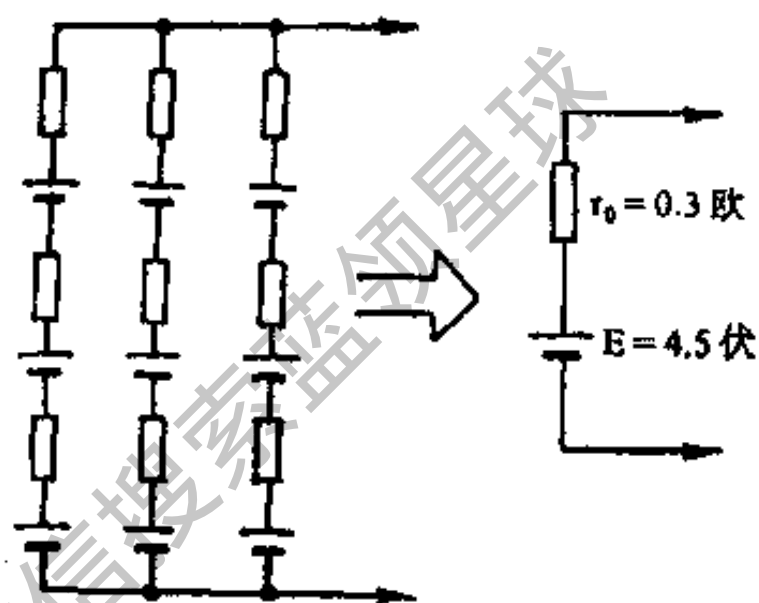


图2-15

习 题

1. 电路由哪几部分组成？它们的作用是什么？
2. 在电源内部，电荷的流向与外电路有何不同？为什么？
3. 碳精送话器的电阻随声音的强弱变化，它由3伏的电源供电，当电阻阻值由300欧变至200欧时，电流变化多少？

4. 电阻率 $\rho = 1.4 \times 10^{-6}$ 欧米, 导线直径 $d = 0.35$ 毫米的热电阻丝, 绕制一功率为 300 瓦, 工作电压为 220 伏的电炉, 需要多少长度的导线?

5. 某仪器的输入端接有一分压器, 分压器输出不得超过 5 伏, 当分压电阻 $R_1 = 10$ 千欧、 $R_2 = 0.5$ 千欧时, 分压比为多少? 允许输入最大电压为多少伏?

6. 一表头内阻 $r_0 = 500$ 欧, 允许通过最大电流为 500 微安, 现需将量程扩大至 5 安, 问分流器的电阻值应为多少?

7. 试求下图所示电路中 a、b 端的电阻值为多少?

8. 图 2-18 中, 270 欧电位器两边分别与 350 欧及 550 欧的电阻相串联, 组成一个分压器电路, 当输入电压为 $U_1 = 12$ 伏时, 求 U_2 的变化范围?

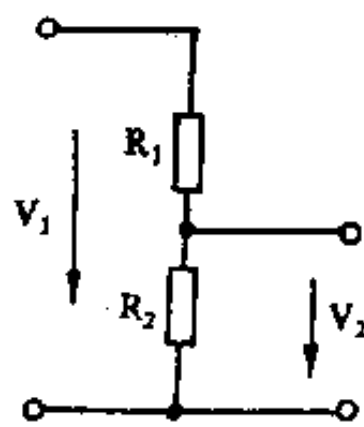
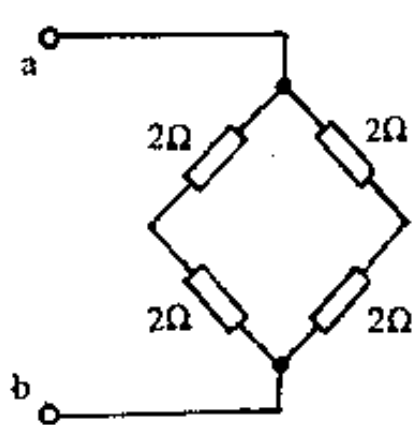
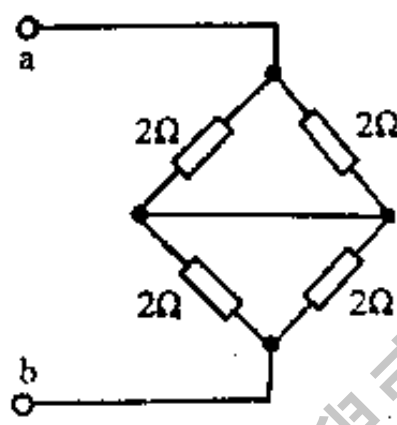


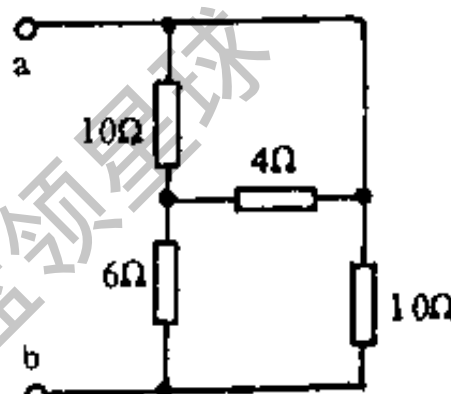
图 2-16 题 5 图



(a)



(b)



(c)

图 2-17 题 7 图

9. 图 2-19 所示的电路中, $R_1 = 1$ 欧, $R_2 = 4$ 欧, $R_3 = 2$ 欧, $R_4 = 3$ 欧, $R_5 = 6$ 欧, 电源电压 $E = 36$ 伏, 试求 R_6 中的电流?

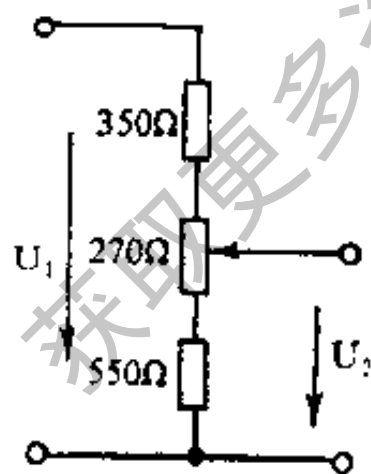


图 2-18 题 8 图

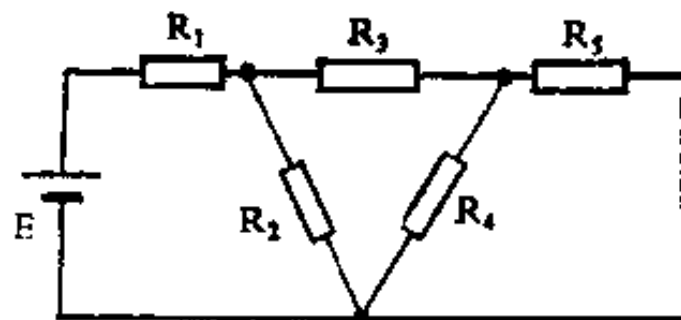


图 2-19 题 9 图

10. 某负载工作电压为 5 伏, 工作电流为 250 毫安, 现用额定电流为 300 毫安, 额定电压为 1.5 伏的电池供电, 需要用几只? 串接的降压电阻值为多少?

第三章 复杂直流电路的分析与计算

上一章所讨论的简单电路，主要是指电阻串联和并联的电路。对于这种电路，我们只要将串并联电阻用等效电阻代替，电源用等效电源代替，利用欧姆定律就可以对这类电路进行计算，并根据分压和分流公式计算出各支路的电压和电流。

然而，我们在实际中所遇到的电路比上述电路要复杂得多，它既不是串联连接，也不是并联连接，为了解决这些复杂电路的计算，需要掌握电路普遍的规律和分析方法。

3.1 基尔霍夫定律

基尔霍夫定律是说明任意电路中各支路电流和回路电压之间基本关系的定律，它具有广泛的适用性，不仅对直流电路适用，也适用于交流电路和非线性电路。它反映的是所有电路的基本规律，是分析计算电路的有力工具。

定律又分为第一定律，即节点电流定律，和第二定律，即回路电压定律，下面分别讨论。

一、节点电流定律

几条支路汇集的点称为节点，如图 3-1 所示。对于电路中任一节点，流进节点的电流

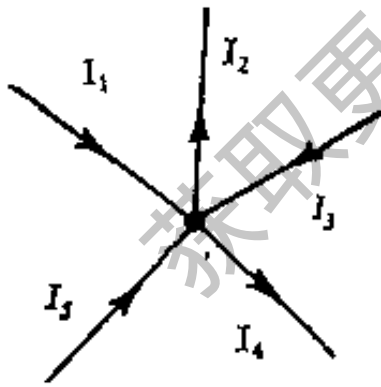


图3-1 电路的节点

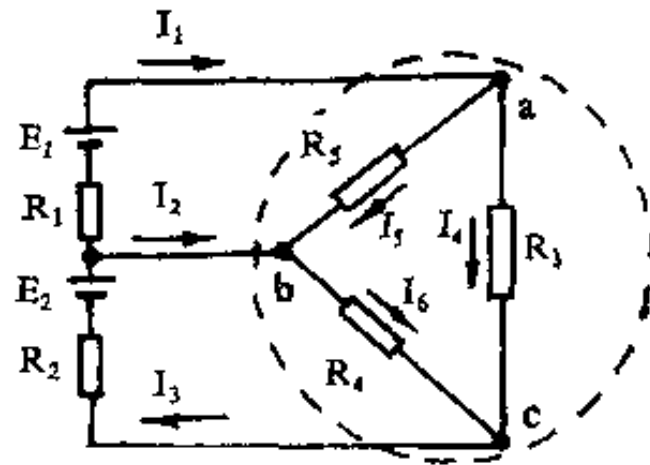


图3-2 任一封闭面的电流关系

之和等于流出节点的电流之和，这就是节点电流定律，又称第一定律。用公式表示为：

$$\sum I_{\text{入}} = \sum I_{\text{出}} \quad (3-1)$$

设流入节点的电流为正值，流出节点的电流为负值，那么图 3-1 的节点电流方程可表示为：

$$I_1 + I_3 + I_5 + (-I_2) + (-I_4) = 0$$

$$\text{即} \quad \sum I = 0 \quad (3-2)$$

这说明节点电流的代数和为零。这个结论是不难理解的，如果节点电流的代数和不为零，节点就会出现电荷的积累，这显然是不可能的。

节点电流方程是求解复杂电路的一个重要方程式，在列节点电流方程时，要先标出电流的方向，对已知电流，可按已知的实际方向标定，对未知的电流，其方向可任意标定。计算结果如果该电流为正值，则表示标定方向为实际方向；若为负值，则表示标定方向和实际方向相反。

节点电流定律一般应用于节点，但也可以将其推广到任一假定的封闭面。例如图3-2所示的电路，我们若用S面把 R_3 、 R_4 及 R_5 所构成的三角全部包围起来，则流进S面的电流应等于流出S面的电流。即：

$$I_1 + I_2 = I_3$$

故对于电路中任意一个封闭面也存在一个电流方程： $\Sigma I = 0$

〔例3-1〕在图3-2中，已知 $I_1 = 25$ 毫安， $I_3 = 20$ 毫安， $I_4 = 10$ 毫安，求 I_2 、 I_5 、 I_6 各为多少？

〔解〕对于节点a

$$I_1 - I_4 = I_5$$

$$\text{故 } I_5 = 25 - 10 = 15 \text{ 毫安}$$

对于节点c

$$I_3 - I_4 = I_6$$

$$\text{故 } I_6 = 20 - 10 = 10 \text{ 毫安}$$

对于节点b

$$I_2 = I_6 - I_5 = 10 - 15 = -5 \text{ 毫安}$$

说明 I_2 的实际方向是从b节点流出。

二、回路电压定律

电路中任一闭合路径，不管它由多少支路构成，均称为回路。如图3-3所示的电路，沿abcdea构成一个回路。

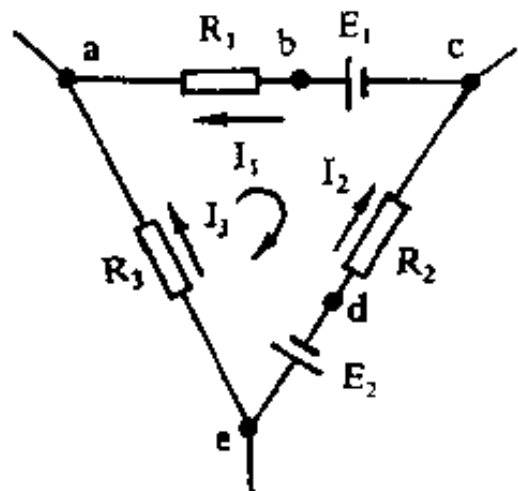


图3-3 任一电路中的一个回路

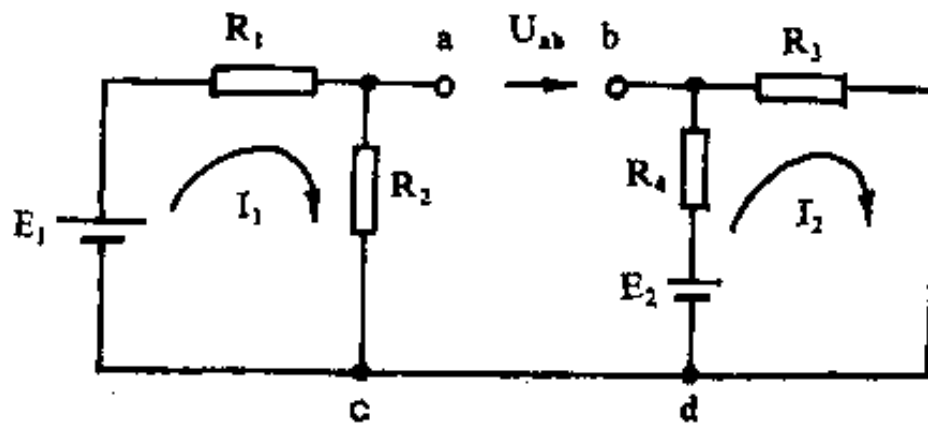


图3-4 回路电压定律应用

回路电压定律指出：在任何一个回路中，从一点出发，绕回路转一圈回到该点，其电压降之代数和必为零。换句话说，回路中的电位升高和电位的降低必定相等。否则就会在回路的某一点出现电位的持续升高或降低，这显然也是不可能的。

回路电压定律又称为基尔霍夫第二定律。用数学方程表示则有：

$$\sum U = 0 \quad (3-3)$$

满足上面的方程式，称为回路电压方程。在列方程之前，先要设定回路中各条支路的电流方向，称为电流的正方向。如图 3-3 中，标出了 I_1 、 I_2 、 I_3 的正方向，电流正方向的设定是可以任意的，如果和实际方向一致，则求解方程得到的电流为正值，如果和实际方向相反，则解得的电流为负值。各条支路电阻上电压降的方向，应和所设定的电流方向一致。

列电压方程式时，需要按一定的方向沿回路绕行一周，图 3-3 中回路的绕行方向为顺时针旋转。凡是和绕行方向一致的电流产生的电压降取正值，和绕行方向相反的电流产生的电压降取负值。回路中的电势可当成电压降对待，沿绕行方向由正到负的电势取正值，由负到正的电势取负值。按以上规律，可列出图 3-3 的回路电压方程式。即

$$-I_1 R_1 + E_1 - I_2 R_2 - E_2 + I_3 R_3 = 0 \quad (3-4)$$

如果回路绕行方向取逆时针旋转，则方程式左边各项的符号完全相反，这不会对方程式产生任何影响。因此绕行方向可以是任意的。

回路电压定律不仅适用于电阻、电源等实际元件构成的回路，而且也适用于图 3-4 所示的回路。回路中 a、b 两端断开，但 a、b 两点间存在电压 U_{ab} ，所以可列出 acdb 的回路电压方程式。即：

$$U_{ab} - I_2 R_2 + E_2 - I_1 R_1 = 0$$

如果电路元件的阻值和电势已知，用此方程式很容易求出 U_{ab} 。

3.2 基尔霍夫定律的应用

有了欧姆定律，再加上节点电流定律和回路电压定律，我们就可以求解在结构上任意复杂的电路。作为基尔霍夫定律的应用举例，这里介绍两种求解复杂电路的方法。

一、支路电流法

电路中任意两个节点之间的路径称为支路。一个复杂电路有几条支路，就存在几个电流。多数情况下是已知电源电压及电阻，而要求解各条支路电流。因此，有几条支路就要列出几个方程式联立求解，这种直接求解支路电流的方法就称为支路电流法。

现以图 3-5 所示的电路进行说明。在这个电路中有三条支路，因此有三个未知电流，需要列出三个方程。对于节点可以列出节点电流方程：

$$\begin{aligned} \text{a节点有 } I_1 + I_2 &= I_3 \\ \text{b节点有 } I_3 &= I_1 + I_2 \end{aligned} \quad (3-5)$$

显然这两个方程相同，实际上只有一个方程。

如果用回路电压定律，沿左、右两个回路可以列出两个电压方程。设回路的绕行方向均是顺时针，则可得出两个回路方程为：

$$I_1 R_1 - I_2 R_2 = E_1 - E_2 \quad (3-6)$$

$$I_2 R_2 + I_3 R_3 = E_2 \quad (3-7)$$

将已知的电源电压值和电阻值代入式(3-5)、(3-6)、(3-7)，就可求解出支路电流。

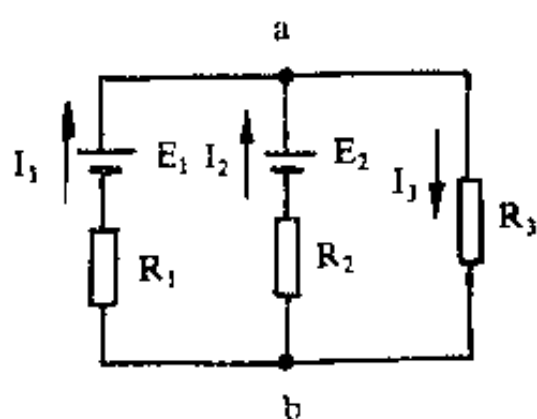


图3-5 支路电流法求解

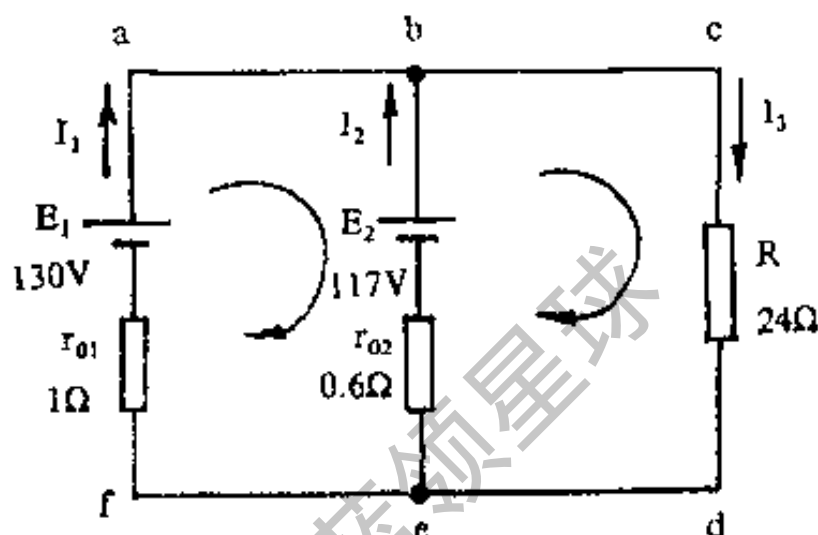


图3-6

一般情况下，复杂电路如有 n 个节点， m 条支路，则需要列出 m 个方程式。用节点电流定律可以列出 $(n-1)$ 个电流方程，而余下的 $m-(n-1)$ 个方程由回路电压列出。

〔例3-2〕 图3-6是蓄电池组的充电电路，已知充电机的电动势为130伏，蓄电池组的电动势 $E_2 = 117$ 伏，充电机内阻 $r_{01} = 1$ 欧，蓄电池组的内阻 $r_{02} = 0.6$ 欧，负载电阻 $R = 24$ 欧，求各支路电流 I_1 、 I_2 和 I_3 各为多少？

〔解〕 由于有三个未知量，需要列三个方程。

1. 标出电路中各支路电流方向如图所示，列出 b 点的节点电流方程：

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

2. 对于 $abefa$ 回路和 $bcdeb$ 回路可分别列出回路电压方程，取回路绕行方向均为顺时针。则有：

$$I_1 r_{01} - E_1 + E_2 - I_2 r_{02} = 0$$

$$I_2 r_{02} - E_2 + I_3 R = 0$$

将已知条件代入上述三个方程式，得到一组三元一次联立方程

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0 \quad (1)$$

$$I_1 - 130 + 117 - 0.6I_2 = 0 \quad (2)$$

$$0.6I_2 - 117 + 24I_3 = 0 \quad (3)$$

化简(2)式可得

$$I_1 - 0.6I_2 = 13 \quad (4)$$

将(1)式 $I_1 + I_2 = I_3$ 代入(3)式, 消去 I_3 并化简得到:

$$24I_1 + 24.6I_2 = 117 \quad (5)$$

将(4)式和(5)式联立, 可得二元一次方程:

$$I_1 - 0.6I_2 = 13$$

$$24I_1 + 24.6I_2 = 117$$

(4)式两边乘以24则得:

$$24I_1 - 14.4I_2 = 312 \quad (6)$$

(5)式减去(6)式得:

$$39I_2 = -195$$

所以 $I_2 = -5$ 安

将 I_2 值代入(4)式可得

$$I_1 - 0.6 \times (-5) = 13$$

$$I_1 = 10$$
安

将 I_1 、 I_2 代入(1)式, 求得:

$$I_3 = 5$$
安

计算结果 I_2 为负值, 这说明 I_2 实际方向和所设定的方向相反。这与实际情况是一致的, 因为这是一个给蓄电池 E_2 充电电路, 电流 I_2 是充电电流, 必定要流入蓄电池, 而不是从蓄电池流出。这个结果说明了在求解时, 任意设定电流的正方向不会影响计算的正确性。

二、回路电流法

如果电路复杂, 支路数相当多, 直接用支路电流法求解就显得十分不便。这时可将复杂电路分成若干个回路(或称为网孔), 并假设出各回路的电流, 然后列出它们的电压方程式来求解, 这就是回路电流法。利用回路电流法解题比支路电流法简便一些, 因为回路电流比支路电流数少, 所以列出的方程式数目也少。

现以图3-7为例, 说明回路电流法求解过程。图3-7有两个回路, 第一步设回路电流为 I_I 和 I_{II} , 其方向一律取顺时针。回路电流和支路电流采用不同的下标, 以示区别。从图中可见, 回路电流和支路电流的关系为:

$$I_1 = I_I$$

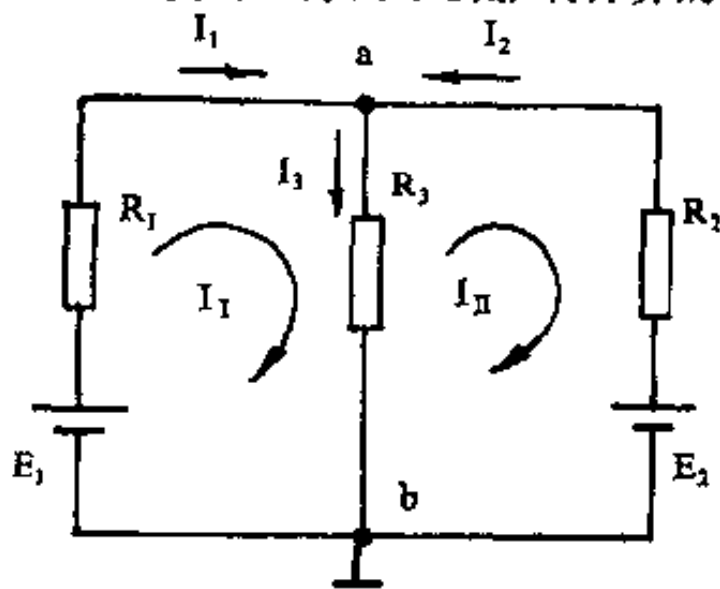


图3-7 回路电流法求解

$$I_2 = -I_{II}$$

$$I_3 = I_I - I_{II}$$

如果一条支路仅为一个回路所有，那么支路电流就等于回路电流，如果一条支路为两个回路所共有，如图3-7的 R_3 支路，则支路电流等于两回路电流之差。因为回路电流取向一致，流过公共支路的电流必然反向。

第二步利用基尔霍夫回路电压定律，沿回路电流方向列出回路电压方程，公共支路的电压降还必须考虑相邻的回路电流，由于回路电流取向一致，所以相邻回路的电流产生的电压降取负值，据此可列出回路方程为：

$$\text{回路 I} \quad I_I R_1 + (I_I - I_{II}) R_3 = E_1$$

$$\text{回路 II} \quad I_{II} R_2 + (I_{II} - I_I) R_3 = -E_2$$

将已知量代入，就可解得回路电流。

〔例3-3〕 在图3-7电路中，已知 $E_1 = 19$ 伏， $E_2 = 16$ 伏， $R_1 = 2$ 欧， $R_2 = 1$ 欧， $R_3 = 5$ 欧，求各支路电流？

〔解〕 将已知数代入上述回路方程：

$$2I_I + 5(I_I - I_{II}) = 19$$

$$I_{II} + 5(I_{II} - I_I) = -16$$

化简得：

$$7I_I - 5I_{II} = 19$$

$$6I_{II} - 5I_I = -16$$

解此联立方程得：

$$I_I = 2 \text{ 安}; I_{II} = -1 \text{ 安}$$

各支路电流：

$$I_1 = I_I = 2 \text{ 安}$$

$$I_2 = -I_{II} = 1 \text{ 安}$$

$$I_3 = I_I - I_{II} = 3 \text{ 安}$$

电流的实际方向与假设方向相同。

3.3 叠加原理

叠加原理用来分析电路有时是比较方便的，它能将复杂电路化为简单电路，避免解联立方程式。但应指出，这个定理只适用于线性电路，它反映线性电路中电压和电流所具有的叠加特性，这是线性电路的一个基本定理。

叠加原理是指在包含多个电源和线性元件的电路中，任一支路的电流等于各电源分别

单独作用时产生的电流的代数和。

应用这个原理求解电路中各支路电流的具体步骤如下：

首先分别划出由单个电源独立作用于电路的简化图，其余电源均用内阻代替。

然后根据电阻串并联的计算法，分别求出各支路的电流大小和方向。

最后求出各个电源在各支路产生的电流代数和。这些电流就是各电源共同作用下产生的总电流。

〔例3-4〕 在图3-8(a)所示的电路中，已知 $E_1 = E_2 = 17$ 伏， $R_1 = 2$ 欧； $R_2 = 1$ 欧， $R_3 = 5$ 欧，试用叠加原理求各支路电流？

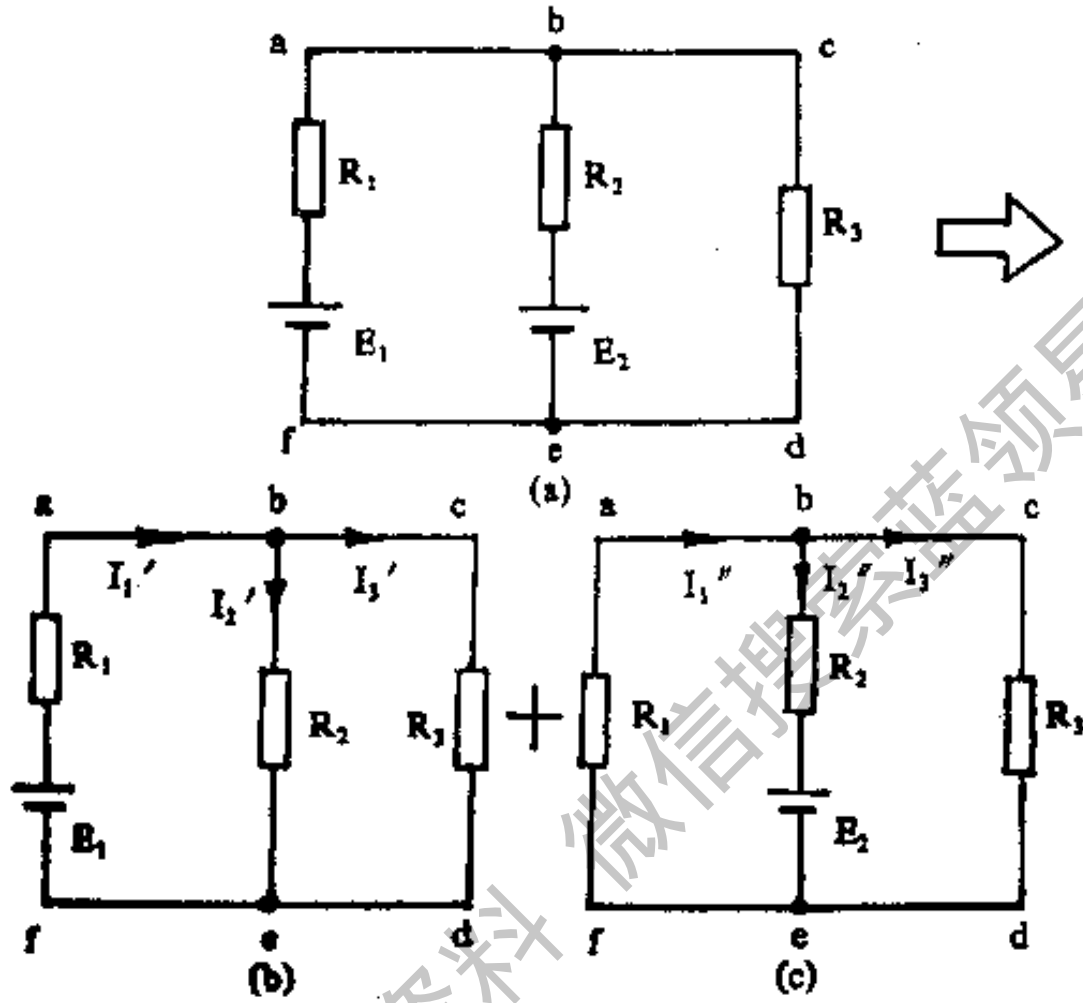


图3-8

〔解〕 1. E_1 单独作用时，电路可简化为图(b)

$$I_1' = \frac{E_1}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} = \frac{17}{2 + \frac{1 \times 5}{1 + 5}} = 6 \text{ 安}$$

$$I_2' = I_1' \frac{R_3}{R_2 + R_3} = 6 \times \frac{5}{6} = 5 \text{ 安}$$

$$I_3' = I_1' \frac{R_2}{R_2 + R_3} = 1 \text{ 安}$$

2. E_2 单独作用时，电路可简化为图(c)

$$I_2'' = \frac{E_2}{R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}} = \frac{17}{1 + \frac{2 \times 5}{2 + 5}} = 7 \text{ 安}$$

$$I_1'' = I_2'' \frac{R_3}{R_1 + R_3} = 7 \times \frac{5}{2 + 5} = 5 \text{ 安}$$

$$I_3'' = I_2'' \frac{R_1}{R_1 + R_3} = 7 \times \frac{2}{2+5} = 2 \text{安}$$

3. 将各支路电流叠加起来, 求代数和:

$$I_1 = I_1' - I_1'' = 6 - 5 = 1 \text{安} \quad \text{方向由a至b}$$

$$I_2 = I_2' - I_2'' = 7 - 5 = 2 \text{安} \quad \text{方向由e至b}$$

$$I_3 = I_3' + I_3'' = 1 + 2 = 3 \text{安} \quad \text{方向由c到d}$$

应当指出, 叠加原理不能应用于功率的计算, 因为功率与电流的关系不象电压与电流那样呈线性关系。例如上例中 R_3 的功率为 $P = I_3^2 R_3 = (I_3' + I_3'')^2 R_3$, 它不能写成 $I_3'^2 R_3 + I_3''^2 R_3$ 。

3.4 戴维南定理

利用以上介绍的节点电流法和回路电压方程, 可以列出方程组求出一个复杂电路的全部未知电流。但在许多场合往往只需求其中一个电流, 在这种情况下用戴维南定理是较为方便的。

在介绍戴维南定理之前, 先引入二端网络的概念。任何一个电路不管它内部多么复杂, 只要具有两个引出端, 都可以把它看成一个二端网络, 如果我们研究某一复杂电路的一条支路, 把这条支路引出, 其余的部分就是一个二端网络。如果这部分电路中包含有电源, 那么就称它为有源二端网络, 无电源则称为无源二端网络。图3-9(a)所示的电路, 从 a、b 端看, 可以将它作为一个有源二端网络, 等效成图(b)的形式。

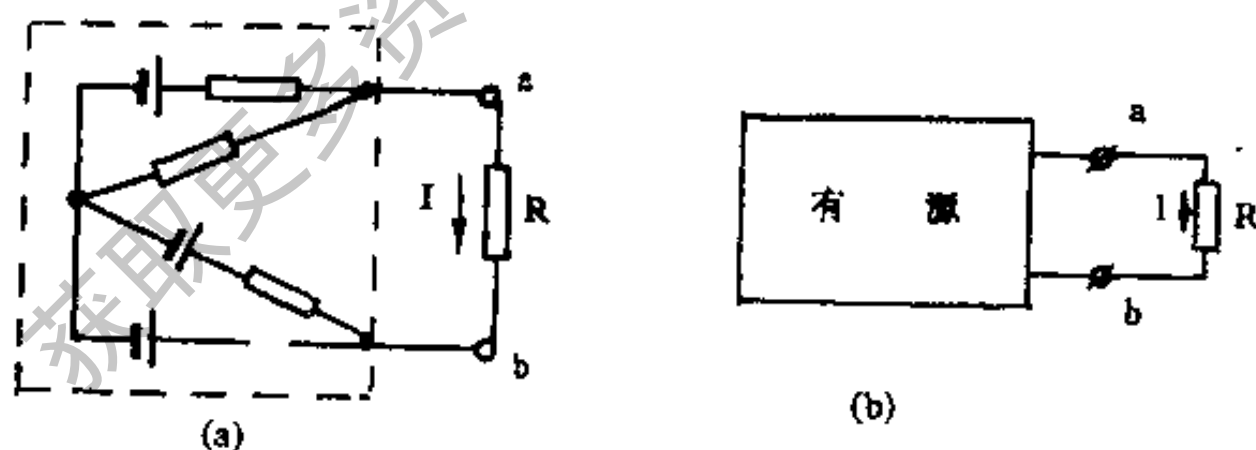


图3-9 有源二端网络

任何一个有源二端网络, 对外电路的作用均可以用一个恒定电动势和一个串联电阻的等效电路来代替, 这个恒定电动势的大小等于二端网络输出端的开路电压, 串联电阻等于网络内电源用内阻代替后从输出端求得的网络总的电阻, 这就是戴维南定理, 也叫等效发电机定理。由于有源二端网络可以用一个具有内阻的电源来等效, 这样在求某一支路电流时就十分方便。

用戴维南定理求解电路, 关键在于求出二端网络的开路电压和等效电阻。现在用一个例子来说明戴维南定理的解题步骤。

〔例3-5〕 求图3-10中通过 R_3 支路的电流。已知 $R_1 = 2$ 欧, $R_2 = 3$ 欧, $R_3 = 1.8$ 欧, $E_1 = 40$ 伏, $E_2 = 30$ 伏。

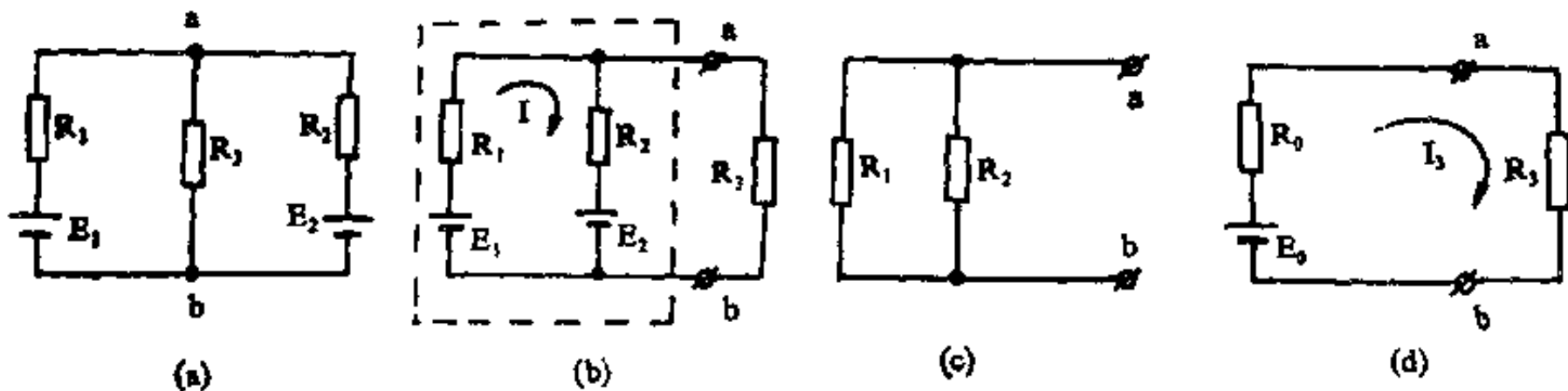


图3-10

〔解〕 1. 从a、b处断开 R_3 , 并将图(a)改画成图(b), 虚线内构成一个有源二端网络。

2. 求a、b端的开路电压 U_{ab} 。

$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2} = \frac{40 - 30}{2 + 3} = 2 \text{安}$$

$$E_0 = U_{ab} = E_1 - IR_1 = 40 - 2 \times 2 = 36 \text{伏}$$

$$\text{或 } E_0 = U_{ab} = E_2 + IR_2 = 30 + 2 \times 3 = 36 \text{伏}$$

3. 求等效电阻 R_0 , 将 E_1 、 E_2 去掉用短路线代替, 得图(c):

$$R_0 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2 \times 3}{2 + 3} = 1.2 \text{欧}$$

4. 画出等效电路图(d), 求得 R_3 支路电流:

$$I_3 = \frac{E_0}{R_0 + R_3} = \frac{36}{1.2 + 1.8} = 12 \text{安}$$

3.5 负载获得最大功率的条件

对于一个电源来说, 负载所获得的功率与负载的大小有关。负载太大, 输出电流小, 负载所获得的功率减小; 负载电阻太小, 输出电流增大, 在内阻上的损耗增大, 负载所获得的功率也减小。因此, 对于负载来说, 为了从电源获得最大功率, 应有一个最佳数值。在无线电设备中常常希望在放大器的负载上获得最大的功率输出, 这就涉及到负载选择多大合适。下面我们用等效电势和电阻来代替有源二端网络, 如图3-11所示。为了求出负载获得最大功率的条件, 可写出负载功率的表示式:

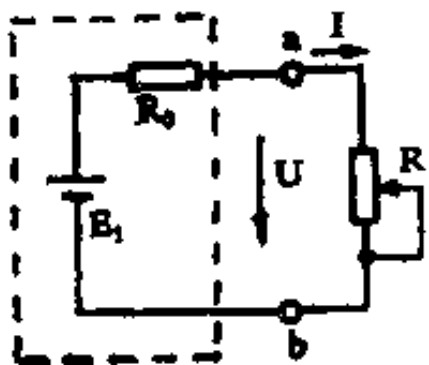


图3-11 负载获得最大功率的条件

$$P = I^2 R = \left(\frac{E_0}{R_0 + R} \right)^2 R$$

$$= \frac{E_0^2 R}{(R_0 + R)^2} = \frac{E_0^2 R}{R_0^2 + 2R_0 R + R^2}$$

为了便于讨论，我们把上式化成如下形式

$$P = \frac{E_0^2 R}{R_0^2 - 2R_0 R + R^2 + 4R_0 R} = \frac{E_0^2 R}{4R_0 R + (R_0 - R)^2}$$

$$= \frac{E_0^2}{4R_0 + \frac{(R_0 - R)^2}{R}}$$

由上式看出，负载功率 P 仅由分母中的两项决定。其中第一项 $4R_0$ 与负载电阻无关，第二项中当 $R_0 = R$ 时，第二项则为零，这时分母最小，负载功率达到最大值。因此得出：负载获得最大功率的条件是负载电阻等于电源内阻。

当负载获得最大功率时，由于负载电阻等于电源内阻，所以电源的功率有一半是消耗在内阻上，这时效率只有 50%。在小信号传输和放大中，主要是要求信号幅度最大，保证信号能有效地传输，这时需要使负载电阻与信号源内阻相等，即达到匹配，使负载获得最大输出。但是在电力系统中，提高电能的传输，效率成为主要考虑因素，这时就不能再追求负载最大功率。

3.6 电流源与电压源的等效互换

前面提到的电源都是具有一定电源电压和很小内阻的电压源。一般情况下，使用的电源都是电压源，要求输出一个稳定的电压，当负载变化时，输出电压仍应保持不变，这就要求电源的内阻越小越好，理想的电压源内阻为零。

但并不是所有场合都需要电压保持不变，有时需要输出电流保持不变，这就要求电源具有高内阻，这种电源称为电流源。当电流源内阻比负载电阻大得多时，输出电流受负载变化的影响很小，主要由内阻所决定，这样的电流源称为恒流源。理想的恒流源内阻为无穷大，在电路图中用带箭头的圆圈表示。

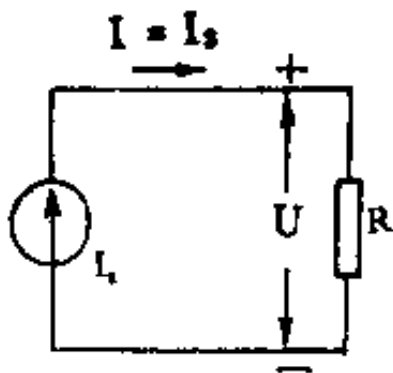


图3-12 理想恒流源

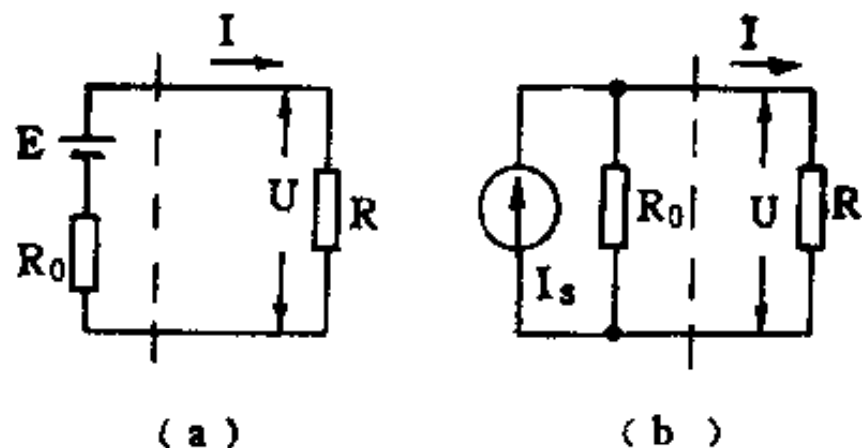


图3-13 恒压源与恒流源相互转换

图3-12是理想恒流源向负载 R 供电的简单电路。 I_s 是恒流源的输出电流，负载两端的电压 $U = I_s R$ ，当负载变化时， U 随之变化，但 I_s 保持不变。

实际电源都具有一定内阻，当负载改变时，负载两端的电压和流过负载的电流均会改变，因此实际电源既不同于理想的电压源也不同于理想的电流源。对于任何一个具有一定内阻的电源，既可以用串联内阻的电压源表示，也可以用并联内阻的电流源表示，电源的这两种形式在一定条件下可以互换。下面我们来讨论它们之间的转换关系。

图3-13代表两种电源所构成的实际电路。

对于电路(a)可列出回路电压方程式：

$$E = R_0 I + U \quad (3-8)$$

对于电路(b)可列出节点电流方程式：

$$I_s = I + \frac{U}{R_0} \quad (3-9)$$

式(3-9)两边同乘以 R_0 得：

$$I_s R_0 = R_0 I + U \quad (3-10)$$

如果这两个电路对负载完全等效，则要求式(3-8)、(3-10)完全相同，两式边是相同的，故两式的左边也必相等。即：

$$E = I_s R_0 \quad (3-11)$$

$$\text{或 } I_s = \frac{E}{R_0} \quad (3-12)$$

这里 $I_s = \frac{E}{R_0}$ ，实际是将图(a)负载短路所得到的短路电流。因此，串联内阻 R_0 、电压源 E ，可等效变换成并联内阻 R_0 的电流源 I_s ， I_s 等于电压源的短路电流。

同样，并联内阻 R_0 的电流源 I_s ，可等效变换为串联内阻 R_0 的电压源 E ， $E = R_0 I_s$ 为电流源的开路电压。在转换时必须注意，电流源的电流方向和电动势的方向应一致。

〔例3-6〕图3-14(a)中，已知电压源 $E_1 = 12$ 伏， $E_2 = 24$ 伏， $R_1 = R_2 = 20$ 欧， $R_3 = 50$ 欧，试求通过电阻 R_3 的电流 I_3 。

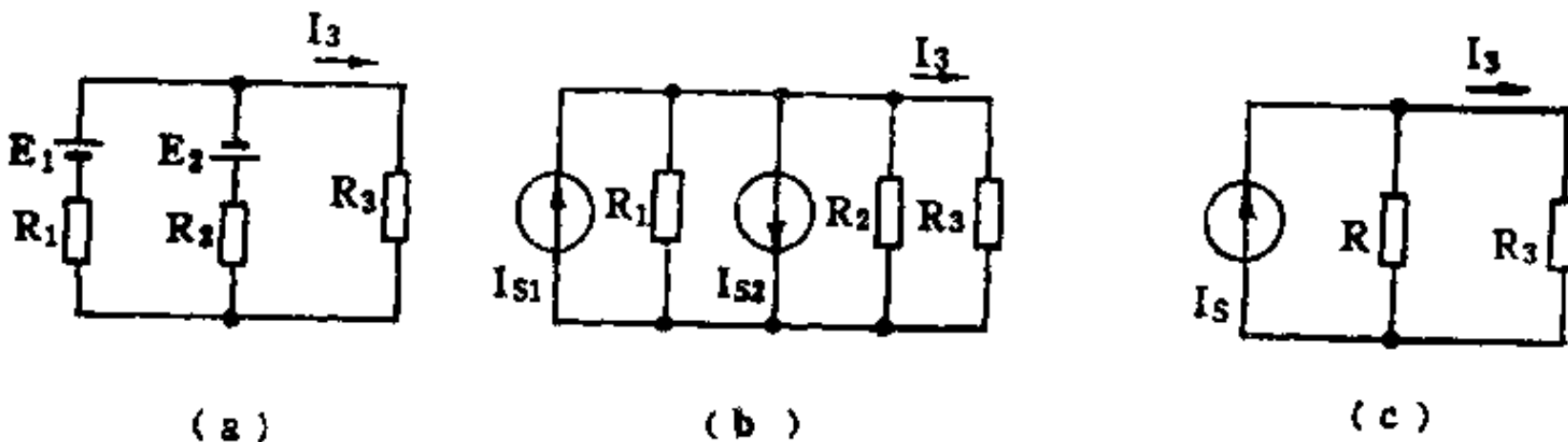


图3-14

〔解〕 此题中 R_1 、 R_2 、 R_3 之间没有简单的并联关系，它可以用戴维南定理求解，如果将两个电压源变成电流源，求解就更为方便。

图(a)可以变成图(b)的形式，由于 E_1 、 E_2 极性不同，所以等效成电流源后 I_{s1} 向上， I_{s2} 向下。

根据式(3-12)

$$I_{s1} = \frac{E_1}{R_1} = \frac{12}{20} = 0.6 \text{安}$$

$$I_{s2} = \frac{E_2}{R_2} = \frac{24}{20} = 1.2 \text{安}$$

将两电流源合并成一个电流源，由于两电流源的电流流向相反，设合并后的 I_s 方向和 I_{s1} 相同，那么

$$I_s = I_{s1} - I_{s2} = -0.6 \text{安}$$

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 10 \text{欧}$$

电路可以简化为图(c)，根据分流定理流过 R_3 的电流为：

$$I_3 = I_s \frac{R}{R_3 + R} = -0.6 \times \frac{10}{10 + 50} = -0.1 \text{安}$$

负号表示实际方向和图中标明的方向相反。

3.7 电桥电路

图3-15所示的电路叫做电桥电路。电桥电路是一种用途很广的复杂电路，特别是在测量仪表中，电桥电路是最常见的电路之一。

图3-15(a)是用来测量电阻的电桥电路。电阻 R_1 、 R_2 、 R_3 、 R_4 为四条边，组成一个

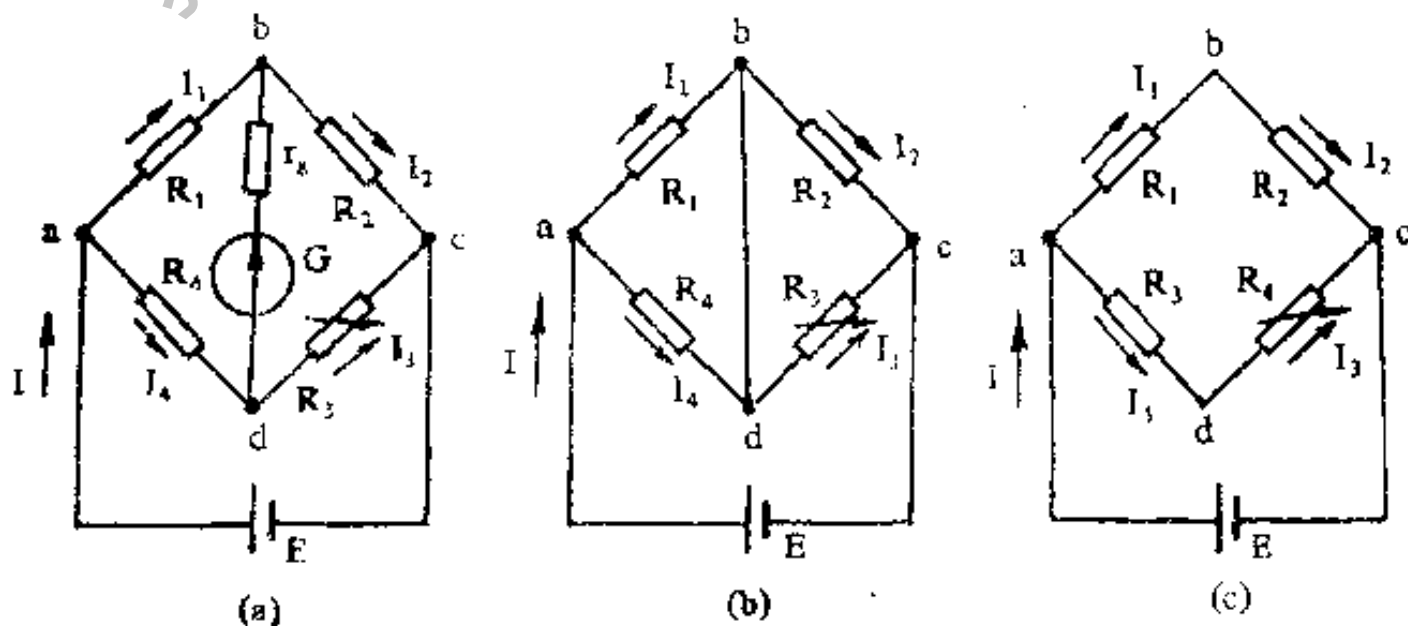


图3-15 电桥电路

环形闭合电路，这四条边称为桥臂。在它的一个对角线上接入电源，在另一个对角线上接入电流计，检查是否有电流通过这条支路，这条支路称为“桥”支路。 r_g 是电流计G的内阻，在这四个桥臂电阻中， R_x 是待测电阻。

在进行测量时，待测电阻接在 R_x 的位置上，调节 R_3 使电流计指示为零，这时电桥达到平衡。电桥平衡时，“桥”支路b、d之间没有电流流过，说明b、d两点间的电位差为零，这两点电位相等，即

$$\varphi_b = \varphi_d \quad (3-13)$$

于是，我们把b、d两点短路，对电路工作没有任何影响，可简化为图(b)所示的电路。这样就得到下式：

$$\left. \begin{aligned} U_{bc} &= U_{cd} \\ U_{bd} &= U_{db} \end{aligned} \right\} \quad (3-14)$$

根据欧姆定律：

$$\begin{aligned} U_{bc} &= I_1 R_1 & U_{cd} &= I_4 R_4 \\ U_{bd} &= I_2 R_2 & U_{db} &= I_3 R_3 \end{aligned}$$

代入式(3-14)得出：

$$\left. \begin{aligned} I_1 R_1 &= I_4 R_4 \\ I_2 R_2 &= I_3 R_3 \end{aligned} \right\} \quad (3-15)$$

式(3-15)两边相除，得：

$$\frac{I_1 R_1}{I_2 R_2} = \frac{I_4 R_4}{I_3 R_3}$$

在电桥平衡时， $I_g = 0$ ，所以 $I_1 = I_2$ ， $I_3 = I_4$ ，于是可得：

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_4}{R_3}$$

$$R_1 R_3 = R_2 R_4 \quad (3-16)$$

式(3-16)是电桥平衡条件，也就是说电桥平衡的条件是电桥相邻臂电阻的比值相等，或相对臂电阻的乘积相等。电桥平衡时，流过桥支路的电流为零。应用式(3-16)可求出待测电阻，

$$R_x = \frac{R_3 R_1}{R_2}$$

〔例3-7〕 在图3-16所示的电桥电路中，已知 $R_1 = R_3 = 200$ 欧， $R_2 = 400$ 欧， $R_x = 100$ 欧，电源电动势 $E = 60$ 伏，求各支路中通过的电流。

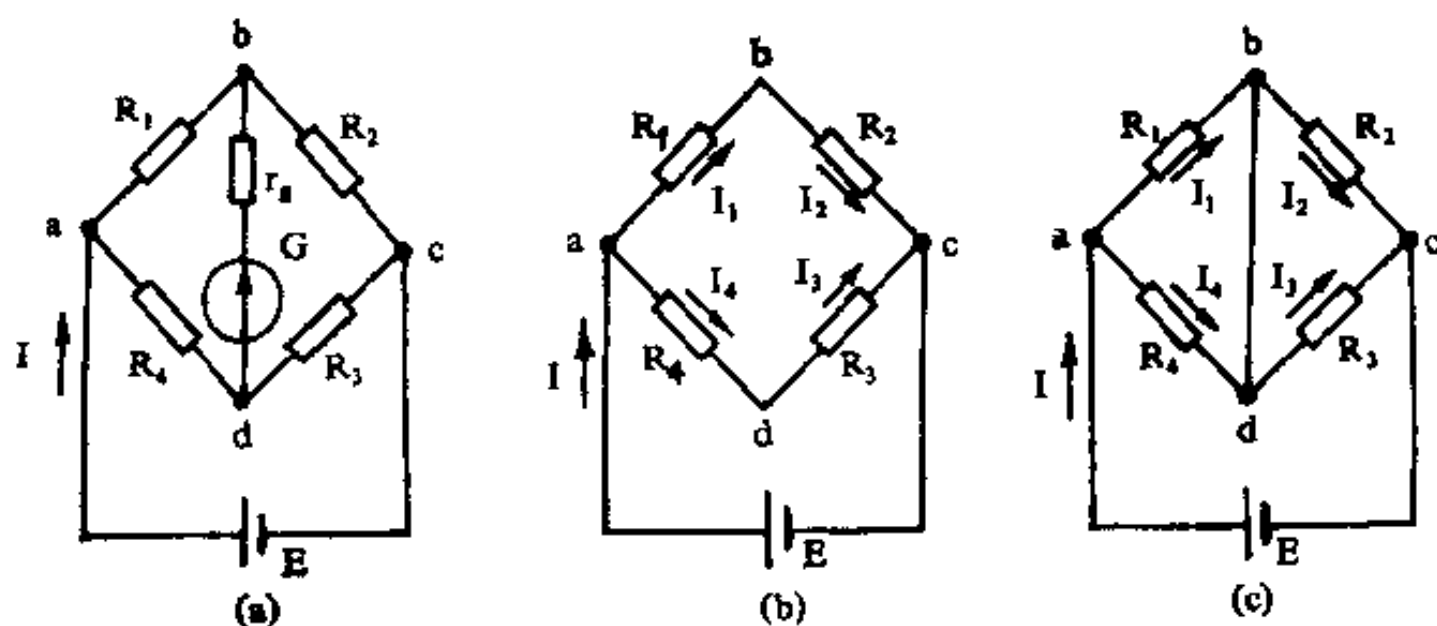


图3-16

〔解〕 根据给出的电阻值，看是否满足电桥平衡条件：

$$R_1 R_3 = 200 \times 200 = 40000 \text{ 欧}^2$$

$$R_2 R_4 = 400 \times 100 = 40000 \text{ 欧}^2$$

即 $R_1 R_3 = R_2 R_4$ ，满足电桥平衡条件，b、d 两点电位相等，可将 b、d 支路断开或短路，分别得到图(b)和图(c)的等效电路。两种电路均为简单的串并联电路。对于图(b)各支路的电流为：

$$I_1 = I_2 = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{60}{200 + 400} = 0.1 \text{ 安}$$

$$I_3 = I_4 = \frac{E}{R_3 + R_4} = \frac{60}{200 + 100} = 0.2 \text{ 安}$$

对于图(c)各支路的电流可求解如下：

先求 a、c 两点间的等效电阻：

$$\begin{aligned} R_{ac} &= \frac{R_1 R_4}{R_1 + R_4} + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \\ &= \frac{200 \times 100}{200 + 100} + \frac{400 \times 200}{400 + 200} = 200 \text{ 欧} \end{aligned}$$

电源输出总电流为：

$$I = \frac{E}{R_{ac}} = \frac{60}{200} = 0.3 \text{ 安}$$

根据并联电阻的分配关系，可得各支路电流：

$$I_1 = I \frac{R_4}{R_1 + R_4} = 0.3 \times \frac{100}{200 + 100} = 0.1 \text{ 安} = I_2$$

$$I_3 = I \frac{R_1}{R_1 + R_4} = 0.3 \times \frac{200}{200 + 100} = 0.2 \text{安} = I_3$$

由此可见，按这两种方法求解的结果相同。但是如果电桥不平衡，就不能用上述方法对电路进行化简，这就需要用到下节的星形和三角形电路转换关系进行计算。

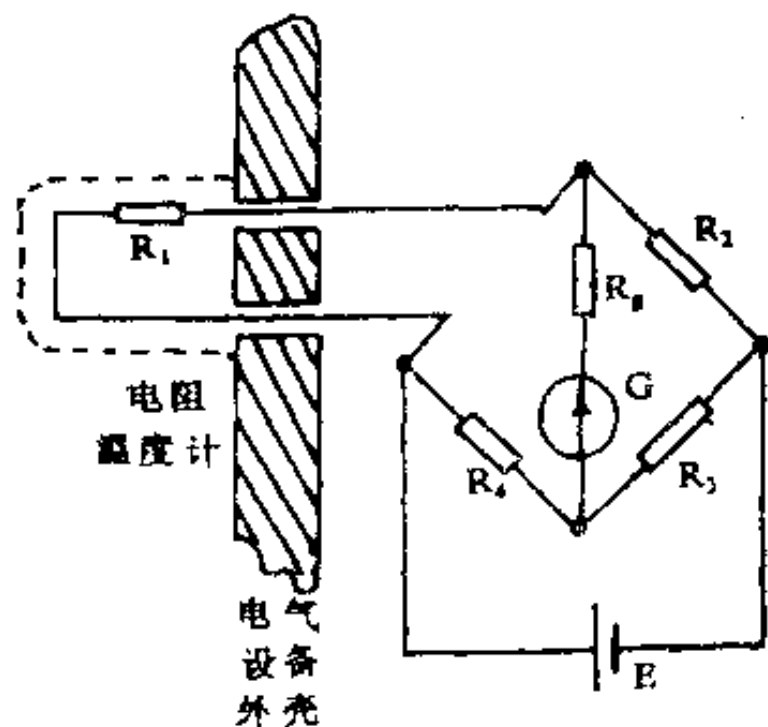


图3-17 测电机内部温度的电桥电路

在不平衡条件下工作的电桥电路叫做不平衡电桥，例如测量电机内部温度的电阻温度计就是不平衡电桥的应用实例。在图3-17所示的电路中，温度测量臂接入一铂丝电阻 R_1 ，这种电阻的阻值随温度升高而显著变化，将它放入被测设备中，调整电桥使它在正常某一温度下达到平衡，当温度升高时， R_1 就随着变化，电桥就失去平衡，电流计就有所指示。温度升高愈高， R_1 阻值变化愈大，电桥也愈不平衡，流过“桥”支路的电流也就愈大。根据温度变化和电流变化的规律，可在电流计上直接画出温度刻度，就可直接指示设备温度的变化。

3.8 星形和三角形网络的等效互换

三个电阻的一端汇集于一个节点上，而另一端分别接到不同的三条支路或节点上，这叫做星形网络（又称T形），一般用Y表示，如图3-18(a)所示。另一种是分别接到三个节点上的三个电阻组成一个闭合回路，叫做三角形网络（又称π形），一般用Δ表示，如图3-18(b)。

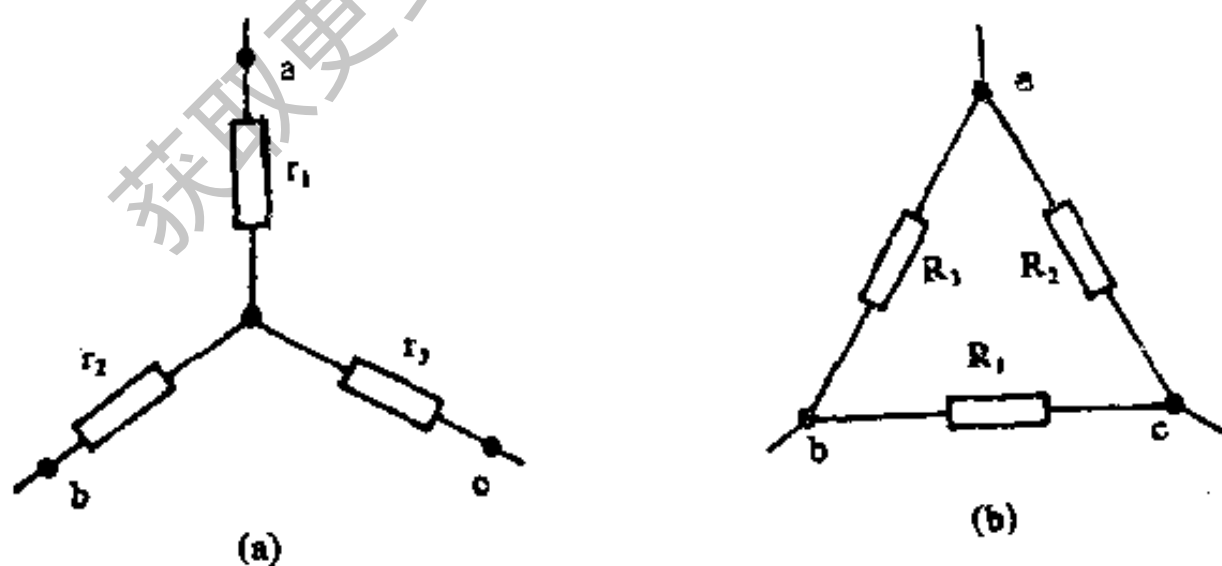


图3-18 星形和三角形电路

在计算复杂电路时，如果能把三角形网络变换成星形网络，或者把星形网络变成三角形网络，往往能使电路计算简化很多。例如在图3-19(a)所示的电桥电路中，如果电桥不平衡，可以采用Δ—Y形转换，将 R_1 、 R_2 、 R_3 组成的三角形接法转换成等效的星形接法，

那么电路就可以简化成简单的串、并联电路，如图3-19(b)，这样求解电路就比较方便了。

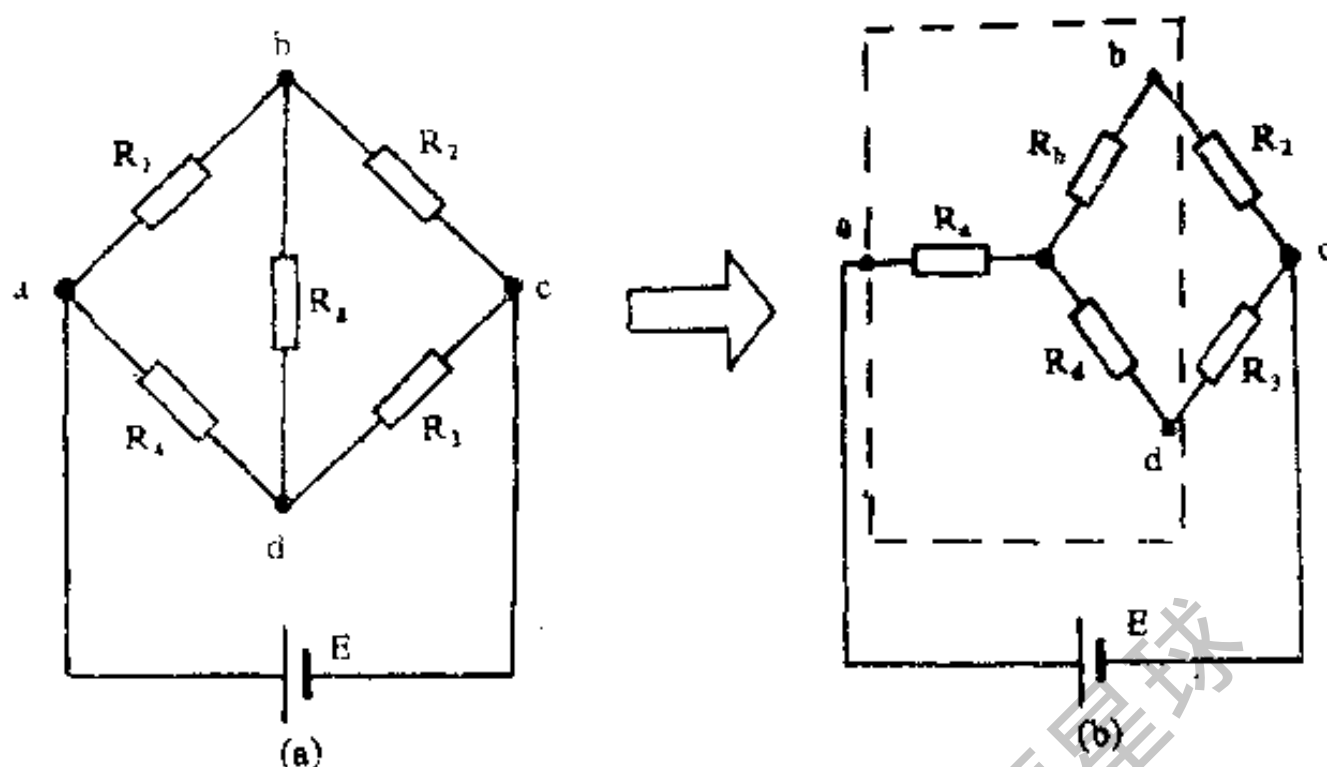


图3-19 利用 Δ -Y形变换求解电路

等效转换的条件是转换后三个端点的外特性不变。即任意两点之间加相同的电压时，则流入对应端点的电流是相同的，为此应使得任意两个对应点间的电阻值相等，即图3-18(a)与(b)中的a、b端，b、c端，c、a端的电阻相等。

$$R_{ab} = r_1 + r_2 = \frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (3-17)$$

$$R_{bc} = r_2 + r_3 = \frac{R_1(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (3-18)$$

$$R_{ca} = r_3 + r_1 = \frac{R_2(R_3 + R_1)}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (3-19)$$

将三角形转换为星形，就是已知三角形网络的各电阻 R_1 、 R_2 、 R_3 ，求等效星形电路的各电阻 r_1 、 r_2 、 r_3 ，实际上就是求解式(3-17)至式(3-19)的联立方程。先将上面三个等式两边相加后再除以2，则得：

$$r_1 + r_2 + r_3 = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (3-20)$$

用式(3-20)分别减去式(3-17)、式(3-18)、式(3-19)，则得：

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{\text{接于节点a的两电阻之积}}{\text{三角形网络三电阻之和}} \\ r_2 &= \frac{R_3 R_1}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{\text{接于节点b的两电阻之积}}{\text{三角形网络三电阻之和}} \\ r_3 &= \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{\text{接于节点c的两电阻之积}}{\text{三角形网络三电阻之和}} \end{aligned} \right\} (3-21)$$

若三角形各电阻相等均为 R ，则有：

$$r_1 = r_2 = r_3 = \frac{R^2}{3R} = \frac{R}{3}$$

将星形转换成三角形，就是已知星形网络的电阻 r_1 、 r_2 、 r_3 ，求等效三角形网络的各电阻 R_1 、 R_2 、 R_3 。由式(3-21)可以求得：

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= \frac{r_1 r_2 + r_2 r_3 + r_3 r_1}{r_1} = \frac{\text{三角形网络两电阻乘积之和}}{\text{a节点的电阻}} \\ R_2 &= \frac{r_1 r_2 + r_2 r_3 + r_3 r_1}{r_2} = \frac{\text{三角形网络两电阻乘积之和}}{\text{b节点的电阻}} \\ R_3 &= \frac{r_1 r_2 + r_2 r_3 + r_3 r_1}{r_3} = \frac{\text{三角形网络两电阻乘积之和}}{\text{c节点的电阻}} \end{aligned} \right\} (3-22)$$

若星形网络各电阻相等均为 r ，则有：

$$R_1 = R_2 = R_3 = \frac{3r^2}{r} = 3r$$

〔例3-8〕 试求图3-20(a)所示桥T形网络的输入电阻 R_i 。

〔解〕 本题可采用两种方法求解。

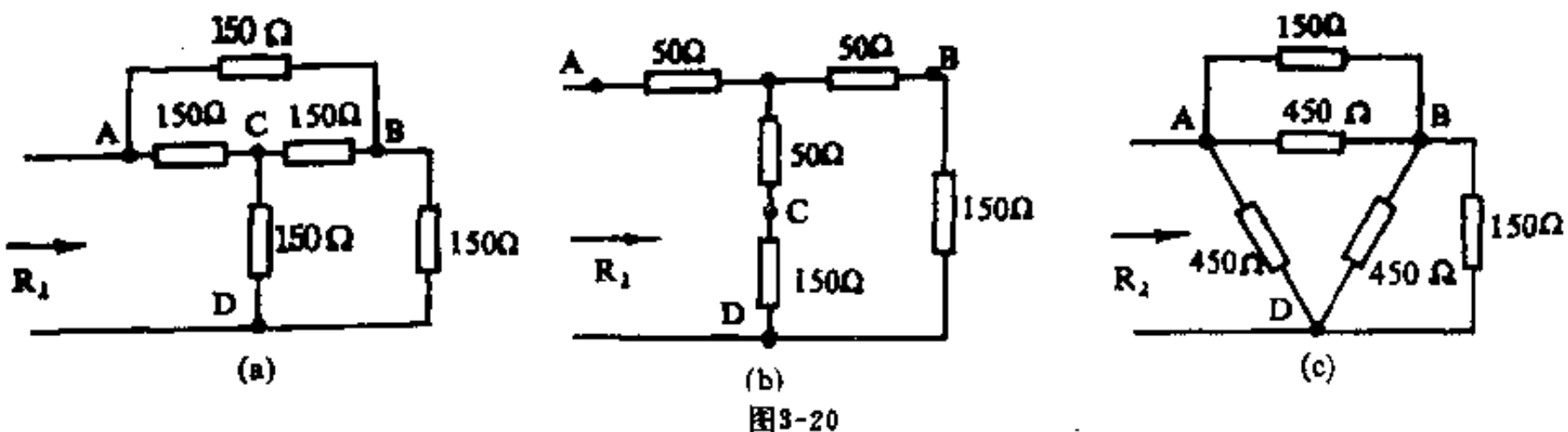
1. 进行 Δ -Y 变换

将图3-20(a)所示的 A、B、C 三点间的 Δ 形连接电阻变成 Y 形，如图3-20(b)所示。Y 形网络的元件值为：

$$R_Y = \frac{R_\Delta}{3} = \frac{150}{3} = 50 \text{ 欧}$$

这样，原来的复杂网络已变成只有串并联的简单网络。其中两条并联支路的电阻均为 200 欧，并联后等效电阻为 100 欧，再和 50 欧电阻串联，故得出 R_i 值：

$$R_i = 100 + 50 = 150 \text{ 欧}$$



2. 进行 Y- Δ 变换

将原图中的A、B、D三点间的Y形连接的电阻变成 Δ 形连接，其电阻值为：

$$R_A = 3R_Y = 3 \times 150 = 450 \text{ 欧}$$

经过变换原电路变成图(c)所示的串并联简单网络，其中450欧和150欧电阻并联后等效阻值为：

$$R_{AB} = R_{BD} = \frac{450 \times 150}{450 + 150} = 112 \text{ 欧}$$

两个112欧电阻串联后为224欧，再和450欧电阻并联后得出 R_A 的值：

$$R_A = \frac{224 \times 450}{224 + 450} = 150 \text{ 欧}$$

计算表明，采用两种不同等效变换得到的结果是相同的。

习 题

1. 在一条供电线路上并联着三盏电灯，已知通过各灯泡的电流分别为0.28安、0.1安和0.07安，问供电线路中的总电流。

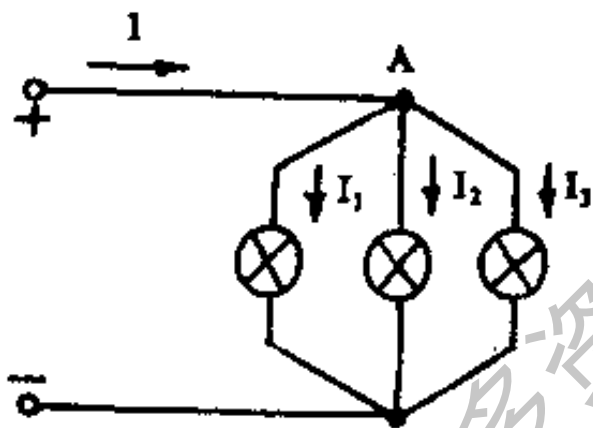


图3-21 题1图

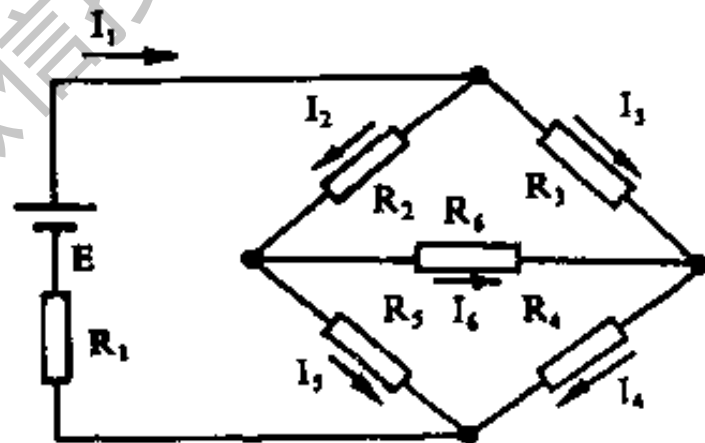


图3-22 题2图

2. 图3-22表示一电桥电路，已知 $I_1 = 25$ 毫安， $I_2 = 16$ 毫安， $I_4 = 12$ 毫安，求其余各电阻中的电流（电流方向如图所示）。

3. 图3-23中，已知 $E = 7$ 伏， $R_1 = 2$ 欧， $R_2 = 6$ 欧， $R_3 = 4$ 欧， $R_4 = 4$ 欧，试利用回路电流法求解各支路电流。

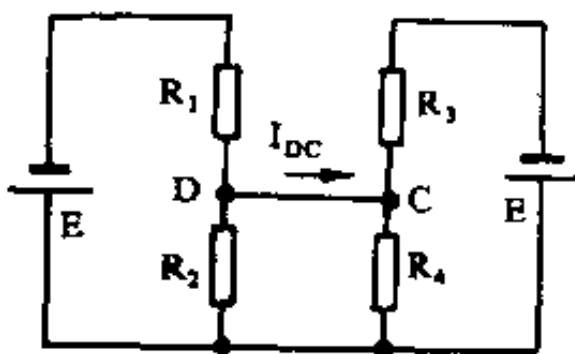


图3-23 题3图

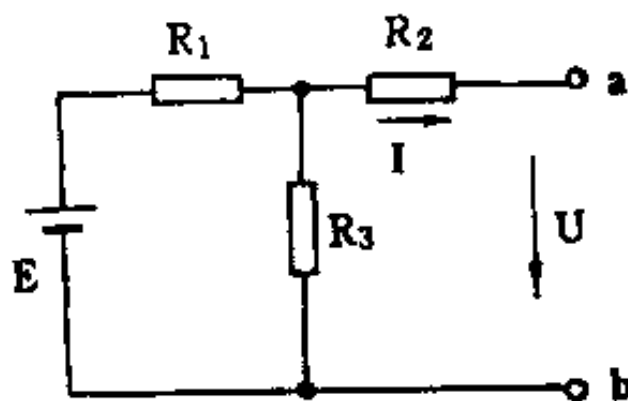


图3-24 题6图

4. 利用叠加原理求图3-23中的 I_{DCC}
5. 利用戴维南定理求图3-23中的 I_{DCC} 。
6. 在图3-24中用电压表测得a、b间的电压 $U = 60$ 伏，用电流表测得电流为3安培，如将100欧的电阻接到ab端，ab间的电压为多少？
7. 在图3-25中，已知 $E_1 = 12$ 伏， $E_2 = 24$ 伏， $R_1 = R_2 = 20$ 欧， $R_3 = 50$ 欧，试求电压源等效为电流源后，通过电阻 R_3 的电流。

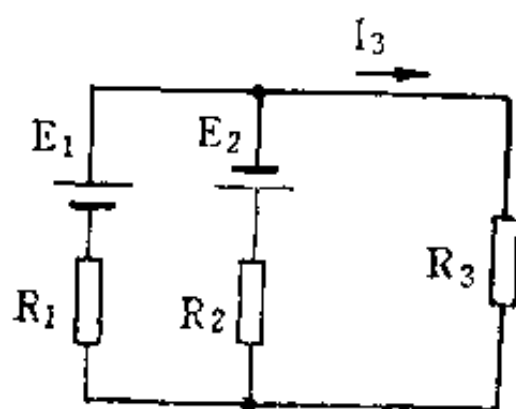


图3-25 题7图

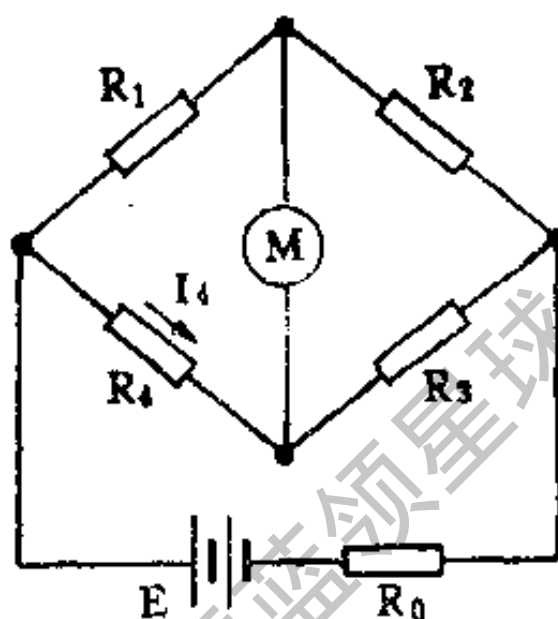


图3-26 题8图

8. 电桥平衡的条件是什么？已知图3-26的电桥处于平衡状态， $R_1 = 20$ 欧， $R_2 = 30$ 欧， $R_3 = 15$ 欧， $R_4 = 0.5$ 欧， $E = 6.2$ 伏，试求 R_0 及流过它的电流值。

9. 图3-27是电阻温度计的原理线路， R_1 是测定温度用的电阻，已知 $R_2 = R_3 = R_4 = 100$ 欧，在温度 $t = 0^\circ\text{C}$ 时， $R_1 = 100$ 欧。图中，电流计的电阻 $r_g = 100$ 欧，电源 $E = 10$ 伏（内阻忽略）。已知电阻丝 R_1 的温度系数 $\alpha = 0.0041/^\circ\text{C}$ ，求 t 从 0°C 增至 100°C 时，电流计的读数为多少？

10. 应用Y— Δ 形变换，求解图3-28中ab间的等效电阻。

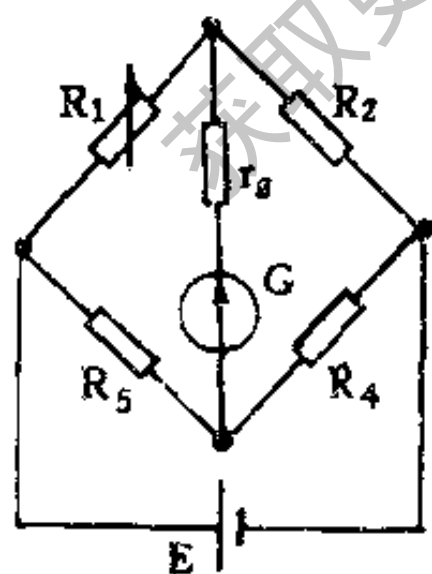


图3-27 题9图

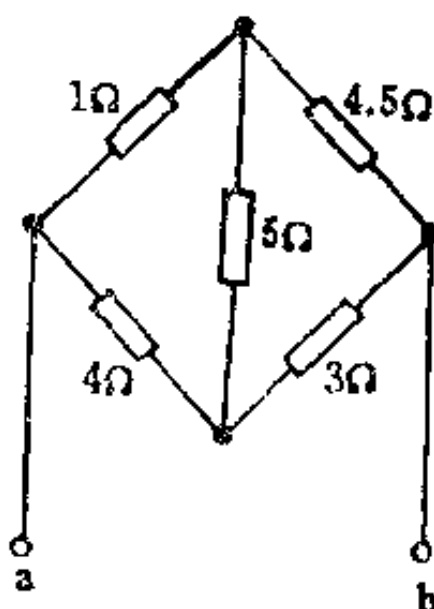


图3-28 题10图

第四章 磁场、磁路及电磁感应

在广播电视设备中有许多电磁元件和器件，如电感线圈、变压器、继电器、电机以及电磁仪表等。了解这些元器件的特性、工作原理以及它们在电路中的作用，都要用到磁场、磁路及电磁感应的基本知识。由于电流周围会产生磁场，所以电现象和磁现象是紧密相联的两种物理现象，是一个矛盾统一体的两个方面。对于一个技术工作者来说，掌握磁场、磁路以及电磁感应的基本知识和掌握电路理论是同等重要的。

4.1 磁铁和磁极

早在两千多年前，我们的祖先就发现了天然磁铁矿，知道磁铁能够吸铁，并发明了指南针，这对当时的航海事业的发展起到很大的推动作用。

由于天然磁铁的磁性很弱，所以现代工业使用的大多是人造磁铁。人造磁铁的形状有条形、马蹄形和磁针，多数是用钢或其它合金，如铝镍合金制成。

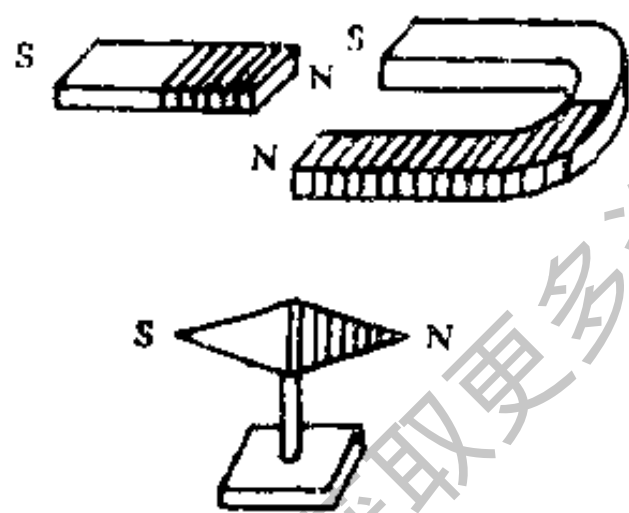


图4-1 磁铁的形状

磁铁不但能吸铁和钢，还能吸引镍、钴等物质，磁铁的这种性质叫磁性，能被磁铁吸引的物质叫铁磁材料。

把一条形磁铁放在铁屑中然后拿出，我们会看到磁铁的两端吸附的铁屑最多，说明这些地方的磁性最强，称为磁极。

把条形磁铁或磁针悬挂起来，使它在水平方向上自由转动，那么当它静止不动时，总是一个磁极指南，另一个磁极指北。指南的一端叫做南极，用S表示；指北的一端叫做北极，用N表示。

实验证明，磁铁之间也能相互吸引，而且必须是一个磁铁的N极和另一个磁铁的S极。如果将两个条形磁铁的N极对N极，S极对S极相互靠近，则两磁铁将产生排斥力，相互推开。这说明同性磁极相斥，异性磁极相吸，这些性质大家都是很熟悉的。

磁铁的磁极总是成对出现，有N极必有S极。我们将一根条形磁铁分成两段，就变成两根磁铁，分别都具有N极和S极，如图4-2所示。无论怎样分下去，得到的总是具有一

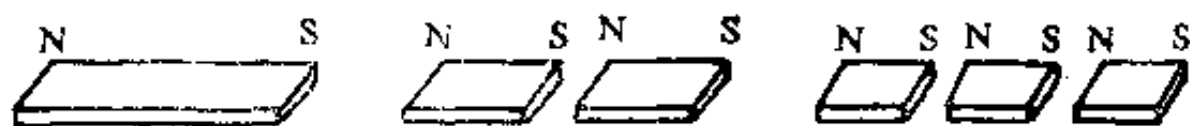


图4-2 磁极总是成对出现

对磁极的磁体，绝不可能会有单个磁极的磁体。

4.2 磁场和磁力线

在磁铁周围有一个存在磁力的空间，叫做磁场，磁场对铁磁物质有吸引力，磁场和电场相似，也具有力和能的特性。

在研究电场时，我们曾用电力线来描述电场的分布，在研究磁场时，我们也可以用磁力线来描述磁场的分布。如果我们在一个条形磁铁的附近放置一个可以自由转动的小磁针，那么将小磁针从磁铁的N极附近沿着磁针N极的指向一步一步地移到S极附近，就可以得出一条轨迹曲线，曲线的切线方向，就是磁场力的方向，它是从N极指向S极，如图4-3(b)所示。在磁铁内部，磁力线是从S极指向N极，这样形成一个闭合曲线，磁场的强弱可以用磁力线的疏密表示，在磁极附近磁场强，磁力线密度大，而磁体中间，磁场较弱，磁力线较稀，如图4-3(c)所示。

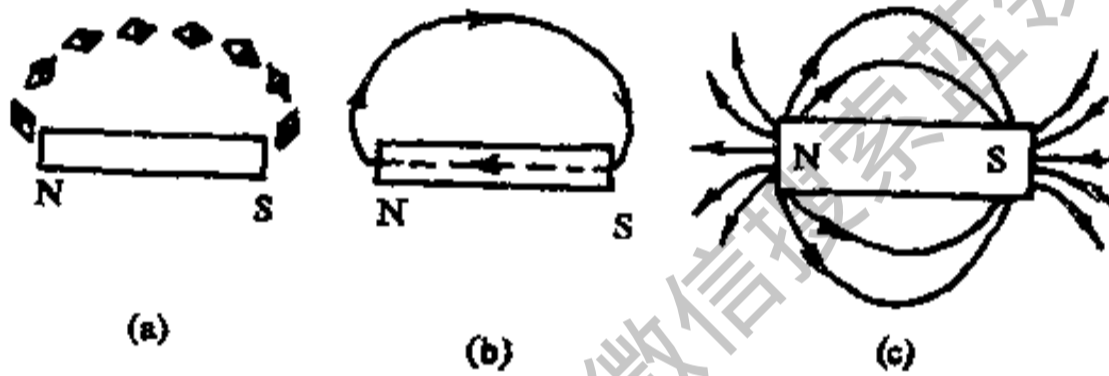


图4-3 磁力线

磁力线有以下特点：

1. 在任何情况下磁力线都是闭合的无头无尾，对于磁铁来说，每根磁力线都是从N极出发，经外部空间到达S极，再由S极经磁铁内部回到N极。
2. 磁力线每一点的切线方向都代表该点磁场力的方向，它是作用于该点小磁针N极上的磁场力的方向。磁场中各点只有一个确定的方向。

如果磁场中任一点的磁场力均相等，这样的磁场叫均匀磁场。均匀磁场用平行等距的磁力线表示，如图4-4所示。

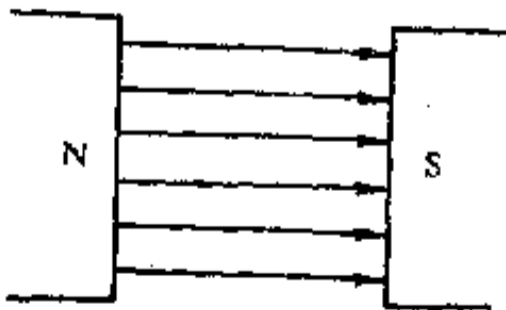


图4-4 均匀磁场

通过与磁力线垂直的某一截面积 S 的磁力线的总数叫做通过该截面的磁通，用 ϕ 表示，它的单位是韦伯，简称“韦”，用符号 Wb 表示。为了比较磁场的强弱，必须用相同面积上穿过的磁力线数来比较，为此引入了磁通密度这个物理量。磁通密度定义为，通过与磁力线垂直的单位面积的磁力线数，或叫磁感应强度，用 B 表示：

$$B = \frac{\phi}{S} \quad (4-1)$$

磁通密度愈大，表示磁力线愈密，磁场愈强。在式(4-1)中，当磁通的单位用韦，截面积用米²时，磁通密度的单位是韦/米²，称“特斯拉”，简称“特”，用符号 T 表示。

在均匀磁场中，各点的磁通密度是一个常数，而在非均匀磁场中，各点的磁通密度是不等的。

4.3 电流产生的磁场

磁场不仅存在于磁铁周围，在通电导线周围也有磁场，这可由下面的实验证明。

如果将一根通有直流电流的直导体垂直穿过一块纸板，纸板上撒有许多铁屑，用手轻轻地敲几下纸板，就可以看到铁屑均匀而有规则地将导线团团围住，形成以导线为中心的同心圆，这些同心圆就是电流磁场的磁力线。如果将一自由转动的小磁针放入纸板上，小磁针静止时的N极指向，正好是圆的切线方向。我们将纸板沿导线上下平行移动，磁力线的形状和方向均不会变化，说明直流通电导体各截面处的磁场相同。

如果改变电流方向，小磁针的N极指向也会相反，说明磁场方向变了。电流方向和磁场方向之间的关系可用右手定则来判断，将右手大姆指伸直，四指握住导线，则大姆指表示电流方向，四指环绕方向代表磁场方向，如图4-6所示。

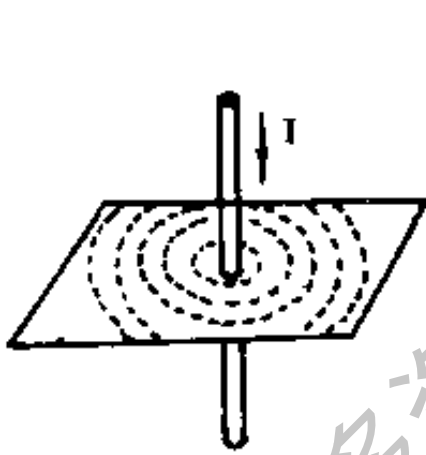


图4-5 通电直导线产生的磁场

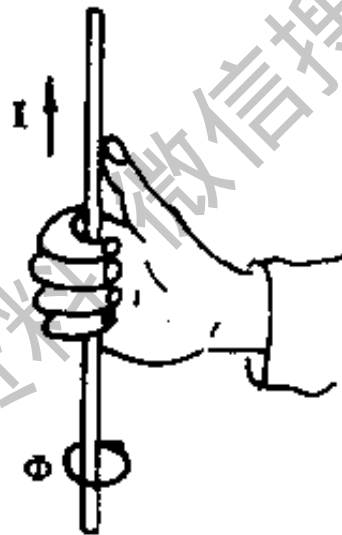


图4-6 右手定则



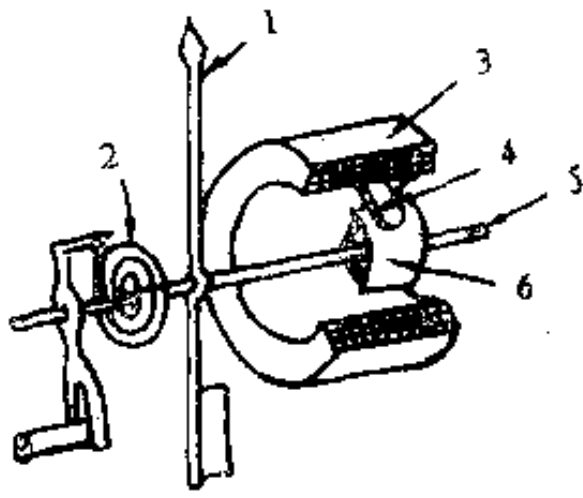
图4-7 右手螺旋定则

实际应用中常把导线绕制成螺旋线圈，然后通以电流，产生磁场，螺旋线圈相当于一个条形磁铁，线圈一端为N极，另一端为S极。电流方向与磁场方向的关系，可用右手螺旋定则来判定，用右手握住线圈，四指代表电流的方向，大姆指代表N极的方向，如图4-7所示。注意右手螺旋定则和右手定则大姆指和四指所代表的对象恰好相反，不可搞错。

将一根条形铁心插入螺旋线圈，当电流通过线圈时，铁心受到电流磁场的磁化，变成一根条形磁铁，它的极性与空心线圈产生的磁场极性一致，使磁通大大增强。电流消失后，铁心也不再具有磁性，这种装有铁心的线圈称为电磁铁。电磁铁在工业上有着广泛的用途，是现代电子设备中不可缺少的元器件，下面举两个电磁铁实际应用的例子。

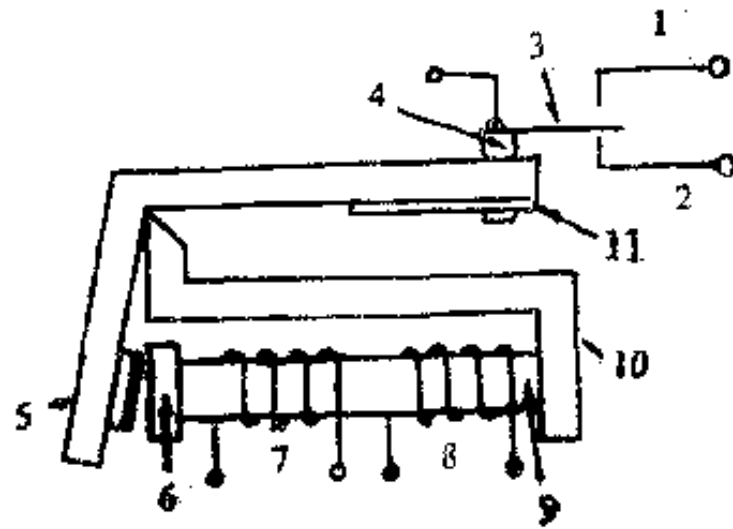
1. 电磁式电表

电磁式电表是常用的一种电表，结构如图4-8所示。线圈里面装有两块铁片，一片固定在线圈内衬上，一片固定在指针轴上可以转动，转轴的另一头装有弹簧游丝，产生反转



图中：1. 指针； 2. 游丝；
3. 线圈； 4. 定铁片；
5. 转轴； 6. 动铁片。

图4-8 电磁式电表



图中：1. 常开点； 2. 常闭点； 3. 中接点；
4. 推杆； 5. 衔铁； 6. 磁极；
7. 前线圈； 8. 后线圈； 9. 铁心；
10. 轭铁； 11. 铁块。

图4-9 无极继电器

力矩，使指针静态时复位到零。当线圈通有电流时，两片铁片均被磁化，并且极性相同，故相互排斥，使转轴转动，指针偏转，直至和游丝产生的反转力矩平衡为止。电流愈大磁化愈强，排斥力愈大，指针偏转的位置也愈大，故偏转角的角度可代表电流的大小。

这种电表结构简单，价格便宜，适用于精度要求不高的场合，一般电磁式电表在表盘上用专门的标记表示（见表8-2）。

2. 无极信号继电器

继电器是利用电磁铁的吸合，达到电路接点通断的一种电磁设备，在自动化控制电路中使用极为广泛。

图4-9所示为通断信号用的安全型无极继电器。使用的直流电源，不论电源的极性如何，只要电压达到规定值，继电器就能吸合。它主要由磁路系统、接点系统和线圈三部分构成。其工作原理是这样的，当线圈未接通电源时在铁块⑪推杆④的重力作用下，衔铁⑤与电磁铁的磁极⑥相分离，此刻继电器处于释放状态。固定接点③和接点①断开，和接点②接通，信号通过接点③、②形成通路，接点①称为常开接点，接点②称为常闭接点。

当继电器线圈通电，并使电流达到一定数值时，电磁铁的磁极⑥将衔铁⑤吸住，推杆④由于杠杆的作用而上升，与推杆相连的固定接点③和常开接点①接通，而常闭接点②断开，信号通过接点①、③形成通路，这时继电器处于吸合状态。

继电器有两个线圈，可以串联或并联使用，以适应于不同的电源电压。但不论是串联还是并联，必须使两个线圈产生的磁通量是增强而不是减弱。

4.4 磁路的基本组成

在变压器、继电器这类带有铁心的电磁铁中，当线圈通以电流后，大部分磁通都沿着铁心构成回路，这部分磁通称为主磁通，主磁通经过的路径称为磁路。以图4-10所示的U型电磁铁为例，经过U型铁心，衔铁和空气隙的主磁通路径就是磁路，而经过空气自成回

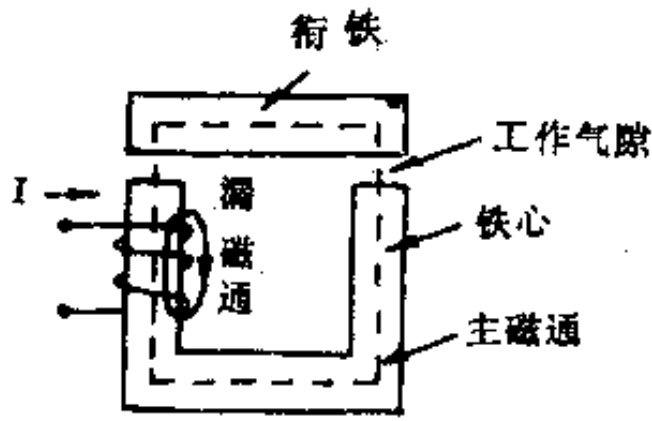


图4-10 磁路

路的磁通称为漏磁通。在实际设备中，漏磁通往往可以忽略不计。

我们知道，在电路中要维持电流必须要有电动势，那么在磁路中要形成磁通必须要有产生磁通的磁源，这个磁源称为磁动势。磁动势的大小和流过线圈的电流及匝数有关。如果一块电磁铁，当增大电流或增加线圈的匝数，都会使电磁铁的磁力加大，因此我们把磁动势定义为线圈中

电流强度 I 与线圈匝数 N 的乘积，通常简称为磁势，用字母 F 表示。

$$F = IN \quad (\text{安匝}) \quad (4-2)$$

如果把磁路和电路类比，这里的磁动势和电路里的电动势是相对应的。在同一电路中，如果电源电压高，产生的电流就大；同样，在同一磁路中磁势愈大，产生的磁通也愈多。

磁路中磁通的大小除了与磁势的大小有关外，还与磁路的磁阻大小有关。磁阻代表物质对磁通的阻力，用 R_M 表示。在磁势一定时，磁阻大产生的磁通小，磁阻小产生的磁通大，这个规律可以用磁路的欧姆定律来描述。

$$IN = \phi R_M \quad (4-3)$$

式中， I 的单位为安， ϕ 的单位为韦， R_M 单位为 $1/\text{亨}$ 。

磁阻和电阻相似，它的大小与磁路长度 L 成正比，与磁路截面积 S 成反比，并与磁路的物质材料有关，用公式表述为：

$$R_M = \frac{l}{\mu S} \quad (4-4)$$

式中， l 的单位为米， S 的单位为米²， μ 的单位为亨/米。 μ 称为磁导率，它是说明物质导磁性能的参数， μ 愈大导磁性能愈好， R_M 也就愈小。真空中的磁导率为 μ_0 ，它为 $4\pi \times 10^{-7}$ 亨/米，由于 μ_0 是个常数，所以常把其它材料的磁导率与真空中磁导率来作一比较，以区别各种不同材料的导磁性能。任一物质材料的磁导率 μ 与真空的磁导率 μ_0 的比值称为相对磁导率，用 μ_r 表示：

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$

μ_r 无单位，它表示某一物质的磁导率是真空的多少倍。例如，某种锰锌铁氧体(Mx-6000)的相对磁导率为6000，即它的磁导率是真空中的6000倍。

根据物质的导磁性质不同，可把物质分成顺磁物质、反磁物质和铁磁物质三类。

$\mu_r < 1$ 的物质叫反磁物质，这类物质在相同条件下磁通密度要比真空中弱一些； $\mu_r > 1$ 的物质叫顺磁物质，也就是说在这类物质中所产生的磁通密度要比真空强一些。铁磁物质

的 $\mu_r \gg 1$ ，在其他条件相同时，在这些物质中所产生磁通密度比真空中要大几千甚至上万倍，如铁、钢、钴、镍等均属于这一类，它们是制造电机和电器的主要材料，在工业上有着广泛的用途。

顺磁物质的相对磁导率接近于1，除铁磁物质外，其它材料均为非磁性材料。

表4-1示出了几种铁磁材料的相对磁导率。

表4-1 铁磁物质的相对磁导率

铁磁物质	μ_r	铁磁物质	μ_r
钴	174	已经退火的铁	7000
未经退火的铸铁	240	变压器钢片	7600
已经退火的铸铁	620	在真空中熔化的电解铁	12950
镍	1120	镍铁合金	60000
软钢	2180	"C"型坡莫合金	115000

4.5 磁场强度和磁化曲线

上节引入的磁阻概念对分析磁路是非常重要的。在分析电路时我们知道，线性电阻的数值与所加的电压和电流无关，可以视为常数。在磁路中磁阻是否也是常数呢？非磁性材料的磁阻可以视为常数，也就是说，它的磁导率 μ 恒定不变。因此随着磁势的加大，磁通也成比例加大，它们之间的关系可用一条直线表示，如图4-11(a)所示。但是在铁磁材料中，磁势和磁通的关系是一条曲线，如图4-11(b)。

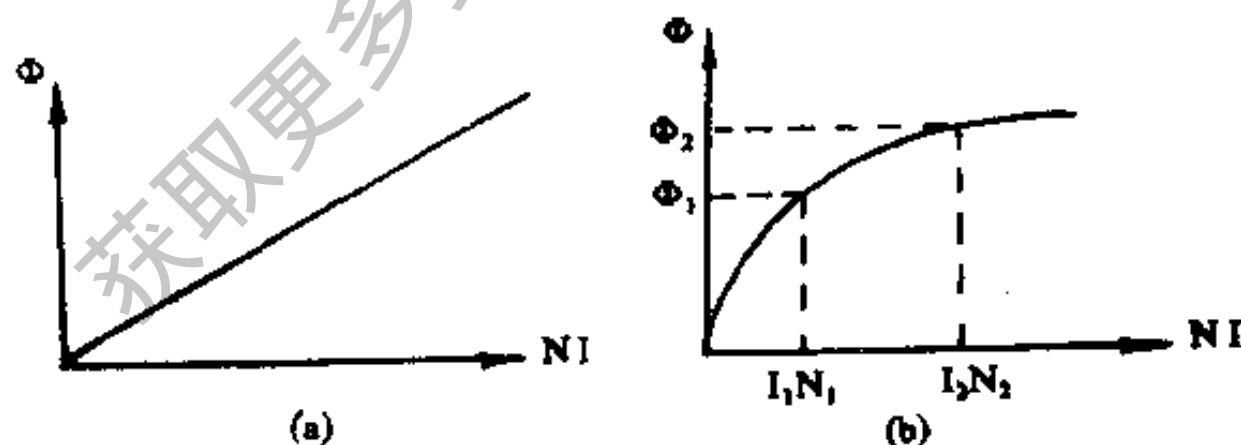


图4-11 $NI-\Phi$ 的关系曲线

这条曲线的变化规律是当磁势从零开始增大时，磁通与磁势成正比地增大，曲线接近于直线变化，磁导率可视为常数，这时的磁导率称为起始磁导率。当磁势大于 I_1N_1 时，磁通的增加变得缓慢，这说明磁导率开始减小，当磁势超过 I_2N_2 时，磁势继续加大，磁通却几乎不再增长，这种现象称为饱和。此时磁阻变得很大，磁导率接近于非磁性材料的磁导率。以上分析说明铁磁物质的磁导率 μ 是个变量，取决于物质的磁化程度和磁化过程。

一、磁场强度 H

根据式(4-3)可知,在相同的磁势下,产生的磁通愈大,说明磁阻愈小,由于磁阻是与磁路长度和截面积有关,因而仅仅根据磁势和磁通的关系曲线并不能说明材料本身的导磁性能。例如两种不同的铁磁材料,其中磁导率大的材料,由于磁路长、截面积小,而磁阻可能大;磁导率小的材料,由于磁路短、截面积大,而磁阻可能小,那么在相同的磁势作用下,可能磁导率大的产生的磁通比磁导率小的材料产生的磁通小,所以根据磁势和磁通的关系曲线并不反映材料本身的导磁性能的好坏,故在分析磁路时引入了磁场强度概念,以便建立一条与材料本身尺寸无关的磁化曲线。

式(4-3)可写为:

$$\phi = \frac{IN}{R_M} = \frac{IN}{\frac{l}{\mu S}} = \mu S \frac{IN}{l}$$

上式两边同除以 S ,则:

$$\frac{\phi}{S} = \mu \frac{IN}{l} \quad (4-5)$$

式(4-5)等号左边 ϕ/S 就是磁通密度 B ,等号右边 IN/l 代表单位长度磁路的磁势,称为磁场强度,用 H 表示:

$$H = \frac{IN}{l} \quad (4-6)$$

这样,式(4-5)就可以写成:

$$B = \mu H \quad (4-7)$$

式中, B 的单位为特斯拉, μ 的单位为亨/米, H 的单位为安/米。根据式(4-7)画出的曲线称为磁化曲线,它与磁路的几何尺寸无关,仅取决于材料的磁导率 μ 。

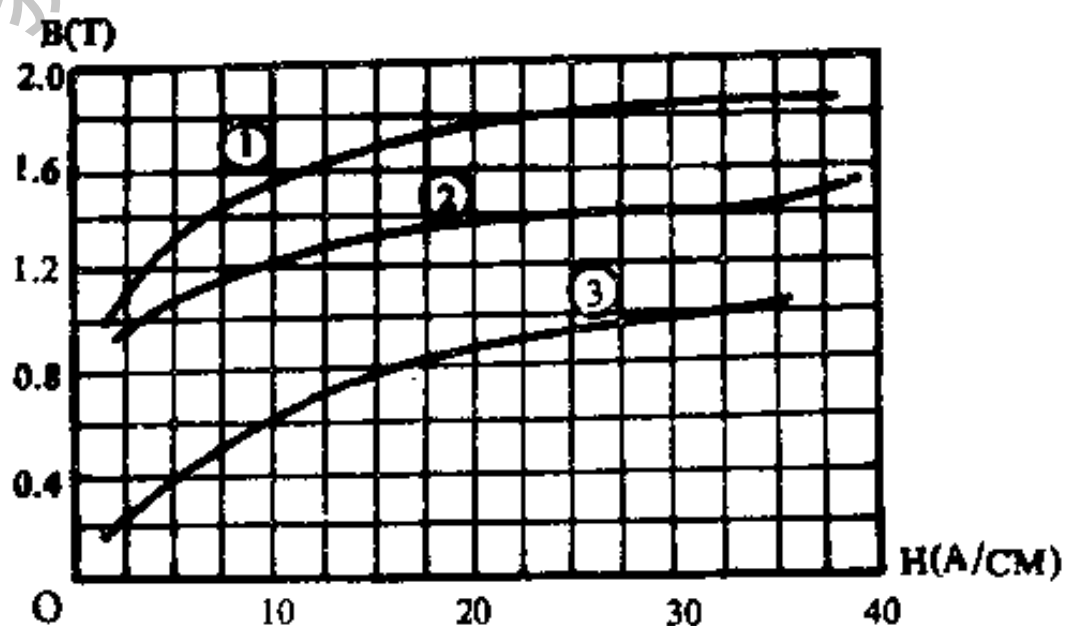


图4-12 几种铁磁材料的磁化曲线

图4-12画出了几种铁磁材料的磁化曲线，曲线表明，在同一磁场强度的作用下，电工钢产生的磁通密度最大，而生铁产生的磁通密度最小，说明电工钢的导磁性能比其它两种好得多。

二、磁滞回线

铁磁材料在磁场强度的作用下的磁化过程可以用磁化曲线来描述，即所谓 $B-H$ 曲线。当铁磁材料从未被磁化，那么随着磁场强度 H 从零开始增加，所测得的 $B-H$ 曲线称为初始磁化曲线。如图4-13中的 oa 段所示。

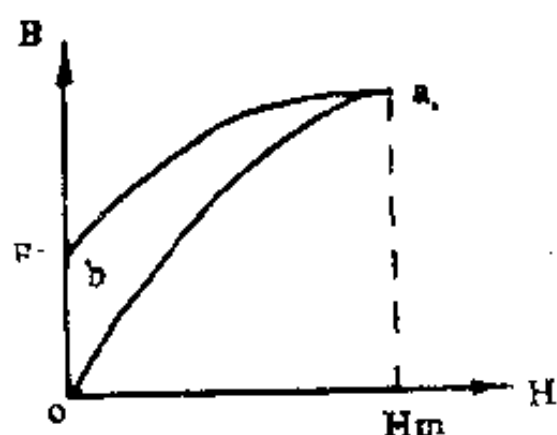


图 4-13 起始磁化曲线

从初始磁化曲线可以看出 B 和 H 之间存在着非线性关系，说明 μ 是随磁化过程和磁化程度变化。起始段几乎成直线上升，随着 H 继续增加， B 的变化缓慢，形成曲线膝部，到达 a 点后， H 继续增大， B 几乎不变，进入饱和阶段。

如果 H 到达 H_m 后开始减小，实验证明磁通密度的变化将不会沿着 ao 线下降，而是沿曲线 ab 段下降。当 H 降至零时，铁磁材料仍保留一定的磁性，此时的磁通密度 B_r 称为剩磁通密度，剩磁密度大的材料可用来作永久磁铁。

为了消除剩磁，必须改变磁场强度的方向，即改变线圈中电流的方向，使 H 反向增加到 $-H_c$ ， B 减小至零，这时的 H 值叫矫顽磁力，如图4-14所示。再继续增大 H ，磁通密度 B 也改变方向，并沿 cd 变化直至反方向饱和，此时磁场强度增大至 $-H_m$ 。然后减小 H ，磁通密度 B 不是沿 bc 而是沿 de 变化，至 B_r 时 H 减至零。改变 H 方向，并继续增大 H ， B 将沿着曲线 efa 变化直至 a 点，形成一个闭合曲线。当在带有铁心的线圈中，通入幅度足够大的交变电流时，那么磁通密度就将沿着这一闭合曲线周而复始的变化，这条闭合曲线称做磁滞回线。

由于铁磁材料具有磁滞现象，因此要完全消除材料中的剩磁，就需要在线圈中加上幅度逐渐减小的交变电流，在铁磁材料中形成逐渐缩小的磁滞回线，最终回到原点，如图4-15所示。常用此原理对铁磁材料进行消磁。

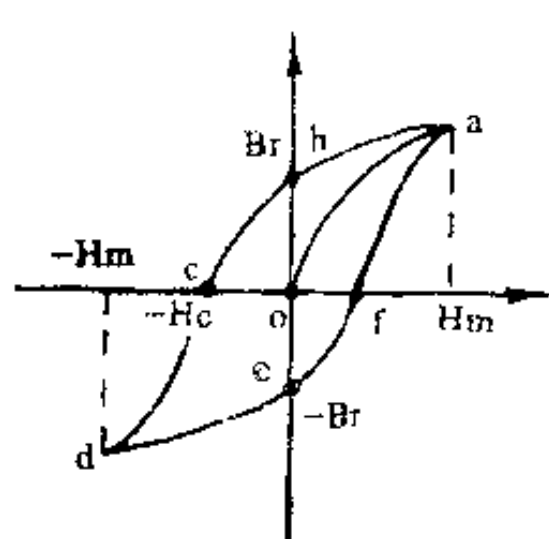


图 4-14 磁滞回线

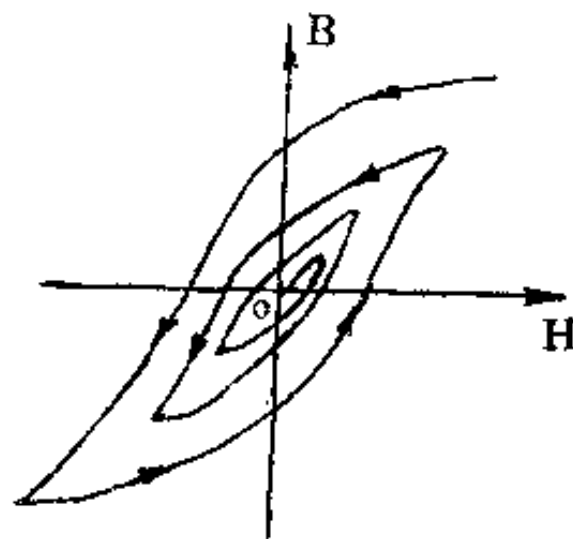


图 4-15 铁磁材料的消磁过程

铁磁材料的磁化过程可以简单解释如下：铁磁材料可以看成是由许多很小的磁性分子组成，每一磁分子就好像一块小磁铁，在没有磁化前，分子排列杂乱无章，磁性相互抵消，对外不呈现磁性。当磁性材料在外磁场的作用下，这些磁分子将逐步沿外磁场方向排列显出磁性，当 H 增大至 H_s 时，磁性分子已几乎全部沿外磁场排列，这时再加大 H_s 磁通也基本不变，达到饱和状态。

当外界磁场强度为零时，由于分子热运动和摩擦发生的阻力，使得分子不能完全恢复原来的杂乱状态，所以还保留一部分磁性，形成剩磁。

铁磁材料在交变磁场的作用下，磁分子要不断地改变方向，在这个过程中需要克服阻力，产生能量的损耗，称为磁滞损耗，频率愈高，损耗愈大。

三、铁磁材料的分类

根据铁磁材料的磁化特性，可以分为软磁材料和硬磁材料。

1. 软磁材料

是指比较容易磁化，外界磁场去掉后，磁性基本消失的这类铁磁材料。在磁滞回线上的剩磁通密度小，矫顽力也小，磁滞回线窄而陡，几乎与起始磁化曲线吻合，所以磁滞损失小，见图4-16(a)。如硅钢、坡莫合金、铁氧体等材料均属于软磁材料。所有的电机、变压器的铁心、录音机和录像机磁头都是由软磁材料制成。

介质磁也属于软磁材料，它是将磁性粉末经过绝缘材料胶合而成，它除了具有一般软磁材料的特性外还具有很高的电阻率，可作为无线电设备中滤波器、变压器及各种电感线圈的磁心材料。

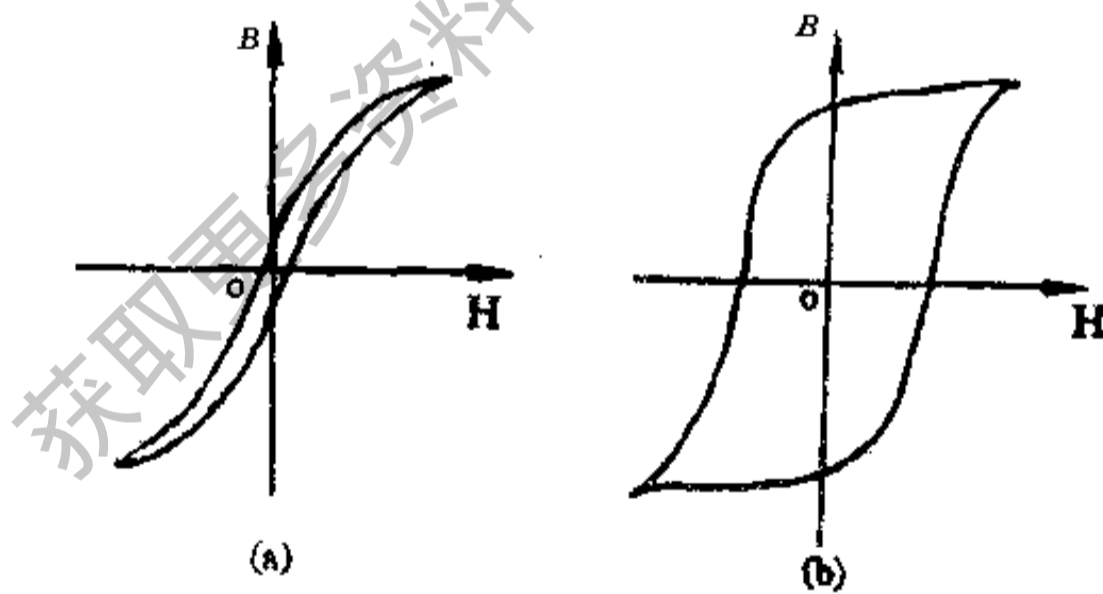


图4-16 不同磁性材料的磁滞回线

2. 硬磁材料

是指剩磁大，磁性不易消失的磁性材料，它需要加较强的外磁场才能使它磁化，外磁场消失后，仍保留较强的磁性。从磁滞回线上看是具有较强的剩磁通密度和较大的矫顽力，磁滞回线较宽，包围面积大，见图4-16(b)。由于硬磁材料磁滞损耗大，所以不适合作电机之类的铁心，而适合作永久磁铁，另外磁带上的磁性涂层也用硬磁材料。

4.6 电磁力

通电导体周围会产生磁场，那么将通电导体放入一个永久磁铁所产生的磁场中，显然会受到作用力，这种作用力与电流的强度和磁场的磁通密度有关，称为电磁力。下面我们来讨论电磁力的计算方法。

一根可在金属架上移动的裸铜线，放在马蹄形磁铁产生的磁场中，如果在铜线中通入电流，磁场的方向和电流的方向如图4-17所示。那么裸铜线很快就会从马蹄形磁铁中滚出来，如果改变电流方向，或改变磁场的方向，铜线会向相反的方向滚动。

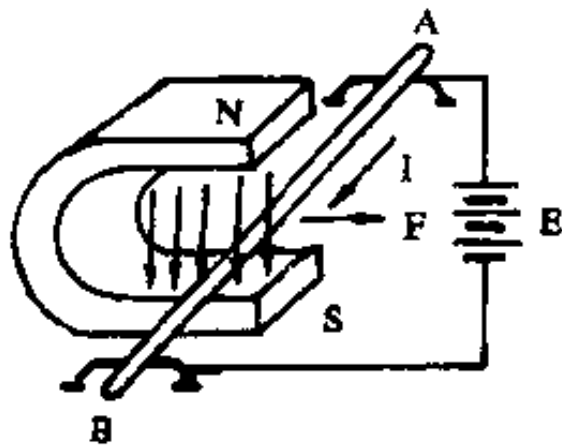


图 4-17 通电导体在磁场中受力的情况

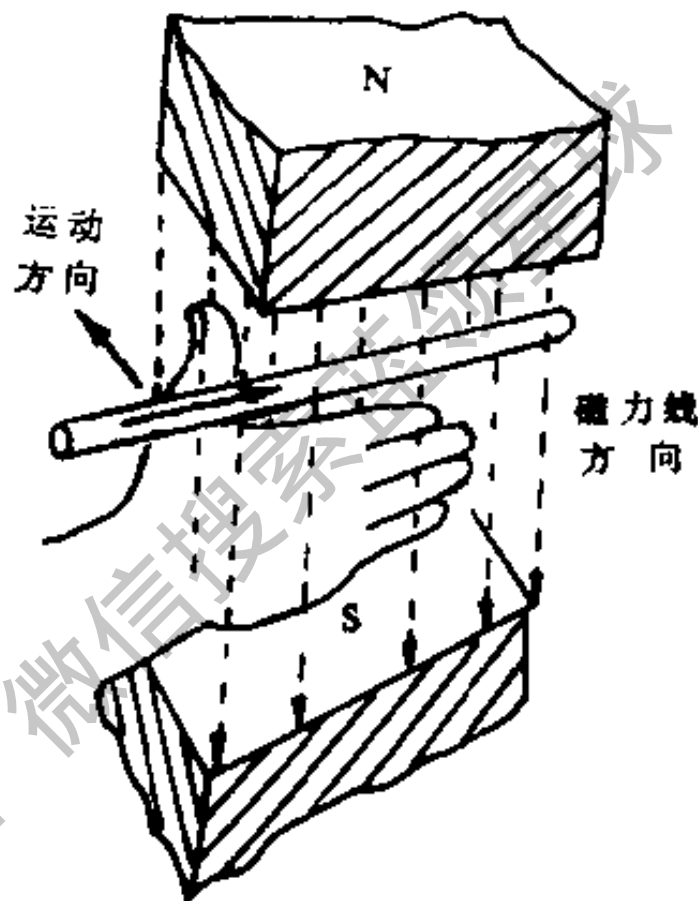


图 4-18 左手定则

这个实验说明，通电导体在磁场中受力的方向可以按左手定则来测定，见图4-18。平伸左手，姆指与四指垂直，让磁力线通过手心，四指代表电流的方向，姆指所指就是电磁力作用的方向。

当磁力线的方向与电流的方向垂直时，电磁力的大小与导体中的电流 I 、磁场的磁通密度 B 以及在磁场中的导体长度 l 成正比，用式子表示为：

$$F = BIl \quad (\text{牛顿}) \quad (4-8)$$

式中， B 的单位为特斯拉， I 的单位为安培， l 的单位为米。

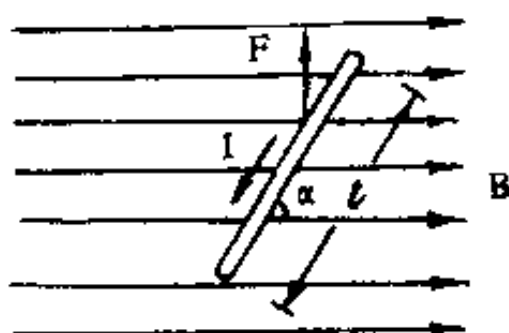


图 4-19 通电导线与磁力线不垂直时的受力情况

若磁力线的方向与电流的方向不垂直而成 α 角时，如图4-19所示。则式(4-8)需要改写为：

$$F = BIl \sin \alpha \quad (4-9)$$

当磁力线方向与电流方向一致时， $\sin \alpha = 0$ ，导体不受电磁力的作用。

下面举两个例子来说明电磁力的实际应用。

利用电磁力的原理可以制成多种测量仪表，磁电式电表是最常见的一种。电表的结构见图4-20(a)，它主要由马蹄形永久磁铁T，绕在软钢圆柱铁心上的线圈①、游丝弹簧②和指针③构成。

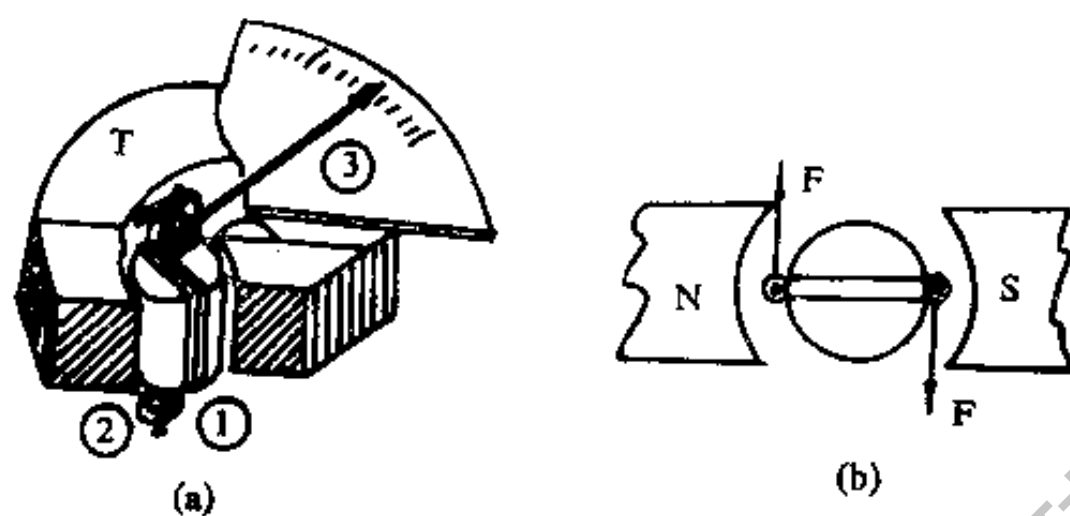


图4-20 磁电式电表

永久磁铁的磁场都集中在磁极和圆柱形铁心之间空隙中，形成一个均匀的磁场。当线圈不通电时，轴上的游丝弹簧使指针处在零位，当线圈有电流通过时，线圈的两边的电流方向正好相反，形成一个转动力矩，如图4-20(b)所示。当力矩足够大时，转轴将带动指针偏转，电流愈大，偏转的角度也愈大，指示的读数就大。

由于线圈电流的方向决定了指针的偏转方向，当改变电流方向时，指针将反方向偏转，故这种电表只能测量直流电流。如果通入交流电，指针将来回抖动，或者由于电流频率过高，指针运动惯性跟不上电流方向的变化而处于静止，所以测量交流时需要用整流器将交流电变成直流电才能测量。

磁电式电表刻度均匀，灵敏度高，由于本身有强磁场，故受外界磁场影响小，具有较高的稳定性和准确性。磁电式电表的表盘上有专门的标记表示（见表8-2）。

在工业和自动控制中有着广泛用途的直流电机也是利用了电磁力的原理制成的。

图4-21是直流电机工作的基本原理示意图。图中可以看出，当线圈平面处于和磁力线平行位置时，会产生顺时针方向的旋转力矩，见图4-21(a)。当线圈平面处于和磁力线垂直时，根据左手定则，线圈两边所受的力方向相反，大小相等，相互抵消，不产生旋转力矩，见图4-21(b)。实际上由于运动惯性线圈将转至图(c)所示的位置。如果电流方向不变，则电磁力将产生逆时针的旋转力矩，使电机反向转动，达不到持续旋转的目的。因此，当线圈转到 90° 的位置时，应改变电流的方向，使之继续向顺时针方向旋转。为了使电流换向，直流电机转轴上装有一个换向器，它是由两个半圆的铜环构成，电源通过压在半环的电刷给线圈供电，每转 180° 电流换向一次，使线圈总是向一个方向转动，如图(d)所示。

实际的直流电机构造要复杂得多，它的磁极可以用通有电流的铁心线圈构成，称为激磁线圈，其中通有电流叫激磁电流。激磁线圈是固定的，所以又称为定子，绕有线圈的转动部分称为转子，又叫电枢，在定子中，磁极可以是两对、三对或更多对。为了加大转矩，使其受力均匀，转动平稳，可以在转子上装有多组线圈，均匀分布在转子周围。换向

器也不只是两个半环，而是许多相互绝缘的铜片，分别接到各个线圈上。

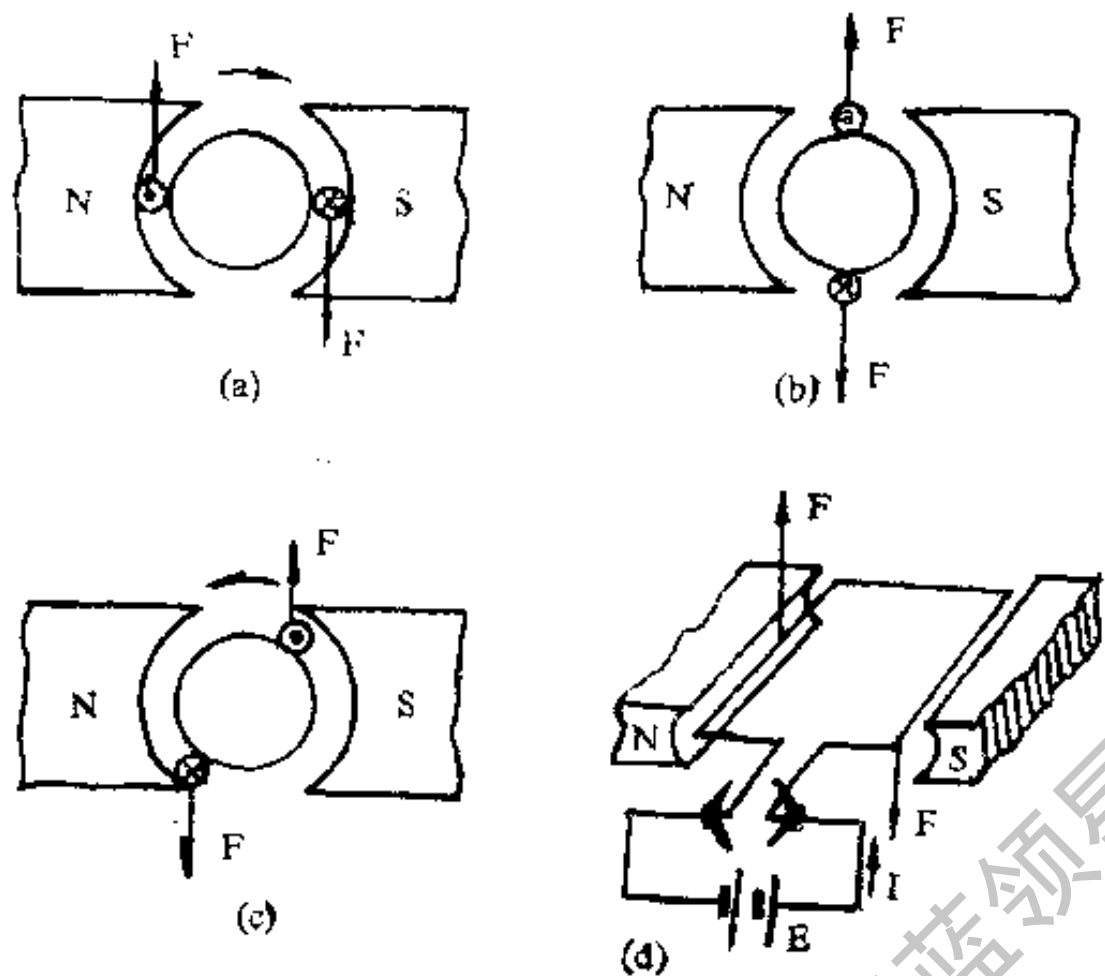


图4-21 直流电机工作原理

4.7 电磁感应现象和电磁感应定律

由前面的讨论可知，电流能够产生磁场，磁场对电流有作用力，这说明电和磁有着十分密切的关系。在这一节中我们将进一步讨论变动磁场能够在导体中引起电动势，即“动磁生电”的问题，下面先从导体在磁场中运动产生感应电流的现象谈起。

一、导线切割磁力线产生感应电动势

将一根导线放在一个均匀磁场中，导线的两端接有一个电流计，形成一个闭合回路，如图4-22所示。当导线在磁场中沿着与磁力线垂直的方向向下移动时，可以看到电流计的指针产生偏转。如果将导线向上移动，电流计的指针将反向偏转。再将导线转向 90° 和磁力线平行，那么上下移动导线，电流计的指针均不产生偏转。这个实验说明，导体在磁场

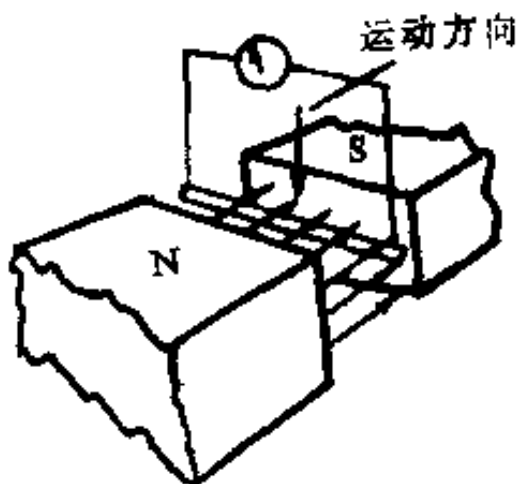


图4-22 导线切割磁力线

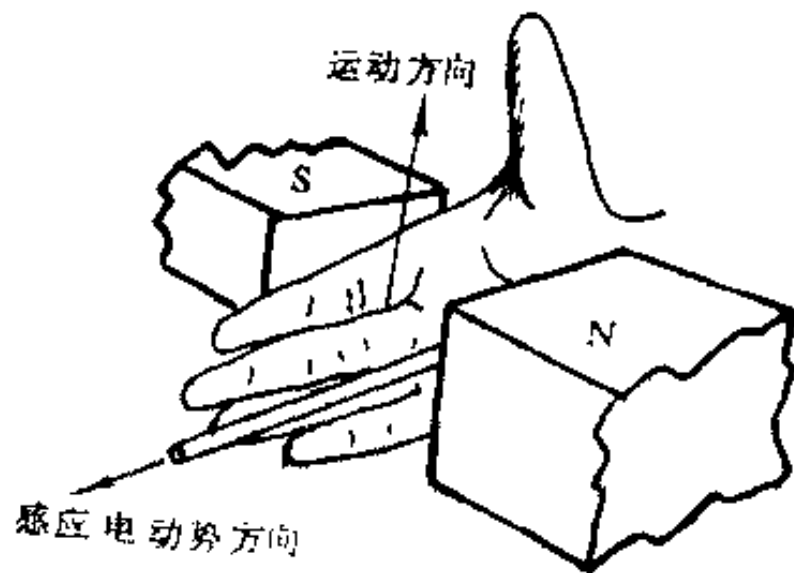


图4-23 右手定则

中作切割磁力线的运动就会产生感应电动势，并在闭合回路中形成感应电流。

感应电动势的方向可用右手定则来确定，见图4-23。平伸右手，使姆指与四指垂直，让磁力线垂直穿过手心，姆指表示导线运动的方向，其余四指表示就是感应电动势的方向。

通过进一步实验可知，当导体在磁场中运动时，所产生的感应电动势的大小和以下几个因素有关：

1. 导线的有效长度 l ，即在磁场中与磁力线垂直方向上切割磁力线的导线长度。 l 愈长，所产生的感应电动势愈大。

2. 导线切割磁力线的速度 v ，也就是导线与磁力线的相对运动速度。 v 愈大，产生的感应电动势也愈大。

3. 磁通密度 B ， B 愈大产生的感应电动势也愈大。

4. 导线运动方向和磁力线的夹角，垂直时感应电动势最大；平行时感应电动势为零。

综上所述，当导体在均匀磁场中作切割磁力线运动时，感应电动势的大小为：

$$e = Blv \sin \alpha \quad (\text{伏}) \quad (4-10)$$

B 的单位为特， l 单位为米， v 单位为米/秒。 α 代表导线运动方向和磁力线的夹角。

二、楞次定律

俄国科学家楞次经过多次实验总结出确定感应电势方向的普遍适用的定律，称为楞次定律。楞次定律指出，在回路中产生的感应电动势的方向总是企图使它产生的感应电流所形成的磁场反抗原有磁通的变化。当磁通要增加时，感应电流产生的磁场阻止磁通增加，当磁通要减少时，感应电流要产生新的磁通去阻止原磁通的减少。

例如由一个螺旋管线圈和一块电流计接成一个闭合回路，如图4-24所示。当把一条形

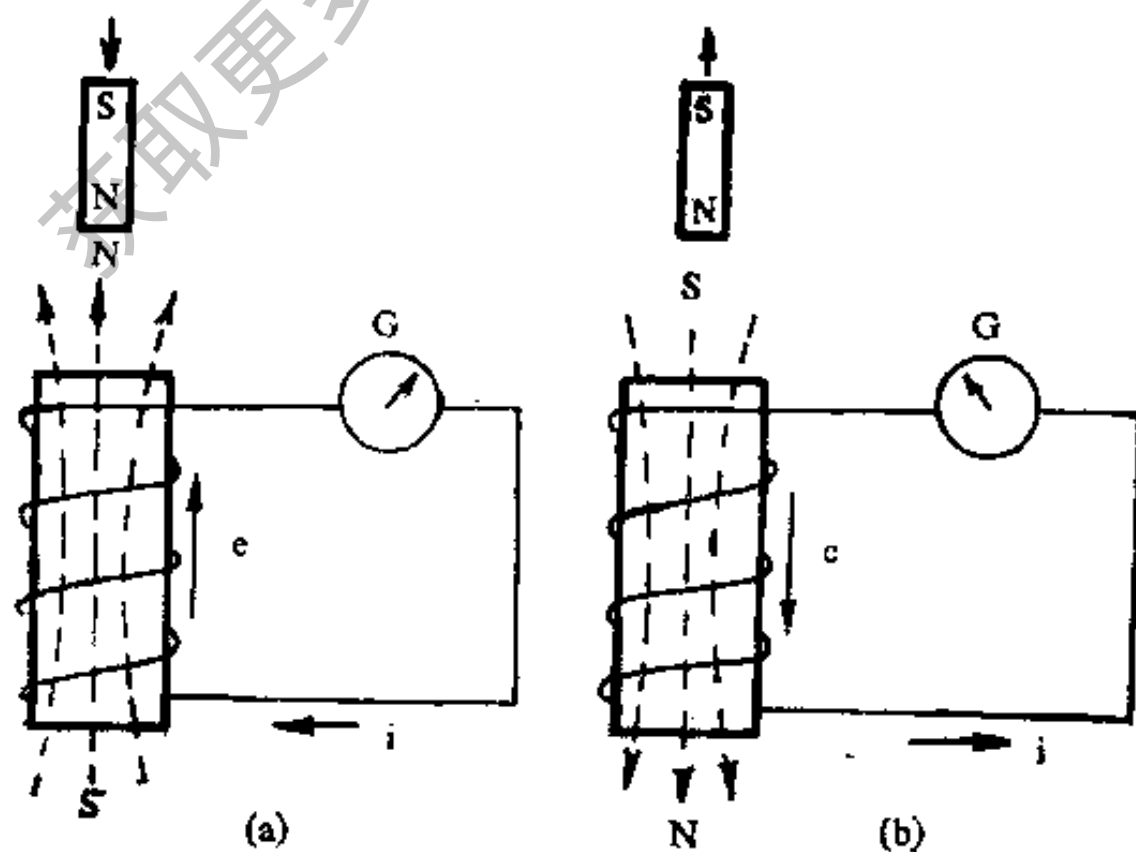


图 4-24 条形磁铁在线圈中的运动

磁铁插入线圈中时，电流计发生偏转，说明线圈中产生了感应电动势和感应电流。如果磁铁静止不动，电流计指示为零。当磁铁从线圈中拔出时，电流计反向偏转，说明产生了相反的感应电动势和感应电流。根据楞次定律可知，在图(a)的情况下，条形磁铁插入，通过线圈回路的磁通是增加的，于是感应电流产生的磁通应该阻止它增加，感应电流的磁场极性和条形磁铁相反，所以线圈上端为N极，下端为S极。根据右手螺旋定则，感应电流是从下端流入上端流出，指针向右偏转。

当把磁铁拔出时，线圈中的磁通就要减少，根据楞次定律，感应电流所产生的磁通应阻止原来磁通的减少，故感应电流的磁场极性和条形磁铁一致，上面是S极，下面是N极。这时感应电流方向应该是自上而下，电流计向左偏转。

实际上只要穿过任一闭合回路的磁通发生变化，包括前面讲到的导体切割磁力线都会产生感应电势，并在回路中形成感应电流。感应电流的方向总是遵循楞次定律，阻止磁通的变化。

三、法拉第定律

法拉第定律指出，当穿过闭合回路的磁通发生变化时，在回路中产生的感应电动势等于磁通对时间的变化率。

在单匝线圈中产生的感应电动势可表示为

$$e = - \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \quad (\text{伏}) \quad (4-11)$$

$\Delta\phi$ 代表磁通的变化量，单位为韦伯； Δt 代表时间的变化量，单位为秒。负号表示感应电动势所产生的电流是阻止磁通的变化。

例如在3秒的时间内，通过单匝线圈的磁通量由原来的50韦伯增至55韦伯，则感应电动势为：

$$e = - \frac{55 - 50}{3} = -1.67 \text{伏}$$

如果有 N 匝线圈，则感应电动势增大 N 倍，因此 N 匝线圈所产生的感应电动势可按下列式计算：

$$e = - N \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \quad (\text{伏}) \quad (4-12)$$

〔例4-1〕有一个线圈匝数为200，磁通的变化率为0.075韦/秒，试计算感应电动势的大小。

〔解〕已知 $N = 200$ ， $\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = 0.075$ 韦/秒

$$|e| = N \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = 2000 \times 0.75 = 1.5 \text{伏}$$

4.8 自感与互感

电磁感应现象可分为自感和互感两种。

一、自感和自感系数

如果穿过闭合回路的磁通是由回路本身的电流所产生，这个磁通我们叫做自感磁通 ϕ_L 。若回路是一个线圈，则线圈每一匝都有自感磁通，这些自感磁通的代数和叫自感磁链 ψ_L 。

$$\psi_L = N\phi_L \quad (4-13)$$

自感也是一种电磁感应现象，线圈自身磁通的变化引起的感应电动势也可用式(4-12)计算，用自感磁链代入可得：

$$e_L = - \frac{\Delta\psi_L}{\Delta t} \quad (4-14)$$

自感磁链是由线圈本身的电流所产生的，实验证明，线圈的磁链和电流成正比，这个比值叫自感系数，又称为电感。

$$L = \frac{\Delta\psi_L}{\Delta i} = \frac{d\psi_L}{di} \quad (4-15)$$

$$\text{或 } d\psi_L = Ldi \quad (4-16)$$

磁链的单位是韦，电流的单位为安，电感的单位叫亨利，简称亨。

如果一个线圈通过1安电流，可以产生1韦磁链，则线圈的电感量为1亨。常用的电感单位有毫亨(mH)和微亨(μH)。

一个线圈的电感大小决定于线圈的结构，与匝数、尺寸、有无铁心等有关。一个多匝线圈比同样长度的直导线的电感要大得多，一个带铁心的线圈电感又比同样尺寸的空心线圈电感大得多。一般情况下，圆筒线圈的电感可按下式计算：

$$L = \frac{\mu N^2 S}{l} \quad (\text{亨}) \quad (4-17)$$

式中， l 为线圈的长度，单位为米； S 为线圈的横截面积，单位为米²； μ 为媒质的磁导率，单位为亨/米。如果是非铁磁材料作媒质，则 $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ 亨/米。

〔例4-2〕 一个铁氧体环形磁心平均长度为12厘米，截面积为1.5平方厘米，平均相对磁导率为2000，求①均匀分布绕线500匝时的电感；②匝数增加一倍时的电感。

〔解〕 ① 根据式(4-17)已知参数分别为：

$$l = 0.12 \text{ 米}, S = 1.5 \times 10^{-4} \text{ 米}^2, N = 500$$

$$\mu = \mu_0 \mu_r = 4\pi \times 10^{-7} \times 2000 = 8\pi \times 10^{-4} \text{ 亨/米}$$

$$L = \frac{8\pi \times 10^{-4} \times 500^2 \times 1.5 \times 10^{-4}}{0.12} = 0.785 \text{ 亨}$$

② 根据式 (4-17), 电感与匝数平方成正比, 匝数增加一倍, 电感应增加至四倍。

$$L = 0.785 \times 4 = 3.14 \text{ 亨}$$

电感线圈两端的自感电动势, 常常用电压来表示, 只不过方向相反而已, 即:

$$U_L = -e_L = \frac{d\psi_L}{dt} = L \frac{di}{dt} \quad (4-18)$$

我们以图4-25为例来说明自感电压极性的判别方法。图(a)中电流从左端流入线圈, 并逐渐增大, 线圈的磁通增强, 自感电势所产生的电流是抵消电流的增加, 因此自感电势的极性是左端为正, 右端为负, 电势的方向是由右至左, 自感电压的方向和电势方向相反即由左至右, 所以此时自感电压的方向是和电流一致。在上述电流流向不变的情况下, 如果流入左端的电流逐渐减少, 则自感电势的方向应该是维持电流不变, 阻止其减少, 此时自感电势的极性是左端为负, 右端为正, 自感电势的方向是由左至右, 和电流方向相同。

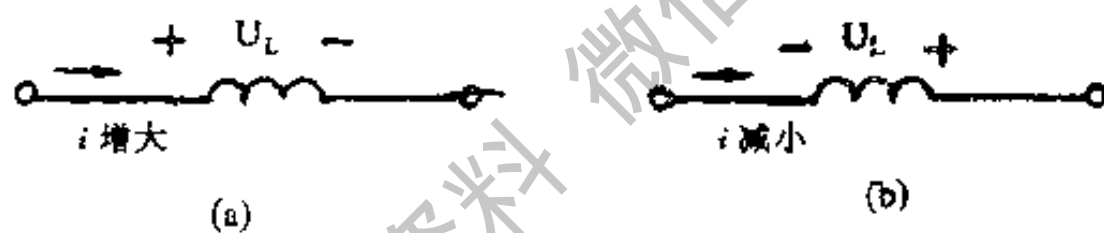


图 4-25 自感电压的极性

式 (4-18) 说明感应电压大小和电流对时间的变化率成正比, 电流变化愈快, 产生的

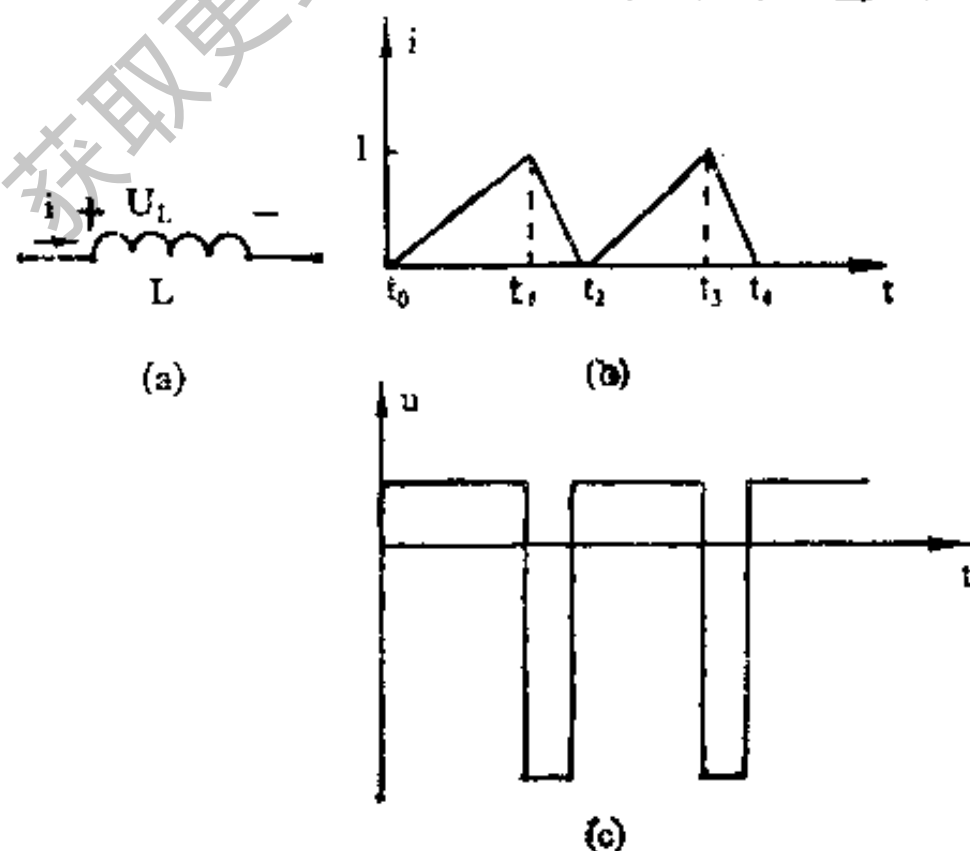


图4-26 三角波电流产生的感应电压

感应电压也愈大。如图4-26所示的三角波形电流，当电流流过某一线圈时，在 t_0 至 t_1 期间，电流变化比较平缓，感应电压的数值较小，在 t_1 至 t_2 期间，电流变化较快（相对于 $t_0 \sim t_1$ 期间），产生的感应电压值也较大。由于 $t_1 \sim t_2$ 期间电流的变化率为负（振幅逐渐减小），所以感应电压的极性也改变，这说明一个呈三角形变化的电流在电感线圈两端产生的感应电压是一个倒矩形脉冲。

二、互感和互感系数

两个靠近的线圈，其中一个通有电流产生的磁通，有一部分要穿过另一个线圈，这部分磁通叫互感磁通，如图4-27所示，图中的 ϕ_{12} 就是互感磁通。当互感磁通发生变化时，

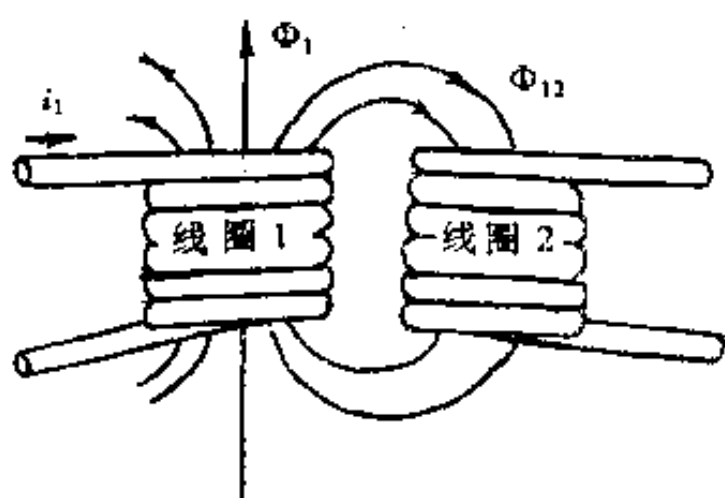


图 4-27 互感现象

在线圈2中也会产生感应电势，这种电势叫互感电势。由于自感和互感都是属于电磁感应现象，因此互感电势的大小也应等于互感磁链的变化率，以 e_m 表示互感电势，则：

$$e_m = - \frac{dN_2\phi_{12}}{dt} = - \frac{d\psi_{12}}{dt} \quad (4-19)$$

式(4-19)中的负号表示互感电势所产生的电流是抵消原来磁通的变化。

对照式(4-15)，我们把线圈1中的单位电流在线圈2中产生的磁链定义为线圈1对线圈2的互感系数，简称互感，用 M_{12} 表示。则有：

$$M_{12} = \frac{N_2\phi_{12}}{i_1} \quad (4-20)$$

同理，线圈2对线圈1中的互感为：

$$M_{21} = \frac{N_1\phi_{21}}{i_2} \quad (4-21)$$

实际上，两个线圈之间的互感系数是相等的，可以用 M 表示，不加上标的 M 就表示两个电感线圈之间的互感。

当 ϕ 的单位是韦， i 的单位是安，则 M 的单位为亨。

两个线圈之间的互感主要取决于线圈的尺寸、结构、匝数以及铁心材料等，同时还取决于两个线圈之间的相互位置和距离。位置相互平行、距离靠近的两个线圈之间有较强的互感。

互感所产生的感应电压也与电流的变化率成正比，下面式子表示线圈1所产生的电流变化增量 di_1 ，通过互感 M 在线圈2两端产生的互感电压。

$$U_{M2} = M \frac{di_1}{dt} \quad (4-22)$$

式中，电流的单位为安，时间的单位为秒，互感 M 的单位为亨，则电压的单位就是伏。

三、互感线圈的同名端

以上讨论了互感电压（或电势）的大小，互感电压的方向判定就比较麻烦，它不仅与互感磁通的增加和减少有关，还与线圈的绕法及它们之间的相互位置有关。如果在实际电路中为了说明互感电压的极性，则需把线圈的绕向都要清楚地画出来，这就太复杂了，实用的方法是采用了所谓同名端的标记。我们用图4-28来说明同名端的物理意义及其用法。

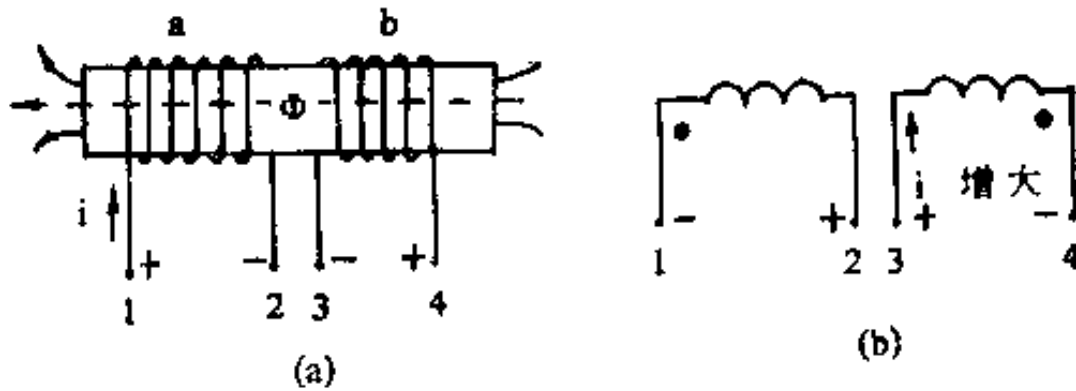


图4-28 线圈的同名端

在图4-28(a)中，a、b两组电感线圈之间存在互感。当a中通有电流并逐渐增大，可确定感应电压的极性1、4端为正；当线圈中的电流减少时，1、4端的电压极性均变为负。实际上不管电流是从哪个端子流入或流出，增大或减小，1、4端电压的极性总是相同的，因而1、4端称为同名端。同理2、3端的感应电压极性也相同，故也是同名端。但是1、4端和2、3端的感应电压极性相反，因此1、3端（或2、4端）称为异名端。在实际电路中可以用图(b)的方法来表示，在同名端处加上“·”或“·”号，就可以知道感应电压的极性，不必了解线圈的绕法及它们之间的相互位置。显然，不加标号的端子也是同名端。

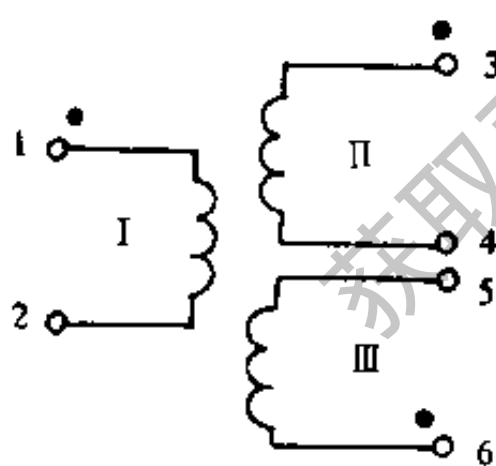


图4-29 同名端的连接

根据电路中标记的同名端就可以很方便地判断感应电压的极性。判断时先确定自感电压的极性，然后再根据同名端确定其它线圈的极性。例如三个线圈的同名端如图4-29所示，当线圈I的1端有电流流入并增大时，根据前面介绍的自感电势极性的判断方法，1端感应电压的极性应为正，这样线圈II的3端和线圈III的6端的感应电压的极性也均为正。

同名端在电感线圈串并联连接时非常重要。图4-29中将4、6端相连，从3、5端输出的感应电压是I、II两个线圈感应电压之和，如果将4、5端相连，从3、6端输出的电压是两个线圈感应电压之差。

4.9 涡流

从电磁感应原理可知，当回路的磁通发生变化时，在回路中将产生感应电流。如果一

个带铁心的线圈，当线圈中电流变化引起磁通变化时，在铁心中也会产生感应电流，这种感应电流在铁心内形成环流称为涡流。

涡流和回路中的电流一样，在铁心中流动时会消耗能量，使铁心发热，降低电器设备的效率，严重时将影响设备的正常运转，因此在工程上要采取措施减少涡流。

减少涡流的方法是设法增大涡流的电阻，在低频电器设备中，不采用整块铁心，而采用表面有绝缘层的矽钢片叠合而成的铁心，如图4-30所示。矽钢片的电阻系数比较大，涡流又限制在薄片中，增大了涡流的流经路程，相当于加大了涡流的电阻，起到了减小涡流的作用。

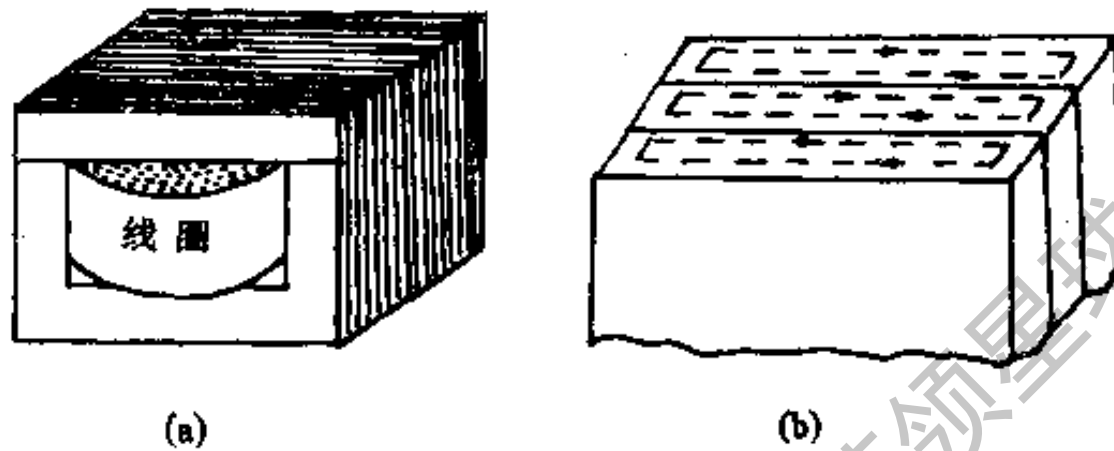


图4-30 涡流

在频率较高的电子设备中，常采用铁粉和绝缘材料压制而成的铁氧体磁心。这样磁心电阻系数很大，近于绝缘体，可以大大减少涡流。

在多数情况下涡流是有害的，但是涡流有时也可以被我们所利用。例如电度表就是利用涡流原理制成的，工业上用的高频电炉也是采用涡流产生的热量来进行冶炼的。

4.10 电感线圈中的磁场能量

在图4-31的实验电路中，当开关K合上时，小灯泡发亮，同时在铁心线圈中有一稳态电流 I_L 流过，当开关K突然断开，电灯并不立即熄灭，而是经过一小段时间才熄灭，安培表指示的电流逐渐减小。

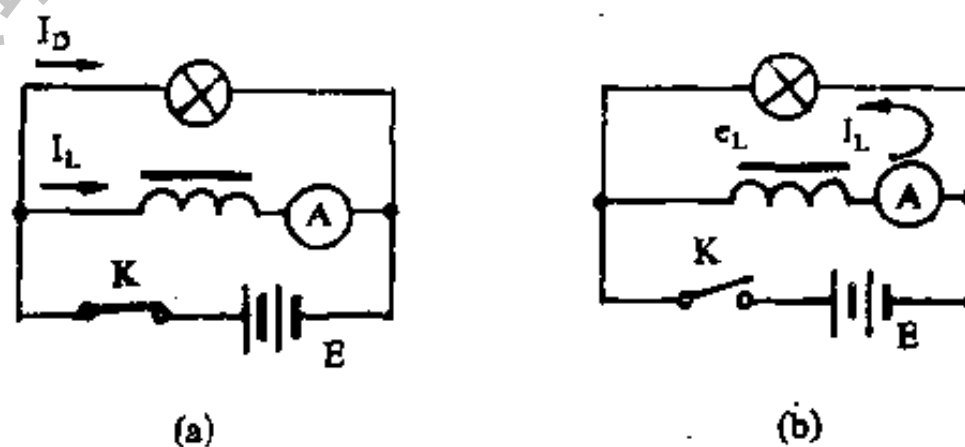


图4-31 电感线圈储存的磁能

开关断开后，这时电源已不再给灯泡供电，但灯泡为什么能继续维持发亮，这能量是由电感线圈 L 提供的。在开关K闭合期间，线圈中流过的电流 I_L ，在线圈周围建立了磁场，电源的能量转化成磁场能存储起来。当开关断开时，线圈中储存的磁场能不会突然消失，

它以 I_L 继续向灯泡供电，形成新的电流回路，直至磁场能完全消耗掉。线圈中的磁场能可由下式求得：

$$W_L = \frac{1}{2}LI^2 \quad (4-23)$$

W_L 为线圈中的磁场能，单位为焦耳； L 为线圈的电感量，单位为亨； I 为线圈中的电流，单位为安。

式(4-23)说明线圈的电感愈大，电流愈大所储存的能量也就愈多。和第一章讲到的电场能一样，磁场能不能突变，通过线圈的电流也不能突变，它的增加或减少都需要一定的时间，这是一个十分重要的概念。

习 题

1. 试确定图4-32所示的载流导体的磁场或电流的方向。
2. 试确定图4-33所示载流导体中的电流方向。

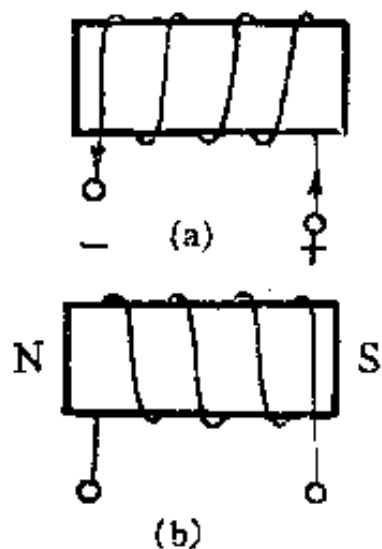
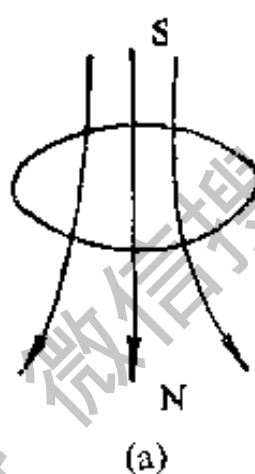
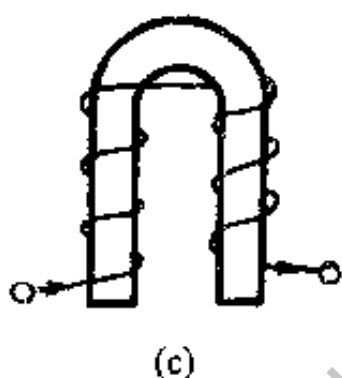
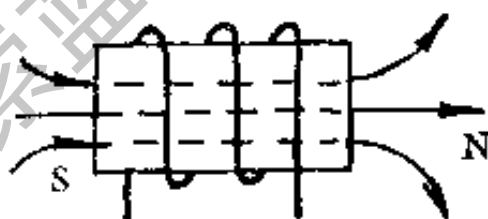


图 4-32 题 1 图



(a)



(b)

图 4-33 题 2 图

3. 如图4-34所示，铁心线圈可看成是一个串联磁路，每一段磁阻均不相同。其中 $l_1 = 16$ 厘米， $S_1 = 4$ 平方厘米； $l_2 = 10$ 厘米， $S_2 = 2$ 平方厘米；空气隙的长度 $l_0 = 2$ 毫米， $S_0 = 4$ 平方厘米，铁心的相对导磁率 $\mu_r = 1800$ ，线圈的匝数为1000匝。

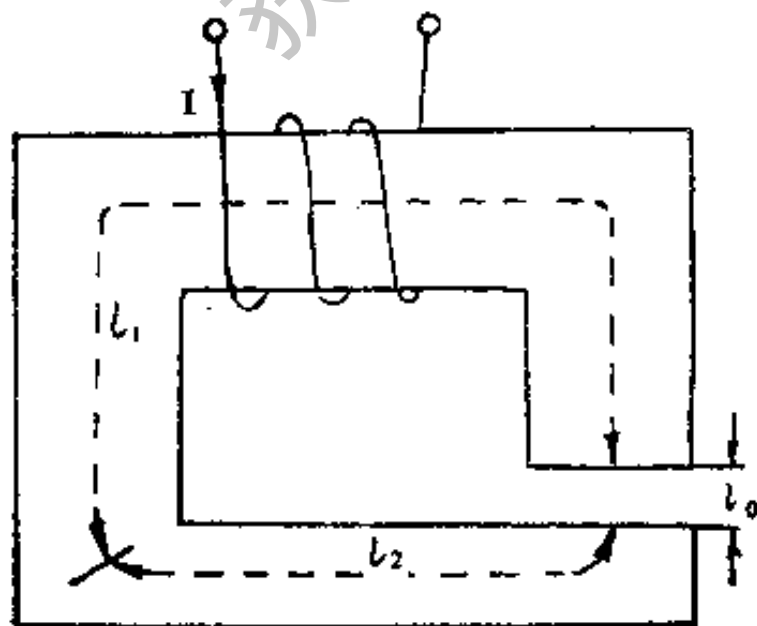


图 4-34 题 3 图

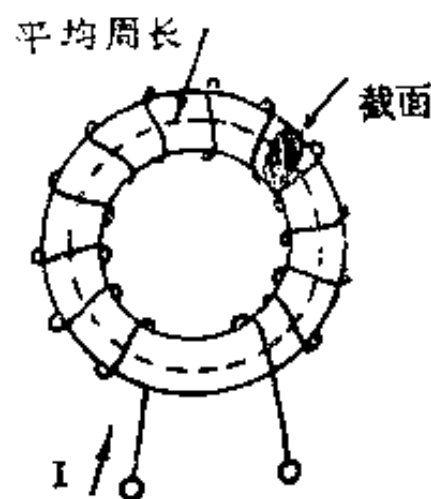


图 4-35 题 4 图

试求(1) 磁路的总磁阻;

(2) 电流为1.5安时, 通过空气隙的磁通 ϕ 。

4. 如图4-35所示, 一个截面积为8平方厘米, 平均周长为55厘米的空心环形螺线管, 其上均匀密绕1000匝线圈, 线圈中通过的电流为5安, 如果忽略漏磁通, 试求(1) 磁动势; (2) 磁场强度; (3) 磁路磁阻; (4) 环内的磁通; (5) 磁感应强度。

5. 硬磁材料和软磁材料在磁化过程中各有什么特点? 它们分别有哪些用途。

6. 有两根平行并相互靠近的载流直导线, 试求当通过同向电流和反向电流时, 两导体之间产生的电磁力的方向。

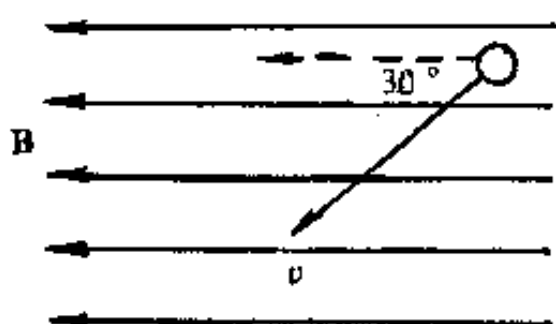


图 4-36 题 7 图

7. 如图 4-36 所示, 一根有效长度为0.8米, 电阻为0.5欧的直导线, 在 $B=1.2$ 特的均匀磁场中与磁力线垂直放置。如果它以2米/秒的速度与磁力线成 30° 角方向平移, 求导线中感应电势大小及方向。如果接以负载成闭合电路, 电流为320毫安, 求导线两端电压。

8. 一平均半径为20厘米的木环上绕有1000匝线圈, 设线匝的半径为2厘米, $\mu = \mu_0$, 试求它的电感值。

9. 圆柱形线圈的几何尺寸和 μ 值不变, 线圈密度增加一倍, 电感量增加多少?

10. 线圈的电感量为0.1亨, 电流在0.5秒钟内从5安均匀减少至2安, 试求自感电势的大小。

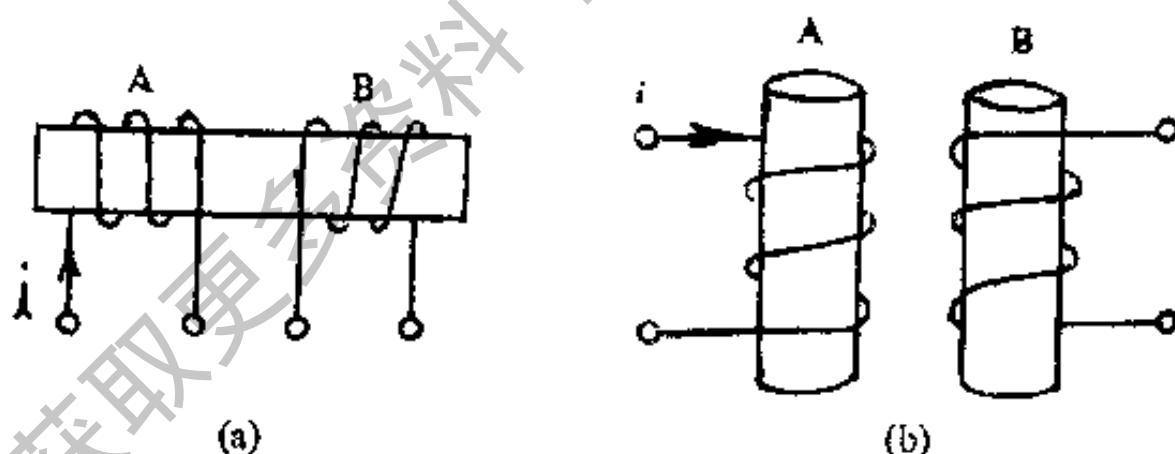


图4-37 题11图

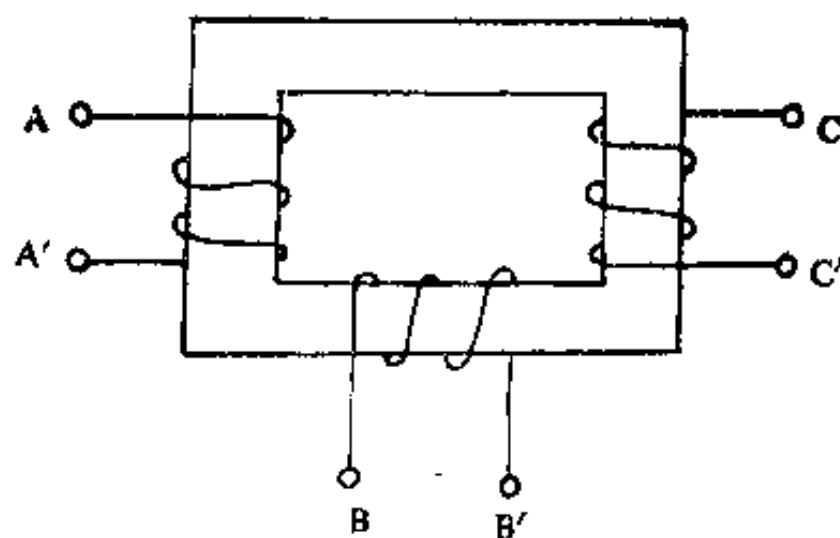


图4 38 题13图

11. 试决定图 4-37 中线圈 B 中的互感电势的方向。(1) 当 $\frac{\Delta i}{\Delta t} > 0$ (2) 当 $\frac{\Delta i}{\Delta t} < 0$ 。

12. 在图 4-37(a) 中, 两线圈的互感为 2 毫亨, 当线圈 A 中的电流变化率 $\frac{\Delta i}{\Delta t} = -80$

安/秒时, 求线圈 B 中的互感电势。

13. 试标出图 4-38 中线圈的同名端。

获取更多资料 微信搜索蓝领星球

第五章 正弦交流电路的基本概念

交流电的应用要比直流电广泛得多，工厂、农村以及人们的生活用电绝大部分都是交流电，在某些需要用直流电的场合也是将交流电整流后获得。只有少数特殊需要的场合才使用蓄电池和干电池作为直流电源。

直流电路和交流电路基本特性相同，分析计算电路的定律、公式也基本一致。但是由于交流电的大小和方向不断变化，这就带来一些新的问题，需要建立一些新的概念和分析电路的方法。

这一章我们主要介绍正弦交流电的特点，正弦交流电中电路元件的基本特性，为进一步分析交流电路打下基础。

5.1 正弦交流电的三要素

交流电是大小和方向均随时间作有规律变化的电流和电压，正弦交流电是按正弦规律作周期性变化的电流和电压。

既然正弦交流电是时间的周期性函数，因此可以用函数式来表示电流和电压的变化。我们知道，正弦三角函数的数学表示式为：

$$y = \sin \alpha \quad (5-1)$$

式中， α 为正弦三角函数的角度，以弧度或度为单位， y 为正弦函数值。当 α 在0至 2π 弧度内变化时，每一个确定的 α 都会有一个对应的函数值， α 超过 2π 弧度，函数值 y 重复原来的数值，以 2π 为周期变化。

如果用 y 来代表电流或电压，那么可以写出正弦电流（或电压）的交流表达式为：

$$i = I_m \sin \alpha \quad (5-2)$$

I_m 是电流的振幅值，当 $\sin \alpha = \pm 1$ 时， i 值分别为 $\pm I_m$ 。 α 是随时间变化的角度，如果正弦电流的频率为 f ，那么每秒钟正弦电流变化的角度，即角频率为 $\omega = 2\pi f$ 。它表示正弦交流电单位时间内（秒）变化的角度，单位为弧度/秒。

那么经过时间 t 的正弦交流电的变化角度应为：

$$\alpha = \omega t = 2\pi f t \quad (5-3)$$

将式(5-3)代入式(5-2)得：

$$i = I_m \sin \omega t \quad (5-4)$$

如果 $t = 0$ 时，交流电的起始值不是正好在每一周期的开始，而是具有某一初始值，那么其对应的函数式为：

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi) \quad (5-5)$$

式(5-5)是正弦交流电流瞬时值的通用表示式，图5-1是它的波形图。每一瞬间的 i 值都可由式(5-5)求得一个确定的函数值，并在图5-1中有一对应的点，故称式(5-5)为交流电的瞬时值表示式。

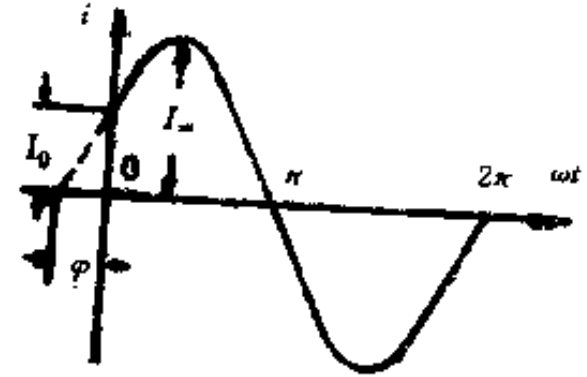


图5-1 正弦交流电流

从表示式中看出，一个正弦交流电有三个基本要素。

(1) I_m 为振幅值，电流在瞬时变化中所能达到的最大值。

(2) ω 为角频率，单位时间正弦电流相角的变化。

(3) φ 为初相角， t 为0时，正弦波相角的初始值，决定正弦交流电的初始幅值。

一个正弦交流电知道了振幅、角频率和初相角，那么正弦交流电就完全确定了，因此把这三个量称为正弦交流电的三要素。

5.2 正弦交流电的周期、频率和角频率

正弦交流电随时间不断地交替变化，交流电流从零开始增加至正的最大值，然后逐渐减小到零，接着又改变方向达至负的最大值，又逐渐增大到零，这样完成正负一周的变化所需要的时间称为周期。用符号 T 表示，单位为秒，周期愈短，表明交流电的变化愈快。图5-2画出了每秒钟变化四个周期的正弦交流电流，它的周期为0.25秒。

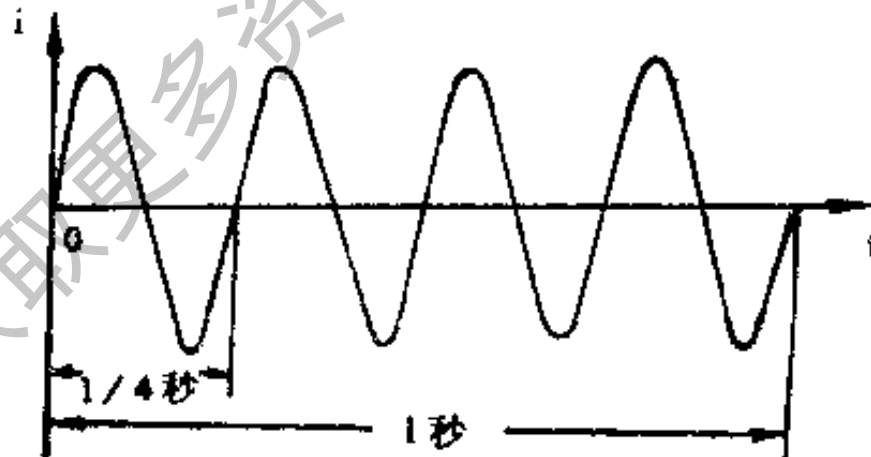


图5-2

在单位时间内交流电重复变化的周期数叫做频率，用字母 f 表示：

$$f = \frac{1}{T} \quad (5-6)$$

频率的单位为周/秒，或称为赫（兹）。频率和周期互为倒数。频率为100赫的交流电，周期为 $\frac{1}{100}$ 秒；周期为 $\frac{1}{50}$ 秒的交流电频率为50赫。

在正弦函数中，常以弧度为角度单位，因此角频率与频率的关系为：

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

频率、周期和角频率都可以用来表示交流电变化的速率，最常用的是频率。一般交流市电的频率为50赫，周期为0.02秒。

5.3 初相角及相位差

两个正弦交流电它们的振幅和角频率完全相同，但是初相角 φ 不同，我们不能说这两个正弦交流电完全相同。正弦交流电的初相角不相同，反映两个正弦交流电在相位上的不同，初相角对分析正弦交流电是非常重要的。如果两个振幅和频率相同的正弦交流电初相角也相同，则两电流相加振幅增大一倍，如果初相角相差 π ，则两电流完全反相，相加后互相抵消，合成电流为零。

初相角是指在 $t = 0$ 时的正弦交流电的相位角，两个不同初相角的交流电流可以表示为：

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= I_{m1} \sin(\omega t + \varphi_1) \\ i_2 &= I_{m2} \sin(\omega t + \varphi_2) \end{aligned} \right\} \quad (5-7)$$

实际上初相角与时间的起点选择有关，时间起点不同初相角也不同。 $t = 0$ 时，函数值为零，则初相角为零；函数值为正，初相角为正；函数值为负，初相角为负。图5-3表示三种不同初相角的交流电流，其中 i_1 的初相角为 $\frac{\pi}{4}$ ， i_2 的初相角为零， i_3 的初相角为 $-\frac{\pi}{4}$ 。它们的瞬时值分别为：

$$i_1 = I_{m1} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$i_2 = I_{m2} \sin \omega t$$

$$i_3 = I_{m3} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$$

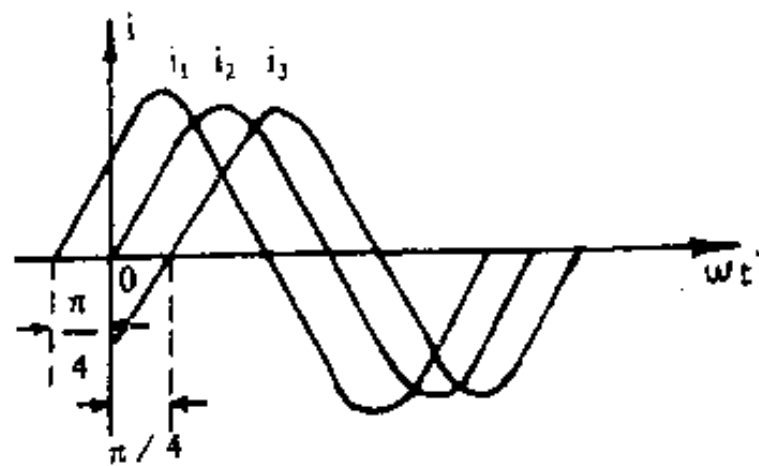


图5-3 不同初相角的正弦电流

习惯上初相角不用大于 π 的角来表示，当初相角大于 π 时可化成小于 π 的负角表示。例如超前 $\frac{3}{2}\pi$ 可用 $-\frac{\pi}{2}$ 来表示。

为了比较两个同频率的正弦交流电的相位关系，引入相位差的概念。两个同频率的正弦交流电相位之差叫做相位差。式(5-7)中的两个电流相位差为：

$$(\omega t + \varphi_1) - (\omega t + \varphi_2) = \varphi_1 - \varphi_2$$

这说明两个同频正弦交流电的相位差等于它们初相角之差，而与角频率 ω 及时间 t 没

有关系，通常把初相角为零的正弦量叫做参考正弦量。在图 5-3 中， i_2 为参考正弦电流， i_1 比 i_2 的相位超前 $\frac{\pi}{4}$ ， i_3 比 i_2 的相位落后 $\frac{\pi}{4}$ ，因此 i_1 、 i_3 与参考电流 i_2 的相位差分别为

$$\frac{\pi}{4} \text{ 和 } -\frac{\pi}{4}, \text{ 而 } i_1 \text{ 与 } i_3 \text{ 之间的相位差为 } \frac{\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{2}.$$

实际上，参考正弦量的选择是任意的。例如在图 5-3 中，选 i_1 为参考电流，则 i_2 比 i_1 落后 $\frac{\pi}{4}$ ， i_3 比 i_1 落后 $\frac{\pi}{2}$ 。它们之间的相位差不因参考电流的改变而变化。

从以上讨论可以看出，相位差实际上说明两个正弦量在时间上的超前或滞后的关系。如果 $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 > 0$ ，则说明 i_1 超前 i_2 ，即 i_1 的最大值出现时刻比 i_2 早 φ 角；如果 $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 < 0$ ，则说明 i_1 滞后 i_2 ，电流 i_1 的最大值出现比 i_2 滞后一个 φ 角。

相位差为零的两个正弦交流电称为同相，相位差为 π 的两个正弦交流电称为反相。相位差为 $\frac{\pi}{2}$ 的两个正弦交流电称为正交。

〔例 5-1〕 已知电流与电压的瞬时值表示式为 $u = 311\sin(\omega t - 150^\circ)$ 伏， $i_1 = 6.7\sin(\omega t - 35^\circ)$ 安， $i_2 = 1.32\sin(\omega t + 60^\circ)$ 安。试在保持相位差不变的条件下，将电压的初相角改为 0° ，重新写出它们的瞬时值函数式。

〔解〕 先求出电流与电压的相位差：

$$i_1 \text{ 与 } u \text{ 的相位差 } \varphi_1 = -35^\circ - (-150^\circ) = +115^\circ$$

$$i_2 \text{ 与 } u \text{ 的相位差 } \varphi_2 = 60^\circ - (-150^\circ) = +210^\circ$$

由于相位差大于 180° ，可用 $210^\circ - 360^\circ = -150^\circ$ 表示，说明 i_2 滞后 u 150° 。因而重新改写的瞬时值为：

$$u = 311\sin\omega t \text{ 伏}$$

$$i_1 = 6.7\sin(\omega t + 115^\circ) \text{ 安}$$

$$i_2 = 1.32\sin(\omega t - 150^\circ) \text{ 安}$$

5.4 正弦交流电的有效值与平均值

前面讨论了交流电的瞬时值，由于瞬时值是随时间不断变化的，不能直接反映出交流电的实际功效。在电工技术中，常常用到的是交流电的热效应和机械效应，而这种效应是在正弦交流电一个周期或一段时间的效果，因此引入了有效值的概念。所谓有效值是指交流电在一个周期内的热效应和某一直流电所产生的热效应相同，那么这一直流电（电压或电流）的值就是该交流电的有效值。实验和理论分析都证明，正弦交流电的有效值等于将正弦交流电的瞬时值平方后取一个周期的平均值再开方，所以又称为均方根值。

如果正弦交流电的有效值用 I 表示，电压有效值用 U 表示，那么它们和最大值的

关系为：

$$I = \frac{1}{\sqrt{2}} I_m = 0.707 I_m$$

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}} U_m = 0.707 U_m$$

或

$$I_m = \sqrt{2} I = 1.414 I$$

$$U_m = \sqrt{2} U = 1.414 U$$

在交流电气设备中所给出的电压、电流均为有效值，我们平时接触到的交流电 220 伏或 380 伏均是指有效值。电工仪表测得的电压和电流值也是有效值。

需要指出的是正弦交流电流或电压的有效值和平均值是不同的。有效值是从热效应等效的条件出发所求得的与直流电流或电压的等效值，而平均值是指交流电在半个周期内的平均值，它相当于用一块矩形面积去代替曲线和横轴所包含的面积。数学分析可以求得正弦交流电平均值与振幅值的关系为：

$$I_p = \frac{2}{\pi} I_m = 0.637 I_m$$

或 $I_m = \frac{\pi}{2} I_p = 1.57 I_p$

〔例5-2〕 用安培计量得电动机的起动电流为 10 安，试问电流瞬时最大值为多少？

〔解〕 $I_m = \sqrt{2} I = \sqrt{2} \times 10 = 14.14$ 安

5.5 复数及其四则运算

一个正弦量可以用三角函数式来表示，也可以用波形表示，但是这两种表示方法在进行电路运算时非常不便。实际上正弦电路中的电压和电流通常都是具有相同的频率，只是振幅和初相角不同，在进行正弦电路计算时，参加计算只是正弦电压和电流的振幅和初相角这两个要素，而频率仍保持不变，因此引入了一种相量法，相量法能够非常方便的对比正弦交流电路进行计算。所谓相量法实际上就是用复数来表示正弦量，一个复数可以有效地把正弦量的振幅和初相角包含在内，把正弦量的三角函数运算变成复数的运算，把电路元件电阻以及电感和电容在交流电路中所呈现的电抗也用相应的复数来表示，使正弦电路的计算大为简化。在讨论相量法之前简要地复习一下复数的运算法则。

一个复数可用 $A = a + jb$ 表示，其中 a 、 b 都是实数。 a 称为复数的实部， jb 称为复数的虚部， $j = \sqrt{-1}$ 是虚数的单位。

如果在一平面直角坐标系中，以横轴代表复数的实部，称为实轴；以纵轴代表复数的虚部，称为虚轴，那么该直角平面坐标系就是一个复数坐标系，称为复平面，如图 5-4 所示。复平面上每一点都可以根据它在横轴和纵轴上的投影求得对应的实部和虚部，得到该点的复数值。在图 5-4 中 P 点在实轴上的投影为 1.5，在虚轴上的投影为 2.5，则 P 对应的复数为 $A = 1.5 + j2.5$ 。

如果将坐标原点 O 向 P 作一直线，则 \vec{OP} 就是一个复数矢量，复平面上的每一点都对应一个复数矢量。设任一点的复数为 $A = a + jb$ ，则复数矢量可用矢量的长度 r 和幅角 θ 表

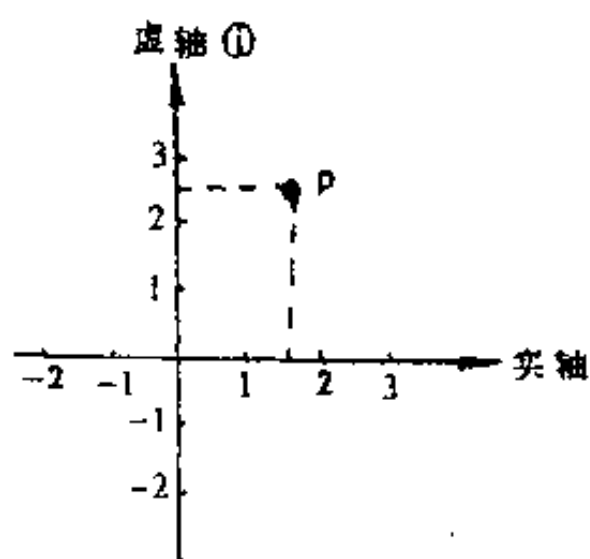


图5-4 复平面坐标系

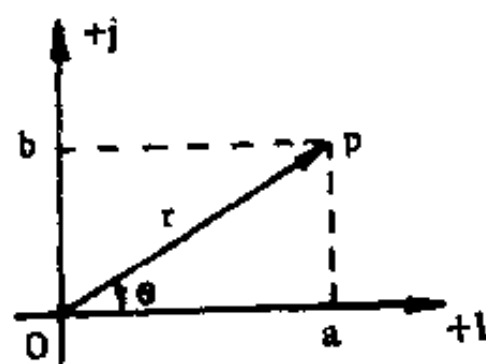


图5-5 复数矢量的模和幅角

示。如图5-5所示矢量长度是指从原点至复平面上该复数点的长度，它定义为复数的绝对值，称为复数 A 的模，从图5-5直角三角形 OPa 中可求得：

$$r = |P| = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (5-8)$$

模总是取正值。矢量与正实轴之间的夹角 θ ，称为复数的幅角，幅角可由下式求得：

$$\theta = \arctg \frac{b}{a} \quad (\theta \leq 2\pi) \quad (5-9)$$

已知模和幅角，可求得复数的实部和虚部。

$$a = r \cos \theta, \quad b = r \sin \theta$$

所以 $A = a + jb = r \cos \theta + jr \sin \theta$

$$A = r(\cos \theta + j \sin \theta) \quad (5-10)$$

根据数学中的尤拉公式：

$$e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$$

式(5-10)可写成：

$$A = a + jb = r e^{j\theta} \quad (5-11)$$

式(5-11)是复数的指数形式，在电路计算时常将它简化为：

$$A = r \angle \theta \quad (5-12)$$

式(5-12)是复数的极坐标形式。综上所述，复数可以有四种表示式：

代数式： $A = a + jb$

三角函数式： $A = r(\cos \theta + j \sin \theta)$

指数式： $A = r e^{j\theta}$

极坐标式： $A = r \angle \theta$

根据数学中所学的复数四则运算，设：

$$A = a_1 + jb_1 = r_1 \angle \theta_1, \quad B = a_2 + jb_2 = r_2 \angle \theta_2$$

则 $A \pm B = (a_1 \pm a_2) + j(b_1 \pm b_2)$

$$A \cdot B = r_1 e^{j\theta_1} \cdot r_2 e^{j\theta_2} = r_1 \cdot r_2 e^{j(\theta_1 + \theta_2)} = r_1 r_2 \angle \theta_1 + \theta_2$$

$$A/B = r_1 e^{j\theta_1} / r_2 e^{j\theta_2} = \frac{r_1}{r_2} e^{j(\theta_1 - \theta_2)} = r_1/r_2 \angle \theta_1 - \theta_2$$

以上这些运算法则在交流电路计算中会经常遇到。复数的加减法运算用代数式或三角函数式较为方便，复数的乘除运算则以指数式较为方便。上述的四种形式可以进行变换，以求得便于运算的表示式。

〔例5-3〕 写出复数 $3 + j4$ 的指数式、三角式及极坐标式。

〔解〕 根据式(5-8)和式(5-9)分别求出模和幅角：

$$r = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$\theta = \operatorname{arctg} \frac{4}{3} = 53^\circ = 0.295\pi$$

指数形式： $5e^{j53^\circ} = 5e^{j0.295\pi}$

三角函数形式： $5\cos 53^\circ + j5\sin 53^\circ = 5\cos 0.295\pi + j5\sin 0.295\pi$

极坐标形式： $5 \angle 53^\circ$ 或 $5 \angle 0.295\pi$

〔例5-4〕 求 $50e^{j\frac{\pi}{3}}$ 与 $25e^{-j\frac{\pi}{4}}$ 的和与积。

〔解〕 1. 求和

$$\begin{aligned} & 50e^{j\frac{\pi}{3}} + 25e^{-j\frac{\pi}{4}} \\ &= 50 \left(\cos \frac{\pi}{3} + j \sin \frac{\pi}{3} \right) + 25 \left(\cos \frac{\pi}{4} - j \sin \frac{\pi}{4} \right) \\ &= 25 + j43 + 17.7 - j17.7 \\ &= 42.7 + j25.3 = 49.6e^{j30.6^\circ} = 49.6e^{j0.17\pi} \end{aligned}$$

2. 求积

$$\begin{aligned} & 50e^{j\frac{\pi}{3}} \cdot 25e^{-j\frac{\pi}{4}} \\ &= (50 \times 25)e^{j(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4})} = 1250e^{j\frac{\pi}{12}} \end{aligned}$$

〔例5-5〕 求 $e^{j\frac{\pi}{2}}$, $e^{j\pi}$, $e^{j\frac{3}{2}\pi}$, $e^{j2\pi}$ 的代数表示式以及它们分别和 $30e^{j\frac{\pi}{3}}$ 的乘积。

1. 代数表示式

$$e^{j\frac{\pi}{2}} = \cos \frac{\pi}{2} + j \sin \frac{\pi}{2} = j$$

$$e^{j\pi} = \cos\pi + j\sin\pi = -1$$

$$e^{j\frac{3}{2}\pi} = \cos\frac{3}{2}\pi + j\sin\frac{3}{2}\pi = -j$$

$$e^{j2\pi} = \cos 2\pi + j\sin 2\pi = 1$$

2. 求积

$$30e^{j\frac{\pi}{3}} \cdot e^{j\frac{\pi}{2}} = j30e^{j\frac{\pi}{3}}$$

$$30e^{j\frac{\pi}{3}} \cdot e^{j\pi} = -30e^{j\frac{\pi}{3}}$$

$$30e^{j\frac{\pi}{3}} \cdot e^{j\frac{3}{2}\pi} = -j30e^{j\frac{\pi}{3}}$$

$$30e^{j\frac{\pi}{3}} \cdot e^{j2\pi} = 30e^{j\frac{\pi}{3}}$$

从上例可见,模为1、幅角为 θ 的复数矢量和任一复数矢量相乘,乘积矢量的模不变,而转矢量逆时针旋转 θ 角。相当于使矢量旋转了一个 θ 角,因此模为1的复数矢量 $e^{j\theta}$ ($=1\angle\theta$)称为旋转因子。一个复数矢量乘以 j 相当于矢量逆时针旋转 $\frac{\pi}{2}$;乘以 -1 相当于逆时针旋转 π ;乘以 $-j$ 相当于逆时针旋转 $\frac{3}{2}\pi$ 。

5.6 正弦量的相量表示法

正弦交流电路的复数运算方法是建立在正弦量的相量表示法基础上的,一个正弦量:

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi) \quad (5-13)$$

可以用复平面中的一个旋转矢量来表示,在复平面中过原点作一矢量 OA ,它的长度等于 U_m ,与横轴正方向的夹角为 φ ,那么矢量 OA 以 ω 的角速度逆时针旋转,这个矢量在虚轴上的投影就是这个正弦电压的瞬时值。图5-6表示旋转矢量在纵轴上的投影为一正弦量。

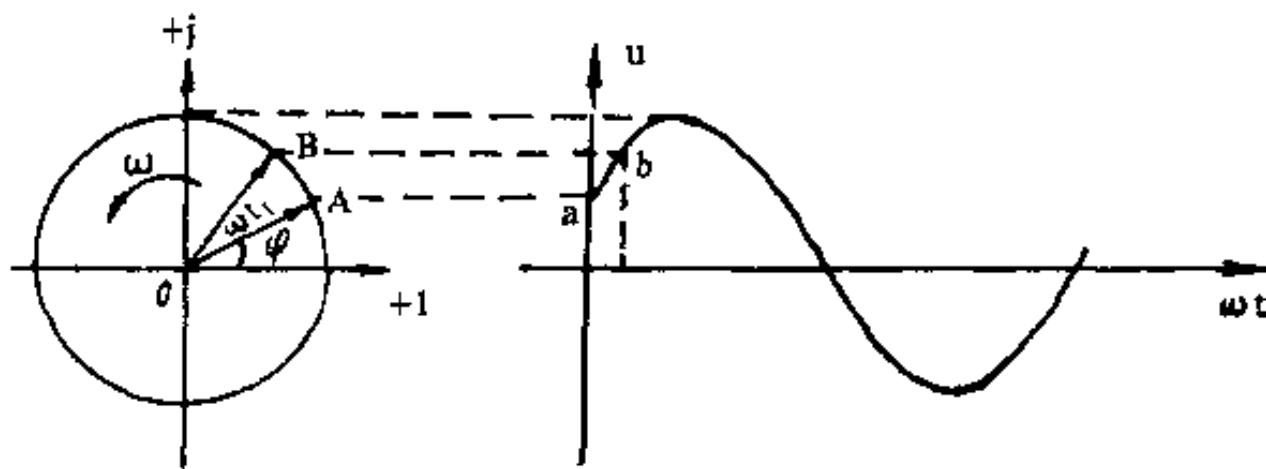


图5-6 正弦量的复数表示法

这个复数矢量的指数形式和极坐标形式分别为:

$$\left. \begin{aligned} \vec{U}_m &= U_m e^{j(\omega t + \varphi)} \\ \vec{U}_m &= U_m / \omega t + \varphi \end{aligned} \right\} \quad (5-14)$$

在实际情况下，信号具有相同的角频率，因此旋转矢量不论旋转到什么位置，它们之间的相对位置总保持不变，这样一来，复数矢量就只用振幅和初相角来表示。对于式(5-13)的正弦电压，用复数矢量表示为：

$$\dot{U}_m = U_m e^{j\varphi} = \dot{U}_m \angle \varphi$$

这种正弦电压的复数形式称为正弦电压（或电流）的相量表示法。为了和矢量相区别，相量用大写英文字母上加圆点表示，通常相量的幅值用有效值表示。它们在相量图上的位置如图5-7(a)所示。

$$\left. \begin{aligned} \dot{U} &= U e^{j\varphi_1} = U \angle \varphi_1 \\ \dot{I} &= I e^{j\varphi_2} = I \angle \varphi_2 \end{aligned} \right\} \quad (5-15)$$

前面已经讲到，在研究正弦交流电的相位关系时，我们主要关心它们之间的相位差，而不是它们的初相位，因此常常设定某一正弦量为参考相量，参考相量的初相为零，其在相量图上的位置与实轴方向一致。相当于相量顺时针旋转了 φ_1 角，这时电压、电流的相量分别为：

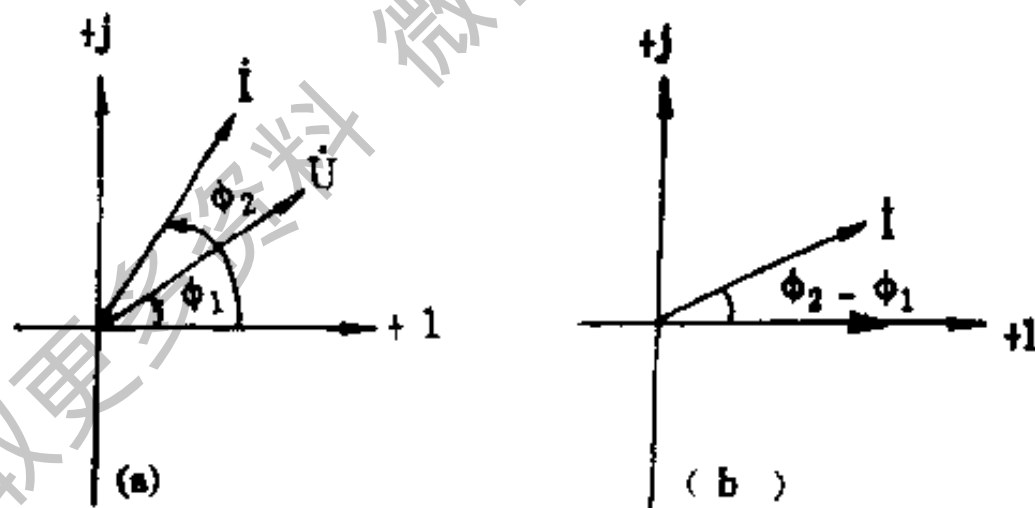


图5-7 参考相量

$$\left. \begin{aligned} \dot{U} &= U \angle 0^\circ \\ \dot{I} &= I \angle \varphi_2 - \varphi_1 \end{aligned} \right\} \quad (5-16)$$

知道了正弦量的相量，就可以很容易写出它们的瞬时值表示式。例如 $\dot{U} = 220 e^{j\frac{\pi}{3}}$ 的瞬时值表示式为 $u = \sqrt{2} \times 220 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$ 。同样，已知电流的瞬时值表示式为 $i = \sqrt{2} \times 15 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$ ，那么电流相量表示式为 $\dot{I} = 15 e^{-j\frac{\pi}{4}}$ 。

正弦量用相量表示后，正弦交流电路的计算就可以按复数运算的法则来进行，求出正弦电流和电压的相量，如果需要，再转换成三角函数的表示式。这样电路的计算就十分简

便。应当指出，相量表示法是以相同的频率为前提，因此只有同频率的正弦量才能用相量进行计算，这种用相量计算交流电路的方法称为相量法，或叫符号法。

〔例5-6〕 用相量法求电压 $u_1 = 150\sin(\omega t + 36.9^\circ)$ 伏， $u_2 = 220\sin(\omega t + 60^\circ)$ 伏之和。

〔解〕 先求出电压的相量分别为：

$$\dot{U}_{u_1} = 150e^{j36.9^\circ} = 150\angle 36.9^\circ \text{ 伏}$$

$$\dot{U}_{u_2} = 220e^{j60^\circ} = 220\angle 60^\circ \text{ 伏}$$

$$\dot{U} = \dot{U}_{u_1} + \dot{U}_{u_2}$$

$$= (150\cos 36.9^\circ + j150\sin 36.9^\circ) + (220\cos 60^\circ + j220\sin 60^\circ)$$

$$= (120 + j90) + (110 + j190.5)$$

$$= 230 + j280.5$$

$$= 363e^{j50.6^\circ} = 363\angle 50.6^\circ \text{ 伏}$$

其对应的函数式为：

$$u = 363\sin(\omega t + 50.6^\circ)$$

5.7 正弦交流电路中的电阻元件

直流电路中的基本元件是电阻，一切消耗直流电能的负载都可以等效为某一阻值的电阻。在理想情况下，一个纯电容在直流电路中可视为开路，一个纯电感可视为短路，但在交流电路中，电容和电感都会对电流呈现出一定的阻力，所以交流电路中的基本元件有电阻、电容和电感。这三种基本元件可单独存在于电路中，也可以某种组合方式存在于电路中，实际上大部分电器设备都是由两种或两种以上的元件组合而成。

下面几节我们将分别讨论单一元件在正弦电路中的作用，分析这些元件上电流电压的相量关系，功率消耗的计算，为进一步了解复杂交流电路打下基础。

一、电阻元件上电压与电流的关系

在正弦交流电路中，电阻两端的电压和电流的关系同样也符合欧姆定律。图 5-8(a) 表示接在一个交流电路中的电阻负载，设电压和电流的正方向一致，流过电阻的电流为：

$$i_R = I_m \sin(\omega t + \varphi) \quad (5-17)$$

电阻两端的电压为：

$$u_R = i_R R = RI_m \sin(\omega t + \varphi)$$

$$= U_{Rm} \sin(\omega t + \varphi) \quad (5-18)$$

由以上分析可以得出以下结论：

1. 电阻元件两端的电压和流过电阻元件的电流具有相同的相角，两者相位差为零，或者说电压电流同相。画出其波形图见图5-8(b)所示。

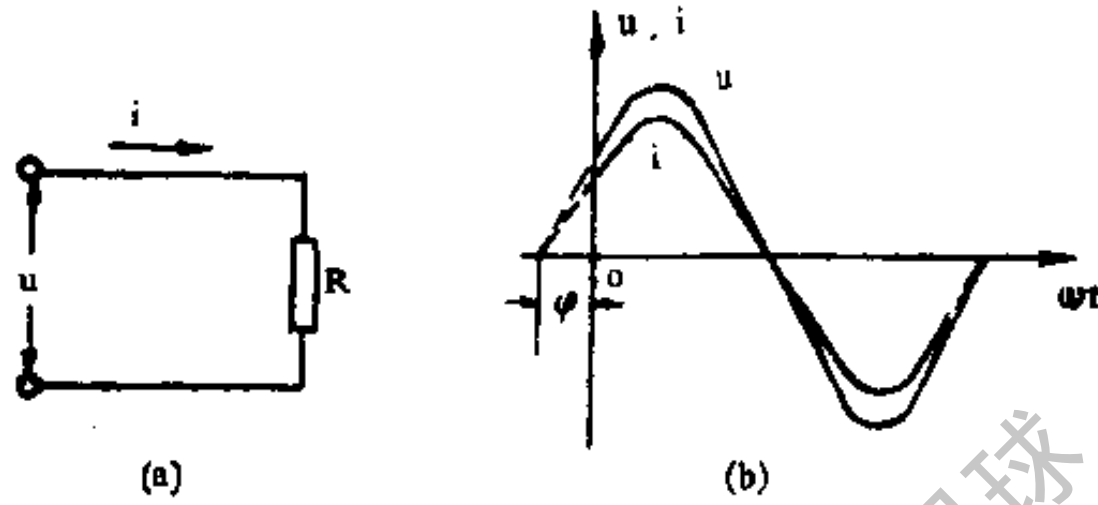


图5-8 电阻元件上的电压与电流关系

2. 电压和电流有效值的欧姆定律表示式为 $\frac{U_R}{I_R} = R$ 或 $U_R = I_R R$ ，这说明交流电路中电阻元件上有效值的欧姆定律形式和直流电路完全相同。

二、电阻元件上电压与电流的相量关系

根据式(5-17)和式(5-18)可写出电阻元件上电流与电压的相量为：

$$\dot{I}_R = I_R \angle \varphi$$

$$\dot{U}_R = U_R \angle \varphi = R I_R \angle \varphi = R \dot{I}_R$$

所以

$$\frac{\dot{U}_R}{\dot{I}_R} = R \quad (5-19)$$

式(5-19)就是相量形式的欧姆定律。如果设电流 \dot{I} 为参考相量，则电流电压的相量关系图如图5-9所示，电流电压同相，与实数轴重合，因此式(5-19)可以写成有效值形式：

$$U_R = I_R R \quad (5-20)$$

三、电阻元件的功率

交流电路中，任一时刻电路元件上的电压与电流瞬时值的乘积，叫做该元件的瞬时功率，用小写英文字母 p 表示，即 $p = u_R i_R$ 。

由于瞬时功率随时间变化，不能给出一个确定的功率值，所以在工程上都是计算平均功率，即瞬时功率在一个周期内的平均值，用大写英文字母 P 表示：

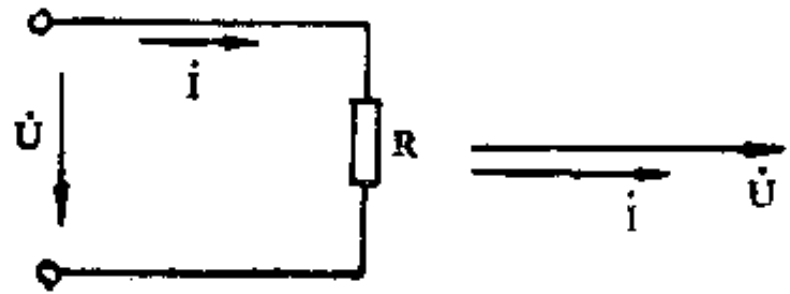


图5-9 电阻元件上的相量关系

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt \quad (5-21)$$

计算电阻元件的平均功率可先求出瞬时功率的数学表示式:

$$\begin{aligned} p &= i_R u_R = U_{Rm} \sin \omega t \times I_{Rm} \sin \omega t \\ &= U_{Rm} I_{Rm} \sin^2 \omega t \\ &= U_{Rm} I_{Rm} \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} \\ &= U_R I_R - U_R I_R \cos 2\omega t \end{aligned} \quad (5-22)$$

瞬时功率是由两项组成, 一项是有效值的乘积, 一项是二倍频分量, 二倍频分量在一个周期内的积分等于零, 所以只剩下前一项, 故平均功率可写为:

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T} \int_0^T p = \frac{1}{T} \int_0^T U_R I_R dt - \frac{1}{T} \int_0^T U_R I_R \cos 2\omega t dt \\ P &= U_R I_R \end{aligned} \quad (5-23)$$

图5-10画出了电阻元件上的瞬时功率曲线, 将正弦电流和电压曲线逐点相乘就可以得到这条功率曲线。正弦周期的前半周, 电流电压均为正值, 瞬时功率为正, 说明电阻消耗电能, 正弦周期后半周, 电流电压均为负, 两负值相乘瞬时功率仍为正, 电阻继续消耗电能。这是因为电阻上的电流电压同相, 或均为正值, 或均为负值, 二者相乘功率总是为正值, 说明电阻在交流电路中是一个耗能元件。和直流电路中的功率计算公式一样, 电阻元件在交流电路中平均功率的计算式可写成:

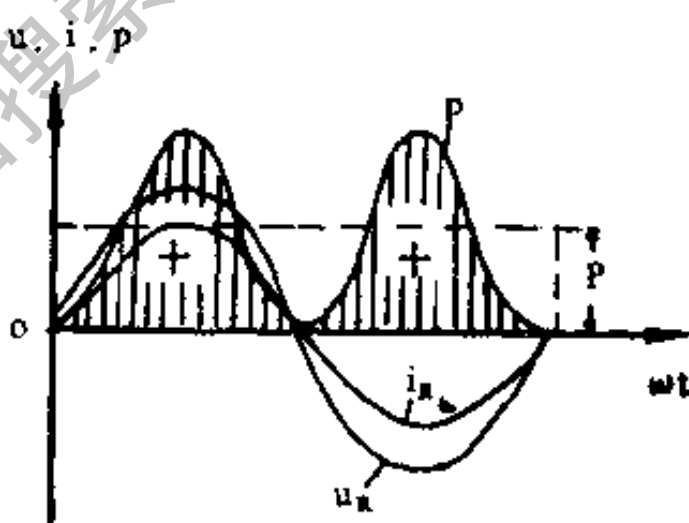


图5-10 电阻元件上的瞬时功率

$$P = U_R I_R = I_R^2 R = \frac{U_R^2}{R} \quad (5-24)$$

平均功率反映元件实际消耗电能的大小, 因此又称为有功功率, 或简称功率。

电器上所标明的功率通常都是指有功功率。例如灯泡的额定功率为60瓦, 是指在额定电压的条件下, 灯泡的功率为60瓦。

〔例5-7〕 额定电压为220伏, 额定功率分别为100瓦和60瓦的两只灯泡, 接在 $u_1 = 220\sqrt{2} \sin 100\pi ft$ 伏和 $u_2 = 110\sqrt{2} \sin 100\pi ft$ 伏的交流电源上, 消耗的功率分别为多少?

〔解〕 1. 接在220伏交流电源上时, 灯泡在额定电压下工作, 消耗的功率为额定功率, 分别为100瓦和60瓦。

2. 接在110伏交流电源上时, 可以有两种解法。

(1) 因灯泡电阻不变, 电压下降到额定电压的 $\frac{1}{2}$, 因功率和电压的平方成正比, 电压下降 $\frac{1}{2}$ 故功率下降 $\frac{1}{4}$, 所以100瓦灯泡此时消耗功率为25瓦, 60瓦灯泡消耗功率为15瓦。

(2) 根据 $P = \frac{U^2}{R}$ 可求出灯泡的电阻, 注意求电阻时需用额定电压和额定功率代入上式。

$$R_1 = \frac{220^2}{100} = 484 \text{ 欧}$$

$$R_2 = \frac{220^2}{60} = 807 \text{ 欧}$$

接在110伏的交流电上, 消耗功率为:

$$P_1 = \frac{110^2}{484} = 25 \text{ 瓦}$$

$$P_2 = \frac{110^2}{807} = 15 \text{ 瓦}$$

5.8 正弦交流电路中的电感元件

一、电感元件上电压与电流的关系

一个电感线圈, 忽略它的电阻, 看作只有电感 L 的理想元件。当这样一个电感线圈接入交流电路中时, 如果两端电压为 u_L , 流过的电流为 i_L , 选定电压电流的正方向一致, 如图5-11(a)所示。设电流为:

$$i_L = I_{Lm} \sin \omega t \quad (5-25)$$

则电感两端的自感电压为:

$$\begin{aligned} u_L &= L \frac{di_L}{dt} = L \frac{dI_{Lm} \sin \omega t}{dt} \\ &= LI_{Lm} \frac{d \sin \omega t}{dt} \\ &= I_{Lm} \omega L \cos \omega t \\ &= U_{Lm} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \end{aligned} \quad (5-26)$$

式中, $U_{Lm} = I_{Lm} \omega L$

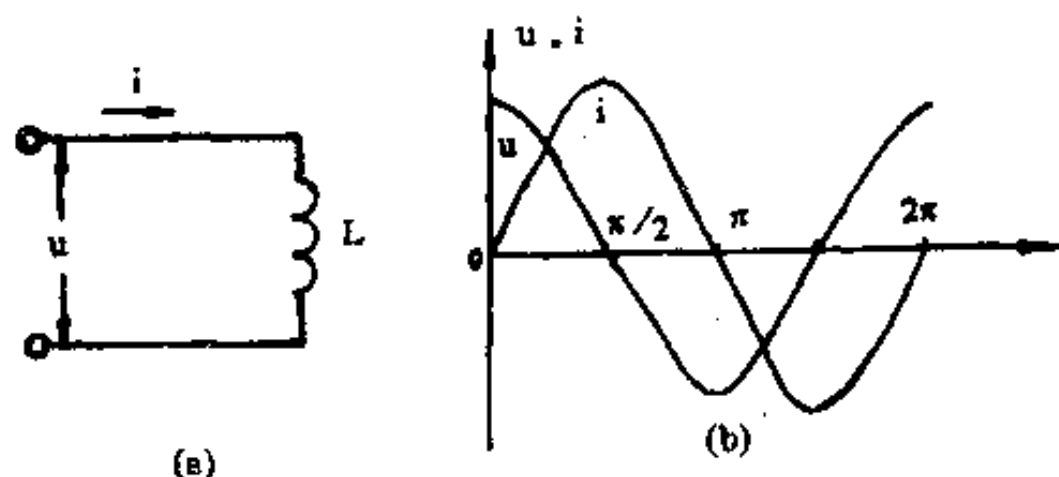


图5-11 电感元件上的电压和电流波形

写成有效值的形式为:

$$U_L = I_L \omega L$$

$$\text{令 } X_L = \omega L = 2\pi f L \quad (5-27)$$

$$\text{则 } U_L = I_L X_L \quad (5-28)$$

X_L 称为感抗, 当频率单位为赫, 电感单位为亨时, 感抗单位为欧。它是反映电感元件对交流电流阻力大小的一个物理量, 以上分析可得出如下结论:

1. 理想的电感元件, 电压的相位比电流的相位超前 $\frac{\pi}{2}$, 或者电流比电压滞后 $\frac{\pi}{2}$, 曲线如图 5-10(b) 所示。电感元件上电压与电流的这种相位关系是因为自感电压和电流的变化率成正比。在正弦电流的波形变化中可以看出, 当电流瞬时值为零时, 曲线的斜率最大, 电流具有最大的变化率, 故自感电压最大。当电流增加时, 电流的增长速率减慢, 所以自感电压也减少, 电流达到最大值时, 变化率为零, 自感电压也为零, 这是第一个 $\frac{1}{4}$ 周期内的状况。在第二个 $\frac{1}{4}$ 周期内, 电流开始减小, 变化率为负, 故自感电压也成为负值, 当电流达到零值, 自感电压达到负峰值。然后又开始下半个周期的变化。

不难看出, 电感元件上的电压和电流的最大值交替出现, 相位相差 90° , 即 $\frac{\pi}{2}$ 。由于电感线圈是以电流产生磁场能来存储能量的, 而能量的释放和吸收需要有一个过程, 所以电感元件中电流的变化总是滞后电压。

2. 电感元件中的电压和电流有效值的欧姆定律表示式为:

$$\frac{U_L}{I_L} = X_L \quad \text{或} \quad U_L = I_L X_L$$

式中, 感抗 $X_L = 2\pi f L$, 它与电源的频率及电感量成正比。频率越高, L 越大, 自感电压也越大。反之, 频率越低, L 越小, 呈现的感抗也就小, 对于直流来说, 由于频率为零, 所以电感相当于短路。图5-12表示电感 L 一定的条件下, 感抗 X_L 随频率 f 变化的曲线。

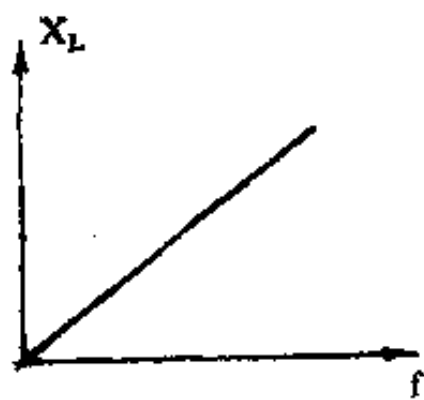


图5-12 X_L 与 f 的关系曲线

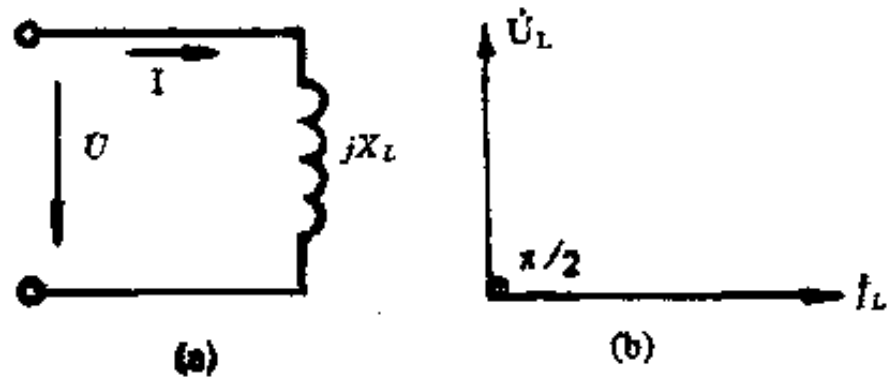


图5-13 电感元件上电压与电流的相量图

二、电感元件上电压与电流的相量关系

根据式(5-25)和式(5-26)可以写出电感元件上电流与电压的相量为:

$$\begin{aligned} \dot{I}_L &= I_L \angle 0^\circ \\ \dot{U}_L &= \omega L I_L \angle 90^\circ = j\omega L \dot{I}_L = jX_L \dot{I}_L \\ \frac{\dot{U}_L}{\dot{I}_L} &= jX_L \end{aligned} \quad (5-29)$$

式(5-29)就是电感元件上电压与电流相量的欧姆定律。它们的大小可用有效值形式表示:

$$\frac{U_L}{I_L} = X_L$$

相位关系是 U_L 超前 $I_L 90^\circ$ ($\frac{\pi}{2}$), 其相量图如图5-13所示。

三、电感元件的功率

电感元件上的交流瞬时功率为:

$$\begin{aligned} p_L &= u_L i_L = U_{Lm} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) I_{Lm} \sin \omega t \\ &= U_{Lm} I_{Lm} \cos \omega t \sin \omega t \\ &= \frac{1}{2} U_{Lm} I_{Lm} \sin 2\omega t \end{aligned}$$

$$\text{故 } p_L = U_L I_L \sin 2\omega t \quad (5-30)$$

上式说明, 电感元件上的瞬时功率是随时间变化的正弦函数, 频率是电流(或电压)频率的两倍。如果把电流电压的波形图逐点相乘, 就可以得出瞬时功率的曲线, 如图5-14所示。它和式(5-30)的结果完全一致, 即正弦电流(或电压)变化一个周期, 功率变化了

两个周期。

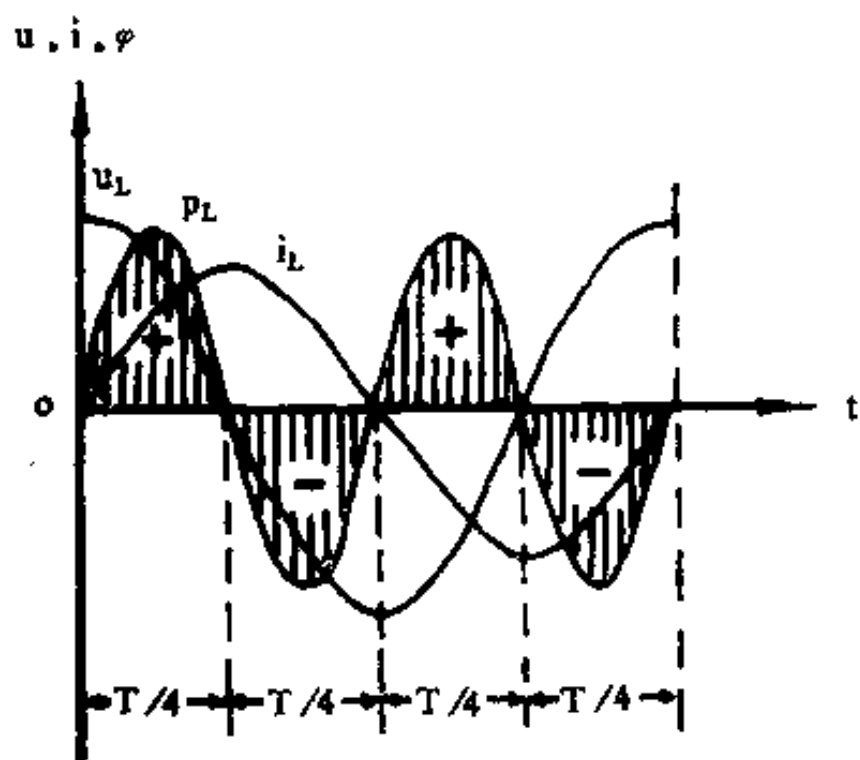


图5-14 电感电路中的功率曲线

功率曲线的变化规律是这样的，在第一个 $1/4$ 周期内，电流电压均为正值，功率为正值，表示电感从电源吸取能量，即电能变为磁场能；在第二个 $1/4$ 周期内，电流为正，电压为负，功率为负值，表示电感向电源释放能量，即磁场能变成电能。然后按同样的道理进行下半周期的变化。对于理想电感元件，在一个周期内，只有能量的转换，没有能量的消耗，因此平均功率为零。即：

$$P_L = \frac{1}{T} \int_0^T p_L dt = \frac{1}{T} \int_0^T U_L I_L \sin 2\omega t dt = 0$$

式(5-30)瞬时功率的最大值为 $U_L I_L$ ，我们把 $U_L I_L$ 叫做无功功率，以 Q_L 表示，它说明电源和电感元件之间能量交换的最大速率：

$$Q_L = U_L I_L = I_L^2 X_L = \frac{U_L^2}{X_L} \quad (5-31)$$

当电压单位为伏，电流单位为安时，无功功率的单位为乏。

〔例5-8〕 已知一线圈的电感量为0.15亨（电阻忽略不计），先后接在频率为50赫及5000赫，电压为220伏电源上，试计算两种情况下的感抗，通过线圈的电流及无功功率。

〔解〕 (1) 求感抗

$$X_{L1} = 2\pi f_1 L = 2\pi \times 50 \times 0.15 = 47.12 \text{ 欧}$$

$$X_{L2} = 2\pi f_2 L = 2\pi \times 5000 \times 0.15 = 4712 \text{ 欧}$$

(2) 求电流

$$I_{L1} = \frac{U}{X_{L1}} = \frac{220}{47.12} = 4.67 \text{ 安}$$

$$I_{L2} = \frac{U}{X_{L2}} = \frac{220}{4712} = 0.0467 \text{ 安}$$

(3) 求无功功率

$$Q_{L1} = U_L I_{L1} = 220 \times 4.67 = 1027 \text{ 乏}$$

$$Q_{L2} = U_L I_{L2} = 220 \times 0.0467 = 10.27 \text{ 乏}$$

5.9 正弦交流电路中的电容元件

一、电容元件上电压与电流的关系

设电容两端的电压为 u_c ，流过电容的电流为 i_c ，选定电压电流的正方向一致，如图5-15(a)所示。当 u_c 为：

$$u_c = U_{c_m} \sin \omega t \quad (5-32)$$

则流过电路中电流为：

$$\begin{aligned} i_c &= C \frac{du_c}{dt} = C \frac{dU_{c_m} \sin \omega t}{dt} \\ &= U_{c_m} \omega C \cos \omega t \\ &= I_{c_m} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \end{aligned} \quad (5-33)$$

式中， $I_{c_m} = U_{c_m} \omega C$

写成有效值的形式为：

$$I_c = U_c \omega C$$

$$\text{令 } X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} \quad (5-34)$$

$$\text{则 } I_c = \frac{U_c}{X_c} \quad (5-35)$$

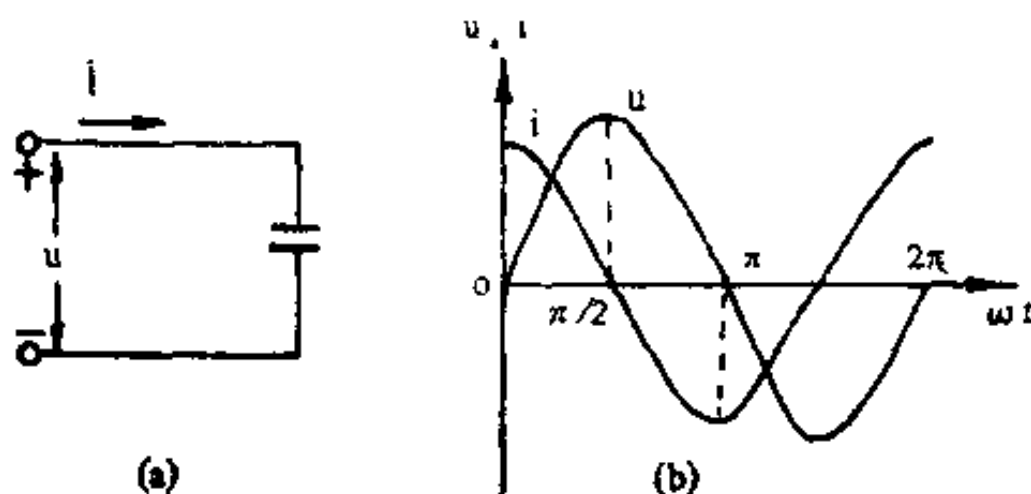


图5-15 电容元件上的电压与电流波形

X_c 称为容抗, 当频率单位为赫, 电容单位为法时, 容抗的单位为欧。容抗是反映电容元件对交流电流阻力大小的一个物理量。由以上分析, 可得出如下结论:

1. 理想电容元件 (不考虑介质损失), 电流的相位比电压超前 90° , 曲线如图 5-15 (b) 所示。电容元件上的电流相位比电压超前的原因, 是因为电容的电流决定于电压的变化率, 对于正弦电压来说, 处于零值的电压具有最大变化率, 所以对应的电流值为最大; 而在电压振幅值处的电压变化率为零, 则电流值为零。从能量的观点来看, 电容是以电场方式储存能量, 电场能的建立和释放需要有一个过程, 所以在电容元件上电压的变化总是滞后电流。

2. 电容元件中的电压和电流有效值的欧姆定律表示式为:

$$\frac{U_c}{I_c} = X_c \quad \text{或} \quad U_c = I_c X_c$$

式中, 容抗 $X_c = \frac{1}{2\pi fC}$, 它与电源的频率和电容量成反比, 频率越高, 电流越大; 电容越大, 电流也越大, 反之频率越低, 容抗越大, 电流越小。对直流来说, 容抗为无限大, 相当于开路。图 5-16 表示在电容一定的条件下, 容抗随频率变化的曲线。

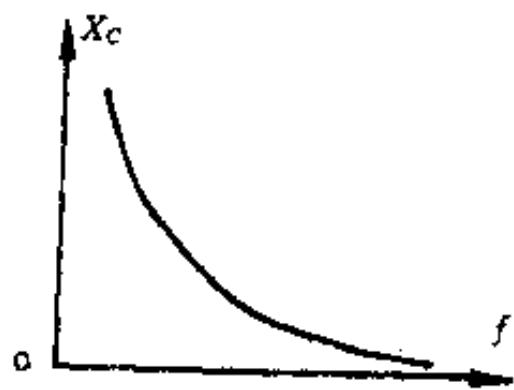


图 5-16 X_c 与 f 的关系曲线

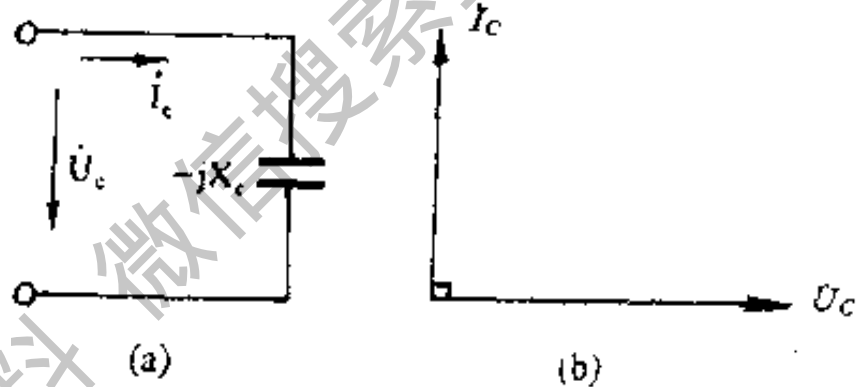


图 5-17 电容元件上电压与电流相量图

二、电容元件上电压与电流的相量关系

根据式 (5-32) 和式 (5-33) 可写出电容元件上电流与电压的相量为:

$$\dot{U}_c = U_c \angle 0^\circ$$

$$\dot{I}_c = \omega C U_c \angle -\frac{\pi}{2} = \omega C j \dot{U}_c = j \frac{\dot{U}_c}{X_c}$$

$$\text{故} \quad \frac{\dot{U}_c}{\dot{I}_c} = -j X_c \quad (5-36)$$

式 (5-36) 是电容元件上电压电流相量的欧姆定律, 它们的大小可用有效值表示。

$$I_c = \frac{U_c}{X_c}$$

相量关系是 U_c 滞后 $I_c 90^\circ \left(-\frac{\pi}{2} \right)$ ，其相量图如图5-17所示。

三、电容元件的功率

电容元件上瞬时功率为：

$$\begin{aligned} p_c &= u_c i_c = U_{c_m} \sin \omega t \times I_{c_m} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \\ &= U_c I_c \sin 2\omega t \end{aligned} \quad (5-37)$$

由式(5-37)可知，电容元件的瞬时功率也是随时间变化的正弦函数，频率是电压（或电流）频率的两倍，图5-18画出了瞬时功率曲线。

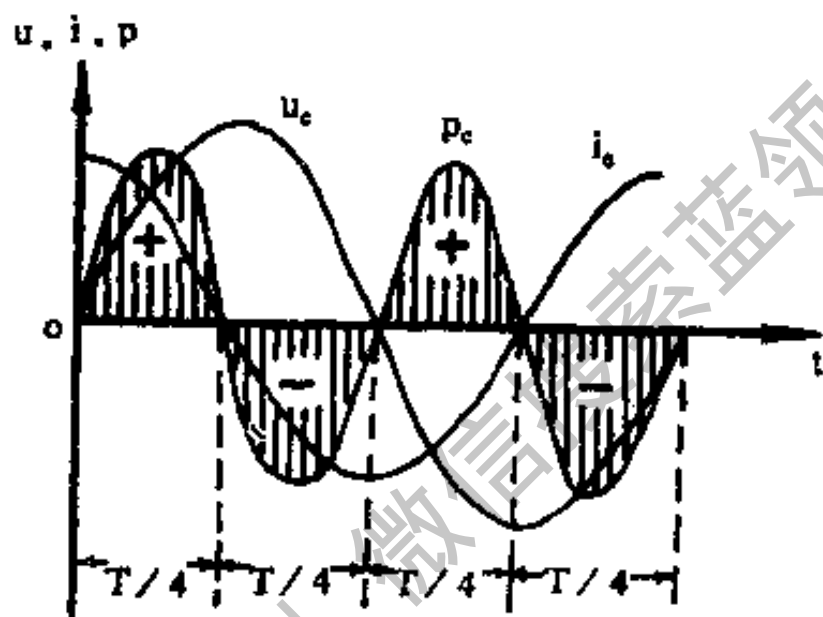


图5-18 电容电路的功率曲线

不难看出，电容元件在一个周期内的平均功率也为零，即：

$$P_c = \frac{1}{T} \int_0^T u_c i_c dt = \frac{1}{T} \int_0^T U_c I_c \sin 2\omega t dt = 0$$



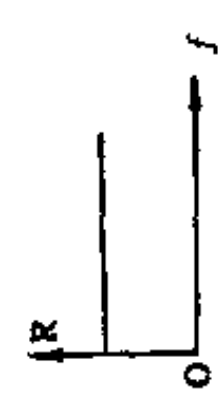
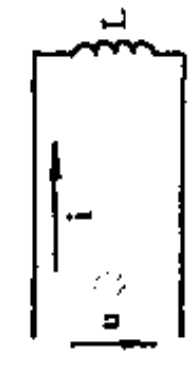
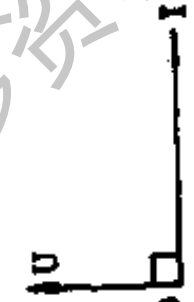
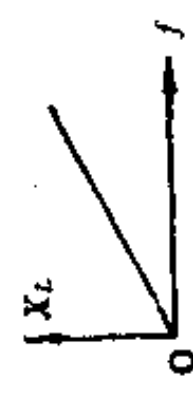
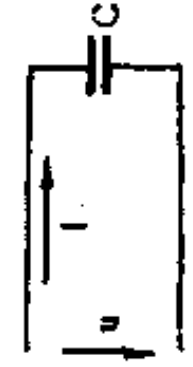


这说明电容元件不消耗功率，它和电源之间存在着能量转换。从曲线上可见，在第一个和第三个 $\frac{1}{4}$ 周期内，瞬时功率为正，电源给电容器充电，电容从电源吸收电能，以电场能形式储存在电容器中。第二个和第四个 $\frac{1}{4}$ 周期，瞬时功率为负，电容器放电，将电场能归还给电源。

瞬时功率的最大值 $U_c I_c$ 称为无功功率，它代表电源和电容元件之间能量交换的最大速率，以 Q_c 表示。

$$Q_c = U_c I_c = I_c^2 X_c = \frac{U_c^2}{X_c}$$

〔例5-9〕 把一个100微法的电容器，先后接在频率为50赫及5000赫，电压为220伏的

表5-1 电阻、电感、电容元件上电压与电流的比较

电 路	电压和电流有效值关系	相位关系	阻抗	阻抗频率特性	功 率	电 流 (设电压为 $u = U_m \sin \omega t$)	相量关系式
	$U = IR$ $I = \frac{U}{R}$	 <p>电压与电流同相</p>	电 阻 R		$P = UI$	$i = \frac{U_m}{R} \sin \omega t$	$\dot{U} = \dot{I}R$
	$U = I\omega L$ $= IX_L$ $I = \frac{U}{\omega L}$ $= \frac{U}{X_L}$	 <p>电压超前电流90°</p>	感 抗 $X_L = \omega L$		$P = 0$ $Q_L = I^2 X_L$ $= \frac{U^2}{X_L}$	$i = \frac{U_m}{X_L} \sin(\omega t - 90^\circ)$	$\dot{U} = iX_L$
	$U = I \frac{1}{\omega C}$ $= IX_C$ $I = \frac{U}{\frac{1}{\omega C}}$ $= \frac{U}{X_C}$	 <p>电流超前电压90°</p>	容 抗 $X_C = \frac{1}{\omega C}$		$P = 0$ $Q_C = I^2 X_C$ $= \frac{U^2}{X_C}$	$i = \frac{U_m}{X_C} \sin(\omega t + 90^\circ)$	$\dot{U} = -jX_C \dot{I}$

电源上，试分别计算出在上述两情况下的容抗，通过电容的电流及无功功率。

〔解〕 (1) 求容抗

$$X_{c1} = \frac{1}{2\pi f_1 C} = \frac{1}{2\pi \times 50 \times 100 \times 10^{-6}} = 31.8 \text{ 欧}$$

$$X_{c2} = \frac{1}{2\pi f_2 C} = \frac{1}{2\pi \times 5000 \times 100 \times 10^{-6}} = 0.318 \text{ 欧}$$

(2) 求电流

$$I_{c1} = \frac{U_c}{X_{c1}} = \frac{220}{31.8} = 6.92 \text{ 安}$$

$$I_{c2} = \frac{U_c}{X_{c2}} = \frac{220}{0.318} = 692 \text{ 安}$$

(3) 求无功功率

$$Q_{c1} = U_c I_{c1} = 220 \times 6.92 = 1522 \text{ 乏}$$

$$Q_{c2} = U_c I_{c2} = 220 \times 692 = 152200 \text{ 乏}$$

表 5-1 对电阻、电感和电容元件上电压电流关系进行了比较。

习 题

1. 已知一正弦电压的振幅为 310 伏，频率为 50 赫，初相角为 $\frac{\pi}{4}$ ，试写出其函数式，并绘出波形图。
2. 已知一正弦电流 $i = 10 \sin\left(314t - \frac{\pi}{6}\right)$ 安，试写出其振幅、角频率、频率、周期和初相。
3. 按照图 5-9 所选定的正方向，电流函数式为 $i = 54 \sin\left(314t + \frac{\pi}{3}\right)$ 安，如果把正方向选成相反的方向，则电流函数式应如何写法？
4. 图 5-19 给出 i 和 u 的波形，问 i 和 u 的初相角各为多少？相位差为多少？ u 和 i 那个超前？超前多少？

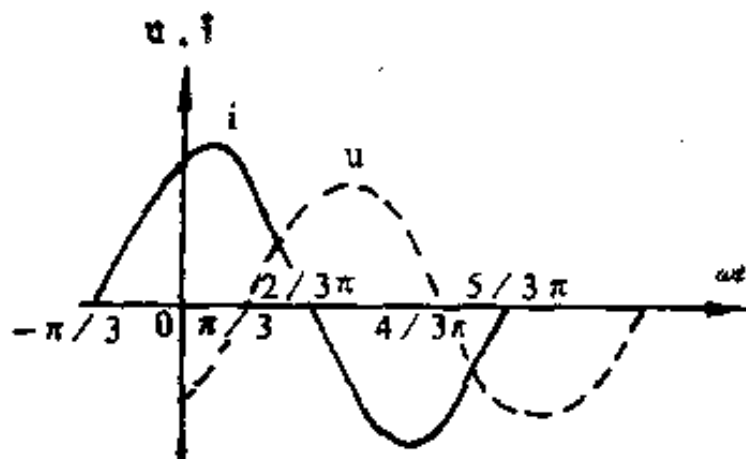


图 5-19 题 4 图

5. 三个正弦电流 i_1 、 i_2 和 i_3 的最大值分别为1安、2安和3安。若 i_1 较 i_2 超前 30° ，较 i_3 滞后 150° ，试以 i_3 为参考量，写出三个电流的函数式。

6. 将下列复数写成代数式

- (1) $8 \angle 90^\circ$; (2) $6 \angle -90^\circ$; (3) $20 \angle 60^\circ$;
(4) $30 \angle -70^\circ$; (5) $220 \angle -120^\circ$; (6) $110 \angle 120^\circ$ 。

7. 将下列复数写成极坐标式

- (1) $4 + j6$; (2) $-3 + j4$; (3) $-7 - j4$;
(4) $0.26 + j0.08$; (5) $30 + j20$; (6) $-2.5 - j10$ 。

8. 写出下列各正弦量的对应相量

- (1) $u = (\sqrt{2}) 100 \sin(\omega t + 25^\circ)$ 伏
(2) $i_1 = (\sqrt{2}) 5 \sin(\omega t + 90^\circ)$ 安
(3) $i_2 = 14.1 \sin \omega t$ 安

9. 求下列各组正弦量之和

- (1) $u_1 = 220 \sqrt{2} \sin \omega t$ 伏, $u_2 = 220 \sqrt{2} \sin(\omega t + 240^\circ)$ 伏;
(2) $i_1 = 10 \sqrt{2} \sin(3140t + 65^\circ)$ 安, $i_2 = 8 \sqrt{2} \sin(3140t + 30^\circ)$ 安。

10. 将下列各正弦量绘成相量图

- (1) $u = 100 \sin 3140t$ 伏;
(2) $i_1 = 2 \sin(3140t - 30^\circ)$ 安;
(3) $i_2 = 3 \sin(3140t + 45^\circ)$ 安。

11. 两个同频率正弦电压 u_1 和 u_2 的有效值分别为40伏和30伏，问

- (1) 什么情况下 $u_1 + u_2$ 的有效值为70伏;
(2) 什么情况下 $u_1 + u_2$ 的有效值为10伏;
(3) 什么情况下 $u_1 + u_2$ 的有效值为50伏。

12. 额定值为220伏100瓦的灯泡，接在220伏的交流电源上，允许电源电压波动 $\pm 15\%$ ，试求在电压最高时及最低时100瓦灯泡的实际功率（灯泡的电阻假定不变）。

13. 已知一线圈通过50赫电流时，其感抗为10欧，试问电源频率为10千赫时，其感抗为多少？

14. 已知 $L = 0.5$ 毫亨，电路的电流为3.18毫安，电压为10伏，求电源频率为多少？

15. 在50赫照明电路中，测得一个日光灯镇流器（它的电阻忽略不计）的电压为19伏，电流为0.4安，试求它的电感和无功功率。

16. 电容为20微法的电容器接在电压 $u = 600 \sin 314t$ 伏的电源上，写出电流的函数式并算出无功功率。

第六章 正弦交流电路的计算

从上一章分析可知, 正弦交流电流和电压可以用相量形式表示, 单一元件交流电路的欧姆定律的形式和直流电路完全一致。分析比较复杂的交流电路时, 就会看到当电流电压均以相量表示, 阻抗(电阻与电抗的总称)以复数形式表示后, 正弦交流电路的计算方法和直流电路就完全相同, 只要掌握了复数运算的规律和直流电路的分析方法, 正弦交流电路的计算就十分简便。在分析具体电路之前, 先介绍一下正弦交流电路中的基尔霍夫定律。

6.1 复数形式的基尔霍夫定律

基尔霍夫电流定律说明电流的连续性, 在交流电路中, 任一瞬间的电流也是连续的, 因而流过任何一个节点或封闭面交流电流的瞬时值的代数和为零, 其节点电流表示式为:

$$\Sigma i = 0 \quad (6-1)$$

在同一电路中, 电流具有相同的频率, 因而用相量表示的节点电流方程式为:

$$\Sigma \dot{I} = 0 \quad (6-2)$$

基尔霍夫电压定律也适用于交流电路, 任一瞬间, 电路中各回路的电压瞬时值的代数和应等于零, 其回路电压方程表示式为:

$$\Sigma u = 0 \quad (6-3)$$

在同一电路中, 电源是同一频率的正弦量, 回路各段电压也与电源具有相同的频率, 因而用相量表示的回路电压方程式为:

$$\Sigma \dot{U} = 0 \quad (6-4)$$

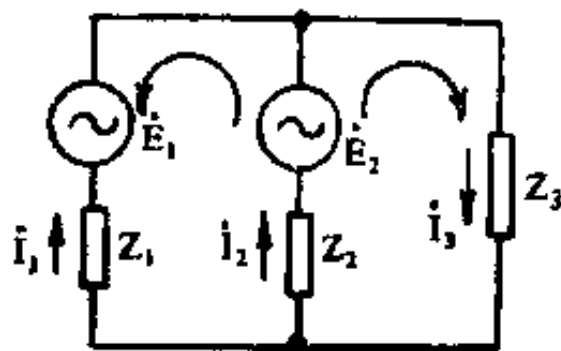


图6-1 正弦交流电路

图6-1为一具有两个节点和两个回路的正弦交流电路, 各支路电流的正方向如图所示。图中的 \dot{E}_1 、 \dot{E}_2 是电源电压的相量, 极性是上端为正, 下端为负, Z_1 、 Z_2 、 Z_3 表示复数阻抗, 它是电阻和电抗的复数形式。根据式(5-1)和式(5-2)可写出图6-1电路的节点电流方程为:

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \dot{I}_3 \quad (6-5)$$

两个回路电压方程为:

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_1 + \dot{I}_2 Z_2 &= \dot{E}_2 + \dot{I}_1 Z_1 \\ \dot{E}_2 &= \dot{I}_2 Z_2 + \dot{I}_3 Z_3 \end{aligned} \right\} \quad (6-6)$$

如果已知电源电压的相量值和复数阻抗值，就可解出各个支路电流的相量值。

6.2 电阻与电感的串联电路

当一个线圈的电阻不能忽略时，它实际上是一个电阻和电感的串联电路，如图6-2(a)所示，图中电流 \dot{I} 和电压 \dot{U}_R 、 \dot{U}_L 的正方向一致。我们用相量法来分析电流与电压的关系。

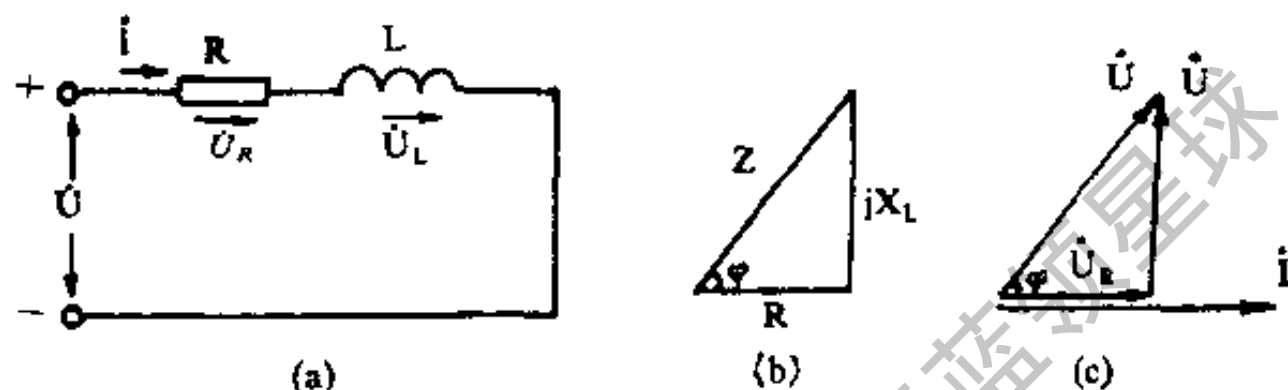


图6-2 电阻与电感串联电路

设通过电路的电流向量为参考相量，初相角为零，即：

$$\dot{I} = I \angle 0^\circ \quad (6-7)$$

电阻与电感两端的电压相量分别为：

$$\dot{U}_R = \dot{I} R$$

$$\dot{U}_L = j \dot{I} X_L$$

根据基尔霍夫电压定律，线圈两端电压为

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L = \dot{I} (R + jX_L) = \dot{I} Z \quad (6-8)$$

Z 是串联电路的复数阻抗：

$$Z = R + jX_L = R + j\omega L \quad (6-9)$$

R 是复数阻抗的实部， jX_L 是复数阻抗的虚部，在复平面坐标中， Z 、 R 和 jX_L 组成一个直角三角形，称为阻抗三角形，其模值等于斜边的长度，即：

$$|Z| = Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \quad (6-10)$$

复数阻抗的相角 φ 为：

$$\varphi = \arctg \frac{X_L}{R} = \arctg \frac{\omega L}{R} \quad (6-11)$$

因此复数阻抗可写成极坐标式:

$$Z = R + jX_L = Z \angle \varphi \quad (6-12)$$

从式(6-9)可以看出, 阻抗的幅值和相角决定了电路中 \dot{I} 和 \dot{U} 的关系, 如果把图6-2(b)阻抗三角形的各个边, 乘以电流的有效值 I , 就得到一个和阻抗三角形相似的电压三角形。因为电压三角形代表的是正弦量, 用带箭头的矢量表示, 而阻抗三角形不是正弦量, 用线段表示。

从电压相量图可以看出, 在 RL 串联电路中, 端电压超前于电流一个相角 φ , 即阻抗的相角。 φ 的大小与元件参数和频率有关, 当 R 增大、 X_L 减小时, 阻抗角减小; 电阻再加大, X_L 减小至零时, 为纯电阻 $\varphi = 0$, 此时电压电流同相。反之当 R 减小、 X_L 增大时, 阻抗的电感性加强, 阻抗角增大; 当 R 为零阻抗呈现纯电感时, 电压超前电流 $\frac{\pi}{2}$, 故 φ 角的范围为 $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ 。

根据电压三角形可求得电压的有效值表示式为:

$$U = IZ = I\sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{(IR)^2 + (I\omega L)^2} = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} \quad (6-13)$$

事实上, 一个线圈的电阻是沿导线均匀分布的, 用电表测得的线圈电压, 是电阻和电感上电压相量的有效值。

从以上分析可见, 在交流电路计算时, 必须牢固的树立相量的概念, 绝不能将电阻和电感上的电压简单相加来求总电压。

〔例6-1〕 将电感25.5毫亨及电阻6欧的线圈接在电源电压为 $u = 60\sqrt{2} \sin(314t + 60^\circ)$ 伏的电源上, 试求电路的复数阻抗及电流 i , 并在复平面上画出相量图。

$$\begin{aligned} \text{〔解〕 } Z &= R + jX_L = 6 + j314 \times 25.5 \times 10^{-3} \\ &= 6 + j8 = 10 \angle 53.1^\circ \text{ 欧} \end{aligned}$$

从已知条件可得电压相量为:

$$\dot{U} = 60 \angle 60^\circ \text{ 伏}$$

求电流相量

$$\dot{i} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{60 \angle 60^\circ}{10 \angle 53.1^\circ} = 6 \angle 6.9^\circ \text{ 安}$$

电流瞬时值表示式为:

$$i = 6\sqrt{2} \sin(314t + 6.9^\circ) \text{ 安}$$

相量图如图6-3。

〔例6-2〕 为了降低小功率单相交流电动机的转速，可以用降低电机端电压的办法来解决，为此在电路中串联一个电感线圈 L_0 ，称为电抗器，如图6-4所示。当电动机电阻 $R =$

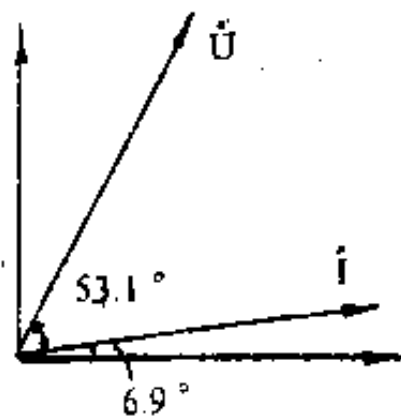


图6-3 相量图

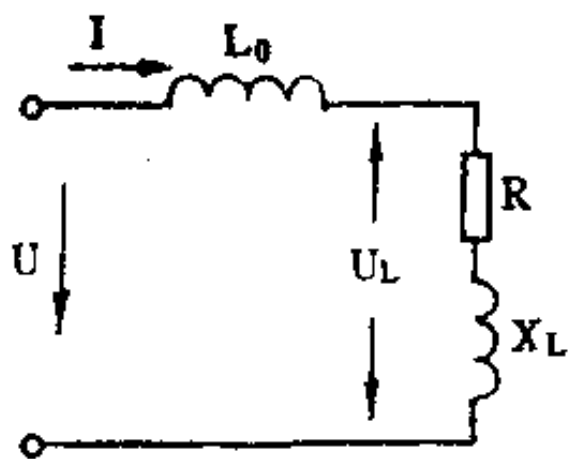


图6-4

190欧，感抗 $X_L = 260$ 欧，电源电压220伏，频率为50赫，试问当电机两端电压 $U_L = 180$ 伏时，串联电抗器的电感 L_0 应为多大（忽略电抗器电阻）？

〔解〕 电动机的阻抗为：

$$Z_L = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{190^2 + 260^2} = 322 \text{ 欧}$$

根据电机端电压为180伏可求得流过电机的电流：

$$I = \frac{U_L}{Z} = \frac{180}{322} = 0.56 \text{ 安}$$

由此可求出总阻抗

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{220}{0.56} = 393 \text{ 欧}$$

根据图6-4可知，电路总阻抗为：

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L + X_0)^2}$$

求得：

$$X_L + X_0 = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{393^2 - 190^2} = 344 \text{ 欧}$$

$$X_0 = 344 - X_L$$

$$L_0 = \frac{344 - X_L}{\omega} = \frac{344 - 260}{2\pi \times 50} = \frac{84}{314} = 0.268 \text{ 亨}$$

6.3 电阻与电容的串联电路

在电工设备中常常用到电阻与电容串联电路，如图6-5(a)所示。图中电流 i 和电压

\dot{U}_R 、 \dot{U}_C 具有相同的正方向，下面用相量法来分析电流与电压的关系。

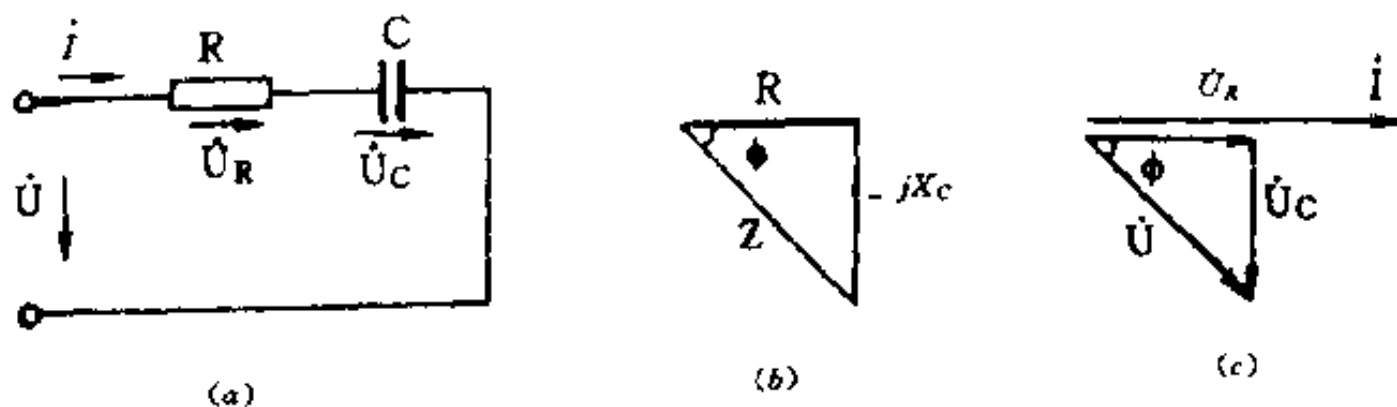


图6-5 电阻与电容串联电路

设通过电路的电流相量为参考相量，初相角为零，则：

$$\dot{I} = I \angle 0^\circ \quad (6-14)$$

电阻、电容两端的电压相量分别为：

$$\dot{U}_R = \dot{I} R$$

$$\dot{U}_C = -j\dot{I} X_C = -j\frac{1}{\omega C} \dot{I}$$

根据基尔霍夫电压定律，电路两端电压为：

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_C = \dot{I} R - jX_C \dot{I} = \dot{I} (R - jX_C)$$

$$\dot{U} = \dot{I} Z \quad (6-15)$$

Z 是串联电路的复数阻抗：

$$Z = R - jX_C = R - j\frac{1}{\omega C} \quad (6-16)$$

R 是复数阻抗的实部， $-j\frac{1}{\omega C}$ 是复数阻抗的虚部，在复平面坐标中， Z 、 R 和 $-jX_C$ 组成一个阻抗三角形，如图6-5(b)所示，阻抗的模值和相角分别为：

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (6-17)$$

$$\varphi = \arctg \frac{-X_C}{R} = \arctg \frac{-1}{\omega C R} \quad (6-18)$$

电阻电容串联电路的阻抗角为负值，说明电压落后电流一个相角 φ ， φ 角的大小与元件参数和频率有关。当 R 增大、 X_C 减小时，阻抗角的绝对值减小；电阻再加大、 X_C 减小至零时，阻抗为纯电阻 $\varphi = 0^\circ$ ，此时电压电流同相。反之，当 R 减小、 X_C 增大时，阻抗的电容性加强，阻抗角增大（负方向）；当 R 为零，阻抗呈现纯电容性时，电压落后电流 $\frac{\pi}{2}$ ，

故 φ 角的范围为 $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq 0^\circ$ 。

将阻抗三角形的各边乘以电流有效值 I ，就得到一个电压三角形，如图6-5(c)所示。从图中可求得电压有效值的表示式为：

$$\begin{aligned} U &= IZ = I\sqrt{R + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{(IR)^2 + \left(\frac{I}{\omega C}\right)^2} \\ &= \sqrt{U_R^2 + U_C^2} \end{aligned} \quad (6-19)$$

〔例6-3〕 在图6-6所示的 RC 电路中，已知电压频率为 $f = 800$ 赫， $C = 0.046$ 微法，需要输出电压 \dot{U}_c 落后输入电压 \dot{U} 30° 相角，试求 R 应为多大？

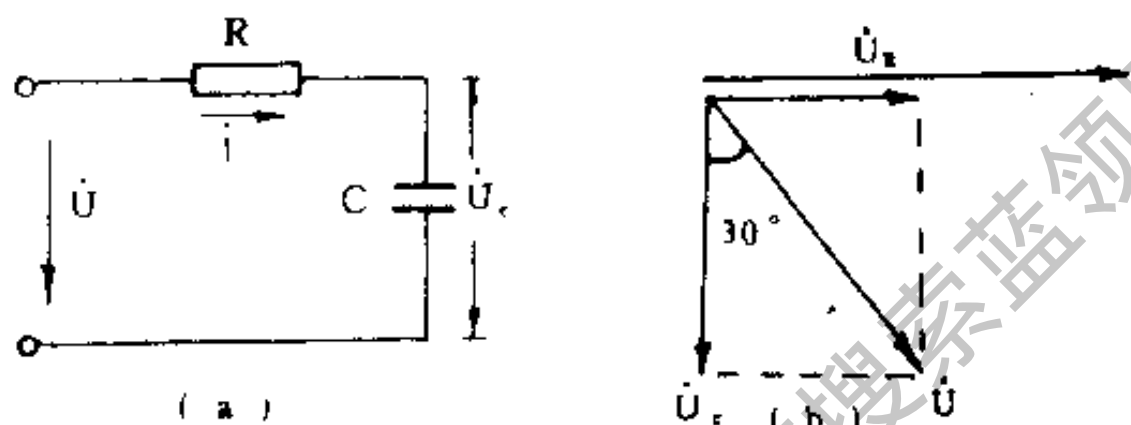


图6-6

〔解〕 先画出电路的相量图，在串联电路中常常以电流为参考相量，并设：

$$\dot{I} = I \angle 0^\circ$$

\dot{U}_R 与 \dot{I} 同相， \dot{U}_C 比 \dot{I} 落后 90° ，可求得 \dot{U} 落后于 \dot{I} 60° ，即 $\varphi = 60^\circ$ 。

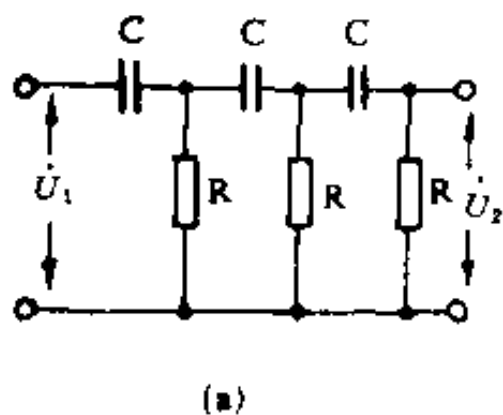
$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{\omega C R} = \frac{X_C}{R} = 1.73$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi \times 800 \times 0.046 \times 10^{-6}} = 4320 \text{ 欧}$$

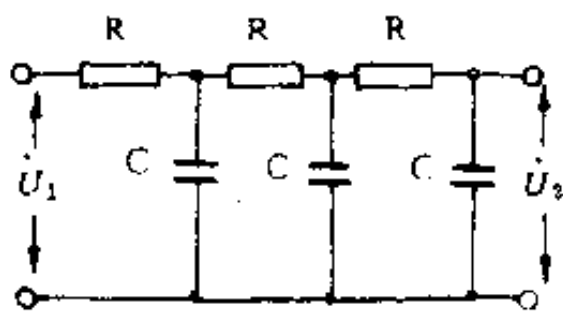
所以 $R = \frac{X_C}{\operatorname{tg} \varphi} = \frac{4320}{1.732} = 2500 \text{ 欧}$

当 R 取 2500 欧就能使输出电压落后输入电压 30° 。

RC 串联电路因能使输出电压和输入电压之间产生相位偏移，达到移相的目的，所以称为 RC 移相电路。从图 6-6 的相量图可以看出，电容上的电压 \dot{U}_C 落后输入电压一个相角，电阻上的电压 \dot{U}_R 超前输入电压一个相角。 RC 移相电路的相移总是小于 90° ，为了获得更大的相移，可以采用多级移相电路，如图 6-7 所示。每级移相电路对电压都会产生一定的衰减，级数愈多衰减也愈大。



(a)



(b)

图6-7 多级移相电路

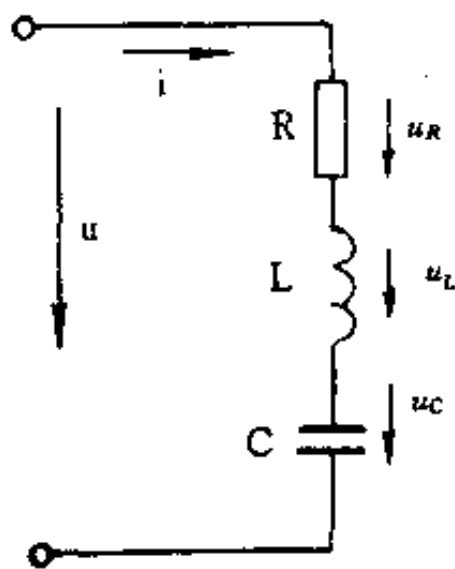


图6-8 电阻、电感、电容串联电

6.4 电阻、电感和电容串联电路

图6-8给出了电阻 R ，电感 L 和电容 C 相串联的电路，我们来研究电路中电流和电压的相位关系和复数阻抗。

设电流相量为：

$$\dot{I} = I \angle 0^\circ$$

$$\text{电压 } \dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C$$

$$\text{由于 } \dot{U}_R = R \dot{I}, \dot{U}_L = jX_L \dot{I}, \dot{U}_C = -jX_C \dot{I}$$

$$\text{所以 } \dot{U} = R \dot{I} + jX_L \dot{I} - jX_C \dot{I} = \dot{I} [R + j(X_L - X_C)]$$

$$= \dot{I} (R + jX) = \dot{I} Z$$

(6-20)

Z 是 $R-L-C$ 串联电路的复数阻抗。阻抗的极坐标形式为：

$$Z = z \angle \varphi$$

(6-21)

$$\text{阻抗模 } |Z| = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

(6-22)

$$\text{阻抗幅角 } \varphi = \arctg \frac{X}{R} = \arctg \frac{X_L - X_C}{R}$$

(6-23)

$X = X_L - X_C$ 称为电抗，感抗为正，容抗为负，所以感抗和容抗在电路中有抵消作用，电抗的正负值反映了电路是呈现感性还是呈现容性，下面分别讨论。

1. $X_L > X_C$

此时 $X > 0$ ，或 $U_L > U_C$ ，其电压相量图如图6-9(a)所示。以电流 \dot{I} 为参考相量， \dot{U}_L 超前 \dot{I} 90° ， \dot{U}_C 滞后 \dot{I} 90° ，合成电抗上电压 \dot{U}_X 仍超前 \dot{I} 90° ，幅度为 $U_L - U_C$ 。 \dot{U}_R 与 \dot{U}_X 的

合成总电压 \dot{U} 是超前电流，所以电路呈现感性。

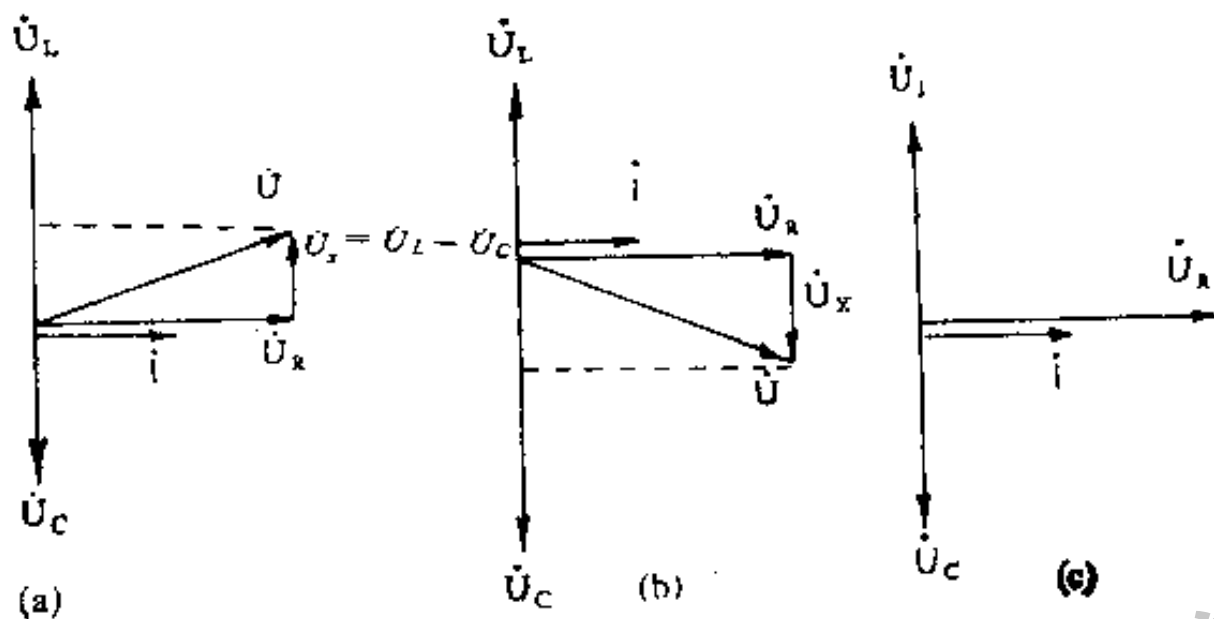


图6-9 电阻、电感、电容串联电路的电流电压相量图

2. $X_L < X_C$

此时 $X < 0$ ，或 $U_L < U_C$ ，其电压相量图如图6-9(b)所示。由相量图可见，合成电抗上电压 \dot{U}_x 滞后 \dot{i} 90° ，幅度为 $U_C - U_L$ ， \dot{U}_R 与 \dot{U}_x 的合成总电压 \dot{U} 是滞后电流，所以电路呈现容性。

3. $X_L = X_C$

此时 $X = 0$ ，或 $U_L = U_C$ ，电路此刻处于谐振状态，串联电路的总阻抗 $Z = R$ ， \dot{U} 和 \dot{i} 同相，如图6-9(c)所示。处于谐振状态的电路具有许多特点，这将在下一章详细讨论。

〔例6-4〕 已知线圈的电阻 $R = 5$ 欧，电感 $L = 1.5$ 毫亨，与它串联的电容 $C = 25$ 微法。试求当电源频率为600赫时，电路的复数阻抗 Z 为多少？当电路中流过的电流 $I = 1$ 毫安时，电容和线圈两端的电压各为多少？

〔解〕 1. 求复数阻抗

$$\begin{aligned} Z &= R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \\ &= 5 + j\left(2\pi \times 600 \times 1.5 \times 10^{-3} - \frac{1}{2\pi \times 600 \times 25 \times 10^{-6}}\right) \\ &= 5 + j(5.6 - 10.6) \\ &= 5 - j5 = 7.07 \angle -45^\circ \text{ 欧} \end{aligned}$$

2. 求电容及线圈两端的电压

设电流相量为 $\dot{I} = 1 \times 10^{-3} \angle 0^\circ$ 安

$$\dot{U}_C = \dot{I} \left(-j\frac{1}{\omega C}\right) = 10^{-3} \times (-j10.6) = 10.6 \times 10^{-3} \angle 90^\circ \text{ 伏}$$

$$\dot{U}_L = \dot{I} (R + j\omega L) = 10^{-3} (5 + j5.6)$$

$$= 7.6 \times 10^{-3} / 48.5^\circ \text{ 伏}$$

6.5 复数阻抗的串联与并联

一、复数阻抗的串联

在图6-10电路中 Z_1 、 Z_2 、 Z_3 相串联，流过电路的电流相量为 \dot{I} ，则总电压为各个电压的相量和。

$$\begin{aligned}\dot{U} &= \dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_3 = \dot{I}Z_1 + \dot{I}Z_2 + \dot{I}Z_3 \\ &= \dot{I}(Z_1 + Z_2 + Z_3) = \dot{I}Z\end{aligned}$$

其中 Z 是串联电路的等效复数阻抗：

$$Z = Z_1 + Z_2 + Z_3 \quad (6-24)$$

式(6-24)说明串联电路的等效复数阻抗等于各个复数阻抗之和。

设 $Z_1 = R_1 + jX_1$, $Z_2 = R_2 + jX_2$, $Z_3 = R_3 + jX_3$,

$$\begin{aligned}Z &= R_1 + jX_1 + R_2 + jX_2 + R_3 + jX_3 \\ &= (R_1 + R_2 + R_3) + j(X_1 + X_2 + X_3) \\ &= R + jX = z \angle \varphi\end{aligned} \quad (6-25)$$

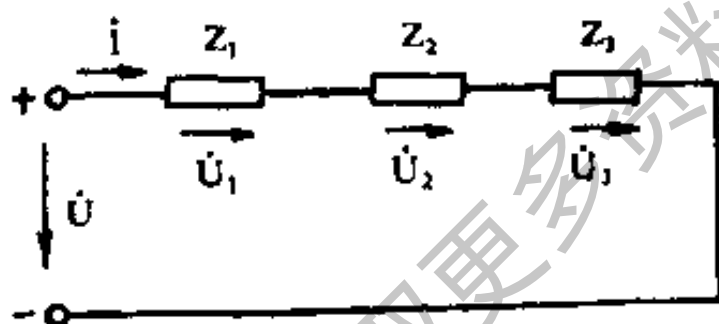


图 6-10 复数阻抗的串联

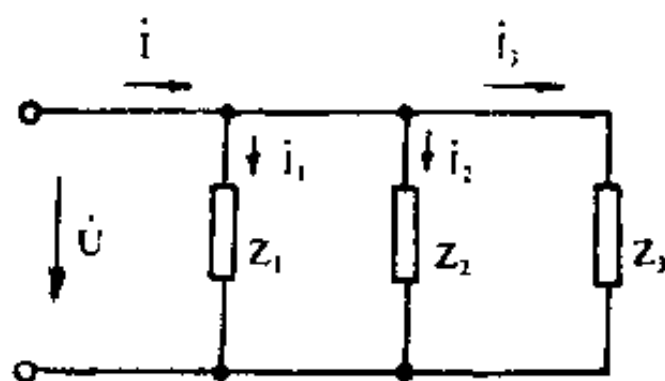


图 6-11 复数阻抗的并联

式中， R 为串联电路的等效电阻，等于各个电阻之和， X 为串联电路的等效电抗，等于各个电抗之和。

$$\text{复数阻抗的模 } |Z| = z = \sqrt{R^2 + X^2} \quad (6-26)$$

$$\text{复数阻抗幅角 } \varphi = \text{arctg} \frac{X}{R} \quad (6-27)$$

应该注意，串联阻抗的模绝不等于各个阻抗模的和。

〔例6-5〕 设串联阻抗 $Z_1 = 5 + j5$ 欧， $Z_2 = 6 - j8$ 欧，接在 $\dot{U} = 220 / 30^\circ$ 的电源上，试求总阻抗、流过电路的 \dot{I} 和 Z_1 、 Z_2 上的电压 \dot{U}_1 和 \dot{U}_2 。

〔解〕 1. 求总阻抗

$$Z = Z_1 + Z_2 = 5 + j5 + 6 - j8 = 11 - j3 = 11.4 / -15.3^\circ \text{ 欧}$$

2. 求电流 \dot{I}

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{220 / 30^\circ}{11.4 / -15.3^\circ} = 19.3 / 45.3^\circ \text{ 安}$$

3. 求 \dot{U}_1 和 \dot{U}_2

$$\dot{U}_1 = Z_1 \dot{I} = (5 + j5) \times 19.3 / 45.3^\circ = 7.07 / 45^\circ \times 19.3 / 45.3^\circ = 136.5 / 90.3^\circ \text{ 伏}$$

$$\dot{U}_2 = Z_2 \dot{I} = (6 - j8) \times 19.3 / 45.3^\circ = 10 / -53.1^\circ \times 19.3 / 45.3^\circ = 193 / -7.8^\circ \text{ 伏}$$

二、复数阻抗的并联

在图6-11电路中, 阻抗 Z_1 、 Z_2 、 Z_3 相并联, 端电压的相量为 \dot{U} , 总电流 \dot{I} 等于各支路电流之和。

$$\begin{aligned} \dot{I} &= \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 \\ &= \frac{\dot{U}}{Z_1} + \frac{\dot{U}}{Z_2} + \frac{\dot{U}}{Z_3} = \dot{U} \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} \right) = \dot{U} Z \end{aligned} \quad (6-28)$$

Z 是并联电路的等效复数阻抗:

$$Z = \frac{1}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}} \quad (6-29)$$

式(6-29)说明等效复数阻抗 Z 等于各支路复数阻抗倒数的和。如果两阻抗并联, 则有

$$Z = \frac{1}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (6-30)$$

在多个复数阻抗并联时, 用复数阻抗倒数求和就显得不方便, 用导纳进行计算要简便得多。复数阻抗的倒数称为复数导纳, 用大写字母 Y 表示。

$$Y = \frac{1}{Z} = G + jB \quad (6-31)$$

导纳的单位为西(S), G 为复数导纳的实部称为电导, B 为复数导纳的虚部称为电纳。电导和电纳与电阻和电抗的关系可由以下分析求得。

因为 $Z = R + jX$

$$\text{所以 } Y = \frac{1}{R + jX} = \frac{R - jX}{R^2 + X^2} = \frac{R}{Z^2} + j \frac{-X}{Z^2}$$

$$= G + jB = y \angle \varphi' \quad (6-32)$$

$$\text{其中 } G = \frac{R}{z^2}, \quad B = \frac{-X}{z^2} = \frac{X_C - X_L}{z^2}$$

由此可见，电导 G 不是电阻 R 的倒数，电纳 B 也不是电抗的倒数，这是因为复数阻抗的倒数并不等于电阻的倒数和电抗倒数之和。

对于图6-10所示的电路，如果用复数导纳来求解，式(6-28)可写成：

$$\begin{aligned} \dot{I} &= \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = \frac{\dot{U}}{Z_1} + \frac{\dot{U}}{Z_2} + \frac{\dot{U}}{Z_3} \\ &= \dot{U}Y_1 + \dot{U}Y_2 + \dot{U}Y_3 = \dot{U}(Y_1 + Y_2 + Y_3) = \dot{U}Y \end{aligned}$$

$$\text{其中 } Y = Y_1 + Y_2 + Y_3 \quad (6-33)$$

$$\text{若 } Y_1 = G_1 + jB_1, \quad Y_2 = G_2 + jB_2, \quad Y_3 = G_3 + jB_3$$

$$\text{则 } Y = (G_1 + G_2 + G_3) + j(B_1 + B_2 + B_3) = G + jB \quad (6-34)$$

写成极坐标形式：

$$Y = y \angle \varphi'$$

$$\text{复数导纳的模 } |Y| = y = \sqrt{G^2 + B^2} \quad (6-35)$$

$$\text{复数导纳复角 } \varphi' = \arctg \frac{B}{G} \quad (6-36)$$

〔例6-6〕 已知 $Z_1 = 30 + j40$ 欧， $Z_2 = 8 - j6$ 欧，并联后接入 $u = 220\sqrt{2} \sin \omega t$ 伏的电源上。求该分支电流 \dot{I}_1 和 \dot{I}_2 ，及总电流 \dot{I} ，并作相量图。

〔解〕 电压相量为：

$$\dot{U} = 220 \angle 0^\circ$$

$$Z_1 = 30 + j40 = 50 \angle 53.1^\circ \text{ 欧}, \quad Z_2 = 8 - j6 = 10 \angle -36.9^\circ \text{ 欧}$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{Z_1} = \frac{220 \angle 0^\circ}{50 \angle 53.1^\circ} = 4.4 \angle -53.1^\circ \text{ 安}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}}{Z_2} = \frac{220 \angle 0^\circ}{10 \angle -36.9^\circ} = 22 \angle 36.9^\circ \text{ 安}$$

$$\begin{aligned} \dot{I} &= \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 4.4 \angle -53.1^\circ + 22 \angle 36.9^\circ \\ &= 2.64 - j3.52 + 17.6 + j13.2 \\ &= 20.2 + j9.68 = 22.5 \angle 25.6^\circ \text{ 安} \end{aligned}$$

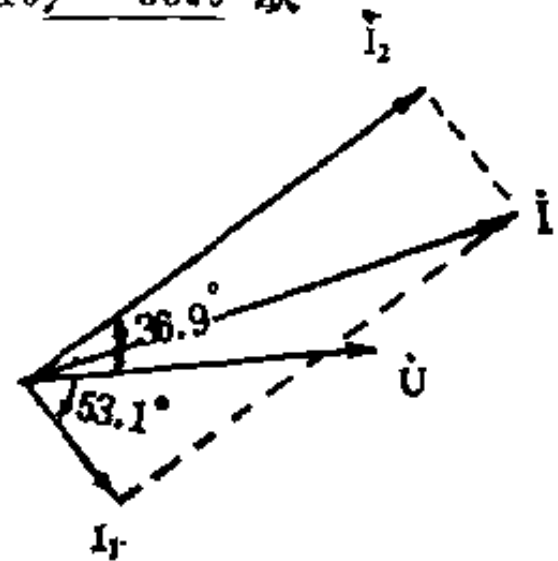


图6-12

作相量图, 以 \dot{U} 为参考相量, \dot{I}_1 落后 \dot{U} 53.1° , \dot{I}_2 超前 \dot{U} 36.9° , \dot{I}_1 和 \dot{I}_2 的相量和等于 \dot{I} 。

6.6 交流电路的功率和功率因数

在交流电路中, 瞬时功率包括两部分, 一部分是电阻上消耗的功率, 另一部分是电源与电感、电容之间的能量相互转换, 但这种转换并不消耗功率, 因此交流电路的平均功率也就是电阻上所消耗的功率。

$$P = I^2 R = U_R I \quad (6-37)$$

式中, I 是通过电阻的电流有效值, U_R 是电阻两端的电压有效值。

在 $R-L-C$ 串联电路中, 电阻上的电压 U_R 与总电压之间的关系, 从图6-8电压相量图可知:

$$U_R = U \cos \varphi \quad (6-38)$$

$$\text{有功功率 } P = IU \cos \varphi \quad (6-39)$$

式中, $\cos \varphi$ 叫做功率因数, 其大小决定于电路中电阻与电抗的比值。

当 $\varphi = 0^\circ$ 时, 电路负载为纯电阻, 电抗分量等于0, 电路所消耗的功率 $P = IU$ 。

当 $\varphi = 90^\circ$ 时, 电路负载为纯电抗, 电阻分量等于0, 即 $P = 0$ 。电源与负载之间只存在能量交换, 没有功率损耗。通常交流负载总有一定的电抗分量, 所以 $0 < \cos \varphi < 1$ 。

交流电路的电压有效值和电流有效值的乘积 IU 称为视在功率, 用 S 表示:

$$S = UI \quad (6-40)$$

S 单位为伏安(VA)或千伏安(kVA)

从图6-9还可以得知, 电抗上的电压为:

$$U_x = U \sin \varphi$$

$$\text{无功功率 } Q = IU_x = IU \sin \varphi \quad (6-41)$$

需要指出, 式(6-39)、(6-41)适用于任何形式的交流电路, 其中 φ 角是指该电路总电压和总电流之间的相位差。根据式(6-39)可得出:

$$\cos \varphi = \frac{P}{S}$$

功率因数是有功功率和视在功率的比值, 前者是电路所消耗的功率, 后者代表电源所能输出的最大有功功率, 因此功率因数表示电源功率被利用的程度。一般交流电器如发电机、电源变压器, 都是按额定电压和额定电流来设计的, 用电压和电流的乘积即视在功率表示它的功率容量, 是否能送出额定功率, 决定于负载的功率因数。功率因数大, 说明电源

的利用率高，电能的传输效率也高，从电力传输以及充分利用电源容量的观点来看，提高功率因数是十分重要的。

通常情况下，负载功率因素不高的主要原因是电路中存在感性负载，如电动机、变压器、日光灯的镇流器等。提高功率因数的办法之一是在感性负载上并联电容器，使容抗和感抗相抵消，使负载更接近电阻性。

〔例6-7〕 已知交流电路中电源电压 $\dot{U} = 100 \angle 0^\circ$ 伏，电流 $\dot{I} = 1 \angle 60^\circ$ 安，试求电路的 $\cos\varphi$ 、 S 、 P 、 Q 各为多少？

〔解〕 根据已知条件得出电流、电压相位差为 60°

$$\text{故 } \cos\varphi = \cos 60^\circ = 0.5$$

$$S = UI = 100 \times 1 = 100 \text{ 伏安}$$

$$P = UI \cos\varphi = 100 \times 0.5 = 50 \text{ 瓦}$$

$$Q = UI \sin\varphi = 100 \times 0.866 = 86.6 \text{ 乏}$$

习 题

1. 已知一电阻和电感串联电路，接到 $u = 220\sqrt{2} \sin(314t + 30^\circ)$ 伏的电源上，电流 $i = 5\sqrt{2} \sin(314t - 15^\circ)$ 安，试求 R 和 L 。

2. 已知一线圈在50赫50伏电路中的电流为1安，在100赫50伏时电流为0.8安，问线圈的电阻和电感各为多少？

3. 电阻 $R = 40$ 欧，电容 $C = 25$ 微法的串联电路，接到 $u = 100\sqrt{2} \sin 500t$ 伏的电源上，试求电流 I 并画相量图。

4. RC 串联电路中，已知电源电压 $u = 220\sqrt{2} \sin 31400t$ 伏， $R = 318$ 欧， $C = 10$ 微法，求 I 、 \dot{U}_R 、 \dot{U}_C ，并画相量图。

5. 如图6-13所示，如果 $C = 0.1$ 微法，输入电压 $U_i = 5$ 伏， $f = 50$ 赫，要使输出电压 U_o 较输入电压 U_i 滞后 60° ，问电阻应为多大？

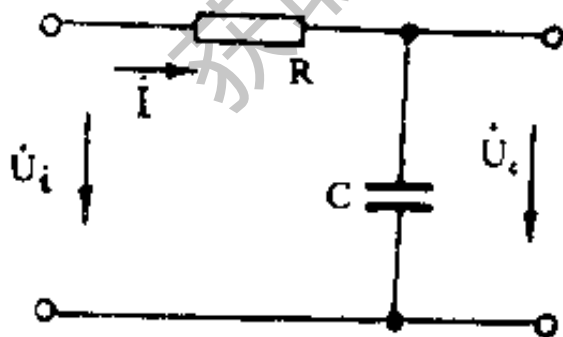


图6-13 题5图

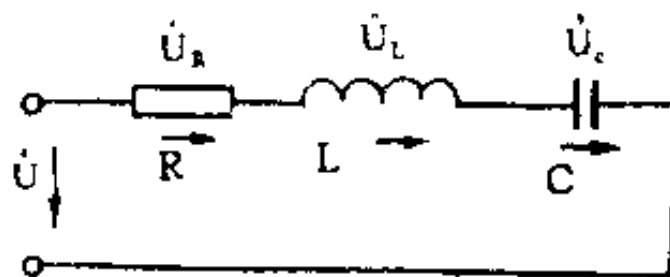


图6-14 题7图

6. 在 $R-L-C$ 串联电路中，已知 $R = 20$ 欧， $L = 0.1$ 亨， $C = 30$ 微法，求信号频率为50赫、5000赫时的复数阻抗，并说明何时阻抗为容性，何时为感性。

7. 应用相量图求图6-14所示电路的总电压 U ，已知各元件上电压有效值为 $U_R = 10$ 伏， $U_L = 30$ 伏， $U_C = 20$ 伏。

8. 图6-14所示。 $R-L-C$ 串联电路中，已知 $R = 3$ 欧， $L = 0.07$ 亨， $C = 122$ 微法， \dot{U}

$= 120 \angle 0^\circ$ 伏, $f = 50$ 赫, 试求电路中电流 \dot{I} , 电压 \dot{U}_R 、 \dot{U}_L 、 \dot{U}_C , 并作相量图。

9. 已知额定功率为1.1千瓦的电机, 接在220伏的额定电压上, 电流为7安, 求电机的功率因数。

10. 已知 $R-L-C$ 串联电路中, $R = 16$ 欧, $X_L = 30$ 欧, $X_C = 18$ 欧, 端电压为220伏, 求电路中的有功功率、无功功率、视在功率和功率因数。

获取更多资料 微信搜索蓝领星球

第七章 三相交流电路

前面我们讨论了单相正弦交流电路的基本概念和计算方法，本章将在此基础上介绍在动力方面广泛应用的三相交流电。

这里主要介绍三相电路的基本概念和分析方法；三相电路的连接方式和安全用电的常识等。

7.1 三相交流电源

能供给三相交流电的设备称为三相交流电源。通常三相交流电是由三相交流发电机产生的，图7-1是三相交流发电机的示意图。在磁极N、S间，放一圆柱形铁芯，圆柱表面安置了三组在空间位置上相间 120° 的三个完全相同的线圈，叫做三相绕组。绕组的一端用A、B、C表示，叫做始端；另一端用X、Y、Z表示，叫做末端，AX、BY、CZ构成了三相绕组。从图7-1中可以看出，三个绕组的始端和始端或末端与末端之间在空间彼此相隔 120° 。也就是说，当AX绕组在水平位置时，在从A端按顺时针方向旋转 120° 的位置上，固定着BY绕组，A与B相隔 120° ，X与Y也相隔 120° 。在从B端按顺时针方向旋转 120° 的位置上，固定着CZ绕组。三相绕组固定在铁心上，铁心和绕组统称电枢。三相发电机和单相发电机一样，电枢表面的磁感应强度也是按正弦规律分布的。

我们知道，当电枢在磁感应强度按正弦规律分布的磁场内等速旋转时，在绕组内产生的感应电动势是随时间按正弦规律变化的。感应电动势的正方向是从末端指向始端，如图7-1中的三相绕组，就是从X到A、Y到B、Z到C。当电枢按逆时针方向等速旋转时，如果AX绕组从水平位置开始移动，那么在AX绕组中产生的感应电动势是按正弦规律变化，其初相位为零。用三角函数式表示为：

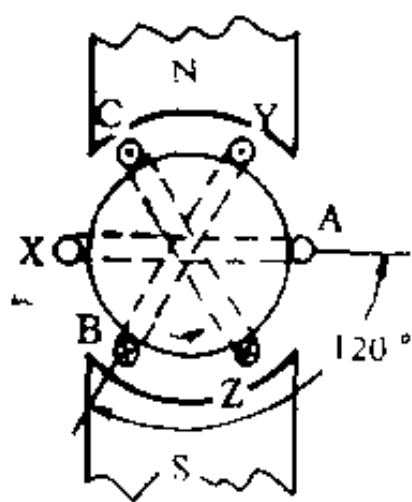


图7-1 三相发电机示意图

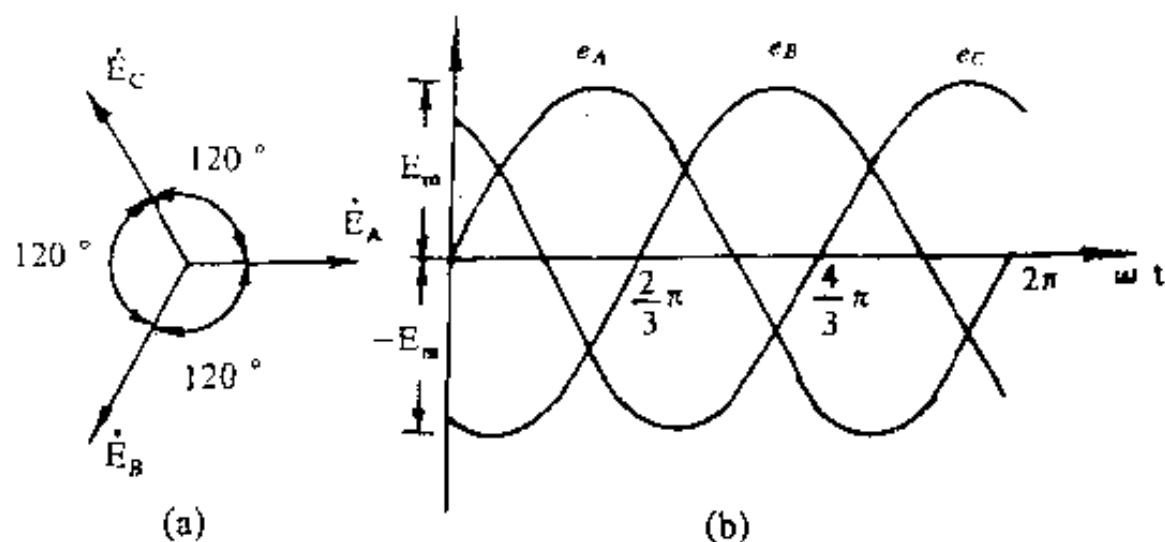


图7-2 对称三相电动势的相量和和波形图

$$e_A = E_{Am} \sin \omega t$$

对BY绕组来说,感应电动势 e_B 也同样按正弦规律变化,但它在铁心圆周上所处的空间位置比AX绕组落后 120° ,故 e_B 在相位上比 e_A 滞后了 120° 。 e_B 的三角函数为:

$$e_B = E_{Bm} \sin(\omega t - 120^\circ)$$

同样道理,CZ绕组的感应电动势 e_C 也比 e_B 滞后 120° 也可以说比 e_A 滞后 240° ,或超前 $e_A 120^\circ$ 。 e_C 的三角函数式为:

$$e_C = E_{Cm} \sin(\omega t - 240^\circ) = E_{Cm} \sin(\omega t + 120^\circ)$$

由上分析可以看出:

1. 由于三相绕组的结构相同,所以在其中产生的感应电动势的最大值相等,用 E_m 表示,即 $E_{Am} = E_{Bm} = E_{Cm} = E_m$ 。

2. 由于三相绕组以相同的角速度在磁场中旋转,所以三个感应电动势的角频率相同。

3. 三相绕组在空间互差 120° ,故三个感应电动势的相位差互为 120° 。

以上三个条件都满足的电动势,叫做对称三相电动势。

在实际工作中,习惯用A-B-C表示三相电动势的相序。相序是指相位的顺序,即A相比B相超前 120° ,B相比C相超前 120° ,C相又比A相超前 120° 。当发电机并联运行,在接通三相电源的问题上相序就非常重要。

以 e_A 为参考正弦量,对称三相电动势表示为:

$$\left. \begin{aligned} e_A &= E_m \sin \omega t \\ e_B &= E_m \sin(\omega t - 120^\circ) \\ e_C &= E_m \sin(\omega t + 120^\circ) \end{aligned} \right\} \quad (7-1)$$

图7-2为对称三相电动势的相量图和波形图。如果把三个电动势的相量加起来,它们就构成一个闭合的三角形,即:

$$\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = 0 \quad (7-2)$$

上式说明三相对称电动势的相量和等于零。

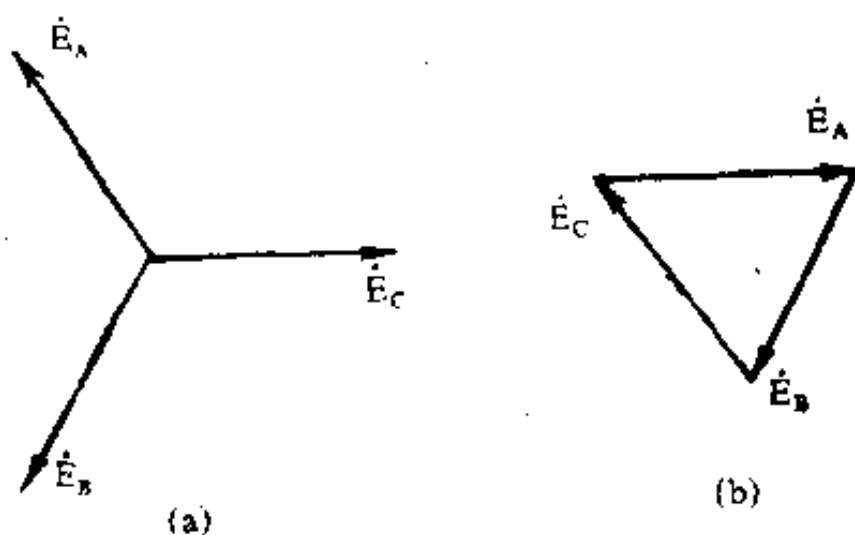


图7-3 三相对称电动势的相量和等于零

如果将三个电动势的瞬时值加起来，经过运算也可以得到：

$$e_A + e_B + e_C = 0 \quad (7-3)$$

在波形图上，把任一瞬间三个电动势加起来，也会得到同样的结果。也就是说，三相对称电动势在任一瞬间的代数和都等于零。

7.2 三相电源的接法

在三相电源的配电间里，我们可以见到由黄、绿、红三条钢带组成的汇流排将三相电源接到配电盘的电源开关上。黄、绿、红三色分别代表三相电源的A、B、C相。三相发电机是按照一定的连接方式通过三个端头向外边送电，其连接方法有两种，一种是星形（Y）接法；一种是三角形（ Δ ）接法。

一、电源的星形连接

我们将三个绕组的末端X、Y、Z连在一起，由A、B、C三个始端引连接线，这种连接方式就叫星形连接，如图7-4所示。

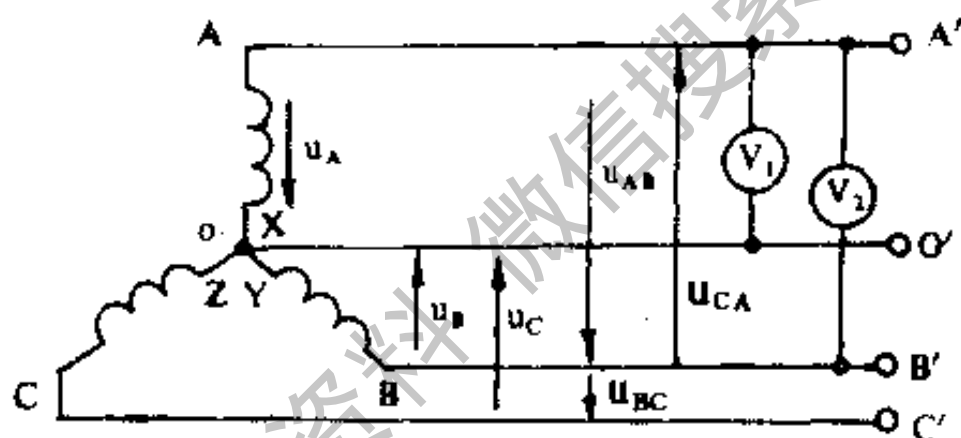


图7-4 三相电源的星形连接

星形连接时，三个末端连接在一起的点，称为中点或零点，用“0”表示。从中点引出的连接线叫做中线（地线），从始端引出的三根连接线叫做端线（火线）。这种连接方式称为三相四线制。

星形连接时，可以得到两种电压。一种是相电压，即绕组的始端与末端之间的电压，也可以说是端线与中线之间的电压；另一种是线电压，即各绕组始端与始端之间的电压，也就是各端线之间的电压。相电压的有效值用 U_A 、 U_B 、 U_C 或一般用 U_P 表示，三个相电压的有效值大小相等，即 $U_A = U_B = U_C = U_P$ 。线电压的有效值用 U_{AB} 、 U_{BC} 、 U_{CA} 或一般用 U_L 表示，同样三个线电压的有效值大小也相等，即 $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_L$ 。

发电机的三个相电压就是它的三个绕组的端电压。前面已经讲过，发电机三个绕组中的感应电动势 e_A 、 e_B 、 e_C 是对称的，也就是它们的最大值（或有效值）相等，角频率相同，彼此间相位差都为 120° ，所以三个相电压也为对称的正弦量，三个相电压的有效值大小也相等，相互间相位差也为 120° 。

根据基尔霍夫第二定律，可以引出三相电路中的电压方程式。首先要确定电压的正方向，我们知道，各相电动势的正方向规定为从绕组的末端指向始端，那么相电压的正方向

就是从绕组的始端指向末端。线电压的正方向习惯按A、B、C顺序规定，如 U_{AB} ，就是从A端指向B端。

电源连接成星形时，相电压与线电压显然是不相等的。在图7-4中，取A'B'BOAA'回路，根据基尔霍夫第二定律，可以写 u_{AB} 、 u_A 、 u_B 的关系：

$$u_{AB} + u_B - u_A = 0$$

$$u_{AB} = u_A - u_B$$

同理，对回路B'C'COBB'可写出：

$$u_{BC} = u_B - u_C$$

对回路C'A'A'OCC'可以写出：

$$u_{CA} = u_C - u_A$$

由于 u_A 、 u_B 、 u_C 都是同频率的正弦量，所以它们的差 u_{AB} 、 u_{BC} 、 u_{CA} 也是同频率的正弦量。这样上式中电压关系可以用有效值相量表示：

$$\begin{cases} \dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B \\ \dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C \\ \dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A \end{cases} \quad (7-4)$$

根据式(7-4)，在图7-5中画出了星形连接时的相量图。例如 $\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B$ ，就是从相量 \dot{U}_A 减去 \dot{U}_B 得到线电压相量 \dot{U}_{AB} 。根据同样的道理，我们可以作出 \dot{U}_{BC} 和 \dot{U}_{CA} 。

从图7-5中可看出，电压相量 \dot{U}_A 、 $-\dot{U}_B$ 和 \dot{U}_{AB} 构成一个等腰三角形，它的顶角是 120° ，两个底角各为 30° 。从顶点作一垂线到底边，得到两个相等的直角三角形，根据余弦定义可以写出：

$$\cos 30^\circ = \frac{U_{AB}/2}{U_A}$$

即

$$U_{AB} = 2U_A \cos 30^\circ = 2U_A \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$U_{AB} = \sqrt{3}U_A$$

用同样的方法可以求出：

$$U_{BC} = \sqrt{3}U_B$$

$$U_{CA} = \sqrt{3}U_C$$

前面已有：

$$U_A = U_B = U_C = U_P$$

$$U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_L$$

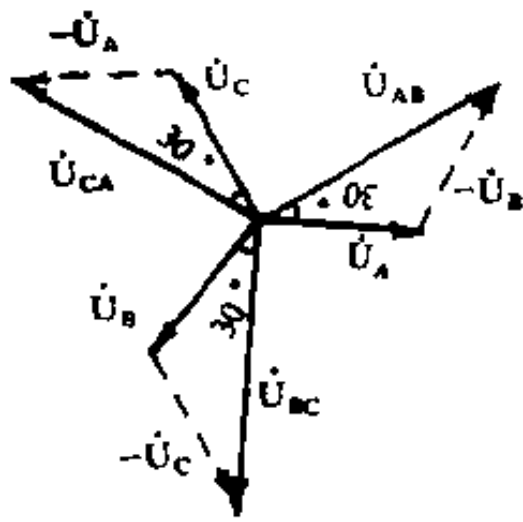


图7-5 电源星形连接时,相电压和线电压的相量图

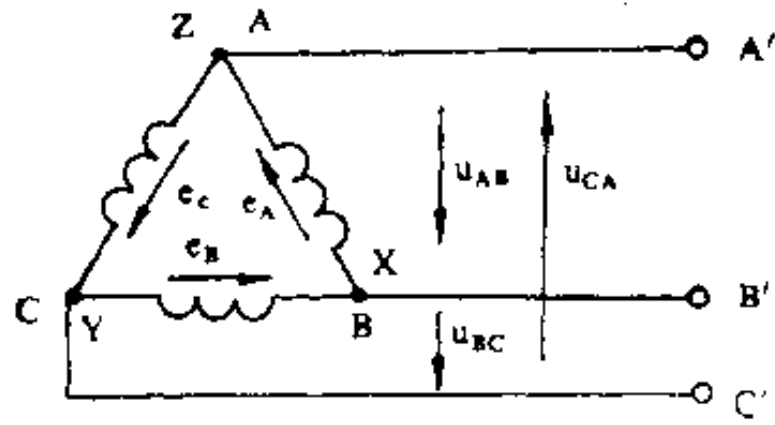


图7-6 三相电源的三角形连接

故线电压与相电压之间的关系概括为:

$$U_L = \sqrt{3} U_P \quad (7-5)$$

这就是说,电源连接成星形时,线电压等于相电压的 $\sqrt{3}$ 倍。

从图7-5中还可以看到,在相位关系上,各线电压超前相应的相电压 30° ,即 \dot{U}_{AB} 超前 \dot{U}_A 30° , \dot{U}_{BC} 超前 \dot{U}_B 30° , \dot{U}_{CA} 超前 \dot{U}_C 30° 。所以三个线电压之间的相位差相等,也都为 120° 。根据以上分析,可以说线电压也是对称的。

我们通常讲的电压220伏和380伏,是指电源星形连接时的相电压和线电压值,它们之间具有 $\sqrt{3}$ 的关系,即380伏 $=\sqrt{3}\times 220$ 伏。如果不特别声明,一般所说的380伏电压都是指的线电压。

二、电源的三角形连接

三角形连接就是把一个绕组的末端和另一个绕组的始端顺次序连接,如X接B,Y接C,Z接A,连接成一个闭合回路,再从三个接点引出三根导线向外送电,如图7-6所示。

由图7-6看出,三个绕组连成三角形时,线电压就是相电压,即:

$$U_L = U_P \quad (7-6)$$

那么图中的三角形回路会不会产生电流?我们回答是不会的。因为三相对称电动势瞬时值的代数和或有效值相量和等于零,即:

$$e_A + e_B + e_C = 0$$

或

$$\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = 0$$

所以回路中不会有电流产生。

7.3 三相负载的接法

三相电路的负载由三部分组成,其中每一部分叫做一相负载,负载阻抗相等的三相负载叫对称三相负载。例如,三相变压器的初级绕组或一台三相电动机都是对称三相负

载。

三相负载的连接也有星形和三角形两种连接方式，现在分述如下：

一、负载的星形连接

前面已经讲过，星形连接的三相电源线电压为380伏。许多用电器件的额定电压均为220伏，如电视机、洗衣机、电风扇，照明电灯等，因此这些电器就不能接在三相电源的端线之间，而应接在端线与中线之间，它的相电压为220伏，正好满足额定电压的要求，所以中线就成了负载的公共端，这种连接方式叫做负载的星形连接，可用图7-7中的电路表示。我们假设各相的负载均为阻抗，分别用 Z_A 、 Z_B 、 Z_C 表示，这种用四根导线把电源和负载连接起来的三相电路，叫做三相四线制。

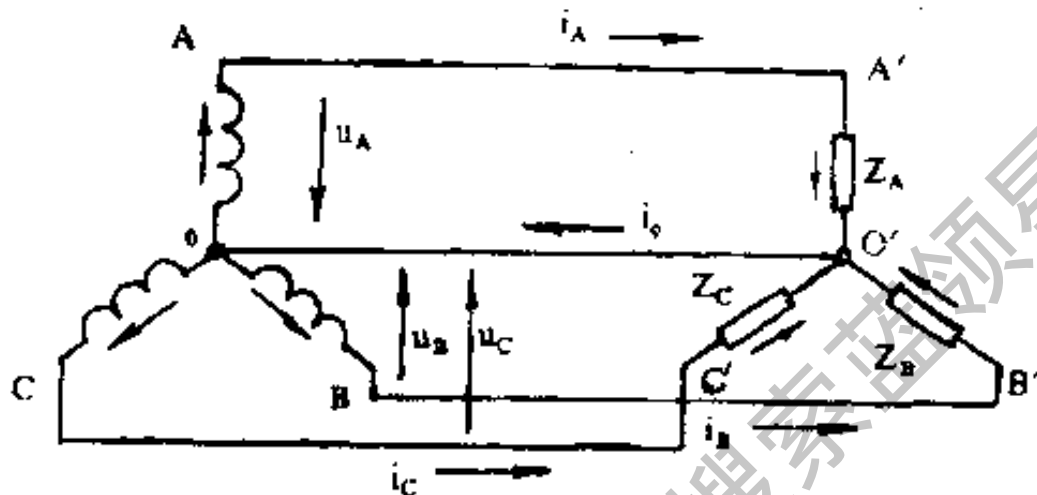


图7-7 三相四线制电路

在图7-7电路中，假设导线的阻抗很小，可忽略不计，那么负载的线电压与电源的线电压相等。如中线阻抗也忽略不计，则负载的中点 O' 的电位与电源的中点 O 的电位相同，负载的相电压和相应的电源相电压也相等，即 $U'_A = U_A$ ， $U'_B = U_B$ ， $U'_C = U_C$ 。

各相负载两端电压知道之后，可以一相一相地计算电流，这个电流是流经各相负载的，所以叫相电流，它们的有效值为：

$$I_A = \frac{U_A}{Z_A}, \quad I_B = \frac{U_B}{Z_B}, \quad I_C = \frac{U_C}{Z_C}$$

各相负载的相电压与相电流之间的相位差，可按下列关系算出：

$$\operatorname{tg} \varphi_A = \frac{X_A}{R_A}, \quad \operatorname{tg} \varphi_B = \frac{X_B}{R_B}, \quad \operatorname{tg} \varphi_C = \frac{X_C}{R_C}$$

如果 $X_A = X_B = X_C = X$ ， $R_A = R_B = R_C = R$ ，则这个三相负载就叫做三相对称负载。在这种情况下，三个相电流的有效值相等，各相的相电压与相电流之间的相位差也相等，这样三个相电流之间的相位差必为 120° ，故三个相电流也是对称的，即：

$$I_A = I_B = I_C = I_P$$

$$\varphi_A = \varphi_B = \varphi_C = \varphi$$

在各端线中流过的电流叫做线电流，用 I_L 表示。对星形连接的电路来说，线电流等于

相电流, 即:

$$I_L = I_P \quad (7-7)$$

图7-8是三相对称负载星形连接时, 各相电流与电压的相量图。

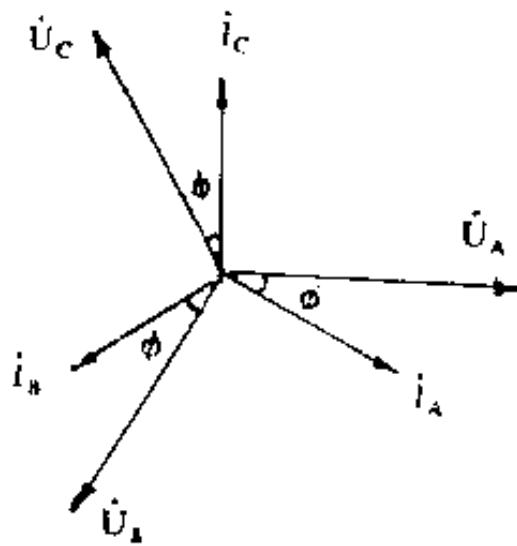


图7-8 对称负载星形连接时三相电压和电流的相量图

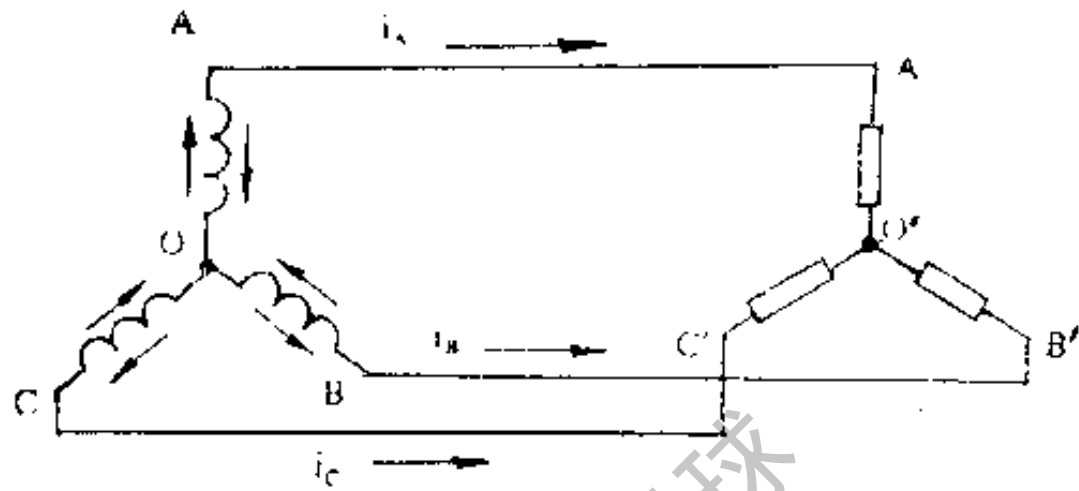


图7-9 对称负载星形连接的三相三线制电路

根据基尔霍夫第一定律, 图7-7中的中线电流 I_0 是三相电流的和, 即:

$$\left. \begin{aligned} i_0 &= i_A + i_B + i_C \\ \dot{I}_0 &= \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C \end{aligned} \right\} \quad (7-8)$$

从图7-8中的相量图可看出, 因三个相电流是对称的, 它们的相量和必等于零。也就是说, 中线里没有电流流过, 这样可以把中线去掉, 变成了三相三线制的电路, 如图7-9所示。

三相三线制在工业上应用很广, 因为工业中的三相负载一般都是对称的。如一台三相电动机, 每相的额定电压是220伏, 怎样接到380伏的电源上呢? 我们可以采用星形连接方式, 如图7-9所示的连接情况。

下面我们分析对称三相电路的特点, 就能计算出三相三线制电路中的电流。

第一特点是, 在负载对称的情况下, 电源中点 O 与负载中点 O' 的电位相同。无论有无中线, 各相负载两端的电压都等于电源的各相电压, 所以加在三相负载上的电压是对称的三相电压。

第二特点是, 在三相对称电路中, 只要计算出一相电流, 其它两相电流可按对称电流的关系直接写出。

这样对称三相电路可以作为单相电路计算。我们从图7-9电路中取出A相, 并设 OO' 两点之间有一根假中线连接起来, 这就构成了一个如图7-10所示的单相电路。在单相电路中很容易计算出电流 i_A , 再根据对称电流的关系, 很快写出其它两相电流 i_B 和 i_C 。

〔例7-1〕 有一星形连接的三相负载, 每相的电阻 $R = 6$ 欧, 电抗 $X = 8$ 欧, 电源电压 $U_L = 380$ 伏, 求负载电流?

〔解〕 因负载对称, 只计算一相。

$$\text{相电压 } U_P = \frac{U_L}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ 伏}$$

$$\text{每相负载阻抗 } z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ 欧}$$

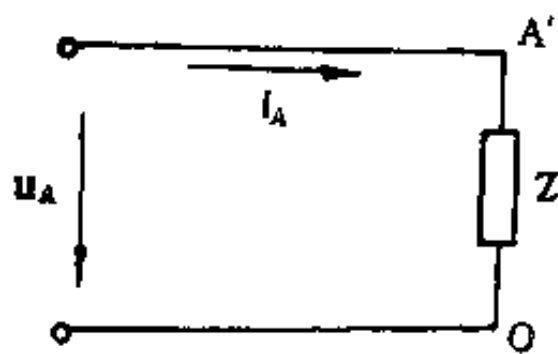


图7-10 对称三相电路的计算简化为单相计算

$$\text{相电流 } I_P = \frac{U_P}{z} = \frac{220}{10} = 22 \text{ 安}$$

线电流与相电流相同，所以

$$I_L = I_P = 22 \text{ 安}$$

故负载电流为22安。

二、负载的三角形连接

负载的三角形连接，可用图7-11所示的电路来表示。各相的负载阻抗分别为 Z_{AB} 、 Z_{BC} 、 Z_{CA} ，电压和电流的方向已在图中注明。

由于各相负载都直接跨在电源的端线之间，所以各相负载的相电压与电源的线电压相等，即

$$U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_L = U_P$$

其中， U_L 为电源的线电压， U_P 为负载的相电压。

从图7-11可看出，负载连接三角形时，相电流和线电流是不一样的。如像三相电动机这样的对称负载，它的三相电流也应是对称的，所以在计算相电流时，只要求出一相就可以了，下面计算图7-11中的A'B'相电流：

$$I_{AB} = \frac{U_{AB}}{Z_{AB}} \quad \text{tg} \varphi_{AB} = \frac{X_{AB}}{R_{AB}}$$

由于三相电流相等，故

$$I_{AB} = I_{BC} = I_{CA} = I_P = \frac{U_P}{Z_P}$$

三相负载的阻抗角也相等，即：

$$\varphi_{AB} = \varphi_{BC} = \varphi_{CA} = \varphi, \quad \text{tg} \varphi = \frac{X}{R}$$

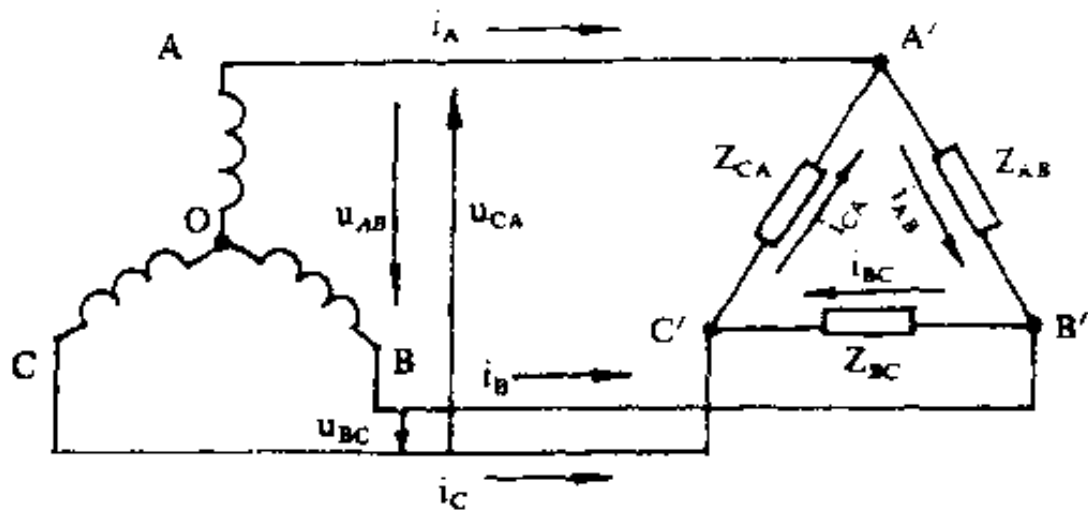


图7-11 负载为三角形连接的三相三线制电路

那么线电流和相电流之间又是什么关系，根据基尔霍夫第一定律，对图7-11电路，可以写出负载端A'、B'、C'三个节点上的电流关系，为：

$$\left. \begin{aligned} \text{对节点 A'} \quad i_A &= i_{AB} - i_{CA} \\ \text{对节点 B'} \quad i_B &= i_{BC} - i_{AB} \\ \text{对节点 C'} \quad i_C &= i_{CA} - i_{BC} \end{aligned} \right\} \quad (7-9)$$

电流有效值相量的关系为：

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_A &= \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA} \\ \dot{I}_B &= \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB} \\ \dot{I}_C &= \dot{I}_{AC} - \dot{I}_{BC} \end{aligned} \right\} \quad (7-10)$$

利用相量图，根据式(7-10)，可以很方便地由相电流求出各线电流的大小和相位，如图7-12所示。因为三个相电流是对称的，所以三个线电流也是对称的。线电流在相位上比相应的相电流滞后30°，大小关系是：

$$I_A = 2I_{AB} \cos 30^\circ = 2I_{AB} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} I_{AB}$$

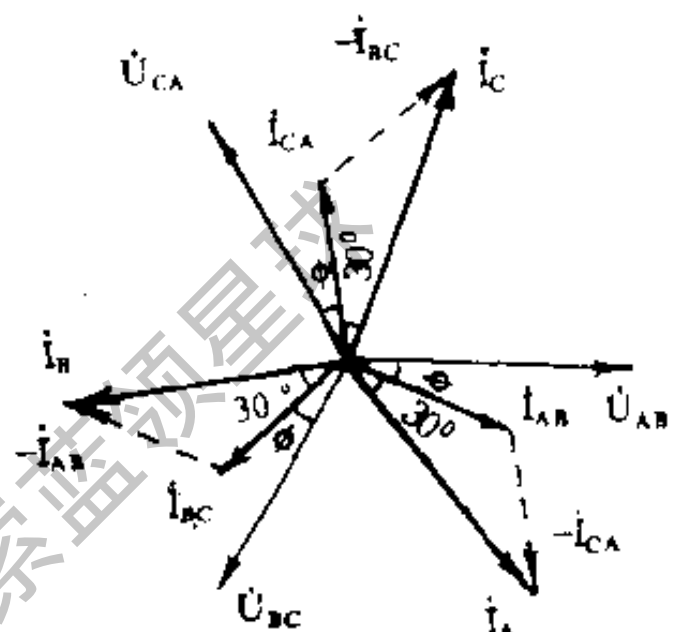


图7-12 对称负载三角形连接的三相电压和电流的相量图

即

$$I_L = \sqrt{3} I_P \quad (7-11)$$

式(7-11)说明，对称三相负载三角形连接时，线电流等于相电流的 $\sqrt{3}$ 倍。

三、不对称负载的三相电路

前面分析的是负载对称三相电路，这样电路的特点是，三相负载复数阻抗均相等，所以电压和电流都是对称的。当负载阻抗不相等时，就构成了不对称三相电路。下面主要讨论星形接法的不对称电路，最常见的不对称负载是照明电路。

照明电路一般都采用三相四线制，在设计安装时尽量把电灯均匀分布在各相电路中，

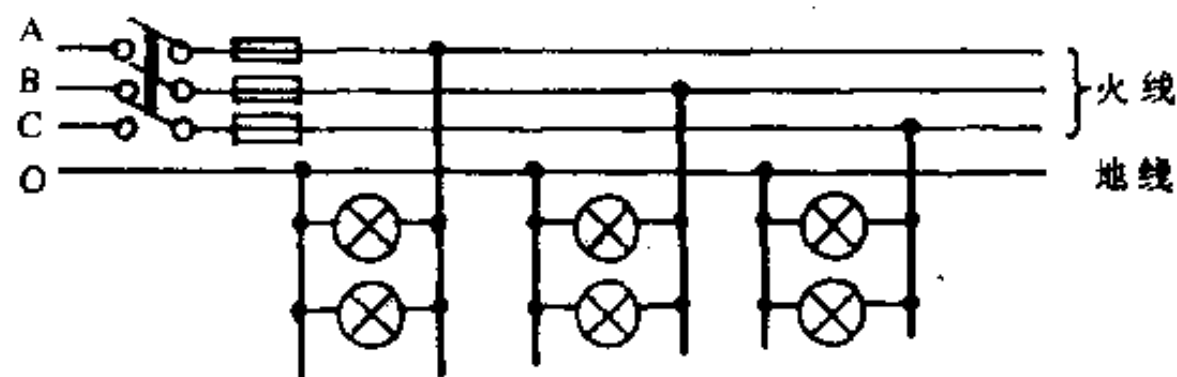


图7-13 单相负载的三相四线制连接

如图7-13所示。通常把中线接地，使它的电位与大地相同，以保证安全。

对于照明电路，即使在设计时各相负载是对称的，但实际上经常是有的电灯开，有的

电灯关，或线路中某处发生短路或断路故障，所以在一般情况下，各相负载是不对称的。采用三相四线制，就好象是电源的每一相单独地对负载的每一相供电，这可保证在电灯负载不对称时，各相电灯两端的电压不变，也就是说能正常工作。下面具体分析。

假设采用三相三线制照明电路，如图7-14所示。如果A相只使用一只电灯，B相和C相均使用两只电灯，且两相负载相等，这就造成了三相负载不对称。这时三相负载的中点O'的电位，就不等于电源中点O的电位，各相电灯两端的相电压也就不对称了。在图7-14电路中，A相负载的电压高于电源相电压，电灯较亮，时间长会烧毁，B相和C相的电压低于电源相电压，电灯很暗。

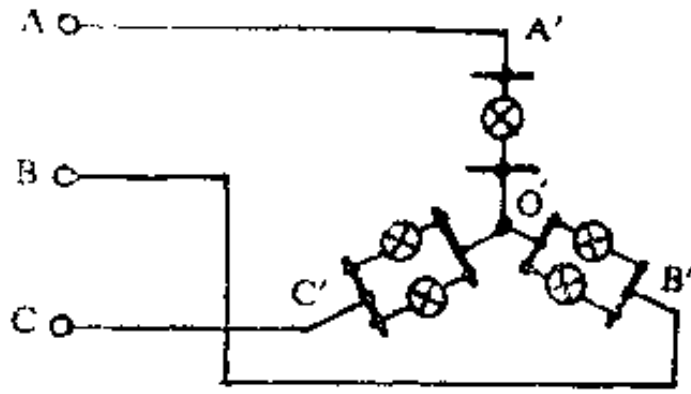


图7-14 三相三线制照明电路

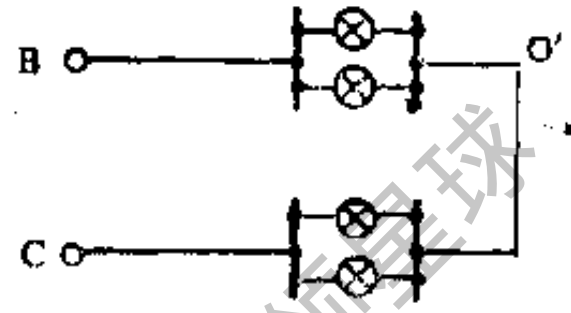


图7-15 三相三线制，A相断路后的电路

如果把A相的电灯关上，也就是A相断路，这时图7-14中的三相电路，就变成图7-15所示的B、C两相电灯串联后接在BC线电压之间的单相电路。这样B相和C相的电压分别等于二分之一的线电压，低于相电压，电灯同样较暗。

从上面分析可见，三相三线制照明电路是不可行的，只有采用三相四线制电路，才不会发生上述现象。下面再分析其道理。

在三相四线制中，各种负载两端的电压就等于相电压，与各相负载的变化没有关系。也可以说，负载中点O'的电位与电源中点O电位总是相同的。即使A相断路，也只是A相中全部负载断电，O'点的电位不变，其它两项负载的电压仍为电源的相电压，负载正常工作。所不同的是，在负载对称时，三相对称的负载电流的相量和等于零，中线无电流，负载不对称时，三相负载电流的相量和不等于零，中线有电流通过。根据基尔霍夫第一定律可知，中线电流为：

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C$$

因此可得出结论，中线的的作用就在于使星形连接的不对称负载的相电压保持对称。这样低压照明电路都应该采用三相四线制，且中线不容许接入保险丝，最好采用机械强度较好的钢线作中线。

〔例7-2〕 如图7-16(a)所示的负载为星形连接的对称三相电路，电源的线电压为380伏，每相负载阻抗 $Z = (8 + j6)$ 欧，求：

- (1) 正常情况下负载的相电压及相电流；
- (2) C相负载短路时，其余两相的相电压及相电流；
- (3) C相负载断线时，其余两相的相电压及相电流。

〔解〕 (1) 正常情况下，因是对称三相电路，故各负载的相电压大小相等，即：

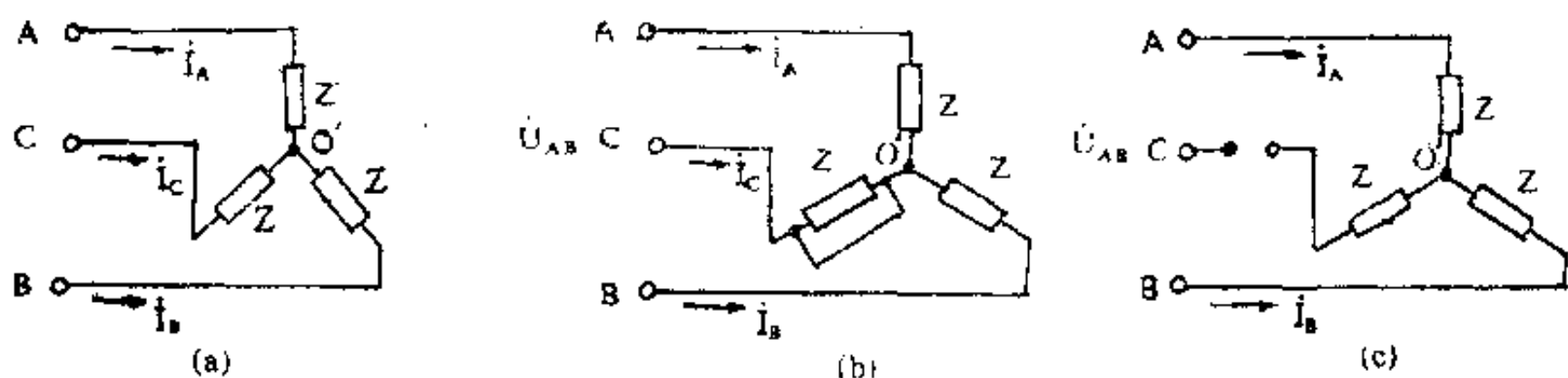


图7-16

$$U_{AO'} = U_{BO'} = U_{CO'} = \frac{U_{AB}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{伏}$$

每相负载为 $Z = 8 + j6 = 10 / 36.9^\circ$ 欧，相电流又等于线电流，故：

$$I_A = I_B = I_C = \frac{U_{AO'}}{Z} = \frac{220}{10} = 22 \text{安}$$

(2) C相负载短路时，线电压通过短路线直接加在A相及B相的负载两端，见图7-16(b)，所以这两相的相电压等于线电压，即：

$$U_{AO'} = U_{BO'} = 220 \times \sqrt{3} = 380 \text{伏}$$

相电流为：

$$I_A = I_B = \frac{U_{AO'}}{Z} = \frac{380}{10} = 38 \text{安}$$

(3) C相负载断线时，见图7-16(c)，这时A、B两负载串联接在线电压 U_{AB} 上，因两阻抗完全相同，故相电压为线电压的一半，即

$$U_{AO'} = U_{BO'} = \frac{220\sqrt{3}}{2} = 190 \text{伏}$$

相电流为：

$$I_A = I_B = \frac{U_{AO'}}{Z} = \frac{190}{10} = 19 \text{安}$$

从上面的例题可以看出，在负载为星形连接的对称三相电路中，一相负载短路或断线时，各线电流及负载相电压就不再对称了。当一相负载短路时，其它两相负载的相电压就等

于电源的线电压，流过的电流是正常情况下的 $\sqrt{3}$ 倍，造成过载。当一相负载断线时，其它两相负载的端电压低于正常情况下的端电压，不能正常工作。

7.4 三相功率的计算

在第六章里已经介绍过，一个负载两端加上正弦交流电压 u ，流过电流 i ，那么该负载所消耗的平均功率为：

$$P = UI \cos \varphi$$

式中， U 和 I 分别为电压和电流的有效值， φ 为电压与电流之间的相位差。

在三相电路里，负载消耗的平均功率应该等于各相平均功率之和，即：

$$\begin{aligned} P &= P_A + P_B + P_C \\ &= U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C \end{aligned}$$

式中， U_A 、 U_B 、 U_C 为三相负载的相电压；

I_A 、 I_B 、 I_C 为各相负载的相电流；

φ_A 、 φ_B 、 φ_C 为相电压与相电流之间的相位差。

在对称三相电路中，相电压、相电流及它们之间的相位差都应相同，即为：

$$U_A = U_B = U_C = U_P$$

$$I_A = I_B = I_C = I_P$$

$$\varphi_A = \varphi_B = \varphi_C = \varphi_P$$

则三相负载功率可表示为：

$$P = 3U_P I_P \cos \varphi_P \quad (7-12)$$

1. 若负载为星形连接时， $I_L = I_P$ ， $U_L = \sqrt{3} U_P$ 代入上式，则三相负载的平均功率为：

$$P = 3 \frac{U_L}{\sqrt{3}} I_L \cos \varphi_P = \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi_P$$

2. 若负载为三角形连接时， $I_L = \sqrt{3} I_P$ ， $U_L = U_P$ 代入上式，则三相负载的平均功率为：

$$P = 3U_L \frac{I_L}{\sqrt{3}} \cos \varphi_P = \sqrt{3} U I_L \cos \varphi_P$$

由此可见，在对称三相电路中，不论负载的连接是哪种形式，对称三相负载的平均功率都是：

$$P = \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi_P \quad (7-13)$$

〔例7-3〕 有一个三相电动机，每相的等效电阻 $R = 29$ 欧，等效感抗 $X_L = 21.8$ 欧，绕组连成星形，接于 $U_L = 380$ 伏的三相电源上，试求电动机所消耗的功率。

〔解〕 负载为星形连接，相电压为：

$$U_P = \frac{U_L}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ 伏}$$

每相负载阻抗 $Z = R + jX_L = 29 + j21.8 = 36.3 \angle 36.9$ 欧，每相的相电流为：

$$I_P = \frac{U_P}{z} = \frac{220}{36.3} = 6.1 \text{ 安}$$

电动机消耗功率：

$$\begin{aligned} P &= 3U_P I_P \cos \varphi_P \\ &= 3 \times 220 \times 6.1 \times \cos 36.9^\circ = 3219.5 \text{ 瓦} \end{aligned}$$

7.5 保护接地和保护接零

在日常生活和生产实践中，我们使用各种各样的电器设备，如电视机、电冰箱、洗衣机、稳压器及电动机等。这些设备的金属外壳在正常情况下是不带电的，但有时由于带电部分绝缘损坏而出现对地电压，这样人们接触带电体后就会触电，漏电严重时还会有致命的危险。为此，常采用保护接地或保护接零线的方法来确保人身安全。

一、保护接地

所谓保护接地就是用电设备的不带电的金属部分与大地之间做良好的金属连接，以保护人体的安全。

一般在电源中点不接地的电力网中，用电设备例如电机、变压器和控制电器的金属外壳、配电盘的金属框架等都应采用保护接地。

以图7-17所示的三相电动机为例，先分析外壳不接地的情况，后再分析外壳接地的情况，通过对比就很容易了解保护接地的作用。

如果三相电动机内一相（如A相）绝缘损坏而碰壳，电机外壳必带电，并与A相输电线同电位。由于输电线与大地间存在有电容（其电容值与输电线的长度成正比），所以当工作人员碰到电机外壳时，人体就与A相输电线对地的电容 C_A 并联，这样线电压 U_{AB} 和 U_{CA} 就通过人体以及电容 C_B 和 C_C 各形成一条闭合的导电回路，因此有电流通过人体而触电。在低压供电系统中，当线路不长，线对地电容不大时，上述触电事故还不太严重。若低

压线路很长或在高压电路中，这种触电事故就严重了，所以说用电设备没有保护接地是不安全的。

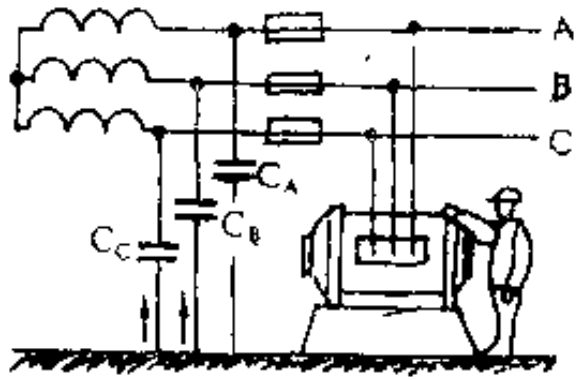


图7-17 电机没有保护接地

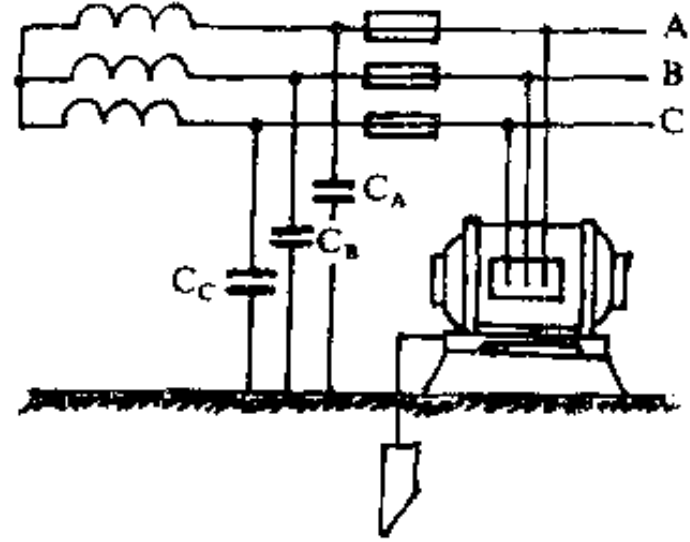


图7-18 电机有保护接地

图7-18所示的三相电动机外壳已接地情况就不同了。当有一相绕组绝缘损坏而碰壳，由于电动机有了保护接地，所以外壳与大地间的电位差就很小，而人体的电阻一般比接地电阻大数百倍，此时工作人员碰到机壳就相当于人体和接地电阻并联，接地电阻愈小，流过人体的电流也就愈小，这样就不会有触电的危险。

二、保护接零线

保护接零线就是用电设备不带电的金属部分与零线做良好的金属连接。零线是这样定义的，在三相四线制供电系统中，当中点接地时，该点称为零点。由零点引出的导线称为零线。而不接地的中点所引出的导线称中线。如图7-19及图7-20所示。

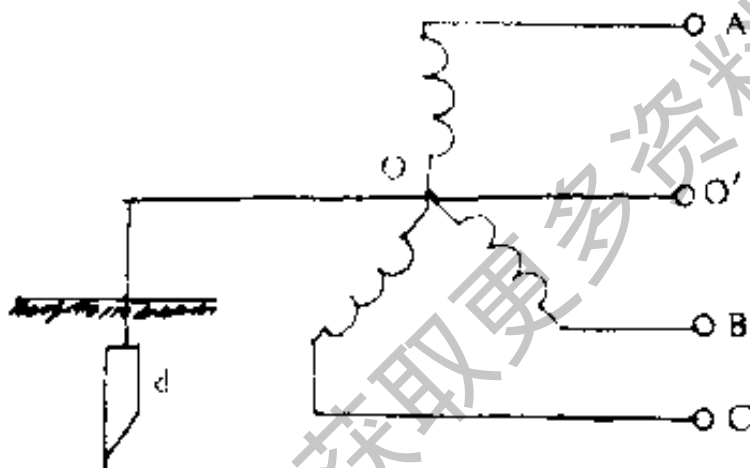


图7-19 中点接地

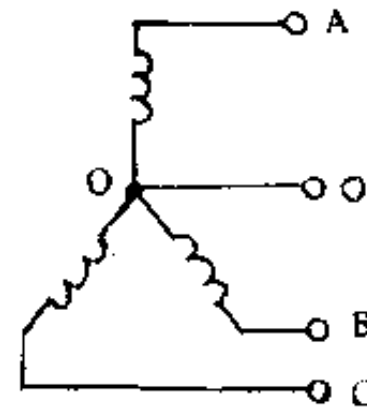


图7-20 中点不接地

一般在电源中点接地的低压三相供电系统中，用电设备都采用保护接零线。保护接零线的作用是当用电设备一相绝缘损坏而碰壳时，该相可通过机壳和中线形成单相短路，见图7-21。由于中线的电阻很小，因此产生很大短路电流，使三相电路中的自动开关或熔断器迅速动作，及时断电，确保人身安全。

在同一供电系统中，不允许保护接零线和保护接地同时采用。如同时采用，当用电设备一相碰壳后，由于大地的电阻比中线的电阻大得多，经过机壳、接地体和大

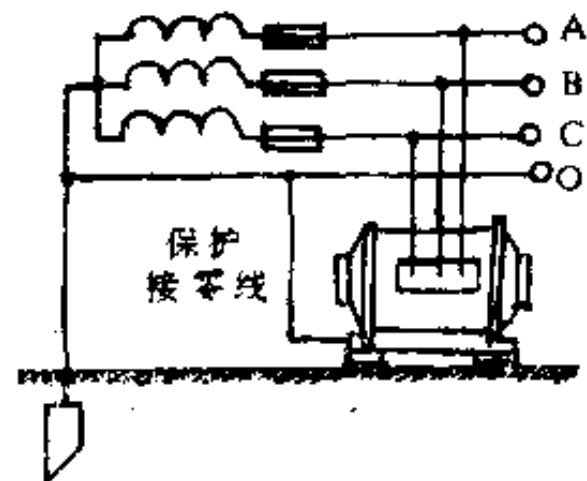


图7-21

地形成的短路电流往往不足以使自动开关和熔断器动作，当电流流过大地又使电源中点的电位升高，这样就使所有接零线的用电设备的金属外壳出现了对地电压，造成了更多的触电机会。

习 题

1. 已知某电源的相电压是6千伏，如果绕组接成星形，它的线电压是多少？如果已知 $u_A = U_m \sin \omega t$ 千伏，写出所有的相电压和线电压的三角函数式，并画出相量图。有人说，知道三相电压中的一相，其它两相自然清楚了。你同意这种说法吗？
2. 指出图7-22中负荷的连接方式。

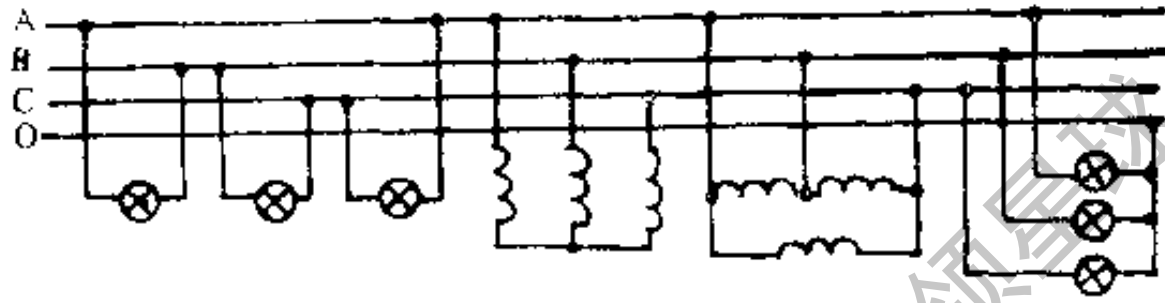


图7-22 题2图

3. 在图7-23中，假设负载为对称负载。已知图中安培表 A_1 读数为15安，电压表 V_2 读数为380伏，那么 A_2 ， V_1 的读数为多少？

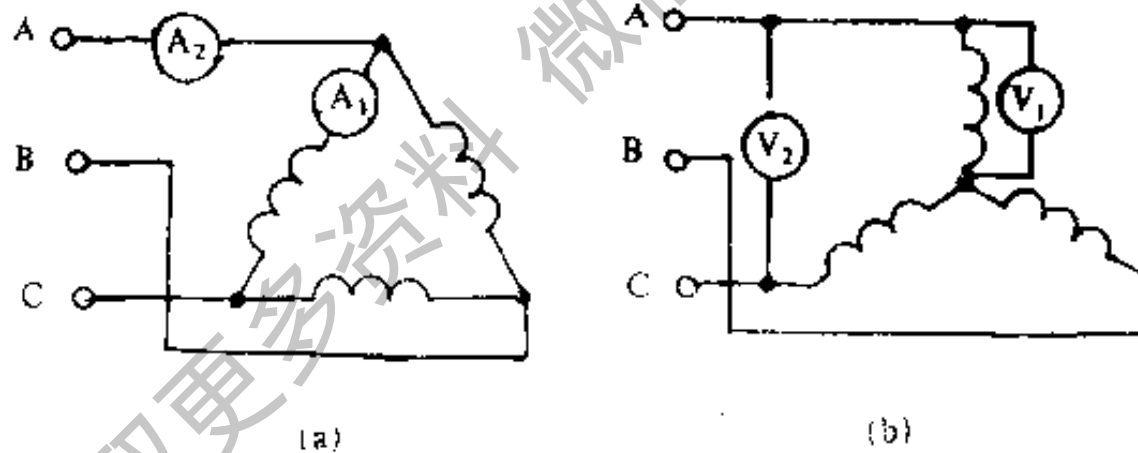


图7-23 题3图

4. 有一三相对称负载，每相电阻 $R = 8$ 欧姆，感抗 $X_L = 6$ 欧姆。如果负载连成星形，接到 $U_L = 380$ 伏的三相电源上，求负载的相电流、线电流及有功功率。
5. 有一台三相电动机，绕组连成三角形接于线电压 $U_L = 380$ 伏的电源上，从电源所获得的功率 $P = 8.2$ 千瓦，功率因数 $\cos \varphi = 0.83$ 。试求电动机的相电流和线电流。如果此电动机改接为星形，仍接在 $U_L = 380$ 伏的电源上，那么它的相电流、线电流和功率将如何改变？
6. 电源和负载都是星形连接的对称三相电路，有中线和没有中线有没有什么差别？
7. 在图7-24电路中，电源电压 $U_L = 380$ 伏。
 - (1) 如果各相负载的阻抗都等于10欧姆，是否可以说负载是对称的？
 - (2) 假设 $R = X_C = X_L = 10$ 欧姆，求各相电流，并用电压、电流相量图计算中线电

流。

(3) 求三相有功功率。

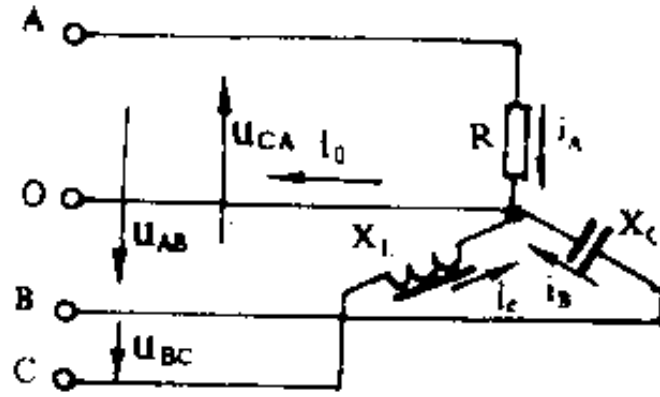


图 7-24 题7图

8. 设有三相四线制电源，其线电压 $U_L = 380$ 伏。它的照明负载是220伏、100瓦的电灯30盏，应如何连接？它的动力负载是一台三相电动机，电动机的额定数据是 $U = 380$ 伏， $P_c = 7$ 千瓦（输出功率）， $\eta_c = 0.85$ ， $\cos\varphi_c = 0.83$ 。这个电动机应如何连接？画出连接电路，并分别求出照明负载和动力负载的相电流和三相负载总功率。照明负载线电流有效值与动力负载线电流的有效值相加，是否等于输电线电流。

获取更多资料 微信搜索蓝空

第八章 电工测量的基本知识

电工测量仪表是电力技术人员不可缺少的工具，从事广播电视设备维护和检修的技术人员也离不开常用的电工测量仪表。它可以精确地测定各种电量和电路参数，如电流、电压、周期、频率、电功率、电阻、电感、电容等。通过测量这些电气参数可以了解线路和设备的工作情况，判断故障发生的部位，进行设备的维护和检修。因此无线电技术人员必须熟悉和正确使用常用的电工仪表。

本章主要介绍常用电工仪表的结构、原理和使用方法。

8.1 电工测量仪表的基本知识

一、电工测量仪表的分类

电工测量仪表的种类繁多，分类的方法也很多，一般可分为标准仪表和实用仪表两类。

用来保持和复制单位量及检验校准各种刻有标度的测量仪表，叫做标准仪表；用来作为实际测量用的仪表叫实用测量仪表，我们主要介绍实用测量仪表。

测量仪表的分类方法很多，大体可以分为以下几种：

1. 按被测量对象分类，可分为电流表、电压表、电阻表、功率表、电能表、电量表（安时表）、相位表、频率表、电感表（亨利计）、电容表（法拉计）。

2. 按仪表测量原理分类，可分为电磁式、磁电式、电动式、感应式、静电式、振动式、热电式、整流式、电子式等，前四种应用较多。

3. 按测量方法分类，可分为直读式，即具有读数装置，如指针、标尺等，都可直接读出测量数据；比较式是把被测量的量值与标准量相比较，从而测得数据。直读式仪表操作简单，使用方便，应用较广，但灵敏度与准确性较差。比较式仪表的灵敏度和准确度较高，但操作麻烦，使用不便，只用于要求测量精确度高的地方。

4. 按工作电流分类，可分为直流仪表、交流仪表和交直流两用仪表。

仪表根据其准确度，可分为7个等级，各级误差见表8-1。

表 8-1 仪表等级及误差

等 级	0.1	0.2	0.5	1.0	1.5	2.5	5.0
误 差 %	±0.1	±0.2	±0.5	±1.0	±1.5	±2.5	±5.0

二、仪表的误差及其表示法

1. 仪表的误差

任何仪表均有误差。它表明仪表的指示值和被测量的实际值之间的差异程度。准确度说明仪表的指示值与被测量的实际值相符合的程度。误差越小，准确度越高，测量结果越接近真实值。仪表的误差有两种：

(1) 基本误差

仪表在规定的正常工作条件下进行测量时所具有的误差，叫做基本误差。

产生基本误差的原因是仪表的结构和工艺不完善，它是仪表本身所固有的。如仪表的转动部分因摩擦力的变化而引起的误差；仪表上刻度的划分不精密或因标尺移动而引起的误差；仪表内部的弹簧变形引起误差等。

(2) 附加误差

仪表在不正常的工作条件下进行测量时所引起的误差，叫做附加误差。如环境温度不符合仪表的工作条件的规定引起误差；仪表的工作位置不当引起误差；仪表周围的电磁场的严重干扰而引起误差等。

2. 误差的表示法

仪表误差的表示方法主要有三种：

(1) 绝对误差

测量值与被测量的实际值之差，叫做测量的绝对误差，用符号 Δ 表示，即

$$\Delta = A - A_0$$

式中， A ——测量结果的读数值；

A_0 ——被测量的实际值。

绝对误差可能为正值，也可能为负值，通常将负值叫做补值。

(2) 相对误差

绝对误差与被测量的实际值之比，叫做测量的相对误差。通常用百分数 r 表示，即

$$r = \frac{\Delta}{A_0} \times 100\%$$

由于测量时很难求得实际值 A_0 ，所以通常用测量值 A 来代替，这样可求得相对误差的近似值，即

$$r \approx \frac{\Delta}{A} \times 100\%$$

(3) 引用误差

绝对误差与仪表本身量程的最大读数之比，叫做测量的引用误差，通常用百分数 r_s 表示，即

$$r_m = \frac{\Delta}{A_m} \times 100\%$$

式中， A_m ——仪表本身量程的最大读数。

仪表的准确等级的百分数，由测量时可能出现的最大绝对误差 Δ_m 及仪表本身量程的最大读数 A_m 确定，即

$$\pm K\% = \frac{\Delta_m}{A_m} \times 100\%$$

三、常用电工仪表的符号

国家标准GB776-65第79~104条对仪表和附件上应具有的标志和符号做了具体规定，以说明仪表的技术性能。为了正确使用和维修仪表，了解这些标志符号是很必要的。标记符号有：①测量单位符号；②仪表和附件工作原理符号；③电流种类及不同额定值符号；④准确度等级符号；⑤工作位置符号；⑥绝缘强度符号；⑦防外电场和磁场符号等级符号；⑧使用环境条件的组别符号。常用电气测量仪表和附件的符号见表8-2、8-3、8-4、8-5。

表 8-2 测量单位符号

名 称	符 号	名 称	符 号
千安	kA	伏	V
安	A	毫伏	mV
毫安	mA	微伏	μ V
微安	μ A	兆瓦	MW
千瓦	kA	千瓦	kW
兆瓦	W	功率因数	$\cos\varphi$
千乏	MVar	无功功率因数	$\sin\varphi$
兆乏	kVar	库仑	C
千乏	Var	毫韦伯	mWb
兆赫	MHz	毫韦伯/米 ²	mT
赫	Hz	微法	μ F
兆欧	T Ω	皮法	pF
兆欧	M Ω	亨	H
千欧	k Ω	毫亨	mH
欧	Ω	微亨	μ H
毫欧	m Ω	摄氏温度	$^{\circ}$ C
微欧	$\mu\Omega$		
相位角	φ		

表 8-3 仪表工作原理符号

名 称	符 号	名 称	符 号
磁电系仪表		铁磁电动系比率表	
磁电系比率表		感应系仪表	
动磁系仪表		感应系比率表	
动磁系比率表		静电系仪表	
电磁系仪表		振簧系仪表	
电磁系比率表		热线系仪表	
极化电磁系仪表		双金属系仪表	
电动系仪表		整流系仪表 (带半 导体整流器和磁电 系测量机构)	
电动系比率表		热电系仪表 (带接 触式热变换器和磁 电系测量机构)	
铁磁电动系仪表		磁感应系仪表	

表 8-4 电流种类符号














名 称	符 号	名 称	符 号
直 流	—	具有单元件的三相平衡负载交流	
交 流 (单相)	~	具有两元件的三相不平衡负载交流	
直 流 和 交 流	— ~	具有三元件的三相四线不平衡负载交流	

表 8-5 标准等级、工作位置及绝缘强度符号

名 称	符 号	名 称	符 号
以标尺量限百分数表示的准确度等级, 如 1.5 级	1.5	不进行绝缘强度试验	
以标尺长度百分数表示的准确度等级, 如 1.5 级		绝缘强度试验电压为 2kV	
以指示值的百分数表示的准确度等级, 如 1.5 级		危险 (测量线路与外壳间的绝缘强度不符合标准规定, 符号为红色)	
标尺位置为垂直		接 地 端 钮	
标尺位置为水平		与外壳连接的端钮	
标尺位置与水平面倾斜一角度, 如 60°			

四、电工仪表的基本原理与构造

1. 电工仪表的基本原理

电工测量仪表的一般原理, 是利用在仪表中通过的电流所产生热、磁、力等效应, 将电流转变为转动力矩, 在转动力矩的作用下, 仪表的活动部分发生偏转, 同时产生一个反抗

力矩与旋转力矩相抗衡，当这两个力矩相等时，作用在仪表活动部分上的力等于零，活动部分达到平衡位置。由于仪表活动部分的偏转角度与通入仪表的电流成一定的函数关系，因此可以根据活动部分的偏转角度而测知被测量的值。

2. 电工仪表的主要构造

电工测量仪表的构造包括四个基本部分，即驱动装置；仪表接入电路后，在电流的作用下，产生旋转力矩；控制部分；产生反抗力矩；阻尼装置；产生阻尼力矩，以使仪表的活动部分迅速静止；读数装置；使转动部分的偏转表现为一读数。

在这四个基本部分中，驱动装置最重要，不同种类的仪表其构造原理也不相同。其余三部分，各类仪表基本相同，这里作一简要说明。

(1) 控制装置

仪表中产生反抗力矩的部件叫做控制装置。仪表中控制装置产生反抗力矩的主要方法有两种，一是利用机械力，二是利用电磁力。

① 机械力控制装置：主要是由螺旋式弹簧组成。弹簧又叫游丝，它所产生的反抗力矩与偏转角成正比。图8-1为机械力控制装置结构图。

反抗弹簧1的一端一般固定在活动部分，另一端固定在校正器3上。校正器用来在使用前将指针调到零点。为了方便，调整螺旋2露在仪表的外面。有些仪表，如瓦时表，反抗力矩是利用涡流和重力平衡锤来产生。另外，在某些仪表中，被测电流是通过弹簧引到活动线圈中的。

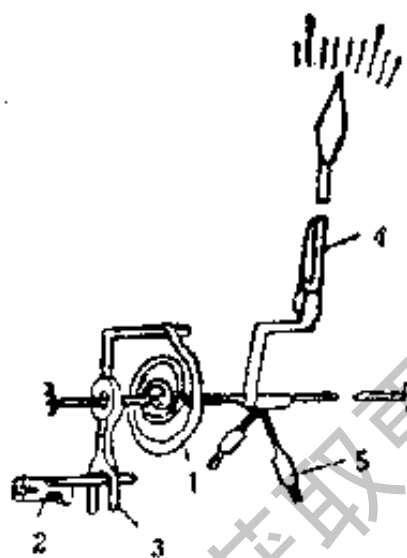


图 8-1 机械力控制装置结构图

图中：1. 弹簧 2. 调整螺旋 3. 校正器
4. 指针 5. 平衡锤

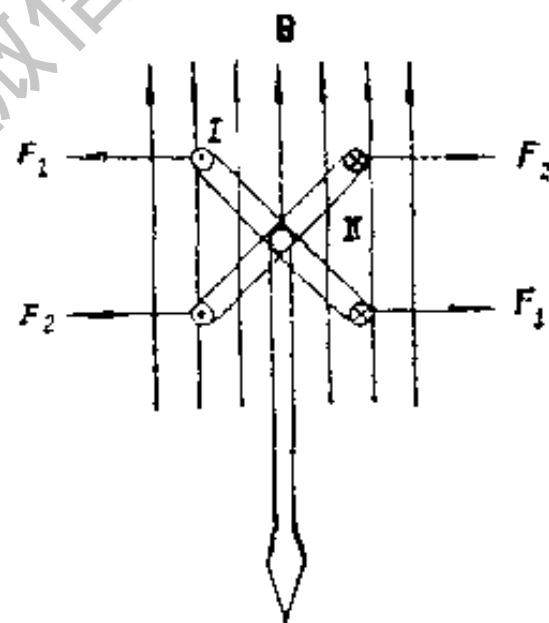


图 8-2 利用电磁力的控制装置

② 利用电磁力的控制装置：这类控制装置由在磁场中的两个连在一起的线圈组成，如图8-2所示。通电后两个线圈在磁场中都受到电磁力矩的作用，由于方向相反，一个为旋转力矩，另一个是反抗力矩。在一些比率计的测量机构中常采用这种控制装置。

(2) 阻尼装置

由于仪表的活动部分具有惯性，因此仪表在通电之后，指针不能很快静止在平衡位置上，要在平衡位置附近摆动一段时间才能静止，使测量不能迅速完成。阻尼装置在仪表的活动过程中产生一个阻尼力矩，使指针在平衡位置上迅速停止。指示仪表的阻尼装置主要

有两种。

① 空气阻尼器：这种阻尼器的结构如图8-3所示。固定在转轴3上的阻尼叶片1装在密封的阻尼盒2内，在仪表活动部分运动的过程中，阻尼叶片受到空气阻尼的作用，其方向与运动方向相反，因而指针迅速停止在平衡位置上。

② 电磁阻尼器：电磁阻尼器也叫感应式阻尼器，其构造如图8-4所示。阻尼力矩是活动部分1在永久磁铁2中运动而产生的。在磁电系仪表中，没有专门的阻尼装置，阻尼力矩是通过活动线圈的铝质框架的运动获得的。

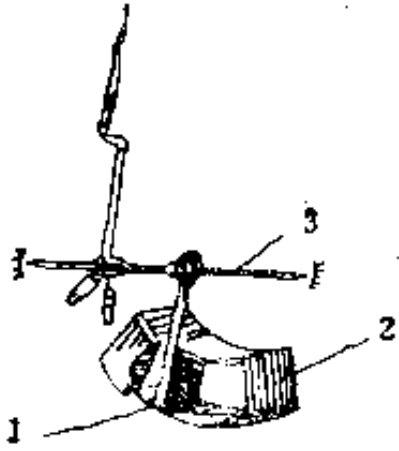


图8-3 空气阻尼器结构示意图

图中：1. 阻尼叶片 2. 阻尼盒 3. 转轴

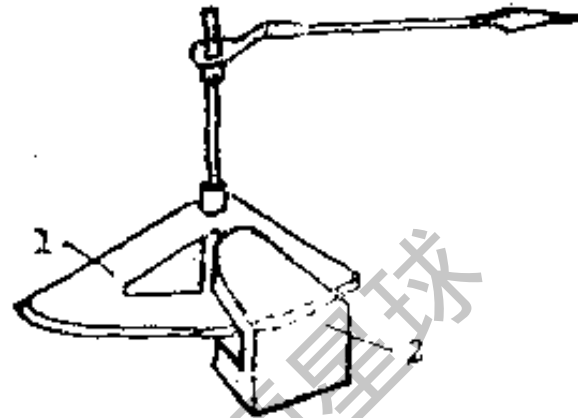


图8-4 电磁阻尼器的构造

图中：1. 活动部分 2. 永久磁铁

(3) 读数装置

读数装置由标尺和指针组成。

① 标尺：标尺又叫刻度盘、标度尺，是个粘有纸条的黄铜片或铝片。标尺面有分格，旋转力矩与被测量成正比关系，分格是均匀的，这叫均匀标尺；如旋转力矩与被测量不成正比关系，分格是不均匀的，叫不均匀标尺。

② 指针：指针固定在仪表的活动部分上，用来指示测量值的大小。指针一般用铝制成，有刀型、矛型和针型三种。刀型指针用于准确度较低的开关板式仪表中，矛型和针型指针用于准确度较高的便携式仪表中。读数时应使视线与指针及标尺分度线相重合，否则读数不准确。

8.2 常用电工仪表的构造原理及用途

一、磁电系仪表

磁电系仪表是利用电流在磁场中受到力效应的原理而工作的。直流电流表和直流电压表均属于磁电系。

1. 基本构造与工作原理

磁电系仪表由磁路系统、转动线圈、螺旋弹簧及阻尼器四个主要部分组成。见图8-5结构图。

① 磁路系统：磁路系统由永久磁铁1、软铁极掌2、圆柱形铁芯3组成。铁芯在极掌的中间，中心准确，固定不动。整个磁路系统是固定不动的，其作用是在两极掌和铁芯的空隙间产生均匀的强磁场。

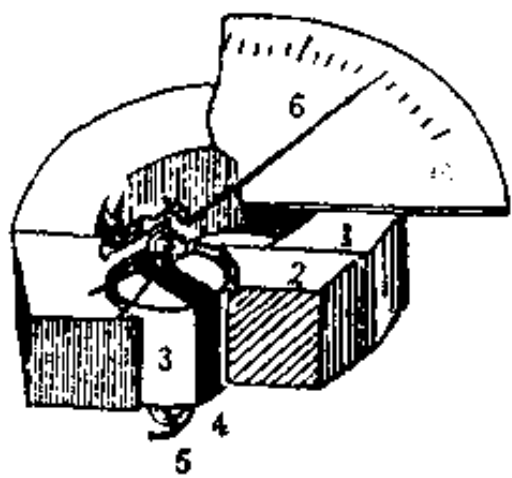


图 8-5 磁电系仪表的结构

图中：1. 永久磁铁 2. 软铁极掌
3. 圆柱形铁芯 4. 转动线圈
5. 螺旋弹簧 6. 指针

当线圈中有电流通过时，磁场便对线圈两边产生电磁力，见图8-6，线圈两边产生的作用力大小相等、方向相反，形成了旋转力矩。这个力矩使线圈转动，线圈带动转轴和指针沿顺时针方向转动。

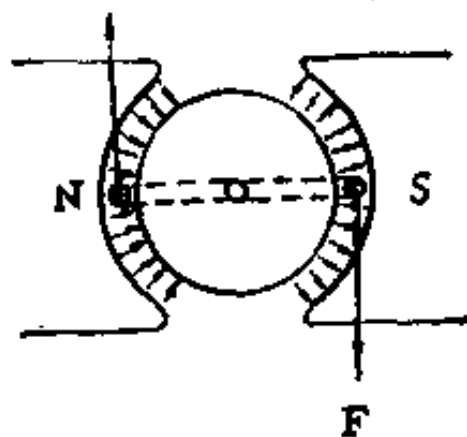


图 8-6 磁电系测量仪表的线圈转动原理

所以通入微小的电流即可以产生很大的旋转力矩，使指针发生较大的偏转。灵敏度最高可达10微安。

② 精度高。由于磁铁的场强稳定，受外界条件影响很小，因而测量精度高，最高可达0.05级。

③ 标尺均匀，读数方便。由于偏转角与电流成线性关系，所以标尺刻度均匀。

④ 耗电少。

⑤ 对被测电路影响小。

(2) 磁电系测量仪表的缺点

① 只能测量直流，不能测量交流。

② 结构复杂，成本较高。

③ 线圈导线较细，过载能力较差。

(3) 磁电系仪表的用途

磁电系仪表用途广泛，几乎所有的万用表、检流计、电子仪器上的指示仪表都是磁电系仪表。磁电系仪表与传感器配合使用可以应用于非电测量。使用磁电系仪表进行测量时

② 转动线圈：转动线圈4用直径为0.007~0.2毫米的漆包线绕在重量很轻的铝质框架上，铝框用转轴支持，转轴固定着指针6。当电流流经线圈时，它与空隙中的磁场相作用而产生旋转力矩，使指针偏转。

③ 螺旋弹簧：螺旋弹簧5分别接线圈的两端，当有电流通过线圈，线圈发生转动的同时，弹簧变形产生了与旋转力矩方向相反的反抗力矩与其平衡。

④ 阻尼器：磁电系仪表不单设阻尼装置，它是依靠铝框的涡流作用实现阻尼的。铝框在磁场内旋转时，感应出涡流，此涡流与磁场相互作用，产生了与线圈转动方向相反的力矩，即阻尼力矩。

与此同时，转轴上的弹簧被扭紧，产生反抗力矩。反抗力矩与转动部分所偏转的角度成正比，当转动力矩与反抗力矩相平衡时，转动部分便停止在某一位置上，这时线圈上所受力为零。指针偏转角度就指示出了被测电流的大小。

2. 磁电系测量仪表的主要特点及用途

(1) 磁电系测量仪表的优点

① 灵敏度高。由于磁场强度大，线圈匝数多，

应注意表的“极性”，正负极性接反时指针将向反向偏转，无法读数。

二、电磁系仪表

电磁系仪表是利用电流磁场对铁磁物质产生作用力的原理制成的。开关板式交流电流表和交流电压表属于电磁系。主要有吸引型和推斥型两种。

1. 吸引型电磁系仪表的构造与工作原理

吸引型电磁系仪表的构造见图8-7所示。由固定扁线圈1、可动铁片2、转轴3、螺旋弹簧4、阻尼器5及永久磁铁6等部分组成。扁线圈有一个窄缝，固定在轴上的铁片正好对准缝口。

当被测电流通入扁线圈后，便产生磁场，这个磁场对可动铁片产生吸引力，被线圈吸到窄缝里，从而带动转轴和指针偏转。与此同时螺旋弹簧产生反抗力矩，当转动力矩与反抗力矩相平衡时，线圈便不再转动，指针停止在某一固定位置上。

指针偏转角度的大小取决于线圈对铁片吸引力的大小。吸引力的大小又取决于通入线圈的电流的大小。电流越大，则线圈对铁片的吸引力也越大，指针的偏转角度也越大。所以通过指针偏转角度的大小可以测知被测电流的大小。

由于无论通入线圈中的电流方向如何，线圈对铁片吸引力的方向总是不变，因此它既可测量直流又可测量交流。

2. 推斥型电磁系仪表的构造与工作原理

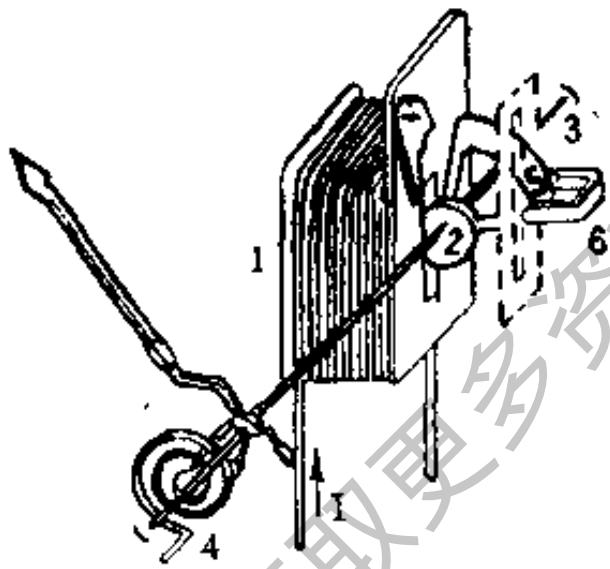


图 8-7 吸引型电磁系仪表的结构

图中：1. 扁线圈； 2. 可动铁片；
3. 转轴； 4. 螺旋弹簧；
5. 阻尼铁片； 6. 永久磁铁。

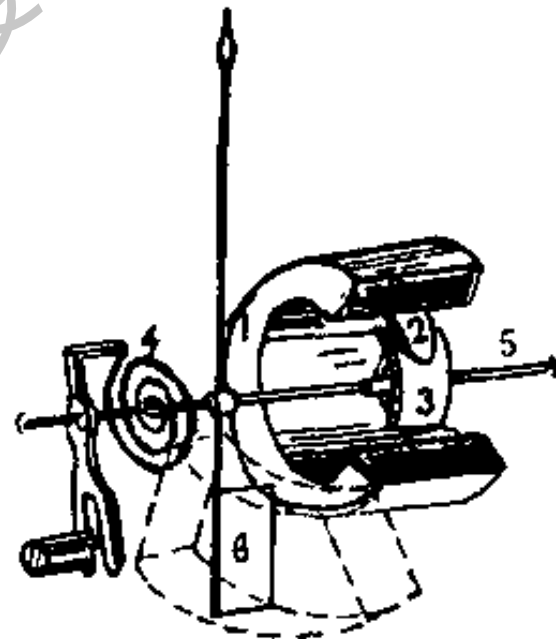


图 8-8 推斥型电磁系仪表的结构

图中：1. 圆线圈； 2. 固定软铁片；
3. 可动软铁片； 4. 旋转弹簧；
5. 转轴； 6. 空气阻尼器。

推斥型电磁系仪表的结构如图8-8所示。它由固定圆线圈1、固定软铁片2、可动软铁片3、旋转弹簧4、转轴5及空气阻尼器6等部分组成。

当有电流通入线圈时，固定软铁片与可动软铁片同时被磁化，而且两铁片具有相同的磁性。可动软铁片因受固定软铁片的排斥力的作用而发生转动，带动了转轴和指针偏转。同时弹簧产生反抗力矩，当反抗力矩与旋转力矩达到平衡时，指针便停留在某一位置上。偏转角度的大小由通入线圈的电流大小决定，指针指示的数值表示出线圈中电流的大小。

由于固定铁片和可动铁片是同时被线圈中的电流磁化的，所以无论线圈中的电流方向

如何，两个铁片的磁极方向总是一致的，相互之间的作用力总是排斥力；无论通入线圈的电流是直流还是交流，指针都向一个方向偏转。

3. 主要特点及用途

(1) 主要特点

① 电磁系仪表的主要优点：其结构简单，成本低。在电磁系仪表中不用价格昂贵的永久磁铁，没有精密的结构；这种仪表既可测量直流，又可测量交流；过载能力强，可测量大电流。由于被测电流不通过可动部分，所以可以采用较粗的导线绕制线圈。电磁系仪表可以用来测量200~300安培的大电流。

② 电磁系仪表的主要缺点：灵敏度低；消耗功率大；本身磁场弱，抗外磁场干扰能力差；准确度低；刻度不均匀，测小电流时刻度过密，读数不便。

(2) 用途

电磁系仪表的应用很广泛，主要用于电力系统中的电流和电压的测量。目前，开关板式交流电流表和交流电压表绝大部分采用电磁式仪表。

三、电动系仪表

电动系仪表是利用固定线圈中流过的电流所形成的磁场与可动线圈中电流形成的磁场的相互作用，根据可动线圈的偏转，而确定被测电流的大小。

1. 基本构造与工作原理

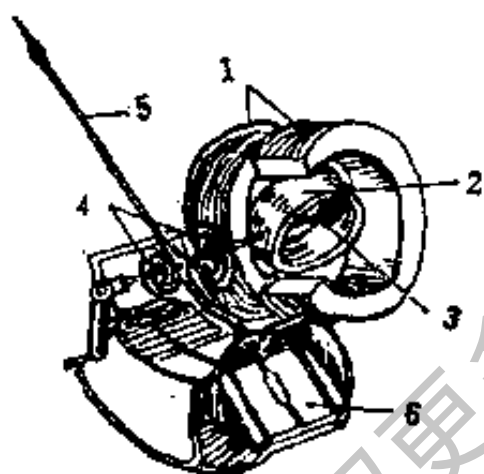


图8-9 电动系仪表的结构

图中：1. 固定线圈；2. 可动线圈；3. 转轴；4. 旋转弹簧；5. 指针；6. 阻尼片。

电动系仪表的结构如图8-9所示。由固定线圈1、可动线圈2、转动轴3、旋转弹簧4、指针5、阻尼片6等部分组成。

当电流 I_1 通入固定线圈， I_2 通入可动线圈时，固定线圈所产生的磁场对电流 I_2 发生作用，使可动线圈产生旋转力矩，并带动转轴偏转，同时旋转弹簧产生反抗力矩，当这两个力矩达到平衡时，可动线圈不再转动，指针停止在某一个位置上。指针的偏转角度与通入的电流 I_1 、 I_2 有关。

旋转力矩与电流 I_1 和 I_2 的乘积成正比例，测量交流时，指针的偏转角不仅与两个线圈中的电流的有效值有关，而且与两个电流间的相位差有关。电动系仪表既可测量直流又可测量交流。

2. 主要特点及用途

① 电动系仪表的主要优点：准确度高，可制成0.1及0.05级的测量仪表；既可测量直流又可测量交流，可工作于较高的频率；可以测量两个输入量的乘积及两个输入量的相位差。

② 电动系仪表的主要缺点：消耗功率大；刻度不匀，观测不便；抗外磁场干扰能力差；过载能力差；成本较高。

电动系仪表的用途较广，主要用作实验室中使用的高精度交流电压表和交流电流表以及功率表、功率因数表及频率表等。

8.3 电流表及电流的测量

一、直流电流表及直流电流的测量

直流电流表由表头和分流器组成，它们被装在坚固的表壳内，外边有两个接线柱，在接线柱旁标有“+”及“-”符号。

一般表头是根据磁电式仪表的测量原理而制成的。这类表头允许通过的电流较小，测量几毫安以下的直流电流，可直接利用表头测量。测量较大电流的直流电流表都在表头的两端并联附加电阻，这电阻叫做分流器，图8-10为具有分流器的直流电流表电路图。

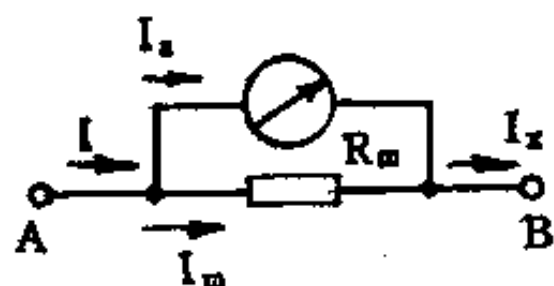


图8-10 具有分流器的直流电流表电路

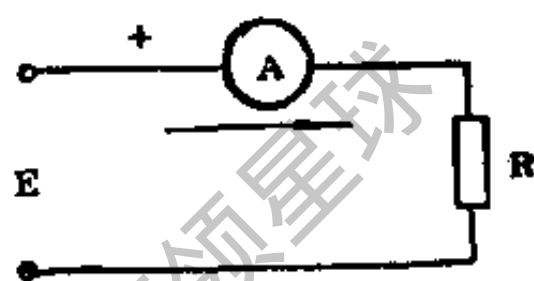


图8-11 直流电流表的连接

采用分流器可以扩大电流表的测量范围。这是因为通过表头的电流 I_m 只是总电流 I 的一部分，而绝大部分电流 I_n 通过电阻 R_n ，即被测电流 I 的大部分被电阻 R_n 所分流，并联电阻 R_n 即由此而得名。显然，并联电阻 R_n 越小，则分流作用越强，电表的量程越大。对于同一个电流表来说，更换不同的分流电阻，就可以制成不同量程的电流表。通常是用转换开关改变分流电阻的大小而选择不同的量程。

设分流电阻为 R_n ，电表的内阻为 r_m ，则有

$$U_{AB} = I_n R_n = (I - I_m) R_n = I_m r_m$$

分流电阻为

$$R_n = \frac{I_m}{I - I_m} r_m$$

在测量电流时，电流表的内阻 r_m 、分流电阻 R_n 均已知道，这时，便可以根据电流的读数 I_m 而求得实际电流值 I ，为

$$I = \left(\frac{r_m}{R_n} + 1 \right) I_m = P I_m$$

式中， $P = \frac{r_m}{R_n} + 1$ ，叫做分流系数或扩程倍数。

测量直流电流时，必须将直流电流表串接在电路中。连接时要注意以下几点：

(1) 极性应正确：电流表的“+”端接电路高电位的一端，“-”端接低电位的一端，电流从电流表的“+”极流到“-”极。如图8-11所示。

(2) 量程要适当：量程不要选得过小，以防因电流过大而将电表损坏；也不要选得过大，避免因指针偏转角度小，读数不准确。以指针位于中部为宜。

(3) 测量高压电路时，将电表接到接近零电位的一端。

二、交流电流表及交流电流的测量

交流电流表多为磁电系仪表，外形与直流电表相似，其量程与线圈的匝数成正比，利用改变线圈匝数的方法可制出各种量程的交流电流表。磁电系仪表本身不能测量交流，但它与整流器件组合起来就可构成交流电流表。常用的整流电路有半波、全波和桥式三种，如图8-12所示。由于晶体二极管的整流效率高，故整流式交流电流表都采用二极管整流器件。



图8-12 整流式仪表电路

(a) 半波整流电路 (b) 全波整流电路 (c) 桥式整流电路

测量交流电路的电流时，必须将电表串联在被测电路中，切不能将电流表误接在电路的电压两端上，否则会烧坏电流表。同样也要注意电流表的量程选择，为了减少误差，对于电磁系表头应在 $2/3$ 量程左右的位置读数为宜。

测量交流电流的仪表还有钳形电流表，它是利用互感器原理制成的便携式交流电流测量仪表。常用钳形电流表有T-301型、MG₄型、MG_{2,4}型等。图8-13为T-301型钳型电流表结构图。

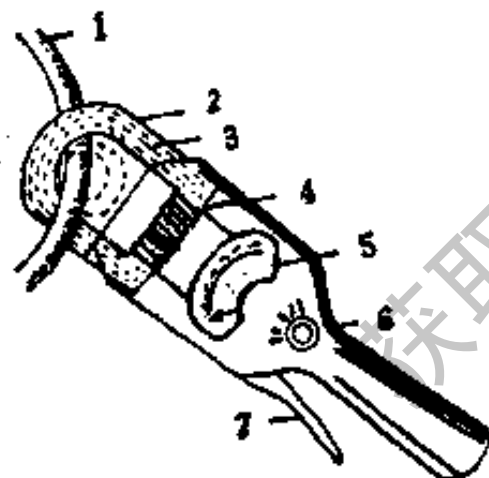


图8-13 钳型电流表的结构

图中：1. 被测导线； 2. 绝缘体； 3. 活动磁芯；
4. 二次线圈； 5. 电磁式电流表； 6. 量程开关；
7. 手柄。

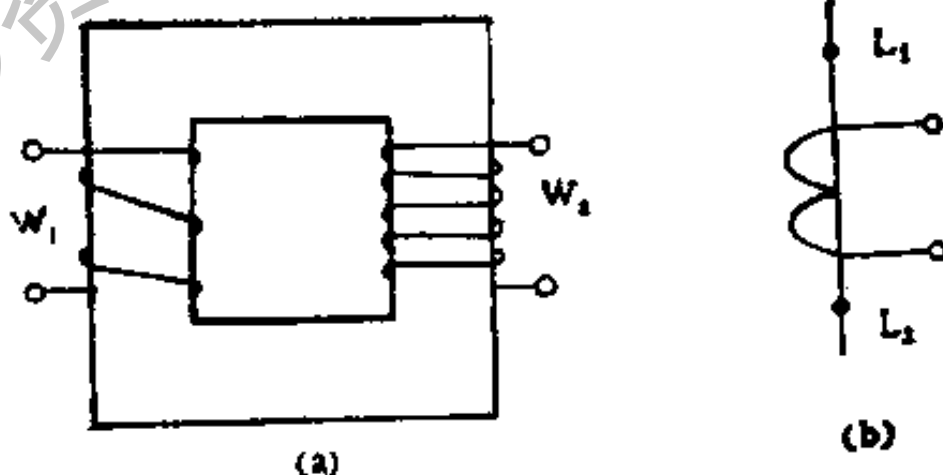


图8-14 电流互感器

(a) 结构示意图 (b) 符号

钳形电流表便于携带，操作方便，是电工测量中常用的一种仪表。使用时捏紧手柄，使钳口张开，将导线钳入即可读数。注意，钳形表严禁在高压上使用，以防人身触电。

三、电流互感器

测量大电流时，要使用电流互感器来扩大量程。电流互感器又叫变流器，用英文字母

CT或汉语拼音字母LH表示。它的作用是将电路中的大电流变成一定比例的小电流。

它的结构是由铁芯和高低压两组线圈组成的。两组线圈间有绝缘材料隔开，一次线圈 W_1 的匝数比二次线圈 W_2 的匝数多，一次额定电流从5~750安，有多个等级，二次电流为5安。如图8-14所示。

在测量时，互感器的一次线圈串入被测大电流线路上，使电流通过一次线圈。这样有感应电流流过二次线圈电流表。一次电流与二次电流的比值叫做电流比，为：

$$K_1 = \frac{I_1}{I_2} = \frac{W_2}{W_1}$$

式中， I_1 、 I_2 ——一次、二次电流；

W_1 、 W_2 ——一次、二次线圈的匝数；

K_1 ——电流比。

一次电流为：

$$I_1 = K_1 I_2$$

在电流互感器中，因 $W_2 \gg W_1$ ，所以电流比 $K_1 \gg 1$ ，这样，就可以通过电流互感器，用小量程的电流表测量大电流。

用互感器测量交流电流时，一次线圈串入被测电路，二次线圈接电流表的两端，见图8-15。

电流互感器的初级线圈常有多抽头，改变电流测量的量程常采用改变初级线圈的匝数，以改变电流比。这样就可以用一个量程的电流表，测量不同范围的交流电流。测量时，应注意以下几点：

① 选择适宜的电流互感器。我国生产的电流互感器都是配5安的电流表，互感器上标有50/5、100/5、……等电流比的数据，应根据被测电流范围而选择适当的互感器。还要注意互感器的耐压等级，因为测量时互感器的铁芯和二次线圈的一端接地。

② 铁芯和二次线圈的接地必须可靠，以免发生触电事故，保证人身和仪表的安全。

③ 在初级线圈有电流通过时，互感器的二次线圈不允许开路，否则二次线圈产生高压，容易发生触电事故，也可能造成互感器绝缘材料的击穿。在安装时，互感器的次级不能安装保险器。

④ 在更换加在互感器二次线圈的仪表时，必须先将二次线圈短路，在便携式互感器的二次线圈上都有短路开关，平时应将开关闭合，只在读数时才将开关打开。

⑤ 二次线圈接有仪表（如电度表等）的互感器在接线时，要注意一、二次线圈的极

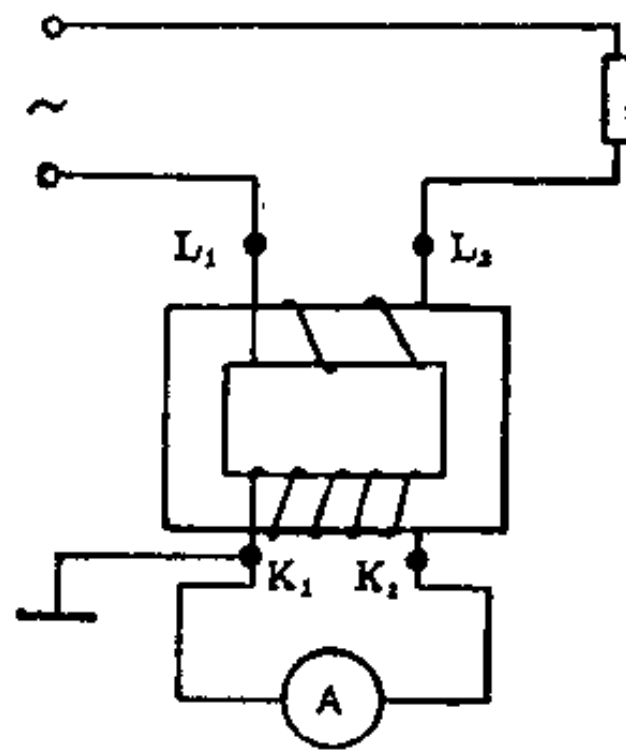


图8-15 用互感器测量电流的接线图

性，不得接反，否则测量不准确。

8.4 电压表及电压的测量

一、直流电压表及直流电压的测量

直流电压表由表头和倍压器组成，它们装在坚固的表壳内，外面有两个接线柱，旁边标有“+”和“-”符号。

表头一般根据磁电式仪表的测量原理制成的，表的内阻很小，允许通过的电流也很小，只能测量较小的电压。测量较高电压的电压表都在表头中串联附加电阻，与表头相串联的附加电阻叫做倍压器，这样就可以将电压表的量程扩展。图8-16为具有倍压器电压表的电路图。

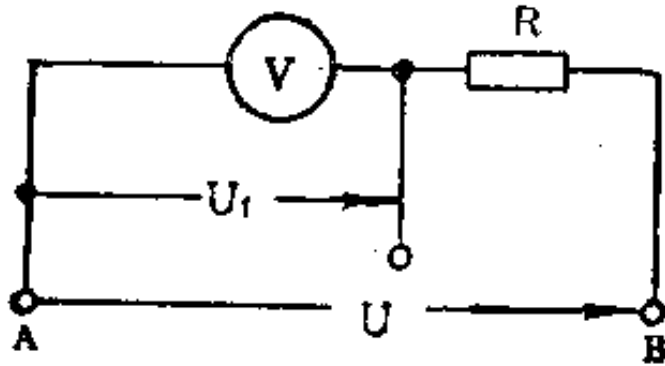


图8-16 具有倍压器的直流电压表电路

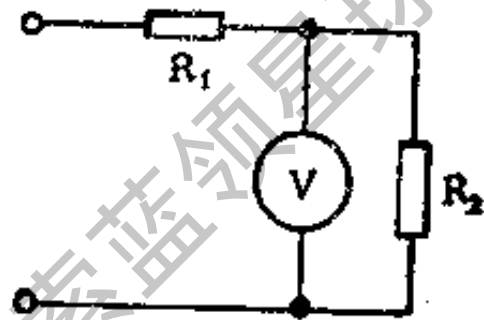


图8-17 直流电压表的测量接线图

采用倍压器可以扩展电压表的测量范围。扩展范围的大小，决定于串联附加电阻的大小。电阻越大，可测量的电压越高。

设表的内阻为 r_v ，附加电阻为 R ，通过电阻 R 的电流为 I ，A、B两点间的电压为 U ，则有

$$U = I(r_v + R)$$

$$R = \frac{U}{I} - r_v$$

设电压表的额定电压为 U_1 ，则

$$U = U_1 \left(\frac{R}{r_v} + 1 \right) = U_1 P$$

式中， $P = \frac{R}{r_v} + 1$ ，叫倍压系数，易得

$$R = r_v(P - 1)$$

测量直流电压时，应把电压表并联在被测电路的两端，如图8-17所示。

测量时要注意以下几点：

1. 极性应正确：电压表的“+”端接高电位，“-”端接低电位。
2. 量程要适当：先大量程粗测，再调至适当量程精测。

3. 注意误差：电压表与负载并联后会引引起总电流增大，电阻 R_1 上的电压降越大，输出电压越低，故测量值比实际值低。这种影响与电压表的内阻有关，电阻越小，影响越大；内阻越大，影响越小。

二、交流电压表及交流电压的测量

交流电压表由小量程的交流电流表和串入的附加电阻组成，如图8-18所示。交流电流表有电磁系、电动系和整流系测量仪表。交流电压表的量程和外形与直流电流表相似。电压表的量程扩展方法有两种，一种是改变串联附加电阻，另一种是利用电压互感器。

测量交流电压时，应将交流电压表并联在被测电路的两端。不必考虑接线端的“+”、“-”极性。

测量交流电压要注意选择适当的电压表。电压表的量程有各种规格，应根据被测电压的大小适当选择。测量相电压时，可选用0~250伏的电压表。测量线电压时，可选用0~450

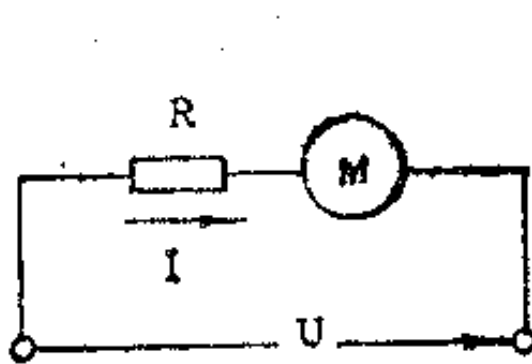


图8-18 交流电压表电路

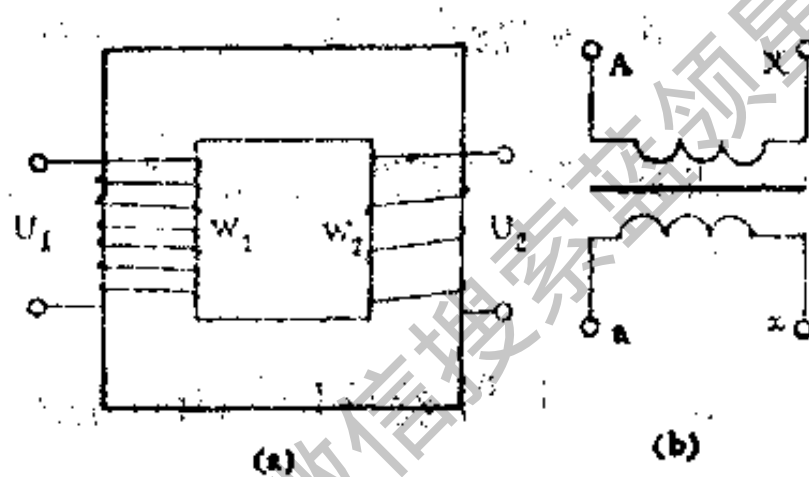


图8-19 电压互感器

(a) 结构 (b) 符号

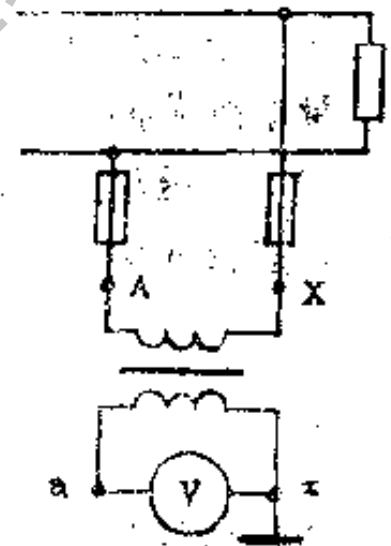


图8-20 电压互感器在电路中的连接

伏或0~500伏电压表，电压表的两个接线端分别接到两条火线上。测量380伏以下的电压一般采用直接测量，测量高电压可配用电压互感器。

三、电压互感器

测量高电压时，为了避免损坏仪表和防止触电事故，不能用普通电压表，要通过电压互感器进行测量。

电压互感器又叫仪用变压器，用英文字母PT或拼音字母YH表示，它的构造与电流互感器相似，由一个铁芯和绕在铁芯上的两个线圈组成。一个是高压线圈，接到高压线路上，为一次线圈；另一个是低压线圈，接到低压线路上，为二次线圈，如图8-19所示。

设一次线圈匝数为 W_1 、电压为 U_1 ，二次线圈的匝数为 W_2 、电压为 U_2 ，则

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{W_1}{W_2} = K_U$$

或

$$U_1 = K_U U_2$$

式中， K_U ——电压互感器的变压比。

在电压互感器中, 由于 $W_1 > W_2$, 所以 $U_1 > U_2$ 。这样就可以根据电压互感器上标明的变压比, 计算出被测高压来。国产电压互感器的二次额定电压都是100伏。

电压互感器的准确度等级有0.2、0.5、1、3四个等级。

测量高压时, 将互感器的一次线圈接到高压的两端, 将二次线圈接电压表, 如图8-20所示。

用电压互感器测量交流高压时, 应注意以下几点:

① 选择适当变压比的电压互感器。要选择一次线圈额定值略大于被测电路可能出现的最高电压值, 二次线圈应配用量程为100伏的交流电压表。并根据测量精度的要求, 选择相应精度的电压互感器。

② 电压互感器的接线应正确无误。一次绕组线的端号为A-X, 二次绕组线的端号为a-x, 一次线与被测电路并联, 二次线接交流电压表, 决不允许接反, 否则会造成高压短路或人身事故。

③ 电压互感器的铁芯、外壳和绕组的一端必须可靠地接地, 以防因绝缘材料击穿发生人身事故或损坏设备。

④ 电压互感器初次级线圈均不允许短路。在安装电压互感器时, 一次、二次绕组回路中均应接入容量适合的保险丝。

8.5 电阻表及电阻的测量

电阻的测量包括导体电阻和绝缘电阻, 采用方法有直接法和间接法, 这里只介绍直接测量电阻的仪表的结构和测量方法。

一、导体电阻的测量仪表及电阻的测量

1. 欧姆表及电阻的测量

一般测量导体的电阻使用的欧姆表如图8-21所示。它由电流表M、附加电阻R和干电池E三部分组成。按接线的方式不同分串联式和并联式两种。串联式欧姆表用于测量较大的电阻, 并联式欧姆表用于测量较小的电阻。

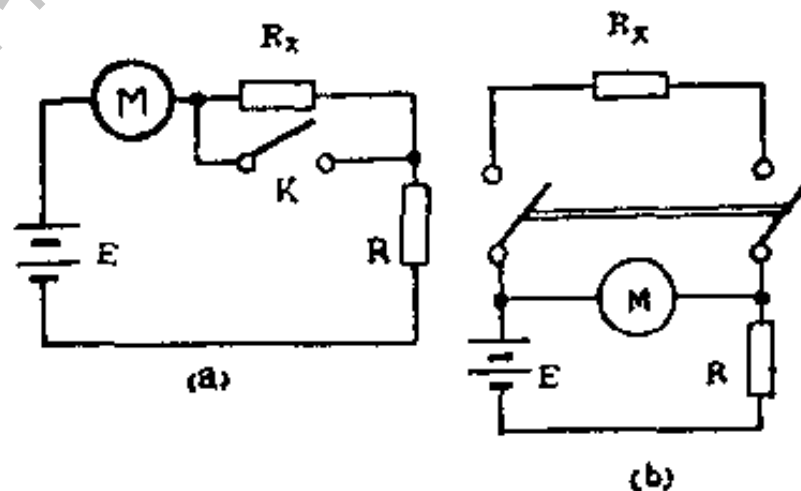


图8-21 欧姆表电路

(a) 串联式 (b) 并联式

设电流表的总内阻为 R_i , 满刻度电流为 I_m , 当测量端短路时, 则:

$$E = I_m R_i$$

电流表M恰好指示在满刻度上。如接入被测电阻 R_x 时, 则有

$$R_x = \frac{1 - \alpha}{\alpha} R_i$$

式中, α 为电流表的偏转角, $\alpha = \frac{R_i}{R_i + R_x}$

可见，被测电阻可根据电流表的偏转角度来指示。使用改变总内阻的方法可扩展欧姆表的量程。

用欧姆表测量电阻很简单，即将电阻两端接在表的两端上，可直接读数。但测量前首先要调整零位，换档时应重新调整。缺点是精度不高，一般误差在2.5%左右。

2. 直流电桥及电阻的测量

直流电桥是精密测量仪器，测量电阻时，精度可达0.1级以上。直流电桥分直流单电桥和直流双电桥，应用较多的是直流单电桥。

直流单电桥也叫惠斯登电桥。它由四个电阻（其中一个为被测电阻） $R_1 \sim R_4$ 、检流计G及电源E三部分组成（图8-22）。

电桥的平衡条件为：

$$R_1 R_3 = R_2 R_4$$

R_1 是被测电阻 R_x ，其阻值为：

$$R_x = \frac{R_4}{R_3} R_2$$

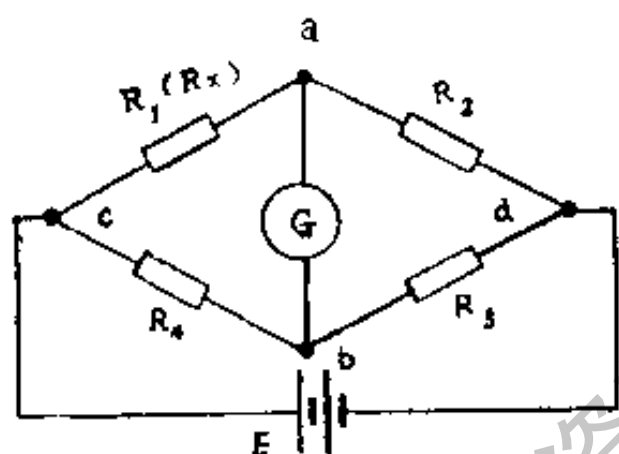


图8-22 直流单电桥电路

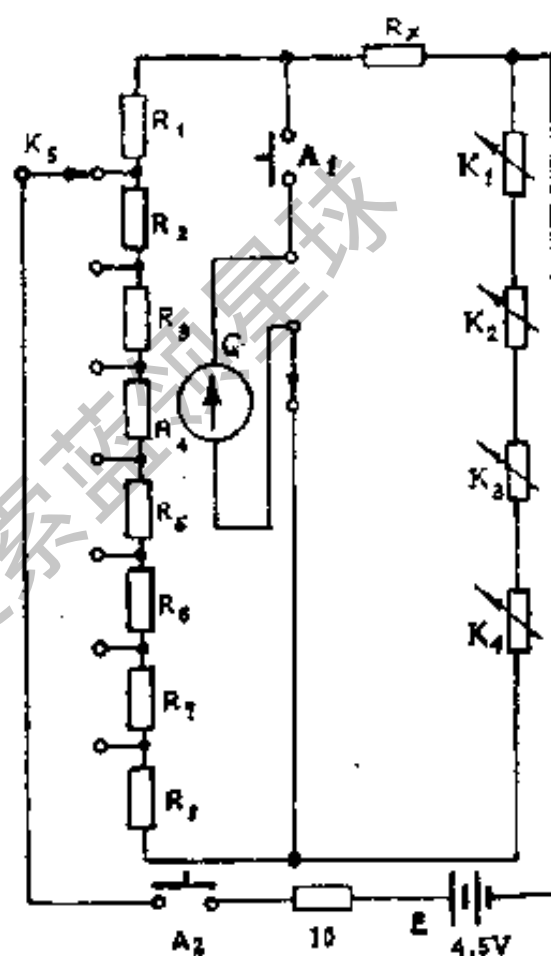


图8-23 QJ₂₃型直流单电桥电路图

实际的电桥 R_3 、 R_4 采用固定电阻， R_4/R_3 叫做比率。电桥的电阻 R_2 用可变电阻。图8-23为QJ₂₃直流单电桥电路图。其中 $K_1 \sim K_4$ 为电阻选择开关，利用它们可以将四组串联的电阻在1~9999 Ω 之间任意选择，相当于图8-22中的 R_2 ； K_5 为比率选择开关，有七种比率，为 10^{-3} 、 10^{-2} 、 10^{-1} 、1、 10^1 、 10^2 及 10^3 ；G是检流计；E为电池； A_1 、 A_2 为按钮开关。

现以QJ₂₃型电桥为例说明直流电桥的使用方法。

将被测电阻 R_x 接入电路后，按下 A_1 、 A_2 可观察到检流计的偏转情况：如果检流计向正方向偏转，则应调整开关 K_5 或 K_4 调向增大方向；如果检流计向负方向偏转，则 K_5 或 K_4 调向减小方向。当G的偏转逐渐减少，再依次改变开关 K_4 、 K_3 、 K_2 、 K_1 指示的数值，直到G的指示为零。

被测电阻 R_x 可由开关的指示读出。方法是：按 K_4 、 K_3 、 K_2 、 K_1 代表四位有效数字，然后乘以 K_5 所示的比率。例如： K_4 、 K_3 、 K_2 、 K_1 的读数分别为1、2、2、4， K_5 所示比率为0.1，则被测电阻为：

$$R_x = 1224 \times 0.1 = 122.4 (\text{欧})$$

二、摇表及绝缘电阻的测量

测量绝缘电阻使用兆欧表，兆欧表也叫绝缘摇表，简称摇表。常用的摇表有 ZC-7、ZC-25 等型号。它的标尺刻度以兆欧为单位，所以叫做兆欧表。又因为它是由手摇高压、直流发电机和一个磁电系比率计所组成，因此又叫摇表。图 8-24 为摇表的外形图。

磁电系比率计是一种特殊形式的磁电系仪表，图 8-25 为其结构示意图。它的固定部分由永久磁铁、极掌及开口环形磁芯组成。极掌的形状特殊，是为了使磁芯和极掌之间的空气隙不均匀，从而使空气隙内的磁场分布不均匀。可动部分由两个相互成一定角度的活动线圈 1、2 组成。线圈和指针都固定在同一转轴上。两组线圈的端点通过悬丝与外电路连接。但悬丝仅导电，并不产生反作用力。手摇式直流发电机可以产生直流高压，作为仪表的测量电源。图 8-26 为摇表的电路原理图。

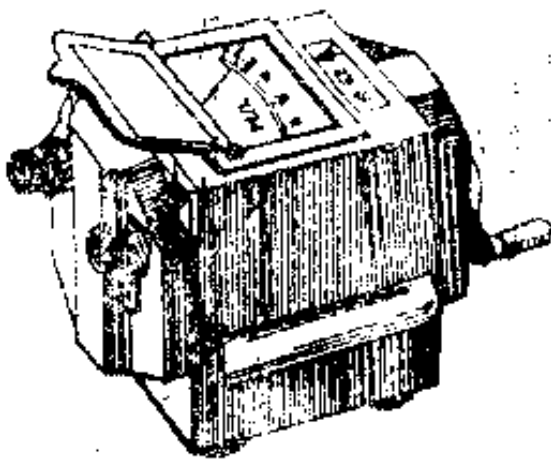


图 8-24 摇表的外形图

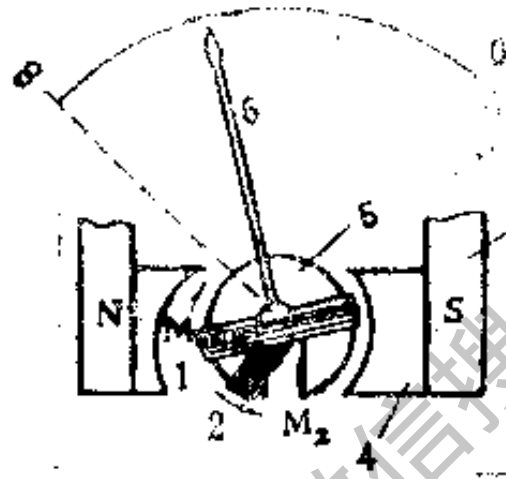


图 8-25 磁电系比率计的结构

图中：1、2·动圈；3·永久磁铁；4·极掌；
5·开口环形磁条；6·指针。

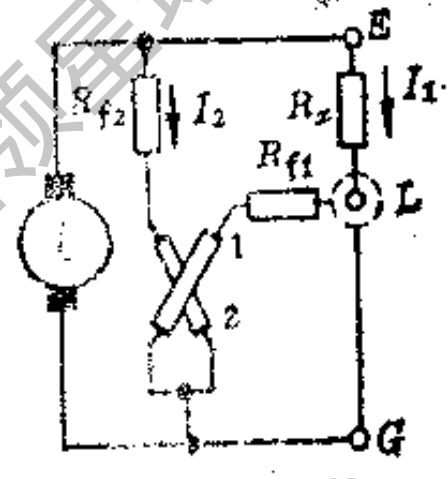


图 8-26 摇表的电路原理图

被测绝缘电阻 R_x 接在摇表的接线端钮 L 和 E 之间。在端钮 L 的外边有一个铜环，如图中的虚线所示，叫做被屏蔽接线端钮，也叫保护环，它与发电机的负载相连接。在电路中有两个支路：动圈 1 经过附加电阻 R_{f1} 与被测电阻 R_x 串联，为一个支路；动圈 2 与附加电阻 R_{f2} 串联，为另一个支路。

当摇动发电机时，在两个支路中便分别通过电流 I_1 、 I_2 ，电流 I_1 、 I_2 分别流入线圈 1、2 时，便都要与永久磁铁的磁场发生作用，使两个线圈分别产生旋转力矩 M_1 、 M_2 。由于这两个线圈的绕向方向相反，所以 M_1 与 M_2 的方向相反。把其中一个看成是旋转力矩，则另一个就是反动力矩。力矩 M_1 、 M_2 的大小不仅与电流 I_1 和 I_2 的大小有关，同时还与活动部分偏转角度有关，而电流 I_1 的大小与被测电阻 R_x 的大小有关。当平衡时，指针停在某一个偏转角度 α 处，此偏转角度 α 与电流 I_1 、 I_2 的比值成正比，而电流 I_1 的大小取决于被测电阻 R_x 的大小。这样， R_x 的大小便决定了 I_1 与 I_2 的比值，也就决定了偏转角 α 的大小，决定了指针的位置，因此，指针的位置表示被测电阻 R_x 阻值的大小。

摇表一般用于测量材料和设备的绝缘电阻，如电机、变压器、电缆等的绝缘电阻。测量时，将被测物体接在摇表的端钮上。端钮 L 为“线”、E 为“地”、G 为“环”。L 接被测物体的导电部分，E 接地或外壳，G 接保护环。图 8-27 为用摇表测量绝缘电阻时的接线

图。然后手摇手柄，使发电机发电，而后进行测量。

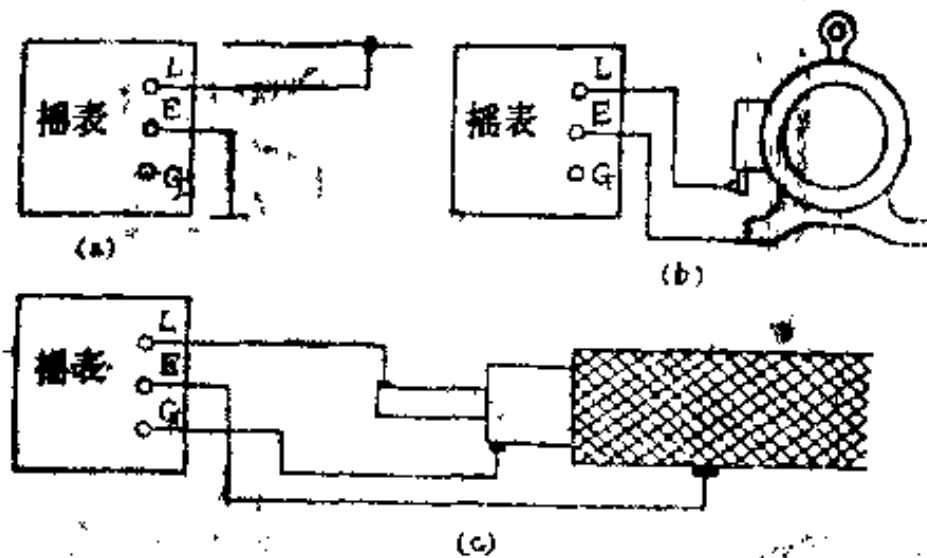


图8-27 用摇表测量绝缘电阻时的接线图
(a) 测电线 (b) 测电机 (c) 测电缆

8.6 电度表及电能的测量

电度表是用来测量电能的仪表，也叫瓦时表。无论是工农业生产还是家庭用电，都需要用电度表测量在一段时间内的耗电量。

电度表分为单相和三相两种。单相电度表用于单相照明电路；三相电度表用于三相动力电路或其它三相电路。三相电度表又分为有功电度表和无功电度表。有功电度表又分为三相三线有功电度表和三相四线有功电度表。

一、单相电度表及电能的测量

单相电度表的外形如图8-28所示。其结构如图8-29所示。它是由电压电磁铁芯1、电流电磁铁芯2、电压线圈3、旋转铝盘4、电流线圈5、计数器6及阻尼永久磁铁7等部分组成。

在电压电磁铁芯的中间铁柱上绕有电压线圈，在电路中与负载并联。在电流电磁铁芯的两个铁柱上分别绕有线圈，两个线圈相串联，在电路中与负载串联。铝盘在磁铁磁极的空隙里，与转轴固定在一起。当两个线圈通入交流电时，铝盘便转动。永久磁铁对铝盘的转动起阻尼作用。计数器为一套十进制的齿轮，用以记录负载上所消耗的电能。

当电度表接入交流电路后，在电压线圈的两端便加有线路的交流电压 U ，在电流线圈中便有交流电流 I ，因而在气隙中产生交变磁通 ϕ_u 和 ϕ_i ； ϕ_u 与电压 U 成正比， ϕ_i 与电流 I 成正比，交变磁通 ϕ_u 与 ϕ_i 都穿过铝盘，因而在铝盘内产生感生电流，即涡流。铝盘中涡流与交变磁通的磁场相互作用，产生了使铝盘转动的力矩 M ，这个力矩的大小与电路的有功功率成正比，在这个转动力矩的作用下，铝盘开始转动。

铝盘在旋转时便切割永久磁铁的磁力线，因而在铝盘内也产生了涡流。这个涡流与永久磁场相互作用，产生了一个制动力矩 M_2 ，制动力矩与转盘的转速 n 成正比。

当 M 与 M_2 相等时，铝盘便以恒定速度转动，在一定时间内转动的圈数与电路所消耗的电能成正比。这样就可以根据铝盘旋转的圈数记录下负载所消耗的电能。

电度表上标明的单位是千瓦时，它表示被测电路消耗1千瓦时，即1度的电能。

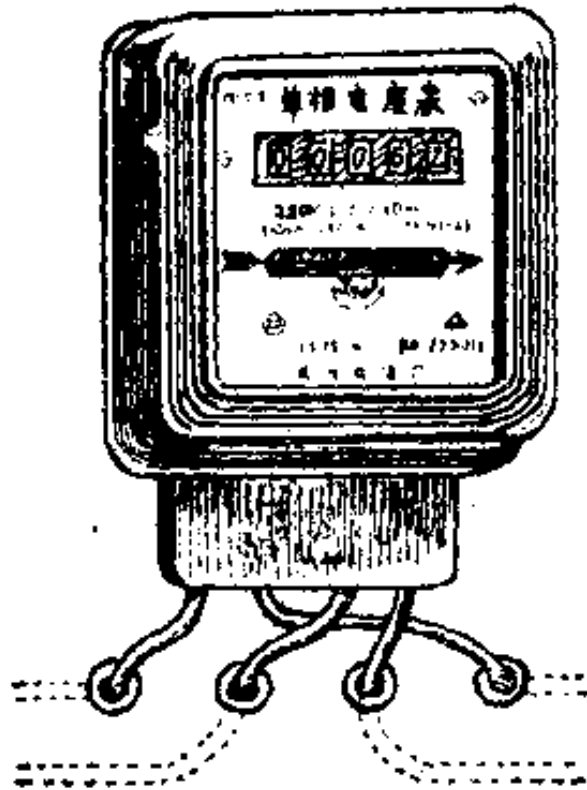


图8-28 单相电度表的外形

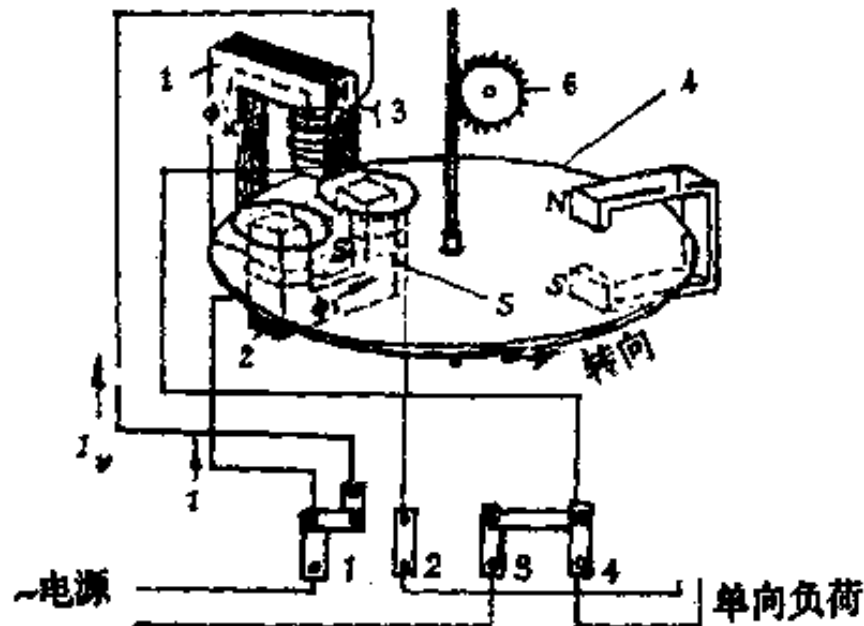
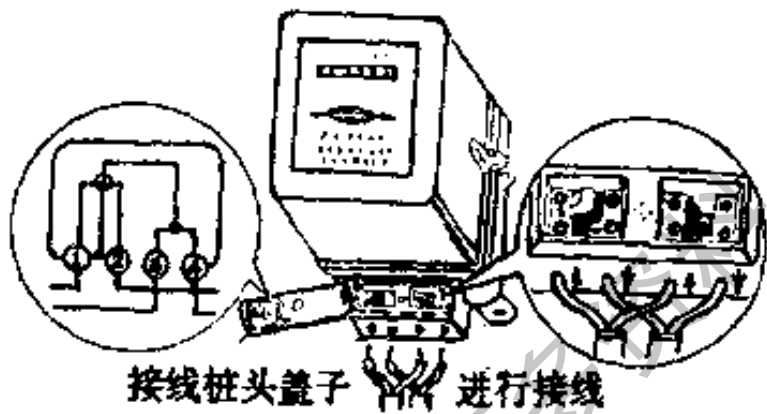


图8-29 单相电度表的结构

图中：1.电压电磁铁芯；2.电流电磁铁芯；3.电压线圈；4.旋转铝盘；5.电流线圈；6.计数器；7.阻尼永久磁铁。

时，电度表铝盘的转数。

单相电度表的接线如图8-30所示，在电度表下面的接线盒内都画有接线图，安装时应按接线图连接。



接线桩头盖子 进行接线

图8-30 单相电度表的接线示意图

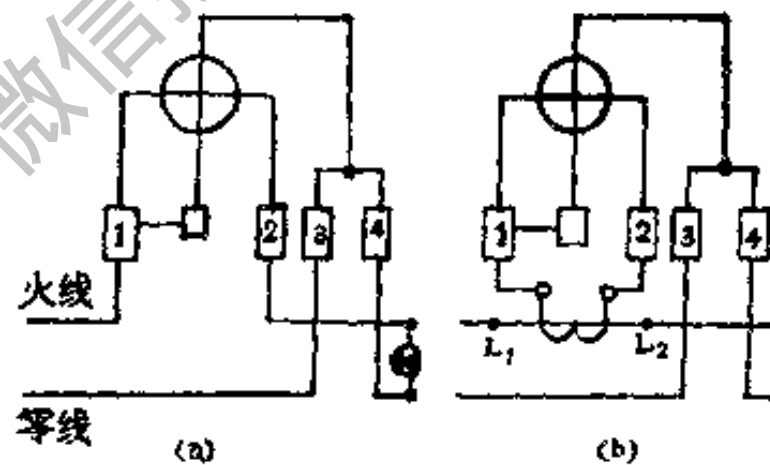


图8-31 单相电度表原理接线图

(a) 直接输入 (b) 经电流互感器输入

电度表的电流线圈必须串接在火线中，或接在电流互感器的二次。电压线圈必须根据情况并联在相电压或线电压上。

接线原理图如图8-31，图中的圆圈表示电度表，表内的横线表示电流线圈，纵线表示电压线圈。图中的四个小方块表示四个接线柱，线路的接线都是从表的下方接在线柱上的。

负载通过的电流较小时，电度表和负载可以直接连接；负载通过的电流较大时，由于电度表的电流线圈承受不了过大的电流，就要采用电流互感器连接，此时可将电流线圈的两端接互感器的二次，电压线圈可以直接接到电路上，如图8-31所示。

二、三相电度表及三相电路电能的测量

三相四线有功电度表有DT₁和DT₂系列。三相四线有功电度表由三个同轴的基本计量单元组成，只有一套计数器。有两铝盘式和三铝盘式两种。它用于动力和照明混合供电的

三相四线制线路中。

三相四线有功电度表的接线方法：DT型三相四线有功电度表共有11个接线端钮，自左向右由1到11依次编号（见图8-32）。在表盒上印有接线图。其中，1、4、7为接入电度表的火线端钮；3、6、9为接出火线的端钮；10、11为接中线的端钮；2、5、8为接仪表内部的各电压线圈的端钮。

三相四线有功电度表的额定电压为220伏，额定电流有5、10、15、20、25安等多种。其中额定电流为5安的可以由电流互感器接入电路。

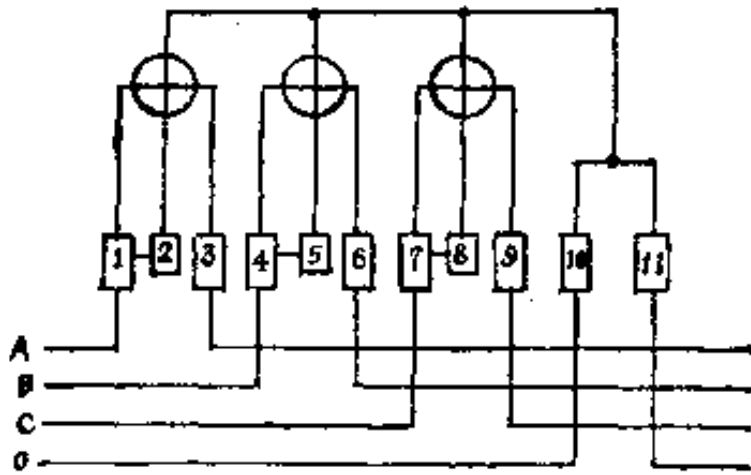


图8-32 三相四线有功电度表的接线示意图

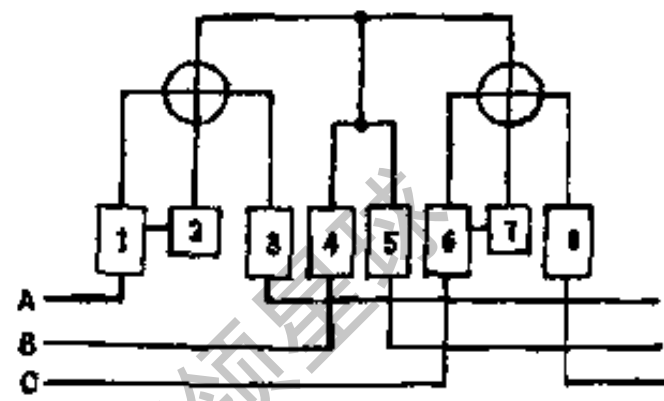


图8-33 三相三线有功电度表的接线原理图

三相三线制电路的电能测量，一般使用DS₁、DS₂型三相三线有功电度表。它是由两个驱动元件组成的，两个铝盘固定在一个转轴上，称为二元件电度表。

三相三线有功电度表的接线方法：它共有8个接线端钮。直接接入时，1、4、6为接入端钮；3、5、8为接出端钮；2、7为接表内电压线圈的端钮；在表内，端钮1与2、6与7相连接。接线方法如图8-33所示。

一般来说，三相三线有功电度表的额定电压为380伏，额定电流有5、10、15、20、25安等多种。其中，额定电流为5安的可以经电流互感器接入电路。

8.7 万用表及其使用

万用表也叫万能表、三用表、繁用表。它是一种多用途的综合性电工测量仪表。用万用表一般可以测量直流电压、直流电流、直流电阻，交流电压，交流电流等电参量，较复杂的万用表还可以测量电容、电感、功率以及半导体的一些参数。万用表具有用途广泛、量程较多、操作简单以及携带方便等优点。它是电工必备的最常用的电工测量仪表。

一、万用表的构造与原理

1. 万用表的构造

万用表由表头、测量电路及转换开关等三个主要部分组成。

(1) 表头

万用表的表头是磁电系高灵敏度微安直流电流表。表头的作用是指示被测量的数据。它允许直接通过的电流很小，一般在100微安左右。表盘具有多条刻线，标有各种不同的单位

和量程，以适应各种不同测量的需要。表头是万用表的指示机构，经过表头外电路将各种不同的测量转换为表头所需要的直流电流形式，最后由表头指示出来。

(2) 测量电路

测量电路由电阻、半导体元件及电池组成。它将各种不同的被测电量，不同的量程，经过一系列的处理，如整流、分流等，而统一变成一定量限的直流电流后送入表头。测量电路比较复杂，测量种类和量程越多的万用表其测量电路越复杂。

(3) 转换开关

转换开关的作用是用来选择各种不同测量的电路，以满足不同种类和不同量程的测量要求。转换开关为多刀多掷标准开关或专用开关。通过转换开关的变换组合，万用表可变为各种量程不同的直流电压表、直流电流表、直流电阻表、交流电流表及交流电压表等各种不同的电工测量仪表。

2. 万用表的电路原理

虽然万用表的种类很多，电路结构和面板设置也各不相同，但是测量的基本原理都是相同的。这里以一种简单的万用表为例，说明万用表的工作原理。

图8-34为一种简单的万用表的电路图。其中， K_1 为测量选择转换开关，用来选择不同的测量的种类和量程， K_2 是用来选择测量种类，在测量电压和电流时，开关 K_2 置于位置1，测量电阻时置于位置2。

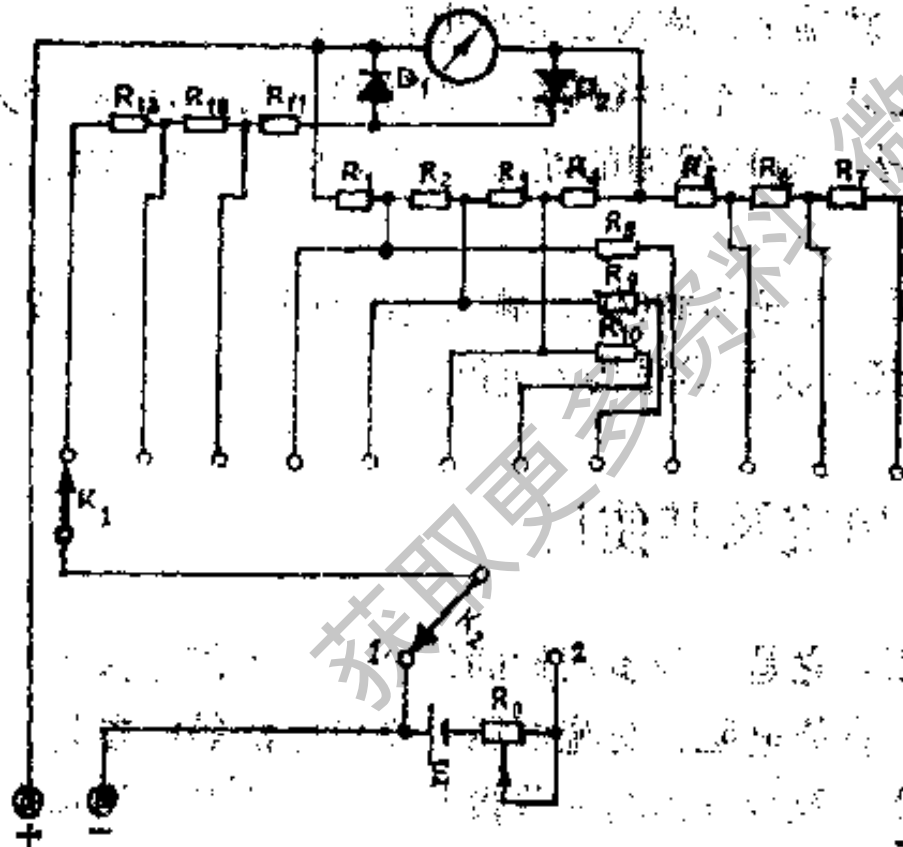


图8-34 简单万用表电路图

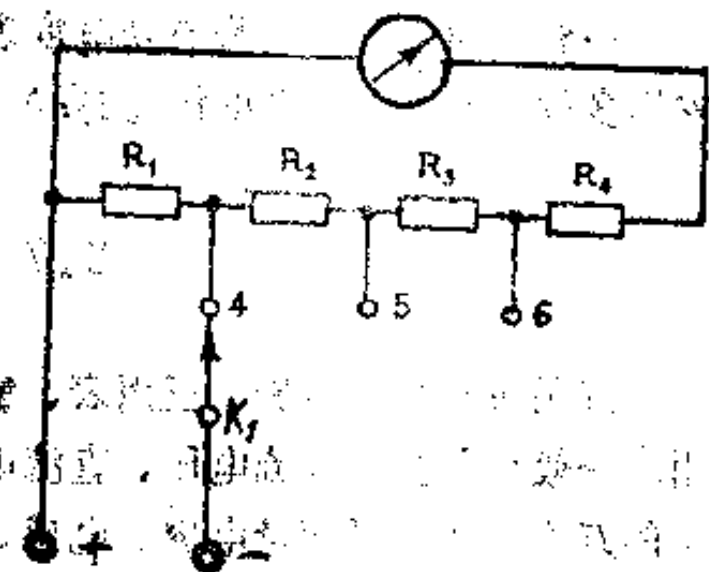


图8-35 测量直流电流万用表电路图

(1) 测量直流电流时的电路

当测量直流电流时，将转换开关 K_2 置于位置1，转换开关 K_1 置于位置4或5、6，电路如图8-35所示。

其中，两个接线端的一旁分别标有“+”、“-”符号，电流从“+”端流入，从“-”端流出。电阻 $R_1 \sim R_4$ 组成了一个闭路式分流电路，开关 K_1 置于不同位置时，可改变分流电阻的大小，从而改变了电流测量的量程。 K_1 从位置4到位置6分流电阻逐步加大，

量程逐步减小，量程依次为100毫安、10毫安和1毫安。关于采用分流器扩展量程的原理及计算方法在本章第三节已经分析过，这里不再重复。

(2) 测量直流电压时的电路

测量直流电压时，将转换开关 K_1 置于位置10或11、12，开关 K_2 位置不变，电路如图8-36所示。

此时，电流仍从“+”端进入电表，由“-”端流出。电阻 R_1 、 R_2 、 R_3 、 R_4 串联后与表头并联，组成了分流器。电阻 R_5 、 R_6 、 R_7 串联，为倍率电阻，用以扩大电压测量量程。转换开关 K_1 从位置10依次置于11、12时，串联电阻逐步增大，所以量程也逐步增大，依次为10伏、100伏和500伏。

关于采用串联附加电阻可以扩展电压量程的原理和计算方法在本章第四节中已经分析过，这里不再重复。

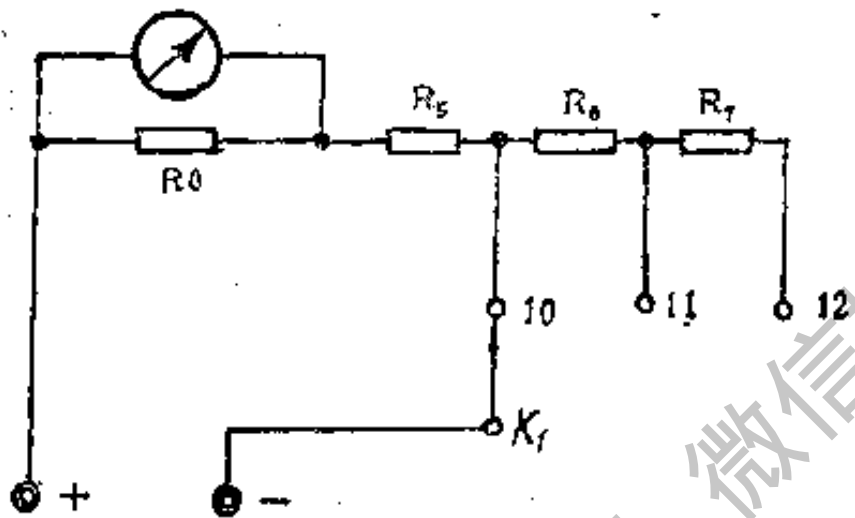


图8-36 测量直流电压万用表电路图

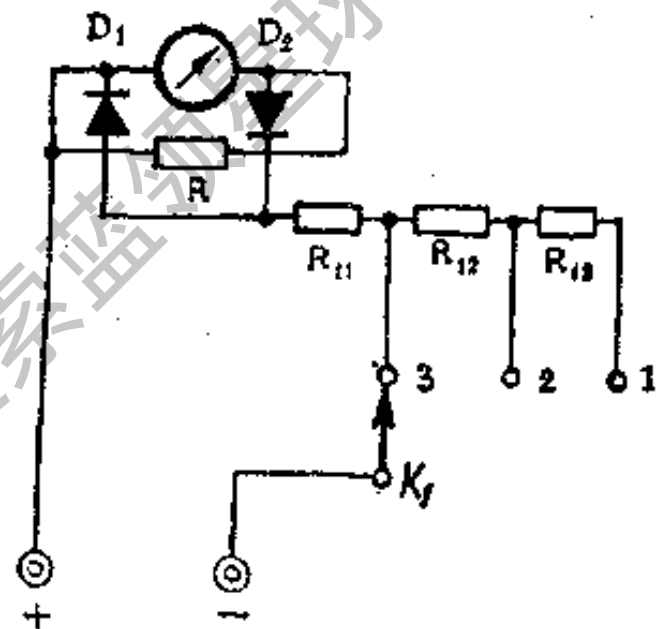


图8-37 测量交流电压万用表电路图

(3) 测量交流电压的电路

测量交流电压时，转换开关 K_2 位置不变，转换开关 K_1 置于3，或2、1位置。电路如图8-37所示

此时，将万用表的“+”、“-”端并在被测交流电路的两端。 D_1 、 D_2 构成了半波整流电路，被测交流电压经 D_1 、 D_2 而整流为直流电压。电阻 R_{11} 、 R_{12} 、 R_{13} 为串联附加电阻，用以扩展测量交流电压的量程。

整流原理如下：当交流电压的正半周加到万用表的输入端时，表的“+”端电压高而“-”端电压低，二极管 D_1 加反向电压不导通， D_2 加正向电压而导通。电流由“+”端进入，经表头、 D_2 、附加的电阻后，从“-”端流出；当交流电压的负半周时，“+”端电压低而“-”端电压高，二极管 D_2 加反向电压不导通， D_1 加正向电压而导通，电流由“-”端进入经附加电阻， D_1 从“+”流出，不通过表头。可见，交流电只有半个周期通过表头，因此，在表头中流过的电流为单相脉动电流。

由于表头可动部分的偏转角度，与表头中的单向脉动电流的平均值成正比，而单向脉动电流的平均值，又与交流电压的有效值成正比，所以指针的偏转角度可指示出交流电压有效值的大小，标尺正是按交流电压的有效值刻度的。

当开关从位置3向位置1扳动后，附加电阻逐步加大，交流电压量程也相应逐步加大。

转换开关 K_1 可选择不同的量程。

(4) 测量电阻时的电路

测量电阻时，将转换开关 K_2 置于位置2，转换开关 K_1 置于位置7或位置8、9，电路如图8-38所示。

此时，将被测电阻的两端接到表的“+”、“-”端，电池被接入电路，电流从电池的正极出发经被测电阻 R_x 、表头、附加电阻 $R_1 \sim R_4$ 、 R_5 （或 R_0 、 R_{10} ）及 R_0 到电池的负极。

设 R_1 为表头内阻 r 与 R_4 并联后再与串联电阻 R_1 、 R_2 、 R_3 串联的等效电阻，则电路可简化为图8-39所示的电路。显然，这是一个欧姆表电路。

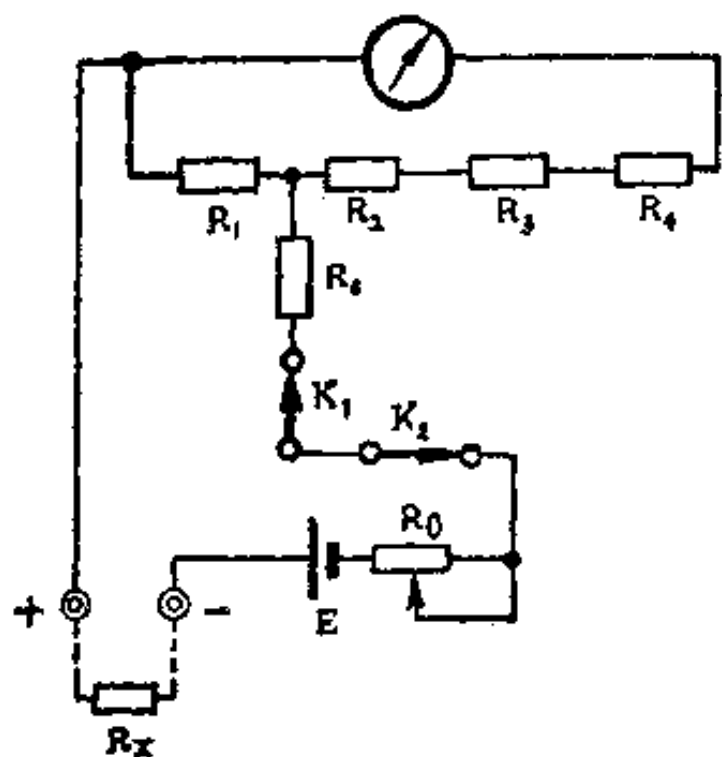


图8-38 测量电阻万用表的电路图

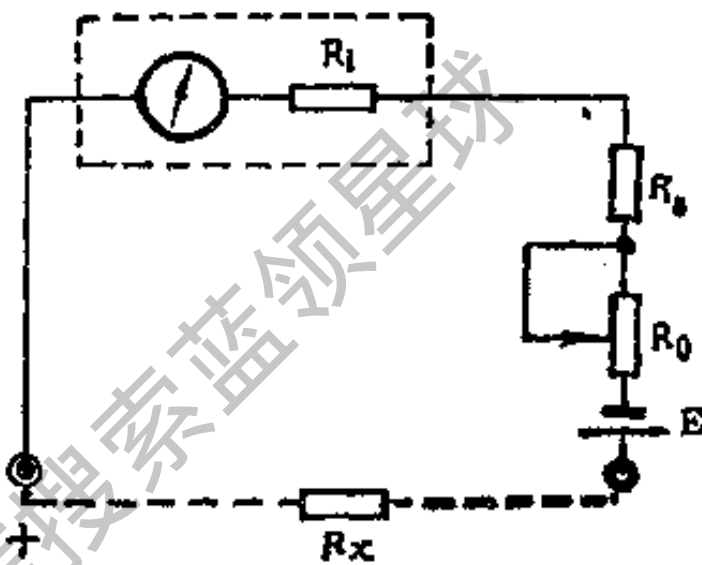


图8-39 万用表测量电阻时的等效电路

二、万用表使用时的注意事项

(1) 放置平稳，调整零点

使用前应将万用表放置平稳，表身不得倾斜，表针应在最左方，停在“0”点上。如指针不停在“0”点位置，则应使用小螺丝刀调整表盘中心的调零螺孔，使指针停于“0”点位置。

(2) 根据对象，合理选择

调节万用表的控制旋钮，根据被测对象选择测量种类、量程，并确定读数方法。注意使用旋钮尖端对准标记线。决不可在没选择好种类和量程的情况下，就拿起表笔去测量。用欧姆档测量电压，会将电表烧坏。应估算后再选定量程。如果估算不出，则可用较大量程粗测，然后再根据情况换档精测，指针以在满刻度的 $2/3$ 左右处为宜。

(3) 检查表笔，红“+”、黑“-”

测量前应检查一下表笔，看表笔的位置是否正确。红表笔应接“+”端，黑表笔应接“-”端。在测量时红表笔接电路的正极，黑表笔接电路负极。

(4) 欲测电阻，先调零位

测量电阻时，应先调零。方法是将两只表笔短接，调节“欧姆调零”电位器，使表针

停在最右端的“0”位上。在换到其它电阻测量档级时，应重新调零，以减小测量误差。如果更换量程时调不到零位，则应更换电池。

(5) 拿笔正确，接触良好

拿笔的姿势要正确，以像拿钢笔的姿势为好。不得将手指触摸金属触针，否则既影响测量的准确度，又容易触电。另外，在用表笔接触被测两点时，应注意接触是否良好。电路上常有油污尘垢，会引起接触不良，造成很大的测量误差。必要时可在断电的情况下先将被测点用小刀刮去表皮，待露金属光泽后，再用表笔接触。

(6) 单手操作，注意安全

在测量时，应注意安全，对于高压测量应采取安全措施，避免触电，最好养成单手操作的习惯，另一只手不要与被测设备接触。表笔、手指、鞋底等应保持干燥，如果被测设备电压很高，则应使用绝缘表笔，必要时要带绝缘手套，站在绝缘垫上操作。

(7) 转换量程，先断电路

在测量较大电流时，必须先将电路断开，然后才能扳动开关转换量程。否则，在转换量程的过程中，会因切断电流时产生电火花而烧坏开关触点。

(8) 测量完毕，转到空档

测量完毕将量程开关转到空档或高压档，以防表笔短接电池跑电。

获取更多资料 微信搜索 技术领全球

第九章 谐振电路

前面曾经提到,在 RLC 串联电路中,当感抗和容抗相等时,串联电路处在谐振状态。谐振是交流电路在满足上述条件下所呈现的一种特殊物理现象,也称为谐振现象,谐振在无线电技术中应用非常广泛。

本章主要介绍串联谐振和并联谐振两种基本谐振电路以及谐振状态下的电压、电流及阻抗的关系。

9.1 串联谐振电路

一、谐振条件

为了理解谐振的特点,按图9-1接成一个实验电路。 RLC 串联电路中串联一个电流计,电路两端接入一个频率可调的正弦信号发生器,在改变频率的过程中,保持信号发生器的输出电压不变。

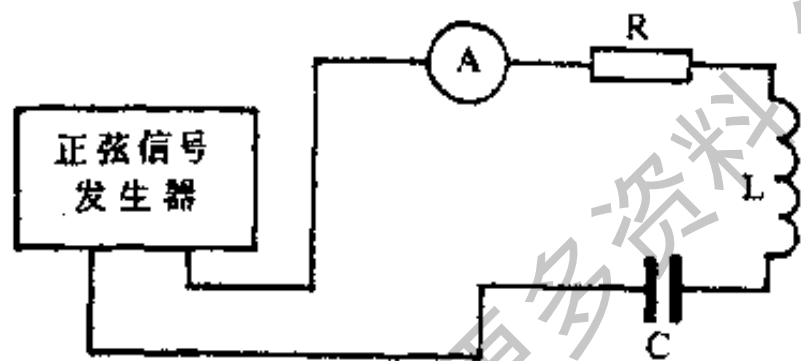


图9-1 串联谐振实验

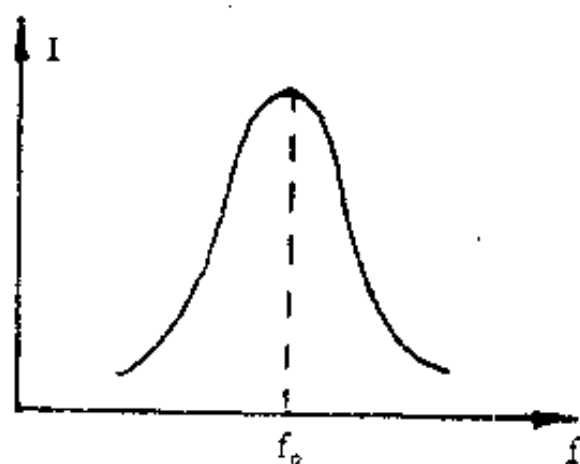


图9-2 电流谐振曲线

当频率由低变高时,电流计的指示逐渐增大,当增大至某一频率时,电流计指示达到最大,频率再继续增加时电流又逐渐减少。电流随频率的变化关系可以用图9-2所示的曲线来表示,称为电流谐振曲线。电流达到最大值的那个频率称为谐振频率。

下面可进一步分析谐振频率和元件参数的关系。

RLC 串联电路的复数阻抗为:

$$\begin{aligned} Z &= R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \\ &= R + j(X_L - X_C) = R + jX \\ &= z \angle \varphi \end{aligned} \quad (9-1)$$

$$\text{其中 } z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (9-2)$$

$$X = \omega L - \frac{1}{\omega C} \quad (9-3)$$

X 随频率变化,无论 X 为正还是为负, X^2 总为正值。当 $X = X_L - X_C = 0$ 时,根号中第二项为零,电路阻抗最小,因此电流最大,整个电路的阻抗为:

$$Z = R$$

此刻电路变成一个纯电阻负载,端电压和电流同相,这时电路处于谐振状态。

RLC 串联电路所发生的谐振称为串联谐振,在谐振状态下电流最大。令谐振时的频率为 ω_0 ,根据谐振条件:

$$X_L = X_C \quad \text{即} \quad \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$$

$$\text{可求出} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (9-4)$$

$$\text{或} \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (9-5)$$

若 L 单位为亨, C 的单位为法,则 f_0 的单位为赫。

由此可见,电路的谐振频率是由电路参数 L 、 C 决定,是电路所固有的。当 L 、 C 一定时,电路的谐振频率也就确定了。当频率一定时,可以通过改变电路的电感和电容使电路谐振,调节电感或电容使电路达到谐振的过程称为调谐。例如采用可调的磁心来改变线圈的电感,采用可变电容来改变电容量,均可达到调谐的目的。在收音机中,就是通过改变输入电路的电容使电路和某一电台的频率谐振,达到选择电台接收信号的目的。

〔例9-1〕 已知某一收音机的中波段输入电路可等效为由一个电感 L 和电容 C 组成的串联电路,电感为300微亨,若接收频率范围是从525千赫至1605千赫,试求 C 的变化为多少才能覆盖上述频率范围。

〔解〕 串联谐振电路的谐振频率为:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

解得:

$$C = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 L}$$

接收525千赫信号时,

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{1}{(2\pi \times 525 \times 10^3)^2 \times 300 \times 10^{-6}} \\ &= 306 \times 10^{-12} \text{法} = 306 \text{皮法} \end{aligned}$$

接收1605千赫信号时，

$$C_2 = \frac{1}{(2\pi \times 1605 \times 10^3)^2 \times 300 \times 10^{-6}}$$
$$= 32.7 \times 10^{-12} \text{法} = 32.7 \text{皮法}$$

所以电容的变化范围为32.7皮法至306皮法。

二、串联谐振的特点

1. 谐振时，阻抗最小，且为纯电阻。

因为谐振时电抗为零，所以 $z = \sqrt{R^2 + X^2}$ 最小，且 $z = R$ ，为纯电阻。

2. 谐振时，电路中电流最大，电压与电流同相。电流由下式决定：

$$I_0 = \frac{U}{R} \quad (9-6)$$

3. 谐振时，感抗和容抗相等，并等于电路的特性阻抗。由于谐振时，

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

所以

$$\omega_0 L = \frac{1}{\sqrt{LC}} L = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho$$

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \rho = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (9-7)$$

ρ 称为回路的特性阻抗，它只与电路元件的参数 L 、 C 有关，而与谐振频率大小无关。 ρ 是衡量电路特性的重要参数。

4. 谐振时，电感与电容两端的电压相等，相位相反，大小为端电压的 Q 倍。

谐振时，电感、电容上电压分别为：

$$U_{L0} = I_0 X_L = \frac{\omega_0 L}{R} U = QU$$

$$U_{C0} = I_0 X_C = \frac{1}{\omega_0 CR} U = QU$$

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 CR} \quad (9-8)$$

Q 称为谐振电路的品质因数，是谐振电路的一个重要参数。通常电路在谐振状态下，感抗或容抗比电阻要大得多， Q 值可达几十甚至几百，因此串联谐振时，电抗元件上的电压

是外加电压的几十倍甚至几百倍。串联谐振也称为电压谐振，即使外加电压不大，谐振时回路上的电压仍可能很高，这就必须考虑元件的耐压。在无线电设备中，一定要防止和抑制不需要的谐振现象，避免元件损坏。

〔例9-2〕 在 $L = 1.3 \times 10^{-4}$ 亨， $C = 588$ 皮法， $R = 10$ 欧所组成的串联回路中，已知电源电压 $U_0 = 5$ 毫伏，试求回路谐振时的频率和回路电流，谐振时元件 L 和 C 上的电压以及回路品质因数。

〔解〕 1. 谐振频率 f_0

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{1.3 \times 10^{-4} \times 588 \times 10^{-12}}} \\ = 576 \text{ 千赫}$$

2. 谐振时回路电流 I_0

$$I_0 = \frac{U_0}{R} = \frac{5 \times 10^{-3}}{10} = 0.5 \text{ 毫安}$$

3. 品质因数 Q

$$Q = \frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{R} = \frac{470}{10} = 47$$

4. L 或 C 上的电压

$$U_{L0} = U_{C0} = QU_0 = 47 \times 5 \times 10^{-3} = 235 \text{ 毫伏}$$

三、谐振曲线和通频带

在 RLC 串联电路中，如果电源频率变动，串联电路的阻抗也会随之变化，电路中电流和电压均会随频率改变。图9-2所示的谐振曲线表明了电流随频率的变化关系。

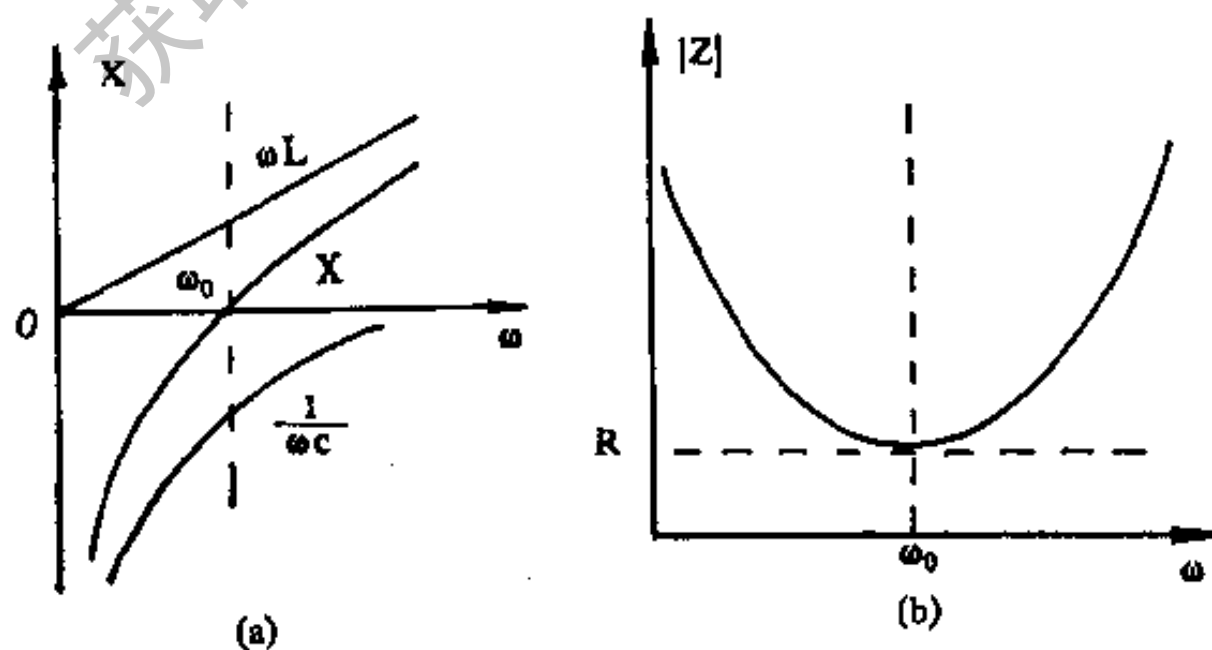


图9-3 串联谐振电路的电抗和阻抗曲线

图9-3给出了电抗和阻抗随频率变化的曲线。根据感抗和容抗与频率的关系可知，感

抗与频率成正比,可用一条直线表示,容抗与频率成反比且为负值,可用一条负的反比例曲线表示。感抗和容抗合成的电抗曲线与横轴相交,交点 ω_0 处的电抗为零, ω_0 为谐振频率。阻抗随频率的变化关系为

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

当 $\omega = \omega_0$ 时, $|Z| = R$, 此时阻抗为纯电阻,且阻抗值最小,随着 ω 偏离 ω_0 愈远,根号中第二项愈来愈大,阻抗也就愈来愈大,形成图中所示的 $|Z|-\omega$ 曲线。

根据阻抗曲线可得到 $I-\omega$ 曲线。因为,

$$I = \frac{U}{|Z|} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad (9-9)$$

可见 $I-\omega$ 曲线是将 $|Z|-\omega$ 曲线倒过来,最大值出现在 ω_0 处,此时 $I_0 = \frac{U}{R}$ 。 ω 离 ω_0 愈

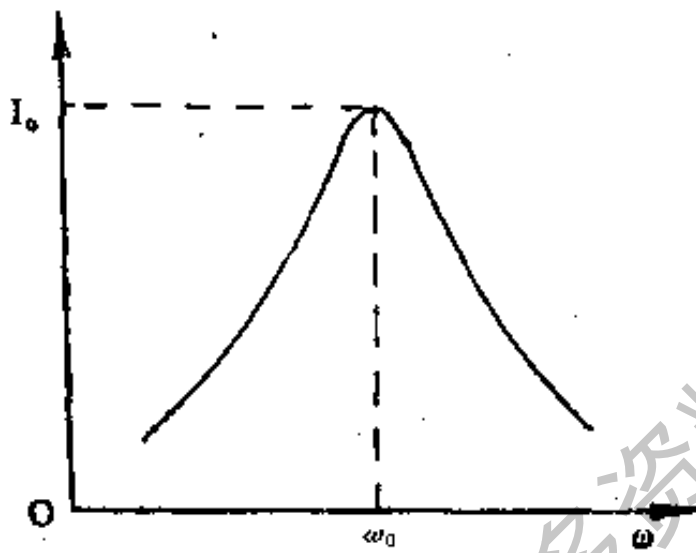


图9-4 串联谐振电路的电流谐振曲线

程度与回路 Q 值的关系。由式(9-9)可知:

远, $|Z|$ 愈大, I 也就愈小,如图9-4所示的电流谐振曲线。

由于串联谐振回路的谐振特性,使它对 ω_0 附近的频率产生很大的电流,对远离 ω_0 的频率产生很小的电流,这一特性说明串联谐振电路具有一定的选择性,它能从大量不同频率的信号中,把 ω_0 附近某一频率范围内的信号选出,而把其它频率的信号加以抑制。

下面进一步研究谐振曲线的平滑和尖锐

$$\begin{aligned} I &= \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{U}{R \sqrt{1 + \left[\frac{\omega_0 L}{R} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right]^2}} \\ &= \frac{I_0}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} \end{aligned}$$

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} \quad (9-10)$$

式(9-10)是相对值表示,如果以 $\frac{I}{I_0}$ 作纵坐标, $\frac{\omega}{\omega_0}$ 作横坐标,又用不同的 Q 值为参数,

画出的谐振曲线具有更大的通用性。图9-5的谐振曲线称为通用谐振曲线，从图中可以看出Q值愈高，曲线愈尖锐， $\frac{I}{I_0}$ 衰减得愈快，这说明谐振电路对不同频率的信号有较强的选择性。Q值愈低，曲线愈平缓， $\frac{I}{I_0}$ 衰减缓慢，对信号的选择性也愈差。由此可见，电路的选择性是由品质因数Q所决定。在无线电技术中，要求电路具有较好的选择性，就要求采用较高Q值的谐振电路。

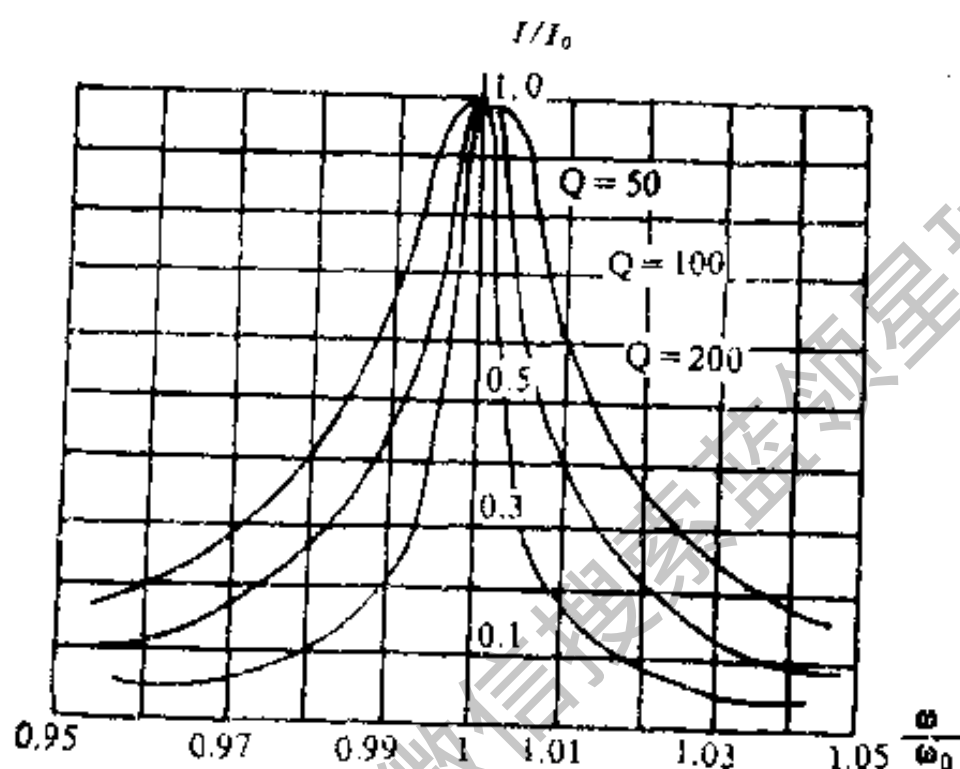


图9-5 通用谐振曲线

然而，实际的信号都具有一定的频率范围。例如语言、音乐的频率大约是从30赫至15千赫，电话的频率范围很窄，一般为3千赫。这说明实际的信号都占有一定的带宽，为了不失真地传送信号，必须保证信号中的各个频率成分均能顺利地通过电路，所以谐振电路的理想谐振曲线应为一矩形，如图9-6(a)所示。矩形的宽度等于所通过信号的频带宽度，频带以外的信号被迅速衰减。

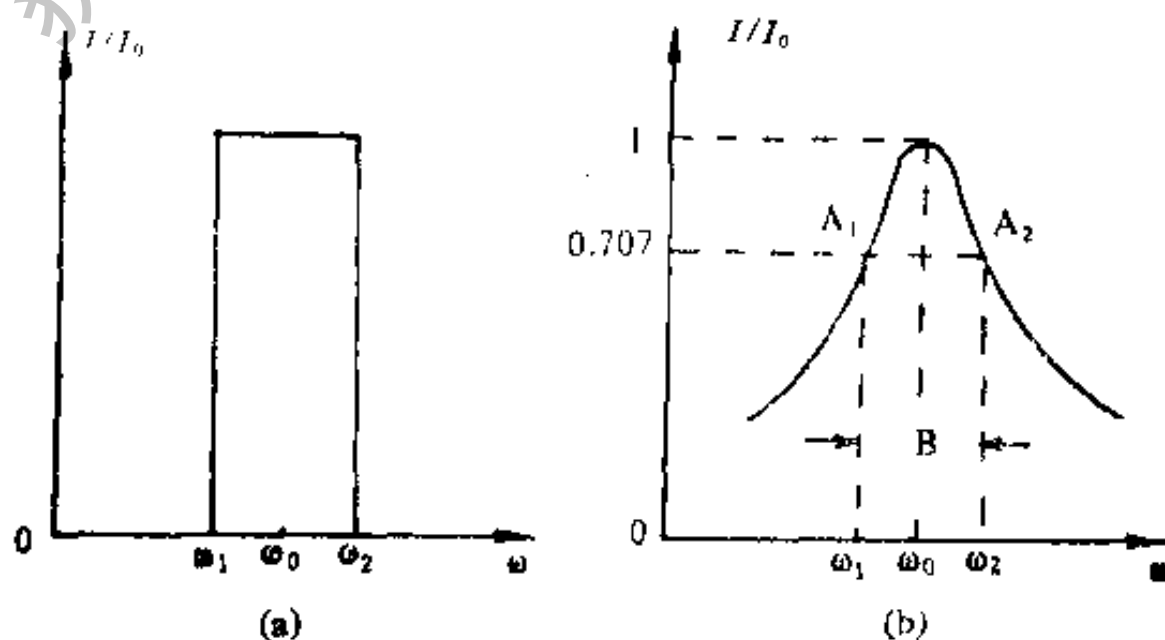


图9-6 串联谐振曲线及通频带

但是矩形谐振曲线是无法实现的,那么当谐振回路对电流衰减到什么程度,就认为信号的频率在电路允许通过的频带范围之外呢?这里并没有一个确定的界限,通常是规定电流衰减到谐振电流的 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 的这段频率范围称为谐振电路的通频带,如图9-6(b)所示,通频带 B

以 $\Delta\omega$ 表示。 $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$

通频带与回路品质因数的关系可以由式(9-10)求得。

在讨论谐振回路的通频带时,对远离谐振频率 ω_0 的信号可以忽略不计,只考虑 ω_0 附近的信号频率 ω ,因为通频带相对于 ω_0 是比较小的, ω 与 ω_0 十分接近,可以认为 $\omega + \omega_0 \approx 2\omega_0$ 于是式(9-10)根号中的第二项可以化简为:

$$\begin{aligned} Q \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) &= Q \frac{(\omega + \omega_0)(\omega - \omega_0)}{\omega\omega_0} \\ &\approx Q \frac{2\omega(\omega - \omega_0)}{\omega\omega_0} = Q \frac{2(\omega - \omega_0)}{\omega_0} \\ &= Q \frac{2\Delta\omega}{\omega_0} = Q \frac{2\Delta f}{f_0} \end{aligned}$$

式(9-10)可简化为:

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(Q \frac{2\Delta f}{f_0} \right)^2}} \quad (9-11)$$

在通频带的边界频率上,有:

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

则

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(Q \frac{2\Delta f}{f_0} \right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$Q \frac{2\Delta f}{f_0} = 1$$

$$\text{所以 } B = 2\Delta f = \frac{f_0}{Q} \quad (9-12)$$

由式(9-12)可知,通频带与 Q 成反比, Q 值愈高,谐振曲线愈尖锐,通频带就愈窄。从提高回路选择性的观点出发,希望选 Q 值高,但从减小信号失真,保证有较宽的频带考虑,则应降低 Q 值,两者是相互矛盾的。在实际应用中,应在保证信号失真不超过允许值的条件下,尽量提高电路的选择性,

[例9-3]由 $L = 2 \times 10^{-4}$ 亨, $C = 8 \times 10^{-10}$ 法及 $R = 10$ 欧组成的串联回路,试求其通频带。

$$\begin{aligned} \text{[解]} \quad f_0 &= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{2 \times 10^{-4} \times 8 \times 10^{-10}}} \\ &= 398 \times 10^3 = 398 \text{千赫} \\ Q &= \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{2\pi \times 398 \times 10^3 \times 2 \times 10^{-4}}{10} = 50 \\ B &= \frac{f_0}{Q} = \frac{398 \times 10^3}{50} = 7.96 \times 10^3 = 7.96 \text{千赫} \end{aligned}$$

[例9-4]两个串联谐振回路,谐振频率分别为 $f_{01} = 800$ 千赫和 $f_{02} = 10$ 兆赫,两个回路的品质因数 Q 均为100,试求两个回路的通频带。

[解]

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{f_{01}}{Q} = \frac{800 \times 10^3}{100} = 8 \text{千赫} \\ B_2 &= \frac{f_{02}}{Q} = \frac{10 \times 10^6}{100} = 100 \text{千赫} \end{aligned}$$

上例说明品质因数相等时,回路的谐振频率高,通频带宽。为了保持通频带相等,在收音机中,中波波段的 Q 值应比短波波段的 Q 值低。

9.2 并联谐振电路

电容和电感并联组成的谐振电路是最常见的一种简单而又实用的谐振电路。当电源内阻较大时,如采用串联谐振电路就大大降低谐振电路的 Q 值,而采用并联谐振回路就可以克服这一缺点。

图9-7是简单并联谐振电路的电路图。电容支路由于损耗很小,可以近似认为是纯电容,电感支路则是由线圈电感和线圈电阻串联组成。

一、谐振条件

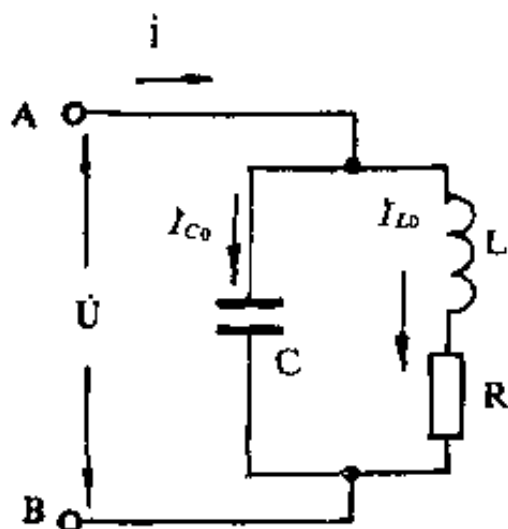


图9-7 并联谐振电路

$$\text{支路的阻抗为 } Z_c = \frac{1}{j\omega C}$$

$$\text{电感支路的阻抗为 } Z_L = R + j\omega L$$

并联电路的复数阻抗为:

$$\begin{aligned} \frac{1}{Z} &= \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_c} = \frac{1}{R + j\omega L} + j\omega C \\ &= \frac{R - j\omega L}{(R + j\omega L)(R - j\omega L)} + j\omega C \end{aligned}$$

上式进行复数运算并整理可得：

$$\frac{1}{Z} = \frac{R}{R^2 + \omega^2 L^2} + j \left(\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} \right) \quad (9-13)$$

电路发生谐振的条件是式 (9-13) 的虚数部分为零，即：

$$\omega C = \frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

求得谐振频率为：

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}} \quad (9-14)$$

在通常情况下，线圈的电阻分量比电感要小得多，所以根号中的第二项可以忽略不计，这对谐振频率计算的准确度影响不大，所以并联电路的谐振频率为：

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (9-15)$$

或

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (9-16)$$

这时，并联电路谐振时的感抗和容抗分别为

$$X_L = \omega_0 L = \frac{1}{\sqrt{LC}} L = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho$$

$$X_C = \frac{1}{\omega_0 C} = \frac{\sqrt{LC}}{C} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho$$

所以，并联电路谐振时，感抗和容抗都等于回路的特性阻抗。

二、并联谐振的特点

1. 谐振时，回路呈纯电阻，电压电流同相。
2. 谐振时回路阻抗最大，其值可由式 (9-13) 求得。因为谐振时式 (9-13) 的虚部为零，在 $Q \gg 1$ 的条件下，谐振阻抗为：

$$\begin{aligned} Z &= \frac{R^2 + \omega_0^2 L^2}{R} \approx \frac{\omega_0^2 L^2}{R} \\ &= Q \omega_0 L = Q \rho = \frac{L}{CR} = Q^2 R \end{aligned} \quad (9-17)$$

式 (9-17) 说明，当并联电路中的串联电阻值为 R 时，在谐振状态下，并联电路的谐振电阻为 R 的 Q^2 倍。

3. 谐振时, 电感支路的电流 I_{L_0} 与电容支路的电流 I_{C_0} 近似相等, 并等于总电流 I_0 的 Q 倍, 即 $I_{C_0} = I_{L_0} = QI_0$, 所以并联谐振又称为电流谐振。在并联电路中, 即使电路总电流不大, 但回路电流可能达到很大的数值, 因此要注意选择额定电流大的元件, 以防止回路元件烧毁。

[例9-5]如图9-8所示的电路, 已知 $L = 100$ 微亨, $C = 100$ 皮法, 回路 $Q = 100$, 电源电压 $U_0 = 10$ 伏, 内阻 $R_s = 100$ 千欧。如果电路已对电源频率谐振, 试求谐振频率 f_0 , 总电流 I_0 , 支路电流 I_{L_0} 和 I_{C_0} , 回路两端电压及回路吸收功率。

[解] 因为 $Q \gg 1$, 所以谐振频率可用下式计算。

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{100 \times 10^{-6} \times 100 \times 10^{-12}}} \\ = 1.59 \times 10^6 = 1.59 \text{兆赫}$$

谐振阻抗:

$$Z_0 = Q\rho = Q\sqrt{\frac{L}{C}} = 100\sqrt{\frac{100 \times 10^{-6}}{100 \times 10^{-12}}} = 100 \text{千欧}$$

总电流:

$$I_0 = \frac{U_0}{R_s + Z_0} = \frac{10}{(100 + 100) \times 10^3} = 0.05 \text{毫安}$$

支路电流:

$$I_{L_0} = I_{C_0} = QI_0 = 100 \times 0.05 = 5 \text{毫安}$$

回路端电压:

$$U = I_0 Z_0 = 0.05 \times 10^{-3} \times 100 \times 10^3 = 5 \text{伏}$$

回路吸收功率, 实际上是回路中电阻所吸收的功率, 所以先要求出回路中的电阻。

$$R = \frac{\rho}{Q} = \frac{1000}{100} = 10 \text{欧}$$

$$P = I_{L_0}^2 R = (5 \times 10^{-3})^2 \times 10 = 0.25 \text{毫瓦}$$

$$\text{或 } P = I_0^2 Z_0 = (5 \times 10^{-5})^2 \times 100 \times 10^3 = 0.25 \text{毫瓦}$$

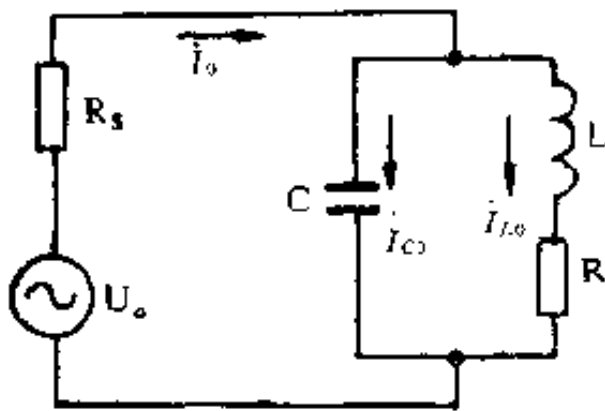


图 9-8

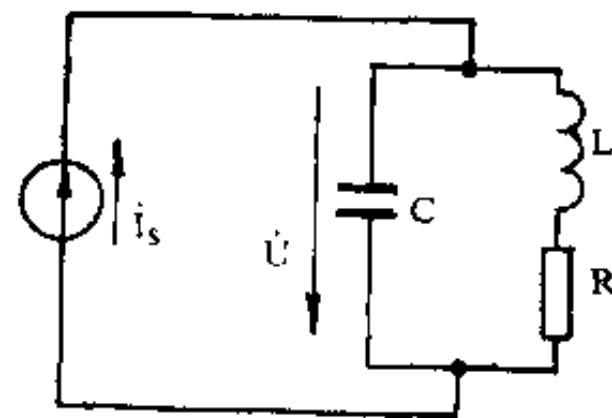


图9-9 电流源作用下的并联谐振电路

三、并联谐振电路的谐振曲线和通频带

在实际电路中，并联谐振电路常常是作为晶体管调谐放大器的负载。由于晶体管可视为内阻很大的电流源，若假设电源内阻 R_s 为无穷大，则信号源可以用电流源来表示。如图9-9所示。回路两端的电压为：

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{I}_s \frac{\frac{1}{j\omega C}(R + j\omega L)}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} \approx \dot{I}_s \frac{\frac{1}{j\omega C}(j\omega L)}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} \\ &= \dot{I}_s \frac{\frac{L}{CR}}{1 + j\frac{\omega_0 L}{R}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} \\ &= \dot{I}_s \frac{\frac{L}{CR}}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} \end{aligned} \quad (9-18)$$

回路谐振时，回路两端电压为：

$$\dot{U}_0 = \dot{I}_s \frac{L}{CR} \quad (9-19)$$

由上两式得：

$$\frac{\dot{U}}{\dot{U}_0} = \frac{1}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} \quad (9-20)$$

其有效值之比为

$$\frac{U}{U_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} \quad (9-21)$$

其相角与频率的关系为：

$$\phi = -\arctg Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) \quad (9-22)$$

式(9-21)和式(9-22)就是并联谐振回路的电压振幅-频率曲线和相角-频率曲线的数学表示式，它们的曲线形状如图9-10所示。

比较式(9-21)和式(9-10)，可以看出等式右边是完全相同的，说明并联谐振曲线和串联谐振曲线具有完全相同的形状。

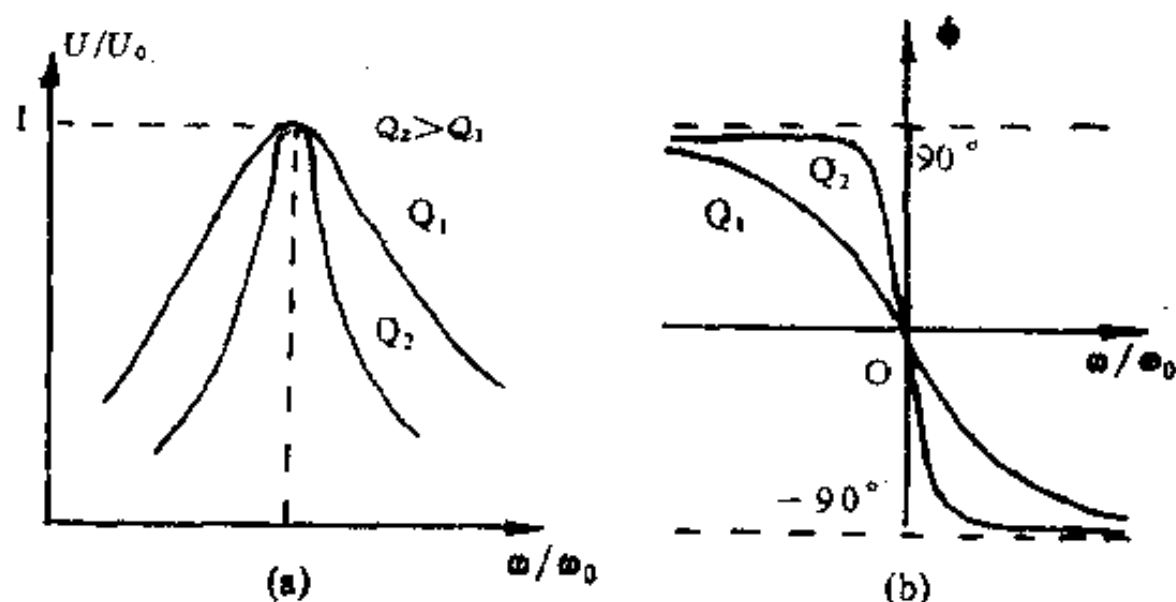


图9-10 并联回路的电压幅频曲线和相频曲线

相角-频率曲线说明信号通过谐振回路产生的相位失真。可以证明，相频曲线在谐振点附近愈接近直线，则产生的相位失真愈小；而Q值愈大，则相频曲线愈接近直线。所以从相位失真的观点出发，要求回路Q值尽可能高一些。

在 ω 偏离谐振频率 ω_0 不大的情况下，可认为 $\omega \approx \omega_0$ ，则式(9-21)可进一步简化为：

$$\frac{U}{U_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(Q \frac{2\Delta f}{f_0}\right)^2}} \quad (9-23)$$

上式中，令 $\frac{U}{U_0} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ，则可求得并联谐振回路的通频带为：

$$B = f_2 - f_1 = 2\Delta f = \frac{f_0}{Q} \quad (9-24)$$

和串联谐振回路相同，并联谐振回路的带宽和选择性也存在矛盾，Q值高，通频带窄，选择性好，Q值低则可展宽通频带，但选择性变差。这样简单的串联或并联电路都不能很好地解决这一矛盾，所以在实际电路中，往往采用其它型式较复杂的谐振电路。

四、电源内阻和负载电阻对通频带的影响

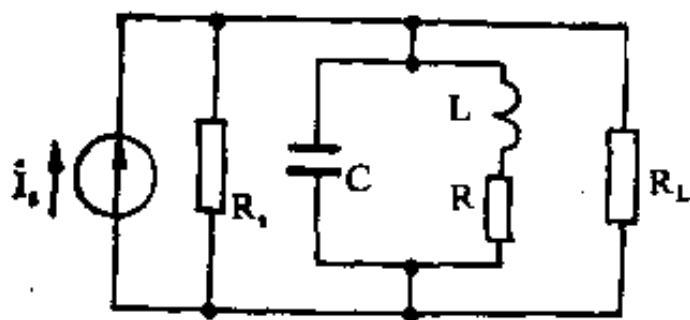


图9-11 内阻 R_s 和负载 R_L 对谐振电路的分流

在上述讨论中，我们没有考虑电源的内阻和负载对谐振回路的影响，认为它们的阻抗为无穷大。实际上内阻和负载并联在谐振回路两端，对电路产生分流作用，降低了品质因数，影响到回路的通频带和选择性。

从图9-11可以看出，当电源内阻 R_s 和负载电阻 R_L 较小时；它对回路的的分流作用很大，会使电压谐振曲线变得较为平坦，选择性变坏。当 R_s 和 R_L 很大时，对回路的影响可以忽略不计。

五、双电感和双电容并联谐振回路

在电子设备中，常采用图9-12所示的电路。对于图9-12(a)所示的双电感电路，发生谐振时回路总电抗为零，则：

$$\omega_0 L_1 + \left(\omega_0 L_2 - \frac{1}{\omega_0 C_2} \right) = 0$$

$$\begin{aligned} \text{求得 } \omega_0 &= \frac{1}{\sqrt{(L_1 + L_2)C_2}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ f_0 &= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \end{aligned} \quad (9-25)$$

式中， $L = L_1 + L_2$ 是回路的总电感， $C = C_2$ 是回路的总电容。谐振时阻抗为纯电阻并等于：

$$Z_0 = \left(\frac{L_1}{L} \right)^2 \cdot \frac{L}{CR} = P_L^2 R_0 \quad (9-26)$$

式中， $P_L = \frac{L_1}{L}$ 称为接入系数， $R_0 = \frac{L}{CR}$ 为简单并联电路的谐振阻抗。

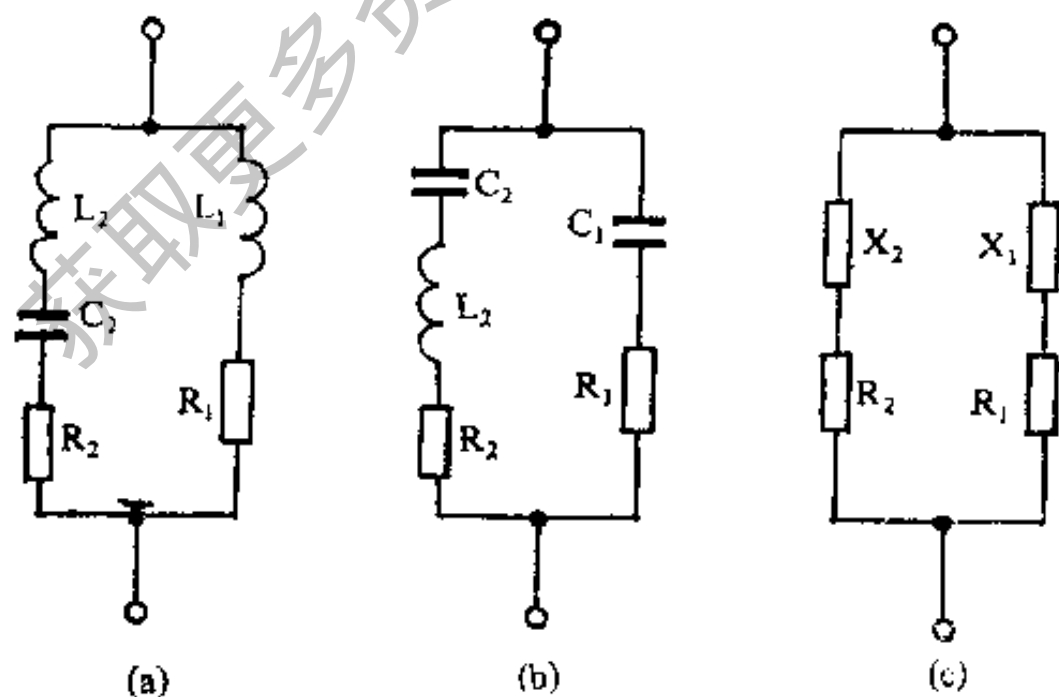


图9-12 复杂并联谐振电路

由此可见，在双电感并联谐振电路中，改变两路的电感分配而维持总电感 L 不变，则可改变谐振阻抗而维持谐振频率不变。

对于图9-12(b)所示的双电容电路，可同样求得：

$$\left. \begin{aligned} \omega_0 &= \sqrt{\frac{1}{L_2 \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}}} = \sqrt{\frac{1}{LC}} \\ f_0 &= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \end{aligned} \right\} \quad (9-27)$$

式中, $C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$ 为回路总电容, $L = L_2$ 为回路总电感。

谐振阻抗为:

$$Z_0 = \left(\frac{C}{C_1}\right)^2 \cdot \frac{L}{CR} = P_c^2 R_0$$

$P_c = \frac{C}{C_1}$ 也称为接入系数。

由于接入系数总是小于1, 所以双电感或双电容谐振电路的谐振阻抗比参数相同的简单并联谐振电路阻抗要小 P^2 倍。图9-13所示的电路就是利用改变电感抽头, 改变接入系数实现阻抗匹配, 但谐振频率仍维持不变。

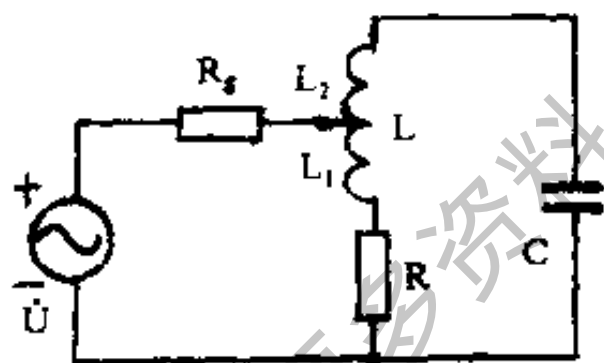


图 9-13 电感抽头的并联谐振电路

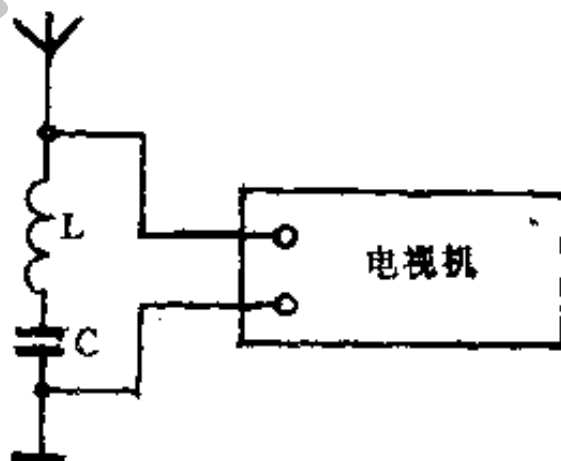


图 9-14 电视机中频抑制电路

9.3 谐振电路的应用举例

谐振电路在电子技术中的应用是非常广泛的, 由于它对频率具有选择性, 在接收和发送设备中常作为高频和中频放大器的负载, 谐振电路是振荡器的主要电路, 它可以从振荡信号中选出所需频率的信号而滤除其它频率的信号, 下面举两个例子加以说明。

图9-14是电视机输入回路中的中频抑制电路, 它与电视机的输入端并联, 若将该串联谐振回路调谐于中频37兆赫, 则它对中频信号呈现一个很小的阻抗, 使中频信号对地短路, 不让其它电视机的中频信号进入电视机干扰本机中频放大器的工作, 同时也防止本机的中频信号通过接收天线向外发射, 干扰其它机器工作。由于该谐振电路对电视信号呈现很高的阻抗, 不会影响电视接收机的正常工作。

测量品质因数及参数的仪表, 是利用谐振电路来工作的, 其原理可用图9-15来说明。

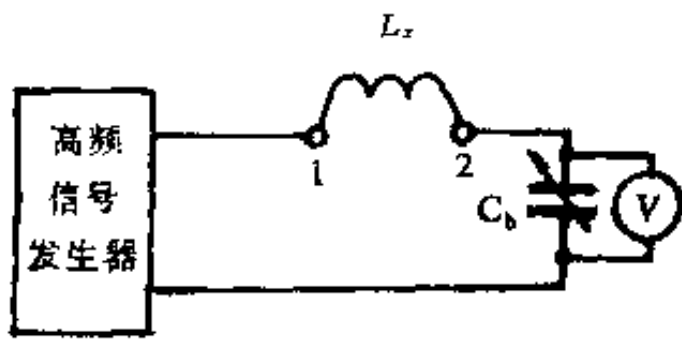


图 9-15 Q表原理图

欲测量线圈 L_x 的 Q 值，把它与一个标准电容 C_0 串联后接在一个频率可调而电压恒定的高频信号发生器的输出端，调节 C_0 的电容量或高频信号发生器的频率，使标准电容两端的电压达到最大，说明电路处于谐振状态，这时电压表所测得的电压值与被测线圈的 Q 值成正比。如果该表的刻度直接标以品质因数 Q 值，故此仪表称为 Q 表。

一般 Q 表的输出频率和标准电容 C_0 的电容量均有刻度标明，除测 Q 值外还可以测量电路的其它参数。

9.4 压电谐振体

由电感线圈和电容器所组成的谐振电路品质因数较低（一般是几十至几百），谐振频率稳定性差，电路损耗大，这些缺点使谐振电路的使用受到一定的限制。在要求较高的场合，晶体谐振体已经取代了电感和电容组成的谐振电路。

晶体谐振体是利用石英晶体本身特有的压电效应做成的。具有品质因数高，频率稳定性好和体积小等优点，在无线电发送设备中作为高频振荡器的谐振体。

石英晶体片具有这样一种特性，当机械力施加在晶体上使其伸张或压缩时，在晶体片的两个表面上会产生符号相反的电荷，形成电场。当机械力大小改变，晶体表面的电荷数量也随之改变；当机械力方向改变，表面电荷的极性也改变。这种现象叫做压电效应，石英晶体也称为压电体。

石英晶体片还具有逆压电效应，即在石英晶体上加一个交变电压时，在电场作用下，晶体片的体积将起伸张和压缩的变化，形成机械振动。这样由于机械振动，在晶体片表面上将产生交变的电荷，在外电路形成电流，因此晶体片具有导电性。不过晶体片振动的振幅十分微小，只有百分之几毫米，因而在外电路形成的电流也十分微小。任何晶体本身都具有固定的机械谐振频率，如果加在晶体上的交变电压频率与晶体的固有频率相同时，晶体便发生机械谐振现象，此时振动的幅度最大，因而在晶体表面上产生的电荷数量也最多，在外电路形成的电流也最大。这实质上就是一个串联谐振电路，图9-16画出了石

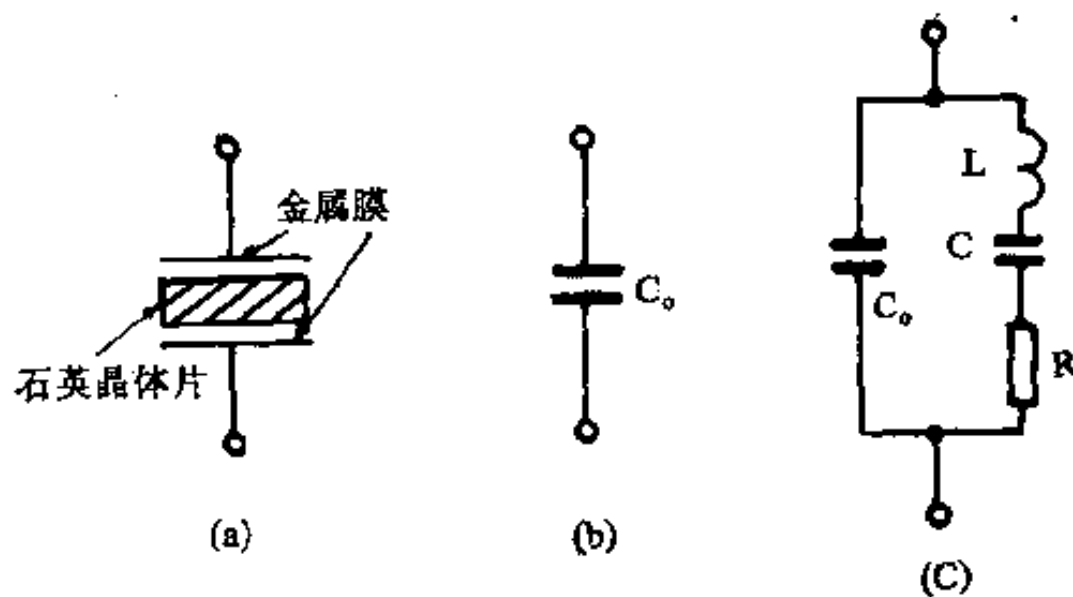


图9-16 石英晶体谐振体示意图及等效电路

英晶体谐振体的示意图及其等效电路。

当晶体片不振动时，可看作为一个平板电容器，石英晶体片夹在两个金属膜中间，其电容量为 C_0 ，一般在几个皮法到几十皮法之间，其等效电路如图9-16(b)所示。

当晶体片振动时，石英谐振体可看作是一个 LC 串联谐振电路，如图9-16(c)所示。其中 L 是晶体在振动时的等效电感， C 是等效电容， R 是等效电阻。不同的晶体片，等效电感值可以从0.1亨到100亨内变动，等效电容值较小，一般在0.01皮法到0.1皮法之间，等效电阻 R 也很小。由于电感值很大，故石英晶体片的 Q 值很高，可达数万以上，这是一般的 LC 回路所不能比拟的。

由于石英晶体具有很多优点，因此应用较广。但也存在一些缺点，如制造复杂，成本高及怕震动等，所以在实践中人们又创造出另一种新型元件叫陶瓷谐振体。它也是利用压电效应所制成的，具有体积小、重量轻、 Q 值高、频率稳定性好、价格低、耐震动等优点，因此得到了广泛的应用。

习 题

1. 为什么串联谐振叫电压谐振？串联谐振有何特点？
2. 串联谐振时，当 $Q \gg 1$ ，元件 L 和 C 上的电压均大于回路电源电压，这是否与基尔霍夫第二定律矛盾？如何解释？
3. 为了通过同样宽的带宽，长波段与短波段哪一种波段需要较高的 Q 值，为什么？
4. 为什么并联谐振称为电流谐振？用什么办法改变并联回路的谐振阻抗，而保持谐振频率不变。
5. 在串联回路和并联回路中，频率大于、等于及小于谐振频率时，电路分别呈现何种性质？试解释其原因。
6. 在 $R-L-C$ 串联电路中，已知 $R = 3.4$ 欧， $L = 100$ 毫亨，在 $f_0 = 400$ 赫时发生谐振，试求电容 C 之值和品质因数 Q 。
7. 在图9-15 Q 表原理线路中，信号发生器的输出电压为1伏，频率是可调的。当调节电容 $C_0 = 100$ 皮法时，电容两端电压表读数为100伏且为最大，此时电源频率为100千赫，试求被测电感线圈的 Q 值及 L 值各为多少？
8. 一个收音机的接收线圈 $R = 20$ 欧， $L = 250$ 微亨，调节电容 C ，收听720千赫的电台广播，问此时电容值为多少？回路品质因数 Q 为多少？
9. 一个电阻 $R = 13.7$ 欧，电感 $L = 0.25$ 毫亨的线圈，与电容100皮法组成并联电路，问其谐振频率和谐振阻抗各为多少？
10. 有一电感线圈，电阻为12欧， $Q = 125$ ，与电容器接成并联谐振电路，如再并上一只100千欧的电阻，电路品质因数降低多少？
11. 试求通过 $L = 200$ 微亨， $C = 450$ 皮法，电阻 $R = 40$ 欧组成的串联谐振回路的通频带。

第十章 互感耦合电路及变压器

前面讨论的正弦交流电路都是没有考虑互感的影响,但在实际电路中互感是常常存在的,在很多情况下还需要利用互感来实现电能或信号的传送,在广播电视设备中互感电路和互感元件有着广泛地应用。关于互感的概念已在第四章作过介绍,这一章主要讨论互感耦合电路及其计算方法。

10.1 互感线圈的串联和并联

如果电路中有几个线圈,相互间有互感存在,那么线圈两端的感应电势不仅和自感磁通的变化率有关,而且和互感磁通的变化率有关。因此,线圈两端的电压是自感电压和互感电压的代数和。

一、自感电压与互感电压

所谓自感电压和互感电压都是线圈上的感应电压,由线圈本身磁通变化所产生的电压为自感电压,而互感电压是由另一线圈电流变化通过互感耦合在线圈中产生的电压。设线圈的自感为 L_1 ,互感为 M ,线圈本身的电流为 i_1 ,另一线圈的电流为 i_2 ,则线圈的感应电压为:

$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt} \quad (10-1)$$

式(10-1)中的第一项为自感电压,第二项为互感电压。互感电压取正号还是负号决定于 i_1 和 i_2 所产生的磁通是方向相同还是方向相反,当电流 i_1 和 i_2 同时从同名端流入则取正号,否则取负号。如果电流为正弦交流,感应电压用相量表示则为:

$$\dot{U} = j\omega L_1 \dot{I}_1 \pm j\omega M \dot{I}_2 \quad (10-2)$$

二、互感线圈的串联

当两个没有互感的线圈相串联时,总电感等于两个线圈自感的和,即 $L = L_1 + L_2$ 。但是具有互感的线圈串联时,则有顺接和反接两种接法。

顺接就是异名端相接,如图10-1(a)所示。此时,电流从两个线圈对应的同名端流入,因此线圈上的自感电压和互感电压极性相同,两线圈串联后的总电压 \dot{U} 应为它们之和,即:

$$\dot{U} = j\omega L_1 \dot{I} + j\omega M \dot{I} + j\omega L_2 \dot{I} + j\omega M \dot{I}$$

$$\begin{aligned}
 &= j\omega(L_1 + L_2 + 2M)\dot{I} \\
 &= j\omega L_{\text{顺}}\dot{I}
 \end{aligned}$$

式中, $L_{\text{顺}}$ 为顺接时的等效电感, 即:

$$L_{\text{顺}} = L_1 + L_2 + 2M \quad (10-3)$$

如果两个线圈的同名端接在一起称为反接, 如图 10-1(b)所示。这时, 电流从两个线圈的异名端流入, 在每个线圈上, 自感电压和互感电压极性相反, 线圈上的电压为两者之

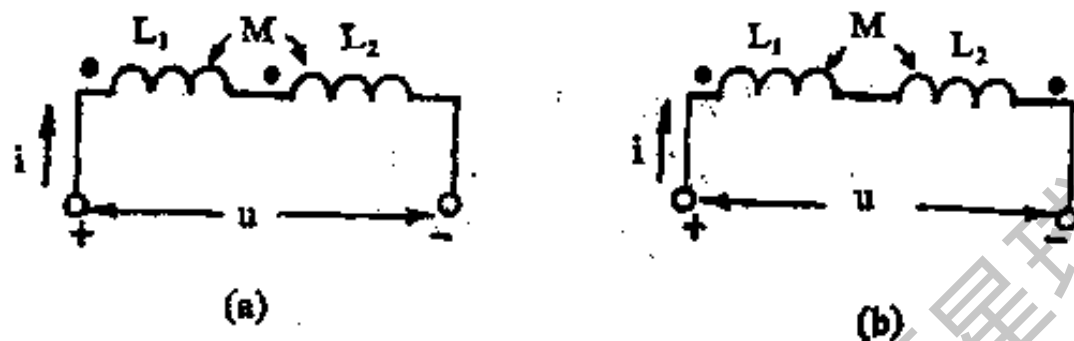


图10-1 互感线圈的串联

差, 故总电压 \dot{U} 为:

$$\begin{aligned}
 \dot{U} &= j\omega L_1 \dot{I} - j\omega M \dot{I} + j\omega L_2 \dot{I} - j\omega M \dot{I} \\
 &= j\omega(L_1 + L_2 - 2M)\dot{I} \\
 &= j\omega L_{\text{反}}\dot{I}
 \end{aligned}$$

式中, $L_{\text{反}}$ 为反接时的等效电感, 即:

$$L_{\text{反}} = L_1 + L_2 - 2M \quad (10-4)$$

比较式 (10-3) 和式 (10-4) 可知, 顺接时的等效电感大于反接时的等效电感, 即 $L_{\text{顺}} > L_{\text{反}}$, 显然顺串时的阻抗必大于反串时的阻抗。但是 $L_{\text{反}}$ 不可能是负值, 因此, M 必须满足下式

$$M \leq \frac{L_1 + L_2}{2} \quad (10-5)$$

用式 (10-3) 减去式 (10-4) 可得:

$$L_{\text{顺}} - L_{\text{反}} = (L_1 + L_2 + 2M) - (L_1 + L_2 - 2M) = 4M$$

求得:

$$M = \frac{L_{\text{顺}} - L_{\text{反}}}{4} \quad (10-6)$$

从上分析可知, 具有互感线圈的串联必须弄清同名端。可以用下面实验方法方便而准确地测得同名端。

以图10-2的变压器为例。一般来说变压器的端子上没有标明同名端, 线圈封装在铁心中也无法知道线圈的绕向, 这时可将变压器初级线圈开路, 将两组副线圈出联, 然后串接

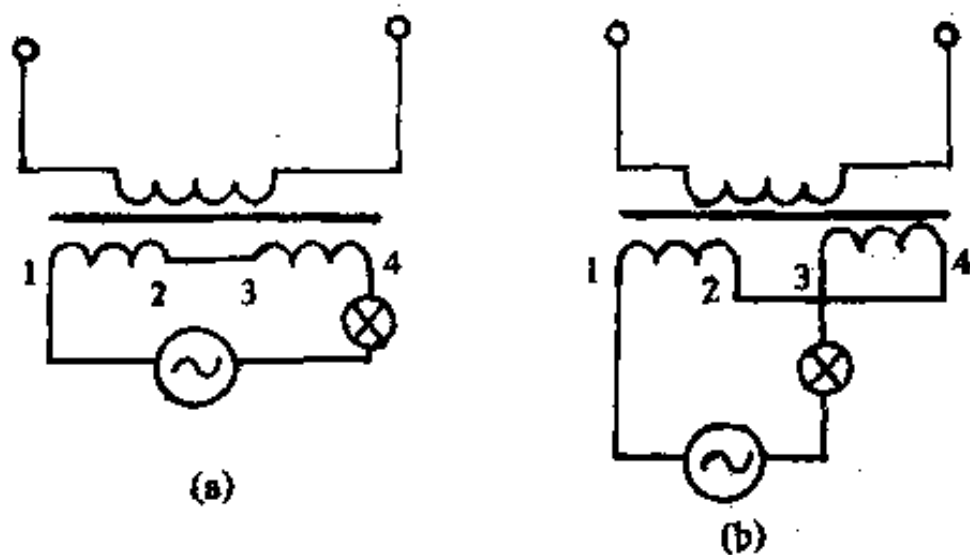


图10-2 实验方法判断同名端

一个额定电压为220伏的灯泡到220伏交流电源上。次级线圈有两种接法，一种是2、3端子相连，另一种是2、4端子相连，我们将发现两种接法的灯泡亮度不一样，灯泡较暗的说明是等效阻抗大，必定是顺接，也就是相接端为异名端；灯泡较亮的说明等效阻抗小，是反接，相接端为同名端。

三、互感线圈的并联

两个有互感的线圈并联时，也有两种接法：一种是对应的同名端连在同一侧，如图10-3(a)所示；另一种是对应的同名端在异侧，如图10-3(b)所示。在标定电压极性和电流方向后，可列出电压方程：

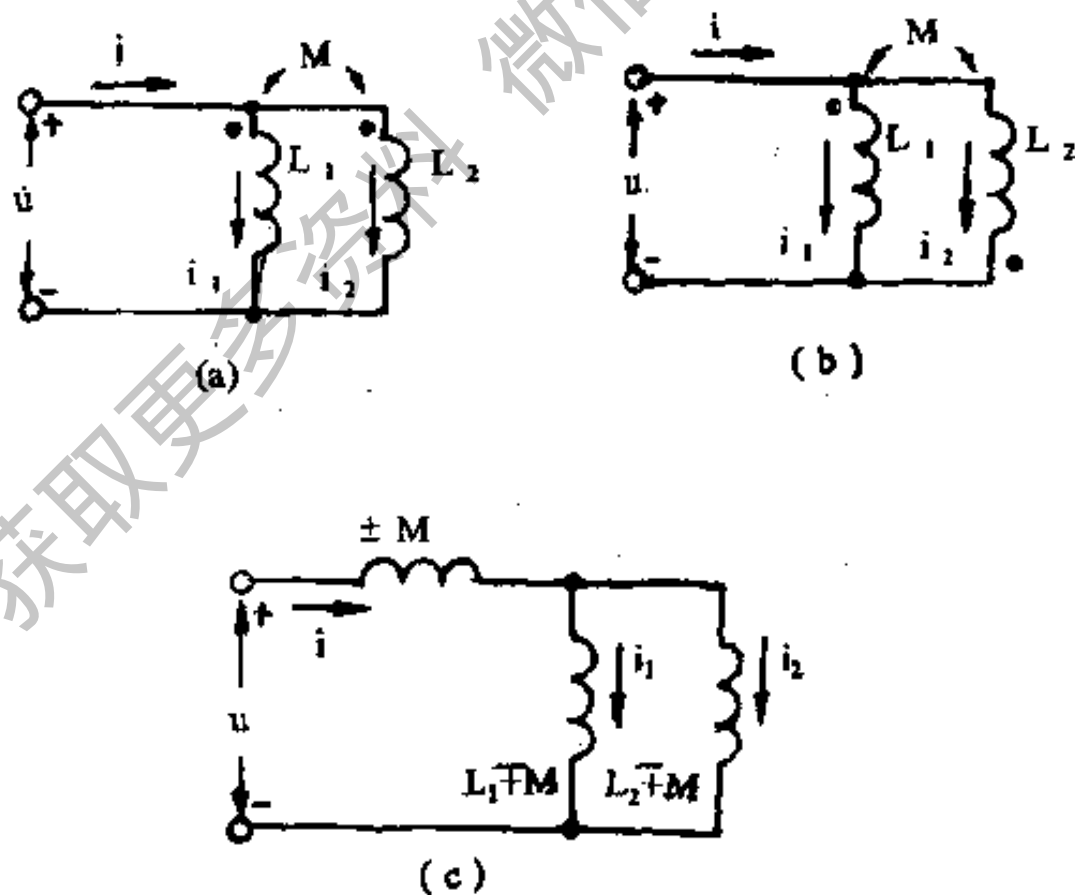


图10-3 两个并联线圈的互感

$$\dot{U} = j\omega L_1 \dot{I}_1 \pm j\omega M \dot{I}_2$$

$$\dot{U} = j\omega L_2 \dot{I}_2 \pm j\omega M \dot{I}_1$$

注意， M 前的正、负号应按照下述的原则来选取，当同名端连在同一侧时，取上面的

符号；同名端连在异侧时，取下面的符号。现将 $\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$ 代入上列方程式，可得：

$$\left. \begin{aligned} \dot{U} &= j\omega L_1 \dot{I}_1 \pm j\omega M (\dot{I} - \dot{I}_1) = \pm j\omega M \dot{I} + j\omega (L_1 \mp M) \dot{I}_1 \\ \dot{U} &= j\omega L_2 \dot{I}_2 \pm j\omega M (\dot{I} - \dot{I}_2) = \pm j\omega M \dot{I} + j\omega (L_2 \mp M) \dot{I}_2 \end{aligned} \right\} \quad (10-7)$$

不难看出，上列联立方程对于图10-3(c)所示的电路也是适合的，所以此电路就是消去互感后的等效电路。根据这个电路，可以利用一般没有互感的正弦交流电路方法进行计算。

图10-3(c)总的等效阻抗 Z 应为两个电感 $(L_1 \mp M)$ 和 $(L_2 \mp M)$ 并联，再和一个电感 $(\pm M)$ 串联，即：

$$\begin{aligned} Z &= \pm j\omega M + \frac{j\omega(L_1 \mp M) \cdot j\omega(L_2 \mp M)}{j\omega(L_1 \mp M + L_2 \mp M)} \\ &= j\omega \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 \mp 2M} = j\omega L_{\text{并}} \end{aligned}$$

式中， $L_{\text{并}}$ 是两个并联的有互感线圈的等效电感，即：

$$L_{\text{并}} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 \mp 2M} \quad (10-8)$$

显然，等效电感 $L_{\text{并}}$ 的值不可能为负，从式(10-5)已经知道分母部分不可能是负值，因此分子部分也不会是负值，即应满足下面关系式：

$$L_1 L_2 - M^2 \geq 0$$

也可写成：

$$M \leq \sqrt{L_1 L_2} \quad (10-9)$$

由此可见，互感 M 的数值不可能超过 $\sqrt{L_1 L_2}$ ，因此它的最大值应为：

$$M_{\text{最大}} = \sqrt{L_1 L_2}$$

我们将实际的互感与最大互感之比，称为互感的耦合系数，以 K 表示，即：

$$K = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad (10-10)$$

当 $K = 0$ 时，说明两个线圈产生的磁通互不交链，因此不存在互感；当 $K = 1$ 时，说明两个线圈耦合得最紧，一个线圈所产生的磁通全部与另一个线圈相交链，没有漏磁通，这时产生的互感最大，又称为全耦合。以后我们就利用耦合系数 K 来说明两个线圈耦合的松紧程度。铁心变压器漏磁通较少，耦合系数 K 接近于 1；而空心变压器，漏磁通大， K 比较低。

10.2 互感耦合电路的反射阻抗

在互感耦合的变压器电路中，接在次级的负载阻抗将会对初级电流产生影响，这种影响可以用反射阻抗的概念进行分析，即次级负载对初级的影响可以看成是在初级电路中增加了一个阻抗分量，这个阻抗叫反射阻抗。利用反射阻抗分析变压器电路是非常方便的。

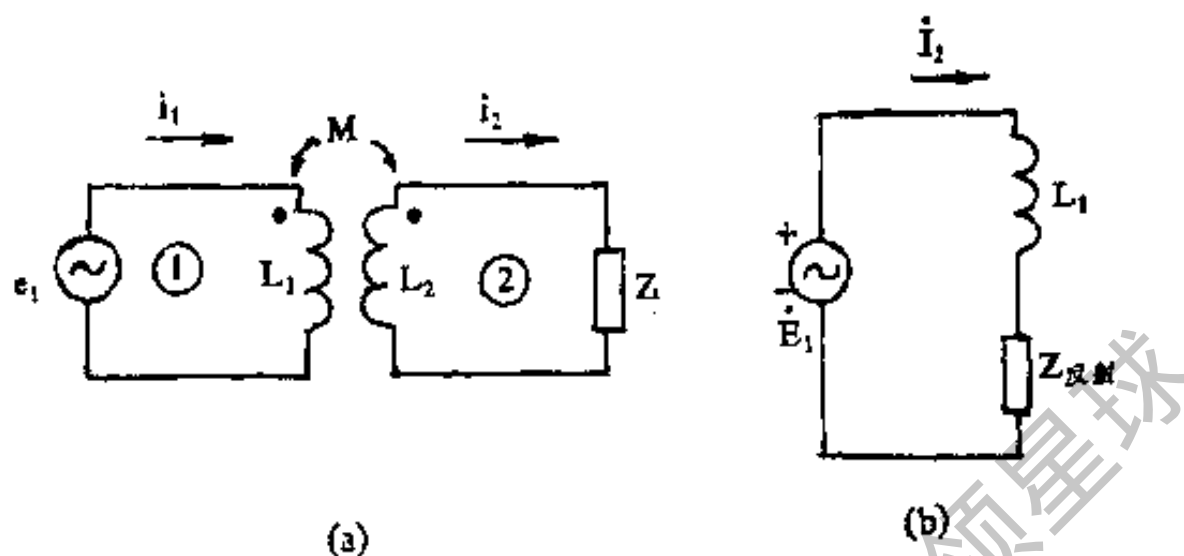


图10-4 变压器的反射阻抗

在图10-4(a)表示的互感电路中， L_1 与 L_2 为初、次级线圈的自感； M 为两线圈的互感。

由于两线圈之间存在着互感，初级电流 i_1 会在次级线圈上产生互感电压，因而造成次级电流 i_2 ，而 i_2 又在初级线圈上产生互感电压，此电压有限制初级电流的作用。为了使所研究的问题简化，我们把互感对初级电路的影响用一个阻抗来代替，即在初级电路中另外串入一个附加阻抗，使初级电流得到同样的限制，那么该阻抗就反映了次级电路通过互感对初级电路的影响，这个阻抗称为反射阻抗。下面我们就来讨论此阻抗的大小和性质。

根据图示的电压、电流的标定方向，由于两电流所定方向同时流入异名端，因此互感电压和自感电压的极性是相反的。线圈两端压降为它们之差，利用回路电压定律可以列出方程：

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_1 j\omega L_1 - \dot{I}_2 j\omega M &= \dot{E}_1 \\ -\dot{I}_1 j\omega M + \dot{I}_2 (j\omega L_2 + Z) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (10-11)$$

解联立方程可得：

$$\dot{I}_1 = \dot{E}_1 \frac{(j\omega L_2 + Z)}{(j\omega L_2 + Z) \cdot j\omega L_1 + \omega^2 M^2} \quad (10-12)$$

初级的等效阻抗（即输入阻抗）等于电源电压 \dot{E}_1 与 \dot{I}_1 之比值：

$$Z_1 = \frac{\dot{E}_1}{\dot{I}_1} = \frac{(j\omega L_2 + Z) \cdot j\omega L_1 + \omega^2 M^2}{j\omega L_2 + Z}$$

即

$$Z_1 = j\omega L_1 + \frac{\omega^2 M^2}{j\omega L_2 + Z} \quad (10-13)$$

上式的第一项是没有互感时初级的阻抗，第二项是由于互感的存在，次级对初级电路的影响所产生的阻抗，因此称为反射阻抗，以 $Z_{\text{反射}}$ 表示，即：

$$Z_{\text{反射}} = \frac{\omega^2 M^2}{j\omega L_2 + Z}$$

初级的等效电路如图10-4(b)所示。

将负载阻抗 $Z = R + jX$ 代入上式，并在分子分母中分别乘以 $R - j(\omega L_2 + X)$ ，整理后得：

$$Z_{\text{反射}} = \frac{\omega^2 M^2 \cdot R}{R^2 + (\omega L_2 + X)^2} - j \frac{\omega^2 M^2 (\omega L_2 + X)}{R^2 + (\omega L_2 + X)^2} \quad (10-14)$$

上式的第一项为反射阻抗的实部，称为反射电阻，它永远是正值；第二项称为反射电抗，由于该项前面是负号，说明反射电抗的性质与次级电抗性质相反。次级电路中的电感反射到初级后，就变成负的电抗，可抵消一部分初级正电抗，使初级电流加大。注意，此负电抗不是真正的容抗，因为容抗随频率加大而减小，而它却随频率升高而增大。不过在一定的频率下，它和初级电路引入一个电容具有同样的作用。

利用反射阻抗的概念，可以分析变压器次级开路和短路对变压器的影响。当次级开路时，次级的负载电阻 R 可视为无限大，从式(10-14)可以知道，此时反射到初级的阻抗几乎为零，因此初级线圈中的电流主要由初级电感 L_1 所决定，而 L_1 一般很大，所以初级电流很小，这是变压器的空载电流。当次级短路时，负载为零，即式(10-14)中的 R 和 X 均为零，此时反射阻抗主要由 L_2 和 M 所决定，根据式(10-14)可求得次级短路时的反射阻抗为：

$$Z_{\text{反射}} = -j \frac{\omega^2 M^2 (\omega L_2)}{(\omega L_2)^2} = -j \omega \frac{M^2}{L_2} \quad (10-15)$$

由于变压器的耦合系数近于1， $M \approx \sqrt{L_1 L_2}$ 代入式(10-15)，可求得：

$$Z_{\text{反射}} = -j\omega L_1$$

这说明反射阻抗和初级的感抗大小相等，性质相反，相互抵消，因此通过初级的电流将大大增加，以致将变压器烧毁。所以在实际应用中要特别注意避免变压器次级短路。

10.3 理想变压器

在分析铁心变压器电路时，常常忽略漏磁通、初次级绕组电阻的影响及变压器的各种损耗，把变压器作为一个无损耗的电压电流转换器件来考虑，这样理想化的电路元件称为理想变压器。在实际工程中，很多情况下铁心变压器都可以视为理想变压器，这对分析问题将带来许多方便。

如果理想变压器初、次级的电压电流方向如图10-5(a)所示。设变压器次级匝数对初级匝数之比为 N ，那么理想变压器的初次级电压与电流的关系为：

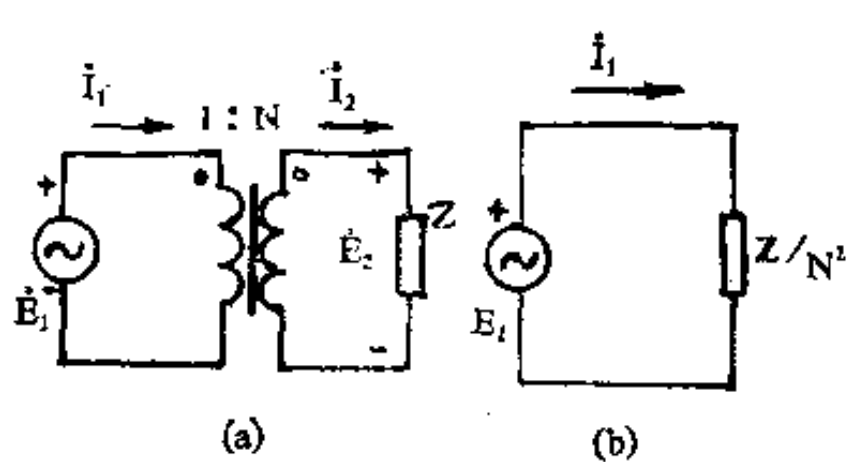


图10-5 理想变压器

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_2 &= N\dot{E}_1 \\ \dot{I}_2 &= \frac{1}{N}\dot{I}_1 \end{aligned} \right\} \quad (10-16)$$

如果设理想变压器次级接有负载阻抗为 Z , 那么:

$$Z = \frac{\dot{E}_2}{\dot{I}_2} = \frac{N\dot{E}_1}{\frac{1}{N}\dot{I}_1} = N^2 Z_1 \quad (10-17)$$

Z_1 是变压器初级的等效负载, 由式 (10-17) 可得出:

$$Z_1 = \frac{1}{N^2} Z \quad (10-18)$$

根据式 (10-18), 理想变压器电路可用图10-5(b) 的电路来等效。式 (10-18) 说明, 当理想变压器次级接有负载阻抗 Z , 初级得到的等效阻抗是次级的 $\frac{1}{N^2}$, 如果变压器的初级匝数大于次级匝数, N 小于 1, 则变压器为降压变压器, 变换后次级等效阻抗增加。如果初级匝数小于次级匝数, N 大于 1, 变压器为升压变压器, 变换后次级等效阻抗减小, 这说明变压器具有阻抗变换功能。变压器的这一特性可用来实现放大器级间或末级的阻抗匹配, 使负载获得最大功率。我们知道, 负载获得最大功率的条件是负载电阻等于电源内阻, 而在实际情况中这两者是很难相等的。如果电源内阻为 Z_s , 负载电阻为 Z_L , 那么将一个匝数比为 N 的理想变压器接在电源与负载之间, 并使 N 满足下式:

$$N^2 = \frac{Z_L}{Z_s}$$

就能实现负载与电源内阻间的匹配, 在负载上获得最大功率。

由于匝数比 N 是正实数, 在阻抗变换时, 只改变阻抗的模, 而不会改变阻抗的相角, 所以 Z_L 和 Z_s 的相角相同, 模不同。

〔例10-1〕 有一理想变压器初级接在 220 伏电源上, 测得次级绕组的端电压为 22 伏, 如果初级绕组匝数为 2100 匝, 求变换比和次级匝数。

〔解〕 已知 $U_1 = 220$ 伏, $U_2 = 22$ 伏, $N_1 = 2100$ 匝

$$\text{所以 } N = \frac{U_2}{U_1} = \frac{22}{220} = \frac{1}{10}$$

$$\text{因 } \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{10}, \quad N_2 = \frac{N_1}{10} = \frac{2100}{10} = 210 \text{ 匝}$$

〔例10-2〕 有一晶体管收音机输出变压器初级绕组匝数 $n_1 = 230$ 匝, 次级绕组匝数 $n_2 = 80$ 匝, 原接有 8 欧的电动扬声器, 现改接 4 欧扬声器, 问次级线圈将如何改变。

〔解〕 将输出变压器视为理想变压器, 设初级阻抗为 R_0 , 次级阻抗 $R_L = 8$ 欧, 则:

$$R_0 = \frac{R_L}{N^2} = R_L \frac{n_1^2}{n_2^2} = 8 \frac{230^2}{80^2}$$

如果次级阻抗为 $R'_L = 4$ 欧，初级阻抗 R'_0 应为：

$$R'_0 = \frac{R'_L}{N^2} = R'_L \frac{n_1^2}{(n'_2)^2} = 4 \frac{230^2}{(n'_2)^2}$$

两种情况下的初级阻抗应相等，则：

$$R_0 = R'_0$$

$$8 \cdot \frac{230^2}{80^2} = 4 \cdot \frac{230^2}{(n'_2)^2}$$

求得：

$$n'_2 = \sqrt{\frac{4}{8} \cdot 80} = \frac{80}{\sqrt{2}} = 57 \text{ 匝}$$

10.4 几种常见变压器的分析方法

上节讲的理想变压器是忽略了许多因素的一个理想化的电路元件。实际的变压器还必须考虑它的初级电感、耦合松紧以及是否存在漏磁通等因素。下面介绍几种常见变压器的分析方法，它与理想变压器相比更接近实际情况，但是这些分析方法都是建立在理想变压器的基础上。

一、全耦合变压器

当变压器初、次级线圈耦合很紧，不存在漏感，这种变压器称为全耦合变压器，铁心变压器在很多情况下都可以视为全耦合变压器。全耦合变压器的耦合系数 $K = 1$ ，此时互感为最大值，即：

$$M = \sqrt{L_1 L_2}$$

图10-6(a) 为全耦合变压器的等效电路，次级接有负载阻抗 Z 。为了使等效电路进一步简化，可根据式 (10-13) 求得初级等效阻抗，将 $M = \sqrt{L_1 L_2}$ 代入式 (10-13)，并化简可得初级等效阻抗 Z_1 为：

$$Z_1 = \frac{j\omega L_1 Z}{j\omega L_2 + Z} \quad (10-19)$$

将上式的分子和分母都乘以 $\frac{L_1}{L_2}$ ，则可以得到：

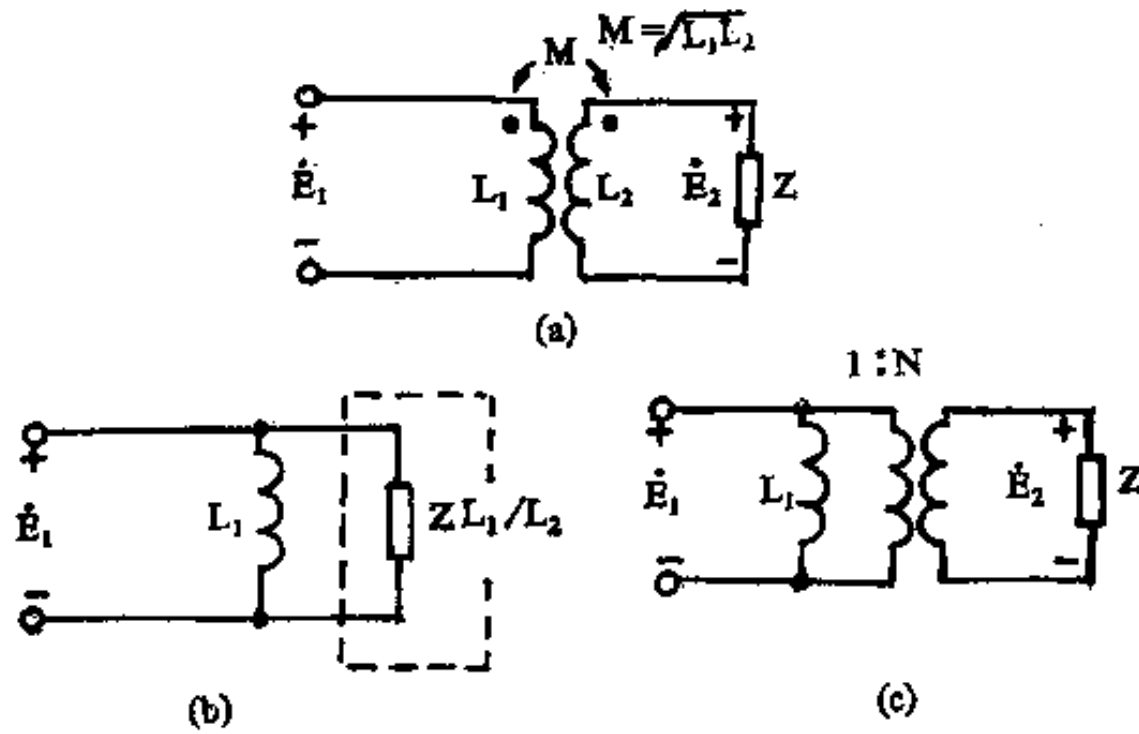


图10-6 全耦合变压器等效电路

$$Z_1 = \frac{j\omega L_1 \cdot Z \frac{L_1}{L_2}}{j\omega L_2 \frac{L_1}{L_2} + Z \frac{L_1}{L_2}} = \frac{j\omega L_1 \cdot Z \frac{L_1}{L_2}}{j\omega L_1 + Z \frac{L_1}{L_2}} \quad (10-20)$$

式(10-20)说明 Z_1 是电感 L_1 和阻抗 $Z \frac{L_1}{L_2}$ 相并联的等效阻抗,因此图10-6(a)的电路可以化简为图10-6(b)。

从简化后的初级等效电路可以看出,次级阻抗 Z 折算到初级为 $\frac{L_1}{L_2}Z$,如果把图中虚线部分用一个理想变压器来等效,匝数比 N 满足下式即可:

$$N = \sqrt{\frac{Z}{\frac{L_1}{L_2}Z}} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \quad (10-21)$$

这样,图10-6(b)可以变换成图10-6(c)。不难看出,全耦合变压器的初级等效电路可以视为一个匝数比为 N 的理想变压器和初级电感 L_1 并联。 L_1 起到分流作用, L_1 愈大,对负载的分流作用愈小。如果 L_1 大到其影响可以忽略不计时,则全耦合变压器就是一个理想变压器。

二、自耦变压器

自耦变压器一般都是紧耦合的铁心变压器,带抽头的电感线圈也可看作是自耦变压器。自耦变压器的特点是初次级线圈共用一个绕组,次级电压从线圈抽头处取得。自耦变压器的这种结构使其初次级之间耦合很紧,可视为全耦合变压器,图10-7为自耦变压器的等效电路。

图中,初级匝数为 n_1 ,次级匝数为 n_2 ,从抽头F点得到的电压决定匝数比 N 。如果使F点在线圈上移动,随意改变次级线圈的匝数,就可以改变次级输出电压,调压器就是采

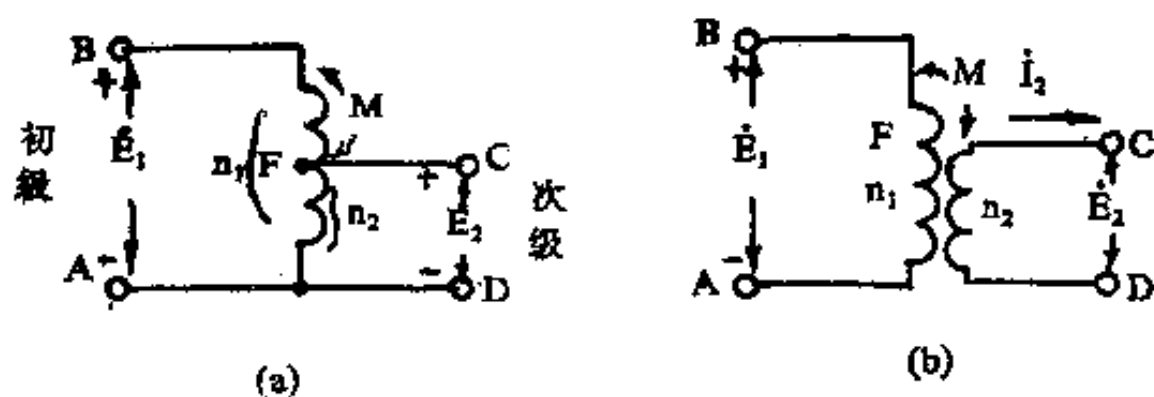


图10-7 自耦变压器的等效电路

用这种方式实现的。带有抽头的铁心线圈实际上也是自耦变压器，它在无线电设备中有着广泛的应用。

例如，并联在谐振电路两端的负载将会降低谐振电路的品质因数，使选择性变差。如果将负载电阻接到线圈的抽头上，就可以使谐振电路两端的等效并联电阻增大，这种情况如图10-8所示。

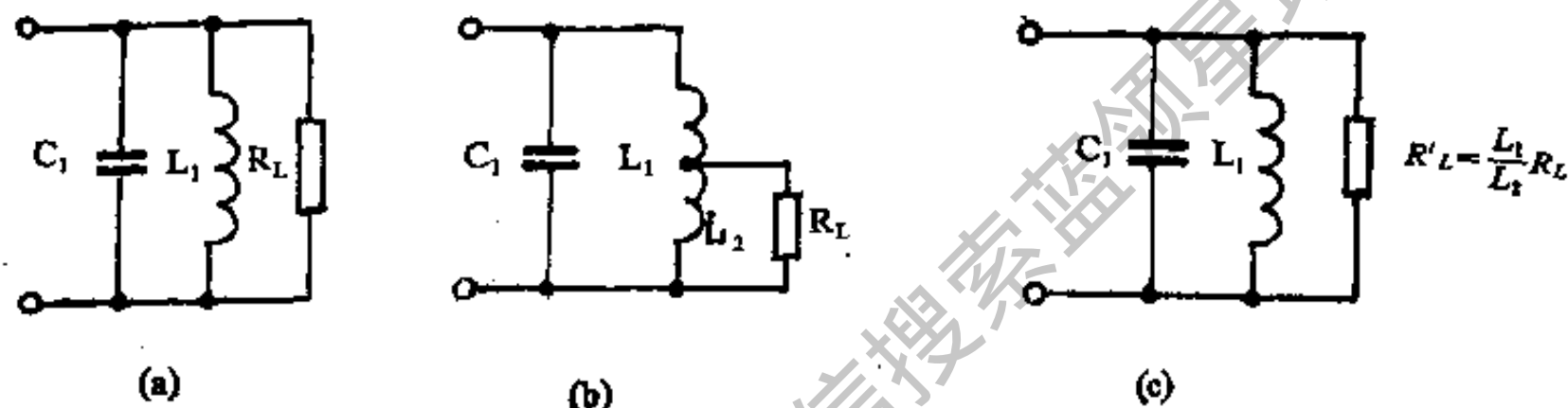


图10-8 提高谐振电路并联电阻的方法

此时线圈 L_1 相当于一个自耦变压器，根据式(10-18)可知，全耦合变压器的次级负载折算到初级要求乘以系数 $\frac{L_1}{L_2}$ ， L_1 与 L_2 的比值愈大，则次级等效的并联电阻 RL' 也愈大。

将抽头移到靠近线圈的下端就可以大大增加 RL' 。如果负载不是电阻，而是电容或电感，用这一办法可以改变并联在初级线圈两端的等效电容或电感的数值，这就能解决实际工程上经常供应比较困难的电感和电容元件。

〔例10-3〕 需要一个由 $L_1 = 30$ 毫亨（匝数 $n_1 = 200$ ）和 $C = 500$ 微法组成的谐振电路。现在只有一个5微法的电容器，怎样改变线圈的接法才能使5微法的电容器满足电路的要求。

〔解〕 要使5微法的电容通过自耦变压器变换成500微法的电容，容抗是由大变换为小，因此电容应接在匝数多的一边，按图10-9连接。图中，初级线圈电感为 L_1 （30毫亨），次级电感为 L_2 ， $C_1 = 5$ 微法。根据式(10-18)可知变换后的阻抗应为：

$$Z'_1 = Z_1 \frac{L_1}{L_2} = \frac{1}{j\omega C_1} \cdot \frac{L_1}{L_2} = \frac{1}{j\omega C'_1}$$

$$C'_1 = C_1 \frac{L_1}{L_2} = 500 \text{ 微法}$$

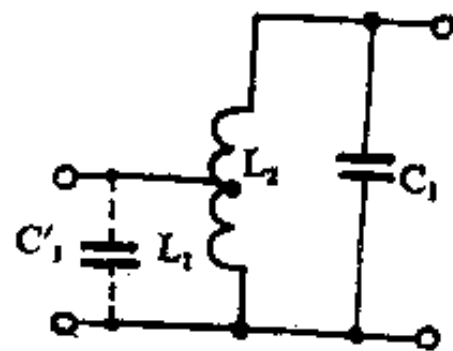


图10-9

$$\text{解得: } L_2 = \frac{C_1'}{C_2'} \cdot L_1 = \frac{500}{5} \times 30 = 3000 \text{ 毫亨}$$

根据式 (10-21) 可知:

$$N = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = \sqrt{\frac{3000}{30}} = 10$$

由此可知, 次级的匝数应为初级匝数的10倍。即

$$n_2 = N n_1 = 10 \times 200 = 2000 \text{ 匝}$$

所以在原来电感心上绕上2000匝的电感线圈, 在200匝处抽头, 5微法电容接在2000匝的两端。这样, 在200匝抽头的两端作为输入端, 就可得到所需的谐振电路。

三、具有漏感的变压器

一般变压器的耦合系数往往小于1, 也就是说, 它们的磁通除了与两个线圈相交链外, 还有部分磁通只与一个线圈交链, 这部分磁通称为漏磁通, 它们所对应的电感称为漏感。如果从两个线圈的自感中减去各自所具有的漏感, 这样就等于把漏磁通的影响排除了, 剩下的磁通可认为是全部与两个线圈交链的, 这时变压器就可看成全耦合变压器。

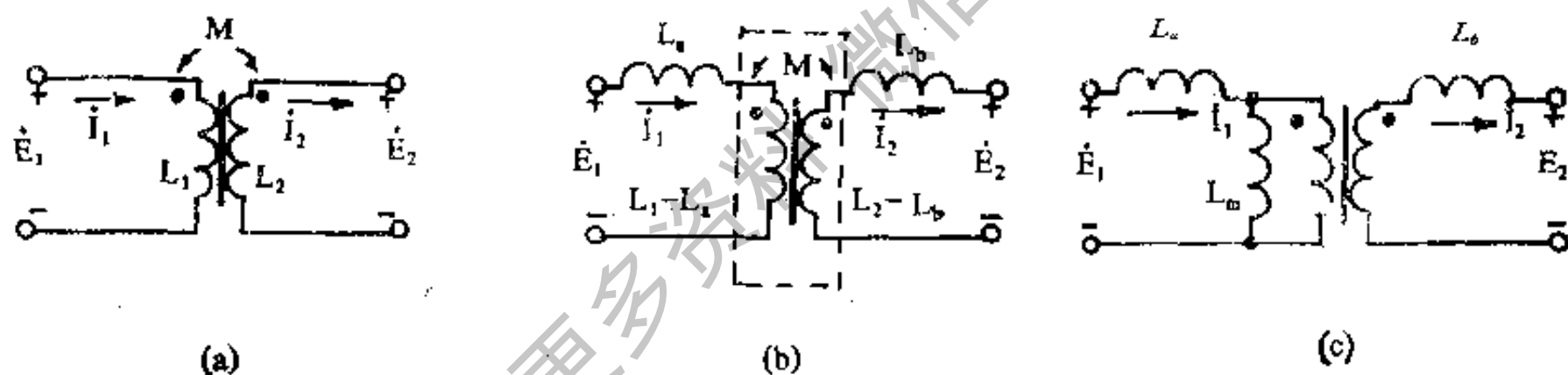


图10-10 具有漏感变压器的等效电路

图10-10(a) 表示一般变压器, 其中自感 L_1 、 L_2 和互感 M 均为已知。假设在初级和次级自感中分别减去漏感 L_a 和 L_b 以后, 剩下的就是全耦合变压器。它的等效电路如图10-10(b)所示。前面已经知道, 全耦合变压器又可以用一个电感线圈 L_m 和理想变压器相并联来代替, 因此又可画成图10-10(c)的形式, 其中 L_m 称为磁化电感。

通过一系列数学推导, 我们可以得到:

$$\text{初级漏感} \quad L_a = L_1 - \frac{M}{N} \quad (10-22)$$

$$\text{磁化电感} \quad L_m = \frac{M}{N} \quad (10-23)$$

$$\text{次级漏感} \quad L_b = L_2 - MN \quad (10-24)$$

$$\text{匝数比} \quad N = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$$

(10-25)

同一个变压器在不同电源频率时，可以忽略的因素也会不同，因此等效电路也就不同。例如在电源频率很低时，漏感产生的电抗很小，产生的电压降也很小，这时漏感的影响可以忽略不计，变压器可采用全耦合等效电路，如图10-11(a)所示。在高频时，漏感的影响不能忽略，但是磁化电感的电抗很大，分流作用可不考虑，它的等效电路可以简化为图10-11(b)所示。在中频段漏感的影响不大，磁化电感的分流作用也不明显，均可不予考虑，变压器就成为理想变压器，可采用图10-11(c)的等效电路。

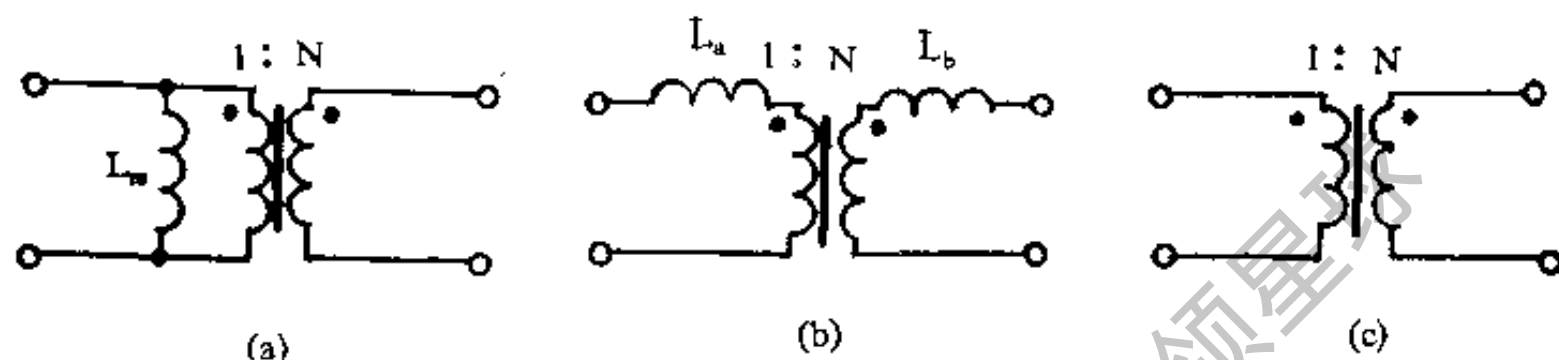


图10-11 不同频率的变压器等效电路

在实际工程中究竟采用哪种等效电路，要根据情况和设计精度的要求来综合考虑。

习 题

- 已知耦合电感线圈 $L_1 = 6$ 亨， $L_2 = 4$ 亨， $M = 3$ 亨。
 - 分别计算两线圈顺接和反接时的等效电感。
 - 分别计算两线圈同名端并联和异名端并联的等效电感。
- 已知两线圈的自感为 $L_1 = 5$ 毫亨， $L_2 = 4$ 毫亨。
 - 若 $K = 0.5$ 时，互感 M 为多少？
 - 若 $M = 3$ 毫亨时，耦合系数 K 为多少？
 - 若两线圈全耦合时，其互感又为多少？
- 有三个线圈接法如图10-12所示，当自感 $L_1 = L_2 = L_3 = 5$ 毫亨，互感 $M_{12} = M_{23} = M_{31} = 2$ 毫亨时，试求电路的等效电感为多少？另外加电压 $\dot{U} = 5 \angle 0^\circ$ 伏，频率 $f = 1000$ 赫时的电流为多少？
- 某电源变压器，已知初级电压有效值为220伏，匝数为600，为了满足次级三个绕组的电压有效值各为6.3伏，275伏，5伏，次级各绕组的匝数为多少（按理想变压器考虑）？
- 图10-13所示的电路为理想变压器。
 - 试问选择多大的匝数比可使传输到负载的功率为最大？
 - 求 R_L 获得的功率为多少？
- 单相变压器初、次级绕组的匝数各为3000匝和100匝，初级绕组电流为0.22安，负载电阻 R 为10欧。若作为理想变压器考虑，试求初级绕组的电压和输入端阻抗，次级输出

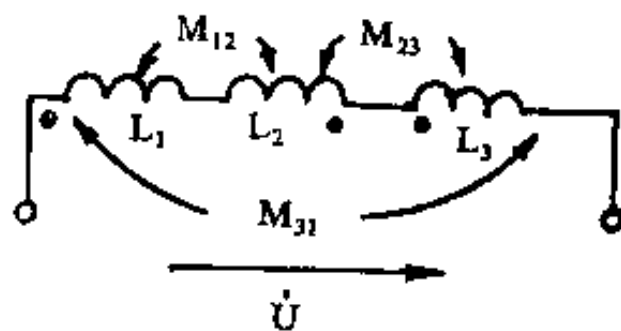


图10-12 题8图

功率各为多少？

7. 实际变压器在空载时，为什么还要从电源吸取电流？电流的大小主要与什么参数有关？

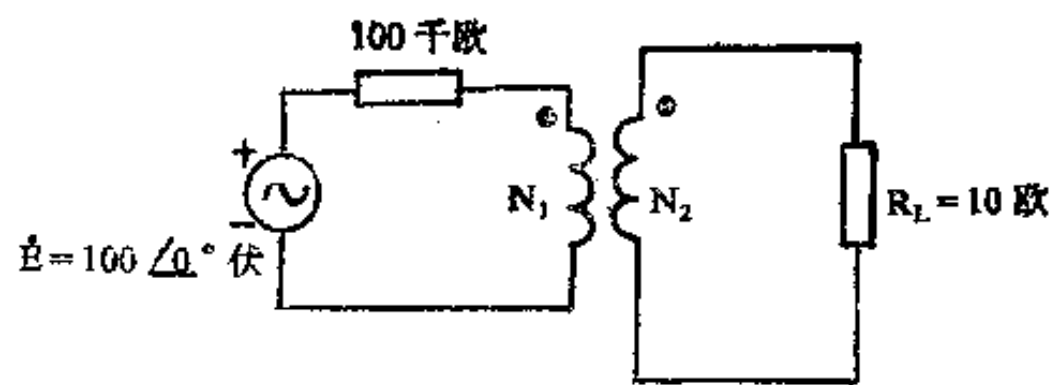


图10-13 题5图

获取更多资料 微信搜索蓝领星球

第十一章 二端口网络

在电子技术中，常常会遇到各种电路，这些电路是通过端口和外部电路相连，这类电路称为端口网络。如耦合电路、放大电路、滤波电路、变压器等。随着集成电路的发展，各种不同功能的集成块不断涌现，在分析这些集成块的功能时，作为电路设计维修人员，对集成块内部的电路结构往往并不感兴趣，而对集成块各个端口的功能及特性都必须掌握。所以，随着集成电路的广泛应用，端口网络的分析日益显得重要。本章只介绍二端口网络。

11.1 什么叫二端口网络

一个含有电源或不含电源的任意复杂网络，如果它只有两个端钮与外电路联通，那么从一个端钮流出的电流一定等于流入另一端钮的电流，这样一对端钮称为一个端口。上述网络称为一端口网络。图11-1(a)、(b)分别代表无源和有源一端口网络。

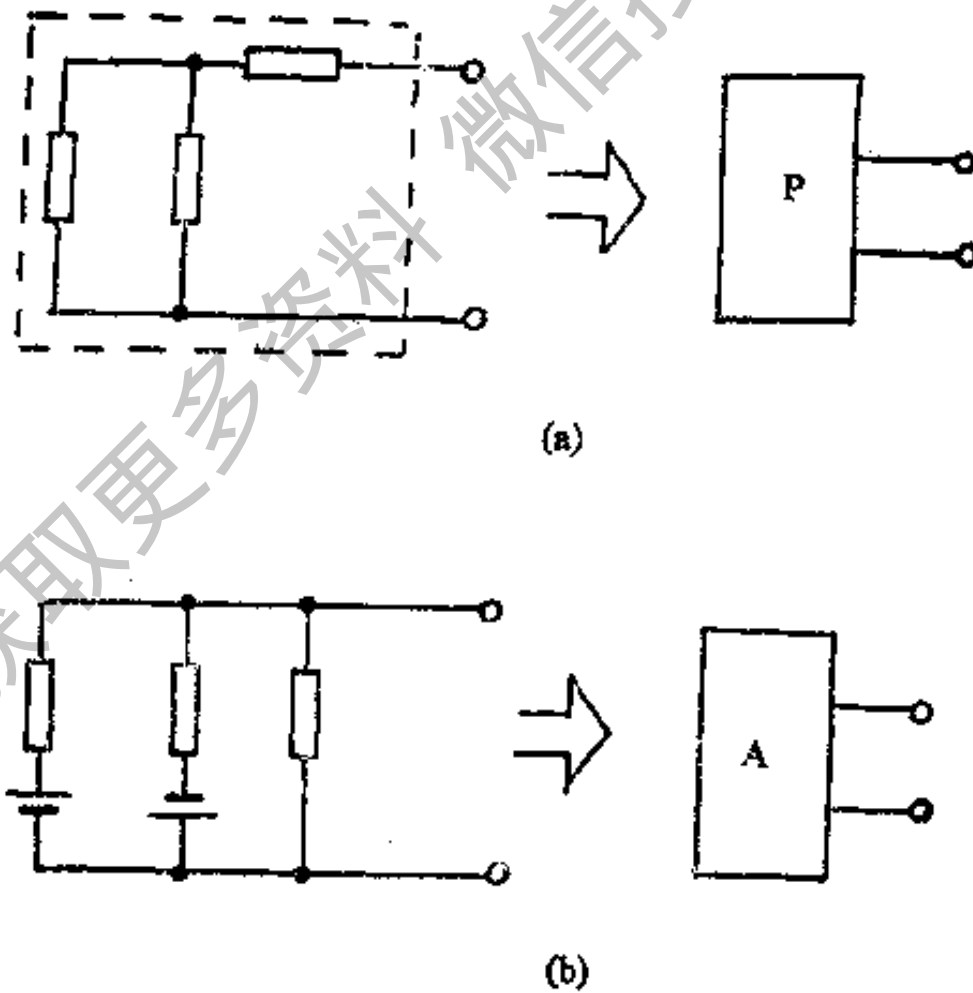


图11-1 一端口网络

有四个端钮的网络叫做四端网络。四个端钮可以组成二对，如果流入任一对的一个端钮的电流与流出该对的另一端钮的电流相等，这样一对端钮就构成一个端口，因此，满足上述条件的四端网络就称为二端口网络。例如具有一对初次级绕组的变压器，就是二端口网络。

图11-2是一个二端口网络的示意图。其中一对端钮1—1'与电源连接，从端钮1流入的电流等于流出端钮1'的电流，这对端钮1—1'称为输入端口。另一对端钮2—2'与负载连接，称为输出端口。 \dot{I}_1 、 \dot{U}_1 所示的方向是输入端口的电流和电压的参考方向，即正方向； \dot{I}_2 、 \dot{U}_2 所标的方向是输出端口的电流和电压的参考方向。

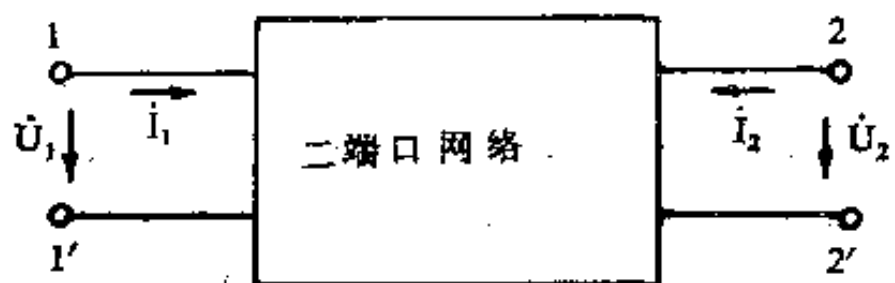


图11-2 二端口网络示意图

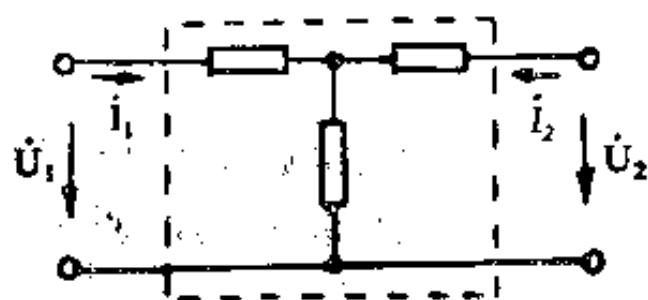


图11-3 无源二端口网络

如果一个网络向外伸出端钮成对地构成端口，且有 n 对如上述那种对电流所作限制的端钮构成 n 个端口，这个网络就称为 n 端口网络。显然二端口网络是 n 端口网络的一种。

由于现代电子技术的发展，目前有不少电路制成后就被封装起来，只是向外伸出一些端钮便于与外电路连接。对于这类电路我们只能从这些端钮或端口着手分析测试，其性能也只能依据其端钮或端口所测得的电压和电流来表征。对于二端口网络来说，就是要找出输入端口和输出端口的电流和电压之间的相互关系。下面将会看到，这种相互关系可以通过一些参数来表示，而这些参数只决定于二端口网络本身的结构及其元件。当二端口网络的参数确定后，那么当一个端口处的电流或电压发生变化，就很容易找出另一端口的电流或电压。同时还可利用这些参数来比较不同的二端口网络在传递电能和信号方面的性能，从而来评价它们的质量。

如果二端口网络的端口处，其电流与电压满足线性关系，则该二端口网络称为线性二端口网络。通常这种网络的元件都是线性元件，如 R 、 L 、 C 等。如果端口处电流与电压不满足线性关系，则称该二端口网络为非线性的。

二端口网络内部不含有任何电源（独立电源和受控源）称为无源二端口网络，否则称为有源二端口网络。参看图11-3和图11-4。本章只介绍线性无源二端口网络。

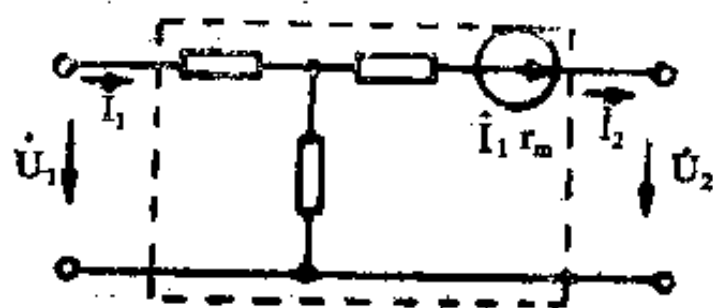


图11-4 有源二端口网络

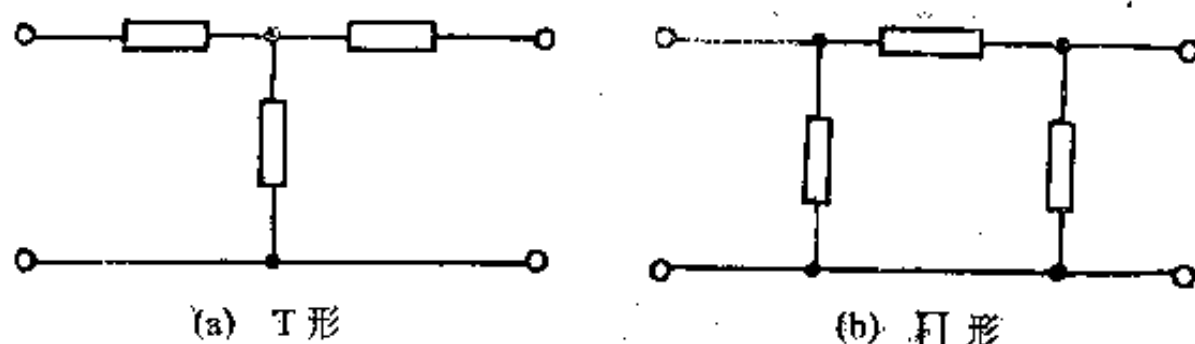


图11-5 二端口网络的基本结构

二端口网络内部结构可能相当复杂，不过在求解网络时，只需求出输入与输出端口上电压和电流之间的关系，内部的复杂形式可以通过等效变换，得到一个简单的基本型结

构。最常见的基本型结构有T形和 π 形两种，见图11-5。

11.2 二端口网络的基本方程和参数

从图11-3及图11-4中可知，二端口网络的输入与输出端口的电压、电流共有四个，即 \dot{I}_1 、 \dot{I}_2 、 \dot{U}_1 和 \dot{U}_2 。我们分析二端口网络主要应弄清这些电压、电流之间的关系，而不是网络本身的内部构成。

通常在分析二端口网络时，往往是知道其中两个，需求出另外两个。例如，已知电流 \dot{I}_1 、 \dot{I}_2 ，求 \dot{U}_1 、 \dot{U}_2 。如果把其中两个量作为自变量，另两个量作为因变量，那么可列出常用的四组关系式，如表11-1所示。

表 11-1

自变量	因变量	电压与电流关系式	
$\dot{I}_1 \quad \dot{I}_2$	$\dot{U}_1 \quad \dot{U}_2$	$\dot{U}_1 = Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2$	$\dot{U}_2 = Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2$
$\dot{U}_1 \quad \dot{U}_2$	$\dot{I}_1 \quad \dot{I}_2$	$\dot{I}_1 = Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2$	$\dot{I}_2 = Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2$
$\dot{U}_2 \quad \dot{I}_2$	$\dot{U}_1 \quad \dot{I}_1$	$\dot{U}_1 = A_{11}\dot{U}_2 + A_{12}(-\dot{I}_2)$	$\dot{I}_1 = A_{21}\dot{U}_2 + A_{22}(-\dot{I}_2)$
$\dot{I}_1 \quad \dot{U}_2$	$\dot{U}_1 \quad \dot{I}_2$	$\dot{U}_1 = h_{11}\dot{I}_1 + h_{12}\dot{U}_2$	$\dot{I}_2 = h_{21}\dot{I}_1 + h_{22}\dot{U}_2$

从表中可以看出，第一行表达的关系式是已知电流求电压，其方程式为阻抗方程，式中的参数为 Z 参数。第二行表达的关系式是已知电压求电流，其方程式为导纳方程，式中的参数为 Y 参数。第三行表达的关系式是已知输出电压和输出电流，求输入电压和输入电流，其方程式代表传输方程式，式中参数为 A 参数。第四行表达的关系式是已知输入电流和输出电压，求输入电压和输出电流，其方程式为混合方程式，式中参数为 h 参数。下面就分别导出这些方程式。

一、阻抗方程与 Z 参数

图11-6给出了无源线性二端口网络，如果已知输入和输出端口的电流 \dot{I}_1 和 \dot{I}_2 ，求其电压 \dot{U}_1 和 \dot{U}_2 ，看它们之间存在的关系。

我们以T形二端口网络为例，参看图11-7。已知 \dot{I}_1 和 \dot{I}_2 ，求 \dot{U}_1 和 \dot{U}_2 。

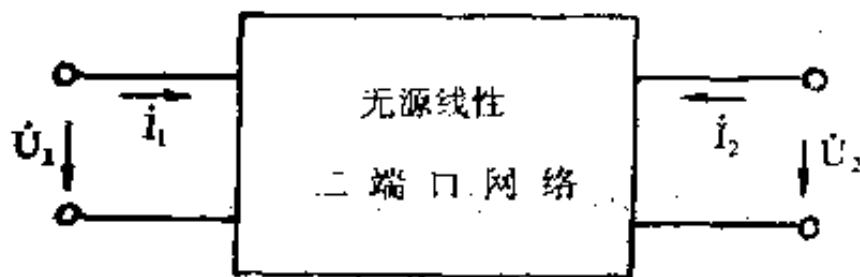


图11-6 二端口网络

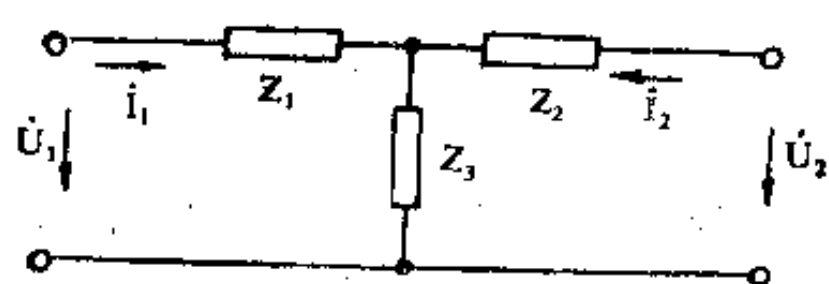


图11-7 T形二端口网络

根据回路电压定律, 可得:

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 Z_1 + (\dot{I}_1 + \dot{I}_2) Z_3 = \dot{I}_1 (Z_1 + Z_3) + \dot{I}_2 Z_3$$

$$\dot{U}_2 = \dot{I}_2 Z_2 + (\dot{I}_1 + \dot{I}_2) Z_3 = \dot{I}_1 Z_3 + \dot{I}_2 (Z_2 + Z_3)$$

$$\text{令 } Z_{11} = Z_1 + Z_3, \quad Z_{12} = Z_3$$

$$Z_{21} = Z_3, \quad Z_{22} = Z_2 + Z_3$$

将它们代入上式, 可得一般表示式:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= Z_{11} \dot{I}_1 + Z_{12} \dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 &= Z_{21} \dot{I}_1 + Z_{22} \dot{I}_2 \end{aligned} \right\} \quad (11-1)$$

式(11-1)虽然是由T形二端口网络推导而出, 但具有一般形式, 可以证明它适用于任意无源线性二端口网络。式中的系数 Z_{11} 、 Z_{12} 、 Z_{21} 、 Z_{22} 具有阻抗的性质, 故此式称阻抗方程或Z方程。

由上例可以看出, 无源二端口网络的Z参数, 仅与网络的内部结构、元件参数、使用的频率有关, 而与电源的幅度, 负载情况无关。所以, 这些参数是描述二端口网络本身的电特性。

二端口网络的Z参数的物理意义可以这样理解, 由式(11-1)可见, 当输出端口2-2'开路时, $\dot{I}_2 = 0$, 这时有:

$$Z_{11} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \right|_{\dot{I}_2 = 0} \quad (11-2)$$

即 Z_{11} 是输出端口开路时在输入端口处的输入阻抗, 可称为开路输入阻抗, 单位是欧。而

$$Z_{21} = \left. \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1} \right|_{\dot{I}_2 = 0} \quad (11-3)$$

即 Z_{21} 是输出端口开路时的转移阻抗, 又称开路转移阻抗, 它的单位也是欧。所谓转移阻抗是指某端口的电压与另一端口的电流之比。

同理, 当输入端口开路, $\dot{I}_1 = 0$, 这时有:

$$Z_{22} = \left. \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} \right|_{\dot{I}_1 = 0} \quad (11-4)$$

即 Z_{22} 是输入端口开路时输出端口处的输出阻抗, 称开路输出阻抗, 单位为欧。而

$$Z_{12} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} \right|_{\dot{I}_1 = 0} \quad (11-5)$$

即 Z_{12} 为输入端口开路时的转移阻抗, 又称开路转移阻抗, 单位也是欧。

在图11-7的例子中, 根据以上讨论可以求出 $Z_{12} = Z_{21} = Z_3$ 。不难证明, 对于一般的无源线性网络都能满足下面的关系式, 即:

$$Z_{12} = Z_{21} \quad (11-6)$$

如果二端口网络是对称的, 那么输出端口和输入端口互换位置后, 电压和电流均不改变。有:

$$\left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \right|_{\dot{I}_2=0} = \left. \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} \right|_{\dot{I}_1=0}$$

即 $Z_{11} = Z_{22} \quad (11-7)$

所以, 对一般无源线性二端口网络, 如果同时满足式(11-6)和式(11-7)时, 那么其中四个参数只有两个是互相独立的。

二、导纳方程与Y参数

如果一个无源线性二端口网络, 已知 \dot{U}_1 和 \dot{U}_2 , 求 \dot{I}_1 和 \dot{I}_2 , 需解式(11-1)即可得出:

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \frac{Z_{22}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{21}Z_{12}} \dot{U}_1 + \frac{-Z_{12}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{21}Z_{12}} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 &= \frac{-Z_{21}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{21}Z_{12}} \dot{U}_1 + \frac{Z_{11}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{21}Z_{12}} \dot{U}_2 \end{aligned}$$

其一般表示式为:

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2 \end{cases} \quad (11-8)$$

式(11-8)为二端口网络的导纳方程。其中系数 Y_{11} 、 Y_{12} 、 Y_{21} 、 Y_{22} 为Y参数, 它与Z参数之间有固定的关系, 它们的关系列在表11-2中。

Y参数的物理意义可以这样理解, 当输出端口短路时, 即 $\dot{U}_2 = 0$ 时, 有:

$$Y_{11} = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1} \right|_{\dot{U}_2=0} \quad (11-9)$$

Y_{11} 为输出端口短路时的输入导纳。

$$Y_{21} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1} \right|_{\dot{U}_2=0} \quad (11-10)$$

Y_{21} 为输出端口短路时转移导纳。

当输入端口短路时,即 $\dot{U}_1 = 0$, 这时有:

$$Y_{12} = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} \right|_{U_1=0} \quad (11-11)$$

Y_{12} 为输入端口短路时的转移导纳。

$$Y_{22} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2} \right|_{U_1=0} \quad (11-12)$$

Y_{22} 为输入端口短路时的输出导纳。导纳参数的单位为西门子。

由式(11-8)知,对于一般的无源二端网络,由于 $Z_{12} = Z_{21}$, 所以有:

$$Y_{12} = Y_{21} \quad (11-13)$$

如果网络是对称的,由于 $Z_{11} = Z_{22}$, 因而有:

$$Y_{11} = Y_{22} \quad (11-14)$$

三、传输方程与A参数

在研究信号传输的各种问题时,常把输出端口的电压和电流作为已知,而需求输入端口的电压和电流。我们将式(11-1)作适当变形,就可得到二端口网络的另一组方程和参数。

$$\dot{U}_1 = \frac{Z_{11}}{Z_{22}} \dot{U}_2 + \frac{Z_{11}Z_{22} - Z_{21}Z_{12}}{Z_{21}} (-\dot{I}_2)$$

$$\dot{I}_1 = \frac{1}{Z_{21}} \dot{U}_2 + \frac{Z_{22}}{Z_{21}} (-\dot{I}_2)$$

$$\text{令 } A_{11} = \frac{Z_{11}}{Z_{21}}, \quad A_{12} = \frac{Z_{11}Z_{22} - Z_{21}Z_{12}}{Z_{21}}$$

$$A_{21} = \frac{1}{Z_{21}}, \quad A_{22} = \frac{Z_{22}}{Z_{21}}$$

则上式可写成:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= A_{11} \dot{U}_2 + A_{12} (-\dot{I}_2) \\ \dot{I}_1 &= A_{21} \dot{U}_2 + A_{22} (-\dot{I}_2) \end{aligned} \right\} \quad (11-15)$$

式(11-15)称为二端口网络的传输方程,而 A_{11} 、 A_{12} 、 A_{21} 、 A_{22} 称为A参数。

\dot{I}_2 前面的负号是因为选定 \dot{I}_2 的参考方向为流入网络,用传输方程分析问题, \dot{I}_2 的参考方向规定为流出比较方便。图11-8给出了输出电流参考方向不同的传输方程。图(a)中 \dot{I}_2 的参考方向为流入网络时,方程中用 $-\dot{I}_2$, 图(b)中 \dot{I}_2 的方向流出网络时,方程(11-15)中 $-\dot{I}_2$ 应改用 \dot{I}_2 。两种情况下的A参数均不变。

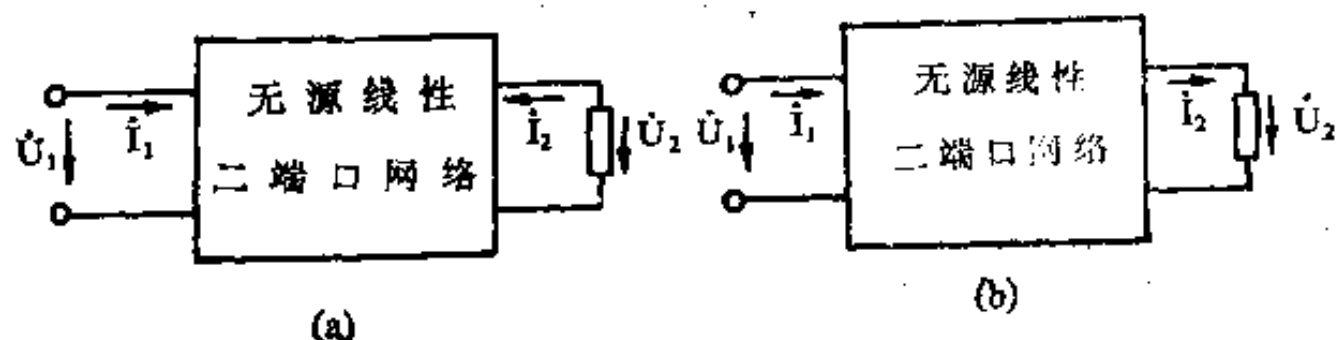


图11-8 输出电流的参考方向不同时的传输方程

A 、 Z 、 Y 系数之间有着固定的关系，这些关系也列在表11-2中。

在解方程组式(11-15)时，常常用到 $A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21}$ ，我们令其等于 $|A|$ 。对于一般无源线性网络，总是满足 $Z_{12} = Z_{21}$ ，因而有：

$$|A| = A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} = \frac{Z_{11}Z_{22}}{Z_{21}^2} - \frac{Z_{11}Z_{22} - Z_{21}Z_{12}}{Z_{21}^2} = 1$$

由此可知，对于一般无源线性二端口网络， A 参数中只有三个是独立的。如果网络是对称的，则 $Z_{11} = Z_{22}$ ，这时：

$$A_{11} = \frac{Z_{11}}{Z_{21}}, \quad A_{22} = -\frac{Z_{22}}{Z_{21}}$$

所以 $A_{11} = A_{22}$ ，也就只有二个参数是独立的。

A 参数的物理意义可以这样理解，当输出端口开路时，有：

$$A_{11} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \Big|_{\dot{i}_2=0} \quad (11-16)$$

$$A_{21} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} \Big|_{\dot{i}_2=0} \quad (11-17)$$

输出端口短路时，有：

$$A_{22} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} \Big|_{U_2=0} \quad (11-18)$$

$$A_{12} = \frac{\dot{U}_1}{-\dot{I}_2} \Big|_{U_2=0} \quad (11-19)$$

四、混合方程与 h 参数

对于一个无源线性二端口网络，如已知 \dot{I}_1 和 \dot{U}_2 ，求 \dot{U}_1 和 \dot{I}_2 时，我们仍可以用式(11-1)变换得出下列表示式：

$$\dot{U}_1 = \frac{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}{Z_{22}} \dot{I}_1 + \frac{Z_{12}}{Z_{22}} \dot{U}_2$$

$$\dot{I}_2 = -\frac{Z_{21}}{Z_{22}} \dot{I}_1 + \frac{1}{Z_{22}} \dot{U}_2$$

其一般形式为:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= h_{11} \dot{I}_1 + h_{12} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 &= h_{21} \dot{I}_1 + h_{22} \dot{U}_2 \end{aligned} \right\} \quad (11-20)$$

式(11-20)称混合参数方程。系数 h_{11} 、 h_{12} 、 h_{21} 、 h_{22} 叫做 h 参数,其物理意义这样来理解。当输出端口短路时,有:

$$h_{11} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \right|_{\dot{U}_2=0} \quad (\text{单位为欧}) \quad (11-21)$$

$$h_{21} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} \right|_{\dot{U}_2=0} \quad (11-22)$$

当输入端口开路时,有:

$$h_{12} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{I}_1=0} \quad (11-23)$$

$$h_{22} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{I}_1=0} \quad (\text{单位为西门子}) \quad (11-24)$$

前面所介绍的四种方程和参数,都可以用来描述二端口网络本身的性质,它们之间存在着一定的关系,可以互相换算,如表11-2所示。

$$\text{其中 } |Z| = Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}, \quad |Y| = Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21},$$

$$|A| = A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21}, \quad |h| = h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21}。$$

对于一个无源线性二端口网络来说,用不同参数来描述时,其运算方便程度是不同的。例如,讨论晶体管低频放大电路时,用 h 参数比较方便,分析晶体管高频电路时,用 Y 参数方便,而分析滤波器和传输线时,则 A 参数比较方便。

五、开路阻抗和短路阻抗

对于无源二端口网络,通常可以通过实验求得网络的开路阻抗和短路阻抗,这些阻抗也可作为网络参数。这些参数意义明确,易于测量,应用方便。开路和短路阻抗共有四个,分别为:

表 11-2 二端口网络参数间的关系

	无源线性网络 参数间关系	对称网络 参数间关系	用 Z 表示
Z	$Z_{12} = Z_{21}$	$Z_{11} = Z_{22}$ $Z_{12} = Z_{21}$	Z_{11} Z_{12} Z_{21} Z_{22}
Y	$Y_{12} = Y_{21}$	$Y_{12} = Y_{21}$ $Y_{11} = Y_{22}$	$\frac{Z_{22}}{ Z }$ $\frac{-Z_{12}}{ Z }$ $\frac{-Z_{21}}{ Z }$ $\frac{Z_{11}}{ Z }$
A	$ A = 1$	$ A = 1$ $A_{11} = A_{22}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{21}}$ $\frac{ Z }{Z_{21}}$ $\frac{1}{Z_{11}}$ $\frac{Z_{12}}{Z_{22}}$
h	$h_{12} = -h_{21}$	$h_{12} = -h_{21}$ $ h = 1$	$\frac{ Z }{Z_{22}}$ $\frac{Z_{12}}{Z_{22}}$ $\frac{-Z_{21}}{Z_{22}}$ $\frac{1}{Z_{21}}$
	用 Y 表示	用 A 表示	用 h 表示
Z	$\frac{Y_{22}}{ Y }$ $\frac{-Y_{12}}{ Y }$ $\frac{-Y_{21}}{ Y }$ $\frac{Y_{11}}{ Y }$	$\frac{A_{11}}{A_{21}}$ $\frac{ A }{A_{21}}$ $\frac{1}{A_{21}}$ $\frac{A_{22}}{A_{21}}$	$\frac{ h }{h_{22}}$ $\frac{h_{12}}{h_{22}}$ $\frac{-h_{21}}{h_{22}}$ $\frac{1}{h_{22}}$
Y	Y_{11} Y_{12} Y_{21} Y_{22}	$\frac{A_{22}}{A_{12}}$ $\frac{- A }{A_{12}}$ $\frac{-1}{A_{12}}$ $\frac{A_{11}}{A_{12}}$	$\frac{1}{h_{11}}$ $\frac{-h_{12}}{h_{11}}$ $\frac{h_{21}}{h_{11}}$ $\frac{ h }{h_{11}}$
A	$\frac{-Y_{22}}{Y_{21}}$ $\frac{-1}{Y_{21}}$ $\frac{- Y }{Y_{21}}$ $\frac{-Y_{11}}{Y_{21}}$	A_{11} A_{12} A_{21} A_{22}	$\frac{- h }{h_{21}}$ $\frac{-h_{11}}{h_{21}}$ $\frac{-h_{22}}{h_{21}}$ $\frac{-1}{h_{21}}$
h	$\frac{1}{Y_{11}}$ $\frac{-Y_{12}}{Y_{11}}$ $\frac{Y_{21}}{Y_{11}}$ $\frac{ Y }{Y_{11}}$	$\frac{A_{12}}{A_{22}}$ $\frac{ A }{A_{22}}$ $\frac{-1}{A_{22}}$ $\frac{A_{21}}{A_{22}}$	h_{11} h_{12} h_{21} h_{22}

输出端口开路时的输入阻抗:

$$(Z_{i\cdot})_{\infty} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \Big|_{\dot{I}_2=0} \quad (11-25)$$

输出端口短路时的输入阻抗:

$$(Z_{i\cdot})_0 = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \Big|_{\dot{U}_2=0} \quad (11-26)$$

输入端口开路时的输出阻抗:

$$(Z_{o\cdot})_{\infty} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} \Big|_{\dot{I}_1=0} \quad (11-27)$$

输入端口短路时的输出阻抗:

$$(Z_{o\cdot})_0 = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} \Big|_{\dot{U}_1=0} \quad (11-28)$$

以上参数的单位均为欧。它与网路 Z 、 Y 、 A 参数的关系为:

$$\begin{aligned} (Z_{i\cdot})_{\infty} &= Z_{11} = \frac{A_{11}}{A_{21}} \\ (Z_{i\cdot})_0 &= \frac{1}{Y_{11}} = \frac{A_{12}}{A_{22}} \\ (Z_{o\cdot})_{\infty} &= Z_{22} = \frac{A_{22}}{A_{21}} \\ (Z_{o\cdot})_0 &= \frac{1}{Y_{22}} = \frac{A_{12}}{A_{11}} \end{aligned} \quad (11-29)$$

由式(11-29)可得:

$$\frac{(Z_{i\cdot})_0}{(Z_{i\cdot})_{\infty}} = \frac{(Z_{o\cdot})_0}{(Z_{o\cdot})_{\infty}} = \frac{A_{12}A_{21}}{A_{11}A_{22}} \quad (11-30)$$

这样, $(Z_{i\cdot})_{\infty}$ 、 $(Z_{i\cdot})_0$ 、 $(Z_{o\cdot})_{\infty}$ 、 $(Z_{o\cdot})_0$ 四个参数中, 知道其中三个必能求出第四个, 所以只有三个参数是独立的。

如果网络对称, $Z_{11} = Z_{22}$, $Y_{11} = Y_{22}$, 这样,

$$\left. \begin{aligned} (Z_{i\cdot})_0 &= (Z_{o\cdot})_0 \\ (Z_{i\cdot})_{\infty} &= (Z_{o\cdot})_{\infty} \end{aligned} \right\} \quad (11-31)$$

上式说明, 满足对称条件的无源线性二端口网络, 只有两个独立参数。

〔例11-1〕 如图11-9所示的T形二端口网络，已知 $Z_1 = 200$ 欧， $Z_2 = 300$ 欧， $Z_3 = 400$ 欧。求 $(Z_{i_s})_0$ 、 $(Z_{i_s})_\infty$ 、 $(Z_{o_s})_0$ 、 $(Z_{o_s})_\infty$ 。

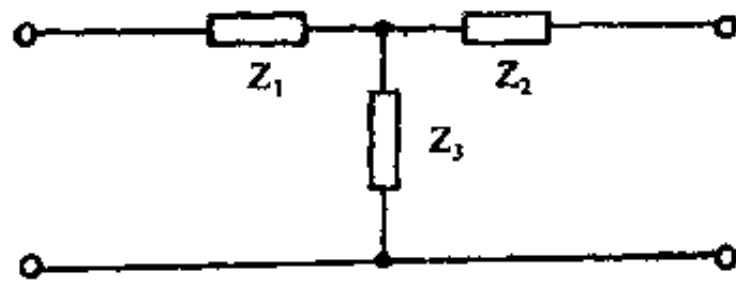


图11-9

〔解〕

$$(Z_{i_s})_0 = Z_1 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3} = 200 + \frac{300 \times 400}{300 + 400} = 371.4 \text{ 欧}$$

$$(Z_{i_s})_\infty = Z_1 + Z_3 = 200 + 400 = 600 \text{ 欧}$$

$$(Z_{o_s})_0 = Z_2 + \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + Z_3} = 300 + \frac{200 \times 400}{200 + 400} = 433.3 \text{ 欧}$$

$$(Z_{o_s})_\infty = Z_2 + Z_3 = 300 + 400 = 700 \text{ 欧}$$

11.3 二端口网络的输入阻抗、输出阻抗和传输函数

前面讨论的参数都是描述二端口网络本身的性质，在实际应用中，网络总要接电源与负载，所以就需研究二端口网络接有电源和负载后的一些特性。当输入端口加入激励电压或电流时，输出端口就产生相应的电压或电流，这两者是因果关系，表示了网络工作的特性，常以输入阻抗、输出阻抗和传输函数来具体表示。

一、输入阻抗和输出阻抗

图11-10所示的二端口网络，当输入端口接入激励电压，输出端口接负载 Z_L 时，则输入阻抗为输入端口的 \dot{U}_1 与 \dot{I}_1 之比，用 Z_{i_s} 来表示。

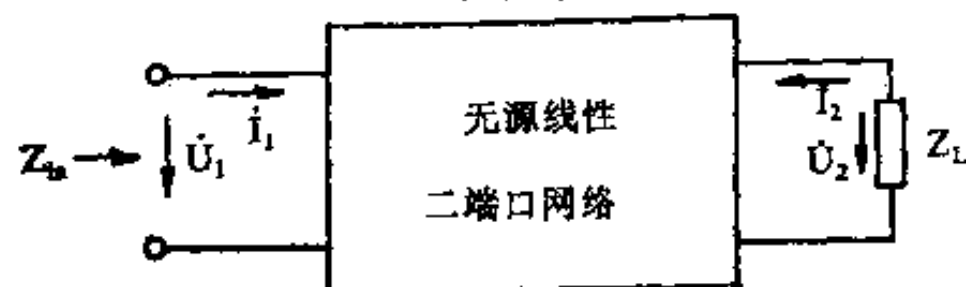


图11-10 输入阻抗

输入阻抗可以用任一种参数来描述，这里以 A 参数和开路阻抗及短路阻抗来表示。网络的传输方程为：

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= A_{11} \dot{U}_2 + A_{12} (-\dot{I}_2) \\ \dot{I}_1 &= A_{21} \dot{U}_2 + A_{22} (-\dot{I}_2) \end{aligned}$$

故输入阻抗:

$$Z_{in} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{A_{11}\dot{U}_2 + A_{12}(-\dot{I}_2)}{A_{21}\dot{U}_2 + A_{22}(-\dot{I}_2)} = \frac{A_{11}\left(\frac{\dot{U}_2}{-\dot{I}_2}\right) + A_{12}}{A_{21}\left(\frac{\dot{U}_2}{-\dot{I}_2}\right) + A_{22}}$$

$$= \frac{A_{11}Z_L + A_{12}}{A_{21}Z_L + A_{22}} = \frac{A_{11}}{A_{21}} \times \frac{Z_L + \frac{A_{12}}{A_{11}}}{Z_L + \frac{A_{22}}{A_{21}}}$$

$$Z_{in} = (Z_{in})_{\infty} \times \frac{Z_L + (Z_{ov})_0}{Z_L + (Z_{ov})_{\infty}} \quad (11-32)$$

式中, $Z_L = \frac{\dot{U}_2}{(-\dot{I}_2)}$

图11-11所示的二端口网络, 当负载 R_s 接在输入端口, 电源接在输出端口时, 这称为反向传输。输出阻抗为输出端口的 \dot{U}_2 与 \dot{I}_2 之比, 用 Z_{ov} 来表示。

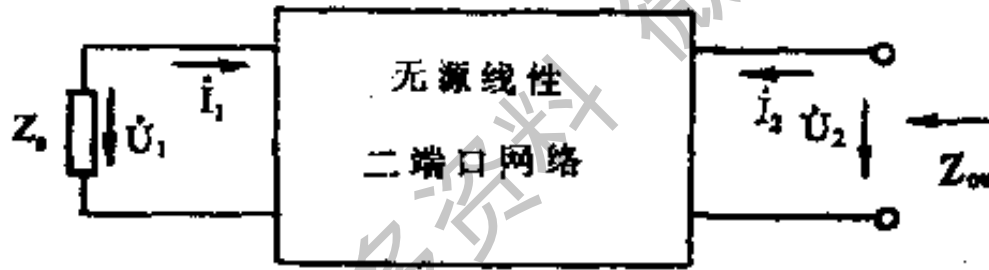


图11-11 输出阻抗

由上述传输方程解得 (考虑 $|A|=1$):

$$\dot{U}_2 = A_{22}\dot{U}_1 - A_{12}\dot{I}_1$$

$$\dot{I}_2 = A_{21}\dot{U}_1 - A_{11}\dot{I}_1$$

上式表明, 当反向传输时, 二端口的传输方程中只是 A_{11} 与 A_{22} 互换了位置。

$$Z_{ov} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} = \frac{A_{22}\dot{U}_1 - A_{12}\dot{I}_1}{A_{21}\dot{U}_1 - A_{11}\dot{I}_1} = \frac{A_{22}Z_s + A_{12}}{A_{21}Z_s + A_{11}}$$

$$= \frac{A_{22}}{A_{21}} \times \frac{Z_s + \frac{A_{12}}{A_{22}}}{Z_s + \frac{A_{11}}{A_{21}}}$$

$$Z_{ou} = (Z_{ou})_{\infty} \times \frac{Z_s + (Z_{in})_0}{Z_s + (Z_{in})_{\infty}} \quad (11-33)$$

式中, $Z_s = \frac{\dot{U}_1}{-\dot{I}_1}$

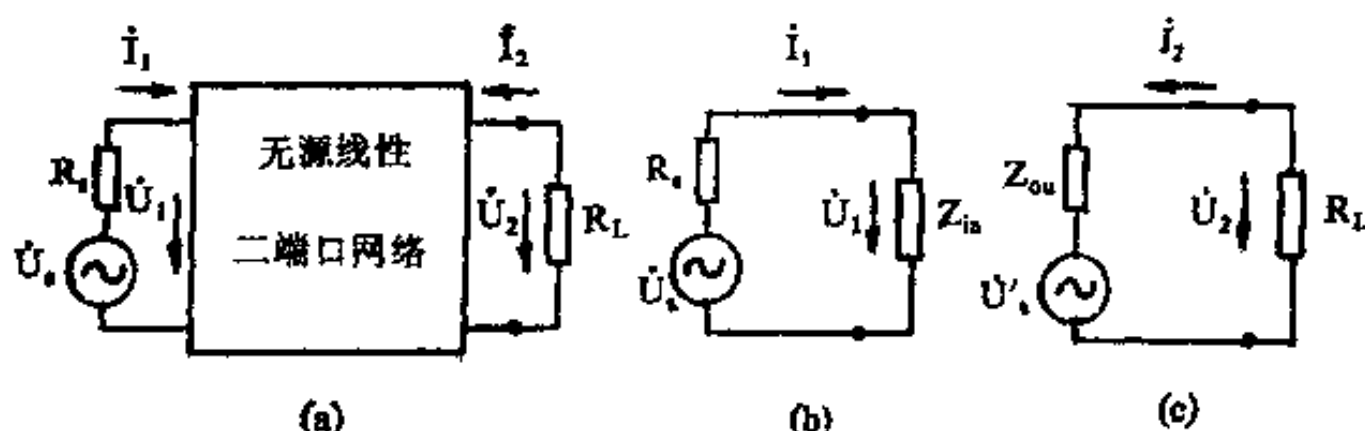


图11-12 二端口网络的输入端和输出端的等效电路

引入输入、输出阻抗后对分析电路带来很大方便。如图11-12(a)网络,当分析输入端口问题时,可以把负载 R_L 和网络一起看为电源负载,这一负载的数值就是输入阻抗 Z_{in} ,电路如图(b);当分析输出端口的问题时,应用戴维南定理,将电源和网络一起看作是等效电源组合,输入端电阻就是输出阻抗 Z_{ou} ,电路如图(c)。这样分析电路时,应用图11-2(b)和(c)就非常方便。

〔例11-2〕 如图11-13所示的 π 形二端口网络,已知 $Z_1 = 200$ 欧, $Z_2 = 300$ 欧, $Z_3 = 500$ 欧, $Z_L = 50$ 欧, $Z_s = 100$ 欧。求 Z_{in} 和 Z_{ou} 。

〔解〕

$$(Z_{in})_0 = \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3} = \frac{200 \times 300}{200 + 300} = 120 \text{ 欧}$$

$$(Z_{in})_{\infty} = \frac{Z_1 (Z_2 + Z_3)}{Z_1 + Z_2 + Z_3} = \frac{200 \times 800}{1000} = 160 \text{ 欧}$$

$$(Z_{ou})_0 = \frac{Z_2 Z_3}{(Z_2 + Z_3)} = \frac{300 \times 500}{800} = 187.5 \text{ 欧}$$

$$(Z_{ou})_{\infty} = \frac{Z_3 (Z_1 + Z_2)}{Z_1 + Z_2 + Z_3} = \frac{500 \times 500}{1000} = 250 \text{ 欧}$$

$$Z_{in} = (Z_{in})_{\infty} \frac{Z_L + (Z_{ou})_0}{Z_L + (Z_{ou})_{\infty}} = 160 \times \frac{50 + 187.5}{50 + 250} = 126.7 \text{ 欧}$$

$$Z_{ou} = (Z_{ou})_{\infty} \frac{Z_s + (Z_{in})_0}{Z_s + (Z_{in})_{\infty}} = 250 \times \frac{100 + 120}{100 + 160} = 196.4 \text{ 欧}$$

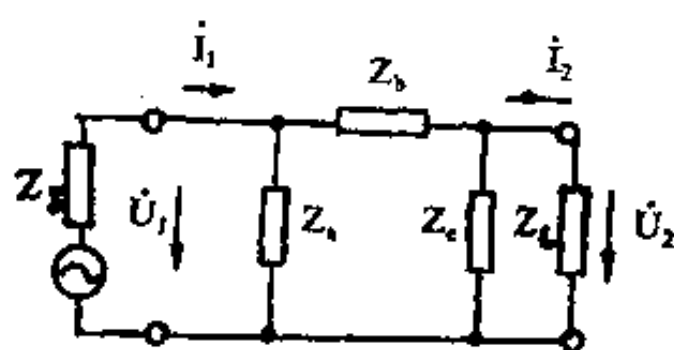


图 11-13

二、传输函数

二端口网络作为电路中的一个环节,主要用于传输信号。若输入端口电压为 \dot{U}_1 ,经

过二端口网络的传输在输出端口得到的电压为 \dot{U}_2 ，则 \dot{U}_2 与 \dot{U}_1 之比称为电压的传输函数，通常用 K_v 表示。根据传输方程式(11-15)可以得出：

$$K_v = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{\dot{U}_2}{A_{11}\dot{U}_2 + A_{12}(-\dot{I}_2)} = \frac{Z_L}{A_{11}Z_L + A_{12}} \quad (11-34)$$

若输出端口开路，即 $Z_L = \infty$ ，则开路电压传输函数为：

$$K_v = \frac{1}{A_{11}} \quad (11-35)$$

输出端口电流 \dot{I}_2 与输入端口电流 \dot{I}_1 之比称电流传输函数，以 K_i 表示。即：

$$K_i = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} = \frac{\dot{I}_2}{A_{21}\dot{U}_2 + A_{22}(-\dot{I}_2)} = \frac{-1}{A_{21}Z_L + A_{22}} \quad (11-36)$$

式中， \dot{I}_2 前的负号是由于 \dot{I}_2 参考方向规定为流入网络。

在一般情况下，电压与电流的传输函数都是复数，且都是频率的函数，常以 $K(j\omega)$ 来表示。它的模 $|K(j\omega)|$ 表示了输出电压（或电流）与输入电压（或电流）幅度之比，也就是常称为频率特性。其幅角 $\varphi(\omega)$ 表示了它们的相位变化关系，常称为相频特性。

〔例11-3〕 求图11-14(a)所示电路的电压传输函数，假定负载很大可视为开路。

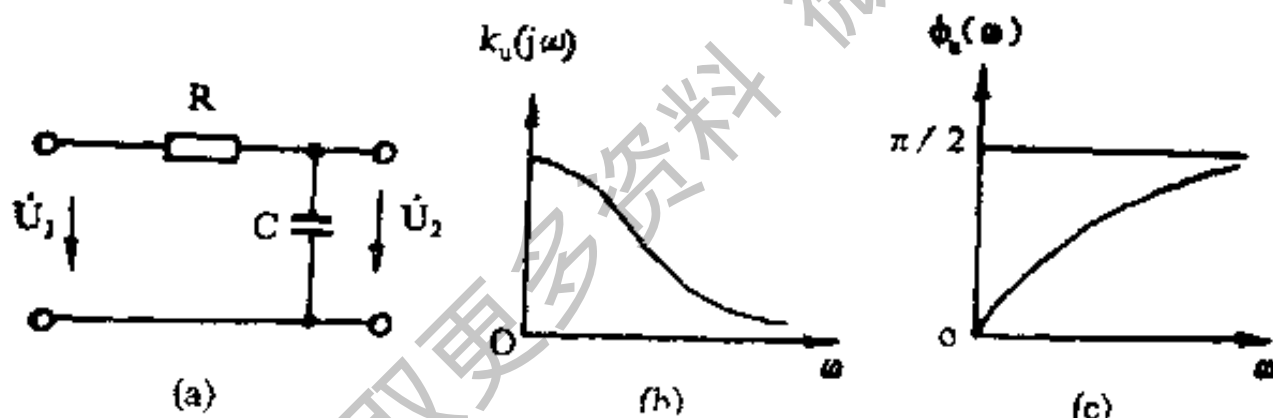


图11-14 RC网络的传输特性

〔解〕 负载开路时的输出电压：

$$\dot{U}_2 = \frac{\dot{U}_1}{R + \frac{1}{j\omega C}} \cdot \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{1 + j\omega CR} \dot{U}_1$$

开路电压传输函数：

$$K_v = \frac{1}{A_{11}} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} \Big|_{\dot{I}_2=0} = \frac{1}{1 + j\omega CR} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega CR)^2}} e^{-j \arctan \omega CR}$$

幅度特性：

$$|K_v(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega CR)^2}}$$

相频特性:

$$\varphi_v(\omega) = \text{arctg} \omega CR$$

图(b)和(c)分别画出了幅频和相频特性曲线

11.4 线性二端口网络的等效电路

所谓等效是指用等效网络代替原网络后,网络外部电路的电压、电流仍保持不变。实际上,只有两个网络的同种参数(例如 Z 参数)完全相等时,二者才是互相等效的。

对于无源线性二端口网络,每组参数中的四个参数只有三个是互相独立的,因此其等效网络最少要有三个独立的阻抗。具有三个独立阻抗的最简单的二端口网络是T形和 π 形网络。

一、无源线性二端口网络的等效T形网络

图11-15(a)所示的是二端口网络,如果要求它等效为图(b)的T形网络,那么只要这两个网络的同种参数相同即可。若选 Z 参数彼此相等,则T形网络的 Z 参数为:

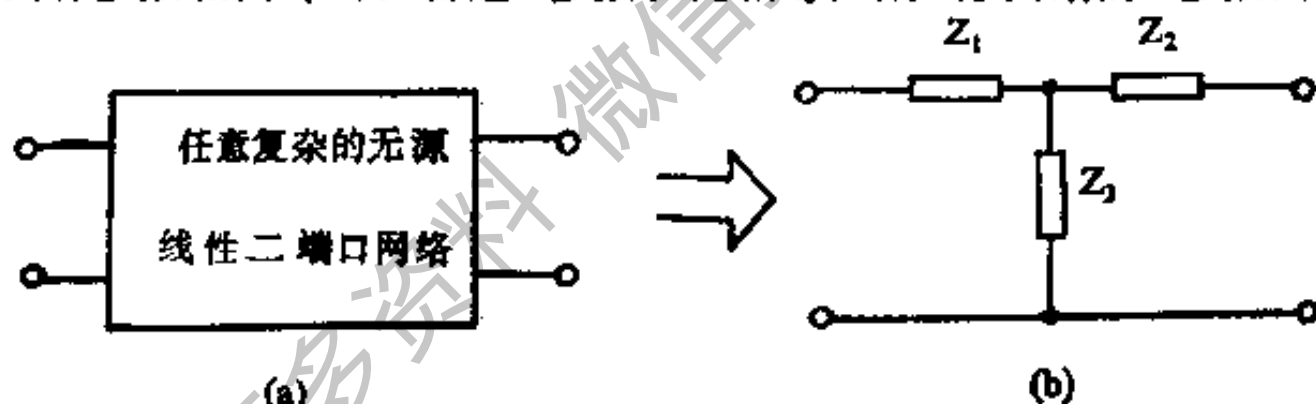


图11-15 无源线性二端口网络及等效T形网络

$$Z_{11} = Z_1 + Z_3, \quad Z_{12} = Z_{21} = Z_3, \quad Z_{22} = Z_2 + Z_3$$

联立解出T形网络的元件值:

$$\left. \begin{aligned} Z_1 &= Z_{11} - Z_{12} \\ Z_2 &= Z_{22} - Z_{21} \\ Z_3 &= Z_{12} = Z_{21} \end{aligned} \right\} \quad (11-37)$$

如果已知二端口网络的 Z 参数,那就将 Z 参数代入上式,分别可确定等效T形网络的元件值。如给出的不是 Z 参数,可查表11-2进行适当的转换,求出 Z 参数即可。

二、无源线性二端口网络的等效 π 形网络

图11-16(a)所示的二端口网络,如果要求它等效为图(b)的 π 形网络,同样要求两个网络的同种参数相等。如选 Y 参数,则 Y 参数可由式(11-9)至(11-13)求出。

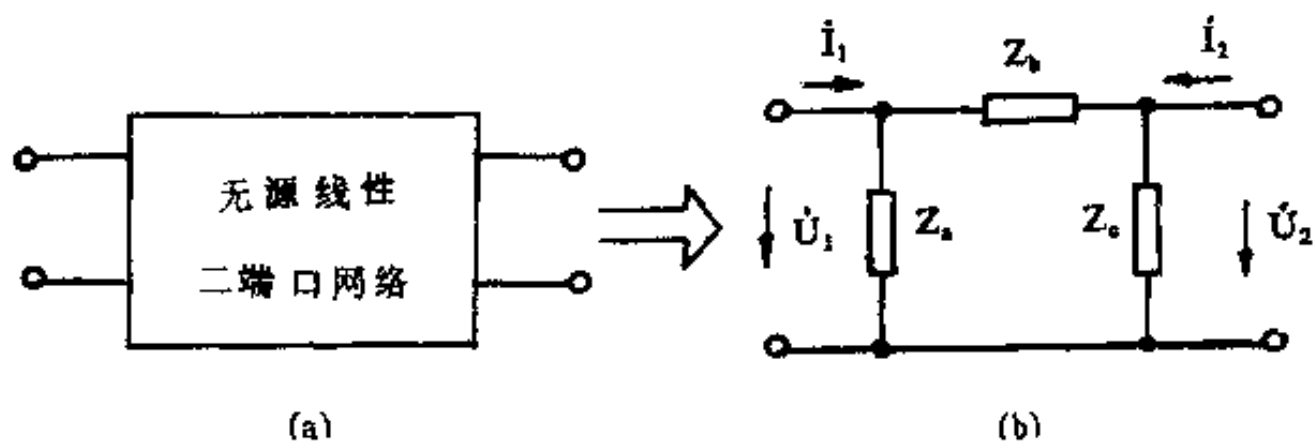


图11-16 无源线性二端口网络及其等效π形网络

当输出端口短路时，即 $\dot{U}_2 = 0$ 时，

$$\dot{I}_1 = \dot{U}_1 \left(\frac{1}{Z_s} + \frac{1}{Z_a} \right)$$

$$Y_{11} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1} \Big|_{\dot{U}_2=0} = \frac{1}{Z_s} + \frac{1}{Z_a}$$

当输出端口短路时，转移导纳

$$Y_{21} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1} \Big|_{\dot{U}_2=0}$$

令
$$\dot{I}_2 = -\frac{\dot{U}_1}{Z_c}$$

所以
$$Y_{21} = -\frac{1}{Z_c}$$

当输入端口短路时，由式(11-12)和(11-13)求出：

$$Y_{12} = -\frac{1}{Z_c}$$

$$Y_{22} = \frac{1}{Z_b} + \frac{1}{Z_c}$$

解 Y_{11} 、 Y_{21} 、 Y_{12} 、 Y_{22} 联立方程，可求得π形网络的元件值为：

$$\left. \begin{aligned} Z_a &= \frac{1}{Y_{11} + Y_{12}} \\ Z_b &= -\frac{1}{Y_{12}} = -\frac{1}{Y_{21}} \\ Z_c &= \frac{1}{Y_{22} + Y_{21}} \end{aligned} \right\} \quad (11-38)$$

三、T形网络与π形网络的等效变换

在实际应用中，有时需要将T形网络变换为π形网络，即Y形转换为Δ形，或者反之。Y形和Δ形之间的转换已在第三章讨论过，只是将其公式中的R变成与之对应的Z即可。若将图11-15(b)的T形网络转换为图11-16(b)的π形网络，则有：

$$\begin{aligned} Z_a &= \frac{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1}{Z_2} \\ Z_b &= \frac{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1}{Z_3} \\ Z_c &= \frac{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1}{Z_1} \end{aligned} \quad (11-39)$$

若将图11-16(b)的π形网络转换为图11-15(b)的T形网络，则有

$$\begin{aligned} Z_1 &= \frac{Z_a Z_b}{Z_c + Z_b + Z_a} \\ Z_2 &= \frac{Z_b Z_c}{Z_a + Z_b + Z_c} \\ Z_3 &= \frac{Z_c Z_a}{Z_a + Z_b + Z_c} \end{aligned} \quad (11-40)$$

〔例11-4〕 图11-17(a)是一种选频网络，试求输出电压 $U_2 = 0$ 的条件。

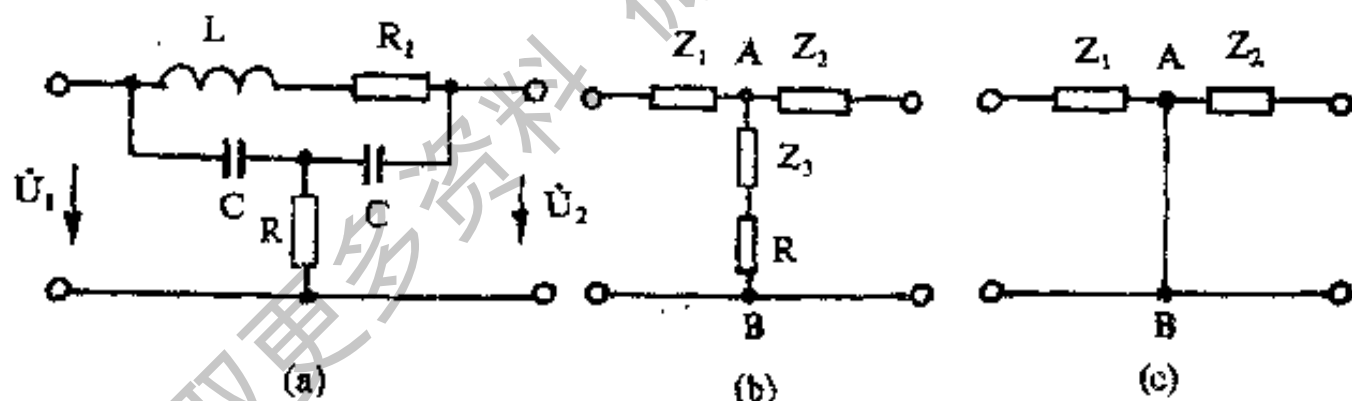


图11-17

〔解〕 将图11-17(a)中由C、C、L和 R_1 组成的Δ形网络变换成Y形网络。图(b)为转换成Y形网络的电路。

已知：

$$Z_c = Z_a = \frac{1}{j\omega C}, \quad Z_b = R_1 + j\omega L$$

根据式(11-40)求 Z_3 ：

$$Z_3 = \frac{Z_c Z_a}{Z_a + Z_b + Z_c} = \frac{-\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}{R_1 + j\left(\omega L - \frac{2}{\omega C}\right)}$$

从 Z_3 表示式中可看出, 当:

$$\omega L = \frac{2}{\omega C}$$

时, Z_3 是个负实数, 这相当于等效一个负电阻, 即:

$$Z_3 = \frac{-1}{R_1(\omega C)^2}$$

这时, 若 $Z_3 + R = 0$, 那么图(b)中的 A、B 两点的总阻抗为零, 相当于短路, 如图 11-17(c)所示。这种情况下输出电压 U_2 必然等于零, 所以 $U_2 = 0$ 的条件为:

$$\omega_0 L = \frac{2}{\omega_0 C}$$

即

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2}{LC}}$$

及

$$Z_3 = -\frac{1}{R_1(\omega_0 C)^2} = -R$$

即

$$RR_1 = \frac{1}{(\omega_0 C)^2} = \frac{L}{2C}$$

也就是说, 当 $\omega_0 = \sqrt{\frac{2}{LC}}$ 和 $RR_1 = \frac{L}{2C}$ 时, 输出电压 $U_2 = 0$ 。

11.5 二端口网络的特性阻抗与传输常数

在实际工程中, 信号源的内阻和负载电阻常常是已经给定, 例如无线电发射机中, 高频功率放大器的输出阻抗即信号源内阻及天线阻抗均有一定数值。由于内阻与负载阻抗差别较大, 需要一个二端口网络将它们连接起来, 以便使负载上能获得尽可能大的有用信号功率, 网络的输入阻抗应等于电源内阻, 网络的输出阻抗应等于负载电阻。在这种情况下, 网络实现了匹配, 下面就讨论匹配网络的一些特性。

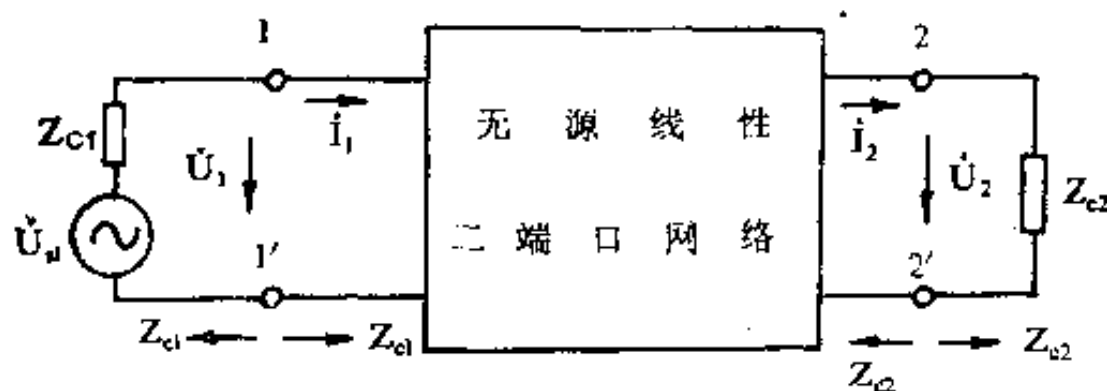


图11-18 网络匹配

一、特性阻抗

为了讨论方便，图11-18的二端口网络输入端和输出端的电压及电流方向，按图中所示。

当一个无源线性二端口网络的输出端口接上某一阻抗 Z_{e2} 时，则从网络的输入端向其终端看过去的输入阻抗为 Z_{i1} 。而输入端口接以内阻为 Z_{e1} 的电压源时，由网络的输出端向输入端看过去的网络输出阻抗就等于 Z_{e2} ，这样我们称阻抗 Z_{e1} 和 Z_{e2} 为二端口网络的特性阻抗。

在满足上述条件下，网络是匹配的。此时 $Z_i = Z_{e2}$ ，将它代入式(11-32)中，可得到输入阻抗为：

$$Z_{i1} = Z_{e1} = \frac{A_{11}Z_{e2} + A_{12}}{A_{21}Z_{e2} + A_{22}}$$

同理， $Z_o = Z_{e1}$ ，将它代入式(11-33)中，可得输出阻抗为：

$$Z_{o2} = Z_{e2} = \frac{A_{22}Z_{e1} + A_{12}}{A_{21}Z_{e1} + A_{11}}$$

将上两式联立求解，可得出输入与输出端口的特性阻抗与 A 参数的关系：

$$\left. \begin{aligned} Z_{e1} &= \sqrt{\frac{A_{11}A_{12}}{A_{22}A_{21}}} \\ Z_{e2} &= \sqrt{\frac{A_{12}A_{22}}{A_{21}A_{11}}} \end{aligned} \right\} \quad (11-41)$$

由式(11-41)可看出，特性阻抗只与网络参数有关，即只与网络的结构、元件等有关，而与负载电阻和信号源内阻无关。

如果二端口网络是对称的，那么 $A_{11} = A_{22}$ ，于是得：

$$Z_{e1} = Z_{e2} = Z_c = \sqrt{\frac{A_{12}}{A_{21}}} \quad (11-42)$$

即此时的输入和输出阻抗相等。

如果要用测量的方法来确定二端口网络的特性阻抗，就必须找出它与开路阻抗和短路阻抗的关系。根据式(11-29)可知：

$$\left. \begin{aligned} Z_{e1} &= \sqrt{(Z_{in})_{\infty}(Z_{in})_0} \\ Z_{e2} &= \sqrt{(Z_{o2})_{\infty}(Z_{o2})_0} \end{aligned} \right\} \quad (11-43)$$

如果网络是对称的，则 $(Z_{in})_{\infty} = (Z_{o2})_{\infty}$ ， $(Z_{in})_0 = (Z_{o2})_0$ ，因此有：

$$Z_{e1} = Z_{e2} = Z_c = \sqrt{Z_{\infty}Z_0} \quad (11-44)$$

〔例11-4〕 如图11-19所示的T形网络，如 $R_1 = 500$ 欧， $R_2 = 1000$ 欧， $R_3 = 200$ 欧，试求(1)特性阻抗 Z_{c1} 和 Z_{c2} ；(2)如 $R_L = 800$ 欧， $R_S = 1000$ 欧，其输入阻抗与输出阻抗各为多少？(3)如 $R_L = 1300$ 欧，输入阻抗又为多少？

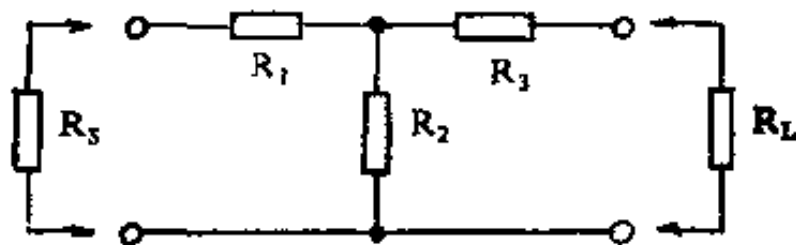


图11-19

〔解〕 (1)特性阻抗

$$(Z_{in})_0 = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 500 + \frac{1000 \times 200}{1000 + 200} = 667 \text{ 欧}$$

$$(Z_{in})_\infty = R_1 + R_2 = 1500 \text{ 欧}$$

$$(Z_{out})_\infty = R_2 + R_3 = 1200 \text{ 欧}$$

$$(Z_{out})_0 = R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 200 + \frac{1000 \times 500}{1000 + 500} = 533 \text{ 欧}$$

$$Z_{c1} = \sqrt{(Z_{in})_0 (Z_{in})_\infty} = \sqrt{667 \times 1500} = 1000 \text{ 欧}$$

$$Z_{c2} = \sqrt{(Z_{out})_0 (Z_{out})_\infty} = \sqrt{533 \times 1200} = 800 \text{ 欧}$$

(2)当 $R_L = 800$ 欧时，负载端匹配，故：

$$Z_{in} = Z_{c1} = 1000 \text{ 欧}$$

当 $R_S = 1000$ 欧时，电源端匹配，故

$$Z_{out} = Z_{c2} = 800 \text{ 欧}$$

(3)当 $R_L = 1300$ 欧时，由于负载端不匹配，因此不能用上述方法，而只能用式(11-32)求输入阻抗。

$$Z_{in} = (Z_{in})_\infty \times \frac{Z_L + (Z_{out})_0}{Z_L + (Z_{out})_\infty} = 1500 \times \frac{1300 + 533}{1300 + 1200} = 1100 \text{ 欧}$$

可见，负载端不匹配时，输入阻抗与特性阻抗不相等。

二、传输常数

为表明网络在匹配条件下的传输特性，引入传输常数的概念，传输常数用字母 γ 表示。

二端口网络在负载端匹配的条件下，输入端口 \dot{U}_1, \dot{I}_1 与输出端口 \dot{U}_2, \dot{I}_2 之比的自然对数的一半叫做传输常数。即：

$$\gamma = \ln \sqrt{\frac{\dot{U}_1 \dot{I}_1}{\dot{U}_2 \dot{I}_2}} = \frac{1}{2} \ln \frac{\dot{U}_1 \dot{I}_1}{\dot{U}_2 \dot{I}_2} \quad (11-45)$$

$$\text{设} \quad \dot{U}_1 = U_1 e^{j\omega t}, \quad \dot{I}_1 = I_1 e^{j\omega t},$$

$$\dot{U}_2 = U_2 e^{j\varphi_{22}}, \quad \dot{I}_2 = I_2 e^{j\varphi_{12}},$$

则
$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \frac{U_1}{U_2} e^{j(\varphi_{11} - \varphi_{22})} = \frac{U_1}{U_2} e^{j\varphi_s}$$

$$\frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = \frac{I_1}{I_2} e^{j(\varphi_{11} - \varphi_{12})} = \frac{I_1}{I_2} e^{j\varphi_i}$$

式中, $\varphi_s = \varphi_{11} - \varphi_{22}$, 表示 \dot{U}_2 落后于 \dot{U}_1 的相角

$\varphi_i = \varphi_{11} - \varphi_{12}$, 表示 \dot{I}_2 落后于 \dot{I}_1 , 相角

式(11-45)可写为:

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{1}{2} \ln \frac{\dot{U}_1 \dot{I}_1}{\dot{U}_2 \dot{I}_2} = \frac{1}{2} \ln \left[\frac{U_1 I_1}{U_2 I_2} e^{j(\varphi_s + \varphi_i)} \right] \\ &= \frac{1}{2} \ln \frac{U_1 I_1}{U_2 I_2} + j \frac{1}{2} (\varphi_s + \varphi_i) = \beta + j\alpha \end{aligned} \quad (11-46)$$

$$\beta = \frac{1}{2} \ln \frac{U_1 I_1}{U_2 I_2} \quad (11-47)$$

$$\alpha = \frac{1}{2} (\varphi_s + \varphi_i)$$

上式中的 β 称为衰减常数, 它表示在匹配情况下, 信号视在功率通过二端口网络时, 衰减程度的大小。 α 称为相移常数, 它表示电压、电流的相移。

若网络是对称的, 则 $Z_{11} = Z_{22}$ 。在匹配情况下, $\dot{U}_1 = \dot{I}_1 Z_{11}$, $\dot{U}_2 = \dot{I}_2 Z_{22}$ 。将它们代入式(11-47)得:

$$\begin{aligned} \beta &= \ln \frac{U_1}{U_2} = \ln \frac{I_1}{I_2} \\ \alpha &= \varphi_s = \varphi_i \end{aligned} \quad (11-48)$$

由此可知, 在对称和匹配情况下, 衰减常数 β 表示电压或电流量值之比的自然对数, 即二端口网络电压或电流的幅度衰减。相移常数 α 仍为二端口网络电压或电流的相位变化。

相移常数的单位是弧度。衰减常数的单位是奈培(NP), 即:

$$\beta = \frac{1}{2} \ln \frac{U_1 I_1}{U_2 I_2} \text{ (NP)}$$

实用中取 $\frac{U_1 I_1}{U_2 I_2}$ 的常用对数的10倍, 即分贝(dB):

$$\beta = 10 \log \frac{U_1 I_1}{U_2 I_2} \text{ (dB)}$$

若网络是对称的, 则:

$$\beta = 20 \log \frac{U_1}{U_2} = 20 \log \frac{I_1}{I_2} \text{ (dB)}$$

奈培与分贝的换算关系是:

$$1 \text{ NP} = 8.686 \text{ dB}$$

表 11-3 分贝表

分 贝	功 率 比		电 压 比		分 贝	功 率 比		电 压 比	
	$\frac{U_1 I_1}{U_2 I_2}$	$\frac{U_2 I_2}{U_1 I_1}$	$\frac{U_1}{U_2}$	$\frac{U_2}{U_1}$		$\frac{U_1 I_1}{U_2 I_2}$	$\frac{U_2 I_2}{U_1 I_1}$	$\frac{U_1}{U_2}$	$\frac{U_2}{U_1}$
0	1.00	1.00	1.00	1.00	3.5	2.24	0.446	1.50	0.668
0.1	1.02	0.977	1.01	0.989	4.0	2.51	0.398	1.58	0.631
0.2	1.05	0.955	1.02	0.977	4.5	2.82	0.355	1.68	0.596
0.3	1.07	0.933	1.04	0.966	5.0	3.16	0.316	1.78	0.562
0.4	1.10	0.912	1.05	0.955	5.5	3.55	0.282	1.88	0.531
0.5	1.12	0.891	1.06	0.944	6.0	3.98	0.251	2.00	0.501
0.6	1.15	0.871	1.07	0.933	6.5	4.47	0.224	2.11	0.473
0.7	1.17	0.851	1.08	0.923	7.0	5.01	0.200	2.24	0.447
0.8	1.20	0.832	1.10	0.912	7.5	5.62	0.178	2.37	0.422
0.9	1.23	0.813	1.11	0.902	8.0	6.31	0.158	2.51	0.398
1.0	1.26	0.794	1.12	0.891	8.5	7.08	0.141	2.66	0.376
1.2	1.32	0.759	1.15	0.871	9.0	7.94	0.126	2.82	0.355
1.4	1.38	0.724	1.17	0.851	9.5	8.91	0.112	2.99	0.335
1.6	1.45	0.692	1.20	0.832	10.0	10.00	0.100	3.16	0.316
1.8	1.51	0.661	1.23	0.813	15.0	31.6	0.0316	5.62	0.178
2.0	1.58	0.631	1.26	0.794	20.0	100.0	0.010	10.00	0.100
2.2	1.66	0.603	1.29	0.776	25.0	316.0	3.16×10^{-3}	17.8	0.056
2.4	1.74	0.575	1.32	0.759	30.0	1000	10^{-3}	31.6	0.032
2.6	1.82	0.550	1.35	0.741	40.0	10^4	10^{-4}	100	0.010
2.8	1.91	0.525	1.38	0.724	50.0	10^5	10^{-5}	316	0.003
3	2.00	0.501	1.41	0.708	60.0	10^6	10^{-6}	1000	0.001

注: 由 $\beta = 20 \log \frac{U_1}{U_2} = 20 \log \frac{I_1}{I_2}$ 可知: 电压比 ($\frac{U_1}{U_2}$ 或 $\frac{U_2}{U_1}$) 也适用于电流比 ($\frac{I_1}{I_2}$ 或 $\frac{I_2}{I_1}$)。

$$1\text{dB} = 0.1151\text{NP}$$

表11-3列出了分贝与功率比或电压比的关系。其中功率 $U_1 I_1$ 和 $U_2 I_2$ 一般指视在功率,只有当 \dot{U}_1 与 \dot{I}_1 同相, \dot{U}_2 与 \dot{I}_2 同相时, $U_1 I_1$ 和 $U_2 I_2$ 才是有功功率。

注意, 传输常数 γ 所描述的是在匹配条件下二端口网络的衰减和相移特性, 不能说明在不匹配的情况下网络的传输特性。

11.6 相移器、衰减器和滤波器简介

一、相移器

相移器是一种在阻抗匹配条件下的相移网络。它的作用是使输出信号与输入信号之间达到预先给定的相移关系。它通常由电抗元件构成, 所以又称为电抗相移器, 如图11-20所示。

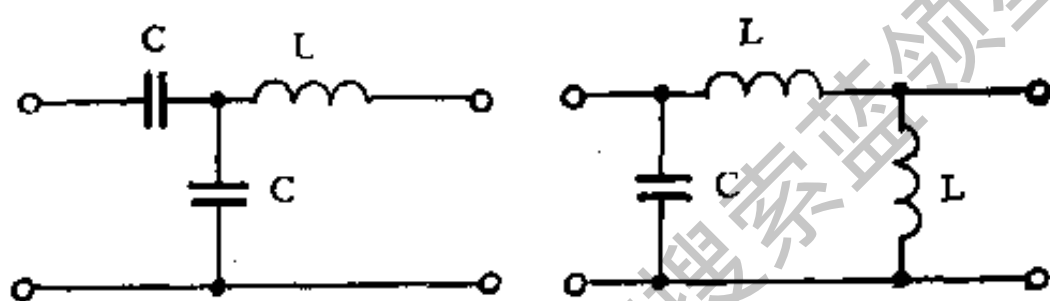


图 11-20 T形与 π 形电抗相移器

由于电抗元件的电抗是频率的函数, 所以一个确定的电抗相移器, 只能对某一频率的信号产生某一预定的相移。

由于这种相移器是由纯电抗元件构成, 所以这种相移器在传输信号时, 并不消耗能量, 只产生相移, 即电抗相移器的 $\beta = 0$, 故 $\gamma = j\alpha$ 。

二、衰减器

在电子设备和仪器中, 为了调节信号的强弱, 常用由纯电阻构成的T形和 π 形二端口网络介入在电源与负载之间, 这种二端口网络称为衰减器, 如图11-21所示。

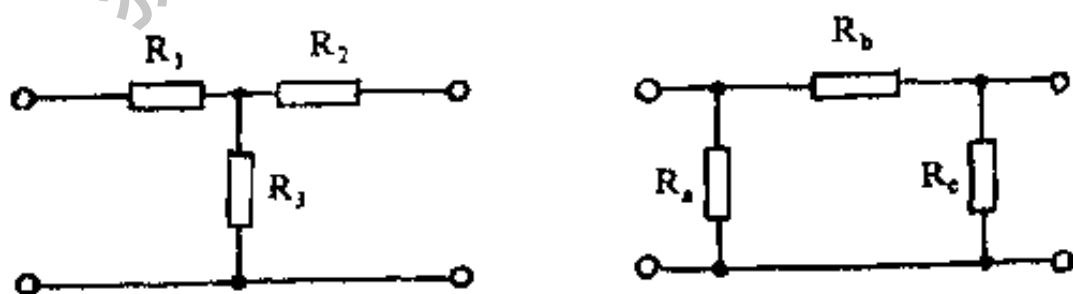


图11-21 固定衰减器

由于这种衰减器是由纯电阻元件构成, 故网络没有相移只有衰减。也就是 $\alpha = 0, \gamma = \beta$ 。又因为网络中没有电抗元件, 所以能在很宽的频率范围内进行匹配。

三、滤波器

前面学过的串联和并联谐振电路, 它们能从各种混杂的信号中选择出所需信号的频率

成分，但是这种网络选频特性较差，通频带较窄，频率特性不够理想。滤波器是一种对选频特性要求较高的选频网络，它对某一给定的频率范围（称频带）内的信号具有比较小的衰减，使这一频带内的信号比较容易通过，这一频带称为滤波器的通带。通带的边界频率称为截止频率，以 f_c 表示。而通带范围外的信号经过它时，将产生较大的衰减，即滤波器对此信号有较强的抑制作用。通带范围以外的频率范围称为滤波器的阻带（或叫止带）。

根据通带和阻带的范围，滤波器可分为低通滤波器、高通滤波器、带通滤波器和带阻滤波器。

滤波器在无线电通信及设备中应用很广，如在无线电设备中常采用 LC 滤波器和 RC 滤波器；在电视机和调频机中常采用压电陶瓷滤波器。

下面我们由 L 和 C 构成的 T 形和 π 形滤波器为例来说明它的工作原理。

1. 低通滤波器

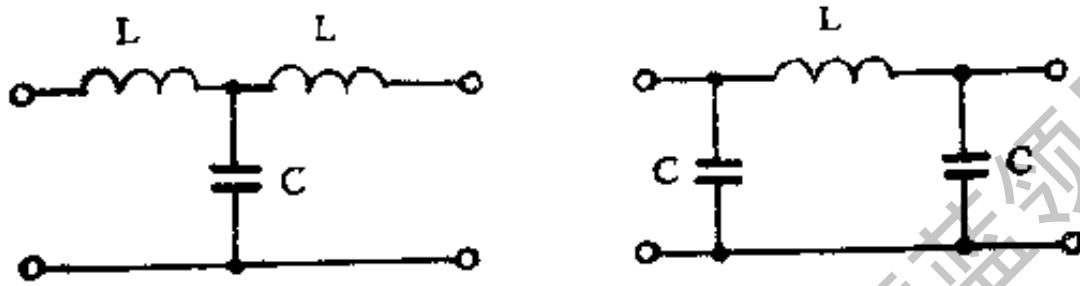


图11-22 LC 低通滤波器

图11-22所示为 LC 低通滤波器的电路结构图。由于这种滤波器的串联臂是电感，它对高频呈现较大的感抗，故能抑制高频信号的传输。并联臂是电容，它对高频呈现较小的容抗，对高频信号有较大分流作用，也不能将高频信号传输到终端。所以这种滤波器只让低频信号通过，叫做低通滤波器。若滤波器的输入电压为 \dot{U}_1 ，输出电压为 \dot{U}_2 ， $\frac{U_2}{U_1}$ 之比与频率 ω 的关系曲线可以定性画出，如图11-23所示。

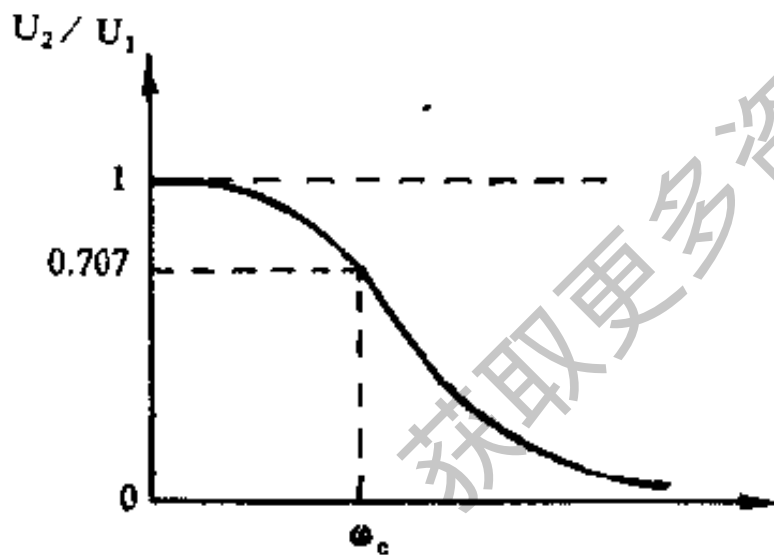


图11-23 低通滤波器的电压传输特性

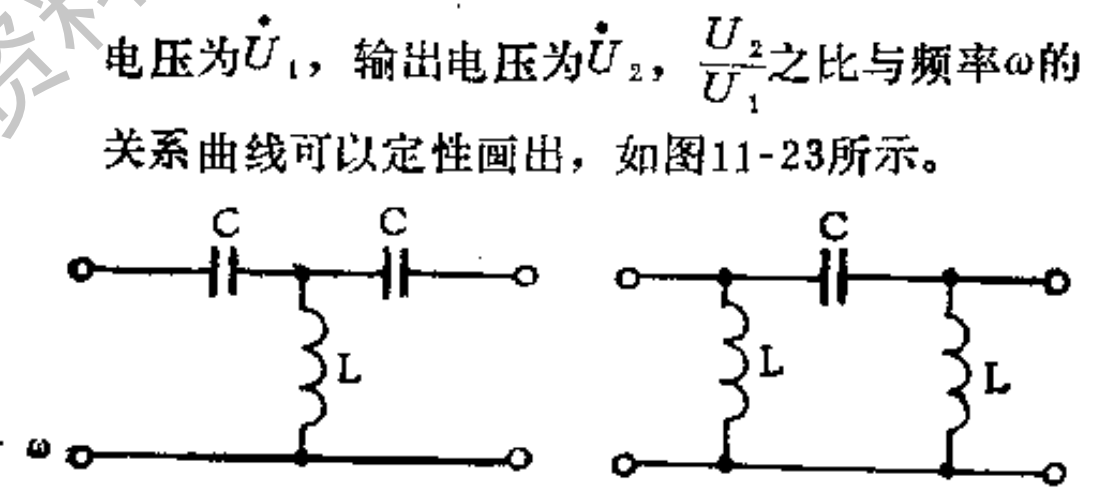


图11-24 LC 高通滤波器

2. 高通滤波器

图11-24所示为 LC 高通滤波器的电路结构图。由于这种滤波器的串联臂是电容，它对低频呈现较大容抗，并联臂是电感，它对低频呈现较小的感抗，所以这种滤波器只让高频信号通过，而对低频有较大的抑制能力，故称之为高通滤波器。若滤波器输入电压为 \dot{U}_1 ，输出电压为 \dot{U}_2 ，则 $\frac{U_2}{U_1}$ 与 ω 的关系曲线如图11-25所示。

3. 带通滤波器

带通滤波器的电路结构如图11-26所示。这种滤波器的串联臂采用串联谐振电路，并

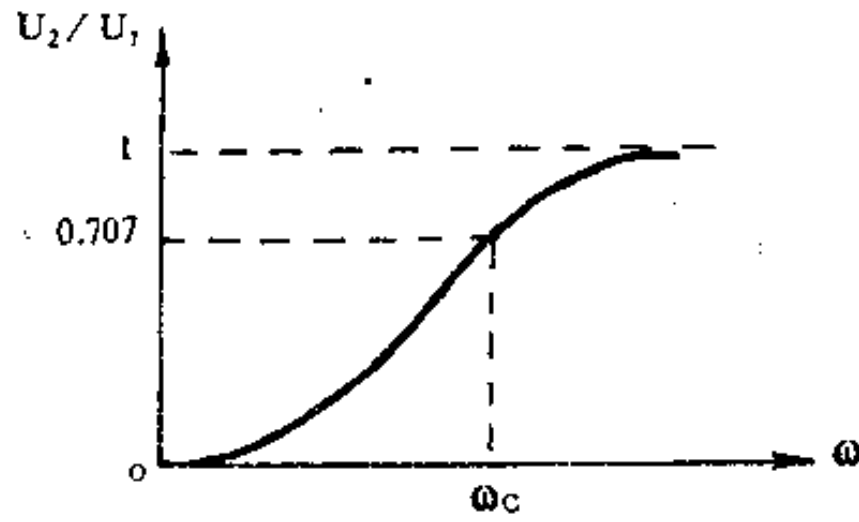


图11-25 高通滤波器的电压传输特性

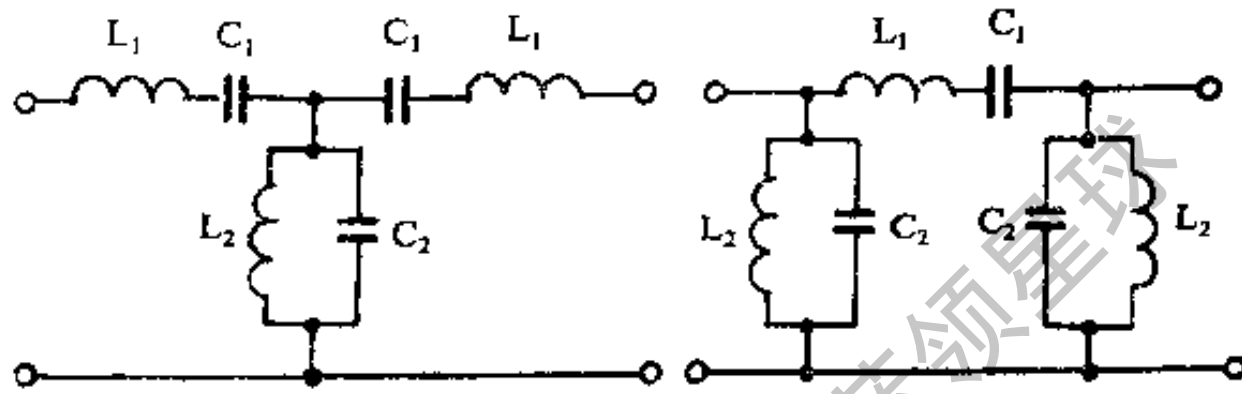


图11-26 LC带通滤波器

联臂采用并联谐振电路。通常使串联谐振电路与并联谐振电路的谐振频率相等，即

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2 C_2}}$$

当 $f > f_0$ 时，串联谐振电路显感性，并联谐振电路呈容性，此时带通滤波器相当于一个低通滤波器。当 $f < f_0$ 时，串联谐振电路显容性，并联谐振电路显感性，这样带通滤波器相当于一高通滤波器。而当 $f = f_0$ 时，串联臂阻抗相当于短路，并联臂阻抗相当于开路，信号很容易从始端传输到终端，因此 $f = f_0$ 的信号必定在通带内。由以上分析可知，LC带通滤波器相当于低通与高通滤波器的组合，并以 f_0 为分界点，同时 f_0 在通带内，因此可画出LC带通滤波器的电压传输特性，如图11-27所示。

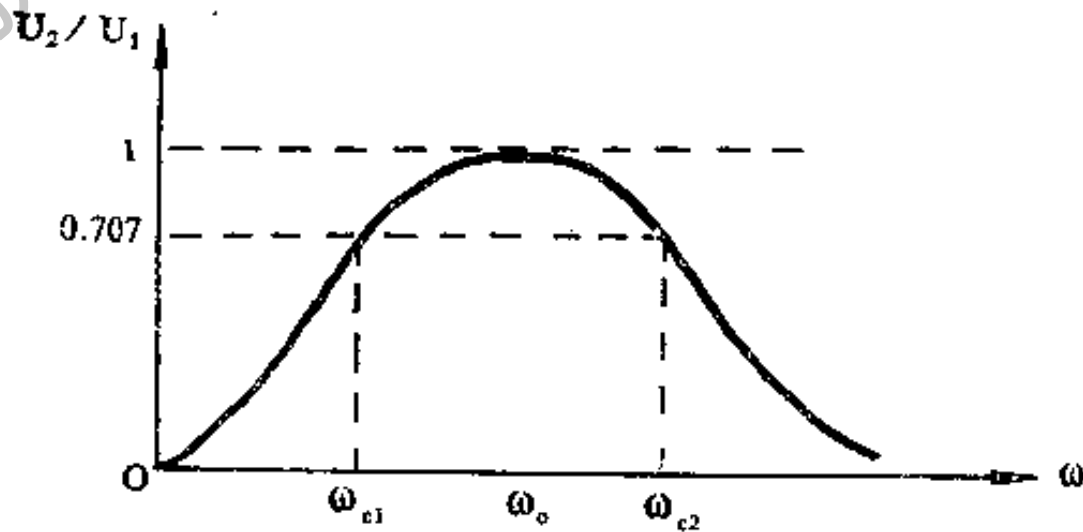


图11-27 LC带通滤波器的电压传输特性

4. 带阻滤波器

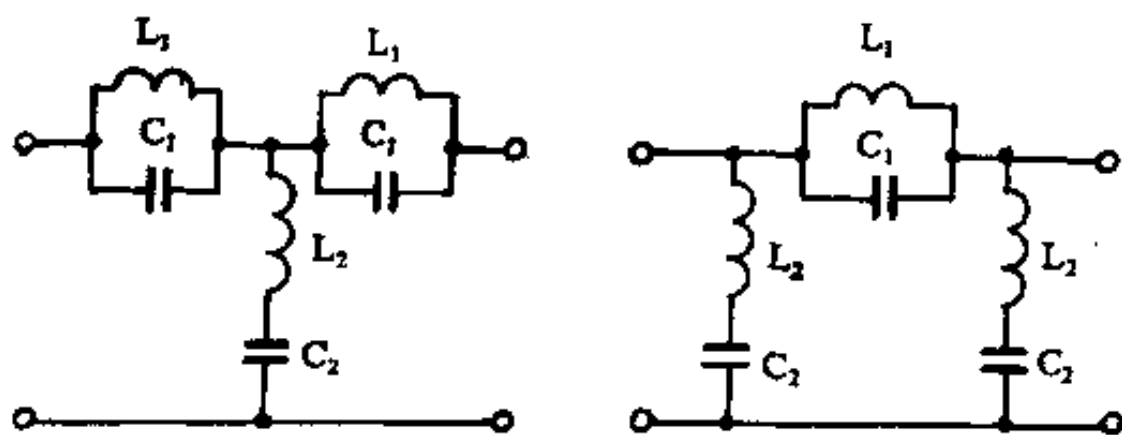


图11-28 LC带阻滤波器

带阻滤波器的电路结构如图11-28所示。若串联谐振电路与并联谐振电路的谐振频率相等，即

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2 C_2}}$$

按带通滤波器的分析方法可知，当 $f > f_0$ 时，带阻滤波器相当于一高通滤波器； $f < f_0$ 时，带阻滤波器相当于一低通滤波器。以 f_0 为分界点，且 f_0 在阻带内，由此可画出带阻滤波器的电压传输特性，如图11-29所示。

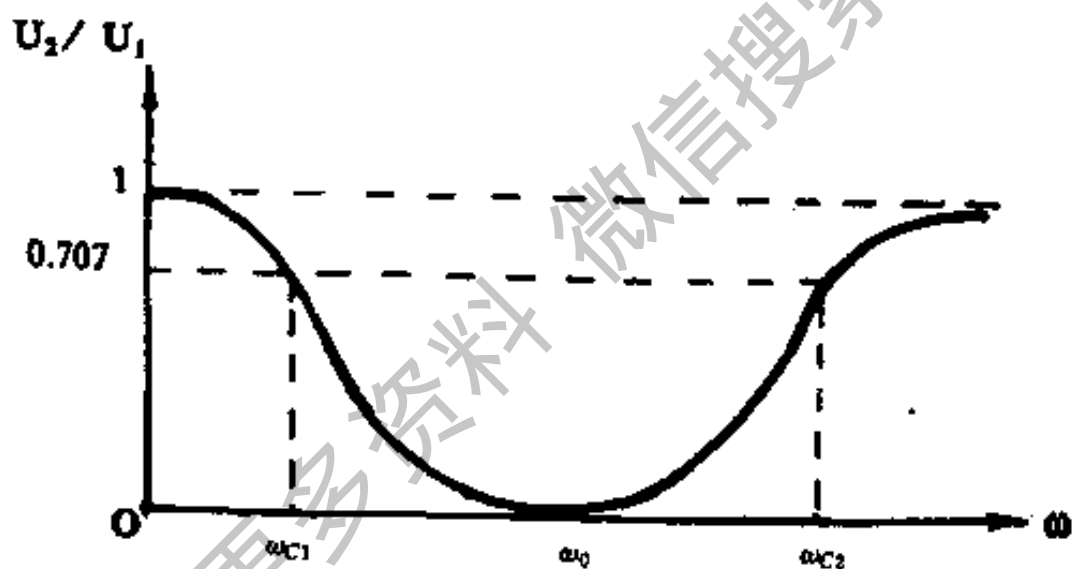


图11-29 LC带阻滤波器的电压传输特性

习 题

1. 对称二端口网络的 Z 参数、 Y 参数和 A 参数有何特点？
2. 二端口网络互为等效的条件是什么？
3. 用最方便的一种参数解决以下问题
 - (1) 当 $I_1 = 3\text{A}$ 及 $I_2 = 0$ 时，测得 $U_1 = 5\text{V}$ 及 $U_2 = 2\text{V}$ ；
当 $I_1 = 0$ 及 $I_2 = 2\text{A}$ 时，测得 $U_1 = 6\text{V}$ 及 $U_2 = 3\text{V}$ 。
求：当 $I_1 = 5\text{A}$ 及 $I_2 = 6\text{A}$ 时， $U_1 = ?$ ， $U_2 = ?$
 - (2) 当 $U_1 = 2\text{V}$ 及 $U_2 = 0$ 时， $I_1 = -3\text{A}$ 及 $I_2 = 1\text{A}$ ；
当 $U_1 = 0$ 及 $U_2 = -1$ 时， $I_1 = 6\text{A}$ 及 $I_2 = 7\text{A}$ 。
求：当 $U_1 = 1\text{V}$ 及 $U_2 = 1\text{V}$ 时， $I_1 = ?$ ， $I_2 = ?$
 - (3) 当 $U_2 = 0$ 及 $I_2 = 3\text{A}$ 时， $I_1 = 5\text{A}$ 及 $U_1 = 0$ ；

当 $U_2 = -3V$ 及 $I_2 = 0$ 时, $I_1 = 9A$ 及 $U_1 = 6V$ 。

求: 当 $U_2 = 3V$ 及 $I_2 = 7A$ 时, $I_1 = ?$, $U_1 = ?$

(4) 当 $U_2 = 1V$ 及 $I_1 = 0$ 时, $U_1 = 6V$ 及 $I_2 = 5A$;

当 $U_2 = 0$ 及 $I_1 = 10A$ 时, $U_1 = 5V$ 及 $I_2 = 3A$ 。

求: 当 $U_2 = 1V$ 及 $I_1 = -1A$ 时, $U_1 = ?$, $I_2 = ?$

4. 试求图11-30所示电路的 Z 参数和 A 参数。它的 Y 参数是否存在?

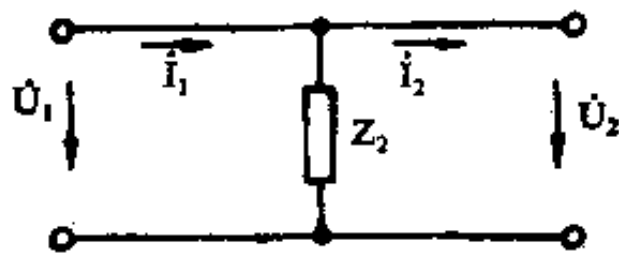


图11-30 题4图

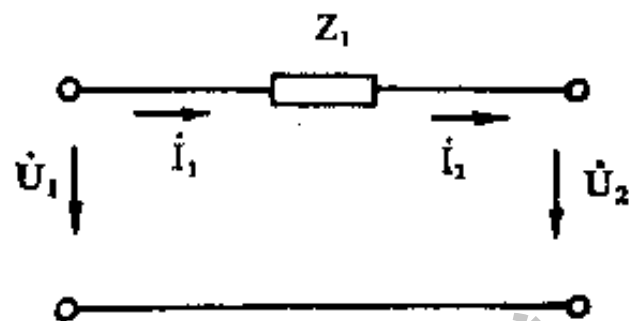


图11-31 题5图

5. 试求图11-31所示电路的 A 参数和 Y 参数。它的 Z 参数是否存在?

6. 试求图11-32所示电路的 Z 参数、 Y 参数和 A 参数。

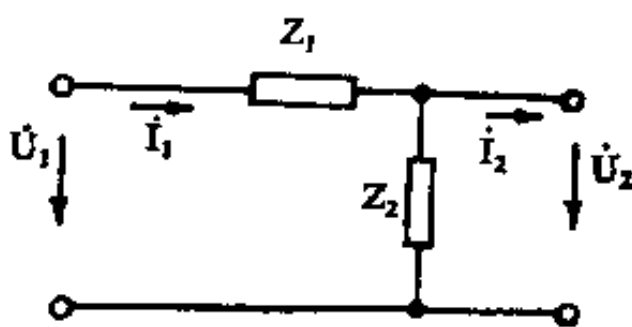


图11-32 题6图

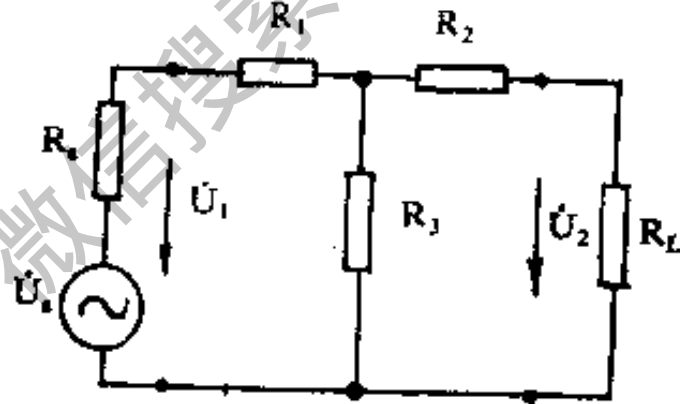


图11-33 题7图

7. 如图11-33所示电路, 已知 $R_1 = R_2 = 200\Omega$, $R_3 = 800\Omega$, $R_L = 600\Omega$, $R_S = 400\Omega$ 欧, 求该网络的输入阻抗和输出阻抗。

8. 如图11-34所示电路, 试求网络的开路电压传输函数, 画出其频率特性的大致变化规律。

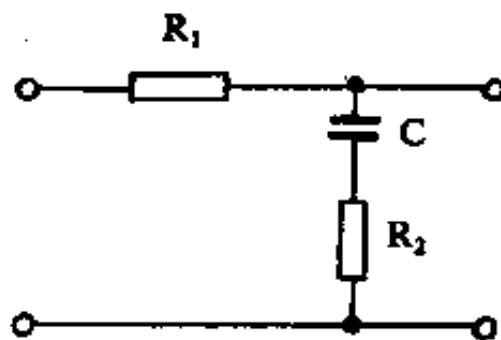


图11-34 题8图

第十二章 非正弦周期信号

前面讨论的正弦交流电路，电流和电压都是按正弦规律变化的，但是在许多场合下，电流和电压并不是正弦波。例如常见的方波和锯齿形波，如图12-1所示，它们仍按一定的周期重复，所以我们称这种信号为非正弦周期信号。

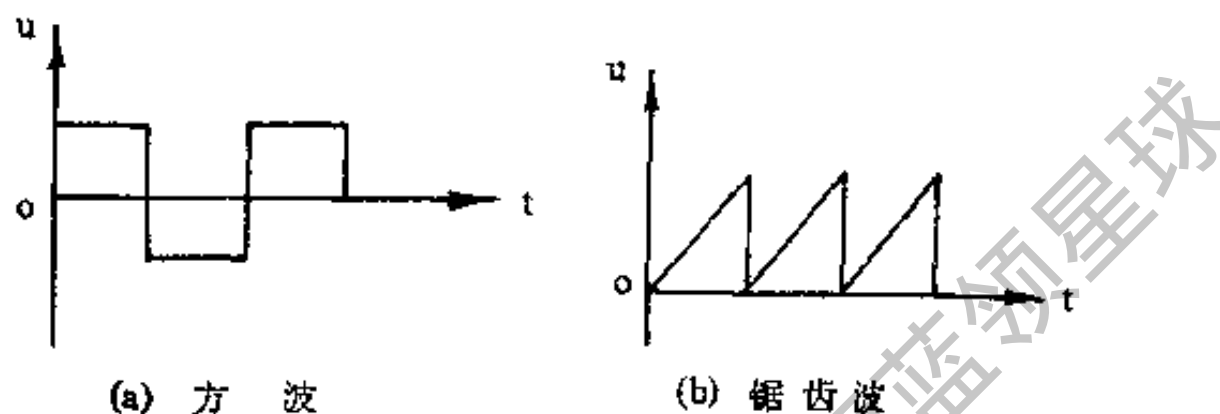


图12-1 方波和锯齿波

12.1 非正弦周期信号的产生

由于非正弦周期信号有着广泛的用途，所以有许多设备需要产生这类信号的发生器，如数字通信中的脉冲信号发生器，扫描电路中的锯齿波电压发生器等。在许多情况下，我们可以利用不同频率的正弦波相加来获得所需的非正弦周期信号，这说明非正弦周期信号，是由若干个不同频率的正弦波组成。这个问题后面还要讨论。

此外，电路中的非线性元件也可以使正弦电压源或电流源产生非正弦周期信号。例如图12-2的半波整流电路，加在整流电路输入端是正弦电压，由于整流二极管D的单向导电性，只有在正弦电压的正半周，二极管处于正向导通状态，电路中才有电流通过。在正弦电压负半周时，二极管处于反向截止状态，电路中无电流存在，因此输出端得到的电压波形不再是正弦波，而是非正弦周期信号。

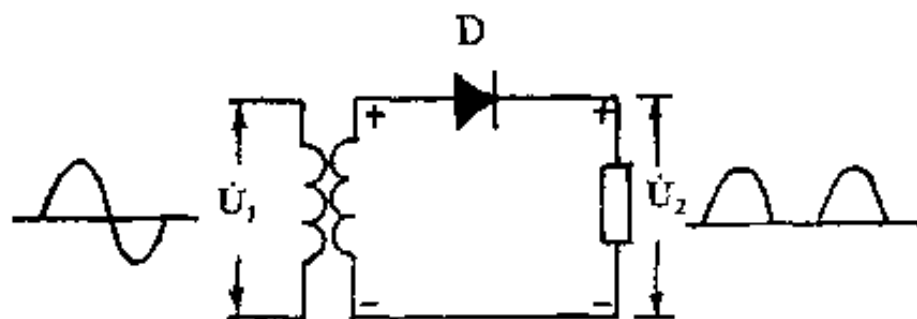


图12-2 半波整流电路

12.2 非正弦周期信号的谐波分析和频谱

非正弦周期信号有各自的变化规律，我们前面介绍的正弦电路的分析计算方法，不能直接用来解决非正弦周期信号的电路计算。如果能从非正弦周期信号的构成中，找到它们的变化规律，并弄清它们和正弦周期信号之间的固有关系，那么就可以把正弦电路的计算方法，引到非正弦周期信号的分析 and 计算中，使问题大大简化。要解决这个问题，就需将非正弦周期信号进行频谱分析，弄清它们是由哪些频率成分构成，以及各个频率分量所占的比例。理论和实验都发现，非正弦周期信号，可以被分解成以基频（非正弦周期信号原频率）和一系列基频整数倍频率成分的正弦信号，后者称谐频或谐波。

为了了解非正弦周期信号和它的谐波分量之间的关系，以便建立起谐波分析的概念，我们先来看一下，把两个不同频率的电压加起来是怎样的情况。设正弦电压 $u_1 = U_m \sin \omega t$ ，另一个正弦电压的振幅为 u_1 的三分之一，其频率为 u_1 的三倍，因此表示为 $u_3 = \frac{1}{3} U_m \sin 3\omega t$ 。现将这两个电压的瞬时值加起来，如图12-3所示。注意，这是在相同横坐标下，将 u_1 和 u_3 在纵坐标上的值逐点相加的结果，所以得到一个非正弦周期电压 u ，用式子表示，为：

$$u = U_m \sin \omega t + \frac{1}{3} U_m \sin 3\omega t$$

从图12-3看出，频率成整数倍的两个正弦波加起来就变成一个周期性的非正弦波。用两台正弦波发生器分别输出上述的 u_1 和 u_3 两个正弦波形的电压，然后将它们串联起来接到示波器上，就能观察到电压 u 的波形。

既然电压 u 是 u_1 与 u_3 加起来得到的，我们就可以将 u_1 与 u_3 看成是非正弦电压 u 的两个正弦成分，这两个正弦成分就是周期信号 u 的频率分量。当 u 变化了一周时， u_1 也变化了一周，故 u_1 是基本成分，称为基波。 u_3 的频率为基波的三倍，称为三次谐波。凡某一个谐波分量的频率是基波几倍，我们称它为几次谐波。

如果在上面的两个电压 u_1 和 u_3 的基础上再加一个 u_5 ，它的幅度为 u_1 的五分之一，且频率为 u_1 的五倍，即

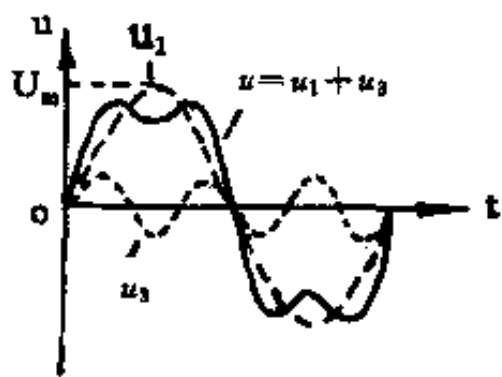


图12-3 由基波和三次谐波合成的非正弦波

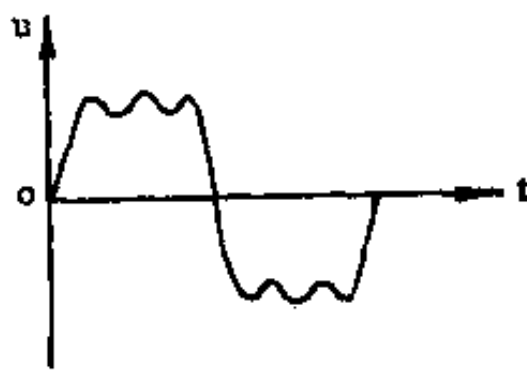


图12-4 由基波和三次、五次谐波合成的波形

$$u_5 = \frac{1}{5} U_m \sin 5\omega t$$

这时得到一个如图12-4所示的周期电压，仍以 u 表示，即：

$$u = U_m \sin \omega t + \frac{1}{3} U_m \sin 3\omega t + \frac{1}{5} U_m \sin 5\omega t$$

上式的最后一项为电压 u 的五次谐波分量。图12-3与图12-4相比，可以看出，含有五次谐波的 u 波形较含有三次谐波的 u 波形更近似矩形波。假如电压 u 中再包含一项七次谐波的话，则此时 u 波形与矩形波更加接近。

如果我们按此规律把更高频率的谐波考虑进去，就能得到一个较为理想的矩形波。因此，矩形波实际上就是由振幅按 $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \dots$ 规律递减，且频率为基波的1、3、5、……倍的一系列无限多的正弦谐波分量所合成的。可用下式表示：

$$u = U_m \sin \omega t + \frac{1}{3} U_m \sin 3\omega t + \frac{1}{5} U_m \sin 5\omega t + \frac{1}{7} U_m \sin 7\omega t + \dots \quad (12-1)$$

我们把式(12-1)称为图12-1(a)所示矩形波的谐波分量表示式。这个式子在数学上称为矩形波的傅里叶级数展开式，其中 $\omega = \frac{2\pi}{T}$ 为基波的角频率， T 为非正弦信号的周期。

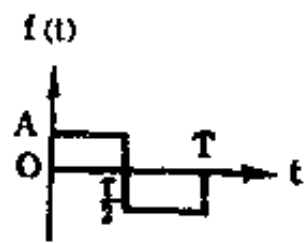
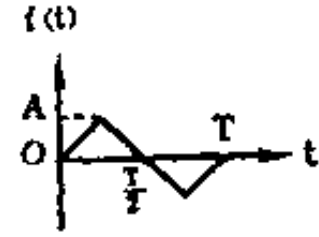
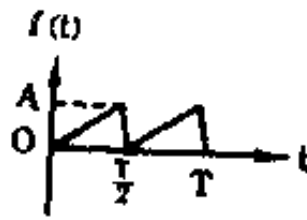
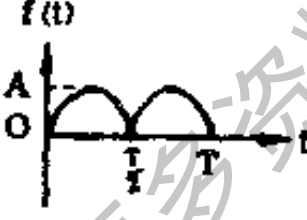
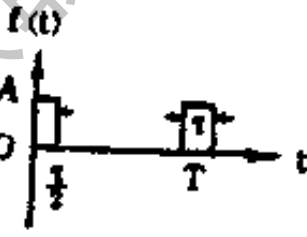
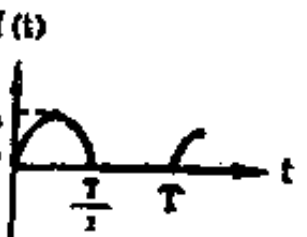
具有其它波形的周期信号，也是由一系列频率成整数倍的正弦谐波分量所合成的。对于不同的波形，它们的各次谐波分量之间在振幅和相位上所分别具有的差别也不一样。上面我们分析的矩形波各次谐波只是振幅和基波不一致，而初相角均为零，但其它波形的信号就不一定是这种情况。所谓谐波分析，就是对一个已知波形的信号，求出它所包含的各次谐波分量的振幅和初相角，这就可写出它的谐波分量表示式。

现将电信技术中常遇到的一些周期信号所具有的波形和谐波成分，列于表12-1，表中 $f(t)$ 代表电流或电压的瞬时值。对于谐波分析的具体方法及步骤，这里就不作介绍了。

非正弦周期信号虽然可以展开成傅里叶级数，但是看起来不够直观，也不一目了然。为了能够更直观地表示出一个非正弦周期信号中包含哪些频率分量，每一个分量的相对幅度有多大，常常采用频谱图表示法。

首先画一直角坐标，横轴表示频率或角频率，纵轴表示振幅。然后我们用一些长度与基波和各次谐波振幅大小相对应的线段，按频率高低顺序排列起来，如图12-5所示。这种代表各项谐波振幅大小的线段按频率高低依次排列起来的图形称为频谱图。图中每一条谱线代表基波或谐波分量，谱线高度代表这一谐波分量的振幅，谱线所在的横坐标位置代表这一谐波分量的频率（或角频率）。将各条谱线的顶点连起来的曲线（图中以虚线表示）常称为振幅包络线。从图中看出，这个信号包含了哪些谐波分量以及每个分量所占的“比重”，这种频谱称振幅频谱。

表 12-1

顺序	名称	波形	傅里叶级数展开式
1	矩形波		$f(t) = \frac{4A}{\pi} \left(\sin\omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \dots \right)$
2	等腰三角波		$f(t) = \frac{8A}{\pi^2} \left(\sin\omega t - \frac{1}{9} \sin 3\omega t + \frac{1}{25} \sin 5\omega t - \dots \right)$
3	锯齿波		$f(t) = \frac{A}{2} - \frac{A}{\pi} \left(\sin 2\omega t + \frac{1}{2} \sin 4\omega t + \frac{1}{3} \sin 6\omega t + \dots \right)$
4	正弦整流全波		$f(t) = \frac{4A}{\pi} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \cos 2\omega t - \frac{1}{15} \cos 4\omega t - \frac{1}{35} \cos 6\omega t - \dots \right)$
5	矩形脉冲		$f(t) = \frac{\tau A}{T} + \frac{2A}{\pi} \left(\sin \frac{\tau\pi}{T} \cos \omega t + \frac{1}{2} \sin \frac{2\tau\pi}{T} \cos 2\omega t + \frac{1}{3} \sin \frac{3\tau\pi}{T} \cos 3\omega t + \dots \right)$
6	正弦整流半波		$f(t) = \frac{2A}{\pi} \left(\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4} \sin \omega t - \frac{1}{3} \cos 2\omega t - \frac{1}{15} \cos 4\omega t - \dots \right)$

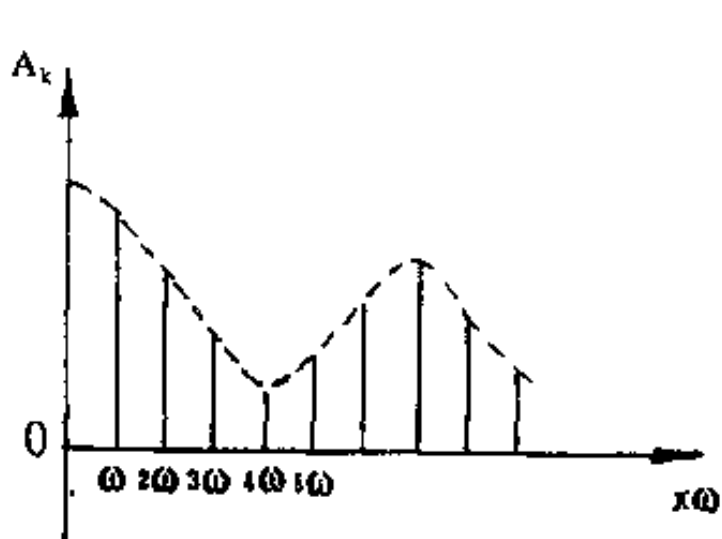


图12-5 振幅频谱图

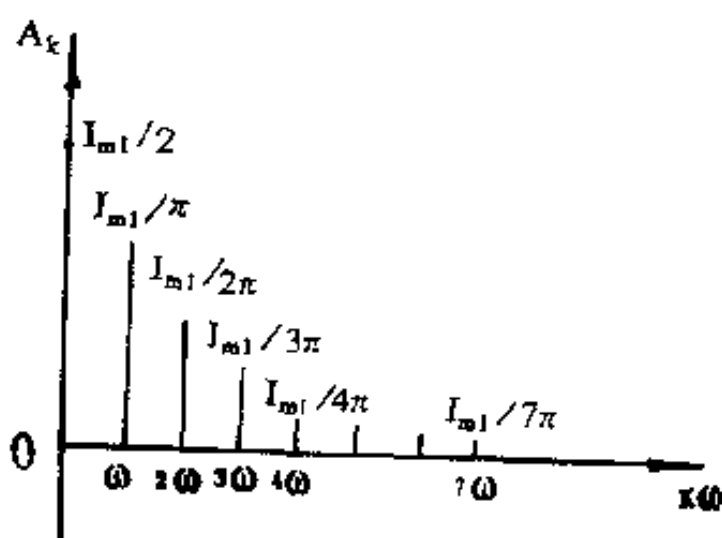


图12-6 锯齿波的频谱

例如，常见的锯齿波，其傅里叶级数展开式可见表12-1。它的频谱图可用图12-6表示。

12.3 波形和谐波成分的某些关系

谐波分析是根据已知的波形来进行的，周期信号的波形本身就决定了这个信号含有哪些频率的谐波以及这些谐波的幅度和相位。我们在实际问题中经常遇到不同波形的周期信号，有时不要求对它们进行谐波分析，但如果在某些特殊情况下，根据给出的波形用直观方法就能判断它含有哪些谐波成分，或哪些谐波成分相对比较明显，则会对研究问题带来很大方便。下面我们分析有关方面的规律。

一、波形的对称性与谐波成分的关系

波形所含有的谐波成分，按频率可分为两类，奇次谐波和偶次谐波。奇次谐波的频率为基波的奇数倍，偶次谐波的频率为基波的偶数倍。有些周期信号中还存在着一定的直流成分，可被看成为零频率的谐波分量，也属于偶次谐波。

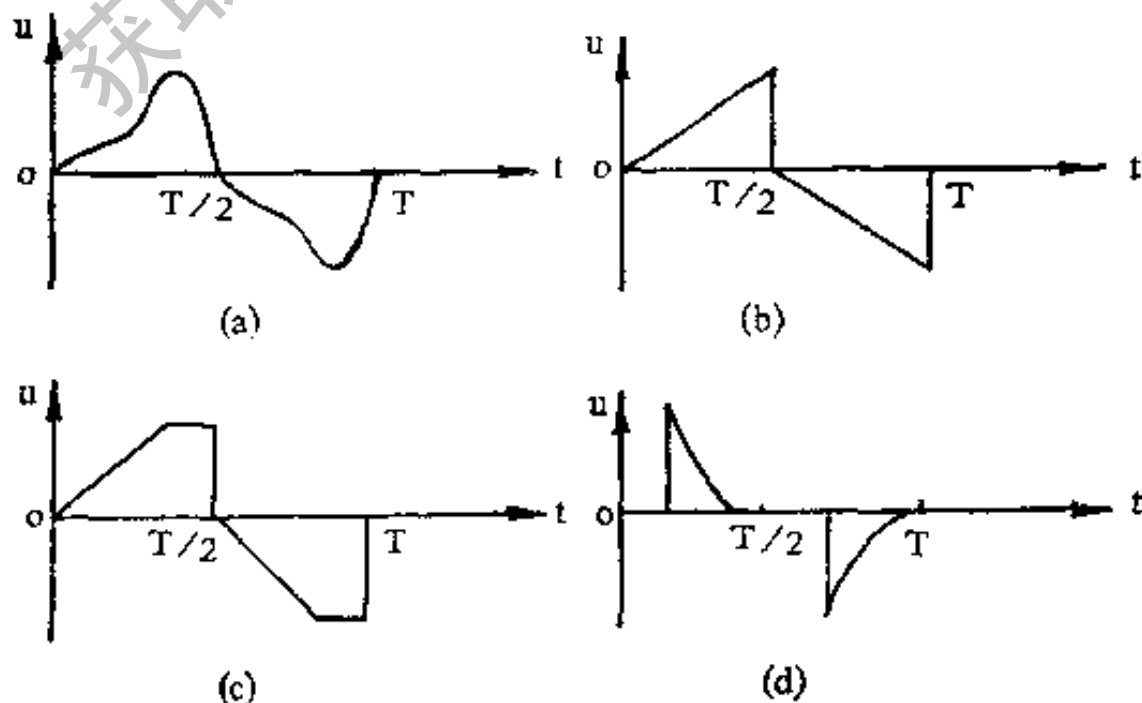


图12-7 具有奇次对称性的周期信号

我们从表12-1中可以发现,有些波形只有奇次谐波,有些只有偶次谐波,还有一些波形则奇、偶次两种谐波都有。首先看第一个矩形波和第二个等腰三角形波,这两个波形都只有奇次谐波,可以发现它们的共同点是波形的后半周期重复前半周期变化,但符号相反,波形具有的这种性质称为奇次对称性。如图12-7中所示的四个波形,都是具有奇次对称性的周期信号。实际分析指出,凡是奇次对称的信号,都只有基波及三次、五次、……奇次谐波,而不存在直流成分以及二次、四次、……偶次谐波。

再看表中第三个锯齿波和第四个正弦整流全波。这两个波形都只含偶次谐波,它们的共同之处是波形的后半周重复前半周的变化,且符号相同,波形所具有的这种性质称为偶次对称性。图12-8中所示的四个波形,均为偶次对称性的周期信号。与图12-7比较可看出,将有奇次对称的负半波反过来,即变成偶次对称性质的波形。也就是说,奇次对称信号经全波整流以后即变成偶次对称信号。

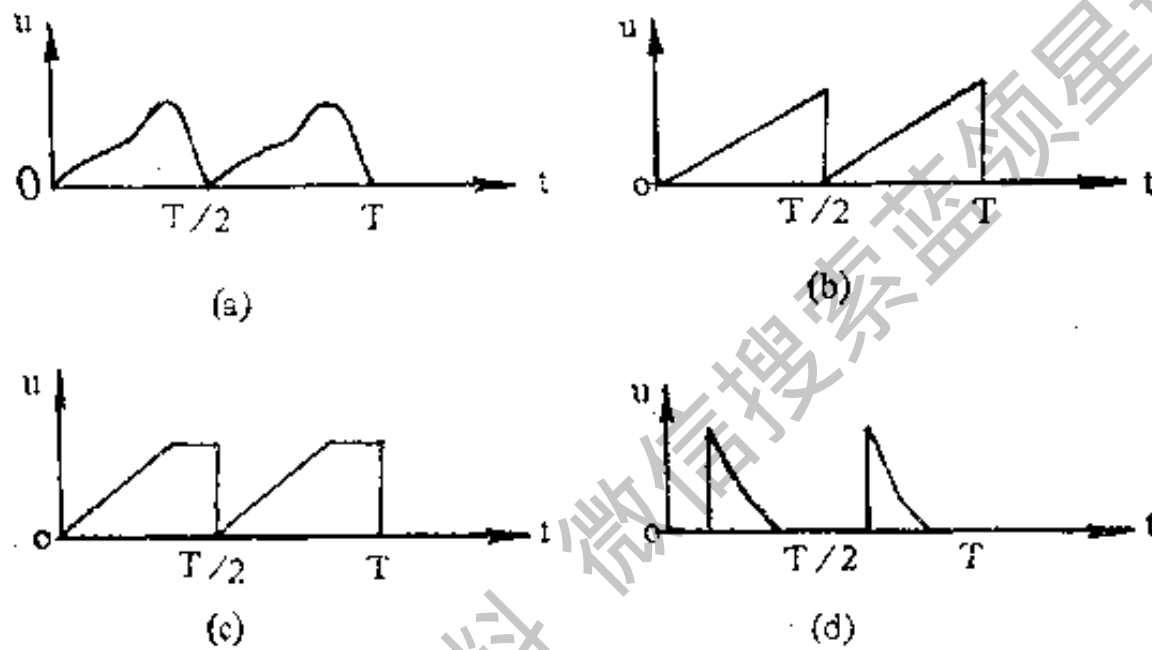


图12-8 具有偶次对称性的周期信号

与奇次对称相反,偶次对称的周期信号,包含有恒定的直流分量以及一系列的偶次谐波,而不具有基波、三次、五次、……奇次谐波成分。换句话说,偶次对称波形所包含的谐波成分是奇次对称波形所没有的,同时偶次对称波形不具有奇次对称波形所具有的谐波成分。

表12-1中最后两个波形不具有奇次或偶次对称性质,两个波形既有奇次谐波分量又有偶次谐波分量。

二、波形的平滑性与谐波成分的关系

从表12-1中还可看出,不同的波形,各次谐波分量之间幅度的比例也不同。如锯齿波的四次谐波振幅是二次谐波的 $\frac{1}{2}$,而正弦整流全波的四次谐波振幅只有二次谐波的 $\frac{1}{5}$ 。再比较一下,矩形波和等腰三角形波,它们各自谐波成分幅度之间的差别,矩形波的三次谐波振幅是基波的 $\frac{1}{3}$,五次谐波振幅是基波的 $\frac{1}{5}$,所以 n 次谐波振幅是基波的 $\frac{1}{n}$ 。但等腰三

角形波就不同了，它的三次谐波振幅是基波的 $\frac{1}{9}$ ，五次谐波振幅是基波的 $\frac{1}{25}$ ，故 n 次谐波振幅是基波的 $\frac{1}{n^2}$ 。这说明矩形波包含的谐波幅度比等腰三角形波明显些。

通过对大量的波形作具体分析之后，我们得出这样一个结论，波形所包含的某一频率的谐波幅度，相对地比较明显或不太明显，这个问题的实质是在于波形的平滑程度。

下面比较矩形波电压和等腰三角形波电压，可看出前者的平滑程度差些。因为矩形波电压在正负半周交界处，它的瞬时值突然从 $+A$ 变为 $-A$ ，这称为跳变。矩形波在一个周期内有两次这样的跳变。而等腰三角形波在半个周期内按直线规律从 $-A$ 上升为 $+A$ ，下半个周期以同样的速率从 $+A$ 下降至 $-A$ ，整个波形没有跳变。所以说它比矩形波平滑些，其高次谐波成分也相应要小些。

在实际测试中，如果从示波器上看到，某一波形变化比较缓慢，没有尖顶，也不出现突然的上升或下降，那么这波形就必定不会具有幅度较大的高次谐波。相反，如果观察到的波形，幅度变化大，或有些地方很尖，或有跳变之处，那么这波形中必定存在幅度较大的高次谐波分量。当然，要具体地测出各次谐波的大小，则需要通过专门的仪器。

下面从两个不同的方面来评价波形的平滑性。例如，要求输出直流电压或要求输出正弦信号的场合，高次谐波成为不利因素，要设法排除，这就要尽量提高输出波形的平滑程度。与此相反，在一些场合，我们希望得到一种极不平滑的波形，以便利用它所含有的大量不同频率的高次谐波成分。载波机中的谐波发生器就是一个例子。其原理简述如下：

为了将不同话路的话音信号加在不同的载波频率上，先要用振荡器来产生所需的载波频率。但每一话路设一个振荡器就很不经济，所以需要使用谐波振荡器。谐波振荡器是用一只振荡器来产生具有一定频率的正弦波。它通过非线性元件后，就变成了图12-9(a)所示的双向的周期尖顶窄脉冲。这些尖顶脉冲具有奇次对称性质，它们跳变的幅度很大，其持续时间又很短，因此平滑性很差，所以它必定存在不少振幅较大的奇次谐波。如将双向窄脉冲全波整流后，就变成图12-9(b)所示的单向窄脉冲。它具有偶次对称性质，因此它含有一系列丰富的偶次谐波。然后用滤波器将这些不同频率的谐波分开，即成为谐波发生器的输出信号。它们分别被用作一个话路的载波频率，这就节省了不少振荡器。

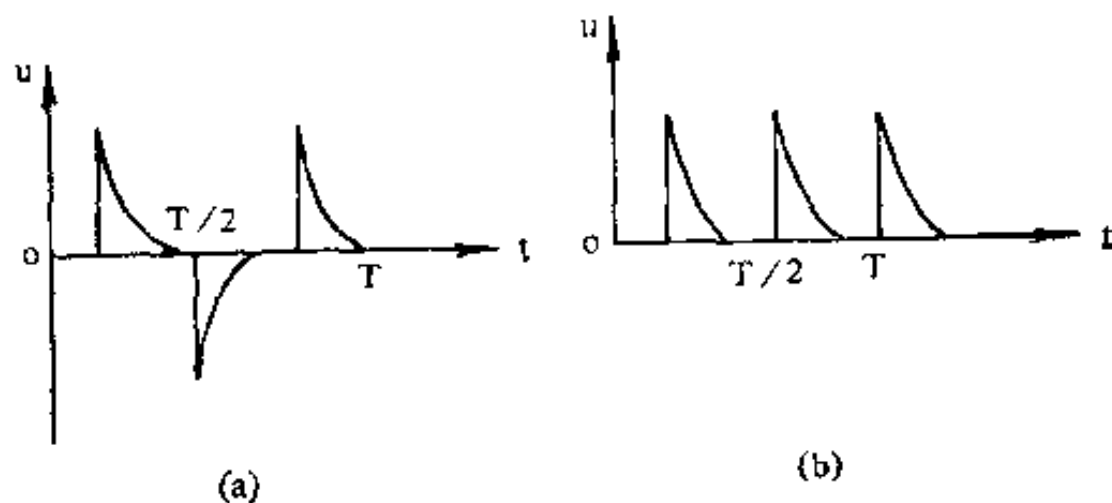


图12-9 具有丰富谐波成分的窄脉冲

12.4 非正弦周期信号作用下的线性电路

各种各样波形的非正弦周期信号看上去很复杂，但是，如果我们掌握了在一定的条件下，将非正弦周期信号转化为一系列正弦谐波分量的规律，再把这样的一个电源加在线性电路上，要计算电路中的电流就比较容易了。这是因为虽然整个周期信号是非正弦的，但它的谐波分量却是正弦的，因此对每一个谐波分量来说，前面正弦交流电路中所讲的方法（如符号法）仍旧适用。这样先求出各谐波分量在电路中分别产生的电流或电压，然后根据线性电路的叠加原理，求出总电流或总电压。非正弦周期信号对线性电路作用的结果，等于它的各次谐波对该线性电路所作用结果的总和。

具体计算时应掌握以下几点：

(1) 在计算直流分量时，遇到电容元件按开路处理，遇到电感元件按短路处理。

(2) 在计算某一谐波分量时，可以用矢量或复数进行计算。但应注意，电感及电容对不同频率的谐波表现不同的感抗及容抗。设基波的角频率为 ω_1 ，则电感 L 对 n 次谐波的感抗为 $n\omega_1 L$ ，而电容 C 对 n 次谐波的容抗则为 $\frac{1}{n\omega_1 C}$ 。由于感抗与频率成正比，而容抗与频率成反比，所以电感对 n 次谐波的感抗为基波感抗的 n 倍，而容抗却为基波容抗的 $\frac{1}{n}$ ，

这就说明，频率愈高的谐波愈不容易通过电感，但却愈容易通过电容器。

(3) 上述计算出的每一谐波分量的结果如果是用复数表示的，必须先将它化为瞬时值后才能叠加起来。不能把代表不同频率的复数直接进行加减，也不能把代表不同频率的矢量画在矢量图上进行加减。

下面通过两个例题来说明非正弦交流电路的计算方法。

[例12-1] 在电阻 $R = 2$ 千欧两端加一个矩形波电压 u ，如图12-10(a)所示。求通过电阻的电流，并画出电流的波形。

[解] 参照表12-1中第一个波形，这里 $A = 10$ 伏，故矩形波电压 u 可用谐波分量表示为：

$$u = \frac{40}{\pi} \left(\sin\omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \dots \right) \text{伏}$$

电阻 $R = 2$ 千欧，它对每一个谐波分量均不变，因此可用欧姆定律 $i = \frac{u}{R}$ 直接算出电流的瞬时值为：

$$\begin{aligned} i &= \frac{u}{R} = \frac{40}{2\pi} \times 10^{-3} \left(\sin\omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \dots \right) \text{安} \\ &= \frac{20}{\pi} \left(\sin\omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \dots \right) \text{毫安} \end{aligned}$$

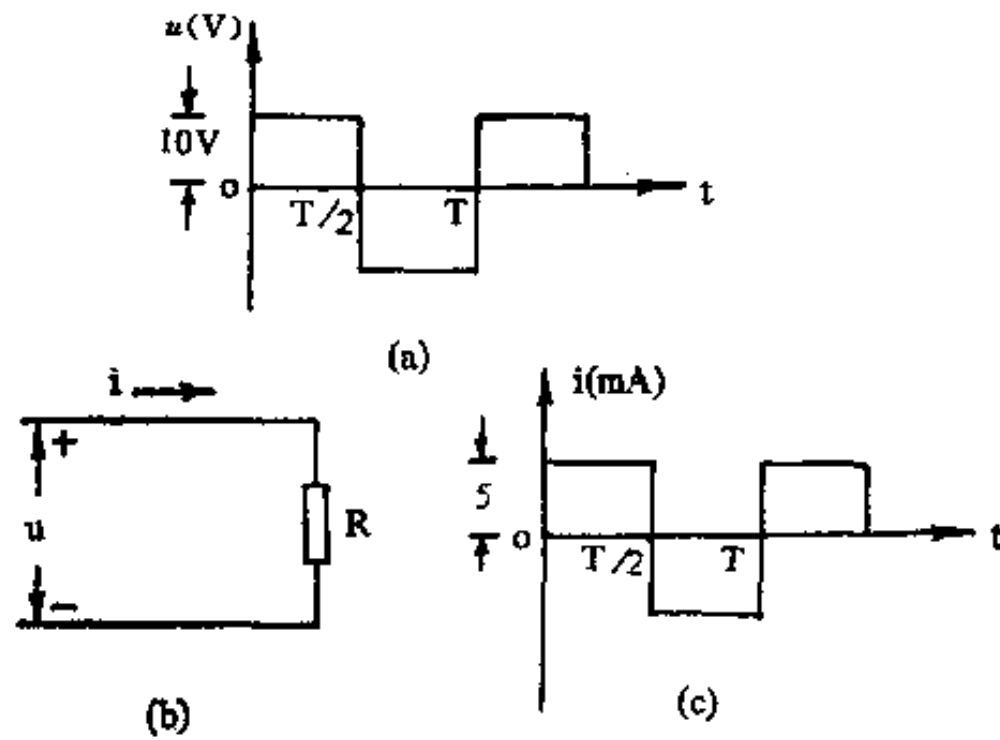


图12-10

从得到的电流的谐波表示式看出，电流也是方形波，其幅度为5毫安，它的波形表示于图(c)。从电阻元件的 $i = \frac{u}{R}$ 这一关系，就表明了电压与电流的瞬时值之间的正比例关系，这一关系也决定了电阻元件的电压与电流的波形必定是相同的。

〔例12-2〕 将一个矩形波电压加在电感 $L = 20$ 毫亨的两端，如图12-11(a) (b) 所示。已知周期 $T = 10$ 毫秒，矩形波电压的幅值为5伏，试求通过电感的电流，并画出电流的波形。

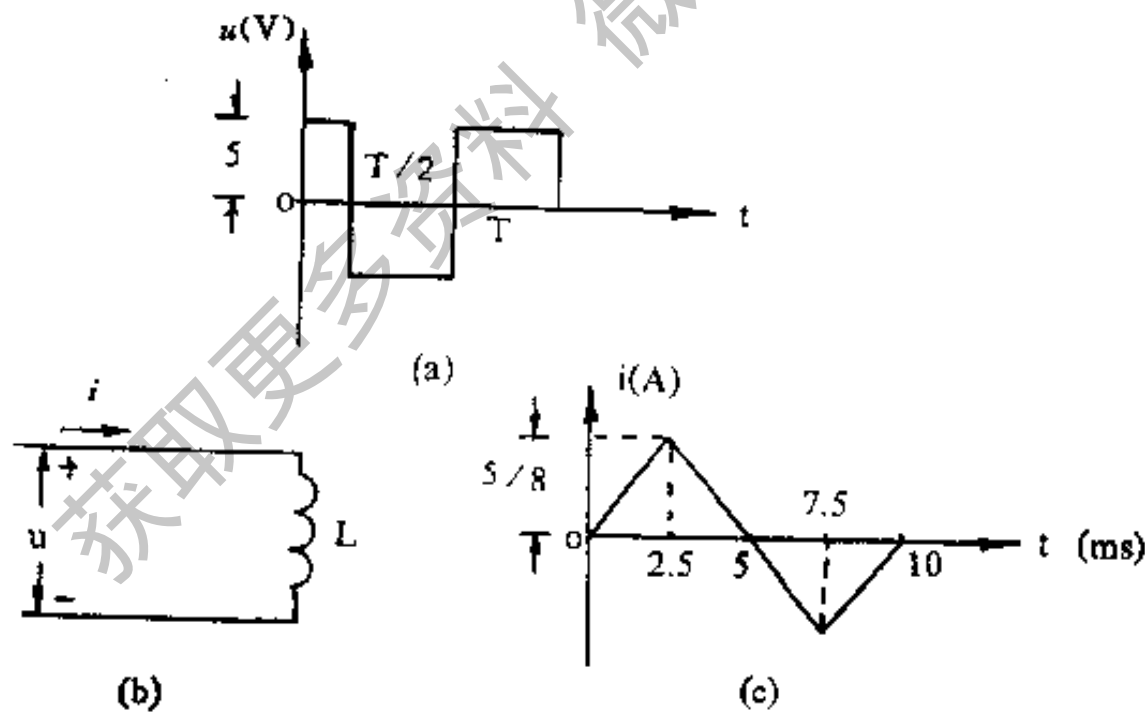


图12-11

〔解〕 图(a) 电压 u 的波形与表12-1中第一个波形比较，只是纵坐标向左移了 $\frac{T}{4}$ ，且 A 值为5伏，故谐波表示式可写为：

$$u = \frac{20}{\pi} \left[\sin \omega \left(t + \frac{T}{4} \right) + \frac{1}{3} \sin 3\omega \left(t + \frac{T}{4} \right) \right]$$

$$+ \frac{1}{5} \sin 5\omega \left(t + \frac{T}{4} \right) + \dots] \text{伏}$$

考虑到 $\omega = \frac{2\pi}{T}$, 以及三角公式 $\sin \left(a + \frac{\pi}{2} \right) = \cos a$,

$\sin \left(a + \frac{3}{2}\pi \right) = -\cos a$, 故上式又可表示为:

$$u = \frac{20}{\pi} \left(\cos \omega t - \frac{1}{3} \cos 3\omega t + \frac{1}{5} \cos 5\omega t - \dots \right) \text{伏}$$

下面我们对各次谐波分别进行计算, 先算基波, 其电压幅值可用复数表示为:

$$\dot{U}_{n1} = j \frac{20}{\pi} \text{伏}$$

电感 L 对基波的复数阻抗:

$$Z_1 = j\omega L = j \frac{2\pi L}{T}$$

因此电流基波幅度的复数为:

$$\dot{I}_{n1} = \frac{\dot{U}_{n1}}{Z_1} = \frac{j \frac{20}{\pi}}{j \frac{2\pi L}{T}} = \frac{10T}{\pi^2 L} = \frac{10 \times 10}{\pi^2 \times 20} = \frac{5}{\pi^2} \text{安}$$

三次谐波电压幅值可用复数表示为:

$$\dot{U}_{n3} = -j \frac{20}{3\pi} \text{伏}$$

电感 L 对三次谐波的复数阻抗为:

$$Z_3 = j3\omega L = j \frac{6\pi L}{T}$$

因此电流三次谐波幅度的复数为:

$$\dot{I}_{n3} = \frac{\dot{U}_{n3}}{Z_3} = \frac{-j \frac{20}{3\pi}}{j \frac{6\pi L}{T}} = -\frac{10T}{9\pi^2 L} = -\frac{5}{9\pi^2} \text{安}$$

用同样的方法, 可算出电流五次谐波幅度的复数为: $\dot{I}_{n5} = \frac{5}{25\pi^2}$ 安, 以及更高频率的谐波。

这些电流谐波初相均为零, 将它们用瞬时值表示之后叠加起来, 就得到电感中电流的谐波分量表示式为:

$$i = \frac{5}{\pi^2} \left(\sin\omega t - \frac{1}{9} \sin 3\omega t + \frac{1}{25} \sin 5\omega t - \dots \right) \text{安}$$

参照表12-1可看出，它是一个三角形波，这里的 $A = \frac{5}{8}$ 安，就是电流的峰值，其波形如图(c)所示。

本例说明在非正弦周期信号作用下，电感两端的电压与其中的电流有不同的波形。这是因为电感对不同的谐波有不同的感抗，谐波频率愈高感抗愈大，因此电感中电流的高次谐波幅度会相应减小。也就是说，电感中电流的波形总是要比电压平滑些。

从上面例题可以看出，在具有电抗元件的电路中，电路对非正弦周期信号各次谐波所呈现的阻抗是不同的，所以即使在各次谐波电压大小相等的情况下，各次谐波的电流也是不相同的。我们就是根据这一性质，可以组成两种滤波电路。

图12-12(a)所示的电路为 π 形低通滤波器。 C_1 和 C_2 对信号的高次谐波有很大分流作用， L 对高次谐波呈现阻抗较大，所以通过负载 R_L 的电流主要是直流和低次谐波成分。反之，图12-12(b)所示的电路为 π 形高通滤波器， L_1 和 L_2 对信号直流和低次谐波近似短路， C 可以阻碍低次谐波电流通过负载，这样 R_L 上的电流主要为高次谐波。

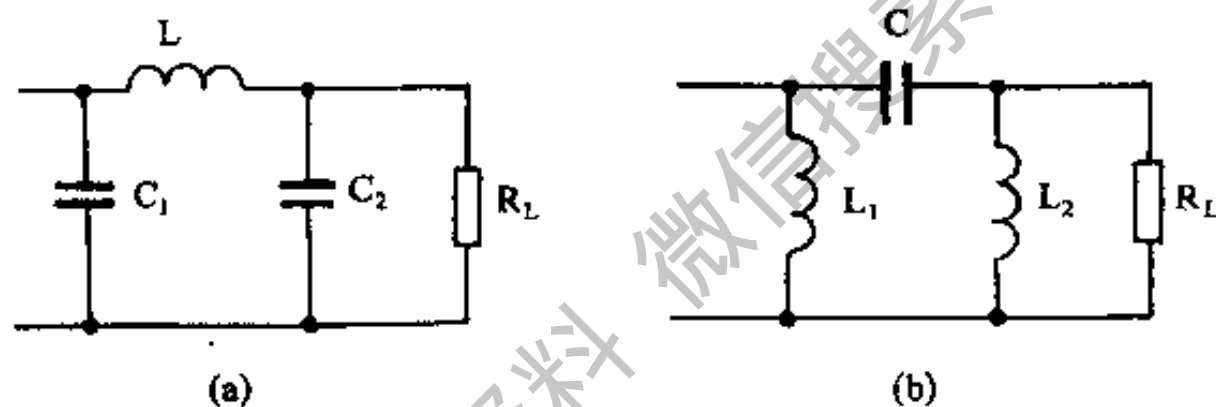


图12-12 常用的 π 形滤波器

12.5 非正弦周期信号的有效值和功率

一、有效值

非正弦周期电流的有效值与正弦电流有效值的定义相同，即一个非正弦周期电流流经电阻 R 时，电阻消耗的功率，如果和一个直流电流 I 流经同一电阻 R 时，所消耗的功率相同，那么该直流电流的数值 I 就称为非正弦周期电流的有效值。电压有效值的定义也与此相同。

如果电流 i 和电压 u 的各次谐波都已知，假设为：

$$i = I_0 + \sqrt{2} I_1 \sin(\omega t + \alpha_1) + \sqrt{2} I_2 \sin(2\omega t + \alpha_2) + \dots$$

$$u = U_0 + \sqrt{2} U_1 \sin(\omega t + \beta_1) + \sqrt{2} U_2 \sin(2\omega t + \beta_2) + \dots$$

其中， I_0 、 U_0 为直流分量， I_1 、 U_1 、 I_2 、 U_2 ……为各次谐波的有效值。那么电流和电压的有效值可根据数学推导为：

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots} \quad (\text{安})$$

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots} \quad (\text{伏})$$

即非正弦周期电流和电压的有效值等于各次谐波有效值的平方和开方。

二、平均功率

非正弦信号通过负载时，负载要消耗功率，此功率与非正弦电压和电流的各次谐波有关。理论计算证明：只有同频率的电压和电流谐波分量（包括直流电压和直流电流）才有平均功率。不同频率的电压和电流不产生平均功率。例如在图12-13中，将总电压 u 和总电流 i 分解成谐波以后，那么电路消耗的平均功率 P 应为：

$$P = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_2 I_2 \cos \varphi_2 + \dots \quad (\text{瓦})$$

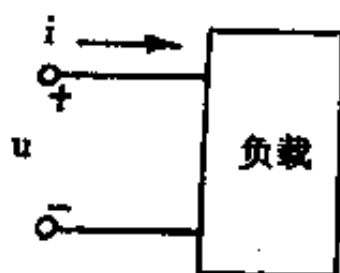


图12-13

其中， φ_1 、 φ_2 ……为各次谐波电压与电流的相位差。从上式可以看到，除 $U_0 I_0$ 这项以外，每一项都代表同频率的谐波电压与谐波电流所产生的平均功率，它的计算方法和正弦交流电路中所用的完全一致。因此，总的平均功率就是各次谐波所产生的平均功率之和。

〔例12-3〕 已知图12-13中的 u 和 i 的谐波表示式为：

$$u = [50 + 85\sin(\omega t + 30^\circ) + 56.6\sin(2\omega t + 10^\circ)] \text{伏}$$

$$i = [1 + 0.707\sin(\omega t - 20^\circ) + 0.424\sin(2\omega t + 50^\circ)] \text{安}$$

求电压、电流的有效值及电路所消耗的功率。

〔解〕电压和电流的有效值应为振幅的 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 倍，故分别算出电压、电流各次谐波的有效值为：

$$U_1 = 85 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 60 \text{伏}$$

$$U_2 = 56.6 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 40 \text{伏}$$

$$I_1 = 0.707 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.5 \text{安}$$

$$I_2 = 0.424 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.3 \text{安}$$

总电压有效值为：

$$U = \sqrt{50^2 + 60^2 + 40^2} = 88 \text{伏}$$

总电流有效值为：

$$I = \sqrt{1^2 + 0.5^2 + 0.3^2} = 1.16 \text{安}$$

电路消耗的功率为:

$$P = 50 \times 1 + 60 \times 0.5 \cos(30^\circ + 20^\circ) + 40 \times 0.3 \cos(10^\circ - 50^\circ) = 78.5 \text{瓦}$$

习 题

1. 已知正弦全波整流的 $I_m = 1$ 安, 求直流分量 I_0 和一次、二次、三次、四次谐波的最大值。
2. 已知表12-1中的锯齿波电流 $I_m = 10$ 安, 求直流分量和一次、二次、三次、四次谐波的最大值。
3. 已知感性负载在基波时的复数阻抗 $Z = R + jX_L = 30 + j20$ 欧, 试求三次和五次谐波时, 负载阻抗各为多少?

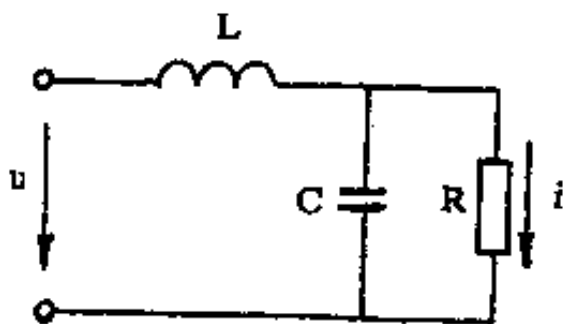


图 12-14 题 4 图

4. 一滤波器如图 12-14 所示, 设负载 $R = 1000$ 欧, $C = 30$ 微法, $L = 10$ 亨, 外加电压 $u = 160 + 250 \sin \omega t$ 伏, 基波频率为 50 赫, 试求 R 中的电流?

5. 某电压 $u = 30 + 60 \sin 314t$ 伏, 接在一由 $R = 8$ 欧, $L = 12.7$ 毫亨串联的电路, 求电流有效值和电路中所消耗的功率。

6. 有一 $R = 8$ 欧和 $L = 1.5$ 亨的串联电路, 接在电压有效值为 220 伏、基波频率为 50 赫的非正弦电压上。电压波形中没有偶次谐波, 各次奇次谐波的有效值为 $U_3 = 0.4U_1$ 、 $U_5 = 0.2U_1$ 、 $U_7 = 0.05U_1$, 七次以上的谐波忽略不计, 试求电流有效值和电路的功率。

第十三章 电路中的过渡过程

到目前为止，我们所讨论的电路中，电流和电压都认为是已经达到稳定状态，也就是说相当于电路接通后很长时间以后的状态。但是，实际上并不完全是这样，在电路刚刚接通，直到稳定状态，其间存在一个过渡过程。推而广之，除了电路开关的开闭外，像电源电压突然改变，电路参数突然改变等统称换路，都存在上述的过渡过程。那么电路各处电流和电压是怎样相应地改变到新状态，这就是本章所讨论的问题。

电路中过渡过程实际有效时间一般是极短促的，因此也被称为瞬态或暂态过程。但是，其效果则是不容忽视的。一方面，过渡过程中可能出现超过稳定状态应有的电压或电流，因而可能击穿或烧坏设备。另一方面，在电信、控制及计算等方面广泛应用的脉冲技术中，其电路大多始终工作于过渡状态下，成为主要的工作依据。因此，本章所讨论的主要问题是：

1. 在 RC 、 RL 及 RLC 等基本而应用最广泛的电路中的过渡过程，亦即在此期间内电流和电压随时间的变化规律。

2. 简单求解过渡过程的数学方法。

13.1 电容、电感在换路时的情况

一、换路动作举例

图13-1是两个换路动作的例子。图(a)中 J 是继电器， j 为它控制的接点，当 J 释放时 j 断开，电源 E 通过电阻 R 给电容器 C 充电； J 吸合则 j 闭合， C 通过电阻 R_1 放电。接点 j 的断开或闭合都使 R_1 、 C 及 R 组成的电路发生了换路。

图(b)中接点 j 的开闭也起着换路作用。 j 断开时，电容器 C 被充电到 R_2 两端的电压， j 一旦闭合， R_2 两端电压将要升高，电容器将在原有电压上再继续再充电到新的电压值。

总之，电路发生换路后，电路中的电流和电压都将从原来的状态变成换路后的新状态。在含有电容或电感等储能元件的电路中，这种状态的改变不是立即达到的，而是经过一个过渡过程，下面分别说明这个过渡过程产生的物理原因。

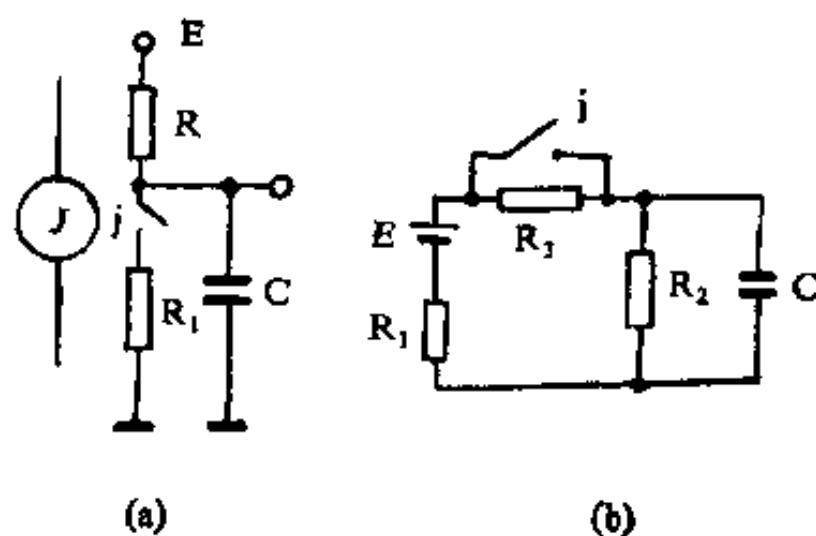


图13-1 换路动作的例子

二、电容器在换路时的作用

我们知道，一个电容器两端电压的建立是由于电荷充入电容器的结果。电荷不断地充入，电压就与电荷成正比地增加，电荷的积累必须依靠电流通过导线在一定的时间内陆续增加起来。因此，给原来没有电荷的电容器充电，电荷和电压都必然是从零开始连续地增加起来，一般不会出现不占用时间的突然改变，即跳变。当然，增加的速度可能有快慢之差，这要根据电路的具体参数来决定。

如果电容器原来已充有一定量的电荷，继续充电或放电，例如图13-1(b)的接点接通或断开，电荷及电压也必须是自原有的数量开始连续地增加或减少，也不会跳变。

这个规律概括地说就是，在换路瞬间，如果电容电流为有限值，则电容器上的电压不能跳变。但电容器中的电流是可能跳变的。

根据这个规律，一个没有充电的电容器 C ，接进图13-2(a)的电路中，当 K 刚刚闭合的瞬间， C 的端电压等于零。根据回路电压定律， R 上的电压就等于电源电压 E ，这时电路中的电流用 $i(0)$ 表示为

$$i(0) = \frac{E}{R}$$

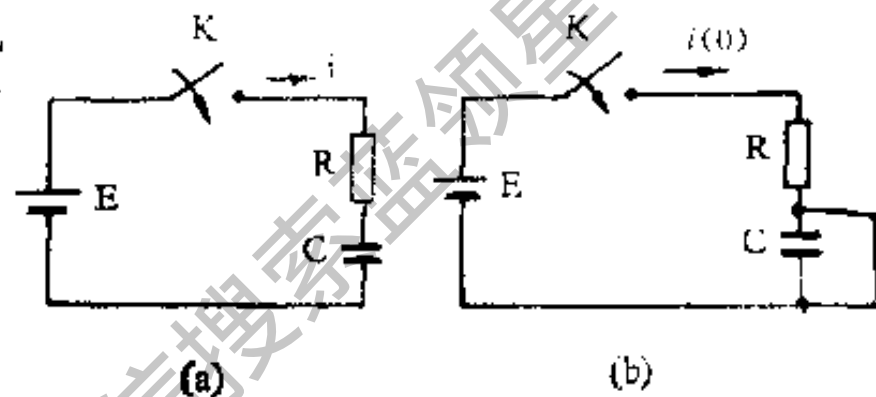


图13-2 电容器充电过程

这个瞬间从电路产生电流的观点来看，就像是 C 被短路掉，如图13-2(b)的情形一样。所以可以说，没充电的电容器，在刚刚接通电源的瞬间相当于短路状态。

但是随着时间的推移， C 上逐渐建立起来的电压（用 U_c 表示）不断增高，显然电路电流：

$$i = \frac{E - U_c}{R}$$

必然随着 U_c 的增高而不断减小，直到电容器上的电压充到 E 时，电流就终止。这时电容器在电路中又相当于断开状态。

三、加速电容器及二极管防护电路

电容器的上述性能常被用于加快继电器或晶体管开关的动作之用。

图13-3(a)中 J 为一个继电器，假设正常的工作电压为18伏，为了使继电器吸起的时间缩短，可用加大工作电压以加大电流的方法来实现。但是吸起之后，电流过大又会产生线圈发热及加大剩磁等缺点。通过分析，可以找到若干解决的方法，下面介绍一种方法如图(a)所示，就是在电阻 R 两端并联一只电容器，此电容称加速电容器。

例如用22伏电压经过 RC 并联电路加到继电器 J 上，电路刚接通时，电容 C 相当于短路，22伏全部加在继电器 J 上，使之快速吸起。经过一段时间，电容器充完电后，处于断开状态，这时电压经过电阻 R 降低4伏，使继电器工作电压仍保持在正常值18伏。

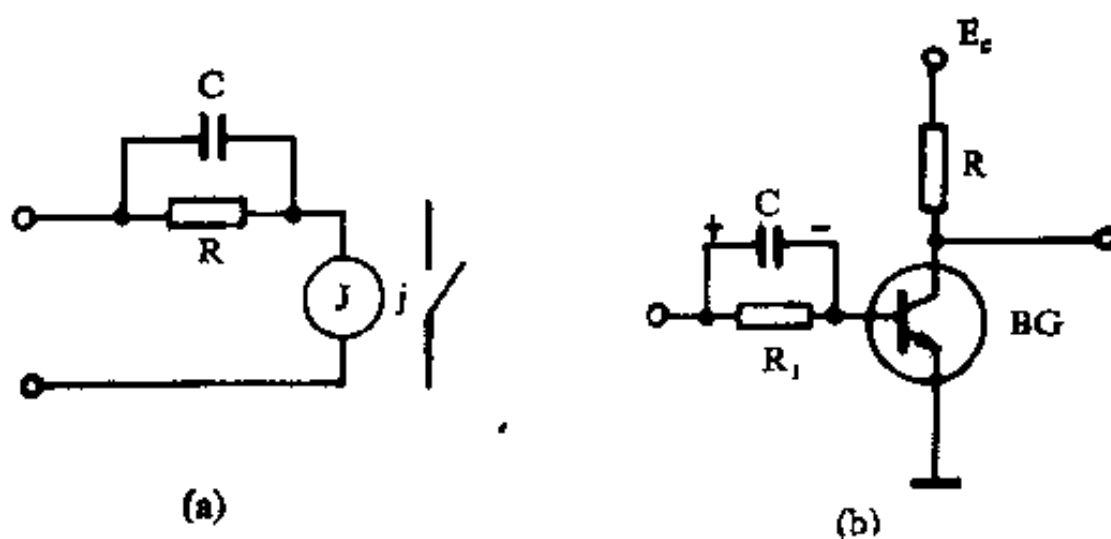


图13-3 电容器的加速作用

晶体管开关也同样可以用电容器加速，如图13-3(b)所示。此时，充电后的电容器又可以反过来在晶体管开关关断时加大晶体管的关断电压，即加速关断动作。

在图13-4电路中，当K突然断开时，变压器次级的电感L可能产生超过二极管D的反向击穿电压的瞬时高电压，从而使二极管击穿。如果在二极管D两端并联一个电容器C，由于它两端电压不会跳变，上述的瞬时高电压就不会加到D上，而转加到电路其它电阻上，这个电容叫二极管的保护电容。在实际电路中，还要有一个不大的电阻与电容串联，来防止振荡，并可调节电容器的放电电流。这就是利用电容器的换路特性来保护晶体管的例子。

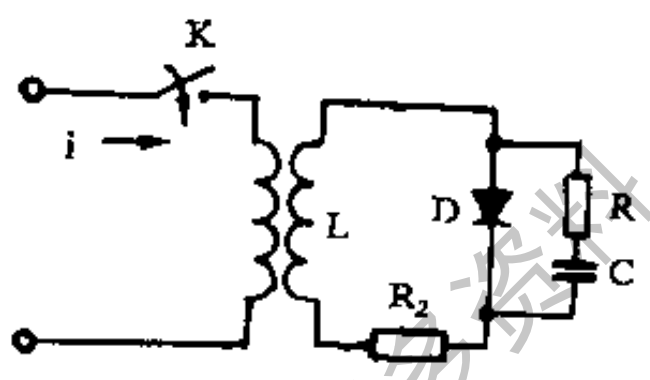


图13-4 晶体管保护电路

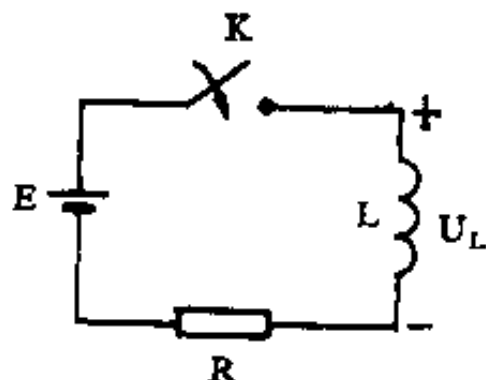


图13-5 电感在换路时的作用

四、电感在换路时的作用

图13-5中，具有电感L的线圈在有电流流通瞬间，因为有了电流的变化，自然会产生自感电压。由于自感电压的作用，就不可能使得电流一下子达到稳定值 $I = \frac{E}{R}$ 。这是因为自感电压与电流的变化率成正比，即：

$$U_L = L \frac{di}{dt}$$

如果电流建立的时间为零，那么 $\frac{di}{dt}$ 为无穷大，将产生无穷大的自感电压，这显然是不可能的，正是这个原因，电磁继电器线圈的电流不能突然达到稳态值，继电器多少都具有缓动作用。

同样道理，电感中的电流也不会跳变消失。这个原理也可以用来解释电感电路断开

时, 开关接点上会发生电弧的原因。

就纯电感而言, 刚刚接通电源瞬间, 因为换路瞬间电流等于零, 因此相当于电路断开; 达到稳定状态后, 在直流情况下, 由于电流不再变化, 电感不会产生感抗, 它相当于短路线。这和电容的作用正好相反。

综上所述, 电容的端电压和电感中的电流都不能跳变, 而只能连续地变化的自然规律, 被称为换路定律或开闭定律。利用这个定律, 可以直接判断在换路瞬间, 电路中一些元件上的电压及一些支路中的电流。

13.2 RC电路的过渡过程

一、RC电路在直流电压作用下的过渡过程

1. RC电路的充电电流

我们首先通过一个实验来观察RC串联电路接通直流电压 E 后, 电路中电流的变化过程, 如图13-6(a)所示。设 $E=100$ 伏, $R=1$ 兆欧, $C=50$ 微法。从K接通的瞬间开始, 从微安表上观测到电流的变化, 记录如表13-1所示。根据记录画成曲线, 可见图13-6(b), 图中横坐标 t 代表时间, 纵坐标 i_c 代表电容器充电电流。

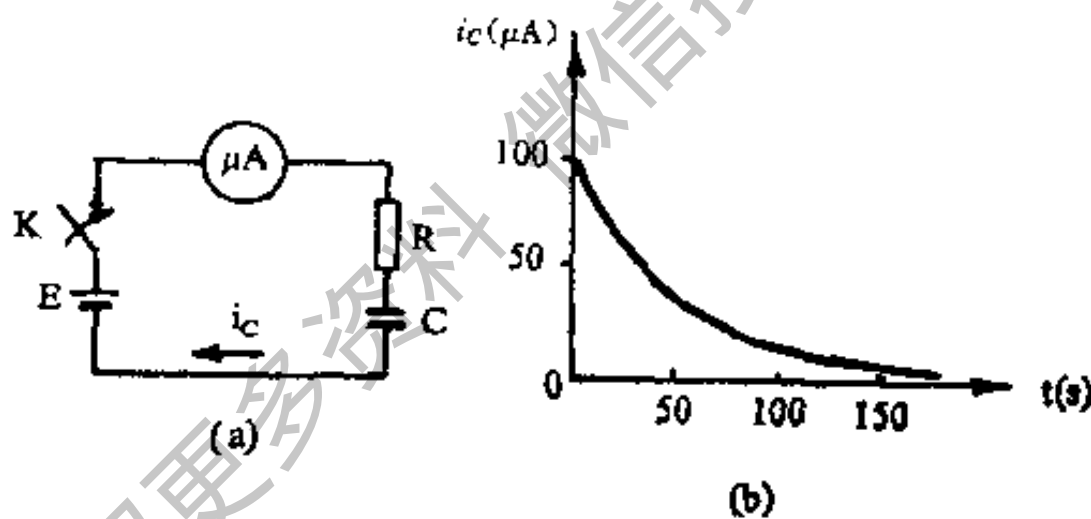


图13-6 RC电路的充电过程

表 13-1

时 间 (s)	0	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	120	150	200	250	500	1000
电 流 (μA)	100	90.5	81.9	67.0	54.9	44.9	36.8	30.1	24.6	20.2	16.5	13.6	9.05	4.96	1.83	0.67	0.45	0.203

充电电流的变化规律可以作如下解释: 当K闭合时, 电容器 C 上没有电荷, 可看作短路, 电路中电流为 $\frac{E}{R}$ 。由于充电电流比较大, 电容器两端电压上升也比较快, 随着电容器电压的上升, 充电电流逐渐减小, 电压上升的速率减慢, 所以电流下降速率也减慢, 最后逐渐趋近于零。

图13-6(b)的曲线可以用 i_c 随时间变化的函数式表示, 经数学推导证明, 曲线的函数式是一个指数函数式, 即:

$$i_c = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \quad (13-1)$$

将已知数代入上式，得：

$$i_c = 100 e^{-\frac{t}{50}}$$

式 (13-1) 中， $RC = \tau$ ，称为时间常数。它反映了 RC 电路电容器充电电流速率的快慢。

当 $t = 0$	$i_c(0) = 100$ 微安
$t = RC = 50$ 秒	$i_c(50) = 36.8$ 微安
$t = 2RC = 100$ 秒	$i_c(100) = 13.6$ 微安
$t = 3RC = 150$ 秒	$i_c(150) = 4.96$ 微安

从以上分析可知，当时间为 3 倍 RC 时，充电电流将下降到最大值的 5% 左右，接近于零。

2. RC 电路中电容器的充电电压

在图 13-6(a) 的 RC 电路接通直流电压的过程中，与充电电流 i_c 的过渡过程的同时，电阻 R 和电容 C 的端电压必然随之变化，形成它们各自的过渡过程。现将电路重绘于图 13-7 中。

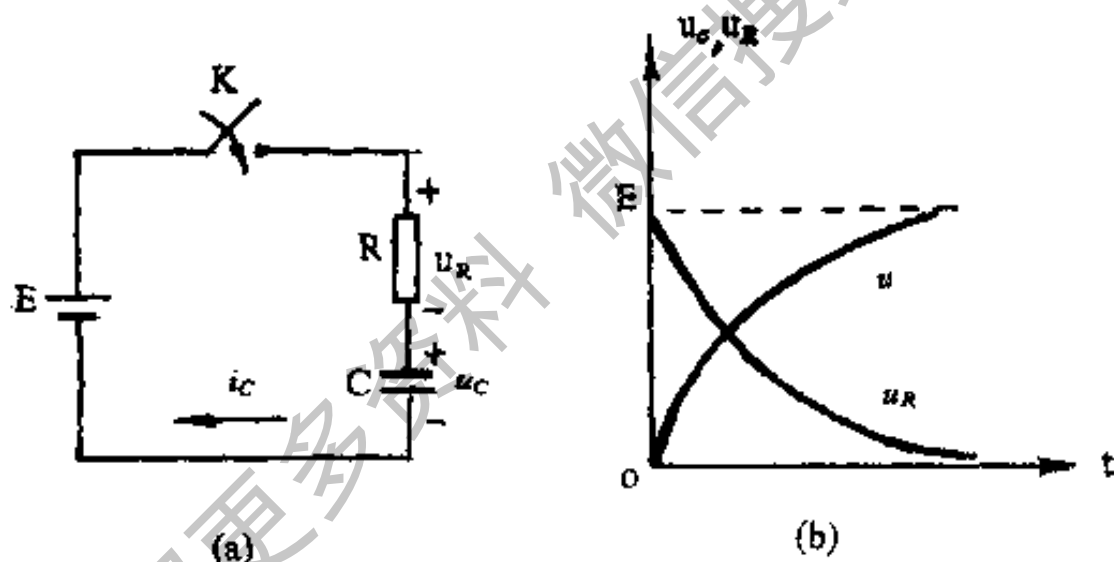


图 13-7 RC 电路中电压的变化规律

电阻 R 两端的电压：

$$U_R = R i_c = E e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (13-2)$$

它和电流 i_c 按同一指数规律，由初始值 E 逐渐减小到零。

根据回路电压定律，任何瞬间，充电回路中各部分电压之间应符合下列关系，即：

$$E = U_R + U_c$$

故电容器两端的电压 U_c 为：

$$U_c = E - U_R = E - E e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\text{所以 } U_c = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad (13-3)$$

U_c 的变化过程是自其初始值 $U_c(0) = 0$ ，按指数规律逐渐增大到其终了值，即等于外加电压 E 。 U_R 和 U_c 的变化曲线如图13-7(b)所示。

3. 电容器通过电阻放电

在电容器充电至电压 E 后，电路接通如图13-8(a)所示。当K闭合时，电容器就通过电阻 R 放电。

实际观测和数学论证都可证明，电路中电流 i_c 、电阻两端电压 u_R 及电容 u_c 在过渡过程中，仍然都是按指数规律变化的，其函数式为：

$$\left. \begin{aligned} i_c &= \frac{E}{R} e^{-t/\tau} \\ u_R &= E e^{-t/\tau} \\ u_c &= E(1 - e^{-t/\tau}) \end{aligned} \right\} \quad (13-4)$$

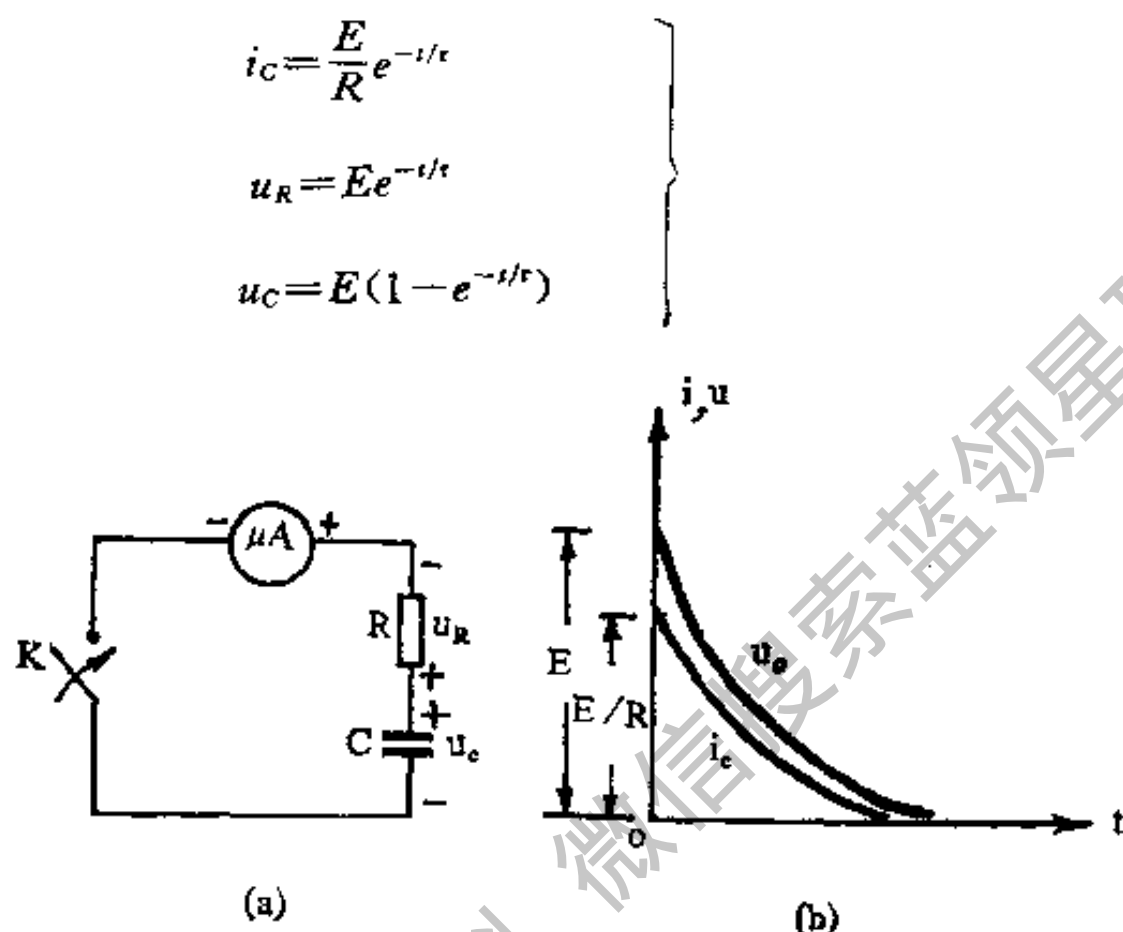


图13-8 RC电路的放电过程

二、时间常数

前面已提到充电或放电回路的 RC 乘积称为时间常数，用 τ 表示。 RC 电路的电压、电流的过渡过程均按指数规律随时间 t 变化，但是它们的变化速率却和 τ 有关。图13-9中给出了两个时间常数不同的电路，电容器自同一初始值 E 按指数规律减小到最终值零的速率不同， $\tau_1 > \tau_2$ 即 U_{c1} 比 U_{c2} 下降速率慢。例如经过 t_1 秒， U_{c2} 减小到 E 的 $\frac{1}{6}$ ，而 U_{c1} 仅减小到 E 的 $\frac{1}{2}$ 。这是因为 $R_1 C_1 > R_2 C_2$ ，电容愈大，充到同一电压 E 电容器上所积累的电荷也愈多，同时由于 R 愈大，放电电流就愈小，放出同样数量的电荷所需的时间也较长，因此， RC 放电速率的快慢取决于 R 与 C 两者的大小，即决定于 RC 的乘积。 RC 愈大，放电就愈慢； RC 愈小，放电就愈快。

图13-10表示两个 RC 值完全相同的电路，分别加以电源电压 E_1 和 E_2 ($E_2 > E_1$)的情况下，各电路中电容电压 U_c 的变化曲线。我们看到，虽然二者最终达到的数值不同，但它们各自达到终了值的时间却是相同的。不仅如此，它们在变化过程中，达到其各自终了值的同一个百分数的时间也是相同的。例如图中 t_1 瞬间，它们分别达到其终了值的二分之

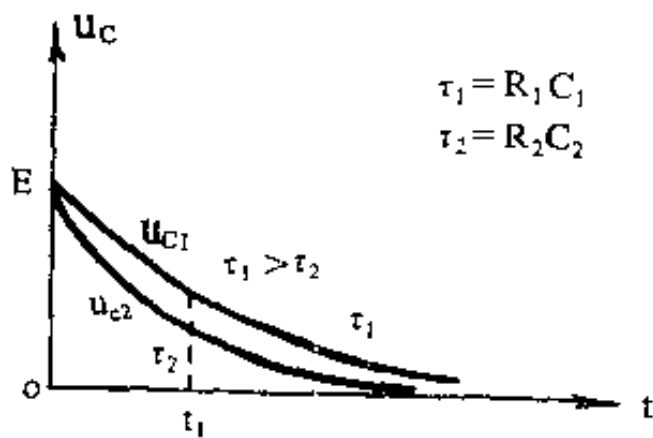


图13-9 时间常数对放电速率的影响

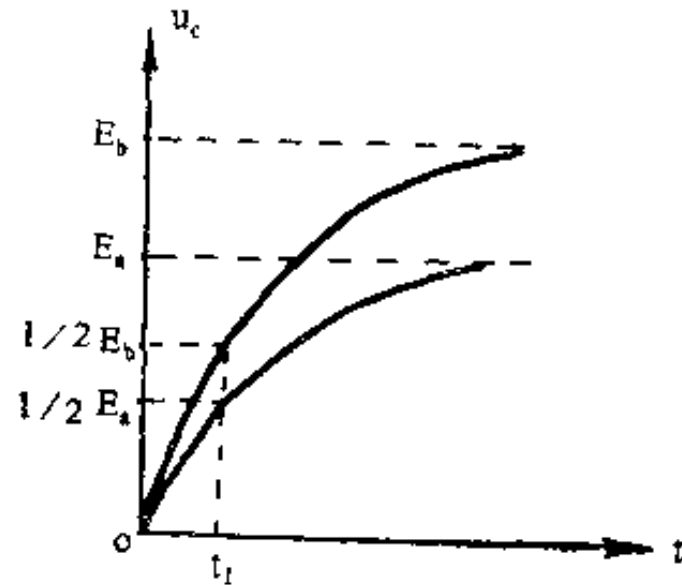


图13-10 不同电压值的充电曲线

一。由此可看出，电路的 RC 值相同，其过渡过程的速度也必相同。外加电压的大小只能决定电路中每瞬间电流及电压的大小，而不影响其变化快慢。变化的快慢完全决定于电路本身的内在因素，即 R 与 C 的大小。当 R 的单位为欧， C 的单位为法时，时间常数 τ 的单位恰好是秒。

时间常数本身的定量意义，可用式(13-1)为例说明。开关闭合后 $t = \tau = RC$ 的瞬间，充电电流恰好减小到：

$$[i_c]_{t=\tau} = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{1}{e} \cdot \frac{E}{R}$$

也就是减到它的初始值 $\frac{E}{R}$ 的 $\frac{1}{e} \approx \frac{1}{2.71828} \approx 36.8\%$ ，如图13-11所示。因此，时间常数 τ 是过渡过程已经变化了总变化量的63.2%所经过的时间。充电电压以及放电时的过渡特性也都是如此。理论上根据指数规律，必须无限长时间，过渡过程才能完了，实际上过渡过程经过 3τ （变化了95%）到 5τ （变化了99.3%），一般就认为过渡过程基本结束，已进入稳定状态。

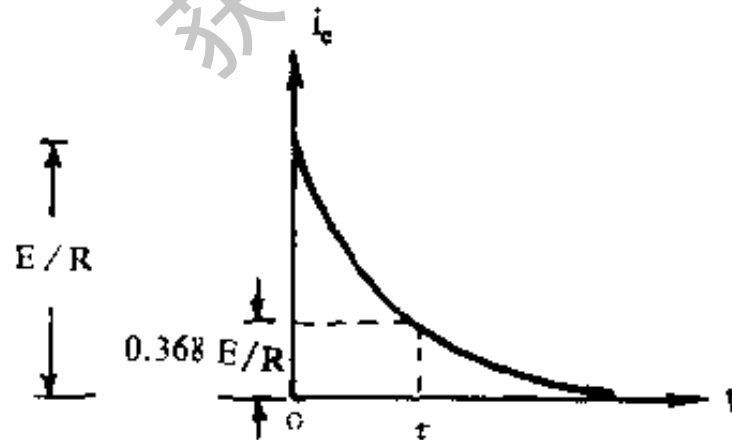


图13-11 $t = \tau$ 时电流的变化

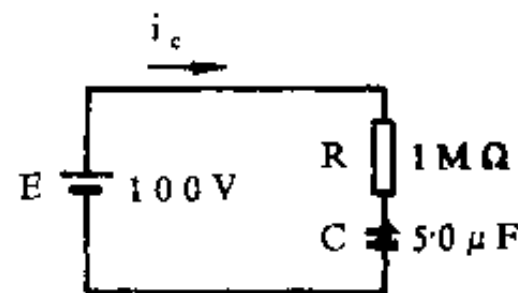


图13-12

【例13-1】在图13-12的电路中，接通后多少时间 i_c 减小到其初始值 $i_c(0) = \frac{E}{R} = 100$ 微安的一半？

〔解〕 电路的时间常数:

$$\tau = RC = 10^6 \times 50 \times 10^{-6} = 50 \text{秒}$$

充电电流为:

$$i_c = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

将已知数代入上式:

$$50 = 100 e^{-\frac{t}{50}}$$

$$e^{-\frac{t}{50}} = 0.5$$

查指数函数表得:

$$\frac{t}{50} = 0.693$$

$$t = 34.7 \text{秒}$$

即电路接通后约34.7秒后, 电流 i_c 减小到初始值的一半。

三、微分电路和积分电路

图13-13(a)是一个由电容器 C 及电阻 R 构成的电路, 端子1-1'为输入端; 从电阻 R 两端引出的2-2'为输出端。

如果在输入端加一个如图13-13(b)所示的矩形脉冲电压, 输出端将得到什么样的电压波形, 下面我们就来分析。在图(b)中, $t = t_1$ 时, 电压跳变为 U_0 , 相当于电压等于 U_0 的直流电源, 通过开关闭合, 突然加到电路上一样。这时电容 C 通过 R 被充电。 $t = t_2$ 时, 相当于电源突然切断, 可用短路线代之, 这时电容器开始通过 R 放电, 放电电流方向与充电电流方向相反, 充、放电电流的波形都是指数曲线。电阻两端电压就是输出电压, 其波形和电流的波形一样。输出波形可从接在输出端的示波器 S 上直接看到。

当电路的时间常数 $\tau = RC$ 远大于矩形脉冲宽度 T_K , 即 $\tau \gg T_K$, 在 t_2 时刻 C 远未充到 U_0 , 充电电流减少不多, 输出的电压波形可见图13-13(c)。这时输出波形和输入波形很相似。这种电路常用于多级放大器中的级间耦合电路。

当 $\tau \approx T_K$ 时, 输出电压波形明显不同于输入电压, 如图13-13(d)所示。

当 $\tau \ll T_K$ 时, 在 t_2 时刻 C 早已充电完毕, 在到达 t_2 后, 下一个脉冲尚未到来之前, C 又很快放电完毕。这样, 矩形脉冲的前沿(t_1 瞬间的电压跳变)及后沿(t_2 瞬间的电压跳变)分别在输出端产生两个极性相反的尖脉冲, 如图13-13(e)所示。由于输出电压在数学上近似地与输入电压的导数成正比, 通常称这种电路为微分电路。

微分电路在脉冲技术中应用很广, 利用它能把矩形脉冲转变为尖形脉冲, 用来作为推动触发器之类电路的触发信号。

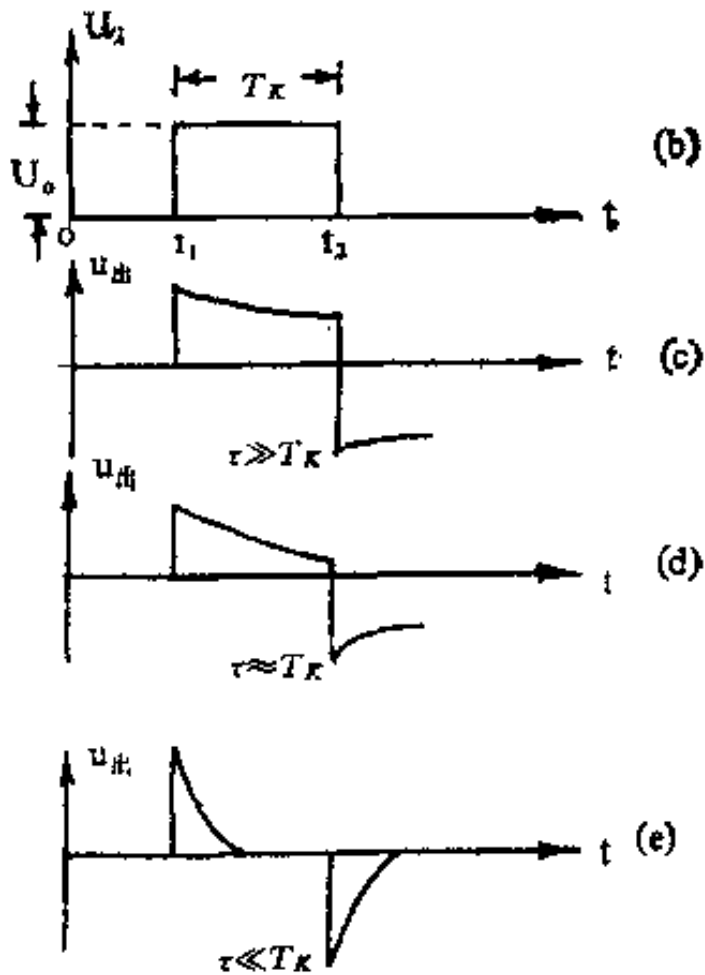
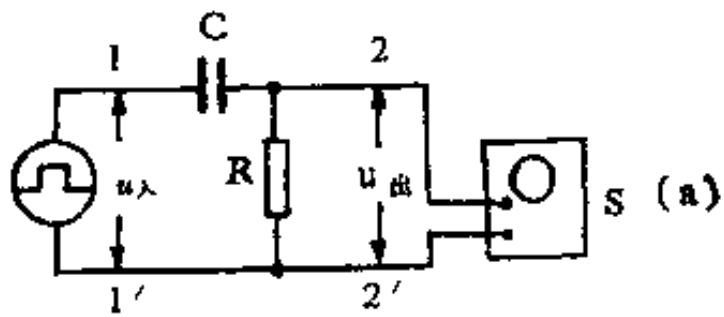


图13-13 微分电路

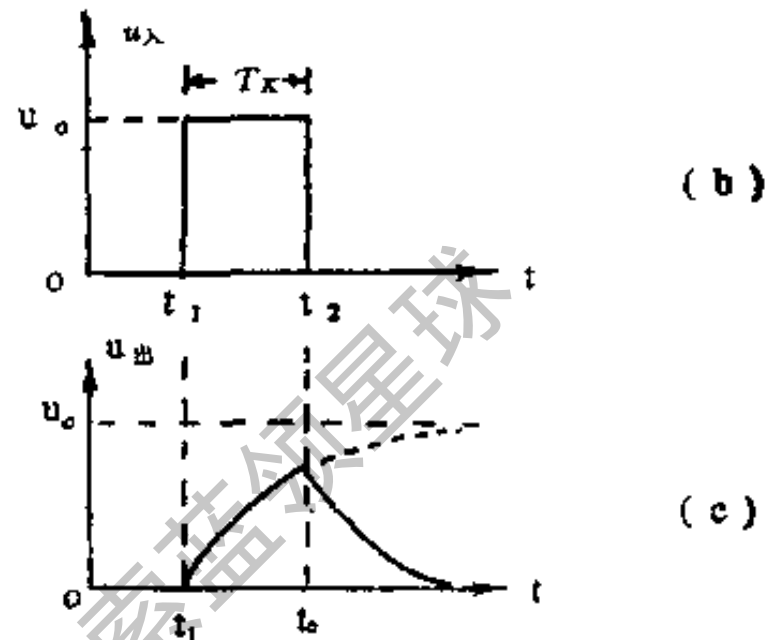
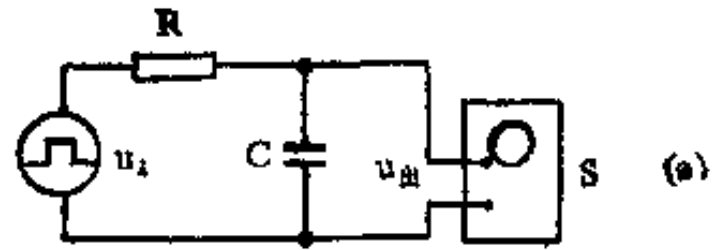


图13-14 积分电路

如果将图13-13中的 R 与 C 的位置对调,且时间常数远比输入矩形脉冲宽度 T_K 大,如 $\tau \geq 10T_K$,这就组成了简单的积分电路,见图13-14(a)。它和微分电路一样,同属于波形变换电路。从图13-14(b)中可见,当电路输入一个矩形脉冲时,在 τ 远大于 T_K 的条件下,其输出波形近似于三角形波。与开关电路配合,可使输出电压波形成为电子示波器等仪器中所需要的锯齿形的扫描电压波,通常简称为锯齿波电压。

13.3 RL 电路的过渡过程

在 RL 串联电路中,因为流过电感的电流不可能跳变,因而在换路后,电流必然会从原有的数值逐渐变化到换路后应达到的稳态值,出现一个过渡过程。

与 RC 电路相对应, RL 电路在换路时(接通直流电源、短路等),电压和电流在过渡过程中也是按指数规律变化的。

一、 RL 电路在接通直流电源时的过渡过程

当图13-5(a)中 K 闭合(换路)时,电路中的电流因受电感 L 自感电势的限制,从原有值(零)开始,逐渐增大起来。

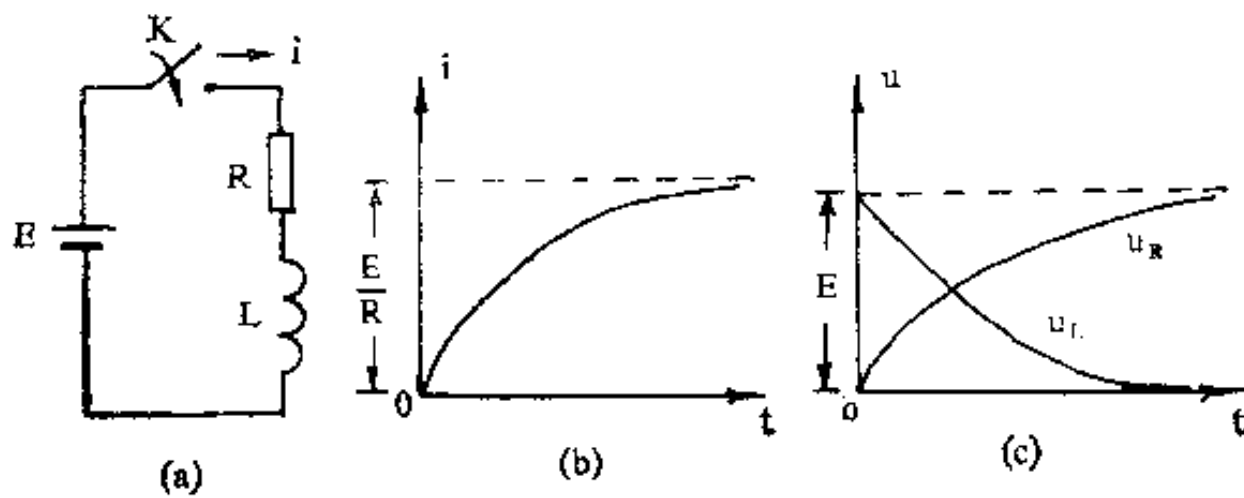


图13-15 RL电路的换路过程

在K刚刚闭合瞬间，即 $t = 0$ ， $i = 0$ ，所以电阻上没有电压。根据回路电压定律，这时电感两端的电压 U_L 必然等于电源电压 E 。当达到稳态后，电流不再变化，自感电压 $U_L = 0$ ，电路中电流 $i = \frac{E}{R}$ ，故 U_L 自 E 按指数规律减小到零，而 i 则自零按指数规律增大到 $\frac{E}{R}$ 。电阻两端的电压 U_R 始终与电流 i 成正比，即 $U_R = iR$ ，所以它自零增大到 E 。它们的曲线分别如图13-15(b)及(c)所示。与此相应的表示式为

$$\left. \begin{aligned} i &= \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) \\ U_R &= E \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) \\ U_L &= E e^{-\frac{R}{L}t} \end{aligned} \right\} \quad (13-5)$$

从式(13-5)可以看出，接通电源瞬间，RL电路中的电压与电流变化和RC电路的暂态过程完全相同。RL电路的时间常数 $\tau = \frac{L}{R}$ ，当L单位为亨，R单位为欧时， τ 的单位也是秒。其意义和RC电路的时间常数一样，它们是衡量暂态过程时间长短的物理量。 τ 越小，暂态过程进行得越快， τ 与L成正比，与R成反比。这也不难理解，L愈小线圈储存的磁场能也愈小，所以过渡过程进行得快，R愈大在一定的电源电压下，稳态电流值也愈小，所建立的磁场能量也小，这将使过渡过程缩短。

二、通有电流的RL电路被短接时的过渡过程

设图13-16(a)中，在K闭合之前，电路有稳态电流：

$$I_0 = \frac{E}{R_0 + R}$$

K刚刚闭合瞬间，即 $t = 0$ ，因为电感内电流不能跳变，故仍保持为 I_0 。K闭合后，电流按指数规律由 I_0 逐渐减小到零，见图13-16(b)中的 i 曲线。

当 $t = 0$ 时， $i = I_0$ ，此时电阻两端电压 $U_R = I_0 R$ 。根据回路电压定律，K闭合后，L上的自感电压 U_L 必然与 U_R 相等〔按图13-16(a)所标定的极性〕，所以 U_R 与 U_L 一样，都是自 $I_0 R$ 过渡到零。它们的曲线也示于图13-16(b)中，其相应的表示式为：

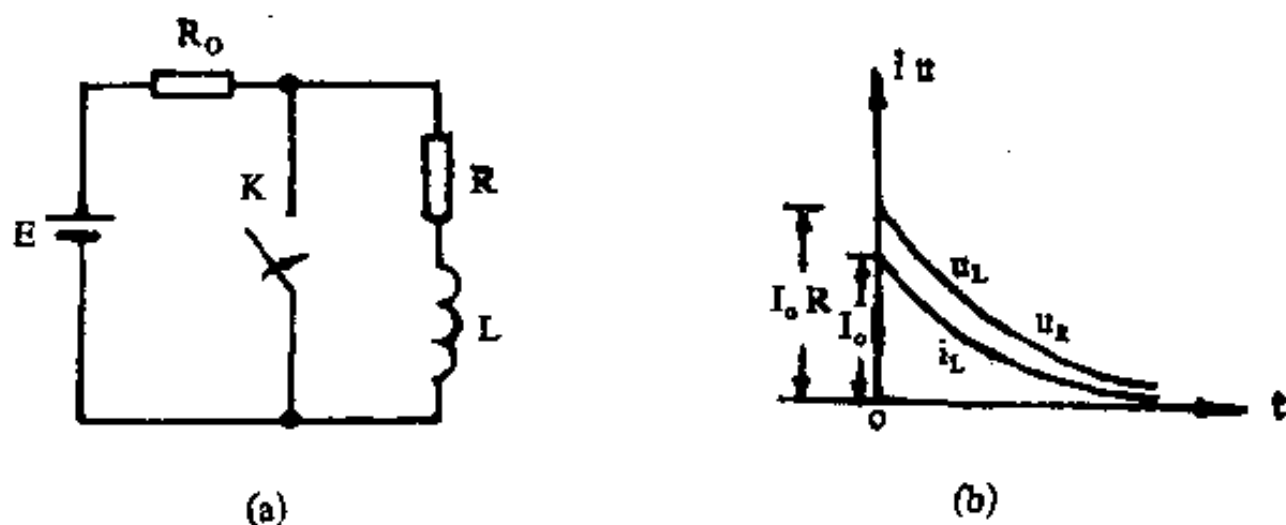


图13-16 RL电路的过渡过程

$$\left. \begin{aligned} i &= I_0 e^{-\frac{R}{L}t} \\ U_L &= U_R = I_0 R e^{-\frac{R}{L}t} \end{aligned} \right\} \quad (13-6)$$

〔例13-2〕 在图13-16电路中，设 L 、 R 为继电器的线圈电感和电阻， $L = 25$ 亨， $R = 250$ 欧， $R_0 = 230$ 欧， $E = 24$ 伏，若这种继电器的释放电流为 0.004 安，问 K 闭合后多少时间继电器开始释放？

〔解〕 K 闭合后，继电器所在回路的时间常数为：

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{25}{250} = 0.1 \text{秒}$$

K 未闭合前，继电器中电流为：

$$I_0 = \frac{E}{R_0 + R} = \frac{24}{230 + 250} = 0.05 \text{安}$$

闭合后，继电器所在回路电流为：

$$i_L = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} = 0.05 e^{-10t}$$

当 i_L 等于释放电流时，继电器开始释放，即：

$$0.004 = 0.05 e^{-10t}$$

查指数函数表得：

$$t = 0.25 \text{秒}$$

即 K 闭合 0.25 秒后，继电器开始释放。

13.4 要素法求解RC、RL电路的过渡过程

要素法只适用于求解RC及RL电路中的过渡过程，所接电源为直流电源的情况。

前面所述的RC及RL电路，无论在充电或放电过程中，各过渡电压、电流都是由其初始值开始，按指数规律随时间逐渐过渡到其终了值的，所以上述过程可推导出一个共同的

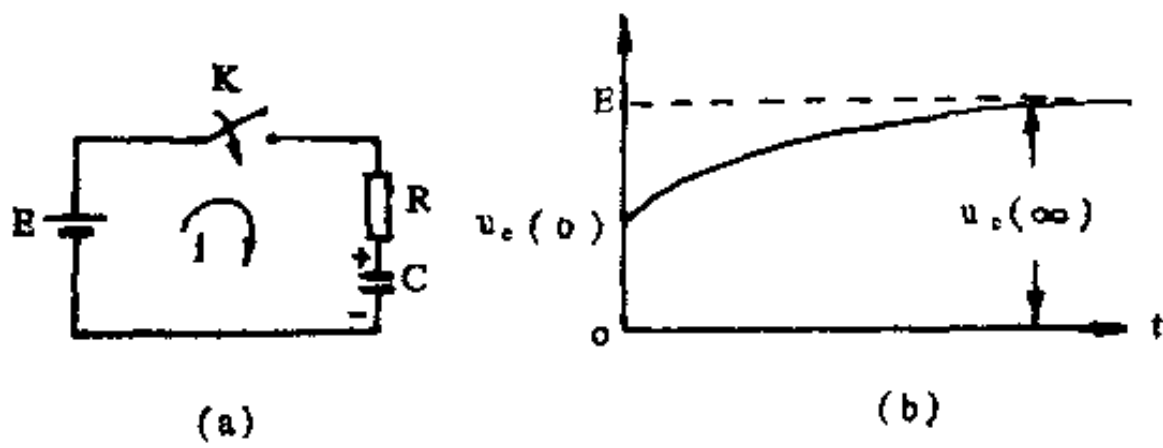


图13-17 RC电路的充电过程

公式。

图13-17(a)所示电路是一个RC接通直流电压E的充电电路。为了表示一般情况，设电容C在K闭合前已充电到电压 $U_c(0)$ ，这是过渡电压 U_c 的初始值。 U_c 的终了值用 $U_c(\infty)$ 代表，其值就是外加电源电压E。在这种情况下，

$$U_c = E - iR$$

但过渡电流*i*是由初始值*i*(0)按指数规律逐渐减小到零，故：

$$U_c = E - i(0)e^{-\frac{t}{RC}} \cdot R$$

i(0)的值可求得为：

$$i(0) = \frac{E - U_c(0)}{R}$$

所以

$$\begin{aligned} U_c &= E - \frac{E - U_c(0)}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \cdot R \\ &= E + [U_c(0) - E] e^{-\frac{t}{RC}} \\ &= U_c(\infty) + [U_c(0) - U_c(\infty)] e^{-\frac{t}{\tau}} \end{aligned} \quad (13-7)$$

与之对应的曲线如图13-17(b)所示。

可以认为，式(13-7)是RC和RL电路中电源与直流时过渡过程的一般形式。其中 U_c 可以是电路中任何电压或电流，用一般符号表示，即：

$$U = U(\infty) + [U(0) - U(\infty)] e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (13-8)$$

$$i = i(\infty) + [i(0) - i(\infty)] e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (13-9)$$

式中， U 、 i ——随时间变化的过渡电压、电流；

$U(\infty)$ 、 $i(\infty)$ ——达到稳定状态后的稳定值；

$U(0)$ 、 $i(0)$ ——初始值。

只要能够求出RC或RL电路在换路时各有关的初始值 $U(0)$ 或 $i(0)$ ；各有关的稳定

值 $U(\infty)$ 或 $i(\infty)$ 以及相对应的时间常数 τ 等三个要素,将它们代入式(13-8)或式(13-9),则可直接写出所要求的函数式,这个方法称要素法。

〔例13-3〕在图13-18中, $E=4$ 伏, $R_1=R_2=2$ 千欧, $C=50$ 皮法。求K闭合后电容电压 U_c 的变化规律。

〔解〕 $U_c(0) = 0$

$$U_c(\infty) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot E = \frac{2}{2+2} \times 4 = 2 \text{伏}$$

$$\tau = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \cdot C = \frac{2 \times 10^3 \times 2 \times 10^3}{2 \times 10^3 + 2 \times 10^3} \times 50 \times 10^{-12} = 0.05 \text{微秒}$$

故 $U_c = 2 + (0 - 2)e^{-\frac{t}{0.05}} = 2(1 - e^{-20t})$ 伏

式中, t 的单位是微秒。

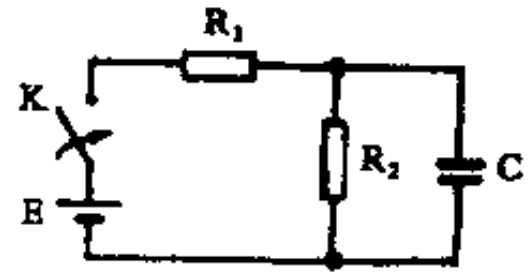


图13-18

13.5 RLC串联电路的过渡过程

在图13-19的RLC串联电路中,如果在开关K断开之前电容器C上充有稳定的直流电压,那么当K闭合后,电容器要通过L和R放电,这个放电过程的快慢和RLC的大小有关。因为R是唯一能消耗能量的元件,所以R是决定过渡过程的主要因素,电路过渡过程可按R的大小分成三种情况分析。

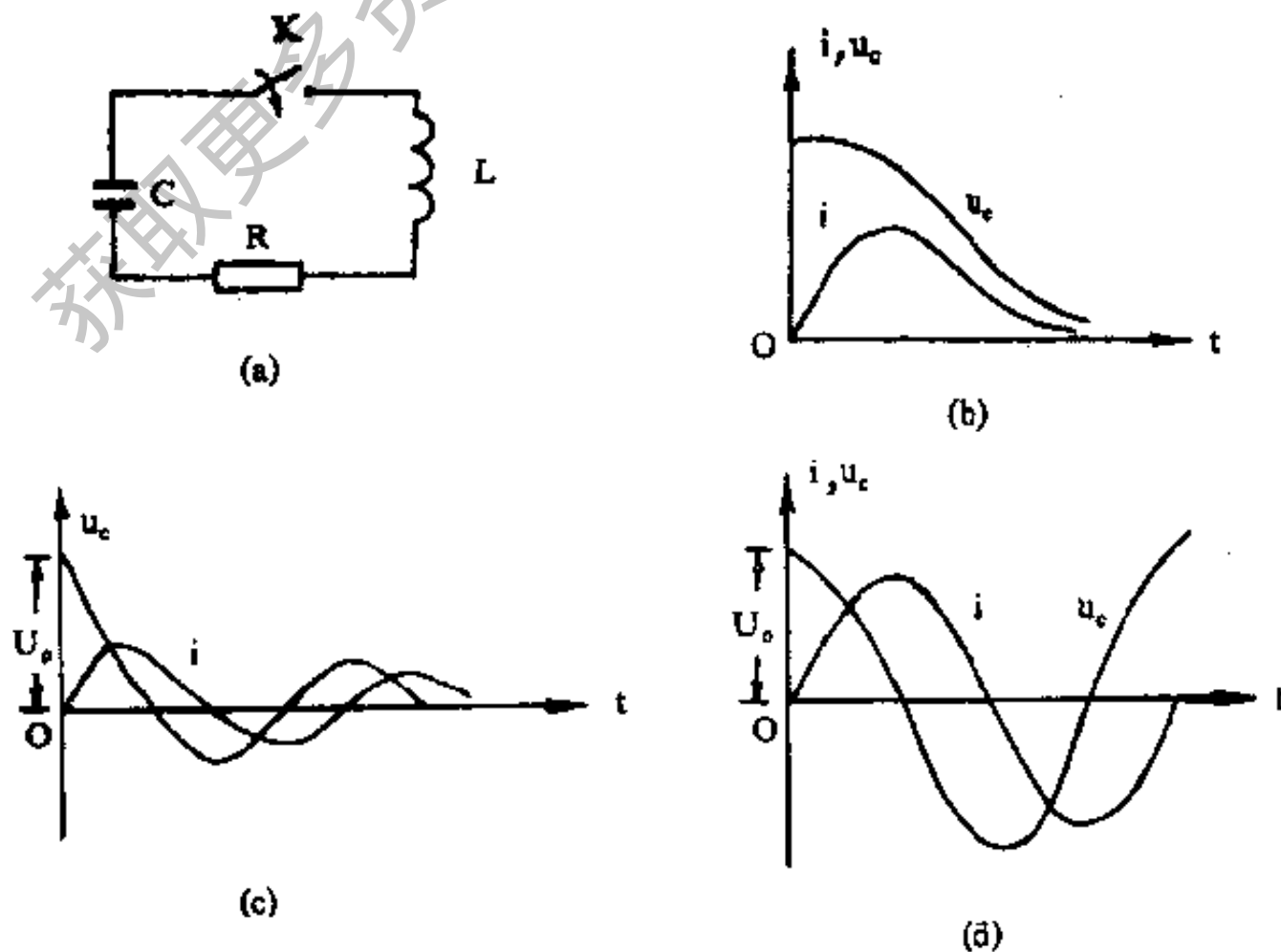


图13-19 RLC串联电路的放电过程

一、 R 大于 $2\sqrt{\frac{L}{C}}$

在这种情况下，电路中电流 i 及电容器电压 U_c 按图13-19(b)所示的规律随时间变化。 U_c 单调地衰减而趋于零，电容一直处于放电状态。 i 从零逐渐增大，达到最大值后又逐渐减小到零。这是因为电路中既要满足 U_c 不跳变和 i 不跳变（通过 L ）的两个换路定律，还要满足 U_c 和 i 最终为零的条件，所以它们不再按指数规律变化了。

另外，从能量转换上看，在电流增加期间，电容器原来储存的电场能量逐渐放出，一部分消耗在电阻上，一部分存入线圈磁场，转为磁场能。但由于 R 比较大，消耗能量多，储存磁场能量少。在电流增大到一定程度，电场释放的能量满足不了电阻消耗的时候，电流便开始下降，这时磁场能也要随之释放，磁场能和电场能一起消耗在电阻上，直到电场能量和磁场能量全部耗尽为止。

如果电阻减小到一定程度，电场能转换的磁场能量比较多，而且在它释放时也不会一次耗尽剩余的磁场能量，就要送回电容器，使之反方向充电，这就要产生所谓的振荡现象。

下面我们来分析，当 R 小到什么值时才会产生振荡，这要由电路中电容及电感的值来决定。计算证明，当：

$$R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

时，电路即由上述的非振荡暂态过程转化为振荡的暂态过程。所以我们将 $2\sqrt{\frac{L}{C}}$ 叫做临界电阻，用 $R_{\text{临界}}$ 代表。

二、 R 小于 $2\sqrt{\frac{L}{C}}$

当 R 小于 $2\sqrt{\frac{L}{C}}$ 时，如果初始条件和前面一样，即 $t=0$ 时， $U_c=U_0$ ， $i=0$ 。随着电

容器的放电， U_c 逐渐减小，但由于自感电势下降更快，而使 i 逐渐增大。待到 U_c 减小到零时，虽然电容中电荷已放完，可电流并不为零（存在磁场能）。由于电感中的电流不能跳变，而只能逐渐减小，故电流仍按原方向继续流动，其数值逐渐减小。当电流下降为零时，电容器上已反向充电到一定电压，这时又开始放电，送出反方向电流。此后，电压、电流的变化与前一阶段一样，只不过方向与前相反。这样周而复始地进行充放电，就形成电路中电流、电压的周期性交变，这种现象称为电磁振荡。在振荡过程中，由于电阻的存在，要不断地消耗能量，所以电流、电压的振幅就逐渐地减小，最后趋近于零，即全部能量消耗在电阻上，振荡被终止。这种振荡称为减幅振荡，变化的波形如图13-19(c)所示。

上述振荡现象，是一种基本的电磁现象。在许多电子设备中都要利用它来进行工作，

如外差式收音机、电视机等。当然，在实际电路中，还必须用另外的晶体管或电子管电路来补偿电阻上的损耗，使减幅振荡成为不减幅的振荡。

三、 R 等于零

在 R 等于零的理想情况下，电路中没有消耗，因而在电场能与磁场能周而复始的转换过程中，给电容器充放电所达到的电压，均等于未放电前原有电压 U_0 ，同时电路中电流振幅也不会减小。这就是说电路中电能与磁能的相互转换永不停止，这时的振荡就成了按正弦规律的等幅振荡。根据能量守恒定理，在电场能最大时，磁场能必定为零，同样磁场能最大时，电场能也必为零。所以，电容器两端电压最大，电路中电流为零。反之，电流最大时，电容两端电压也为零，如图13-19(d)所示。

现在，我们分析这种电路的振荡频率。由于通过 L 与 C 的电流为同一电流，并根据回路电压定律，电容器两端电压与电感两端电压始终相等，因此两个元件上的电抗必然相等，即 $X_L = X_C$ 。那么，在多大的频率下才能满足此条件。按上述条件列出方程式，为：

$$2\pi fL = \frac{1}{2\pi fC}$$

从中解出频率 f ，得：

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

这就是 LC 振荡电路的自由振荡频率，又称固有频率。其计算公式与前面讲的谐振频率公式一样。如果电路中电阻不能忽略，所产生的减幅振荡的频率就与电阻有关，不能用上式计算。

综上所述，出现振荡的必要条件是 $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ 。如果 $R \geq 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ 时，由于电阻较大，电容放电一次，能量就会被电阻消耗殆尽，因此就不能产生振荡。

习 题

1. 什么叫过渡过程？为什么只有在电感、电容元件的电路中才会有过渡过程，纯电阻电路无过渡过程。
2. 求图13-20电路中充电和放电的时间常数各为多少（忽略电源内阻）？

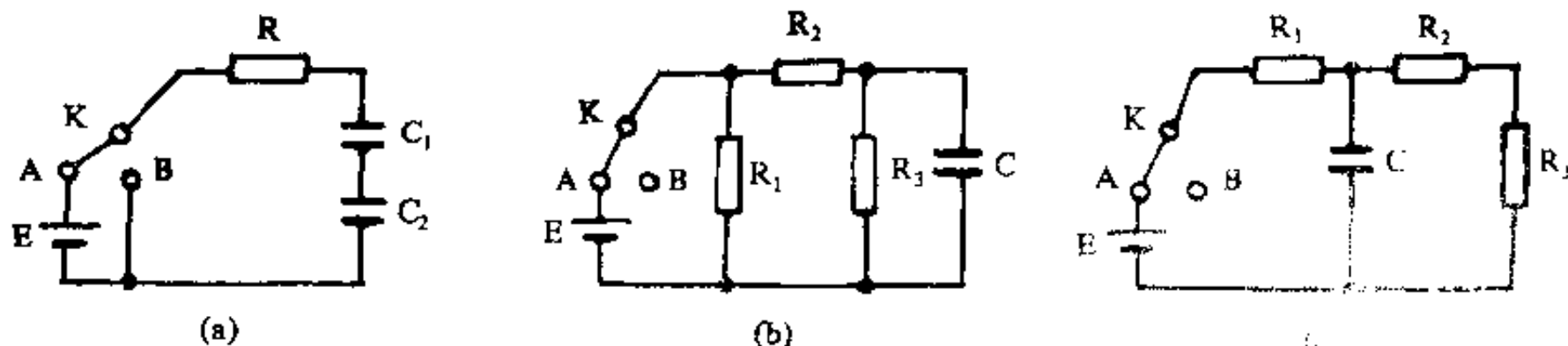


图13-20 题2图

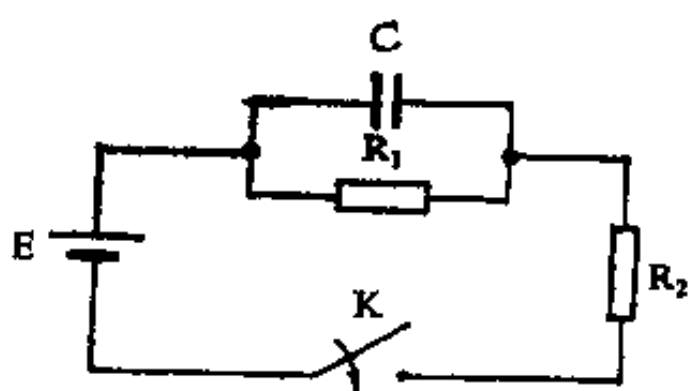


图13-21 题3图

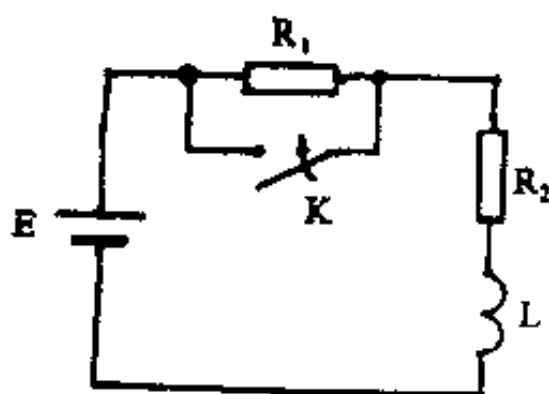


图13-22 题4图

3. 在图13-21中, $R_1 = R_2 = 100$ 千欧, $C = 1$ 微法, $E = 3$ 伏。开关闭合前, 电容 C 上的电压为零, 试求电容上的电压 U_c 的过渡过程的表达式? 并求出开关闭合后0.2秒电容上的电压为多少?

4. 在图13-22中, $R_1 = 6$ 欧, $R_2 = 2$ 欧, $L = 0.2$ 亨, $E = 12$ 伏。如在电路稳定状态下, 突然将 R_1 短路, 写出通过电感电流的过渡方程表示式, 求出多少时间电流达到4.5安培?

5. 在图13-23中, $R = 10$ 欧, $E = 10$ 伏, $L = 0.01$ 亨, $C = 0.1$ 微法, 若电路稳定后, 开关 K 突然跳开, 试求电容器两端电压的最大值和产生振荡的频率(提示, 根据电感储存的磁场能全部转换成电容器的电场能来计算)。

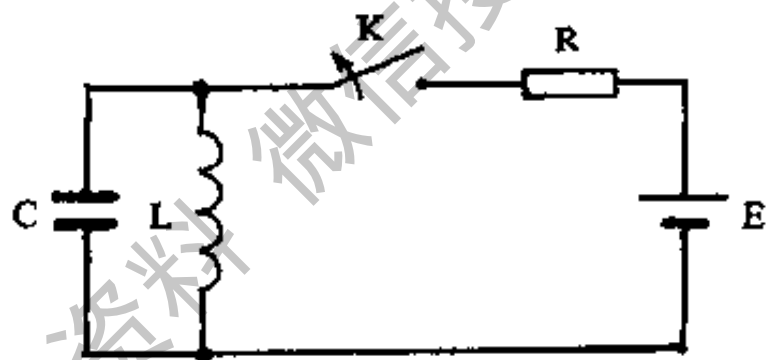


图13-23 题5图

第十四章 均匀传输线

14.1 分布参数电路的概念

前面我们研究电路问题时，都是认为电磁能量只贮存或消耗在元件电容、电感、电阻上，而各元件之间也是用无阻无感的理想导线连接，导线与电路各部分之间的电容也都不予考虑，这就是所谓集中参数电路。

但实际情况并非如此，任何电路参数都具有分布性。例如，导线的电阻是分布在其导线的全部；线圈的电感也分布在它的每一线匝上；导线之间不仅有分布电容，且由于绝缘不良将存在漏电导。

虽然电路中有上述分布参数效应，但当电路的尺寸比信号最高频率所对应的波长小得很多时，一些分布参数的影响很小，可以忽略不计，另一些不能忽略的分布参数，也常用电路等效的方法把它们合成为集中参数来看待。如线圈的导线电阻可看作是与自感相串联的电阻，线匝之间的分布电容可看作是与自感相并联的电容等。这样就可以把这种电路近似作为集中参数电路来分析。当电路的尺寸与信号波长相比拟时，就应该把电路当作分布参数电路来处理。

例如图14-1所示的电视接收天线，它与电视机之间的平行双导线就称为传输线。为了简化说明，设该双导线没有损耗且延伸无限长。

假如，在天线端口的A点感生了频率为100MHz的正弦电压，即；

$$u_A(t) = U_m \sin \omega t$$

现在我们讨论沿传输线距A点1.5米处B点的电压。电磁波传播的速度是 3×10^8 米/秒，这样，相对于A点的电压 U_A 而言，B点的电压将延迟：

$$t_0 = \frac{1.5}{3 \times 10^8} = 5 \times 10^{-9} \text{ 秒}$$

相当于相位落后 $\omega t_0 = 2\pi \times 10^8 \times 5 \times 10^{-9} = \pi$ 弧度。于是B点的电压：

$$\begin{aligned} u_B(t) &= U_m \sin(\omega t - \pi) \\ &= -U_m \sin \omega t \\ &= -u_A(t) \end{aligned}$$

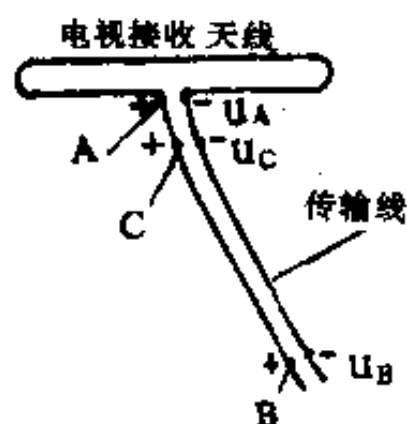


图14-1 电视天线平行馈线

上式表明，在任何时刻B点的线间电压与A点的线间电压反相。这是由于电磁能量从A点传输到B点所需的时间不能忽略引起的。信号正弦电压的波长为：

$$\lambda = \frac{3 \times 10^8}{10^8} = 3 \text{米}$$

可见，B点距A点正好为半波长，所以该段传输线就不能看作是集中参数电路。如果A点附近的C点，距A点为0.015米，经计算，从A点到C点的传输时间是 5×10^{-11} 秒，相当于相位落后

$$2\pi \times 10^8 \times 5 \times 10^{-11} = \pi \times 10^{-2} \text{弧度} = 1.8^\circ$$

在这种情况下，任何时刻均可认为 $u_c(t) \approx u_a(t)$ ，这段传输线可看作是集中参数电路。这是因为AC间的距离远小于信号的波长。

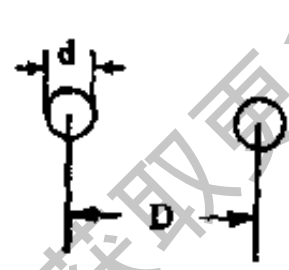
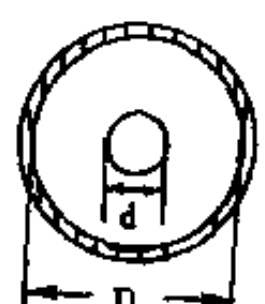
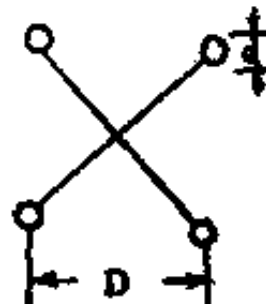
一般而言，电力工程中的高压远距离输电线，有线通信中的电报、电话线，无线电技术中的馈电线等都是分布参数电路。最常用的传输线是双导线和同轴线。双导线由两条直径相同、彼此平行布放的导线组成；同轴线由两个同心圆柱导体组成。这样的传输线，其参数在一段长度内可看作是处处相同的，故称为均匀传输线，简称均匀线。

14.2 均匀传输线的正弦稳态响应方程式

一、均匀传输线的方程

均匀传输线的参数是以每单位长度的参数来表示的，即单位长度线段上的电阻 R （包

表 14-1 常用传输线的参数

名称	双导线	同轴线	四线式传输线
截面图			
参数			
R (微欧/米) ①(导体为铜)	$16.6 \frac{\sqrt{f}}{d}$	$8.32\sqrt{f} \left(\frac{1}{d} + \frac{1}{D} \right)$	$8.32 \frac{\sqrt{f}}{d}$
L (微亨/米)	$0.921 \lg \frac{2D}{d}$	$0.460 \lg \frac{D}{d}$	$0.460 \lg \frac{D\sqrt{2}}{d}$
C (微法/米) ②	$\frac{12.06}{\lg \frac{2D}{d}}$	$\frac{24.1\epsilon_r}{\lg \frac{D}{d}}$	$\frac{24.1}{\lg \frac{D\sqrt{2}}{d}}$

表中：注①： R 的各式中 d 的单位为厘米， f 的单位为赫兹。

②：同轴线公式中 ϵ_r 为相对介电常数。

括往返两导体)；单位长度线段上的电感 L ；单位长度线段的两导体间的漏电导 G ；单位长度线段两导体间的电容 C 。几种常用传输线的参数计算公式列于表14-1。

求解均匀传输线上各处电压电流之间关系时，也和处理集中参数的方法一样，根据基尔霍夫定律列出方程。不过分布参数电路中的电压、电流不仅是时间的函数，而且是空间位置的函数。我们选择均匀传输线始端（电源端）作为计算距离的起点，这样任意处 A 的电压 u 和电流 i 都是该处与传输线始端距离 z 的函数，见图14-2(a)。

在传输线的 A 点处取很短的一段 AB ，其长度为 Δz 。由于这段很短，可忽略这段上的分布参数，用图14-2(b)中的集中参数电路来代替，整个均匀传输线就相当于无限多个这种小段级联组成。

电压 u 和电流 i 同时是时间 t 和距离 z 的函数，解这样的均匀传输线的问题，要用到偏微分方程的数学知识。如果均匀传输线是工作在角频率为 ω 的正弦电压作用下，终端接以负载，那么由于正弦电压的作用，在稳态下传输线各处的电压和电流都按正弦规律变化。可以写出均匀传输线的复数形式的方程，即：

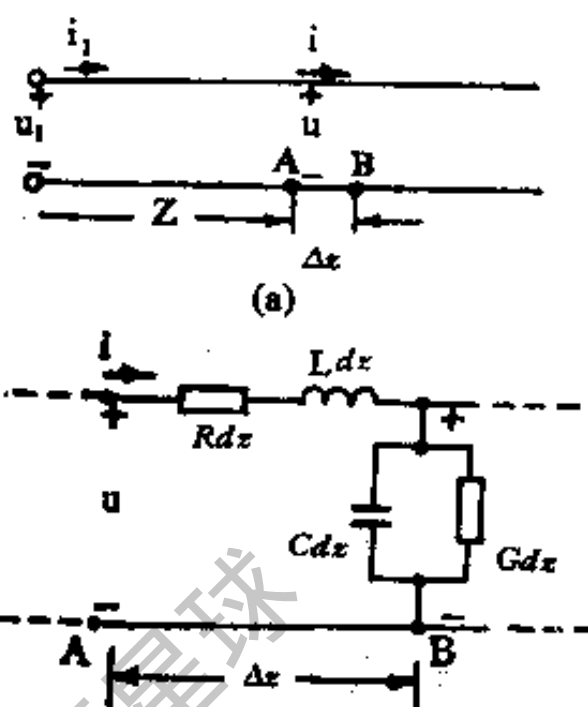


图14-2 均匀传输线上的电压与电流

$$R\dot{I} + j\omega L \dot{I} = -\frac{d\dot{U}}{dz} \quad (14-1)$$

$$G\dot{U} + j\omega C \dot{U} = -\frac{d\dot{I}}{dz} \quad (14-2)$$

二、均匀传输线方程的稳态解

把式(14-1)对 z 求导，并将式(14-2)代入得：

$$\begin{aligned} \frac{d^2\dot{U}}{dz^2} &= -(R + j\omega L) \frac{d\dot{I}}{dz} = (R + j\omega L)(G + j\omega C) \dot{U} \\ &= \gamma^2 \dot{U} \end{aligned} \quad (14-3)$$

式(14-3)常系数线性微分方程的通解是：

$$\dot{U} = A_1 e^{-\gamma z} + A_2 e^{\gamma z} \quad (14-4)$$

为了求得电流 \dot{I} 的解，将式(14-4)代入式(14-1)得：

$$\dot{I} = \frac{-d\dot{U}}{R + j\omega L} = \frac{\gamma}{R + j\omega L} (A_1 e^{-\gamma z} - A_2 e^{\gamma z})$$

$$= \frac{A_1}{Z_c} e^{-\gamma z} - \frac{A_2}{Z_c} e^{\gamma z} \quad (14-5)$$

$$\text{式中, } \gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \quad (14-6)$$

$$Z_c = \frac{R + j\omega L}{\gamma} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \quad (14-7)$$

通常称 γ 为传输线上波的传播常数; Z_c 称传输线的特性阻抗或波阻抗。关于传播常数和波阻抗的物理意义后面还要详细说明。

式(14-4)和式(14-5)是均匀传输方程稳态解的一般表示式, 式中复常数 A_1 和 A_2 必须由线路的边界条件, 即始端或终端电压和电流来决定。

三、根据边界条件求解

给定的边界条件可以是:

- (1) 已知始端电压 \dot{U}_1 、电流 \dot{I}_1 的解;
- (2) 已知终端电压 \dot{U}_2 、电流 \dot{I}_2 的解。

常用的是后一种, 因此我们只讨论已知终端电压 \dot{U}_2 和电流 \dot{I}_2 的解。

若已知终端负载处 (即 $z=l$ 处) 的电压 \dot{U}_2 和电流 \dot{I}_2 , 则有 $z=l$ 时, $\dot{U} = \dot{U}_2$, $\dot{I} = \dot{I}_2$, 将它们代入式(14-4)和式(14-5), 则有:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_2 &= A_1 e^{-\gamma l} + A_2 e^{\gamma l} \\ \dot{I}_2 &= \frac{A_1}{Z_c} e^{-\gamma l} - \frac{A_2}{Z_c} e^{\gamma l} \end{aligned} \right\} \quad (14-8)$$

解式(14-8)可得:

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{1}{2} (\dot{U}_2 + Z_c \dot{I}_2) e^{\gamma l} \\ A_2 &= \frac{1}{2} (\dot{U}_2 - Z_c \dot{I}_2) e^{\gamma l} \end{aligned} \right\} \quad (14-9)$$

将 A_1 、 A_2 代到式(14-4)和式(14-5), 可以得到传输线上任何处的线间电压 \dot{U} 和线路电流 \dot{I} 与终端电压 \dot{U}_2 和终端电流 \dot{I}_2 之间的关系式为:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U} &= \frac{1}{2} (\dot{U}_2 + Z_c \dot{I}_2) e^{\gamma(l-z)} + \frac{1}{2} (\dot{U}_2 - Z_c \dot{I}_2) e^{-\gamma(l-z)} \\ \dot{I} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\dot{U}_2}{Z_c} + \dot{I}_2 \right) e^{\gamma(l-z)} - \frac{1}{2} \left(\frac{\dot{U}_2}{Z_c} - \dot{I}_2 \right) e^{-\gamma(l-z)} \end{aligned} \right\} \quad (14-10)$$

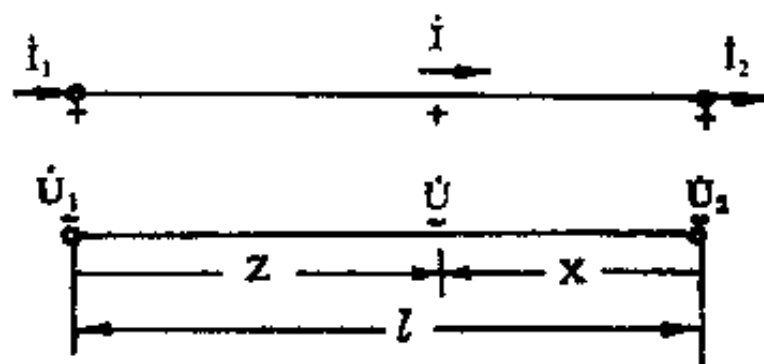
在讨论这种情况时, 距离变量从终端算起比较方便。如图 14-3 所示, 取 $x = l - z$, x 为终端算起的距离。于是式(14-10)可改写为:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U} &= \frac{1}{2}(\dot{U}_2 + Z_c \dot{I}_2) e^{\gamma x} + \frac{1}{2}(\dot{U}_2 - Z_c \dot{I}_2) e^{-\gamma x} \\ \dot{I} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\dot{U}_2}{Z_c} + \dot{I}_2 \right) e^{\gamma x} - \frac{1}{2} \left(\frac{\dot{U}_2}{Z_c} - \dot{I}_2 \right) e^{-\gamma x} \end{aligned} \right\} \quad (14-11)$$

上式也可化为双曲线函数表示式, 由于

$$\operatorname{ch} \gamma x = \frac{1}{2}(e^{\gamma x} + e^{-\gamma x})$$

$$\operatorname{sh} \gamma x = \frac{1}{2}(e^{\gamma x} - e^{-\gamma x})$$



故式(14-11)可以写成

图 14-8

$$\left. \begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_2 \operatorname{ch} \gamma x + \dot{I}_2 Z_c \operatorname{sh} \gamma x \\ \dot{I} &= \frac{\dot{U}_2}{Z_c} \operatorname{sh} \gamma x + \dot{I}_2 \operatorname{ch} \gamma x \end{aligned} \right\} \quad (14-12)$$

14.3 均匀传输线上的波和传播特性

一、行波

从均匀传输线方程解的一般形式可以看出, 传输线上任何处的电压 \dot{U} 和电流 \dot{I} 都可看成是由两个分量所组成, 即

$$\left. \begin{aligned} \dot{U} &= A_1 e^{-\gamma z} + A_2 e^{\gamma z} = \dot{U}_i + \dot{U}_r \\ \dot{I} &= \frac{A_1}{Z_c} e^{-\gamma z} - \frac{A_2}{Z_c} e^{\gamma z} = \dot{I}_i - \dot{I}_r \end{aligned} \right\} \quad (14-13)$$

式中, \dot{U}_i 、 \dot{I}_i 为入射波相量, \dot{U}_r 、 \dot{I}_r 为反射波相量。下面讨论电压入射波相量 $\dot{U}_i = A_1 e^{-\gamma z}$, 式中的 A_1 和 γ 均为复数, 令

$$A_1 = a_1 e^{j\varphi_1} \quad (14-14)$$

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \alpha + j\beta \quad (14-15)$$

于是电压相量 \dot{U}_i 的瞬时值可以写为

$$u_i(z, t) = \sqrt{2} a_1 e^{-\alpha z} \sin(\omega t - \beta z + \varphi_1) \quad (14-16)$$

它是距离 z 和时间 t 的函数。式(14-16)说明, 在 z 为定值时, $u_i(z, t)$ 随时间按正弦规律变动; 在 t 为定值时, 它又沿线路以衰减的正弦规律分布, 如图14-4中的实线 $U_i(z, t)$ 所示。从图中可以清楚看到, $u_i(z, t)$ 的幅度随 z 的增大而减小, 这是因 γ 的实部 α 为正。式

(14-15)中, 单位长度的各参数 R 、 L 、 G 、 C 均为正, 故传播常数 γ 的幅角应在 $0 \sim 90^\circ$ 之间, 因而它的实部 α 和虚部 β 均应为正。

上面谈的是在同一时间电压分量 U_i 沿线分布的情况, 这种分布随着时间的推移也将发生变化。设线路上某点 $z = z_1$, 在 $t = t_1$ 时该点电压 $u_i(z_1, t_1)$ 的相角为:

$$\theta = \omega t_1 - \beta z_1 + \varphi_1$$

经过时间 Δt 后, 该点的相位角已不再是 θ , 而可以求得相位角仍为 θ 的点, 令为 $z_1 + \Delta z$, 于是有

$$\theta = \omega t_1 - \beta z_1 + \varphi_1 = \omega(t_1 + \Delta t) - \beta(z_1 + \Delta z) + \varphi_1$$

由此得

$$z_1 + \Delta z = z_1 + \frac{\omega}{\beta} \Delta t$$

由于 β 恒为正, 故上式表明, 线上 U_i 的相位角永远保持为 θ 的点的位置, 随着时间的增长而持续向 Z 增加的方向移动, 其移动速度为:

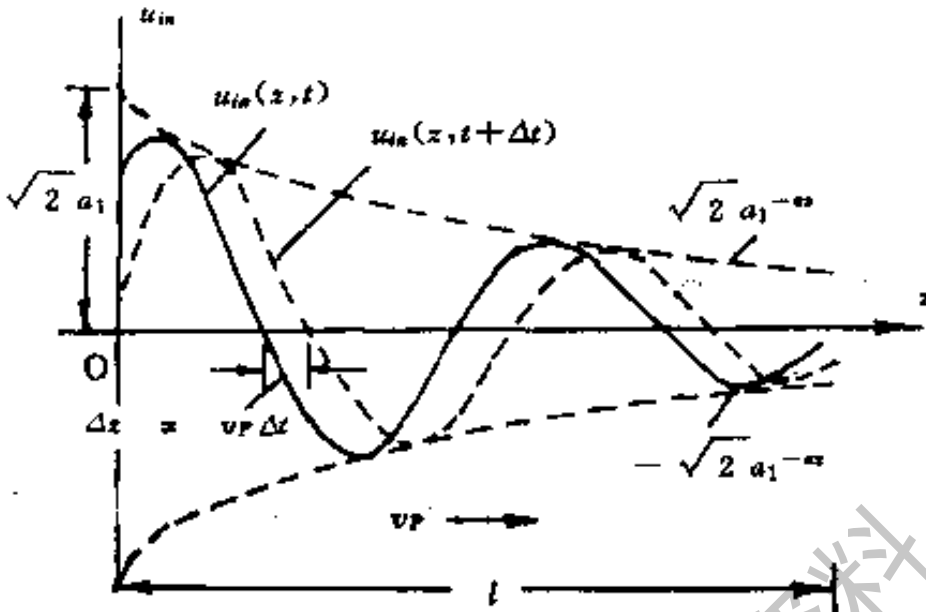


图14-4 传输线上的电压入射波

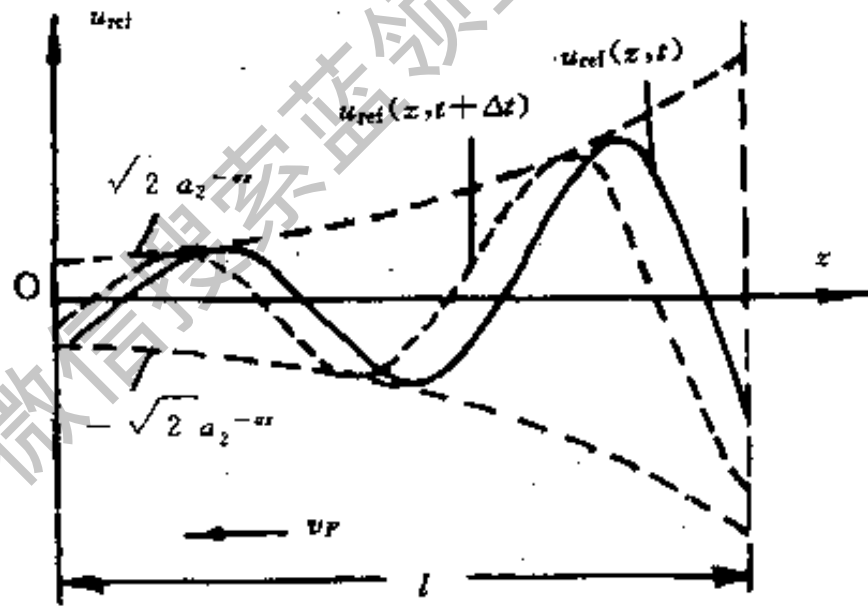


图14-5 传输线上的电压反射波

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} \quad (14-17)$$

如果把相邻各瞬间的电压分量 u 沿线分布的图形画出, 见图14-4虚线, 可以看出电压分布曲线随着时间的增长而不断向右移动。随着时间的增长而不断向一定方向运动的波, 就称之为行波。

行波行进的速度 v_p 可由式(14-17)求出, 叫做相位速度, 简称相速, 因为它是线上相位角为一定的点移动的速度。

在一个周期的时间内, 行波所行进的距离称为行波的波长, 用 λ 表示, 即

$$\lambda = v_p T = \frac{v_p}{f} = \frac{2\pi}{\beta} \quad (14-18)$$

上述电压行波 u_i 的行进方向是由传输线的始端移向终端, 即从电源到负载, 所以称为入射波。

同理, 可以说明式(14-13)中, 电压反射波相量 $\dot{U}_r = A_2 e^{\gamma z} = a_2 e^{j\varphi_2} e^{\gamma z}$ 的瞬时值为:

$$u_r(z, t) = \sqrt{2} \alpha_2 e^{\alpha z} \sin(\omega t + \beta z + \varphi_2) \quad (14-19)$$

它也是一个行波，如图14-5所示。它的相速和波长与入射波相同，但由于 u_r 的相位角中含有的与 z 有关的项是 $+\beta z$ ，而不是 $-\beta z$ ，所以这个行波的行进方向与入射波相反，是由传输线的终端到始端，即由负载到电源，故称为反射波。瞬时值 u_r 中含的衰减因子 $e^{\alpha z}$ 表明，随着波的前进， z 不断减小，振幅也逐渐减小。

这样，传输线上各处的线间电压都可看成是两个向相反方向传播的行波（入射波和反射波）相迭加的结果。

同样传输线上各处的电流，也可看成是由入射电流波和反射电流波组成。式(14-13)中反射电流波 I_r 前的负号，是由于我们规定电流正方向向右，恰与反射电流波的电流实际流向相反。

二、特性阻抗

特性阻抗是入射波电压 \dot{U}_i 与入射波电流 \dot{I}_i 之比或反射波电压 \dot{U}_r 与反射波电流 \dot{I}_r 之比，也称为波阻抗，即：

$$\frac{\dot{U}_i}{\dot{I}_i} = \frac{\dot{U}_r}{\dot{I}_r} = Z_0 \quad (14-20)$$

它的一般表示式为：

$$Z_c = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \quad (14-21)$$

一般传输线的特性阻抗是一复数，它不仅与线路的参数 L 、 C 、 R 、 G 有关，而且与信号源的频率有关。我们知道，在无线电技术的实际应用中，利用传输线传输的信号一般都占有一定的频带，为了在整个频带内能使负载阻抗与传输线匹配，通常希望传输线的特性阻抗是一电阻，而与频率无关。

由式(14-21)可见，当线路的分布参数满足条件：

$$\frac{R}{L} = \frac{G}{C} \quad (14-22)$$

时，特性阻抗为：

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \sqrt{\frac{\frac{R}{L} + j\omega}{\frac{G}{C} + j\omega}} = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (14-23)$$

是一纯电阻。通常把条件式(14-22)称为传输线的不失真条件，满足此条件的传输线称为无畸变线。

如果传输线所传输的信号频率很高，当满足条件 $\omega L \gg R$ ， $\omega C \gg G$ 时，可近似认为特性阻抗为一纯电阻。由式(14-21)可得出：

$$Z_c \approx \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (14-24)$$

所以，在高频情况下，传输线的特性阻抗为纯电阻，它仅与传输线的形式、尺寸和介质的参数有关，而与频率无关。

将表14-1中所列的传输线参数代入上式，就可得到各种传输线的特性阻抗计算公式。
双导线的特性阻抗为：

$$Z_c = 276 \lg \frac{2D}{d} \quad (\text{欧}) \quad (14-25)$$

一般双导线的特性阻抗约为250~700欧。

同轴线的特性阻抗为：

$$Z_c = \frac{138}{\sqrt{\epsilon_r}} \lg \frac{D}{d} \quad (\text{欧}) \quad (14-26)$$

式中， ϵ_r 为介质的相对介电常数。一般同轴线的特性阻抗约为40~100欧。

四线式传输线的特性阻抗为：

$$Z_c = 138 \lg \frac{D\sqrt{2}}{d} \quad (\text{欧}) \quad (14-27)$$

式中， D 和 d 均用相同的单位。

三、传播常数

传播常数 γ 表示行波经过单位长度后振幅和相位的变化。其表示式为：

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \quad (14-28)$$

式中， γ 的实部 α 称为衰减常数，其数值表示行波每走过一单位长度后，其振幅就将减小到原振幅的 $e^{-\alpha}$ 分之一，它的单位是 NP/m (奈贝/米) 或 dB/m (分贝/米)。 γ 的虚部 β 称为相移常数，它的数值代表在沿波的传播方向相距一单位长度的前方处，波在相位上滞后的弧度数，它的单位是 rad/m (弧度/米)。

由式(14-28)可知，衰减常数和相移常数都与传输线单位长度内的参数和信号频率有关。为了减少信号在线上的传输损耗，要求传输线的衰减常数越小越好，数学分析可证明，得到最小衰减的条件是：

$$\frac{R}{L} = \frac{G}{C}$$

可见，传输线的最小衰减与不失真条件是一致的。并可求得最小衰减和无畸变传输线的传播常数为：

$$\alpha = \sqrt{GR} \quad (14-29)$$

$$\beta = \omega\sqrt{LC} \quad (14-30)$$

这说明，当传输线的衰减常数是与频率无关的常量时，在线上上传输的宽频带信号的各种频率分量将具有同等的传输衰减，因而在传输过程中它们之间的幅度比例不会改变，无幅频失真。而相移常数与频率成正比，这正是失真传输必须满足的条件。

14.4 终端接有负载的传输线

前面讨论了传输线上电压波和电流波传播的基本特性，这一节将研究在终端接有负载的情况下，入射波和反射波以及电压波和电流波之间的一些系数。

一、反射系数

为了表明反射波与入射波之间的数量关系，我们定义线上某处反射波电压(或电流)与入射波电压(或电流)之比为反射系数，即：

$$P = \frac{\dot{U}_r}{\dot{U}_i} = \frac{\dot{I}_r}{\dot{I}_i} \quad (14-31)$$

设终端的负载为 Z_L ，传输线的特性阻抗为 Z_C ，那么终端的关系式为：

$$\dot{U}_{2i} + \dot{U}_{2r} = Z_L (\dot{I}_{2i} - \dot{I}_{2r}) = Z_L \left(\frac{\dot{U}_{2i}}{Z_C} - \frac{\dot{U}_{2r}}{Z_C} \right)$$

由此解得终端的反射系数为：

$$P = \frac{\dot{U}_{2r}}{\dot{U}_{2i}} = \frac{Z_L - Z_C}{Z_L + Z_C} \quad (14-32)$$

由式(14-32)可见，终端反射系数只与负载阻抗和传输线的特性阻抗有关。终端阻抗类型不同，反射系数也不同，从而传输线的工作状态也不同。下面分别讨论。

(1) 当 $Z_L = Z_C$ (负载端匹配) 时，终端反射系数 $P = 0$ ，由反射系数定义可知，这表明反射波电压和反射波电流均为零，这时传输线上只有入射波。传输线的这种工作状态称之为无反射状态或行波状态。

(2) 当 $Z_L = 0$ (负载短路) 时， $P = -1$ 。

当 $Z_L = \infty$ (负载开路) 时， $P = 1$ 。

在这两种情况下，反射波与入射波幅度相同，可称为全反射状态。负号表明入射波与反射波相位相反。

(3) 一般情况下, $0 < P < 1$, 这是部分反射状态。

关于不同状态的详细情况, 以后再进一步研究。

二、等效阻抗

等效阻抗的概念在传输线的理论中也很重要。在传输线上任一点的电压相量 \dot{U} 与电流相量 \dot{I} 之比, 称为该点的等效阻抗, 用符号 Z_e 表示, 即:

$$Z_e = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} \quad (14-33)$$

将式(14-12)代入, 得线上任一点的等效阻抗为。

$$Z_e = \frac{\dot{U}_2 \operatorname{ch} \gamma x + \dot{I}_2 Z_c \operatorname{sh} \gamma x}{\frac{\dot{U}_2}{Z_c} \operatorname{sh} \gamma x + \dot{I}_2 \operatorname{ch} \gamma x}$$

将分子、分母同除以 $\dot{I}_2 \operatorname{ch} \gamma x$ 得:

$$Z_e = \frac{\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} + Z_c \operatorname{th} \gamma x}{\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} \cdot \frac{1}{Z_c} \operatorname{th} \gamma x + 1}$$

考虑到负载阻抗 $Z_L = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2}$, 并稍加整理, 得:

$$Z_e = Z_c \frac{Z_L + Z_c \operatorname{th} \gamma x}{Z_c + Z_L \operatorname{th} \gamma x} \quad (14-34)$$

一般等效阻抗是复数, 它是距离 x 的函数。

二、终端匹配的传输线

如有一长为 l 的均匀传输线, 其负载阻抗 Z_L 等于特性阻抗 Z_c , 即:

$$Z_L = Z_c \quad (14-35)$$

这时终端反射系数 $P = 0$, 从而在线上各处的反射系数均为零, 无反射波存在。工作在这种情况下的传输线, 称为无反射状态, 也叫行波状态。达到无反射条件, 即满足 $Z_L = Z_c$ 时, 称为负载与传输线匹配。

将 $P = 0$ 和 $\dot{U}_2 = Z_L \dot{I}_2 = Z_c \dot{I}_2$ 代入式(14-11), 式中第二项反射波为零, 则得线上任一点的电压和电流为:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_2 e^{\gamma x} = \dot{U}_2 e^{\alpha x} \cdot e^{j\beta x} \\ \dot{I} &= \dot{I}_2 e^{\gamma x} = \dot{I}_2 e^{\alpha x} \cdot e^{j\beta x} \end{aligned} \right\} \quad (14-36)$$

这时始端($x=l$)电压和电流分别为:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \dot{U}_2 e^{\gamma l} = \dot{U}_2 e^{\alpha l} \cdot e^{j\beta l} \\ \dot{I}_1 &= \dot{I}_2 e^{\gamma l} = \dot{I}_2 e^{\alpha l} \cdot e^{j\beta l} \end{aligned} \right\} \quad (14-37)$$

以上分析表明, 由于这种情况下无反射波存在, 所以在线路上电压和电流的有效值都是按指数规律从始端(该处电压和电流有效值为 U_1 、 I_1)到终端(该处电压和电流有效值为 U_2 、 I_2)逐渐衰减的, 如图14-6所示。

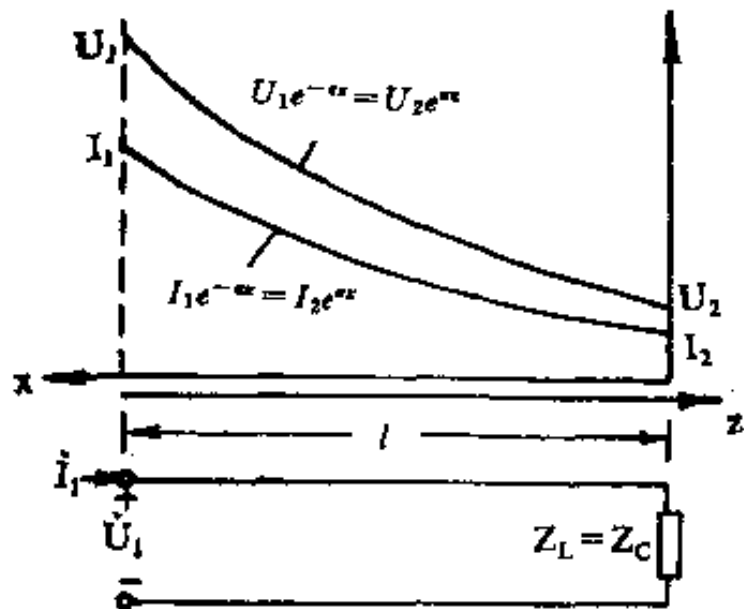


图14-6 终端匹配传输线上电压和电流分布

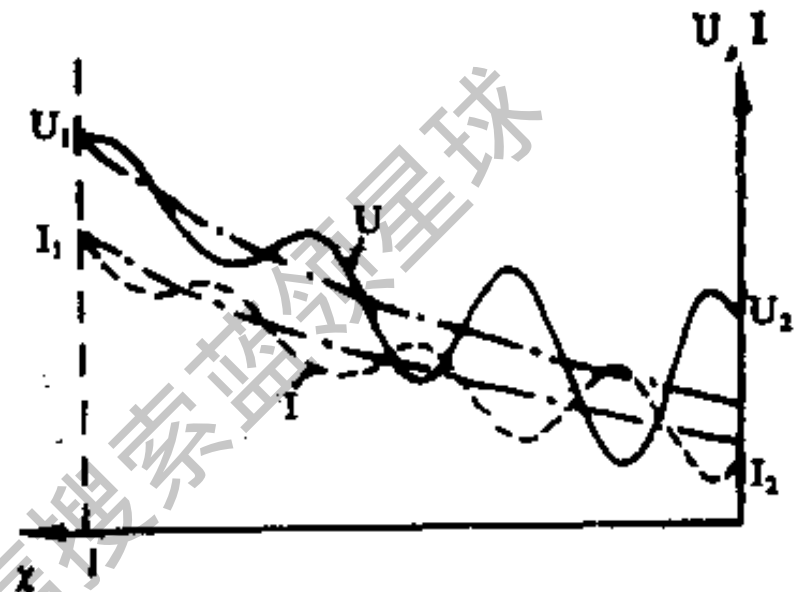


图14-7 终端不匹配线上电压电流有效值的分布

将 $Z_L = Z_C$ 代入式(14-34), 得到在终端匹配情况下, 线上各处的等效阻抗为:

$$Z_e = Z_C \quad (14-38)$$

这说明此时线上各处的等效阻抗都相等, 且为传输线上的特性阻抗。始端的等效阻抗也可称为输入阻抗 Z_i , 所以在终端匹配情况下, 输入阻抗也等于特性阻抗。

四、终端不匹配的传输线

在这种情况下, 传输线上电压和电流有效值的分布都是由始端到终端沿一条衰减曲线上上下下摆动, 如图14-7所示。

由于存在反射波, 故线上某些地方入射波与反射波相位接近同相, 该处的有效值较大, 其极大值处, 称为波腹; 在线上的另一些地方, 入射波与反射波接近反相, 该处的有效值较小, 其极小值处, 称为波节。我们知道, 反射波是由传输线的终端向始端传播的, 由于传播过程中受到衰减, 因而愈靠近始端反射波的幅度愈小, 所以愈靠近始端, 波腹与波节处的电压(或电流)数值相差得也愈小。

14.5 无损耗传输线

工作频率较高的传输线, 其单位长度的电阻 R 比感抗 ωL 小很多, 导线间单位长度的

电导 G 比容纳 ωC 小的更多，所以可以忽略不计。在这种情况下，特别是当线长比较短时，常把工作于频率较高的传输线看成是无损耗的传输线，简称无耗线。

一、概述

对于无耗线 $R = 0$, $G = 0$ ，由式(14-21)可知，无耗线的特性阻抗为：

$$Z_c = \sqrt{\frac{j\omega L}{j\omega C}} = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (14-39)$$

它是纯电阻，其数值与信号频率无关。

根据式(14-28)，无耗线的传播常数：

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{j\omega L \cdot j\omega C} = j\omega\sqrt{LC}$$

故得： $\alpha = 0$ (14-40)

$$\beta = \omega\sqrt{LC} \quad (14-41)$$

即无耗线的衰减常数等于零，而相移常数与频率成线性关系。

由式(14-17)可得，在无耗线上行波的传播速度为：

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

在架空线路中，这种波的相速与光在空气中的速度相同，即为 3×10^8 米/秒。

若将传播速度写成频率与波长的积，即：

$$v_p = \lambda f = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

将它代入式(14-41)，消去 \sqrt{LC} ，得：

$$\beta = \frac{\omega}{\lambda f} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (14-42)$$

这是相移常数与波长的重要关系式。

应当指出，当传输线周围的介质不同时，行波的传播速度也不同，因此对于相同的信号频率，其波长也不同。在这种情况下，称其为介质波长或传输线波长，而一般“波长”这词是指自由空间（空气、真空）波长。例如，若信号的频率为25兆赫，则其波长为：

$$\lambda = \frac{3 \times 10^8}{25 \times 10^6} = 12 \text{米}$$

如果该信号在充有某种介质的同轴线中传输，设波的传播速度为 2×10^8 米/秒，则同轴线中的波长为：

$$\lambda' = \frac{2 \times 10^8}{25 \times 10^6} = 8 \text{米}$$

这就是同一信号在不同介质中传播的波长也不同。

当 $\alpha = 0$ 时, $\text{th} \gamma x = \text{th} j\beta x = j \text{tg} \beta x$, 由式(14-34)可得出, 无耗线上任一点的等效阻抗为:

$$Z_c = Z_c \cdot \frac{Z_L + j Z_c \text{tg} \beta x}{Z_c + j Z_L \text{tg} \beta x} \quad (14-43)$$

当终端负载 $Z_L = Z_c$ 时, 反射系数 $P = 0$, 这时只有入射波没有反射波, 且 $\dot{U}_2 = Z_L \dot{I}_2 = Z_c \dot{I}_2$, 于是线上任一点的电压与电流相量可写为:

$$\dot{U} = \dot{U}_2 e^{j\beta x}$$

$$\dot{I} = \dot{I}_2 e^{j\beta x}$$

设电压 \dot{U}_2 的初相角为 φ_2 , 则 $\dot{U}_2 = U_2 e^{j\varphi_2}$, Z_L 又为纯电阻性, 所以 \dot{I}_2 的初相角也是 φ_2 , 即电压和电流同相。这样电压与电流的瞬时值表示式为:

$$\left. \begin{aligned} u(x, t) &= \sqrt{2} U_2 \sin(\omega t + \beta x + \varphi_2) \\ i(x, t) &= \sqrt{2} I_2 \sin(\omega t + \beta x + \varphi_2) \end{aligned} \right\} \quad (14-44)$$

上式中相位角 $(\omega t + \beta x + \varphi_2)$ 表明, 随着时间 t 的增大, 其等相位角的点向 $-x$ 方向运动, 这一特征说明它是行波。又因为传输线无损耗, 所以线上各处电压和电流的振幅与 x 无关, 即为常数。图 14-8(a) 画出了电流行波沿线瞬时分布的情况, 图(b) 是电压和电流有效值的沿线分布。

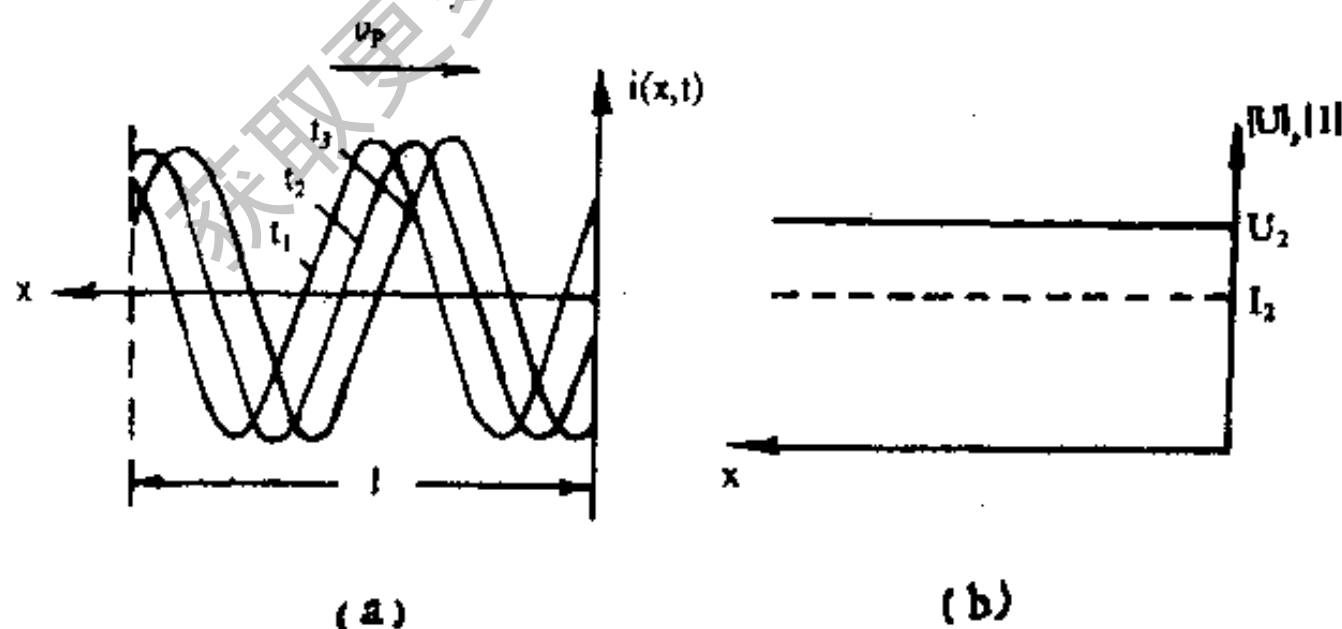


图14-8 无耗线的行波状态

二、终端短路线

在终端短路的情况下, $\dot{U}_2 = 0$, $Z_L = 0$, 无耗线 $\alpha = 0$, 将它代入式(14-11), 考虑到

$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$, 得:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U} &= \frac{Z_c \dot{I}_2}{2} (e^{j\beta x} e^{-j\beta x}) = jZ_c \dot{I}_2 \sin \frac{2\pi}{\lambda} x \\ \dot{I} &= \frac{\dot{I}_2}{2} (e^{j\beta x} + e^{-j\beta x}) = \dot{I}_2 \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \end{aligned} \right\} \quad (14-45)$$

若设 \dot{I}_2 的初相为 φ_2 , 即令 $\dot{I}_2 = I_2 e^{j\varphi_2}$, 则沿线电压、电流的瞬时值可以写为:

$$\left. \begin{aligned} u(x, t) &= \sqrt{2} Z_c I_2 \sin \frac{2\pi}{\lambda} x \cdot \sin(\omega t + \varphi_2 + 90^\circ) \\ i(x, t) &= \sqrt{2} I_2 \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \cdot \sin(\omega t + \varphi_2) \end{aligned} \right\} \quad (14-46)$$

上式中的电压相位角为 $(\omega t + \varphi_2 + 90^\circ)$, 电流的相位角为 $(\omega t + \varphi_2)$, 说明任一点电压和该点电流相位相差 90° 。同时它们都与距离变量 x 无关, 这就是说, 随着时间 t 的增长, 电压和电流的波形不沿 x 方向移动, 所以不是行波, 我们称它为驻波。

从上式中又可知, 在 $x = 0, \frac{\lambda}{2}, \lambda, \dots, \frac{n\lambda}{2}$ 时 (n 为正整数), 电压的振幅为零,

是电压的波节, 而电流的振幅为最大, 是电流的波腹。在 $x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3}{4}\lambda, \dots, \frac{(2n+1)}{2}\lambda$

时, 电压的振幅最大, 电流的振幅为零。这说明沿线相邻二电压波节之间的各处, 电压相位相同, 而波节两边的各点, 电压相位相反。同样相邻二电流波节之间, 各处电流相位相同, 波节两边各点电流相位相反。

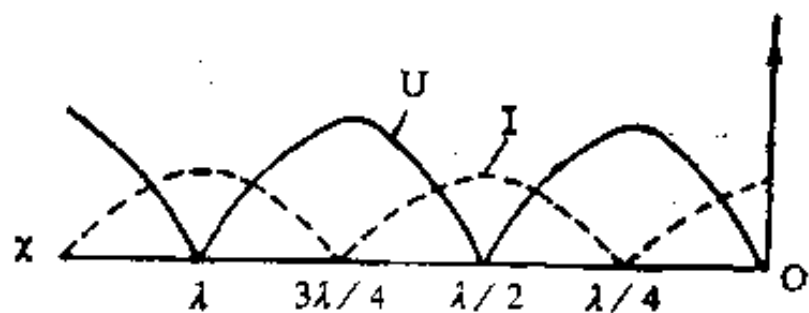


图14-9 无损耗短路线上的驻波分布

图14-9为无耗线上的驻波分布图。由图可见, 在终端处, 电流为波腹, 电压为波节;

在距终端 $\frac{\lambda}{4}$ 处, 电压为波腹, 电流为波节; 距终端 $\frac{\lambda}{2}$ 处, 又是电流为波腹, 电压为波节, 依此规律重复出现。

由于在沿线各点, 电压与电流相位差 90° , 所以各点的等效阻抗为纯电抗性。直接将 $Z_L = 0$ 代入式(14-43), 得出线上任意点的等效阻抗

$$Z_e = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = jZ_c \operatorname{tg} \frac{2\pi}{\lambda} x \quad (14-47)$$

上式等效阻抗为纯电抗性。当 $0 < x < \frac{\lambda}{4}$ 时, 等效阻抗为电感性, 电压超前于电流

90°, 当 $\frac{\lambda}{4} < x < \frac{\lambda}{2}$ 时, 等效阻抗为电容性, 电压落后于电流 90°。以后每隔 $\frac{\pi}{4}$ 电抗性质就改变一次, 每隔 $\frac{\lambda}{2}$ 就重复以上的阻抗特性。图14-10画出了沿线等效阻抗的分布。

在 $x = 0, \frac{\lambda}{2}, \lambda, \dots$ 各点等效阻抗为零, 相当于串联谐振, 此时这些点是电压波节、电流波腹。在 $x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3}{4}\lambda, \dots$ 各点的等效阻抗为无穷大, 相当于并联谐振, 这些点为电压波腹、电流波节。

总之, 无耗线在终端短路工作状态下, 线路上的电压和电流都是纯驻波, 即沿线两波节之间各处电压的相位相同, 波节两边相位相反, 电流的相位亦然。同时各处电压相位与电流相位差 90°, 沿线电压、电流和等效阻抗都是距离 x 的函数。

在 $x = \frac{n}{2}\lambda (n=0, 1, 2, \dots)$ 处, 是电压波节, 电流波腹, 该处等效阻抗为零。

在 $\frac{n}{2}\lambda < x < \frac{(2n+1)}{4}\lambda$ 范围内, 电压超前电流 90°, 等效阻抗为电感性。

在 $x = \frac{(2n+1)}{4}\lambda$ 处, 是电压波腹, 电流波节, 该处等效阻抗为无限大。

在 $\frac{(2n+1)}{4}\lambda < x < \frac{(n+1)}{2}\lambda$ 范围内, 电压落后于电流 90°, 等效阻抗为电容性。

三、终端开路线

在终端开路情况下, $I_2 = 0, Z_L = \infty$, 终端反射系数 $P = 1$, 将上面条件代入式(14-11), 考虑 $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$, 得出:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U} &= \frac{\dot{U}_2}{2}(e^{j\beta x} + e^{-j\beta x}) = \dot{U}_2 \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \\ \dot{I} &= \frac{\dot{U}_2}{2Z_c}(e^{j\beta x} - e^{-j\beta x}) = j \frac{\dot{U}_2}{Z_c} \sin \frac{2\pi}{\lambda} x \end{aligned} \right\} \quad (14-48)$$

与终端短路线相似, 无耗线终端开路工作状态下线上的电压和电流也为纯驻波。图14-11为无耗线终端开路线上的驻波分布。线上各点的等效阻抗可由式(14-48)变为:

$$Z_c = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = -jZ_c \operatorname{ctg} \frac{2\pi}{\lambda} x \quad (14-49)$$

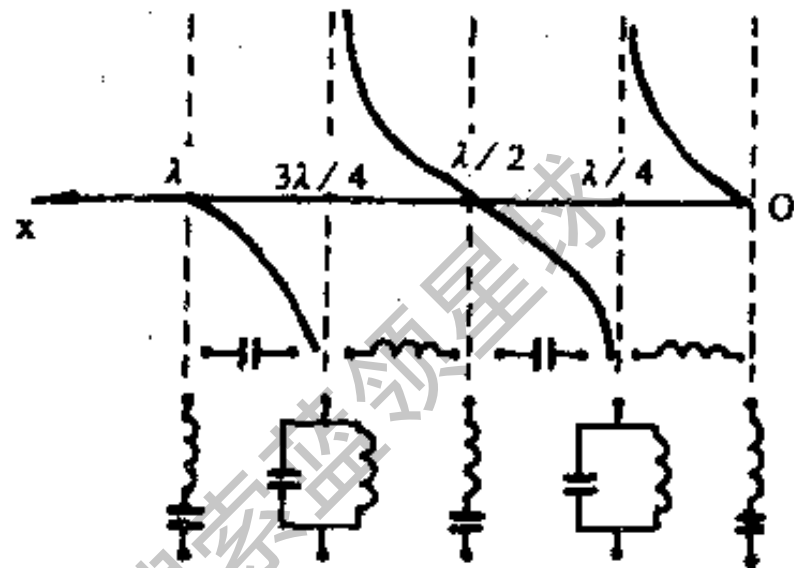


图14-10 终端短路线的等效阻抗分布

由式(14-49)可知, 等效阻抗也为纯电抗, 其与距离终端位置之间的关系可用图14-12表示。

在 $x = \frac{n}{2}\lambda (n=0, 1, 2, \dots)$ 处, 是电压波腹, 电流波节, 该处等效阻抗为无穷大。

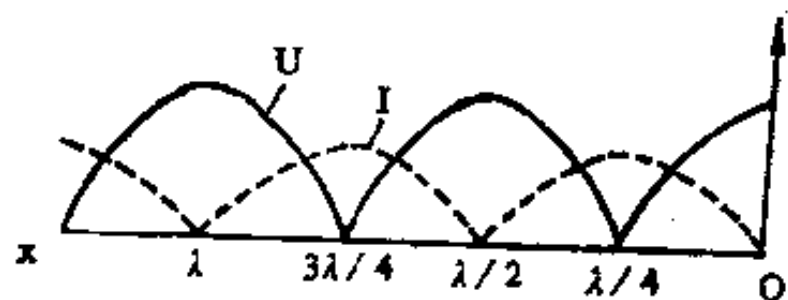


图14-11 无损终端开路线上的驻波分布

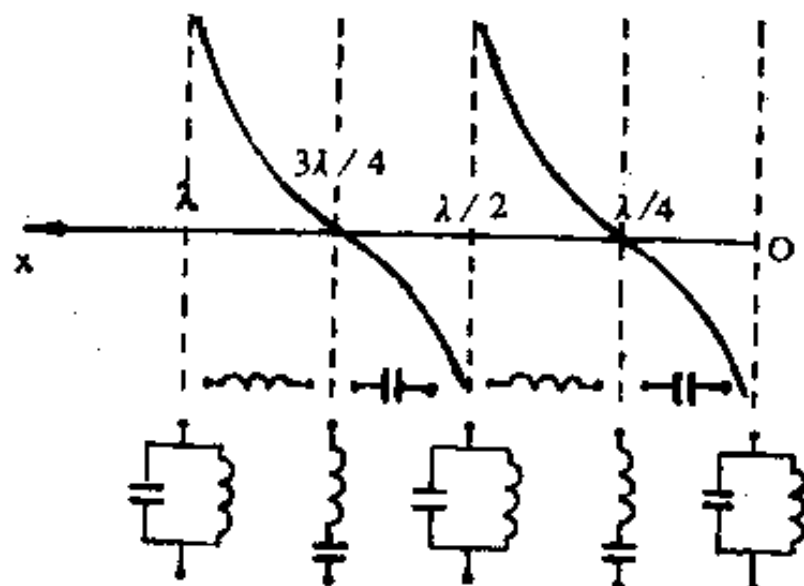


图14-12 终端开路线的等效阻抗分布

在 $\frac{n}{2}\lambda < x < \frac{(2n+1)}{4}\lambda$ 范围内, 电压落后于电流 90° , 等效阻抗为电容性。

在 $x = \frac{(2n+1)}{4}\lambda$ 处, 是电压波节, 电流波腹, 该处等效阻抗为零。

在 $\frac{(2n+1)}{4}\lambda < x < \frac{(n+1)}{2}\lambda$ 范围内, 电压超前于电流 90° , 等效阻抗为电感性。

比较终端开路线与终端短路线的电压、电流、等效阻抗的分布状况可见, 二者相差 $\frac{\lambda}{4}$ 。也就是说, 长度为 l 的开路线与长度为 $l + \frac{\lambda}{4}$ 的短路线, 其电压、电流、等效阻抗分布相同。

四、终端为纯电抗负载的线

在终端接以纯电抗负载的情况下, $Z_L = jX_L$, 由于特性阻抗为实数, 这时终端反射系数的模为:

$$|p| = \left| \frac{Z_L - Z_c}{Z_L + Z_c} \right| = \left| \frac{jX_L - Z_c}{jX_L + Z_c} \right| = 1$$

这说明反射波与入射波的振幅相等, 也是全反射状态, 所以线上电压与电流为驻波。

实际上, 负载电抗 X_L 可用一适当长度的无耗短路线或开路线来代替。例如图14-13(a), 无耗线终端接的纯感抗 X_L , 可用一短于 $\frac{\lambda}{4}$ 的短路线 (其特性阻抗与线路的相同) 来代替。这样就相当于把线路延长 l_0 再短路。延长线的长度可由式(14-47)算出, 即由:

$$jX_L = jZ_c \operatorname{tg} \frac{2\pi}{\lambda} l_0$$

得:
$$l_0 = \frac{\lambda}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{X_L}{Z_c} \quad (14-50)$$

这样，线路上电压和电流的驻波分布情况，可以按延长后的短路线来绘制，见图 14-13(b)。

线路上第一个电流波节出现在离终端 l' 处，其它的波节与波腹位置也可相应求出。

$$l' = \frac{\lambda}{4} - l_0 \quad (14-51)$$

如果负载是纯容抗，也可仿此处理，用短路线作等效代替，则所得的 l_0 应大于 $\frac{\lambda}{4}$ 而小于 $\frac{\lambda}{2}$ 。也可用小于 $\frac{\lambda}{4}$ 的开路线来等效代换。

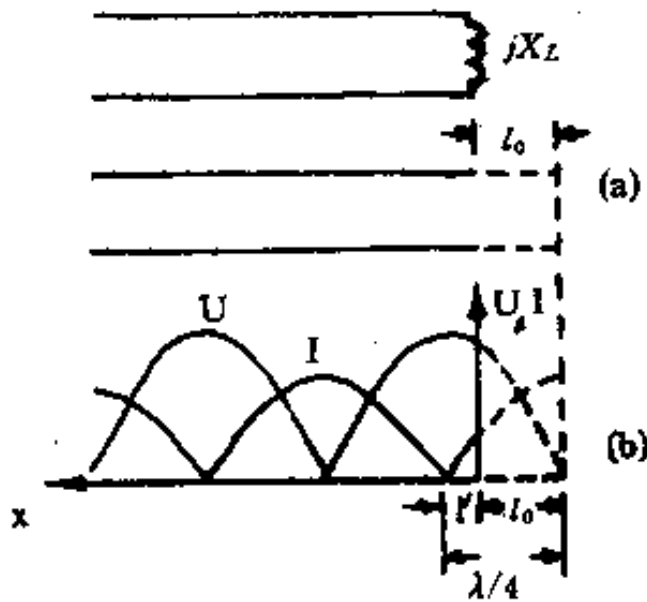


图 14-13 终端接纯电抗的线

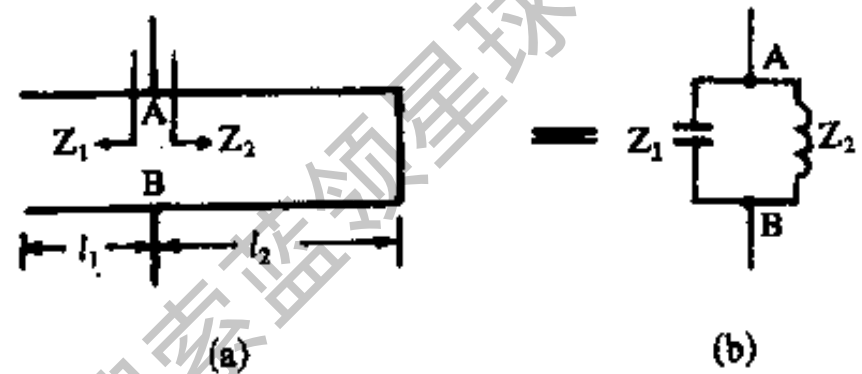


图 14-14 作谐振电路的无损耗线

五、短路线和开路线的应用

短路线和开路线虽然不能用来传输能量和信息，但是基于它的阻抗特性，而得到了广泛的应用。如波长较短的米波段、分米波段中，其谐振电路常由传输线构成。

图 14-14(a)是由开路线和短路线并联组成的并联谐振电路，其等效电路如图(b)所示。设开路线长度为 l_1 ，其等效阻抗为 Z_1 ，短路线长度为 l_2 ，其等效阻抗为 Z_2 ，发生并联谐振时， $Z_2 = -Z_1$ 。可以证明，谐振条件是开路线和短路线的总长度应等于 $\frac{\lambda}{4}$ 的奇数倍。其最短长度为：

$$l_1 + l_2 = \frac{\lambda}{4} \quad (14-52)$$

可见，利用 $\frac{\lambda}{4}$ 传输线可做成谐振电路，而且与 AB 点在该线上的接线位置无关。这种谐振电路常用作电子管高频功率放大器的负载。实际上，由于电子管的极间电容、接线电容等的影响，所需线长较 $\frac{\lambda}{4}$ 稍短。谐振线的衰减常数愈小，谐振电路的品质因数也愈高。一般谐振线能获得很高的 Q 值。

利用传输线的谐振特性还可以做成多种滤波器，图 14-15(a)是带通滤波器的原理图。

对于通带内的中心频率 f_0 来说，并联的 $\frac{\lambda_0}{4}$ 短路线相当于并联谐振电路，两个串联的 $\frac{\lambda_0}{4}$ 开路线相当于串联谐振电路。图(b)是集中参数等效电路。

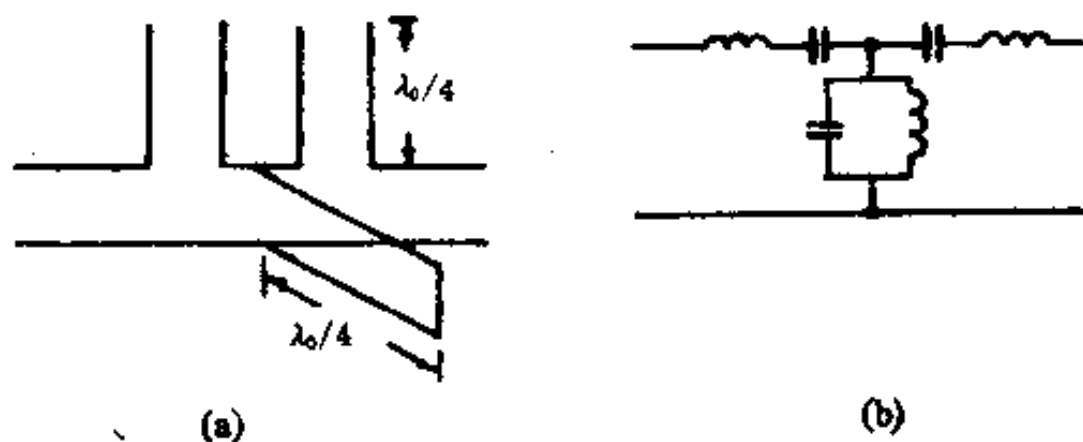


图14-15 用谐振线构成的带通滤波器

此外，由于 $\frac{\lambda}{4}$ 短路线的输入阻抗为无限大，可以用它做金属支架，如图14-16所示。由于它输入阻抗很大，对线上电压、电流分布几乎无影响，同时也不会消耗功率。

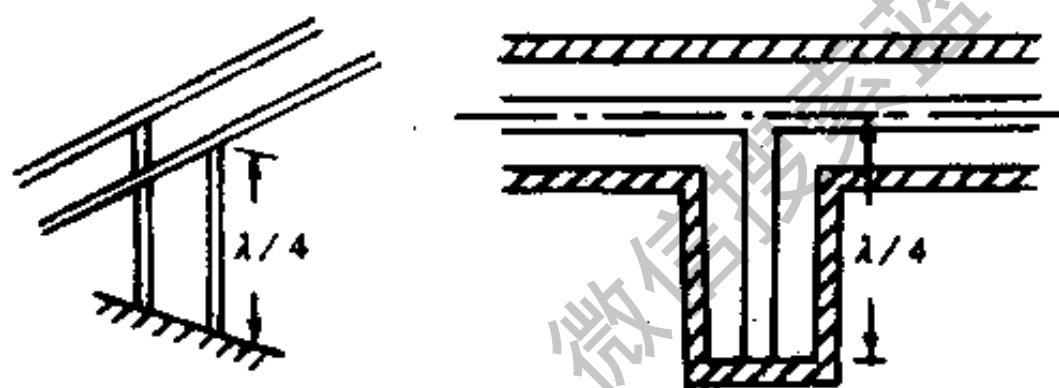


图14-16 $\frac{\lambda}{4}$ 短路线支架

习 题

1. 在什么情况下两根导线的传输线不能当作集中参数，而应看成分布参数？
2. 什么样的传输线是均匀传输线？
3. 写出传输线的 Z_c 、 γ 和 P 的表达式，并说明它们与什么参数有关？
4. 什么叫入射波？什么叫反射波？衰减常数 α 和相移常数 β 对行波有什么影响？
5. 满足什么条件才能获得阻抗匹配？匹配有什么好处？
6. 驻波是怎样形成的？阻抗匹配时有无驻波？
7. 驻波和行波的变化规律有什么不同？
8. 终端短路和终端开路的无损耗线，电流和电压分布规律有何相同之处和不同之处？
9. 小于 $\frac{\lambda}{4}$ 的短路线和开路线的输入阻抗各呈现什么性质？为什么？

答 案

第 一 章

3. 9牛顿 4. 6.67×10^4 伏特/米 6. 沿A方向电场力作功为0, 沿B方向电场力作功为 7×10^{-6} 焦; 沿C方向电场力作功为 10×10^{-6} 焦耳. 7. (a) $\frac{C}{4}$ (b) $4C$
 (c) C (d) C (e) $\frac{3}{4}C$ (f) $\frac{2}{5}C$ (g) $\frac{3}{5}C$ (h) $1\frac{2}{3}$
 (i) $2\frac{1}{2}C$. 8. C_1, C_2, C_3 上电压均为3000伏; C_4, C_5, C_6 上电压均为1000伏。

第 二 章

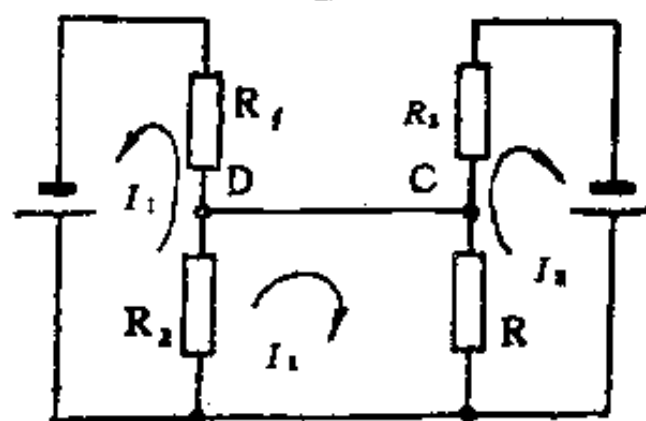
3. 电流由10毫安增至15毫安 4. 11.04米 5. 分压比为0.0476, 允许最大输入电压为105伏. 6. 分流电阻为0.05欧 7. (a) 3.75欧 (b) 3.67欧
 (c) 4.7欧 8. 电压可在5.6~8.4伏之间变化. 9. R_5 中电流为2安.
 10. 用4只电池串联, 降压电阻为4欧。

第 三 章

1. 0.52安 2. $I_3 = 9$ 毫安 $I_4 = 13$ 毫安 $I_5 = 3$ 毫安

3. 设回路电流方向如图所示

求得 $I_1 = 1.25$ 安 (R_1 支路)
 $I_{II} = -0.5$ 安 (DC支路)
 $I_{III} = 0.625$ 安 (R_3 支路)



题解图 1

- R_2 支路电流为0.75安, R_4 支路电流为1.125安.
 6. $U_{ab} = 50$ 伏 7. $I_3 = -0.1$ 安 8. $R_4 = 10$ 欧, $I_4 = 0.24$ 安.
 9. $t = 0^\circ\text{C}$ 时, $R_1 = 100$ 欧电桥平衡, 检流计电流为零. $t = 100^\circ\text{C}$ 时, $R_1 = 140$ 欧电桥失去平衡, 检流计电流为0.004安. 10. $R_b = 2.9$ 欧。

第 四 章

1. (a) 磁极左侧为S极, 右侧为N极. (b) 线圈中的电流自下而上, 电源左侧端子为负极, 右侧为正极. (c) 马蹄形磁铁左侧为S极, 右侧为N极. 2. (a) 电流顺时针流动; (b) 电流由下至上, 左侧端子为正极, 右侧端子为负极. 3. 磁

阻 $R_M = 43.77 \times 10^8$ 安/韦, 磁通 $\phi = 0.343 \times 10^{-3}$ 韦。 4. (1) 磁动势 $F = 5000$ 安匝;
 (2) 磁场强度 $H = 9091$ 安/米; (3) 磁路磁阻 $R_M = 5.47 \times 10^8$ 安/韦; (4) 环内磁通
 $\phi = 0.914 \times 10^{-5}$ 韦; (5) 磁感应强度 $B = 0.0114$ 特。 6. 平行导体通过同向电流时,
 导体相互吸引; 通过反向电流时, 导体相互排斥。 7. 感应电动势 $e = 0.96$ 伏, 方向
 是从外指向纸面。端电压 $U = 0.8$ 伏。 8. 根据式(4-17)求得 $L = 1.26 \times 10^{-7}$ 亨。
 9. 电感增加了 3 倍。 10. $e_L = +0.6$ 伏。

11. (1) $\frac{\Delta i}{\Delta t} > 0$ 时, B 线圈互感电势方向为左负右正,

$\frac{\Delta i}{\Delta t} < 0$ 时, B 线圈互感电势方向为左正右负,

(2) $\frac{\Delta i}{\Delta t} > 0$ 时, B 线圈互感电势方向为上负下正,

$\frac{\Delta i}{\Delta t} < 0$ 时, B 线圈互感电势方向为上正下负。

12. $e = 0.16$ 伏。 13. A、B、C' 为同名端, 或 A'、B'、C 为同名端。

第五章

1. $u = 310 \sin(314t + \frac{\pi}{4})$ 伏 2. $I_m = 10$ 安, $\omega = 314$ 弧度/秒, $f = 50$ 赫, $T =$

0.02 秒, $\varphi = \frac{\pi}{6}$ 。 3. $i = 54 \sin(314t - \frac{2}{3}\pi)$ 安 4. $\psi_u = -\frac{\pi}{3}$, $\psi_i = \frac{\pi}{3}$, 电流

超前电压 $\frac{2}{3}\pi$ 。 5. $i_1 = 3 \sin \omega t$ 安, $i_2 = 2 \sin(\omega t - \pi)$ 安, $i_3 = 1 \sin(\omega t - \frac{5}{6}\pi)$ 安。

6. (1) $j8$ (2) $-j6$ (3) $10 + j17.3$ (4) $10.3 - j28.2$ (5) $-110 - j191$

(6) $-55 + j95.3$ 7. (1) $7.21 / 56.3^\circ$ (2) $5 / 126.9^\circ$ (3) $8.1 / -150.3^\circ$

(4) $0.272 / 17.1^\circ$ (5) $36.1 / 33.7^\circ$ (6) $10.3 / 104^\circ$ 8. (1) $\dot{U} = 100 / 25^\circ$ 伏

(2) $I_1 = 5 / 90^\circ$ 安 (3) $I_2 = 10 / 0^\circ$ 安 9. $u_1 + u_2 = 220\sqrt{2} \sin(\omega t - 60^\circ)$ 伏

$i_1 + i_2 = 17.2\sqrt{2} \sin(3140t + 49.5^\circ)$ 安 11. (1) u_1 与 u_2 同相;

(2) u_1 与 u_2 反相; (3) u_1 与 u_2 正交。 12. $P_{\dots} = 132.3$ 瓦; $P_{\dots} = 72.3$ 瓦。

13. $X_L = 2000$ 欧。 14. $\omega = 6.29 \times 10^6$ 弧度/秒, $f = 10^6$ 赫 15. $L = 1.51$ 亨,

$Q_L = 75$ 乏。 16. $i = 3.77 \sin(314t + \frac{\pi}{2})$ 安, $Q_C = 1131$ 乏

第六章

1. $R = 31.1$ 欧, $L = 99$ 毫亨。 2. $L = 68.9$ 毫亨, $R = 45.1$ 欧。 3. $\dot{I} = 1.12 / 63.4^\circ$ 安。 4. $i = 0.692 / 0.57^\circ$ 安, $\dot{U}_R = 220 / 0.57^\circ$ 伏, $\dot{U}_C = 2.2 / -89.4^\circ$ 伏。 5. $R = 55.16$ 千欧 6. $f = 50$ 赫, $Z = 20 - j74.8$ 欧, 呈容性。 $f = 5000$ 赫, $Z = 20 + j3139$ 欧, 呈感性。 7. $\dot{U} = 14.1 / 45^\circ$ 伏。 8. $\dot{I} = 13.4 / 27.1^\circ$ 安, $U_{C_R} = 107 / 27.1^\circ$ 伏, $\dot{U}_L = 295 / 117.1^\circ$ 伏, $\dot{U}_C = 350 / -62.9^\circ$ 伏。 9. 功率因数 $\cos\varphi = 0.649$ 10. $P = 1936$ 瓦, $S = 2420$ 伏安, $Q = 1452$ 乏, $\cos\varphi = 0.8$ 。

第七章

1. $U_L = 10.4$ 千伏

相电压 $U_A = 8.5 \sin \omega t$ 伏

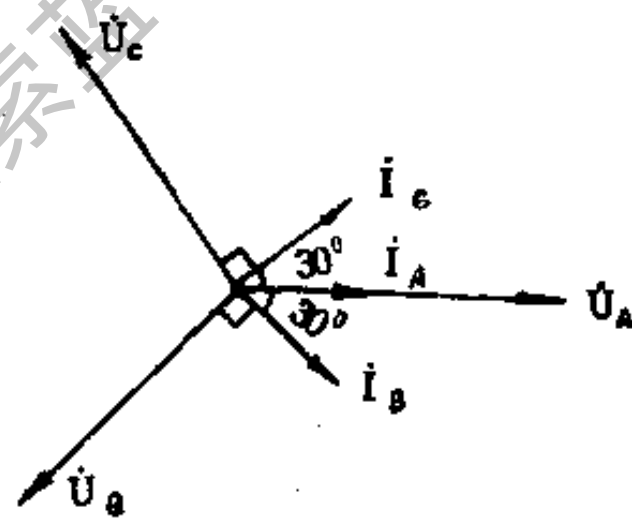
$U_B = 8.5 \sin(\omega t - 120^\circ)$ 伏

$U_C = 8.5 \sin(\omega t + 120^\circ)$ 伏

线电压 $U_{AB} = 14.7 \sin(\omega t + 30^\circ)$ 伏

$U_{BC} = 14.7 \sin(\omega t - 90^\circ)$ 伏

$U_{CA} = 14.7 \sin(\omega t - 210^\circ)$ 伏



题目图 2

2. (a) Δ 形连接; (b) Y形连接; (c) Δ 形连接; (d) Y形连接。 3. $A_2 = 26$ 安, $V_1 = 220$ 伏。 4. $I_P = I_L = 22$ 安, $P = 11.6$ 千瓦。 5. $I_L = 15$ 安, $I_P = 8.66$ 安, 改成星形连接, 各相电压减小 $\sqrt{3}$ 倍, 各相电流也减小 $\sqrt{3}$ 倍, 功率减小为原来的 $\frac{1}{3}$ 。 $I_L = I_P = 5$ 安, $P = 2.74$ 千瓦, 6. 无区别, 因为中线中无电流流过。

7. (1) 不对称, 因为负载阻抗相角不等。

(2) 相电流有效值均为 22 安。从相量图可求得: $\dot{I}_A = 22 / 0^\circ$ 安, $\dot{I}_B = 22 / -30^\circ$ 安, $\dot{I}_C = 22 / 30^\circ$ 安。

中线电流 $I_O = I_A + I_B \cos 30^\circ + I_C \cos 30^\circ = 60$ 安

(3) $P = 4.84$ 千瓦

8. 电灯接成星形, 每相线和中线间接入 10 盏电灯。电动机接成三角形。

电灯每相总电流 $I_P = 4.55$ 安, 电动机线电流 $I_L = 15.07$ 安。三相总功率为 11.25 千瓦, 其中电灯为 3 千瓦, 电动机为 8.25 千瓦。

第九章

6. $C = 1.58$ 微法, $Q = 73.9$. 7. $Q = 100$, $L_x = 25.3$ 毫亨. 8. $C = 195.5$ 皮法, $Q = 56.5$.
9. 串联 $f_0 = 1$ 兆赫, $Z_0 = 13.7$ 欧;
 并联 $f_0 = 1$ 兆赫, $Z_0 = 182.5$ 千欧。
10. Q 降低为 44. 11. 通频带 $B = 31.8$ 千赫。

第十章

1. (1) $L_{顺} = 16$ 亨, $L_{反} = 4$ 亨。
 (2) 同名端并联, $L = 3.75$ 亨;
 异名端并联, $L = 0.94$ 亨。
2. (1) $M = 2.24$ 毫亨, (2) $K = 0.67$, (3) $M = 4.47$ 毫亨。
3. 等效电感 $L = 11$ 毫亨, $I = 72.4$ 毫安。 4. $n_1 = 17$ 匝 (6.3 伏), $n_2 = 750$ 匝 (275 伏), $n_3 = 14$ 匝 (5 伏)。
5. (1) $N_1 : N_2 = 100 : 1$ (2) $P_{...} = \frac{1}{40}$ 瓦
6. 输入阻抗 $Z_1 = 9000$ 欧, 初级电压 $U_1 = 1980$ 伏, 次级输出功率 $P_2 = 435.6$ 瓦。

第十一章

3. (1) 用 Z 参数方程, $U_1 = 15.53$ 伏, $U_2 = 6.93$ 伏
 (2) 用 Y 参数方程, $I_1 = -7.5$ 安, $I_2 = -6.5$ 安
 (3) 用 A 参数方程, $U_1 = -6$ 伏, $I_1 = 2.67$ 安
 (4) 用 h 参数方程, $U_1 = 5.5$ 伏, $I_2 = 4.7$ 安
4. Z 参数为: $Z_{11} = Z_2$, $Z_{12} = Z_2$, $Z_{21} = Z_2$, $Z_{22} = Z_2$ 。
 A 参数为: $A_{11} = 1$, $A_{12} = 0$, $A_{21} = \frac{1}{Z}$, $A_{22} = 1$ 。
 Y 参数不存在。
5. A 参数为: $A_{11} = 1$, $A_{12} = Z$, $A_{21} = 0$, $A_{22} = 1$ 。
 Y 参数为: $Y_{11} = \frac{1}{Z_1}$, $Y_{12} = \frac{1}{Z_1}$, $Y_{21} = \frac{1}{Z_1}$, $Y_{22} = -\frac{1}{Z_1}$,
 Z 参数不存在。
6. Z 参数为: $Z_{11} = Z_1 + Z_2$, $Z_{22} = Z_2$, $Z_{21} = Z_2$, $Z_{12} = Z_2$ 。
 Y 参数为: $Y_{11} = \frac{1}{Z_1}$, $Y_{12} = \frac{1}{Z_1}$, $Y_{21} = \frac{1}{Z_1}$, $Y_{22} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}$ 。
 A 参数为: $A_{11} = 1 + \frac{Z_1}{Z_2}$, $A_{12} = Z_1$, $A_{21} = \frac{1}{Z_2}$, $A_{22} = 1$ 。
7. 输入阻抗 $Z_{in} = 600$ 欧, 输出阻抗 $Z_{out} = 542.9$ 欧。

$$8. K_v = \frac{1 + j\omega CR_2}{1 + j\omega(R_1 + R_2)C}$$

第十二章

1. $I_0 = \frac{2}{\pi}$ 安, $I_{m1} = 0$, $I_{m2} = \frac{4}{3\pi}$ 安, $I_{m3} = 0$, $I_{m4} = \frac{4}{15\pi}$ 安。
2. $I_0 = 5$ 安, $I_{m1} = 3.18$ 安, $I_{m2} = 1.59$ 安, $I_{m3} = 1.06$ 安, $I_{m4} = 0.796$ 安。
3. 三次谐波阻抗, $Z_{(3)} = 30 + j60$; 五次谐波阻抗, $Z_{(5)} = 30 + j100$ 。
4. $i = 0.16 + 0.0087\sin(314t - 174^\circ)$ 安。 5. $I = 13.1$ 安, $P = 516$ 瓦。
6. $I = 0.47$ 安, $P = 1.77$ 瓦。

第十三章

$$2. (a) \tau_{充} = R \cdot \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \quad \tau_{放} = R \cdot \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

$$(b) \tau_{充} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + C_3} \cdot C \quad \tau_{放} = \frac{(R_1 + R_2) R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot C$$

$$(c) \tau_{充} = \frac{R_1 (R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot C \quad \tau_{放} = (R_2 + R_3) \cdot C$$

3. $u_c(t) = 1.5 (1 - e^{-\frac{t}{0.01}})$
开关关闭0.2秒后, 电容器上的电压 $U_c = 1.47$ 伏。
4. $i_2(t) = 6 - 4.5e^{-10t}$, $t = 0.11$ 秒。
5. $U_m = 316$ 伏, 振荡频率 $\omega = 31623$ 弧度/秒。

[G e n e r a l I n f o r m a t i o n]

书名 = 电工与电路基础

作者 =

页数 = 2 5 5

S S 号 = 0

出版日期 =

获取更多资料 微信搜索蓝领星球

封面
书名
版权
前言
目录
正文

获取更多资料 微信搜索蓝领星球